



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS**

MARCELO DE SOUSA OLIVEIRA

**A UTILIZAÇÃO DE GESTOS OSTENSIVOS NO ENSINO DE CONCEITOS
MATEMÁTICOS: UMA INTERPRETAÇÃO À LUZ DA FILOSOFIA DE
WITTGENSTEIN**

Belém – Pará
2018

MARCELO DE SOUSA OLIVEIRA

**A UTILIZAÇÃO DE GESTOS OSTENSIVOS NO ENSINO DE CONCEITOS
MATEMÁTICOS: UMA INTERPRETAÇÃO À LUZ DA FILOSOFIA DE
WITTGENSTEIN**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Belém – Pará
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48u Oliveira, Marcelo de Sousa

A utilização de gestos ostensivos no ensino de conceitos matemáticos : uma investigação à luz da filosofia de Wittgenstein / Marcelo de Sousa Oliveira. - 2018.
140 f. : il. color.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

Orientação: Profa. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira

1. Matemática: estudo e ensino. 2. Wittgenstein, Ludwig. 3. Treinamento. 4. Definição Ostensiva. I. Silveira, Marisa Rosâni Abreu da, *orient.* II. Título

CDD 510.7

MARCELO DE SOUSA OLIVEIRA

**A UTILIZAÇÃO DE GESTOS OSTENSIVOS NO ENSINO DE CONCEITOS
MATEMÁTICOS: UMA INTERPRETAÇÃO À LUZ DA FILOSOFIA DE
WITTGENSTEIN**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Data de avaliação: _____

Conceito: _____

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Marisa Rosâni Abreu da Silveira
Presidente, Orientadora, UFPA

Prof.^a Dr.^a Cristiane Maria Cornélia Gottschalk
Membro externo, FE-USP

Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva.
Membro externo, ICEN-UFPA

Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva.
Membro interno, UFPA

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales.
Membro interno, UFPA

À minha avó, Benigna.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

A Deus, meu criador e Senhor, por ter me conduzido até aqui, nesta etapa importante de minha trajetória.

A minha orientadora, Dr.^a Marisa Rosâni Abreu da Silveira, pela oportunidade, pelas orientações, pelo incentivo e pela amizade.

A minha querida esposa Raquel, por estar ao meu lado nesta empreitada e em outros projetos de vida, pela cumplicidade, generosidade, compreensão e cuidado comigo e com nossos filhos que, se não existisse a palavra amor, sua dedicação à nossa família não poderia ser expressa por uma palavra.

A minha mãe Gracy e minha avó Benigna, por terem me conduzido no caminho da “Palavra que se fez carne” em sofrimentos, em orações e em amor.

A minha sogra Ana, pelo apoio incondicional todas as vezes que foi necessário estar distante de minha esposa e filhos durante essa jornada.

A minha irmã Meire, pelo apoio, pelo cuidado e por ter sido um “porto seguro” todas as vezes que estive em Belém.

Aos meus filhos Alexandre Benigno e Tales Benigno, que apesar de ainda não terem maturidade para compreender, me proporcionaram momentos de alegria e de motivação.

Aos membros da Banca Examinadora, pelas preciosas contribuições à elaboração deste trabalho e à minha formação de pesquisador.

Aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisa em Linguagem Matemática (GELIM/UFPa), pelos momentos de debate e aprendizagem.

“No começo, aquele que é a Palavra já existia. Ele estava com Deus, e era Deus. Desde o princípio a Palavra estava com Deus. Por meio da Palavra, Deus fez todas as coisas, e nada do que existe foi feito sem ela. A palavra era a fonte da vida, e essa vida trouxe a luz para todas as pessoas. A Luz brilha na escuridão, e a escuridão não conseguiu apagá-la”.

(Evangelho de João, 1:1)

RESUMO

Nesta pesquisa procuro investigar a utilização de gestos ostensivos no ensino de conceitos matemáticos. As justificativas sustentam-se na possibilidade de gerar subsídios para uma compreensão sobre a apresentação e a compreensão desses conceitos, mediante as discussões em torno da constituição de sentido nesse domínio específico do conhecimento. A pesquisa se caracteriza como teórica, porém, em função do referencial teórico, utilizo exemplos de situações de ensino extraídos de documentos oficiais de orientações curriculares, de livros didáticos ou simplesmente situações formuladas para ilustrar a discussão, com a finalidade de clarificar a região de inquérito delimitada, o que se constitui como uma metodologia que tem inspiração na *terapia filosófica* wittgensteiniana. A análise foi fundamentada na filosofia de Ludwig Wittgenstein, para a qual, o gesto ostensivo é um instrumento linguístico que nos permite estabelecer uma ligação interna entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos. Minha análise aponta que o gesto ostensivo pode favorecer a compreensão de conceitos matemáticos, na medida em que, se configura como um meio de apresentação de convenções linguísticas, porém, pode também causar mal entendidos quando é apresentado de maneira ambígua, o que dificulta um treinamento adequado para os alunos dominarem a técnica associada à constituição do sentido do conceito em questão.

Palavras-chave: Definição Ostensiva. Jogos de Linguagem. Semelhanças de Família. Treinamento.

ABSTRACT

In this research I investigate the use of ostensive gestures in the teaching of mathematical concepts. The justifications are based on the possibility of generating subsidies for an understanding of the explanation and understanding of these concepts, through discussions on the construction of the sense in this specific field of knowledge. The search is characterized as theoretical, but, in function of the theoretical reference, I use examples of teaching situations extracted from official curriculum guidelines, textbooks or simply situations formulated to illustrate the discussion, in order to clarify the region of investigation, which constitutes a methodology that has inspiration in Wittgensteinian philosophical therapy. The analysis was based on the philosophy of Ludwig Wittgenstein, for which ostensive gesture is a linguistic instrument that allows us to establish an internal connection between a word and the object to which we point. My analysis points out that the ostensive gesture can favor the understanding of mathematical concepts, insofar as it is configured as a means of presenting linguistic conventions, however, it can also cause misunderstandings when presented in an ambiguous way, which makes it difficult to have an adequate training for the students to master the technique associated with the constitution of the meaning of the concept in question.

Keywords: Ostensive Definition. Language Games. Family resemblances. Training.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Ilustração 1 – Paralelepípedo	76
Ilustração 2 – Figura lebre-pato de Joseph Jastrow	78
Ilustração 3 – Triângulo retângulo ABC	82
Ilustração 4 – Triângulo ABC e sua decomposição em ΔABH e ΔACH	82
Ilustração 5 – Triângulo ABH	85
Ilustração 6 – Esquema de atividade experimental	91
Ilustração 7 – Quadro com esquema de adição	100
Ilustração 8 – Esquema com aula de multiplicação	107
Ilustração 9 – Esquema de aula de ordenação numérica	113
Ilustração 10 – Associação de amostras a números fracionários	116
Ilustração 11 – Blocos lógicos	117

LISTA DE SIGLAS DE OBRAS DE WITTGENSTEIN

As referências aos escritos de Wittgenstein serão feitas conforme as abreviações a seguir. A indicação completa das edições utilizadas se encontra nas referências bibliográficas.

BT – Escrito a Máquina [The Big Typescript]

Z – Fichas [Zettel]

GF – Gramática Filosófica

IF – Investigações Filosóficas

BB – O Livro Azul

BBr – O Livro Castanho

RFM – Remarks on Foundations of Mathematics

TLP – Tractatus Logico-Philosophicus

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os caminhos da pesquisa	13
O lugar da pesquisa na literatura	15
A formulação do problema de pesquisa	17
Hipótese	19
Objetivo geral	21
Objetivos específicos	22
O foco	22
Justificativa	23
Prioridade e relevância	24
Interesse pessoal e comprometimento com a investigação	24
Organização da Tese	25

CAPÍTULO 1 – A filosofia de Wittgenstein e a ostensão

1.1. Algumas considerações sobre a vida e a obra de Wittgenstein	28
1.2. Aspectos gerais da filosofia de Wittgenstein	34
1.3. Conceitos fundamentais da filosofia madura de Wittgenstein	37
1.4. A ostensão na concepção referencial da linguagem	47
1.5. A ostensão na nova perspectiva do pensamento de Wittgenstein	49
16. Ensino ostensivo e definição ostensiva: uma distinção.....	54
1.7. Uma distinção entre a ostensão em Wittgenstein e em outros autores	58

CAPÍTULO 2 – A definição ostensiva e a constituição de sentidos

2.1. Os limites da ostensão na filosofia madura de Wittgenstein	62
2.2. Definição ostensiva e significação	64
2.3. A função normativa das definições ostensivas	68
2.4. Definição ostensiva, explicação e compreensão	70
2.5. As amostras utilizadas em uma definição ostensiva	74
2.6. Definição ostensiva e aspectos	76
2.6.1. A questão dos aspectos em Wittgenstein	78
2.6.2. A definição ostensiva e os conceitos de “ <i>ver</i> ” e “ <i>ver como</i> ”	80

2.4.3. A cegueira para os aspectos	83
--	----

CAPÍTULO 3 – A definição ostensiva e o ensino de conceitos matemáticos

3.1. O ensino de matemática em uma perspectiva wittgensteiniana	88
3.2. Alguns pontos de vista sobre a argumentação matemática	93
3.3. Gestos ostensivos: auxiliares no ensino de conceitos matemáticos	95
3.4. Gestos ostensivos no ensino de regras e procedimentos	100
3.5. O fundamento da elucidação ostensiva está no treinamento	105
3.5.1. Multiplicação de números naturais	107
3.5.2. O sentido matemático dos conceitos de “crescente” e “decrecente”	113
3.5.3. Atividade com blocos lógicos	116

CONSIDERAÇÕES FINAIS	124
-----------------------------------	-----

REREFÊNCIAS	130
--------------------------	-----

APÊNDICE	137
-----------------------	-----

INTRODUÇÃO

Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino.

(FREIRE, 2000, p. 95).

– Paulo Freire –

Nestas considerações iniciais, apresento os caminhos que me conduziram à investigação, começando por destacar fragmentos de minha trajetória profissional e das inquietações que me impulsionaram a investigar a problemática que culminou nesta tese. Apresento também a estrutura, a justificativa e a organização do trabalho.

Os caminhos da pesquisa

Esta pesquisa é resultado do aprofundamento de reflexões sobre incômodos que foram surgindo durante a minha trajetória profissional como professor de matemática e de minhas experiências como pesquisador na área da educação matemática. Quando me senti direcionado para a investigação da problemática que iria gerar esta tese, procurei ressonância na agenda de pesquisa da área de estudo, com o objetivo de identificar, de alguma maneira, relações entre minhas experiências e as demandas do campo científico. A identificação dessas relações desembocou no desenvolvimento deste trabalho.

O meu interesse pela temática da linguagem é decorrente, primordialmente, da inquietação provocada pela dificuldade de comunicação que eu sentia quando trabalhava na Educação Básica como professor de matemática, sobretudo nos anos que antecederam o meu ingresso no Curso de Mestrado no ano 2008.

A partir do meu trabalho de Dissertação (OLIVEIRA, 2010) tenho me empenhado em dar continuidade ao estudo realizado naquela pesquisa, que juntamente com outras motivações geraram novos focos de investigação, sobretudo no que diz respeito aos problemas relacionados à linguagem. Investiguei um problema relacionado as interações discursivas entre os sujeitos em um ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática, a saber, a produção de sentidos pelos alunos a partir do discurso do professor quando ensina matemática se utilizando da modelagem como metodologia de ensino. Devido a delimitação, elegi como referencial teórico a filosofia de Wittgenstein.

Nesse contexto começou a se esboçar a presente investigação, uma vez que comecei a observar ainda durante a coleta de dados, o uso frequente do gesto ostensivo pela professora participante da pesquisa, o que, em certa medida foi o que despertou minha curiosidade para compreender em que termos esse recurso é tratado pelo filósofo austríaco e em que termos suas formulações sobre a constituição do sentido (em que o gesto é utilizado) poderiam servir como subsídio para refletir sobre questões pedagógicas, já que o filósofo austríaco, em nenhum momento teve a intenção de descrever atividades de ensino e de aprendizagem com a finalidade de apresentar teses a respeito de questões educacionais.

Porém, pelo fato do filósofo explorar exemplos de ensino como elementos para a nova reflexão sobre as relações internas de sentido entre linguagem e realidade, em que são mobilizadas as técnicas de associação entre palavras e objetos como o gesto ostensivo (IF, §6, p.29), comecei a explorar esse espaço filosófico no sentido de buscar compreensão a respeito de questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

No entanto, não se trata somente de agendar um foco de pesquisa a partir de outra pesquisa concluída, mas sim de uma nova inquietação gerada naquele momento específico, mas que necessitaria de outros elementos para resultar em uma delimitação que pudesse se configurar como um problema a ser investigado. Como a noção de gesto ostensivo poderia ser objeto de estudo no campo da

educação matemática? Uma resposta a essa indagação poderia me auxiliar na busca desses elementos

Destaco como elemento importante, o fato do gesto ostensivo ser recorrente na interação entre as pessoas desde o aprendizado da língua materna na infância até o aprendizado de linguagens mais específicas como a da matemática, em que outros elementos linguísticos são requeridos, mas que, não obstante, mantém o gesto como um elemento de elucidação do significado de uma palavra. No ensino de conceitos matemáticos, sobretudo os mais elementares, o gesto ostensivo é mais recorrente e tem significativa importância para a atividade educacional, já que, de um ponto de vista wittgensteiniano, a definição ostensiva é de natureza constitutiva, ou seja, ela introduz uma maneira de usar uma palavra, ou inaugura o objeto.

O lugar da pesquisa na literatura

As formulações de Wittgenstein têm sido utilizadas como referencial filosófico em pesquisas no campo educacional como elemento de compreensão de questões relativas à natureza, à construção e à transmissão de conceitos matemáticos (SILVEIRA, 2005; GOTTSCHALK, 2002), vindo, recentemente a ter suas repercussões no campo da educação matemática.

Denise Vilela (2009) se utilizou de conceitos wittgensteinianos, para compreender os usos que têm sido feitos da expressão *matemática* e o que esses usos indicam no âmbito da educação matemática. Esta pesquisa destacou que a palavra matemática acompanhada de um adjetivo (matemática escolar, matemática do feirante, etc.) é frequente nos trabalhos relacionados à *Etnomatemática* e que essas adjetivações apontam para a produção matemática em diferentes práticas sociais.

Na linha de pesquisa da modelagem matemática, Oliveira (2010) analisou a produção de sentidos pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem; a pesquisa de Tortola (2012) investigou os usos que estudantes de

anos iniciais do Ensino Fundamental fazem da linguagem para o desenvolvimento de modelos matemáticos; na mesma direção, Merli (2012) realizou um estudo sobre o uso da linguagem na construção de modelos matemáticos clássicos e modelos fuzzy; já Souza (2013), a partir da análise de um levantamento bibliográfico sobre os esquemas do processo de modelagem, utilizou o conceito wittgensteiniano de *semelhança de família* para identificar convergências entre os esquemas e propôs esquemas-síntese.

Embora as pesquisas citadas acima tenham utilizado conceitos da filosofia de Wittgenstein, a preocupação com questões relativas à linguagem matemática é secundária, como as da linha da modelagem, ou inexistente, como a pesquisa de Vilela (2009) que utilizou os conceitos de *uso* e de *semelhança de família* para empreender a análise sobre as adjetivações do termo matemática em trabalhos relativos à Etnomatemática.

Dentre as pesquisas que tem como foco principal questões relativas ao uso da linguagem matemática em situações de ensino e de aprendizagem, destacamos a pesquisa de Lacerda (2010), que analisou o processo de interpretação e de comunicação a partir das falas e das produções escritas dos alunos na resolução de problemas, empreendidas individualmente e em duplas; o estudo de Silva (2011) que investigou o aprendizado de regras matemáticas por crianças da 4ª série no estudo da divisão.

Nessa direção, o presente estudo visa contribuir com as pesquisas já realizadas sobre o tema no sentido de oferecer subsídios teóricos para uma compreensão de questões relativas ao uso da linguagem no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos, a partir de discussões de cunho filosófico. Nesse sentido, compartilho com a tese de Gottschalk (2014) sobre a impossibilidade de haver aprendizagem sem linguagem, já que, com base em Wittgenstein a autora afirma que toda aprendizagem pressupõe uma *forma de vida*, ou por outras palavras, está ancorada em hábitos, gestos e comportamentos interligados com palavras pertencentes a uma linguagem.

A formulação do problema da pesquisa

A delimitação do problema a ser investigado nesta pesquisa tem origem no meu trabalho de dissertação. Ainda na coleta de dados e na análise do material, observei que a professora, quando interagia com os alunos, utilizava com significativa frequência o recurso de falar e apontar concomitantemente para um objeto ou para signos escritos no quadro durante as discussões e explicações. O fato de ser um recurso muito presente na prática de ensino da professora observada naquela pesquisa despertou em mim uma curiosidade para a utilização dos gestos no ensino da matemática.

Assim, fui me direcionando a refletir sobre a utilização de gestos ostensivos no ensino e na aprendizagem da linguagem em Wittgenstein, o que culminou na delimitação do problema de tese que será apresentado adiante. Apesar de ser um recurso que, aparentemente se coaduna mais com a concepção referencial da linguagem, não foi suprimido da nova perspectiva filosófica de Wittgenstein, que reconhece outras funções da linguagem que vão além da denominação. Nessa nova perspectiva, o que o filósofo nega é a suposição de Agostinho de que haveria uma associação mental entre palavra e objeto, mas continua considerando que se trata de um instrumento linguístico crucial para estabelecer ligações internas de sentido entre linguagem e realidade (MORENO, 2005; 2012).

Em oposição ao caráter referencial da linguagem e a um processo mental/intuitivo, os gestos ostensivos pressupõem manifestações externas à referência, tais como: expressões corporais, entonação da voz, olhares, e outros elementos ligados aos modos do contexto de que participam. Esses recursos pretendem favorecer a asserção de Wittgenstein: “um parceiro enuncia as palavras, o outro age de acordo com elas” (IF, §7).

Em situações de ensino, quando o professor pronuncia as palavras, o aluno pode ter acesso ao sentido que já está previamente fixado pela lógica da matemática, e agir de acordo com a regra explicitada pelo professor (SILVEIRA, 2005; 2008). Por exemplo, o professor afirma: a hipotenusa é o lado do triângulo que se opõe ao ângulo reto. Ao mesmo tempo em que pronuncia essas palavras aponta para a hipotenusa do triângulo desenhado no quadro. Desta maneira,

usualmente é apresentado o significado da palavra hipotenusa no contexto da geometria e são introduzidas as regras de uso desta palavra neste contexto.

Dentro destes limites, a investigação pretende empreender uma discussão a respeito da utilização do gesto ostensivo de maneira interligada com outros conceitos da filosofia wittgensteiniana, partindo de uma discussão mais geral em que procurarei evidenciar a importância do conceito para o pensamento do filósofo, sobretudo as reformulações da fase madura. Assim, o conceito de ostensão será discutido “a partir de” e em “consonância com” os conceitos de jogos de linguagem, semelhanças de família, formas de vida, sentido e significado, as noções de *ver* e de *ver como* e, conseqüentemente o treinamento linguístico e o domínio de técnicas.

Na região de inquérito delimitada, focalizarei a discussão em torno da utilização dos gestos ostensivos no ensino de conceitos matemáticos, porém, não pretendo defender nenhuma metodologia para o ensino da disciplina, uma vez que a finalidade do estudo é analisar a utilização dos gestos ostensivos como recursos linguísticos de constituição de sentido, o que implica dizer, por hipótese, que seja qual for a metodologia utilizada, os gestos ostensivos estarão presentes em uma etapa preliminar de introdução/apresentação dos conceitos e poderão de alguma maneira servir para auxiliar a compreensão.

Ainda pretendo analisar algumas situações de ensino em domínios específicos da matemática, com a finalidade de compreender em que termos os gestos ostensivos podem favorecer ou desfavorecer o ensino da disciplina. Como já disse, não pretendo defender um modelo pedagógico específico na investigação aqui desenvolvida, nem a de prescrever “remédio” definitivo para os problemas de ensino e de aprendizagem no âmbito da matemática, e sim, apontar caminhos que possam ser trilhados em termos de compreensão da atividade de ensino que podem ter repercussões na aprendizagem dos alunos.

A apresentação de variados exemplos tem a finalidade de fazer com que o leitor possa compreender por si só as ligações entre os exemplos e o problema em discussão e possa, por analogia, refletir sobre problemas similares. Esse procedimento tem inspiração no método da *terapia filosófica* utilizado por Wittgenstein na fase madura e que procurarei empregar no decorrer deste texto

como parte constituinte da metodologia a ser adotada. Desta maneira, segundo o filósofo, afastam-se as dificuldades, resolvendo problemas, não um único problema (IF, §133).

Diante do exposto, apresento a seguir a problemática da Tese por meio da seguinte formulação:

Como o gesto ostensivo atua no ensino e na compreensão de conceitos matemáticos?

Ressalto que não pretendo refletir sobre compreensão em termos do local em que os processos de pensamento ocorrem, mas em termos de compreensão linguística, sobretudo em como o aluno manifesta indícios de aprendizagem ao aplicar corretamente as palavras e evidenciar domínio de técnicas a partir das elucidações do professor. Com isso não estou negando que os processos de pensamento ocorram durante a atividade matemática, mas, com base na filosofia de Wittgenstein, afirmando que o pensamento, a compreensão, a cognição, etc., são habilidades linguísticas, que se constituem a partir das interações dos sujeitos e não requer o apelo a processos mentais para ser explicada. Nesse sentido, operações como significar, compreender e interpretar “devem ser explicadas através das interações linguísticas entre os falantes que partilham uma dada forma de vida. A noção de ‘processo mental’ não é fundante nesse caso, mas deriva dessas interações” (HEBECHE, 2002, p. 10).

Hipótese

Nas *Investigações filosóficas* Wittgenstein afirma que a utilização de gestos ostensivos é algo recorrente na educação das crianças, para que estas executem certas atividades e para que possam usar as palavras para executá-las ou ainda para reagir às palavras dos outros. Nas palavras do filósofo “isso ocorre entre os homens” (IF, §6, p.29).

Mesmo pontuando que podemos nos deparar com uma dificuldade que consiste no fato de que muitas palavras não podem ser definidas ostensivamente ou pelo fato de que as definições ostensivas podem ser interpretadas de várias maneiras, gerando mal-entendidos, o filósofo não descarta a importância desse recurso na constituição de sentidos (BB, p.26).

Isso evidencia que, em linhas gerais, o gesto ostensivo é recorrente entre as pessoas desde as primeiras manifestações do aprendizado da linguagem, até em níveis mais específicos de aprendizagem de conceitos nos mais variados jogos de linguagem e em variados contextos. Mais especificamente, em conformidade com a delimitação deste estudo, pretendo concentrar a análise na utilização de gestos ostensivos no ensino de conceitos matemáticos.

O que me impulsiona nessa direção é o fato de que nas formulações posteriores ao *Tractatus*, o ensino de significados desempenha um papel importante em suas reflexões. Apesar do filósofo não se engajar em teorizações sobre teorias pedagógicas, considera ser um caminho profícuo investigar como uma palavra é ensinada. A pergunta pela denominação (como se chama isso?) e sua correlata, a *elucidação ostensiva* (Isto se chama...), compõem um jogo de linguagem peculiar que tem relação com a delimitação desta investigação, pois pressupõem certo grau de compreensão linguística por parte do aprendiz, que é desenvolvida por meio de treinamento (IF, §6, §27).

As elucidações ostensivas ou definições (§6) fornecem um padrão para o uso correto de um termo, pois constitui um elemento essencial para o treinamento linguístico na medida em que tem a função normativa de apresentar às crianças paradigmas aos quais as palavras se aplicam (GLOCK, 1998, p. 125). Nesse ponto é que procuro delimitar a região de inquérito, que pretendo analisar a ação do gesto ostensivo no ensino e no aprendizado de conceitos matemáticos.

Nas *Investigações filosóficas* é apresentada uma distinção entre a *definição ostensiva* e o *ensino ostensivo das palavras* (§ 6). Para o filósofo, na aprendizagem da língua materna, o ensino ostensivo faz parte dos jogos preparatórios, em que a criança ainda não sabe perguntar pelo nome das coisas, sendo então ensinada por meio de um processo de *adestramento* e de *treinamento*. Nessa fase, a técnica geralmente usada pelo interlocutor é o gesto

ostensivo, que consiste em apontar para um objeto, para dirigir a atenção da criança para ele enquanto profere uma palavra, por exemplo, a palavra *lajota*, exibindo o objeto.

No mesmo aforismo, o filósofo faz a seguinte observação: “Não quero chamar isto de ‘elucidação ostensiva’ ou de ‘definição’, pois na verdade a criança ainda não pode perguntar sobre a denominação”, ou seja, ele faz uma distinção entre o *ensino ostensivo* e a *definição ostensiva*. A *definição ostensiva* pressupõe que o aluno já saiba que sons se aplicam a objetos, portanto, ele pode perguntar pelo nome de um objeto, ou pode ser colocado diante de novos nomes pelo professor, já acompanhados de uma instrução (de como usar o nome).

Em minha interpretação, para a finalidade desta investigação, que foca a atividade de ensino de matemática, entendo que o aluno já seja capaz de perguntar pela denominação, uma vez que já domina minimamente sua língua materna, logo o ensino de termos matemáticos está atrelado às definições ostensivas.

Diante do exposto apresento a seguinte hipótese: o ensino de conceitos matemáticos está fortemente atrelado à utilização de definições ostensivas na medida em que a argumentação matemática em situações de ensino é auxiliada por gestos ostensivos e estes gestos podem tanto favorecer quanto propiciar mal-entendidos, já que as definições ostensivas pressupõem certo domínio de técnicas por parte do aprendiz para que este possa compreender o aspecto apontado pelo professor.

Objetivo Geral

Analisar a comunicação entre o professor e os alunos tendo em vista o ensino de conceitos matemáticos e de técnicas matemáticas em que os gestos ostensivos são utilizados pelo professor para favorecer a aprendizagem.

Objetivos específicos

- Identificar as características dos gestos ostensivos em situações de ensino de conceitos matemáticos;
- Identificar os elementos que evidenciam a importância da definição ostensiva na constituição do sentido de conceitos matemáticos.

O foco

O propósito desta pesquisa é investigar como se caracteriza a ação dos gestos ostensivos no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos. O foco está representado pela interrogação de pesquisa e pelos objetivos postos anteriormente, porém, neste item apresentarei algumas considerações adicionais para deixar mais evidente a delimitação da pesquisa.

Em toda área de interesse, coexistem múltiplos aspectos pertinentes e que podem se tornar objeto de investigação. Dirigindo o olhar para um determinado aspecto, ajuda o pesquisador a não perder-se em meio às informações coletadas, o que lhe garante, em certa medida que se detenha no aspecto determinado, estabelecendo condições para compreensão do fenômeno interrogado. Isso significa que o aspecto considerado, em relação aos demais, é destacado como relevante e principal de acordo com o foco estabelecido.

Como foi evidenciado anteriormente, a interrogação da pesquisa tem origem em minha prática profissional e na demanda de pesquisas do campo da educação matemática, uma vez que, ao buscar ressonância das inquietações em relação à problemática na literatura, ela foi construída, tomando como orientação um aspecto que ainda não tinha sido considerado em outras já realizadas no interior do grupo daqueles preocupados com questões que envolvem a linguagem.

Devido ao referencial adotado, a investigação não se assenta perfeitamente nas tradições de pesquisas do campo da educação matemática, portanto não se verá aqui uma filiação a teorias de aprendizagem, nem uma tentativa de elaboração de teses a esse respeito, já que o propósito é investigar a ação dos gestos ostensivos na comunicação entre professor e alunos tendo em vista o ensino de conceitos matemáticos, sem levar em consideração uma teoria da aprendizagem, mas os processos linguísticos envolvidos na interação. Portanto o foco não está na metodologia de ensino, nem em processos mentais que ocorrem durante a aprendizagem, mas nas técnicas linguísticas que são utilizadas em situações de ensino, especialmente o gesto ostensivo.

Analisar a comunicação entre o professor e os alunos tendo em vista o ensino de conceitos matemáticos e de técnicas matemáticas em que os gestos ostensivos são utilizados pelo professor para favorecer a aprendizagem

Justificativa

O interesse pelo pensamento de Wittgenstein é notório no campo da filosofia da linguagem e da filosofia da matemática, vindo recentemente a ter suas repercussões no campo da educação matemática, sobretudo na linha de pesquisa da linguagem matemática. Como expus acima, algumas pesquisas, apesar de ter as formulações de Wittgenstein como referencial teórico, não se debruçam diretamente sobre os problemas de linguagem, para compreender em que medida a linguagem matemática e as técnicas linguísticas envolvidas com ela, interferem na práxis da aula de matemática. Assim, fica evidente a escassez de investigações dos fenômenos da linguagem em situações de ensino da matemática.

Nessa direção, a presente pesquisa procura aliar-se às pesquisas que tem como foco problemas relacionados à linguagem matemática, oferecendo uma interpretação sobre os processos (linguísticos) envolvidos na apresentação e na compreensão de conceitos matemáticos, uma vez que ela focaliza um

procedimento linguístico fundamental para o esclarecimento de como se dá a constituição de significados no âmbito da matemática escolar.

Além da contribuição como acervo para o campo da educação matemática, a pesquisa pode ter implicações para a prática pedagógica dos professores no campo profissional, pois esses poderão identificar a dinâmica da aprendizagem matemática que se desenvolve a partir da utilização dos gestos ostensivos do professor e ter elementos para pensar, de outra perspectiva, suas práticas de ensino.

Prioridade e relevância

Apesar dos diversos estudos sobre a temática da linguagem matemática, ou mais especificamente sobre pesquisas que tratam de problemas de linguagem em que a filosofia de Wittgenstein é utilizada como referencial teórico, não identifiquei na literatura, pesquisas que se debrucem sobre o tema da utilização dos gestos em situações de ensino de matemática como técnicas linguísticas que podem favorecer o ensino e a compreensão. Esta pesquisa chama a atenção para esse tema.

Espero que os resultados deste estudo possam oferecer compreensões sobre a apresentação e a compreensão de conceitos matemáticos, com a possibilidade de alcançar os professores no campo profissional, e de lhes oferecer subsídios para balizar, de alguma maneira, suas ações.

Interesse pessoal e comprometimento com a investigação

Minha trajetória profissional está ligada diretamente ao tema desta investigação, no sentido de que ela responde ao meu interesse pessoal gerado por circunstâncias que despertaram a curiosidade para aprofundar as reflexões sobre a linguagem que é mobilizada em situações de ensino.

A preocupação com problemas de ensino e de aprendizagem relacionados às linguagens utilizadas pelos interlocutores, sobretudo aqueles relacionados à

linguagem matemática tem me acompanhado desde as primeiras experiências como docente, porém, a curiosidade se aguçou após minha primeira experiência como pesquisador depois do ano de 2008. A partir daí, foi se delineando a presente pesquisa que encontrou ressonância no campo da Educação Matemática. Nesse sentido, creio que a produção e inserção desta pesquisa no acervo da área, pode trazer ganhos para o meu desenvolvimento como pesquisador e educador matemático.

Organização da tese

Imerso na problemática apresentada, delimitada pelo problema de pesquisa e do objetivo geral desta tese, procuro dar resposta à indagação e, nesse sentido, procuro discutir a utilização dos gestos ostensivos wittgensteinianos no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos. A tese está organizada em três capítulos em que procuro mostrar como o conceito de ostensão é entendido em cada fase do pensamento de Wittgenstein e a função desse recurso linguístico na constituição do sentido, procurando evidenciar por meio de exemplos como os gestos interferem na explicação e na compreensão de conceitos matemáticos.

No primeiro capítulo, apresento elementos biográficos que mostram a forte relação entre a vida e a obra de Wittgenstein que sugerem uma influência tanto dos seus escritos nas decisões da vida, quanto o germe da elaboração de conceitos que viriam a ser fundamentais na sua filosofia posterior que foram talhados em função da sua decisão de se engajar com questões sociais e pedagógicas. A apresentação desses elementos tem a finalidade de contextualizar a apresentação dos conceitos fundamentais da filosofia madura, tais como jogos de linguagem e semelhanças de família, que tem forte relação com o objeto de estudo desta investigação e, nesse sentido, são fundamentais para a minha argumentação. Ainda apresento em termos gerais uma discussão sobre a ostensão que visa anunciar os temas que serão desenvolvidos nos próximos capítulos.

No capítulo 2, discuto de maneira mais específica a noção de definição ostensiva em que procuro evidenciar sua relação com os conceitos de significação, de explicação, de compreensão, etc., com a finalidade de apresentar argumentos que evidenciem a importância da definição ostensiva na constituição de sentidos no âmbito da matemática escolar.

No terceiro capítulo discorro sobre a utilização de gestos ostensivos na atividade de ensino de conceitos matemáticos. A finalidade é evidenciar que os gestos ostensivos são técnicas linguísticas importantes para a explicação e para a compreensão de conceitos, de regras e de técnicas matemáticas, pois têm a função de estabelecer ligações internas de sentido entre signos, sendo assim, elementos essenciais para o ensino e para a aprendizagem.

CAPÍTULO 1

A FILOSOFIA DE WITTGENSTEIN E A OSTENSÃO

Nossos claros e simples jogos de linguagem não são estudos preparatórios para uma futura regulamentação da linguagem, — como que primeiras aproximações, sem considerar o atrito e a resistência do ar. Os jogos de linguagem figuram muito mais como *objetos de comparação* que, através de semelhanças e dessemelhanças, devem lançar luz sobre as relações da nossa linguagem (IF, §130).

– Ludwig Wittgenstein –

Neste capítulo discuto alguns conceitos fundamentais da filosofia de Wittgenstein, tais como *jogos de linguagem* e *semelhanças de família* em que procuro evidenciar a relação desses conceitos à ostensão. A finalidade é refletir sobre a maneira como o gesto ostensivo é interpretado pelo filósofo na fase madura e como o conceito de ostensão é usado por Wittgenstein tanto para empreender sua crítica ao sistema referencial da linguagem, quanto para apresentar e discutir os novos conceitos fundamentais de sua filosofia.

Nesse sentido, procuro evidenciar o entendimento de Wittgenstein em relação ao gesto ostensivo na primeira fase de seu pensamento, embora o termo definição ostensiva (ou termo correlato) não apareça de maneira explícita no *Tractatus Logico-Philosophicus*, sua primeira obra, em que apresenta uma figurativa da linguagem, onde uma proposição com sentido é a que representa um fato do mundo. Em seguida exponho a concepção de ostensão que ele passou a ter na fase madura, cujas ideias podem ser encontradas nas investigações filosóficas, onde sua concepção de significado proposicional foi substituída pela ideia de que o significado de uma proposição é o conjunto de usos que podem ser feitos dela. A forma como o conceito de ostensão se relaciona a essas concepções será o fio condutor das discussões a seguir.

1.1. Algumas considerações sobre a vida e a obra de Wittgenstein

Nessa seção farei um relato sobre a vida e obra de Wittgenstein, com o objetivo de situar de alguma maneira o objeto de estudo desta investigação, levando em conta que, segundo muitos comentadores, tanto a vida quanto a obra de Wittgenstein, foram marcadas por rupturas, o que, para comentadores de sua obra, é uma evidência de que as circunstâncias de vida podem ter influenciado sua postura filosófica e suas formulações e também sua própria obra tenha influenciado suas escolhas na vida pessoal, por exemplo, de acordo com Moreno (2000), as circunstâncias de vida serviram de motivação para o jovem filósofo assumir a postura ética filosoficamente exemplar proposta no *Tractatus*, como ajudar pessoas carentes vítimas da guerra. Assim, procuro mostrar fatos de sua vida que podem ter relação com a mudança de perspectiva em relação a afirmações de sua filosofia da juventude e evidências de que as mudanças posteriores foram fomentadas, em parte, por experiências que o jovem Wittgenstein passou.

Ludwig Josef Johan Wittgenstein nasceu em Viena, em 26 de abril de 1889. Seu pai era dono de uma indústria de ferro e aço e sua mãe era filha de um banqueiro vienense. A família Wittgenstein pertencia à alta burguesia e, tinha ascendência judaica, porém, a família havia se convertido ao protestantismo em meados de 1835, por iniciativa de seu avô paterno, o que, provavelmente deve ter influenciado a educação do jovem Ludwig. Aliás, sua educação até a idade de 14 anos aconteceu no interior da sua casa e, somente após esse período foi enviado por seus pais para estudar em uma escola em Lins, a Realschule¹, na região montanhosa da Áustria, onde a educação enfatizava o ensino da matemática e da física (STRATHERN, 1997).

Depois de um período de três anos em Lins, Wittgenstein foi estudar Engenharia Mecânica na Escola Técnica Superior, em Charlottenburg, em Berlim e após esse período, mudou-se para a Inglaterra para estudar Engenharia na Universidade de Manchester, onde se dedicou durante três anos a pesquisas aeronáuticas, chegando a projetar um motor a jato e um propulsor, porém, seu

¹ Segundo Strathern (1997), Hitler frequentou essa escola na mesma época e tinha a mesma idade de Wittgenstein, mas eles não chegaram a estudar na mesma turma porque Wittgenstein foi colocado num nível acima de seu grupo etário.

interesse pela matemática e posteriormente pelos fundamentos da matemática acabou o afastando dessa área. Após ler os *Princípios da Matemática* de Bertrand Russell, decidiu abandonar a Engenharia e passou a estudar Lógica sob a orientação de Russell no Trinity College, em Cambridge. O abandono da Engenharia e a imersão nos estudos de Lógica ocorreram no ano de 1912 e, seis anos depois, em 1918 Wittgenstein terminou de escrever o *Tractatus Logico-Philosophicus*, publicado somente em 1921 nos *Anais de Filosofia Natural* e no ano seguinte foi publicada uma tradução inglesa com o título latino, com qual a obra ficaria mais conhecida e consagrada (ibidem).

No *Tractatus*, o filósofo apresenta uma teoria figurativa da linguagem em que uma proposição tem sentido quando representa um fato do mundo. Essa proposição pode ser decomposta em outras proposições até chegar a proposições que não podem mais ser analisadas, que são as proposições elementares, ou atômicas. O sentido das proposições complexas é assegurado pela correspondência das proposições elementares com os fatos do mundo. Sabemos que após a publicação dessa obra, Wittgenstein modificou radicalmente sua concepção de significado proposicional (GOTTSCHALK, 2012). Mas o que teria levado o filósofo a mudar o rumo de suas formulações além das possíveis influências teóricas?

Em 1920, após um período de dois anos em que ocorreram episódios difíceis na vida pessoal de Wittgenstein, como o suicídio de seu irmão Kurt no *front* de batalha da primeira grande guerra, a morte de um tio e de seu amigo David Pinsent, a quem foi dedicado o *Tractatus Logico-Philosophicus* e sua prisão pelos italianos, ele decide adotar um estilo de vida simples, marcada pelo desinteresse pelo dinheiro e pela generosidade às pessoas necessitadas, sobretudo vítimas da guerra. Nesse período ele se desfez de sua fortuna, herdada por ocasião da morte de seu pai, em 1912 e tornou-se professor primário, lecionando para filhos de camponeses em três vilarejos do interior da Áustria (MORENO, 2000). Para muitos comentadores da sua obra, essa experiência docente pode ter contribuído significativamente para a reformulação de seu pensamento sobre as relações entre linguagem, pensamento e o mundo. Segundo Gottschalk (2012, p.50)

De fato, no final da década de vinte, Wittgenstein não via mais o sentido de uma proposição como resultado da relação isomórfica entre seus constituintes e os constituintes do fato representado, ou afigurado (*abbildet*), mas como o conjunto de *usos* que fazemos dela.

De fato, podemos confirmar essa asserção em obras do período intermediário, como os *Cadernos Azul e Marrom* e a *Gramática Filosófica*, escritas após seu retorno à Cambridge, em 1929, quando recebe o título de doutor com o *Tractatus*. Ainda segundo Gottschalk (2012), a experiência docente de Wittgenstein pode ter sido fundamental também para o surgimento de dois conceitos centrais da sua filosofia posterior: o conceito de *jogo de linguagem* e o de *semelhanças de família*. Estou enfatizando essas hipóteses por considerar que os conceitos de *jogo de linguagem* e de *semelhanças de família*, assim com a concepção de que a significação de uma palavra é seu *uso* na linguagem, são fundamentais para a discussão do objeto de estudo desta investigação, na medida em que o conceito de ostensão está inserido nas reflexões da filosofia madura de Wittgenstein, pois o gesto ostensivo tem um papel fundamental no esclarecimento de como ocorre a constituição de sentidos.

O período em que Wittgenstein se dedicou ao magistério se encerrou em 1926, mas, ainda passou um período de três anos sem se dedicar à atividade filosófica: tentou entrar para vida monástica, trabalhou como ajudante de jardineiro para os monges de Hütteldorf e trabalhou no projeto de uma casa para sua irmã e ainda se dedicou à escultura. Permaneceu em Cambridge até 1936, quando foi morar em uma cabana na Noruega, onde começou a escrever as *Investigações filosóficas*, retornando à Cambridge dois anos depois, assumindo a cadeira de filosofia de G. E. Moore (1873-1958) (IF, P.8).

Durante a segunda guerra mundial, Wittgenstein trabalhou como porteiro no Guy's Hospital, sendo transferido depois para Newcastle, onde trabalhou como ajudante de laboratório de pesquisas clínicas até 1944. No ano de 1947 renunciou ao cargo de professor de Filosofia em Cambridge para se dedicar a produção das *Investigações filosóficas*. Ainda viveu por um tempo na Irlanda e passou um período de três meses nos Estados Unidos. Ao retornar para a Inglaterra, descobriu que estava com câncer e em 1950 viajou para Viena para visitar sua família. No ano seguinte foi morar na casa de seu médico, em Cambridge e se

dedicou intensamente a seu trabalho. Em 27 de abril de 1951 seu estado de saúde se agravou e Wittgenstein morreu dois dias depois (ibidem).

Retornarei agora ao período de seis anos (1920-1926) em que Wittgenstein foi professor primário na zona rural austríaca para fazer uma análise de como essa experiência pode ter influenciado a formulação das ideias que viriam a compor sua filosofia posterior. Não pretendo fazer uma análise minuciosa a respeito dessa influência, mas apenas contextualizar a mudança de perspectiva e evidenciar a relação dos conceitos fundamentais da filosofia de Wittgenstein com o objeto de estudo desta investigação.

De acordo com o que expus acima, Wittgenstein mudou suas concepções de filosofia, de linguagem e de significado após retomar a atividade filosófica em 1929 e que suas antigas concepções podem ter começado a se transformar no período em que ele se deparou com questões pedagógicas quando lecionou para crianças no interior da Áustria. Mas o que aconteceu durante esse período que possa ter influenciado o jovem filósofo a tomar um novo rumo na elaboração de suas ideias? Segundo Gottschalk (2012), questões que interessam ao profissional de educação como, por exemplo, saber se o aluno compreendeu determinado conteúdo explicado pelo professor podem ter levado o jovem Wittgenstein a reconsiderar o que ele havia apresentado no *Tractatus Logico-Philosophicus*. Nesse sentido, procurarei expor, nesta seção, aspectos da atuação de Wittgenstein como professor e o contexto em que ocorreu sua experiência docente, no sentido de identificar a origem de suas novas ideias.

Um fato a ser destacado é a forte relação da vida e da obra do filósofo, na medida em que sua decisão de se tornar professor primário se deve, em parte, ao abandono da atividade filosófica, em função de suas primeiras formulações:

O *Tractatus* foi escrito na forma de aforismos, e termina misteriosamente com os seguintes dizeres: “Sobre aquilo de que não se pode falar, deve-se calar”. Em outras palavras, apenas as proposições das ciências empíricas poderiam ser enunciadas com sentido, uma vez que o critério de sentido de uma proposição seria as possibilidades de sua correspondência com um fato do mundo. Conseqüentemente, todas as demais proposições, como as da ética, estética, religião e inclusive da própria filosofia seriam sem sentido, por não designarem nenhum fato do mundo, além de absurdas, por não serem logicamente articuladas. Assim, enquanto filósofo,

Wittgenstein não teria mais o que dizer após o *Tractatus*. (GOTTSCHALK, 2012, p.51)

Nesse sentido, podemos ver que suas formulações o levaram a tomar decisões na vida na mesma medida em que as circunstâncias de vida influenciaram sua obra, pois, a decisão de se tornar professor trata-se, antes de qualquer outra coisa, de uma decisão filosófica.

É como se Wittgenstein procurasse alcançar a situação, evocada no *Tractatus*, daquelas “pessoas para as quais, após longas dúvidas, o sentido da vida se fez claro...” tornando-se, por isso, incapazes de dizer algo sobre esse sentido (6.521). Eis um bom exemplo de relação interna entre vida e obra – ou melhor, de uma relação que não deve ser reduzida a ligações externas ou causais –, a saber, os resultados da obra dando sentido às decisões da vida. (MORENO, 2000, p.47)

Assim, focarei agora elementos que reforcem a tese de que a mudança de perspectiva em relação aos temas centrais do *Tractatus*, assim como o esboço de alguns conceitos fundamentais de sua filosofia tardia, surgiu durante o período de magistério no campo, como por exemplo, o relato de um experimento narrado por um de seus antigos alunos do vilarejo de Trattenbach, que segundo Moreno (2000, p. 48), apresenta de forma embrionária as noções de “jogo de linguagem” e de linguagem como uma “forma de vida”: o experimento consistia em isolar duas crianças que não tinham aprendido a falar e uma mulher que também não falava e observar se as crianças aprenderiam uma linguagem primitiva ou se inventariam uma nova linguagem. Outro elemento a ser destacado é o conceito de significação, que como dissemos acima, no final dos anos vinte, Wittgenstein não considerava mais a significação de uma proposição em termos de *afiguração*, mas, como o conjunto de *usos* que fazemos dela. Nesta análise, nos interessa esclarecer elementos que nos coloque na direção da gênese dessa mudança.

Wittgenstein ingressou no magistério em um momento de implantação de um novo Programa de Reforma Escolar, dirigido por Otto Glöckel, que defendia a ideia de desenvolver a iniciativa pessoal do aprendiz e o jovem professor aderiu aos princípios do Programa (MORENO, 2000, p. 45-46). Segundo Gottschalk (2012)

Em todas as escolas em que trabalhou seguia à risca, sob certos aspectos, os princípios da reforma, no sentido de que oferecia um ensino que incentivava a participação ativa de seus alunos, através de trabalhos manuais e integração dos conteúdos. Por exemplo, juntava cuidadosamente esqueletos de pequenos animais para usar nas aulas de zoologia elementar e de história natural. Construía também modelos sofisticados de máquina a vapor, polias e outros mecanismos. Organizava excursões a outros locais, saídas que eram recomendadas pelo programa da reforma de Glöckel. Todas estas atividades condiziam com os dois grandes princípios da reforma: atividade pessoal (*selbstätigkeit*) e educação integrada (Bartley, 1978, p.93). Mas em meio a todas estas atividades, Wittgenstein se empenhou particularmente na elaboração de um dicionário ortográfico junto às crianças nas escolas em que lecionou, atividade que irá transcender, como se verá em seguida, uma mera preocupação pedagógica (GOTTSCHALK, 2012, p.52).

Wittgenstein tomou a decisão de elaborar junto com os alunos o dicionário em função do princípio de “atividade pessoal”, mas também por que ele mesmo criticava os dicionários tradicionais, por achar que eles eram inadequados para ensinar gramática e ortografia, então, orientava os alunos a coletarem palavras que usavam em casa, na escola e em suas redações e essas listas de palavras eram corrigidas e depois ficavam a disposição dos alunos. Segundo Arley Moreno:

O dicionário que Wittgenstein elaborou com seus estudantes utilizava o próprio dialeto regional para explicar a gramática; é um dicionário que emprega tanto o alemão vernacular quanto o dialeto efetivamente falado pelas crianças. Vemos aqui também, em germe, um dos temas importantes a ser elaborado após o *Tractatus*: A significação das palavras é relativa à forma pela qual a significação é ensinada, pelos exemplos que a introduzem e pelas aplicações que dela fazemos (MORENO, 2000, p.48-49).

Podemos ver claramente a noção de uso e de familiaridade como critérios para a escolha das palavras e a ideia de que a significação de uma palavra é dada pelas aplicações que são feitas dela em um contexto. Assim, há evidências de que os conceitos fundamentais de sua nova maneira de pensar tenham sido talhados sob a influência da experiência docente e dos princípios da reforma curricular, na medida em que me parece que a noção de uso e de familiaridade

com as palavras (que foram influenciadas pelo princípio de “incentivar a atividade pessoal”) levaram o jovem Wittgenstein a considerar as atividades envolvidas com a linguagem como parte do sentido da palavra. Encontram-se aí, de maneira embrionária, os conceitos fundamentais da filosofia posterior de Wittgenstein, que é o que discutirei a seguir.

1.2. Aspectos gerais da filosofia de Wittgenstein

Para parte dos intérpretes de Wittgenstein, seu pensamento sofreu profunda transformação após a formulação do *Tractatus Logico-Philosophicus*, podendo ser identificadas duas fases bem distintas em sua filosofia. Segundo esses autores, a ruptura com a tradição filosófica pode ser identificada nas obras posteriores ao *Tractatus* na forma de reflexões sobre vários temas em que começa a ser apresentada uma configuração que rompeu com a perspectiva *Logicista* presente nesta primeira etapa, cujo ápice dessa nova perspectiva pode ser encontrado nas *Investigações filosóficas*.

Moreno (2000, p. 54-55) nos oferece uma interpretação um pouco diferente: as *Investigações filosóficas* se distanciam do *Tractatus*, porém toma-o como ponto de apoio, discutindo as mesmas questões e fazendo a *terapia* das soluções propostas anteriormente e aprofundando-as. Quase todas as novas ideias do filósofo austríaco têm origem em questões formuladas na obra inicial. Nesse sentido, a ideia de ruptura se enfraquece, dando espaço para pensarmos em continuidade. Para o autor, não seria adequado afirmar a existência de dois sistemas radicalmente distintos. “Todas as mudanças podem, com efeito, ser interpretadas com referência a um mesmo conjunto de questões presentes no *Tractatus* e é a partir desse núcleo comum que se articulam as duas fases de seu pensamento” (idem, p.54). Segundo Moreno (2012, p. 83):

Wittgenstein organizou a parte inicial do álbum em torno e na sequência de dois temas complementares, herdados do *Tractatus*, que são dois aspectos do processo de organização linguística da experiência através de atribuição de nomes. Em primeiro lugar, o tema dos pontos de contato entre a linguagem e a realidade, ou as antenas com que a proposição toca a

realidade (Tr.2.1515), e, em segundo lugar, o da natureza e constituição da significação proposicional. Esses temas são retrabalhados nas *Investigações*, nessa mesma sequência, sob a forma do ensino ostensivo das palavras (hinweisendes Lehren der Wörter), ou adestramento (Abrichtung), e do esclarecimento ostensivo, ou definição (hinweisende Erklärung'oder 'Definition) (IF § 6).

Na parte inicial das *Investigações filosóficas* vemos o filósofo retomar esses temas fazendo a *terapia* de questões conceitualmente confusas herdadas da velha maneira de pensar, a partir da citação de um trecho das *Confissões* de Santo Agostinho em que é apresentada a concepção de linguagem que será alvo de suas críticas. Nesta obra fica evidente a perspectiva abandonada, uma vez que suas teses são tomadas como ponto de partida para a apresentação da nova perspectiva.

Ao abandonar a perspectiva *logicista*, Wittgenstein afirma que suas formulações nesta fase eram insatisfatórias para dar conta do esclarecimento de tudo o que podemos chamar de linguagem, ou por outras palavras, que a linguagem concebida na velha maneira de pensar é a representação de uma linguagem mais primitiva do que a nossa. No prefácio das *Investigações filosóficas* o autor relata:

Há quatro anos, porém, tive oportunidade de reler meu primeiro livro (o *Tractatus Logico-philosophicus*) e de esclarecer seus pensamentos. De súbito, pareceu-me dever publicar juntos aqueles velhos pensamentos e os novos, pois estes apenas poderiam ser verdadeiramente compreendidos por sua oposição ao meu velho modo de pensar, tendo-o como pano de fundo. [...] tive que reconhecer os graves erros que publicara naquele primeiro livro. (IF, p.26).

Nos primeiros aforismos das *Investigações*, o filósofo nos expõe o que ele considera como este grave erro na crítica direcionada a concepção referencial da linguagem, tendo como pano de fundo a essência desta concepção, evidenciada por meio de exemplos em que o gesto ostensivo seria o veículo fundamental do ensino e do aprendizado da linguagem, na medida em que nessa perspectiva, os elos básicos entre a linguagem e o mundo são simples relações bipolares de denominação, a saber:

“as palavras da linguagem denominam objetos – frases são ligações de tais denominações. – nesta imagem da linguagem encontramos as raízes da ideia: cada palavra tem uma significação. Esta significação é agregada à palavra. É o objeto que a palavra substitui”. (IF, §1).

Ou seja, nesta maneira de pensar, a significação de uma palavra seria efetivada pelo gesto de *mostrar* cada objeto lhe atribuindo um nome. Por esse motivo, Wittgenstein procura evidenciar que as relações bipolares de denominação não são tudo o que podemos chamar de linguagem e, nesse sentido, o gesto ostensivo perde sua proeminência na fase madura, dando lugar aos *jogos de linguagem* como constituintes da relação denominação e conseqüentemente da relação linguagem-mundo, porém o gesto ostensivo não deixa de ser um caso paradigmático importante de tais ligações, já que “é um instrumento linguístico que nos permite estabelecer uma ligação (interna) entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos” (GOTTSCHALK, 2004, p. 317).

Segundo Hintikka (1994, p.238) Wittgenstein continuou a considerar a importância da ostensão após ter percebido que as relações bipolares eram insuficientes como uma base da semântica, porque ele julgava que “uma definição ostensiva bem sucedida poderia dar ao receptor a regra para o uso da palavra a ser definida, ou pelo menos uma parte importante dessa regra”. Essa era a sua posição durante o período intermediário de sua filosofia.

Por influência de Bertrand Russell e de Gottlob Frege, o jovem Wittgenstein formulou a filosofia tractariana, que se coaduna com a concepção descrita acima, em que a linguagem é entendida como o “conjunto de formas lógicas proposicionais possíveis, ou melhor, de todas as formas proposicionais que permitem representar significativamente os fatos” (MORENO, 2000, p. 27), ou seja, haveria um paralelismo completo entre os fatos do mundo e as estruturas da linguagem.

Já na fase posterior, a linguagem funciona em seus *usos*, não sendo relevante apenas averiguar os significados das palavras, mas focar suas funções práticas, que são múltiplas e variadas, constituindo múltiplas linguagens. Resumidamente, o que costumamos chamar de linguagem é, nessa fase, a conjunção da linguagem e das atividades com as quais ela está interligada, ou

seja, a significação se dá no uso que se faz da palavra dentro de um contexto social (IF, §43).

Nessa nova fase, em vez de fundar sua filosofia sobre idealizações abstratas, elege a prática humana como ponto de partida e foco principal do seu novo modo de pensar e que passa a nortear a sua prática filosófica. Assim, o que caracteriza suas formulações sobre teses filosóficas que pretendem ter um fundamento último é a dissolução desses supostos fundamentos através da *terapia filosófica*, que consiste em “mostrar que não há um fundamento único, extralinguístico, de natureza especial, da significação e do comportamento significativo, mas, antes, uma diversidade de práticas, mescladas com a linguagem” (MORENO, 2005, p.287). Nestes termos é que o filósofo austríaco passa a falar em *jogos de linguagem*. As especificidades de cada jogo de linguagem se constituem em diferentes práticas sociais – nas *formas de vida* – e as suas regras se constituem e se transformam em seus usos em diferentes contextos.

1.3. Conceitos fundamentais da filosofia madura de Wittgenstein

Como foi esboçado anteriormente, após a mudança de perspectiva em seu pensamento no que diz respeito às relações biunívocas de denominação, Wittgenstein ainda considerava que as definições ostensivas exerciam um papel importante para dar ao aprendiz as *regras* fundamentais para o uso de uma palavra e, nesse sentido, as regras passam a ocupar um lugar de destaque nas formulações do filósofo durante o período intermediário. Segundo Hintikka (1994) essa posição de Wittgenstein se difere tanto do período anterior, em que a ostensão era tida como o principal veículo de viabilização da relação linguagem-mundo, quanto do posterior, em que tanto a ostensão quanto as regras são subordinadas aos *jogos de linguagem*. Essa mudança de perspectiva está apoiada no fato de que:

O aprendizado da linguagem não consiste, a despeito de Santo Agostinho e do autor do *Tractatus*, numa série de aquisições de vários nomes para diferentes entidades. Ele consiste em

aprender aqueles jogos de linguagem que exercem o papel de mediadores das relações palavra-objeto. Ensinar esses jogos, logicamente falando, assemelha-se mais a adestrar o aprendiz numa nova habilidade do que a lhe transmitir definições de palavras e de expressões, sejam elas verbais ou não (idem, p.278).

Nesse sentido, apesar de não negar a existência e a importância das relações de denominação, o filósofo introduz uma interpretação mais consistente das relações entre a linguagem e os fatos do mundo, colocando os jogos de linguagem como a base dessas relações, na medida em que aprender uma linguagem consiste em aprender uma técnica (ou habilidade) para jogar esses jogos. Por outro lado, o gesto ostensivo ainda é enfatizado como um recurso linguístico de ligação entre uma palavra e um objeto, porém, é o jogo de linguagem no qual esse gesto ocorre que determina o significado da palavra. Nestes termos é que aprender se assemelha mais a dominar uma técnica do que aprender o nome de objetos no sentido agostiniano.

Segundo Gottschalk (2004):

Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. Com o conceito de “jogo de linguagem” Wittgenstein esclarece como atribuímos significado às nossas palavras. Segundo ele, estas só adquirem significados quando operamos com elas, portanto, dentro de um jogo de linguagem, que seria para Wittgenstein, a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais vem entrelaçada. A palavra jogo vem ressaltar as diversas atividades com as quais a linguagem se vincula (p.318).

Assim, Wittgenstein empreende sua crítica à concepção referencial da linguagem, na medida em que o significado das palavras ocorre apenas no interior dos diversos jogos de linguagem, não em entidades extralinguísticas como fundamento para o significado. A palavra divisão no interior do jogo de linguagem da aritmética tem um sentido bem específico, pressupondo a obtenção de partes iguais como resultado, já em outro jogo de linguagem, como o da divisão silábica,

o conceito de divisão adquire outro sentido, apesar de guardar semelhança no que diz respeito à separação do todo em partes, ou seja, as práticas ligadas à linguagem é que determinam o significado. Com exemplos dessa natureza, em que uma palavra é usada de várias maneiras de acordo com o contexto do jogo de linguagem, Wittgenstein nos mostra que podemos evitar os problemas da concepção referencial da linguagem, como procurar por objetos extralinguísticos que seriam o significado das palavras.

O filósofo começa a empreender sua crítica ao conceito filosófico agostiniano da significação a partir do seguinte exemplo:

Pensemos numa linguagem para a qual a descrição dada por Santo Agostinho seja correta: a linguagem deve servir para o entendimento de um construtor A com um ajudante B. A executa a construção de um edifício com pedras apropriadas; estão à mão cubos, colunas, lajotas e vigas. B passa-lhe as pedras, e na sequência em que A precisa delas. Para esta finalidade, servem-se de uma linguagem constituída das palavras “cubos”, “colunas”, “lajotas”, “vigas”. A grita essas palavras; – B traz as pedras que aprendeu a trazer ao ouvir esse chamado. – Conceba isso como linguagem totalmente primitiva. (IF, §2).

O filósofo identifica confusões conceituais e submete-as ao método terapêutico, que consiste em dissolvê-las, evidenciando assim a limitação da concepção referencial da linguagem. De acordo com o seu argumento, o exemplo descreve um sistema de comunicação, porém, esse sistema só é válido para esse domínio estritamente delimitado, não para tudo o que podemos chamar de linguagem (§ 3), como pretendia seu interlocutor e acrescenta que, afirmar que todas as linguagens se enquadram nesse modelo, seria como explicar que:

“Jogar consiste em empurrar coisas, segundo certas regras, numa superfície...” – e nós lhe respondêssemos: “Você parece pensar nos jogos de tabuleiro, mas nem todos os jogos são assim. Você pode retificar sua explicação, limitando-a expressamente a esses jogos” (IF, §3).

Com essa primeira comparação da linguagem à noção de jogo, Wittgenstein dá o primeiro golpe na concepção referencial da linguagem, na medida em que assim como os jogos são múltiplos e não podem ser abarcados

por uma essência, não há uma essência da linguagem humana, em que as palavras da linguagem denominam objetos e cada palavra tem uma significação. Assim, Wittgenstein não deixa alternativa ao seu interlocutor senão a de também limitar seu conceito filosófico da significação assim como o faria com sua explicação sobre “o que é jogar”. Para Wittgenstein, essa compreensão da significação se aplicaria apenas para substantivos e não para as demais espécies de palavras.

Com objetivo de abranger a discussão no sentido de evidenciar a finalidade e o funcionamento das palavras na nossa linguagem, Wittgenstein, apesar de reconhecer que tais formas primitivas de linguagem são recorrentes entre as pessoas, afirma que são apenas um exemplo do que ele conceituará adiante como *jogos de linguagem*. No aforismo 6 o filósofo argumenta que:

Podemos nos representar que a linguagem no § 2 é *toda* a linguagem de A e B; na verdade, toda a linguagem de um povo. As crianças são educadas para executar essas atividades, para usar essas palavras ao executá-las, a para reagir *assim* às palavras dos outros.

Uma parte importante desse treinamento consistirá no fato de que quem ensina mostra os objetos, chama a atenção da criança para eles, pronunciando então uma palavra, por exemplo, a palavra “lajota”, exibindo essa forma. (Não quero chamar isso de “elucidação ostensiva” ou “definição”, pois na verdade a criança ainda não pode *perguntar* sobre a denominação. Quero chamar de “ensino ostensivo das palavras”. Digo que formará uma parte importante do treinamento, porque isso ocorre entre os homens; e não porque não se poderia representar de outro modo.) Esse ensino ostensivo das palavras, pode-se dizer, estabelece uma ligação associativa entre a palavra e a coisa: mas o que significa isso? Ora, isso pode significar coisas diferentes; no entanto, pensa-se logo no fato de que, quando a criança ouve a palavra, a imagem da coisa surge perante seu espírito. Mas se isso acontece – é essa a finalidade da palavra? – Sim, pode ser a finalidade. – Eu posso imaginar um tal emprego de palavras (série de sons). (Pronunciar uma palavra é como tocar uma tecla no piano da representação.) Mas na linguagem no § 2, não é finalidade das palavras despertar representações. (Pode-se certamente achar que isso é útil para a finalidade verdadeira.)

Mas se isso efetiva o ensino ostensivo, – devo dizer que efetiva a compreensão da palavra? Não compreende a palavra “lajota” aquele que age de acordo com ela? Isto ajudou certamente a produzir o ensino ostensivo; mas na verdade apenas junto com uma lição determinada. Com outra lição, o mesmo ensino

ostensivo dessas palavras teria efetivado uma compreensão completamente diferente.

Nesse parágrafo das *Investigações filosóficas* Wittgenstein apresenta os principais enunciados da concepção referencial da linguagem (que serão refutados) e coloca como elemento central da crítica a ideia de significação segundo o modelo de representação, tendo o gesto ostensivo como instrumento de ligação entre a palavra e seu significado (o objeto apontado), na medida em que na concepção agostiniana, o gesto ostensivo é que estabeleceria uma ligação associativa entre a palavra e coisa e que a imagem da coisa surgiria na mente do aprendiz quando este ouvisse a palavra. Muitos pressupostos são enunciados e questionados *a priori*, tais como a ideia de significação segundo o modelo de representação, segundo a qual o significado de nossas expressões linguísticas seria algo independente da própria linguagem, que desemboca na ideia de que haveria uma essência por trás da multiplicidade de usos em situações empíricas de determinados conceitos.

O filósofo argumenta primeiramente que o sistema de comunicação entre o construtor e seu ajudante não é toda a linguagem que eles poderiam utilizar, nem tampouco “toda a linguagem de um povo”. Ele pondera que o gesto ostensivo é utilizado para ensinar as crianças a usar certas palavras na execução de certas atividades e para reagir de determinada maneira às palavras das outras pessoas, mas que o gesto é apenas parte do treinamento, e que a compreensão tem forte relação com uma lição determinada. Assim, Wittgenstein prepara o terreno para lançar os conceitos fundamentais de sua nova maneira de pensar na medida em que evidencia que a linguagem está atrelada a certas atividades. Ai está esboçado o conceito de jogos de linguagem que ele apresentará no aforismo seguinte como “o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada” (§7).

Ele irá dizer que o sistema de comunicação entre o construtor e seu ajudante, em que um enuncia as palavras e o outro age de acordo com elas é uma atividade linguística distinta de uma lição de linguagem, em que o que aprende denomina os objetos, repetindo a palavra quando o professor os aponta, ou seja, são linguagens semelhantes e ensinadas por meio do mesmo recurso linguístico (o gesto ostensivo), mas estão atreladas a atividades distintas,

portanto, apesar de manter semelhanças entre as expressões linguísticas mobilizadas, são jogos de linguagem distintos. Aqui é introduzido outro conceito fundamental da filosofia madura de Wittgenstein, a noção de *formas de vida*, que procura enfatizar que o significado também está atrelado à atividade com que a linguagem está interligada.

No aforismo oito o filósofo acrescenta ao exemplo uma série de palavras que teriam emprego distinto de um substantivo, tais como se emprega os numerais em uma frase²; além disso, as palavras “ali” e “isto”, que são usadas combinadas com um movimento indicativo da mão e ainda uma quantidade de modelos de cores (p.30, § 8). O construtor, ao solicitar ao seu ajudante os materiais, pronunciará uma frase que é a combinação de palavras, cujo significado de acordo com a concepção agostiniana deve corresponder aos objetos, por exemplo, “cinco lajotas vermelhas ali!”, acompanhada de um gesto indicativo.

O filósofo argumenta: quando a criança aprende esta linguagem, deve aprender a série de numerais um, dois, três, etc., incluirá a aprendizagem dessa série um ensino ostensivo das palavras? No sentido de substituir a palavra pelo objeto? Para o que se aponta quando ensinamos o significado dos numerais? Nesse contexto, os numerais não servem para contar, mas para referir-se a grupos de objetos apreensíveis pelos olhos. Nesse ponto está o argumento a favor do significado como uso, ou seja, o significado consiste em como a palavra é aplicada em um jogo de linguagem e, nesse sentido, dependendo do jogo de linguagem, a palavra adquire diferentes funções assim como ferramentas tais como martelo, serra, chave de fenda, etc., tem diferentes funções “(E há semelhanças aqui e ali.)” (§11). Assim, Wittgenstein chama a atenção para os diferentes empregos das palavras e para o fato de que esses usos são ensinados no âmbito do jogo de linguagem em que ocorrem. Com a expressão “jogo de linguagem”, Wittgenstein procura enfatizar o papel que nossas formas de vida têm na utilização das palavras.

² Na frase “cinco maçãs vermelhas”, por exemplo, a palavra “cinco” não tem um objeto que possa ser apontado para definir o significado da palavra nos termos da concepção agostiniana. Nesse exemplo Wittgenstein assevera: o significado da palavra cinco é evidenciado pelo uso da palavra na situação (IF, §1).

No aforismo 23 Wittgenstein apresenta alguns exemplos de jogos de linguagem:

Comandar e agir segundo comandos –
Descrever um objeto conforme a aparência ou conforme medidas –
Produzir um objeto segundo uma descrição (desenho) –
Relatar um acontecimento –
Conjecturar sobre o acontecimento –
Expor uma hipótese e prová-la –
Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –
Inventar uma história; ler –
Representar teatro –
Cantar uma cantiga de roda –
Resolver enigmas –
Fazer uma anedota; contar –
Resolver um exemplo de cálculo aplicado –
Traduzir de uma língua para outra –
Pedir, agradecer, maldizer, saudar, orar. (IF, §23).

Como podemos ver, há uma multiplicidade de atividades que podem ser chamadas de jogos de linguagem e que servem para dar significado aos objetos, quando operamos com eles no interior desses jogos e, nesse sentido, podemos supor que um gesto ostensivo poderá ser interpretado de várias maneiras de acordo com o jogo de linguagem em que é apresentado. É nesse sentido que os jogos de linguagem têm primazia sobre a ostensão e sobre as regras na efetivação da relação entre linguagem e realidade. Por meio desses exemplos, Wittgenstein pretende nos mostrar como fazemos uso dos conceitos em nossas formas de vida: Como resolvemos um problema de cálculo aplicado? Como se joga esse jogo? Na perspectiva wittgensteiniana, os conceitos e os algoritmos utilizados, as amostras de objetos, e até os gestos (como juntar os dedos das mãos para realizar uma soma) têm sentido bem específico no interior desses jogos e pressupõem o domínio de técnicas características que estão relacionadas à forma de vida de quem joga o jogo de linguagem do cálculo aritmético. Assim, um simples gesto pode adquirir diversos significados de acordo com o jogo de linguagem em que ocorre e é nesse sentido que o uso que fazemos das palavras, dos conceitos e as técnicas que precisamos dominar para compreender e jogar determinados jogos de linguagem devem ser ensinados e aprendidos: os objetos

envolvidos devem ser nomeados, as regras devem ser ensinadas e, não obstante essa atividade é auxiliada pelo gesto ostensivo.

Vale ressaltar que com a comparação da linguagem a um jogo e a apresentação de vários exemplos de jogos de linguagem, Wittgenstein quer mostrar que não há uma coisa comum a todos os jogos. Ele pretende evitar o essencialismo característico da concepção referencial da linguagem. Wittgenstein argumenta contra uma possível objeção que poderiam lhe fazer: “Você fala de todas as espécies de jogos de linguagem possíveis, mas em nenhum momento disse o que é essencial do jogo de linguagem, e, portanto da própria linguagem” (IF, §65). A resposta do filósofo ao seu interlocutor consiste em dizer que não há algo comum a esses fenômenos, mas sim que são aparentados uns com os outros de muitas maneiras diferentes e por causa desses parentescos é que são chamados de linguagem.

Wittgenstein recorre à noção de jogo para argumentar sobre a questão:

Considere, por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles senão não se chamariam ‘jogos’”, – mas veja se algo é comum a eles todos. – Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a todos, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! – Considere, por exemplo, os jogos de tabuleiro, com seus múltiplos parentescos. Agora passe para os jogos de cartas: aqui você encontra muitas correspondências com aqueles da primeira classe, mas muitos traços comuns desaparecem outros surgem. Se passarmos para os jogos de bola, muita coisa comum se conserva, mas muitas se perdem. – são todos ‘recreativos’? Compare o xadrez com o jogo da amarelinha. Ou há em todos um ganhar e um perder, ou uma concorrência entre os jogadores? Pense nas paciências. Nos jogos de bola há um ganhar e um perder; mas se uma criança atira a bola na parede e a apanha outra vez, este traço desapareceu. Veja que papéis desempenham a habilidade e a sorte. E como é diferente a habilidade no xadrez e no tênis. Pense agora nos brinquedos de roda: o elemento de divertimento está presente, mas quantos dos outros traços característicos desapareceram! E assim podemos percorrer muitos, muitos outros grupos de jogos de jogos e ver semelhanças surgirem e desaparecerem. (IF, §66)

Com o argumento apresentado nesse aforismo Wittgenstein critica o que ele mesmo outrora havia se dedicado, a saber, a busca pela essência da linguagem desdobrada pela ideia de *algo comum* ou a *forma geral da proposição e da linguagem*. Essa busca era considerada um procedimento filosófico fundamental, por isso Wittgenstein procura responder ao questionamento do interlocutor filiado à concepção referencial e com isso introduz o conceito de *semelhanças de família* que passa a ser um elemento central das reflexões da fase madura, na medida em que o conceito é usado tanto para empreender a crítica à concepção referencial da linguagem, quanto para a compreensão do conceito de jogo de linguagem e em última instância para discutir os pressupostos subjacentes à ideia de significação agostiniana e apresentar seu reposicionamento³.

A expressão “semelhanças de família”, segundo o filósofo, tem inspiração no fato de que os membros de uma família compartilham traços comuns, como estatura, cor dos olhos, o temperamento, etc., e do mesmo modo, os jogos formam uma família e, sendo assim possuem parentescos. Os jogos de linguagem também mantêm semelhanças de família entre si. No exemplo apresentado anteriormente (na página 34), a palavra divisão, é empregada no jogo de linguagem da aritmética e no jogo de linguagem da divisão silábica; nos dois jogos de linguagem é mantida a característica de “separação do todo em partes”, porém, a característica de obter partes iguais do jogo aritmético não se mantém no jogo da divisão silábica. Esse traço desaparece pelo fato de serem introduzidas as regras gramaticais de separação das sílabas de uma palavra.

A partir da noção de semelhanças de família, Wittgenstein começa a apresentar sua concepção de significação como sendo o *uso*, argumentando que uma palavra possui uma família de significações e, nesse sentido, aprender o conceito de uma palavra, requer uma vivência com as múltiplas significações no interior dos jogos de linguagem em que elas ocorrem. Por exemplo, o conceito de número é formado a partir das inúmeras significações de número tais como número inteiro, número cardinal, número racional, etc., porém, não há uma

³³ O reposicionamento do filósofo não se refere à substituição de um argumento por outro, mas apenas em evidenciar que não há uma essência da linguagem a ser encontrada. Ele simplesmente nos mostra que não levará em consideração um procedimento filosófico infrutífero, já que a partir dos conceitos de jogo de linguagem e de semelhanças de família ele mostra que não há um “algo comum” a ser perseguido ao observar os múltiplos jogos de linguagem.

essência por trás de todas as significações, mas apenas parentescos ou semelhanças entre elas; alguns traços são comuns a um conjunto de números, como números naturais e inteiros, mas esses já não compartilham algum parentesco quando são comparados a números irracionais. Além disso, a forma como são empregados (para contar, para medir, para ordenar, etc.) está intimamente ligado ao seu significado e, por conseguinte, ao conceito de número.

Wittgenstein discute a noção de jogo a partir do conceito de semelhanças de família, mostrando que os jogos têm parentescos entre si, porém não há uma definição rígida que contemple tudo o que podemos chamar de jogo e, da mesma maneira, não há uma limitação para a significação. A significação de uma palavra é seu uso na linguagem (IF, §43). Esses argumentos pretendem atingir a concepção referencial da linguagem, já que nessa maneira de pensar a significação, o significado de uma palavra seria o objeto (extralinguístico) mostrado ao aprendiz. Dentro dos jogos de linguagem, tendo a noção de parentesco como pano de fundo, Wittgenstein mostra que os objetos mostrados ao aprendiz são apenas *amostras* e, sendo assim, a família de significações auxiliará na formação do conceito. Por exemplo, ao ensinarmos o conceito de azul, mostramos diversos objetos de cor azul, mas tais objetos são apenas amostras de diferentes tonalidades de azul, de como aplicamos a palavra azul, no sentido de que não há uma essência de azul a ser mostrada ao aprendiz como sendo o “verdadeiro” significado de azul; a compreensão do conceito se dá, na perspectiva wittgensteiniana, quando o aprendiz for capaz de, ao se deparar com vários objetos, em diversas circunstâncias, ser capaz de aplicar esta mesma palavra a todos eles.

Assim, a ideia de significação segundo o modelo de representação, presente na concepção agostiniana e no *Tractatus*, é deixada de lado como anteparo necessário para o uso da linguagem. Um ponto crucial a ser destacado, considerando o objeto de estudo da presente investigação, é que nas formulações da fase madura, mesmo que os jogos de linguagem tenham primazia sobre o gesto ostensivo na constituição do sentido, o gesto continua sendo considerado como instrumento linguístico importante no estabelecimento da ligação entre uma palavra e o objeto apontado.

1.4. A ostensão na concepção referencial da linguagem

Como discuti na seção anterior, Wittgenstein se utilizou de uma citação das *Confissões*, de Santo Agostinho, para evidenciar o que ele chama de essência da linguagem humana, e empreender sua crítica à concepção referencial da linguagem. Ele critica o fato de que, nessa concepção, conhecer uma palavra seria conhecer o próprio objeto que ela nomeia, ou seja, através do gesto ostensivo, se apontaria para algo fora da linguagem, enquanto que na filosofia posterior de Wittgenstein, tanto o gesto ostensivo, quanto o objeto apontado fazem parte da linguagem: o gesto ostensivo torna o objeto apontado uma amostra do uso da palavra que está sendo proferida concomitantemente ao gesto, e nesse momento, o objeto é incorporado como um instrumento da linguagem para a constituição do sentido. Por meio dessa crítica inicial, o filósofo apresenta os conceitos de jogos de linguagem, de semelhanças de família e de formas de vida, que são fundamentais para a sua nova maneira de pensar a significação e a relação linguagem-mundo.

Para compreender a importância do gesto ostensivo na concepção referencial, é imprescindível refletir sobre a estrutura de pensamento que norteia a compreensão da linguagem nesse sistema, que é considerado pelo primeiro Wittgenstein como suficiente para dar conta da compreensão da relação linguagem-mundo. No *Tractatus*, a linguagem é concebida como um conjunto de elementos – nomes e proposições – que carregam em si a significação quando combinados de determinada maneira. Essa combinação evoca objetos do mundo em geral. O nome denota o objeto, o objeto é sua denotação. Na proposição, o nome substitui o objeto e a linguagem é a totalidade das proposições (TLP, 3.203, 3.22, 4.001)⁴. Embora o termo definição ostensiva (ou termo correlato) não ocorra no *Tractatus*, a ideia pode ser encontrada nessa obra como o ato de *mostrar* e tem importância fundamental no pensamento do filósofo nessa fase.

⁴ Vale ressaltar que Wittgenstein concebe as proposições do mesmo modo que Frege e Russell (TLP, 3.318). Wittgenstein conheceu Bertrand Russell (1872-1970) por intermédio de Friedrich L. Gottlob Frege (1848-1925) e por sugestão de Frege começou a estudar Lógica com Russell em Cambridge. Frege e Russell são nomes importantes da Lógica Moderna e influenciadores do jovem Wittgenstein como ele mesmo menciona no Prefácio do *Tractatus Logico-Philosophicus*: “Quero apenas mencionar que devo grande parte do estímulo a meus pensamentos às grandiosas obras de Frege e aos trabalhos de meu amigo Sr. Bertrand Russell”.

Por via dessa forma de pensamento, o filósofo busca por meio da linguagem, determinar a estrutura essencial da proposição e, por meio dessa estrutura estabelecer a estrutura do mundo, ou pelas palavras do próprio Wittgenstein, “a forma proposicional geral é a essência da proposição. Determinar a essência da proposição quer dizer determinar a essência de todas as descrições e, por conseguinte, a essência do mundo.” (TLP, 5.471, 5.4711, p. 100). A ideia de que a relação linguagem-mundo seja constituída por simples relações biunívocas entre o objeto e o seu referente linguístico, defendida por Wittgenstein nessa fase é o que reforça a ideia de que a ostensão seja o recurso usual do ensino e do aprendizado da linguagem. A ostensão é o meio característico de atribuição de significado (HINTIKKA, 1994).

Essa ideia é acolhida por Wittgenstein no *Tractatus* e implica na possibilidade de apontar para um objeto e lhe atribuir um nome, por meio do gesto ostensivo, possibilitando, com a denominação, efetivar a compreensão da relação linguagem-mundo. Porém, Wittgenstein ao considerar as variadas funções da linguagem, procura mostrar que a ostensão pode ser empregada para além da denominação, por exemplo, para indicar uma direção (IF, §2,§8), dentre vários outros usos. Assim, procura ainda mostrar que uma palavra não se refere a algo extralinguístico, que poderia ser apontado. No *Livro azul*, o filósofo argumenta:

“O que é o comprimento?”, “O que é o sentido?”, “O que é o número um?”, etc., causa-nos um constrangimento mental. Sentimos que para lhes dar respostas deveríamos apontar para algo e contudo sentimos que não podemos apontar para nada. (BB, p.25)

Com perguntas como estas, Wittgenstein expõe a origem de confusões filosóficas, que leva os filósofos a postularem entidades metafísicas que correspondam a estas palavras. Outros exemplos podem ser encontrados nas obras posteriores ao *Tractatus*, quando o filósofo se coloca diante da multiplicidade de espécies de palavras. Essas questões serão discutidas posteriormente, nas seções seguintes que tratarão da natureza da ostensão na fase madura do filósofo.

1.5. A ostensão na nova perspectiva do pensamento de Wittgenstein

De acordo com Moreira (2010) a publicação de um artigo de título *Algumas Observações sobre a Forma Lógica* marca o ponto de ruptura com a tese do Logicismo na ocasião do retorno de Wittgenstein à Cambridge em 1929, após seis anos vivendo em vilarejos no interior da Áustria onde lecionava para crianças. Na prática docente que exerceu durante esses seis anos, Wittgenstein pode ter encontrado as sementes que fizeram brotar as novas perspectivas segundo as quais ele passaria a considerar a linguagem, além das influências teóricas que sofreu no fim dos anos vinte (MORENO, 2000, p.47).

De acordo com Hintikka (1994, p.236), Wittgenstein começou a refletir sobre as dificuldades para definir ostensivamente o significado de algumas palavras como “ali”, por exemplo, ou objetos ausentes (objetos não apreensíveis pela visão). Como apontar para um lugar distante? Como apontar para o infinito? É possível definir ostensivamente o infinito?

Assim, o desenvolvimento do filósofo em relação à ostensão foi caminhando passo a passo para a superação do entendimento das relações biunívocas entre objeto e seu referente linguístico. Nessa fase de transição, Wittgenstein passa a aceitar que mesmo se tratando de coisas apreensíveis pelos olhos, na definição ostensiva, quando o professor está apontando para o objeto, o aprendiz deve conhecer a condição lógica da entidade definida.

Desse modo, quando se aponta para dois pedaços quadrados de papel vermelho e se pronuncia uma palavra (num contexto definidor), está se definindo em particular (este par de objetos), um material (papel), uma forma (quadrada), uma cor (vermelho), ou uma quantidade (dois)? (*The Blue and Brown Books* apud Hintikka, 1994, p.236)

Nesse sentido, podemos ver que a crítica wittgensteiniana direcionada à concepção referencial da linguagem, foca o papel da definição ostensiva como recurso que teria a função de estabelecer a ligação do objeto ao seu referente linguístico (de maneira biunívoca), o que, é contestado pelo filósofo, pelo fato de que a definição ostensiva pode ser mal compreendida na medida em que o aprendiz deve ter um domínio prévio de técnicas para saber qual aspecto do

objeto está sendo apontado na definição. O que Wittgenstein está criticando é o fato de que uma definição ostensiva não é isenta de ambiguidade, por exemplo, podemos tomar como amostra para definir ostensivamente a palavra “vermelho” um pedaço quadrado de papel vermelho, mas podemos usar a mesma amostra para definir outras palavras tais como, “papel”, “quadrado”, “leve”, etc. (GF, II. Seção 24, p. 43). Na perspectiva wittgensteiniana, o que garantiria em última instância o sucesso da definição ostensiva, seria o domínio de uma técnica por parte do aprendiz, que lhe permitiria saber o que está sendo definido pelo gesto ostensivo.

Exemplos como esses, que contrariam a doutrina do *Tractatus*, podem ser encontrados nas obras do período intermediário, como a *Gramática Filosófica*, em que o conceito de significado outrora adotado por ele é colocado na direção de suas críticas. A crença de que a função do gesto ostensivo seria apontar para o significado (extralinguístico) é colocada em xeque por ter íntima relação com o conceito de significação da antiga doutrina. O próprio Wittgenstein afirma:

O conceito de significado que adotei em minhas discussões filosóficas origina-se de uma filosofia primitiva da linguagem. A palavra alemã para “significado” deriva da palavra alemã para “apontar” (GF, II, seção 19).

Nesse conceito, o objeto apontado seria o significado da palavra. A partir desse período, as críticas endereçadas à concepção referencial são formuladas por meio de citações a Agostinho em relação ao aprendizado da linguagem. Entendo que Wittgenstein não descarta o caráter referencial da linguagem, uma vez que não descarta o *ensino ostensivo das palavras* como uma parte importante na aprendizagem da língua materna (IF, §7, p.30), porém, em função da mudança de perspectiva em relação ao conceito de significado, a função do gesto ostensivo como técnica que favorece a explicação do significado também se modifica.

Na fase madura o filósofo afirma: “a significação de uma palavra é seu uso na linguagem” (IF, §43, p.43). A “definição ostensiva elucida o uso – a significação – da palavra” (IF, §30, p. 38). O filósofo argumenta que essa elucidação do significado da palavra, em um contexto definidor, é efetivada quando já está claro para o aprendiz qual papel a palavra deve desempenhar na linguagem. “Deve-se já saber (ou ser capaz de) algo, para poder perguntar sobre

a denominação” (§30). Saber algo diz respeito ao *aspecto* que está sendo considerado da referência, ou seja, o aprendiz deve saber o *contexto de uso* da palavra. No aforismo seguinte o filósofo argumenta que:

Quando se mostra a alguém a figura do rei no jogo de xadrez e se diz: “Este é o rei do xadrez” não se elucida por meio disso o uso dessa figura, a menos que esse alguém já conheça as regras do jogo, até esta última determinação: a forma da figura de um rei. Pode-se pensar que já aprendera as regras do jogo, sem que lhe tenha mostrado uma figura real. A forma da figura do jogo corresponde aqui ao tom ou a configuração de uma palavra. (IF, §31).

O fato de mostrar a figura do rei ou de outras peças do jogo de xadrez a alguém não é garantia de que possa compreender os movimentos corretos e as regras do jogo de xadrez. Isto fica claro, na medida em que quando se afirma no jogo de xadrez, “este é o rei”, isto só elucida o uso da figura se o aprendiz já tivesse aprendido as regras do jogo, apenas faltando a ele conhecer a forma da figura do rei.

Nesses casos, o gesto ostensivo não é suficiente para elucidar todas as possibilidades de movimentação deste jogo, o mostrar acontece na verdade também no uso e não somente no aprender do uso. Este aprender do uso poderia prosseguir acrescentando à lição inicial de denominação do rei, a elucidação dos movimentos possíveis para o rei: “o rei pode ser movido assim, e assim, ...”, etc.

A ostensão para Wittgenstein tem um papel importante na aprendizagem da linguagem, pois estabelece uma regra para o uso das palavras, por exemplo, para definir o significado da palavra “vermelho”, apresentamos amostras de objetos da cor vermelha e dizemos “isto é vermelho”, mas dizer ‘isto é vermelho’, apontado para um objeto vermelho, pressupõe que o aprendiz saiba o que é cor, e esteja familiarizado com o conceito de cor. O objeto apontado é uma amostra da palavra “vermelho”, não o seu significado. Supondo que o aprendiz seja capaz de identificar o aspecto apontado, depois de apresentadas algumas amostras ele será capaz de se referir a outros objetos em outros contextos, dizendo “aquele objeto é vermelho”, ou seja, ele sabe aplicar a palavra “vermelho”. Segundo Gottschalk (2004):

Embora os gestos ostensivos não dêem conta de definir os objetos da experiência imediata, não deixam de ser um caso paradigmático das ligações linguagem-mundo – são como “antenas” da linguagem. Em outras palavras, o gesto ostensivo é um instrumento linguístico que nos permite estabelecer uma ligação (interna) entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos. Mas poderíamos imaginar outra forma de vida na qual esse gesto tivesse outro significado. O que vai determinar esse significado, segundo Wittgenstein, é o *jogo de linguagem* no qual esse gesto está inserido (GOTTSCHALK,2004, p.317).

Nesse sentido, vemos que o gesto em si, à revelia do jogo de linguagem ao qual está inserido, não determina o significado de uma palavra, pois não se trata de uma ligação externa entre as palavras da linguagem e objetos fora dela. Como já afirmei anteriormente tanto o gesto quanto as amostras apresentadas ao aprendiz fazem parte da linguagem e auxiliam na formação do conceito, que vai ocorrendo na medida em que o aprendiz vai tendo acesso à família de significações em vários jogos de linguagem.

Além disso, o gesto ostensivo pode ser usado com diferentes finalidades: apontar para uma direção, ao dar uma ordem, por exemplo. O gesto ostensivo pode ser uma forma de ‘etiquetagem’ que liga o objeto à palavra, e neste caso (uso referencial da palavra), se configura apenas como uma preparação para formas mais complexas de uso. Quando temos de definir ostensivamente, faz-se necessário que o aprendiz tenha domínio de um conhecimento suplementar. De acordo com Moreno (2000, p. 69) é preciso que se conheça o aspecto da referência sobre o qual é colocada a etiqueta (para o qual apontamos), para evitar mal-entendidos. Segundo Wittgenstein “a definição ostensiva pode ser interpretada em cada caso como tal e diferentemente” (IF, §28, p.27). No aforismo vinte e nove das *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein argumenta a esse respeito com o seguinte exemplo:

“Este número chama-se ‘dois’”. Pois a palavra “número” indica aqui em qual lugar da linguagem, da gramática, colocamos a palavra, mas isto significa que a palavra “número” deve ser elucidada, antes que aquela definição ostensiva possa ser compreendida. (IF, §29).

O filósofo afirma que a palavra “número”, indica este lugar, ou seja, indica o local ou o aspecto da referência sobre o qual se deve colocar a etiqueta, no

entanto, ele adverte que mesmo que muitas vezes se evite mal-entendidos por meio desse jogo de linguagem, esta não é a única maneira de definir ostensivamente a palavra dois.

De uma perspectiva wittgensteiniana, o contexto e a intencionalidade do professor são fatores decisivos para a atividade de ensino e para a aprendizagem. Por outras palavras, depende do fato de que sem a utilização da palavra “número”, o aluno poderia compreender de maneira diversa do desejo do professor – que a lógica do aluno coincida com a lógica da matemática. Wittgenstein assevera que isto certamente dependerá das circunstâncias sob as quais a lição é dada, e dos alunos aos quais é dada a lição (IF, §29).

Nesse contexto de ensino e de aprendizagem, o gesto ostensivo está entre as técnicas de associação entre palavras e objetos, que tem a função de estabelecer ligações elementares de sentido entre linguagem e realidade, tais como, as correlações entre tabelas e objetos ou entre escalas graduadas de comprimentos e objetos, ou entre cores e objetos, etc., através de sua combinação com instruções por meio de gestos indicativos, de pronúncia de sons, de palavras, etc. (MORENO, 2012, p.88), porém são os jogos de linguagem que nos permite esclarecer como ocorrem tanto as ligações elementares entre nome e objeto quanto às diversas formas de sentido presentes no uso das palavras como nomes de objetos (idem).

A noção de jogo de linguagem é fundamental na nova perspectiva do pensamento de Wittgenstein, pois é no interior desses jogos que os objetos adquirem significado, quando eles são operados em atividades diversas, superando a concepção de que os objetos se relacionam com seu referente linguístico de maneira *misteriosa*, como se o significado fosse um objeto coexistente com o signo (BB, p.30-31). Assim, se evita as dificuldades da concepção referencial da linguagem, como a de procurar por um objeto que seria o significado de uma palavra, já que, na nova perspectiva, são as diversas práticas ligadas à linguagem que estabelecem as ligações entre signos e objetos, ou por outras palavras, que determinam o significado.

1.6. Ensino ostensivo e definição ostensiva: uma distinção

Na introdução deste trabalho, apresentei em termos gerais uma distinção entre ensino ostensivo e definição ostensiva. Nesta seção ampliarei essa discussão para evidenciar a relação da acepção wittgensteiniana de ensino ostensivo e de definição ostensiva com a problemática desta investigação.

No início das *Investigações filosóficas*, Wittgenstein apresenta uma crítica à concepção referencial da linguagem se utilizando da citação de um fragmento das *Confissões*, de Santo Agostinho.

[Se os adultos nomeassem algum objeto e, ao fazê-lo, se voltassem para ele, eu percebia isto e compreendia que o objeto fora designado pelos sons que eles pronunciavam, pois eles queriam indicá-lo. Mas deduzi isto dos seus gestos, a linguagem natural de todos os povos, e da linguagem que, por meio da mímica e dos jogos com os olhos, por meio dos movimentos dos membros e do som da voz, indica ou foge. Assim, aprendi pouco a pouco a compreender quais coisas eram designadas pelas palavras que eu ouvia pronunciar repetidamente nos seus lugares determinados em frases diferentes. E quando habituara minha boca a esses signos, dava expressão aos meus desejos.] (IF, §1).

O trecho nos apresenta uma caracterização de como as crianças aprenderiam a denominar os objetos. Para Wittgenstein, o trecho sintetiza uma concepção de linguagem que ele caracteriza como uma linguagem primitiva, muito limitada, em comparação a tudo o que podemos chamar de linguagem.

Na *Gramática Filosófica*, a citação a Santo Agostinho já havia sido utilizada para classificar o conceito de significado adotado nas discussões filosóficas da sua juventude como originário de uma filosofia primitiva da linguagem (GF, II, seção 19). Nessa seção, o filósofo argumenta que quando Agostinho fala do aprendizado da linguagem, ele está falando sobre a maneira como vincularíamos nomes às coisas ou com entenderíamos os seus nomes, ou seja, ele está se referindo ao jogo da nomeação em que os objetos se associam a palavras. Wittgenstein pontua que nessa concepção, nomear seria uma fundação, o tudo ou o nada da linguagem (GF, II, seção 19).

Outra questão a ser destacada é a forma como se daria o ensino do significado das palavras. Para dar início a sua crítica à concepção linguística

representada pela citação a Agostinho, Wittgenstein apresenta como exemplo uma linguagem em que

A sua função é a comunicação entre um pedreiro A e o seu aprendiz B. B tem que entregar a A pedras para a construção. Há cubos, tijolos, lajes vigas e colunas. A linguagem consiste nas palavras “cubo”, “tijolo”, “laje”, “viga”, “coluna”. A grita essas palavras, e B traz-lhe uma pedra de uma certa forma. Imaginemos uma sociedade na qual esse é o único sistema de linguagem. A criança aprende esta linguagem, sendo treinada pelos adultos a usá-la. Utilizo a palavra “treinar” de maneira rigorosamente análoga àquela em que falamos de treinar um animal para fazer certas coisas. Isso é feito recorrendo a exemplos, à recompensa, à punição e coisas semelhantes. Parte deste treino consiste em apontar para uma pedra de construção, dirigir a atenção da criança para ela e pronunciar uma palavra. Chamarei a esta maneira de proceder, ensino *demonstrativo* de palavras. (BBr, p. 9-10).

Aqui Wittgenstein apresenta o ensino demonstrativo de palavras como sendo parte do treino que tem por finalidade explicar ao aprendiz o uso correto das palavras desta linguagem. O gesto ostensivo é meio característico de atribuição do significado das palavras da linguagem. O treino consiste no fato de que o aprendiz repete as palavras de quem ensina, quando os objetos são apontados e de que esse exercício visa o domínio de uma técnica e, nesse caso, essa vivência deve fazer com que o aprendiz, além de aprender o significado das palavras dessa linguagem, compreenda que sons se aplicam a objetos. Adiante, Wittgenstein apresenta outro exemplo de comunicação entre o pedreiro e seu ajudante:

Perguntar pelo nome. Introduzimos novas formas de pedras de construção; B aponta para uma delas e pergunta, «O que é isto?». A responde, «Isto é um...». Mais tarde A grita esta nova palavra, por exemplo «aduela», e B traz-lhe a pedra. Chamaremos às palavras, «Isto é...», em conjunto com o gesto de apontar, explicação ostensiva ou definição ostensiva. (BBr, p.15).

Nesse caso, ao serem introduzidas novas formas de pedras de construção, o aprendiz já sabe que os sons das palavras se associam aos abjetos, por isso ele pergunta “o que é isso?” (que pode ser entendido como “qual é o nome disso?”) e, segue a denominação “isto é...”. Aqui, Wittgenstein também

apresenta a técnica utilizada para nomear as novas formas: a explicação ostensiva ou definição ostensiva.

Em ambos os casos a técnica é composta pelo gesto de apontar para um objeto enquanto pronuncia sons, porém, há uma distinção entre o ensino demonstrativo (ou ensino ostensivo) das palavras e a definição ostensiva, apesar da diferença ser sutil. Vejamos, no primeiro caso, não há uma “pergunta pelo nome”, por parte do aprendiz, sobretudo pelo fato do aprendiz ainda não ter tido vivência com o jogo da denominação que o permitisse saber que os sons das palavras se aplicam aos objetos para nomeá-los, enquanto que no segundo caso, o aprendiz já tem domínio dessa habilidade, por isso, ao ver novas formas diante de si, faz a pergunta pela denominação “o que é isto?”.


Um pouco antes do período em que escreveu *O Livro Azul* e *O Livro Marrom*, que contêm os trechos citados acima, Wittgenstein já procurava evidenciar que o gesto ostensivo pode assumir diferentes papéis nos jogos de linguagem nos seguintes termos:

O jogo de linguagem ainda é muito simples e a definição ostensiva não tem nesse jogo de linguagem o mesmo papel que nos jogos mais desenvolvidos. (Por exemplo, a criança ainda não pode perguntar “Como se chama isso?”) Mas não há nenhuma fronteira nítida entre as formas primitivas e as mais complicadas. Eu não saberia o que posso e o que não posso chamar de “definição” (GF, II, seção 26, p.44)⁵.

Vemos, portanto, que o filósofo enfatiza, que mesmo quando a criança ainda não tenha consciência de que nomes se aplicam a objetos, nada impede que apresentemos a ela definições ostensivas em jogos de linguagem mais primitivos, já que, conforme sua observação, não há uma determinação precisa do que podemos chamar de definição nessa fase. Assim, Wittgenstein começa a fazer a terapia do uso ostensivo de determinadas palavras, já que a ideia das relações bipolares já havia sido superada, dando lugar à ideia do significado como sendo o uso da palavra. O filósofo continuou considerando o gesto ostensivo como um recurso fundamental para atribuição do significado, no sentido de que,

⁵ A *Gramática Filosófica* foi escrita entre 1931 e 1934 e os *Livros Azul* e *Marrom* de 1933 a 1935. Nesse período, as reflexões do filósofo já eram muito semelhantes às ideias da fase madura, como a ideia que é o uso de uma palavra que caracteriza o seu significado.

sendo o uso governado por uma regra e, sendo a regra comunicada ao aprendiz por uma definição ostensiva, essa definição poderia também servir para atribuir significado. Isso leva a reflexão sobre o papel do gesto ostensivo nos jogos de linguagem, na medida em que, em certo jogo, mais primitivo, a criança ainda não é capaz de fazer indagações sobre a denominação, o que implica dizer que há uma distinção entre a ostensão em um jogo de linguagem primitivo e um jogo mais complexo. Posteriormente, Wittgenstein viria destacar que a capacidade do aprendiz de perguntar sobre a denominação diferencia o gesto ostensivo em questão (IF. §6).

Nesse sentido, pontuo que, o ensino ostensivo das palavras é um jogo basilar, na medida em que constitui uma regra para o uso de uma palavra, ou uma regra de como proceder para aplicar a palavra em determinado contexto e, como já afirmei anteriormente, está ligado ao aprendizado da língua materna, portanto tem a função de preparar o aprendiz para usos mais complexos das palavras, uma vez que essa preparação se caracteriza como um treinamento. Já a definição ostensiva requer do aprendiz que ele saiba que se trata de definir uma palavra e que a palavra definida se refere a um aspecto do objeto e não a outro, ou seja, trata-se do fato de que ele já deve dominar um jogo de linguagem mais primitivo (MORENO, 2000, p.69). Por exemplo, quando o professor aponta para o símbolo “” no interior de um triângulo retângulo desenhado no quadro e diz “isto é um ângulo reto”, é preciso que o aluno conheça a condição lógica da entidade definida para saber que a expressão “ângulo reto” se refere a um aspecto definidor do triângulo e, para que o aluno tenha compreensão dessa definição seria necessário que ele já tenha vivenciado situações de aplicação do conceito de triângulo e seus aspectos, ou seja, ele saberia que a expressão definida como “ângulo reto”, assim como os outros elementos do triângulo recebem nomes específicos no jogo de linguagem da geometria plana.

A seguir apresentarei algumas formulações sobre a ostensão para fazer uma distinção entre a compreensão do segundo Wittgenstein em relação ao conceito e a compreensão de outros autores.

1.7. Uma distinção entre a ostensão em Wittgenstein e em outros autores

Nesta seção, apresentarei o sentido de ostensão que será considerado em minha análise, com a finalidade de diferenciar o uso que será feito do conceito neste trabalho de outros usos que podem ser encontrados na literatura, tais como as formulações do campo da didática da matemática ou de outras correntes filosóficas.

Nas formulações de Wittgenstein, não encontraremos um empreendimento do filósofo em identificar problemas filosóficos relacionados à atividade de ensino e a processos de aprendizagem em que a ostensão sirva de recurso de explicação e de compreensão. O objetivo do filósofo é mostrar que o domínio de técnicas é uma condição para que os aprendizes compreendam, e possam incorporar *normas* à sua ação por meio da aplicação da linguagem aos fatos do mundo (MORENO, 2012, p.88).

Mesmo que não possamos dizer que para o filósofo se trata de descrever metodologias de ensino e de aprendizagem, com o objetivo de apresentar teses sobre o assunto, encontraremos nos escritos da fase madura, exemplos de *lições* que fazem parte do método terapêutico⁶ wittgensteiniano em que o filósofo apresenta várias técnicas linguísticas que ele descreve como elementos que tem a função de estabelecer ligações elementares de sentido (idem).

Para uma delimitação necessária de acordo com o objetivo da discussão empreendida neste texto, pontuo que a descrição de Wittgenstein em relação à ostensão, na fase madura, não se coaduna com uma concepção referencial da linguagem, portanto, esse seria o ponto de distanciamento da concepção wittgensteiniana de ostensão de outras formulações sobre o conceito.

No campo da didática da matemática, Bosch (1994) e Bosch e Chevallard, (1999) fazem uma distinção da atividade matemática em termos de objetos, que classificam como ostensivos e não ostensivos. Os ostensivos se referem a todo objeto que possui uma natureza sensível, certa materialidade, e

⁶ Na fase madura Wittgenstein passa a ver a filosofia não mais como uma crítica à linguagem, mas agora como *terapia conceitual*, em que, pela *descrição do uso das palavras*, objetiva curar o pensamento confuso e dogmático (Golttschalk, 2010). O método utilizado pelo filósofo é a apresentação de exemplos, que tem por objetivo resolver problemas, quando a série de exemplos pode ser interrompida (WITTGENSTEIN, 1999, p.68).

que, desse fato, tem para o sujeito uma realidade perceptível, enquanto que os objetos não ostensivos são os que não possuem materialidade, como as ideias ou os conceitos, que existem institucionalmente sem que, no entanto, sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria.

Bosch (1994, p.48) apresenta como exemplo para diferenciar a noção de ostensivo e não ostensivo o conceito de logaritmo e a notação utilizada para representar o conceito. A notação *log* é um objeto ostensivo enquanto que a noção de logaritmo é um objeto não ostensivo. Na formulação da autora, o adjetivo ostensivo é formado a partir do substantivo ostensão, que pode derivar tanto o adjetivo *ostensivo* entendido como “que se mostra”, quanto *ostensible*, que pode ser entendido como “suscetível de ser ostentado ou mostrado”.

Segundo a autora, o ostensivo tem a função de materializar os conceitos, as ideias, as crenças, etc., por meio de gráficos, de desenhos, de experimentos, de sons, de gestos, dentre outros recursos que fazem parte da cultura humana e que podem ser manipulados. Uma conjectura é que os ostensivos constituem a parte visível dos conceitos por se tornar observável, portanto, fazem parte do real-empírico por ser acessível aos sentidos.

Em Wittgenstein, a ostensão é constituída somente pelo gesto de apontar e pela emissão simultânea de sons, tanto em lições de linguagem mais elementares, como a nomeação, quanto no ensino do uso das palavras e no ensino de regras e técnicas em um jogo de linguagem. Os registros simbólicos, os conceitos, etc., fazem parte da linguagem, que para o filósofo, entrelaçada com as atividades dos sujeitos, constitui o que ele chama de jogos de linguagem (IF, §6-7).

Outra questão a ser ressaltada é o fato dos gestos ostensivos serem utilizados para apontar objetos do mundo empírico para ensinar o significado de uma palavra, como por exemplo, quando o professor quer introduzir o conceito de um polígono, faz desenhos da figura geométrica no quadro e aponta para ela proferindo o nome do polígono. A figura desenhada no quadro é apenas um recurso linguístico (amostra) que auxilia a formação do conceito, quando este estiver sendo introduzido, portanto, tem a função normativa de dizer “o que é ser polígono”, ou, por outras palavras, funciona como paradigma de polígono. Assim, vão sendo apresentadas novas figuras ao o aluno, até que ele passe a empregar

corretamente as palavras “triângulo”, “quadrilátero”, “pentágono”, etc. Pontuo que nesses casos, tanto o gesto ostensivo quanto o desenho (ou tabelas ou amostras de objetos concretos, etc.) apesar de fazerem parte do mundo empírico, passam a exercer uma função transcendental, pois são utilizados como meio de associação de objetos a palavras, ou seja, passam a fazer parte da linguagem. Por esse motivo essas técnicas estão entre o empírico e o transcendental (GOTTSCHALK, 2007, p.466; 2008, p.86). Nesse ponto é que a noção de ostensão em Wittgenstein se distancia da teorização de Bosch. Segundo a autora:

Dizer que os objetos ostensivos permitem evocar ou invocar certos objetos associados – sejam ostensivos ou “ostensíveis” –, é o mesmo que dizer que os objetos ostensivos funcionam como signos destes objetos: permitem designá-los, mostra-los ou “representa-los” (é dizer “fazê-los presentes”). Neste sentido, a consideração dos complexos de objetos ostensivos e ostensíveis tem a ver com as diferentes teorias do signo, ou seja, as diferentes *semiologias* (BOSCH, 1994, p. 55) [Tradução nossa].

Esta concepção, baseada no fato de que os ostensivos evocam ou tornam visíveis ou ainda tornam presentes os objetos não ostensivos, nos dá a ideia de que os objetos não ostensivos teriam significados extralinguísticos, uma vez que para a autora, qualquer objeto material que possa ser utilizado nas atividades para evocar objetos que não tem a natureza de se tornar “visível” como as ideias ou os conceitos, pode ser considerado ostensivo, ou ainda que o próprio objeto apontado pode desempenhar a função de signo de outro objeto. Aí reside o ponto de distanciamento entre as duas concepções: o papel que a técnica da ostensão desempenha na constituição dos sentidos.

Para Wittgenstein a ostensão tem a função de estabelecer ligações internas de sentido entre som e amostra (um desenho, um objeto empírico, amostras de cores, amostras de formas, etc.), enquanto que para Bosch a ostensão apenas associa empiricamente significante e significado, ou seja, sua compreensão se coaduna com a concepção referencial da linguagem.

CAPÍTULO 2

A DEFINIÇÃO OSTENSIVA E A CONSTITUIÇÃO DO SENTIDO

Numa palavra: «perguntemos o que é a explicação do sentido, visto que seja o que for que ela explique, isso será o sentido». O estudo da gramática da expressão «explicação do sentido» revelar-nos-á algo sobre a gramática da palavra «sentido» e curar-nos-á da tentação de procurar à nossa volta um objecto a que se pudesse chamar «o sentido» (BB, p.25-26).

– Ludwig Wittgenstein –

Neste capítulo discuto de maneira mais detalhada a noção de definição ostensiva, já que, como evidenciei no capítulo anterior, o ensino de conceitos matemáticos está mais relacionado à definição ostensiva do ao ensino ostensivo das palavras. Procuo evidenciar o papel da definição ostensiva na constituição do sentido de conceitos matemáticos a partir da discussão do conceito de significação. Apresento ainda uma reflexão sobre a problemática de *ver aspectos* a partir da apresentação de conceitos matemáticos, tendo como pano de fundo o gesto ostensivo como técnica que auxilia a constituição do sentido. Explorarei as reflexões de Wittgenstein sobre as expressões *ver* e *ver como*, para procurar compreender algumas questões relativas à capacidade do aprendiz para ver os aspectos de uma figura ou de uma expressão matemática, imediatamente ao ver e em um segundo momento, a organização desses aspectos de modo diferente, mediante as elucidações do professor. A finalidade é evidenciar que a capacidade para ver aspectos está relacionada ao domínio de técnicas que devem ser ensinadas e aprendidas.

2.1. Os limites da ostensão na filosofia madura de Wittgenstein

Como foi discutido no capítulo anterior, Wittgenstein forjou os conceitos de *jogos de linguagem*, de *semelhanças de família* e de *formas de vida* e os utilizou para empreender a crítica à concepção referencial da linguagem. Vimos que os jogos de linguagem passaram a ter primazia na constituição do significado em oposição à ideia do significado como representação, em que a ostensão serviria para dar o significado das palavras da nossa linguagem, mediante relações bipolares simples entre um nome e o objeto correspondente. O filósofo austríaco passou a considerar que o significado de uma palavra é seu uso na linguagem e essa mudança de perspectiva, naturalmente, exigiu uma reformulação do conceito de ostensão, já que, na antiga doutrina, ela serviria como único modo necessário à definição dos dados sensíveis, porém, quando a compreensão de significação foi modificada, a ostensão não pôde mais desempenhar a mesma tarefa de apontar para o significado.

Durante o período intermediário, Wittgenstein começa a evidenciar tal questão pontuando que, diferente da ideia de que o significado da palavra vermelho é o objeto apontado, essa definição ostensiva “é apenas usar essas palavras mais apontar para um objeto vermelho, por exemplo, um pedaço de papel vermelho”. Sendo assim, o pedaço de papel vermelho ou qualquer outro objeto, são apenas amostras da cor vermelha, que servem para que o aprendiz passe a constituir o significado de vermelho e a definição ostensiva serve apenas para auxiliar a constituição deste sentido, na medida em que, por meio de sucessivas definições ostensivas da palavra “vermelho”, aprende-se a seguir uma ou mais regras para a aplicação desta palavra.

Isso evidencia que a compreensão da função do gesto ostensivo na nova perspectiva é distinta da compreensão de outrora, já que, a terapia da confusão filosófica de que o gesto ostensivo teria a função de apontar para o significado da palavra, nos permite compreender que a definição ostensiva apenas auxilia a constituição do significado e nos ajuda a evitar uma dificuldade, que consiste no fato de que parece não ser possível definir ostensivamente muitas palavras da nossa linguagem, tais como “um”, “número”, “não”, “agora”, “depois”, “cinco”, etc. (BB, pp. 25-26). Que objeto seria apontado nesses casos? De acordo com

Wittgenstein, o erro que estamos sujeitos a cometer é procurar pelo significado de um signo como se ele fosse um objeto coexistente com o signo.

Esse argumento assevera que, quem descreve o aprendizado da linguagem em uma concepção referencial não está pensando em classes de palavras além de substantivos tais como “mesa”, “cadeira”, “pão”, etc., nem em atividades ou qualidades que tem um nome ou um adjetivo, em determinado contexto. A finalidade é questionar que nem sempre teremos algo para apontar quando ensinamos o significado das palavras, como sugere a concepção agostiniana da linguagem. Segundo Hintikka (1994, p. 236) não é possível

definir ostensivamente objetos ausentes, ainda que se esteja falando ao telefone com alguém que os vê (MS 116, seção 377). O mesmo vale até mesmo para experiências imediatas de outrem. Sobretudo, se as próprias palavras “lá” e “isto”, empregadas na definição ostensiva, são consideradas como sendo elas mesmas apresentadas ostensivamente, essa ostensão teria de ser muito diferente do ensino ostensivo comum (PI, I seção 9, 38).

A reinterpretção da ostensão na nova maneira de pensar a significação e a atribuição do significado consiste no fato de que, apesar do gesto ostensivo não ser considerado o instrumento que “mostra o significado” ao aprendiz, ainda continua sendo um exemplo paradigmático de explicação não-verbal do significado importante para Wittgenstein. Por isso, podemos ver que a noção de ostensão tem papel importante nos desenvolvimentos da fase madura, tanto na crítica a ideia de significado como representação mental, quanto para a apresentação de sua nova maneira de pensar a significação e para introduzir os conceitos fundamentais, tais como o conceito de jogos de linguagem, que, em minha análise, ajuda a garantir a manutenção da ostensão como um recurso linguístico importante para o ensino e o aprendizado da linguagem, já que é dentro dos jogos de linguagem que o significado é constituído.

Ressalto que, na nova perspectiva, mesmo quando temos um objeto para apontar, esse objeto não é o significado da palavra definida, mas somente uma *amostra*, funcionando como padrão para o uso correto da palavra. Por exemplo, quando o professor desenha um triângulo no quadro e apontando para ele diz aos seus alunos “isso é um triângulo”, o desenho passa a ter uma função

paradigmática que ajudará o professor a definir o significado de triângulo aos alunos; o professor continuará apresentando outras figuras de formas triangulares, em várias posições (ou objetos empíricos triangulares) até que o aprendiz seja capaz de reconhecer figuras geométricas como triângulos de acordo com o conceito apresentado pelo professor. Para romper com a ideia de que o significado de uma palavra é o objeto apontado, o filósofo sugere que ao invés de perguntar “o que é o significado?”, devemos perguntar “o que é uma explicação do significado?”. Essa substituição nos ajuda a evitar a tentação de buscar algum objeto que poderíamos chamar de “o significado” (BB, p. 25).

De acordo com Fann (2013, p.89), Wittgenstein proferiu a seguinte recomendação no *Cambridge Moral Sciences Club*⁷: “Não pergunte pelo significado, pergunte pelo uso”. A recomendação tem duas implicações imediatas: uma é que uso não carrega consigo nenhuma sugestão de um objeto correspondente a uma palavra; a outra é que a compreensão do uso ocorre no interior do contexto de aplicação da palavra, não pelo mero gesto de apontar para o objeto, desvinculado do contexto. Assim, embora o gesto ostensivo, por si só, não dê conta de definir os objetos da experiência imediata, no interior dos jogos de linguagem, são auxiliares importantes no ensino e no aprendizado dos conceitos, pois tem a função de constituir regras para o uso de um termo. (GLOCK, 1998). A seguir apresento uma discussão sobre o papel da definição ostensiva na significação.

2.2. Definição ostensiva e significação

Como evidenciei anteriormente, a mudança de perspectiva no pensamento de Wittgenstein implicou na reformulação da noção de *significação*, que passou a ser entendida assim: “a significação de uma palavra é seu uso na linguagem” (IF, §43). Essa mudança de perspectiva, por sua vez, estabeleceu novos limites para uso do gesto ostensivo como meio característico de atribuição

⁷ Clube de discussão filosófica, fundado em 1878, que se reunia semanalmente na Universidade de Cambridge.

do significado, uma vez que uma mudança de perspectiva em relação à significação implicaria em uma mudança de perspectiva em relação à ostensão.

A recomendação de substituir a pergunta “O que é o significado de uma palavra?” pela pergunta “o que é a explicação do significado de uma palavra?”, no início do *Livro Azul* parece nos colocar a andar em círculo, uma vez que a tendência é pensar que para explicar o que é a explicação do significado, devemos saber primeiro o que é significado. Porém, segundo Machado (2007), o conselho visa fornecer um *método* para se tratar a questão “O que é o significado de uma palavra?”, pois quando se quer saber o que é o significado, deve-se examinar o *uso* que se faz da expressão “significado” na explicação da expressão “explicação do significado”. Essa orientação metodológica parte da pressuposição de que:

O significado deve manifestar-se de alguma forma no uso; caso contrário não poderia haver comunicação, uso intersubjetivo da linguagem. E na base dessa pressuposição está a convicção de que o significado é normativo: apreender o significado de uma expressão envolve saber usá-la corretamente. Portanto, o uso de uma expressão deve, de algum modo, revelar a norma constituinte do significado dessa expressão. Em suma, Wittgenstein parte da convicção de que há uma relação interna entre o uso de uma expressão e seu significado. (MACHADO, 2007, p. 211).

O objetivo principal do filósofo com essa orientação metodológica é evitar que se ceda à tentação de procurar algum objeto que possa ser considerado como o significado, ou seja, a finalidade é superar conceitos confusos em relação à significação filiados à concepção referencial da linguagem. Sabemos que a atividade filosófica do Wittgenstein maduro não apresentar teses, apenas esclarece situações conceitualmente confusas sem nada propor como solução (IF, §126), porém, com base na convicção de que há uma relação interna entre o uso de uma expressão e seu significado, conjeturo que essa relação pode ser estabelecida pela ostensão, já que, para Wittgenstein, a definição ostensiva tem um papel continuamente *normativo* na orientação de nossas práticas, no sentido de que, por meio da ostensão apresentamos à criança exemplos paradigmáticos de aplicação das palavras. Por exemplo, a palavra “igual” pode ser aplicada em

várias situações, mas como o gesto ostensivo pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do significado desta palavra? Certamente apresentaríamos amostras de objetos de tamanhos iguais, formas iguais, etc., até que a criança fosse capaz de aplicar a palavra em variados contextos, essa exemplificação direta, não obstante é auxiliada pelo gesto ostensivo, portanto, na perspectiva de Wittgenstein, tanto o gesto quanto as amostras fazem parte da gramática da palavra.

Assim se evita a compreensão confusa de pensar que a definição ostensiva tem a capacidade de determinar de modo absoluto o significado, na medida em que ela parece estar mais distante de ser mal compreendida que as definições verbais, se cedermos à tentação de achar que ela aponta para o significado (BB, p. 26) ou que tem a função de descrever alguma propriedade do objeto, antes, sua função é constituir o significado. Para afastar essa concepção problemática, o filósofo apresenta o seguinte exemplo:

Expliquemos, então, a palavra «tove» apontando para um lápis e dizendo «isto é tove». (Em vez de «isto é tove» podia aqui ter dito «isto chama-se "tove"». Chamo a atenção para isto para eliminar, de uma vez por todas, a ideia de que as palavras da definição ostensiva predicam algo do definido; a confusão entre a frase «isto é vermelho», atribuindo a cor vermelha a qualquer coisa, e a definição ostensiva «isto chama-se "vermelho"».) Ora a definição ostensiva «isto é tove» pode ser interpretada de múltiplas maneiras. Apresentarei algumas dessas interpretações utilizando palavras de uso corrente. A definição pode pois ser interpretada como significando:

«Isto é um lápis»,
 «Isto é madeira»,
 «Isto é um»,
 «Isto é duro», etc. etc. (ibidem)

Com exemplos como esse, Wittgenstein procura mostrar que a definição ostensiva não tem uma função descritiva (predicativa). Seu papel é normativo, diz “o que é ser vermelho”, “o que é ser lápis”, “o que é ser madeira”, etc., ou seja, ela diz como devemos aplicar determinadas palavras. Pontuo que, reconhecer esse fato não implica dizer que a definição ostensiva possui um defeito ou uma limitação como recurso linguístico, mas apenas que sua função não é descritiva, mas normativa. Nesse sentido, Wittgenstein recomenda uma série de definições ostensivas para ir construindo o significado de uma palavra. Por exemplo,

apresentar amostras de cores ou de objetos da mesma cor para definir uma cor; mostrar exemplos de números cardinais, para definir a expressão “número cardinal”, ou fazer uso dos signos “1, 2, 3,..., *ad inf.*” no lugar dessa expressão para defini-la (BT, p. 504); etc. Eis aí uma maneira de compreender o papel da ostensão na nova perspectiva do pensamento de Wittgenstein.

Na fase madura, Wittgenstein afirma: “A definição ostensiva elucida o uso – a significação – da palavra” (IF, §30); “A significação de uma palavra é seu *uso* na linguagem” (IF, §43). E de fato ele descreve diferentes usos das palavras e, ao solicitar que olhemos o uso que está sendo feito em situações de aplicação das palavras, nos sugere variados níveis de elaboração do *sentido*. Porém, para que vejamos os usos efetivos em cada aplicação, é necessário evitar qualquer filiação teórica, conforme um modelo preconcebido de significação.

E, para desvencilhar nosso pensamento de tais modelos unilaterais, será preciso, segundo Wittgenstein, exclusivamente *descrever* o que está à frente de nosso olhar, aquilo que nos aparece sem a intermediação de uma qualquer teoria. Para conseguir essa mudança de percepção – isto é, a passagem do pensamento teórico dogmático para o olhar desprovido de preconceitos –, Wittgenstein realiza extensas variações contextuais de aplicação das palavras cuja significação conceitual está em questão. Não mais se trata de analisar a significação tomada em sentido absoluto, mas de captá-la a partir de seu solo de origem, que são os diversos usos das respectivas palavras nos diversos contextos de suas aplicações (MORENO, 2005, p.293-294)

As diferentes aplicações das palavras são utilizadas para evidenciar sentidos aparentados por vínculos de semelhança. Em situações de ensino e de aprendizagem, esses usos em variados contextos servem para ir construindo o significado das palavras. Por exemplo, a palavra triângulo aplicada no contexto da matemática, se refere a uma figura geométrica com conceitos, elementos e propriedades característicos do universo da matemática, porém a palavra pode ter um uso distinto do uso matemático se aplicado em outro contexto (triângulo amoroso, triângulo maçônico, etc.). Sendo assim, o significado de triângulo se formaria a partir do conjunto de usos que podem ser feitos da palavra, pois esses usos mantêm *semelhanças de família* entre si.

Porém, considerando que a definição ostensiva deve elucidar o uso da palavra, teríamos especificidades em relação ao gesto ostensivo em cada jogo de linguagem, uma vez que poderíamos apontar com facilidade para um desenho de uma forma triangular (uma amostra de triângulo) no quadro e dizer “isto se chama triângulo”, mas, teríamos dificuldade em fazer o mesmo para definir ostensivamente um triângulo amoroso. De acordo com Wittgenstein, a significação de um nome elucidar-se muitas vezes apontando para o seu portador, porém, em muitos casos um nome pode ser empregado desacompanhado do gesto indicativo. O nome é apenas elucidado pelo gesto (IF, §43-45, p. 43).

Além disso, na nova perspectiva, já que a concepção de que a linguagem nomeia objetos extralinguísticos havia sido superada, os objetos podem ser compreendidos como fazendo parte da linguagem, logo os gestos ostensivos são um método de apresentação desses objetos (IF, § 50, p.46). Essa mudança implica dizer que quando tomamos amostras para introduzir o significado de uma palavra, tais como um desenho no quadro de escrever, um material concreto, etc., e dizemos “isso se chama...”, não estamos fazendo uma mera associação entre palavras e objetos de um mundo extralinguístico, mas sim estabelecendo ligações de sentido entre linguagem e realidade (MORENO, 2012, p.75). Assim, as definições ostensivas têm a mesma função normativa de outros recursos linguísticos que fornecem um padrão para o uso de um termo (GLOCK, 1998, pp.151-153) . É o que discutirei mais detalhadamente a seguir.

2.3. A função normativa das definições ostensivas

Pelo que foi discutido sobre o ensino e a aprendizagem da linguagem até este ponto, aprendemos a falar por meio de um treino e aprendemos outras linguagens também por meio de treinos. Assim, desde as primeiras manifestações da criança em se comunicar, se faz presente o treino linguístico. Por exemplo, podemos imaginar que o significado da palavra “dor” é introduzido à criança quando, em situações em que se machuca ou está doente, um adulto lhe pergunte se está sentido dor ou onde está localizada a dor, ou seja, ele está lhe

dizendo que o que ela está sentindo é dor. Dessa maneira, são ensinadas as palavras para as sensações.

Outras espécies de palavras são ensinadas a partir do uso que fazemos delas nos jogos de linguagem em que ocorrem. Por exemplo, para a criança entender frases do tipo “essa caixa de lápis de cor tem cinco lápis de cada cor”, é necessário que ela já tenha tido um treinamento preliminar que lhe permitirá transitar na gramática das cores e na gramática dos numerais que são necessários à compreensão da frase. Não obstante, tanto a gramática das cores quanto a gramática dos numerais são ensinados com o auxílio do gesto ostensivo: o uso da palavra “três”, por exemplo, será ensinado apontando para grupos de objetos (BBr, p.12) e o significado das palavras para designar cores também são ensinadas apontando para objetos que são amostras de cada cor (BBr, p.69). Nas palavras de Wittgenstein, o fundamento de qualquer explicação está no treinamento (Z, §419).

Como já afirmei anteriormente, a definição ostensiva fornece uma regra para o uso de uma palavra e, nestes termos, ela é de natureza constitutiva, portanto tem uma função normativa no ensino da linguagem, é, portanto, parte da gramática. Assim, tanto o gesto indicativo (apontar) quanto a amostra utilizada na definição são parte da gramática (IF, § 16). Mas poderíamos questionar tal afirmação na medida em que nos parece estranho que “tijolos”, “colunas” (§2), e outros objetos concretos possam estar na mesma categoria que “modelos de cores”, “letras do alfabeto” (§ 8), “desenhos de figuras geométricas” e “rabiscos”, como parte da linguagem, porém, todos esses objetos são considerados amostras, e por isso, são parte da gramática porque “funcionam como padrões para o uso correto das palavras, tendo, assim, um papel normativo, análogo ao das proposições gramaticais⁸” (GLOCK, 1998, P.123). Ainda de acordo com Glock (1998) a gramática, para Wittgenstein, se refere tanto as regras constitutivas da linguagem, quanto a organização ou investigação filosófica dessas regras. Assim, sendo a definição ostensiva uma técnica que auxilia no estabelecimento de padrões para o uso correto de uma expressão, pontuo que ela faz parte da gramática no sentido de que seus elementos constitutivos (expressão

⁸ Sentenças utilizadas para expressar uma regra. Wittgenstein distingue proposições empíricas de proposições gramaticais (Glock, 1998).

demonstrativa, gesto dêitico e amostra) especificam a gramática de uma expressão.

2.4. Definição ostensiva, explicação e compreensão

As explicações de significados desempenham um papel importante nas formulações de Wittgenstein posteriores ao *Tractatus* (GF, IV, §59; BB, p.25-26). Essas explicações consistem em expor o modo como utilizamos um termo no sentido de especificar regras para o seu uso correto. Vale ressaltar que Wittgenstein está interessado apenas em relacionar o conceito de ensino com o conceito de significado, não em propor teses sobre a psicologia infantil ou sobre questões pedagógicas (Z, §412).

Segundo Gottschalk (2004) a definição ostensiva difere da explicação causal (empírica), pois a primeira é de natureza constitutiva enquanto que a segunda é de natureza descritiva. A definição ostensiva tem a função de estabelecer ligações internas de sentido entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos. Não se trata, portanto, de uma descrição, mas de denominação e, sabendo que, para Wittgenstein denominar e descrever não se encontram em um mesmo nível, uma vez que a denominação é uma preparação para a descrição (IF, §49), pontuo que a definição ostensiva precede a explicação, uma vez que a definição ostensiva “inaugura, por assim dizer, o objeto” (GOTTSCHALK, 2004, p. 318).

Segundo Glock (1998, p. 150) quando Wittgenstein reflete sobre “explicação do sentido”, não está se referindo a explicações causais, mas a explicações gramaticais⁹. As explicações causais, próprias das ciências

⁹ Pelo fato de saber que Wittgenstein considera que as definições ostensivas têm função normativa, procurarei usar a expressão “elucidação” ou “definição”, utilizada na tradução de José Carlos Bruni para o termo em alemão “*erklären*” ao invés de “explicação”, seguindo na direção de alguns comentadores da obra de Wittgenstein que perceberam a necessidade de fazer algumas distinções por razões de tradução. A opção de Bruni se refere ao fato de que o termo em alemão pode também ter o sentido de definir algo, que tem uma conotação normativa, portanto, mais adequada às formulações do filósofo austríaco. Caso o termo “explicação” apareça associado às ideias de Wittgenstein, fica subentendido que se trata de explicações gramaticais, no sentido encontrado em Glock (1998, p. 150). Para saber a respeito, sugiro consultar os verbetes “Definição ostensiva” (p.122) e “Explicação” (p.150) no Dicionário Wittgenstein, de autoria de Hans-Johann Glock.

empíricas, se ocupam de descrever as causas de utilizarmos certos termos ou os efeitos dessa utilização nos ouvintes, enquanto que as explicações gramaticais especificam regras para o uso correto de um termo, ou seja, tem função normativa. Para o autor, as definições ostensivas têm a mesma função normativa de outras explicações gramaticais, como a paráfrase, a exemplificação, as séries de exemplos, etc. Nas *Investigações Filosóficas* Wittgenstein nos apresenta um exemplo de jogo de linguagem em que é ensinada a série dos números naturais: ao comando do professor, o aprendiz deve escrever séries de signos, segundo uma lei de formação específica:

A primeira dessas séries deve ser a dos números naturais no sistema decimal – Como B aprende a compreender esse sistema? – Primeiramente, séries de números são escritas diante dele e ele é solicitado a copiá-las. (Não se espante com a expressão “séries de números”; não é empregada aqui incorretamente.) E aqui há já uma reação normal e uma reação anormal daquele que aprende. – Inicialmente, guiaremos talvez sua mão para copiar a série de 0 a 9; mas então a *possibilidade de compreensão* dependerá do fato de continuar ele a escrever por si próprio (IF, §143) [Grifos do autor].

Aqui Wittgenstein mostra que o contato inicial com a série dos números naturais se caracteriza como um treinamento, em que o aluno é colocado para exercitar por meio da escrita e da repetição a série de números e, no ensino desse jogo de linguagem, o primeiro passo é colocar os signos diante do aprendiz, definindo-os ostensivamente. O professor não está apresentando razões para esta ação por não se tratar de uma explicação causal, e sim de uma *convenção*, pois está mostrando que é assim que escrevemos a sequência dos números, é assim que contamos, nesta ordem, ou seja, está apenas dando instruções aos alunos para que eles sejam treinados a escrever a sequência como se espera que façam de acordo com as regras do jogo.

As instruções do professor visam à compreensão do aluno, que seria evidenciada pela capacidade do aluno de seguir a regra, na medida em que, o professor observa a reação (normal ou anormal¹⁰) de quem aprende e age de acordo com a reação observada: o aluno é capaz de escrever os algarismos, mas

¹⁰ Reação normal ou reação anormal estão relacionadas a estar ou não de acordo com a lei de formação fornecida, uma vez que, para Wittgenstein a linguagem é estruturada pela gramática e, nesse sentido, trata-se de ensinar o uso correto da série dos números naturais.

os escreve desordenadamente; ele comete erros na sequência da série que deve estar de acordo com a regra estabelecida; etc. Wittgenstein pontua que o professor procurará fazer o aluno desacostumar-se do erro até que ele escreva corretamente a série de maneira frequente. Ressalto que a possibilidade de compreensão (grifada por Wittgenstein) está atrelada a um *treino* que levará o aluno ao domínio de uma técnica. Nesse sentido, pontuo que o critério para falarmos que o aluno compreendeu a instrução do professor não está relacionado a uma mera questão psicológica, tais como um estado de consciência ou um processo (IF, §146-148, §152, §157), pois, “A gramática da palavra ‘saber’, está claro, é estreitamente aparentada com a de ‘poder’, ‘ser capaz de’. Mas também estreitamente aparentada com a da palavra “compreender”. (‘Dominar’ uma técnica.)” (IF, §150).

Mas se o aluno escrever corretamente os algarismos e errar na ordem estabelecida pela regra de formação da série, podemos dizer que ele não compreendeu nossa instrução? E se o aluno escrever corretamente a série até 100, pode-se dizer que compreendeu? Qual a relação entre a instrução e compreensão? Uma instrução adequada deve apresentar as circunstâncias relevantes em que um termo pode e não pode ser utilizado, não todas as circunstâncias de uso do termo, entretanto, o “treinamento não pressupõe a compreensão, mas somente padrões de reação por parte de quem é treinado”, ou seja, mesmo que o aluno só consiga escrever corretamente a série até determinado ponto e apresente erros pontuais, se a instrução fornece padrões para que o aluno possa seguir a lei de formação da série, ela é considerada adequada, já que Wittgenstein admite possibilidade de mal-entendidos em qualquer elucidação, mas esse fato não a torna defeituosa ou incompleta (GLOCK, 1998).

O ensino do conceito de “pensar” deve ser empreendido apresentando circunstâncias relevantes de uso da palavra, que, não obstante, se aplica somente para se referir a seres humanos, sendo desnecessário, portanto, predeterminar se um peixe pensa ou não (Z, § 117) – a instrução deve fornecer elementos para o aprendiz decidir se peixes pensam ou não, caso ocorra uma situação que requeira tal decisão. Da mesma maneira, o ensino do conceito de triângulo não necessita da apresentação de circunstâncias de uso da palavra

“triângulo” que não tenha parentesco com o sentido de triângulo no jogo de linguagem da geometria euclidiana, por exemplo, o uso da expressão “triângulo amoroso” é irrelevante para a compreensão do sentido matemático da palavra “triângulo”. Na perspectiva de Wittgenstein, o ensino do significado de uma palavra deve priorizar circunstâncias específicas de uso da palavra (Z, §§115-116). Nesse sentido

Há, ao mesmo tempo, um núcleo de verdade na ideia de que as definições ostensivas são primárias. Para alguém que ignora tanto o termo “carmesim” quanto o termo “vermelho” uma explicação do tipo “carmesim significa vermelho” é menos útil do que uma explicação como “carmesim é esta cor” (PG, 89-90; RPPI, §609), precisamente porque esta última lhe fornece uma amostra para a aplicação do termo. Mais importante ainda é o fato de que a indicação ostensiva constitui um ingrediente essencial no treinamento linguístico básico que precede as EXPLICAÇÕES propriamente ditas. (GLOCK, 1998, p.125).

O que sustenta a ideia de que as definições ostensivas são precedentes as explicações causais é o fato de que as crianças necessitam de um treinamento inicial em que são apresentados paradigmas para a aplicação das palavras. Nesse sentido, a definição ostensiva constitui uma regra para o uso de uma palavra, com base em amostras (“esta cor é carmesim”; “esta cor é vermelho”), o que possibilitará ao aprendiz (quando estiver familiarizado com a gramática das cores) compreender explicações do tipo “carmesim significa vermelho”, que não está no nível de constituição do sentido das cores “carmesim” e “vermelho”.

Porém, os signos adquirem significado para o aluno, ou seja, ele tem compreensão do significado, quando for capaz de aplicá-los a variadas situações e em diferentes contextos. “O denominar ainda não é nenhum lance no jogo de linguagem”, – tampouco quanto o colocar uma figura de xadrez no lugar é um lance no jogo de xadrez. Pode-se dizer: ao denominar uma coisa, nada está ainda feito”. Nestes termos é que a denominação precede a descrição, uma vez que a expressão “parece’ F não pode ser logicamente anterior a ‘é F” (Wittgenstein apud Glock, 1998, p. 151).

2.5. As amostras utilizadas em uma definição ostensiva

Como já evidenciei acima, as definições ostensivas fazem parte da gramática, então seus elementos constitutivos também exercem uma função normativa no ensino da linguagem. As amostras são utilizadas para determinar o significado dos signos porque as utilizamos como padrões para o uso correto dos signos e são, antes de qualquer coisa, uma escolha intencional de quem ensina, porém, tal escolha deve levar em consideração o fato de que as amostras servem de base para ensinar o significado das palavras e para aprender a aplicá-las na práxis de uso da linguagem. Assim, devemos levar em conta que:

Certas amostras não podem ser usadas para definir tipos específicos de objetos: uma amostra pode ser utilizada para definir o significado de uma palavra, mas não pode ser usada para ensinar o significado de outra, por exemplo, uma amostra utilizada para definir “vermelho” não pode ser utilizada como amostra de “verde”; uma amostra de “preto” não serve para definir “branco”, mas, juntamente com uma amostra de branco, serve para elucidar o significado de “mais escuro que” (GLOCK, 1998, p.124).

Há amostras que funcionam ora como amostras, ora com objetos definidos. Segundo Glock (1998), um mesmo objeto pode funcionar ora como amostra, ora como um objeto que é descrito como possuidor da propriedade definidora, porém, em um mesmo jogo de linguagem, se o objeto é usado como amostra, ele não pode ser usado em proposições empíricas, por fazer parte dos meios de representação. Quando utilizamos um objeto como paradigma em um jogo de linguagem (algo com o qual fazemos comparação para apresentação e aplicação de uma palavra), ele não pode ser “algo apresentado”, por ser “meio de apresentação”, por exemplo, “não se pode enunciar de uma coisa que tenha um metro de comprimento e ainda que não tenha um metro de comprimento”, tomando por base de medida o metro-padrão, ou seja, no jogo de linguagem do medir com a medida do metro, o metro-padrão fornece uma norma de descrição, portanto, não pode ser descrito pela própria norma que ele fornece. (IF, §50).

Certas amostras podem ser usadas para definir o significado de várias palavras, por exemplo: “Imagine que alguém aponte um vaso e diga: ‘Veja o maravilhoso azul! – não se trata de forma’. Ou: ‘Veja a maravilhosa forma! – a cor

é indiferente” (IF, §33). A mesma amostra serve para definir o significado de “Azul” e para definir a forma do vaso e poderia ainda ser utilizada para fazer comparações de tons de azul (“Este azul é o mesmo que aquele lá? Vê uma diferença?”), para ensinar variações de tons de azul (“Esse azul é índigo”, “Esse azul chama-se ‘marinho’”, etc.), e outras definições em relação à cor e à forma do vaso.

Mas o que o professor poderá fazer para dirigir a atenção do aprendiz ao aspecto da amostra que ele deseja enfatizar (que ele tem em mente)? Segundo Wittgenstein, dirigir a atenção do aprendiz para um aspecto específico da amostra (que se tem em mente), não é uma tarefa trivial como apontar para objetos diferentes.

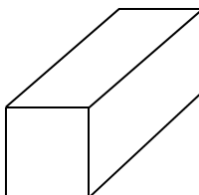
Pois as palavras “apontar a forma”, “ter em mente a forma” etc. não são usadas como estas: “apontar este livro” (e não aquele), “apontar a cadeira e não a mesa” etc. – então pense apenas como *aprendemos* de modo diferente o uso das palavras: “apontar esta coisa”, “apontar aquela coisa”, e, por outro lado: “apontar a cor, e não a forma”, “ter em mente a cor”, etc., etc. (IF, §35).

Ou seja, existe uma diferença crucial entre apontar para objetos diferentes usados como amostra e apontar para um aspecto ou outro de uma mesma amostra. No segundo caso, há uma dificuldade em sabermos o que “tem em mente” aquele que aponta para a amostra, mesmo que observemos os gestos que nos pareçam característicos para algum aspecto da amostra. Wittgenstein afirma que certamente há vivências e maneiras de apontar características para um aspecto da amostra, como percorrer o contorno como o dedo, ou com o olhar, ao apontar a forma, por exemplo, porém, ele argumenta que “isto não acontece em todos os casos nos quais ‘tenho em mente a forma’, como tampouco ocorre qualquer outro processo característico em todos esses casos”, ou seja, o filósofo irá submeter à terapia filosófica a posição do “ter mente” um determinado aspecto da amostra, como se isso tivesse relação com um estado mental. Ele trata a questão afirmando que mesmo que tais maneiras características de apontar se repetisse em todos os casos, isso não seria suficiente para afirmarmos que determinado aspecto está sendo considerado e não outro. Isso dependeria mais das circunstâncias, isto é, do que acontece antes e depois do apontar (IF, §34).

Não são apenas maneiras características de apontar para a amostra que nos autoriza a afirmar que alguém está dirigindo sua atenção para um determinado aspecto, da mesma maneira que um lance de xadrez não consiste em como as peças são movidas ou nos pensamentos e sentimentos de quem joga e de quem observa o jogo “mas sim nas circunstâncias a que chamamos: ‘jogar uma partida de xadrez’, ‘resolver um problema de xadrez’ e coisas do gênero.” (IF, §33). Antes, está relacionado ao desenvolvimento de uma habilidade com o jogo em questão, ou por outras palavras, ao domínio de uma técnica. A seguir discutirei de maneira mais específica a questão dos aspectos em uma definição ostensiva.

2.6. Definição ostensiva e aspectos

Imagine a seguinte situação: o professor desenha uma figura geométrica no quadro e começa a definir o seu nome e o nome de seus elementos. Por exemplo, um paralelepípedo como o da ilustração:



Fonte: (IF, parte II, p.178).

Como poderíamos imaginar que o aluno ao qual a ilustração é apresentada pudesse vê-la de uma maneira que não fosse a de uma figura geométrica espacial no contexto da geometria euclidiana? Como se poderia ver a figura ora como uma coisa, ora como outra? Esse exemplo é apresentado por Wittgenstein nas *Investigações Filosóficas* para discutir a experiência de “notar um aspecto”. Segundo o filósofo, “nós a interpretamos e a vemos como a *interpretamos*”, ou seja, ver a figura como alguma coisa está relacionado com o conceito de interpretar, por isso, quem a observa poderá vê-la, como um cubo de vidro, como uma caixa aberta virada, como três tábuas formando um canto (IF, II, p.178) e até

não vê-la como uma figura geométrica espacial, vendo-a apenas como uma figura plana composta de um quadrado e dois paralelogramos. Mas, o que ocorre quando, ao ver uma figura como essa, o aluno possa vê-la ora como uma coisa, ora como outra? Como esbocei anteriormente nesta investigação, a capacidade de compreensão do aluno tem relação com o domínio de uma ou mais técnicas linguísticas e que a definição ostensiva pode favorecer o ensino e a aprendizagem dessas técnicas. Assim, nesta seção, discutirei a relação da definição ostensiva com a experiência de “notar um aspecto”.

Nesse sentido, ressalto que ao definir ostensivamente o sentido de um conceito considerar o fato de que toda elucidação é passível de ser interpretada diferentemente do objetivo de quem ensina, seja pelas circunstâncias que envolvem a própria definição ostensiva, ou por questões relacionadas aos aprendizes, como o domínio de algumas técnicas e a capacidade de indagar sobre a denominação (saber que palavras se aplicam a objetos e aos seus aspectos) (IF, §6, §29), ou seja, o êxito da definição ostensiva dependerá, além das instruções do mestre, de um conhecimento prévio do aprendiz, que lhe permita ter compreensão do aspecto apontado pelo professor (a forma e não a cor, por exemplo). Essa asserção decorre do fato de Wittgenstein recusar a ideia essencialista de que a definição ostensiva predica algo do definido, o que implica dizer que uma definição ostensiva pode ter várias interpretações do aprendiz quando o professor aponta para algo e diz “isto se chama...” (BB, p.26).

Nesse contexto, o que seria importante destacar como elemento para evitar tais mal-entendidos? Segundo Moreno (2012, p. 84) isso envolve uma familiaridade prévia com o uso das palavras em decorrência de sua inserção em diferentes *lições*, ou seja, o aprendiz deve dominar previamente técnicas que envolvem a linguagem, para interpretar novas instruções que lhe forem dadas, que o torna capaz de ver relações de sentido em situações de uso da palavra em variadas situações.

Semelhantemente, a capacidade de ver tais relações de sentido tem familiaridade com a capacidade de notar aspectos em uma figura, uma vez que o conceito de vivência da significação pressupõe o domínio de vários usos que

pode ter uma palavra, assim como notar os aspectos em uma figura ambígua¹¹, pressupõe o domínio de técnicas.

2.6.1. A questão dos aspectos em Wittgenstein

Nas *Investigações filosóficas*, Wittgenstein aborda questões relacionadas ao emprego das expressões *ver* e *ver como*, apresentando situações de aplicação dos dois conceitos se utilizando das figuras da *Gestalt*. Segundo Gottschalk (2006) o interesse do filósofo por essas figuras devia-se a questões relativas aos conceitos mentais na psicologia e também a confusões conceituais do campo da matemática relativas à sua natureza e conseqüentemente à sua compreensão e de como se dá a sua construção.

Uma das figuras da Gestalt utilizadas por Wittgenstein na parte II das *Investigações filosóficas* para empreender suas reflexões é a “cabeça L-P”, que pode ser vista como cabeça de lebre ou como cabeça de pato, tomada emprestada de Jastrow (1901).

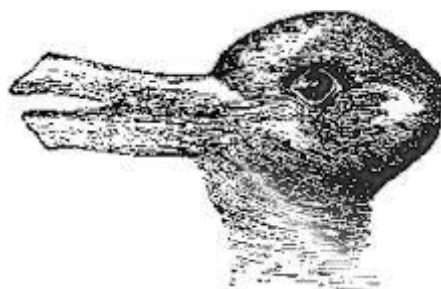


Figura lebre-pato de Joseph Jastrow (1901).

O filósofo quer mostrar que o fato de vermos a figura ora como lebre, ora como pato ou de maneira ampliada, vemos figuras ambíguas ora de uma maneira, ora de outra, se deve ao domínio de técnicas que nos permitem ver de uma forma ou de outra, não a processos mentais, no sentido de depender de algum ato mental específico.

¹¹ Uma figura ambígua pode apresentar-se como duas ou mais formas diferentes.

Wittgenstein quer combater a ideia de que *ver* seria um estado, enquanto que *ver como* seria uma interpretação expressa por meio de um pensamento ou ação. Segundo Gottschalk (2006, p.74), dessa maneira, “os filósofos estariam procurando a significação dos nossos conceitos nos fatos ou em processos mentais e mesmo fisiológicos”, o que se traduz em uma concepção referencial da linguagem, que é o que Wittgenstein quer rebater.

A recusa dessa ideia aproxima o conceito de observar um aspecto do conceito de vivência da significação, uma vez que ambos os conceitos têm como fundamento o domínio de uma técnica. Ver um aspecto, de maneira semelhante à compreender os diferentes empregos de uma palavra, pressupõem o domínio de uma técnica. Como diria Wittgenstein, o substrato dessa vivência é o domínio de uma técnica (IF, II, xi).

Assim, quando alguém reconhece imediatamente na figura cabeça L-P um pato (ou um coelho), significa que essa pessoa já vivenciou variadas situações de aplicação da palavra pato (ou coelho), vivências que o permitiram atribuir significado aos traços da figura para identificar um pato (ou um coelho), ou seja, “somente ‘vê os aspectos L e P’ quem conhece as formas daqueles dois animais” (IF, parte II, p.189). Por outras palavras, “ver imediatamente na figura um coelho, implica em já dominarmos uma série de técnicas de apresentação do simples” (GOTTSCHALK, 2006, p.75). Da mesma maneira, o *ver como* pato (ou *ver como* coelho) também é marcada pela busca de outros objetos para fazer comparações. Em ambos os casos, ver um pato (ou ver um coelho) e ver como pato (ou ver como coelho) pressupõe que se tenha o conceito de pato (ou de coelho) e que se tenha domínio de determinadas técnicas de comparação (idem, p.76).

Em função da finalidade deste estudo desembocamos na questão: como os conceitos de *ver* e de *ver como* se relacionam com o gesto ostensivo nos termos deste estudo? Para fazer distinção entre os dois conceitos, Gottschalk (2006) segue a orientação de Wittgenstein de analisar como essa distinção se dá na construção do conhecimento matemático, nos seguintes termos:

Mostramos objetos redondos para uma criança para que ela vá construindo o conceito de círculo, apresentamos objetos triangulares ou desenhamos diversos triângulos até que, a partir de um certo momento ela passe a reconhecer determinados objetos como triângulos que contêm uma base,

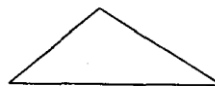
vértice, ângulos e lados. Assim como qualquer conceito de nossa linguagem cotidiana, o triângulo e seus vários aspectos (vértices, ângulos, bases e lados) são construídos através de diversas técnicas elementares de introdução do simples: gestos ostensivos, tabelas, objetos empíricos, entre outras, até que sejamos capazes de empregar esse conceito de modo imediato (GOTTSCHALK, 2006, p.77).

A relação do gesto ostensivo com os conceitos de *ver* e de *ver como* é que o gesto ostensivo é uma das técnicas linguísticas utilizadas para dotar o aprendiz da capacidade de ver imediatamente uma figura (ou outras expressões matemáticas) e seus aspectos (lados, vértices, etc.) e, em um segundo momento, instruir o aprendiz na organização desses aspectos de modo diferente: “agora veja tal elemento como...”. Por exemplo, “veja o triângulo como a metade de um paralelogramo”, “agora veja o lado do triângulo retângulo como a altura do triângulo”, etc. Para Wittgenstein, ao mudar o aspecto, partes da figura que antes não formavam um conjunto passam a formá-lo (IF, parte II, p.189).

2.6.2. A definição ostensiva e os conceitos de “*ver*” e “*ver-como*”

Na segunda parte das *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein nos apresenta um exemplo para empreender uma reflexão sobre os aspectos de um triângulo.

Considere agora como exemplo, os aspectos do triângulo.



O triângulo pode ser visto como: um buraco triangular, como corpo, como desenho geométrico; repousando na sua base, pendurado pelo seu vértice; como montanha, cunha, seta ou indicador; como um corpo tombado que (por exemplo) devesse apoiar-se no cateto mais curto, como a metade de um paralelogramo, e outras coisas diferentes (IF, parte II, p. 183).

Vejamos: quando ensinamos o tema triângulos, começamos apresentando amostras de triângulos (um desenho, objetos empíricos, etc.) aos alunos geralmente auxiliados pelo gesto ostensivo, com a finalidade de familiarizar o

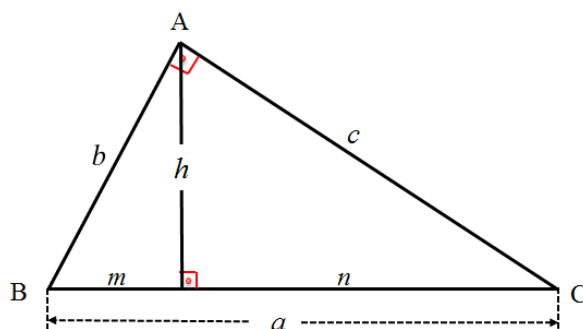
aprendiz com o uso da palavra triângulo no jogo de linguagem da geometria euclidiana plana. Nosso objetivo é que os aprendizes dominem o conceito de triângulo e na sequência, que aprendam o significado de cada elemento dessa figura geométrica, ou seja, seus aspectos (lados, vértices, ângulos, etc.).

Nesse momento, estamos introduzindo o conceito de triângulo aos alunos, para que eles sejam capazes de empregá-lo de modo imediato, o que possibilita que eles possam ver essa figura e reconhecê-la como um triângulo, com seus aspectos organizados de acordo com a lógica da matemática. Nesse primeiro momento, conjeturo que a definição ostensiva das palavras triângulo, lado, vértice, etc., serve para que o professor coloque o aprendiz diante da vivência da significação dessas palavras com a finalidade de que eles dominem as técnicas de uso dessas palavras no âmbito da matemática.

Em um segundo momento, o gesto ostensivo pode apresentar novos aspectos “que a figura poderia, conforme o caso, ter sempre em um quadro” (IF, parte II, p. 184): estar em pé, estar pendurado, ser parte de outra figura, etc. Ao aprendiz são apresentadas ostensivamente instruções do tipo: “veja tal lado como base”, “veja tal lado como altura”, “veja o triângulo como parte de um paralelogramo”, “veja o triângulo de maneira invertida”, etc.

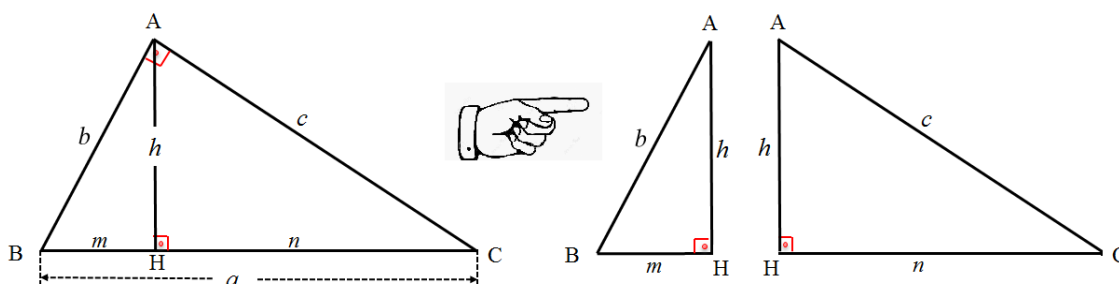
Nesse momento o gesto ostensivo auxilia o aprendiz a ver outros aspectos, ou por outras palavras, o auxilia a desenvolver a técnica de ver o triângulo de outra maneira (ver como parte de outra figura, por exemplo), ou ver possibilidade de seus elementos serem aplicados de outra maneira (agora ver isto como vértice, aquilo como base, agora ver lado como altura, etc.). Quando o aprendiz desenvolve a capacidade de ver os aspectos de um triângulo organizados de outra maneira e demonstra condições de fazer certas aplicações da figura, pode-se dizer que ele tem domínio da técnica de como empregar a palavra triângulo.

Vejam agora uma situação hipotética em que o professor deduz as relações métricas do triângulo retângulo. Usualmente, ele apresenta aos alunos o triângulo a seguir, com seus elementos:



Fonte: Ilustração criada pelo autor

O professor utiliza essa figura para mostrar aos alunos que são válidas as relações $b^2 = a.m$, $c^2 = a.n$, $h^2 = m.n$ e $b.c = a.h$ para medidas de qualquer triângulo retângulo. A prova consiste em mostrar que a figura possui triângulos retângulos semelhantes entre si e que, conseqüentemente, possuem lados correspondentes proporcionais.



Fonte: Ilustração criada pelo autor

O triângulo ABC é semelhante aos triângulos ABH e ACH e os triângulos ABH e ACH são semelhantes entre si, o que implica dizer que será requerido do aluno que veja, além dos aspectos de semelhança entre os triângulos, os elementos da figura ora como catetos, ora como hipotenusa, ora como altura, etc. O gesto ostensivo será frequentemente requerido para evidenciar tais aspectos. Por exemplo, o lado AB pode ser visto imediatamente pelo aluno como cateto, mas também deve ser visto como hipotenusa do triângulo ABH em um segundo momento, portanto o professor deve elucidar, com auxílio do gesto indicativo, essa outra maneira de ver o segmento AB : “agora veja AB como hipotenusa”.

Além disso, a rotação ou inversão dos triângulos podem facilitar a definição ostensiva dos outros aspectos, o que permitirá ao aprendiz ver um segmento

como cateto de um ponto de vista e de outro ponto de vista, como hipotenusa. Porém, devemos cuidar-nos de pensar que a capacidade de o aluno ver e de ver-como depende de algum processo introspectivo ou que ele se dá de maneira natural, uma vez que, na perspectiva wittgensteiniana, trata-se de dominar técnicas, logo em conformidade com as palavras do próprio filósofo, “Creio que hábito¹² e educação desempenham algum papel aqui” (IF, parte II, p.184).

Nesse sentido, sendo o domínio de técnicas fundamental para o aluno, as técnicas precisam ser ensinadas e aprendidas, já que os aspectos ou as relações entre eles podem ser óbvias para o professor, mas podem não ser visíveis e óbvias para os alunos. O professor poderá utilizar estratégias de persuasão para que o aluno aceite *ver* de outro modo, ensinando-o a fazer comparações, decomposições e rotações das figuras e a relacionar suas partes de diferentes modos. Wittgenstein (IF, parte II, p.184), afirma que há estilos de pintura que nada comunicam a algumas pessoas, mas o fazem para outras e que esse fato tem relação com hábito e educação. Desse fato decorrem duas questões que creio ser importante discutir para a finalidade deste estudo: como saber se o aluno domina ou não uma técnica? O que levaria os aprendizes a ter dificuldade para ver os aspectos de uma figura (ou de uma expressão) ou ver uma figura de outras perspectivas? É o que discutirei na próxima seção.

2.6.3. A cegueira para os aspectos

Como já evidenciei anteriormente, a capacidade de *ver* e de *ver como* na perspectiva wittgensteiniana, está condicionada ao domínio de técnicas (IF, II, xi). No exemplo apresentado na seção anterior, em que o professor deduziria as relações métricas no triângulo retângulo a partir da exposição da figura do triângulo e da argumentação matemática em que se introduzem/apresentam conceitos, definições e como expus uma elucidação auxiliada pelo gesto ostensivo. O fato de a situação ser hipotética faz com que a análise do exemplo seja feita a partir de hipotéticas reações dos alunos, como faria Wittgenstein.

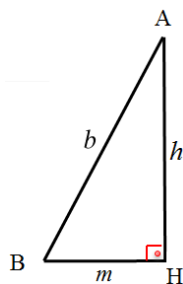
¹² Para Wittgenstein seguir uma regra, fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma partida de xadrez são hábitos (costumes, instituições) (IF, §199, p.92).

Assim, procurarei expor possibilidades de não compreensão das definições ostensivas para evidenciar que a compreensão da instrução (“veja como”) depende do domínio de técnicas por parte do aprendiz.

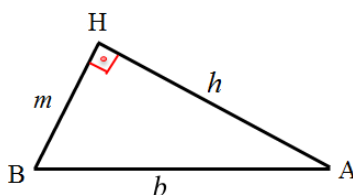
Então o que nos garante que o aprendiz domina as técnicas requeridas para ver os aspectos e ter êxito na compreensão das instruções do professor? Segundo Wittgenstein, “Compreender uma frase significa compreender uma linguagem. Compreender uma linguagem significa dominar uma técnica” (IF, §199, p.92), ou seja, a habilidade do aprendiz de lidar com a linguagem demonstra que ele domina a técnica. Por exemplo, o simples fato de reconhecer a figura como triângulo (e seus vários aspectos, tais como, ângulos, vértices, etc.), no uso adequado para o contexto da matemática, evidencia que o aluno já vivenciou situações de treinamento e de aplicações diversas desta palavra.

Pressupondo que lhes foram mostrados, por meio de definições ostensivas, objetos empíricos e desenhos de formas triangulares (de vários tamanhos e em várias posições) e que ao se deparar com a figura de um triângulo o aluno não fosse capaz de “ver” imediatamente um triângulo, com seus aspectos organizados de acordo com a lógica da matemática, podemos dizer, em conformidade com Wittgenstein, que ele ainda é cego para os aspectos dessa figura geométrica. Grosso modo falando, ser cego para o aspecto tem relação com a falta de domínio de uma técnica na mesma medida em que ver os aspectos tem relação com o domínio dela. “O ‘cego para o aspecto’ terá, em relação a figuras, um comportamento diferente” (IF, parte II, p.194).

E se, apesar de num primeiro momento o aluno fosse capaz de reconhecer a figura como triângulo e identificasse seus aspectos mais importantes para a compreensão da explanação inicial do professor, tais como os vértices A, B e C, os catetos \overline{AB} (b) e \overline{AC} (c), a hipotenusa \overline{BC} (a), a altura \overline{AH} (h), e as projeções \overline{BH} (m) e \overline{CH} (n), mas não fosse capaz, por exemplo, de ver o aspecto de semelhança entre os triângulos ABC e ABH, que o permitiria *ver* o cateto b *como* hipotenusa do triângulo ABH? Uma conjectura imediata é que o aluno não tenha desenvolvido a técnica de *ver* o triângulo:



Como o triângulo:



O que lhe permitiria ver o aspecto de correspondência entre seus lados correspondentes, e ver o cateto b (do triângulo ABC) como hipotenusa (do triângulo ABH). No caso, um aspecto fundamental para entender a elucidação do professor que culminaria com a dedução da relação $b^2 = a.m$. Nessa hipótese, diríamos que o aluno se mostrou “cego para o aspecto de semelhança”, o que significa que não domina a técnica de reconhecer a semelhança entre figuras geométricas, que no caso dos triângulos retângulos se trata de identificar um par de ângulos correspondentes congruentes e saber que seus lados correspondentes são proporcionais, identifica-los e encontrar a razão de semelhança. Na perspectiva wittgensteiniana, essas técnicas são aprendidas, não se trata de nenhuma capacidade cognitiva especial, no sentido de que o desenvolvimento dessa capacidade não é fruto de um processo introspectivo, mas do desenvolvimento de uma habilidade linguística por parte do aprendiz. Por outras palavras, aplicamos as regras de acordo com o que fomos treinados. Para o filósofo:

O que aprende denomina os objetos. Isto é, fala a palavra, quando o professor aponta para a pedra. (IF, §7, p.30).

No triângulo, agora ver *isto* como vértice, *isto* como base – agora *isto* como vértice e *isto* como base. – É claro que para o aluno que começa a tomar conhecimento dos conceitos de

vértice, base etc., as palavras “vejo *isto* agora como vértice” ainda não podem dizer nada. (IF, parte II, p.189-190).

Ou seja, o professor não deve esperar que aluno seja capaz de ver novos aspectos em uma figura (ou em outra expressão matemática) se ele ainda está se familiarizando com o conhecimento de conceitos que lhe permitiram ver de uma outra perspectiva. Ele só poderá ver a diagonal de um retângulo como hipotenusa de um triângulo retângulo, por exemplo, se já domina os conceitos de triângulo, de retângulo, de diagonal, de hipotenusa, etc., o que lhe possibilitaria além de ver a diagonal como hipotenusa, aplicar a relação requerida para determinar a medida da diagonal. Até esse momento, a frase “veja isto agora como hipotenusa” não dirá nada ao aprendiz, mesmo que o professor esteja utilizando o gesto ostensivo para chamar a atenção do aluno para a diagonal do retângulo.

Pontuo que o gesto ostensivo, em casos correlatos, pode não contribuir com a compreensão do aluno pelo fato do aprendiz não dominar a técnica para ver um aspecto de outra perspectiva, para retomar a hipótese levantada nesta investigação, de que o gesto ostensivo pode auxiliar a compreensão, mas também pode estar relacionado a mal-entendidos.

Silveira nos apresenta um exemplo que pode ilustrar essa questão:

A professora coloca no quadro de escrever o número 216 no QVL (quadro de valor lugar) e com um gesto ostensivo aponta para cada algarismo e diz: 2 é centena, 1 é dezena e 6 é unidade. Ao solicitar que os alunos fizessem o mesmo com 621, um aluno escreve: 6 é unidade, 2 é centena e 1 é dezena. (SILVEIRA, 2014, p.146).

Nessa situação, podemos ver que o aluno interpretou de maneira equivocada a definição ostensiva da professora por problemas relacionados a combinação de palavras com o gesto. Ao interpretar a definição oferecida pela professora (2 é centena, 1 é dezena e 6 é unidade), o aluno produz um sentido lógico¹³, porém distinto da regra matemática para o aspecto da decomposição do número.

¹³ Lógico porque ele reproduziu o que a professora lhe sugeriu quando afirmou que “2 é centena, 1 é dezena e 6 é unidade. A falta de habilidade para ver o algarismo 2 como duas centenas, o algarismo 1 como uma dezena e o algarismo 6 como seis unidades, revela que ele não teve uma vivência que lhe permitisse ver o algarismo sendo aplicado de outra maneira.

O que a professora poderia dizer é que o número 216 possui duas centenas, uma dezena e seis unidades, apontando para os algarismos nas respectivas posições no QVL, mostrando para o aprendiz que o lugar ocupado pelo algarismo no quadro determina o seu significado, ou seja, se ele é centena, dezena ou unidade, com a finalidade de ensinar-lhe a regra que rege a decomposição. Essa elucidação poderia levar o aprendiz a compreender a regra de utilização desse quadro, lhe permitindo segui-la quando fosse solicitado que fizesse o mesmo com outros números.

Essa elucidação ainda poderia ser empreendida elucidando ostensivamente que 216 equivale a $200 + 10 + 6$, ou seja, que é composto de duas centenas, uma dezena e seis unidades, evidenciando que o algarismo 2, de acordo com a posição que ocupa no QVL, representa duas centenas, que 1 representa uma dezena e que 6 representa seis unidades. A professora poderia ainda pedir aos alunos para decompor números com algarismos iguais como 222, por exemplo. Neste tipo de lição, poderia ficar mais evidente a regra que deve ser seguida: “veja 2 como duas centenas”, “agora veja dois como duas dezenas”, “agora veja dois como duas unidades”. O gesto ostensivo deve evidenciar o *uso* que está sendo feito do algarismo em cada casa do QVL. Nestes casos é recomendável uma ou mais definições ostensivas, até que o professor considere que o aluno é capaz de seguir a regra de utilização do QVL. E como o professor se certificará da compreensão do aluno? Segundo Wittgenstein, “como alguém ‘concebe’ a elucidação, mostra-se no modo pelo qual faz uso da palavra elucidada”. (IF, §29).

CAPÍTULO 3

A DEFINIÇÃO OSTENSIVA E O ENSINO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Na *práxis* do uso da linguagem, um parceiro enuncia as palavras, o outro age de acordo com elas; na lição de linguagem, porém, encontrar-se-á este processo: o que aprende *denomina* os objetos. Isto é, fala a palavra, quando o professor aponta para a pedra. [...] o aluno repete a palavra que o professor pronuncia. (IF, §7).

– Ludwig Wittgenstein –

Neste capítulo discorrerei sobre a utilização de gestos ostensivos na atividade de ensino de conceitos matemáticos. A finalidade é evidenciar que os gestos ostensivos são técnicas linguísticas importantes para formação/aquisição de conceitos, de regras e de técnicas matemáticas, pois tem a função normativa de estabelecer ligações internas de sentido entre signos, sendo nesse sentido, elementos essenciais para a atividade de ensino e para o processo de aprendizagem.

3.1. O ensino da matemática em uma perspectiva wittgensteiniana

Nos últimos anos, com a consolidação do campo da educação matemática, muitos modelos pedagógicos têm sido apresentados como opção para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática, baseados em teorias educacionais que, por sua vez, têm como fundamento determinados desenvolvimentos filosóficos. Assim, basta que façamos uma análise mais aprofundada desses modelos para identificarmos a base epistemológica em que se ancoram, o que, em última instância, determina os modos de proceder na prática pedagógica. Considerando o foco do presente estudo, que visa analisar como se dá a constituição de sentidos no campo da matemática escolar, apresentarei uma reflexão sobre a atividade de ensino da

matemática, tendo por base as reflexões de Wittgenstein sobre os fundamentos da matemática, na medida em que refletir sobre a natureza do conhecimento matemático pode nos dar subsídios para identificar equívocos em nossas práticas pedagógicas filiadas à concepção referencial da linguagem que buscam fundamentos últimos da atividade matemática.

Em orientações curriculares oficiais (BRASIL, 1997a) podemos encontrar asserções sobre a Matemática que nos dão indícios de que os modelos pedagógicos defendidos por esses documentos se coadunam com a concepção referencial da linguagem e essencialista do significado tais como:

Em sua origem, a Matemática constituiu-se a partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência e diretamente conectadas com a vida diária (p.24).

Nos dois primeiros ciclos, o objetivo principal do trabalho com o cálculo consiste em fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação-problema apresentada, aos números e às operações nela envolvidos (p.75).

É no contexto das experiências intuitivas e informais com a medição que o aluno constrói representações mentais que lhe permitem, por exemplo, saber que comprimentos como 10, 20 ou 30 centímetros são possíveis de se visualizar numa régua, que 1 quilo é equivalente a um pacote pequeno de açúcar ou que 2 litros correspondem a uma garrafa de refrigerante grande.

Essas representações mentais favorecem as estimativas e o cálculo, evitam erros e permitem aos alunos o estabelecimento de relações entre as unidades usuais, ainda que não tenham a compreensão plena dos sistemas de medidas (p.83).

Nessas recomendações, podemos identificar alguns princípios construtivistas como a ideia de que o aluno constrói o seu próprio conhecimento a partir de estímulos provenientes de situações-problemas propostas pelo professor para que ele possa de alguma maneira, desenvolver o conhecimento que estaria potencialmente presente em sua estrutura cognitiva. Ainda há implícita a ideia de que as proposições da Matemática tem sua origem em fatos da natureza, o que justificaria além da abordagem a partir de situações empíricas, a ideia de que a matemática tem, essencialmente, a função de descrever os fatos do mundo.

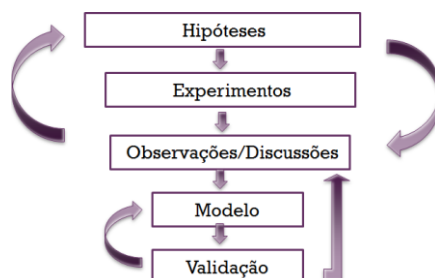
Para Gottschalk (2008, p.77), por trás dos modelos pedagógicos apresentados nessas orientações está subjacente “a crença de que nossa linguagem teria uma função essencialmente comunicativa e descritiva dos significados que atribuímos às nossas experiências em geral” e que essa crença encontra-se presente em diferentes epistemologias que fundamentam as práticas pedagógicas. Em alguns de seus textos Gottschalk (2004, 2008, 2014) faz críticas às tendências pedagógicas que se apoiam nas teorias construtivistas, afirmando que, apesar de suas distinções dentro do próprio construtivismo, comungam da crença de que as palavras da nossa linguagem se referem a objetos extralinguísticos que são os seus significados, ou, por outras palavras, procuram os significados fora da linguagem, revelando que são filiadas à concepção referencial da linguagem. De modo geral as abordagens construtivistas são classificadas em perspectiva experimental, cognitivista e antropológica e divergem apenas quanto ao local onde se encontram os significados dos objetos matemáticos, mas em todas elas os significados estariam em uma realidade extralinguística.

Para os construtivistas adeptos da perspectiva experimental, haveria um mundo de experiências que ao ser compartilhado revelaria uma realidade matemática a ser observada/descoberta pelos alunos. Na perspectiva cognitivista, por sua vez, a construção de conceitos matemáticos decorreria de operações mentais, que se desenvolveriam mediante a interação com o meio ambiente. Já na perspectiva antropológica, os significados surgiriam da interação social, na medida em que haveria uma realidade matemática de caráter consensual construída historicamente e passível de ser reconstruída mediante um processo de negociação de significados (GOTTSCHALK, 2004). Assim, podemos ver que as vertentes construtivistas, descritas acima de maneira resumida, compartilham a ideia de que os significados matemáticos se encontram fora da linguagem, seja no empírico (perspectiva experimental), na mente do sujeito (perspectiva cognitivista) ou na interação social (perspectiva antropológica).

Alguns pressupostos fundamentam esses modelos pedagógicos e as recomendações curriculares para o ensino da matemática: as proposições da matemática decorrem de fatos da natureza; as proposições da matemática teriam caráter essencialmente comunicativo e descritivo da realidade; haveria *algo* fora

da linguagem que corresponde às proposições da matemática ou que lhes dê fundamento. Esses pressupostos dão elementos para se pensar a atividade de ensino da matemática como um processo de descoberta espontânea por parte do aluno de relações matemáticas, de procedimentos de cálculo, etc., somente a partir de processos empíricos, mentais ou de negociação de significados entre sujeitos.

Muitos modelos pedagógicos, ao estabelecer seus limites, no sentido de distinguir-se em relação a outros, enfatizam que a atividade a ser desenvolvida deve priorizar o “fato de os alunos terem que desenvolver uma investigação, ou seja, não terem esquemas definidos *a priori*, e de a situação ter origem no dia-a-dia ou em outras ciências que não a Matemática.” (BARBOSA, 2007, p.162). Por exemplo, Sant’Ana (2007, p.150) utilizou um experimento para ensinar conceitos de Cálculo. A autora relata que orientou os alunos a observar a vazão de água de uma garrafa de refrigerante de dois litros, na qual foi colocada uma régua como escala e foi feito um orifício para o escoamento da água. A autora afirma que o ensino com base em uma atividade experimental é realizado em etapas sintetizadas no seguinte esquema:



Fonte: Sant’Ana (2007, p.150)

Ou seja, o tema estudado pelos alunos é oriundo de uma situação empírica, que deve orientar a procura dos alunos por elementos quantitativos que possam lhe dar subsídios para “elaborar” uma representação matemática (modelo matemático) da situação em estudo, ou seja, está implícita a ideia de que a matemática teria caráter essencialmente descritivo, na medida em que, o modelo matemático elaborado pelos alunos é uma explicação causal do fenômeno.

Como já evidenciei nos capítulos anteriores, do ponto de vista de Wittgenstein, a Matemática não é *descritiva*, não se refere a nenhuma realidade,

pois ela é de natureza *convencional*, no sentido de que seus enunciados são *normas* que nos permite compreender o sentido de outros enunciados (não matemáticos) em determinados contextos, ou, por outras palavras, são regras de como proceder. Assim, desse ponto de vista, a matemática, por ser de natureza gramatical, “é um cálculo puro (não a aplicação de um cálculo à realidade)” (GF, p.245), na medida em que, uma situação que lhe dá a aplicação de um cálculo particular na linguagem real não a correlaciona com uma realidade qualquer, nem lhe dá uma realidade que ela não tinha antes. Ao contrário disso, as proposições matemáticas institucionalizadas é que dão sentido à atividade matemática (GOTTSCHALK, 2004). Assim, a orientação para que os alunos “descubram” o conhecimento matemático no mesmo sentido das ciências empíricas não corresponde a uma ordem coerente com a natureza do conhecimento matemático.

Não podemos adivinhar como uma palavra funciona. Temos de ver seu emprego e aprender com isso.
A dificuldade, porém, é vencer o preconceito que se opõe a este aprendizado. (IF, §340)

Nesse sentido, não podemos esperar que os alunos “descubram” ou adivinhem o sentido matemático de algumas palavras, nem que aprendam a utilizar as regras que são expressas simbolicamente e que governam determinadas atividades matemáticas, como agrupamentos específicos, comparações, operações de cálculo, etc., somente a partir de interações com situações-problemas oriundas do mundo físico. É imprescindível que o aluno aprenda a dominar técnicas previamente para que possa compreender os conceitos e agir de determinada maneira em relação aos diferentes empregos de uma palavra em variados contextos. Por exemplo, ao apresentar aos alunos situações como uma relação de produtos alimentícios com seus respectivos preços e solicitar que eles façam inferências como “qual produto é mais barato e qual é mais caro”, “quanto custaria uma relação de tantos produtos”, etc., o professor não pode pensar que o aluno estaria apto a responder tais questões sem que dominasse minimamente a gramática desse jogo de linguagem, na medida em que para o aluno obter o valor de uma lista de produtos ele precisaria dominar algumas técnicas, como agrupar de uma maneira específica (por

exemplo, se a lista pedisse mais de uma unidade de cada produto), ou contar de determinada maneira (de dois em dois, de três em três, etc.), ou seja, no mesmo sentido que recorreremos a uma régua para medir objetos empíricos, recorreremos a proposições matemática para agir sobre situações como esta fazendo uso do aspecto descritivo da matemática.

Assim, a partir dessas reflexões iniciais sobre o ensino da matemática, procuro situar ainda mais o lócus de análise desta investigação, uma vez que a definição ostensiva, como apontei no capítulo 1, está fortemente atrelada ao ensino a ao aprendizado do sentido dos conceitos matemáticos, portanto, minha análise focará a etapa em que são convencionadas regras para o aplicação de determinados termos matemáticos, considerando a função normativa das definições ostensivas, ou seja, minha análise focará na função de fornecer paradigmas para o uso das palavras no âmbito da matemática escolar, tendo em vista a formação dos conceitos.

3.2. Alguns pontos de vista sobre a argumentação matemática

Explicação, argumentação, prova e demonstração são palavras muito presentes na aula de matemática e que possuem nesse ambiente sentido bem específico, em função da prática profissional do professor, sobretudo por implicação de questões relacionadas à natureza do conhecimento matemático. Assim, explicitarei um sentido para tais palavras com base no referencial filosófico adotado, porém, apresentarei alguns pontos de vista sobre os conceitos no âmbito da educação matemática, objetivando diferenciar a compreensão wittgensteiniana das demais.

Segundo Almouloud et al. (2012) com base em Balacheff (1982), quando o professor tem a finalidade de comunicar o caráter de verdade de um enunciado matemático aos alunos, utiliza uma explicação reconhecida como convincente pela comunidade que se constitui como prova para esta comunidade. Balacheff (1987) nos dá elementos para distinguirmos diferentes níveis do processo argumentativo no ensino da matemática, tais como explicação, prova ou demonstração. A explicação está intimamente ligada ao sujeito locutor e tem por

finalidade comunicar o caráter de verdade de um enunciado matemático; as provas são explicações aceitas por um grupo social em momento específico. Se a prova se refere a enunciados matemáticos, então se trata de uma demonstração.

As demonstrações são provas particulares com as seguintes características: são reconhecidas pelo matemático profissional; respeitam a regra de partir de axiomas (enunciados provenientes da experiência tidos como verdadeiros, mediante a intuição e a evidência) para deduzir outros enunciados ou partir dos demonstrados anteriormente, obedecendo a regras lógicas para chegar aos teoremas¹⁴; trabalham dentro de um estatuto teórico não pertencente ao mundo sensível. A demonstração tem por finalidade uma única verdade que não deixa margem para dúvida a respeito de sua validação.

Nesse caso, pode-se afirmar que a demonstração é teórica e tem caráter científico. Já a prova e a argumentação não necessitam de muito formalismo, sendo mais flexíveis em relação à linguagem logico-matemática. Tanto a prova quanto à argumentação tem por finalidade o convencimento de que se está na direção da verdade. Podem partir de objetos pertencentes ao mundo real, tais como desenhos, gestos ou esboços. (SALES, PAIS, 2009).

Tendo em vista a problemática desta investigação, que circunscreve o processo de elucidação e de compreensão de conceitos matemáticos, uma vez que ensinar e compreender tem relação com a constituição de sentidos e que esta constituição tem relação, em parte, com a utilização de gestos ostensivos, considero importante pontuar algumas considerações sobre a compreensão de Wittgenstein sobre explicação, argumentação e compreensão de conceitos matemáticos, já que para o filósofo a aplicação da matemática faz dela uma linguagem, e sendo assim precisa ser ensinada.

Para Wittgenstein, a matemática é *normativa*, no sentido de que suas proposições são regras gramaticais ou paradigmas que estabelecem normas para a atribuição de sentido em contextos de uso das palavras, e por esse fato, a argumentação matemática não poderia ser pensada de um ponto de vista de justificação externa. Por exemplo, o fato de sabermos que “ $4 > 3$ ” nos permite

¹⁴ Teoremas são proposições demonstráveis logicamente partindo de axiomas ou de outros teoremas já demonstrados mediante regras de inferência aceitas no campo científico. No contexto escolar, os teoremas têm valor de verdade por serem tratados à semelhança do campo científico, tanto em relação ao conceito, quando no ritual de demonstração.

caracterizar um quarteto como algo maior que um trio, mas a expressão “ $4 > 3$ ” tem sentido no contexto da matemática independente desta aplicação (quarteto maior que trio) ou de qualquer outra aplicação empírica. Por outras palavras, as argumentações na matemática não são de carácter empírico, mas estritamente gramaticais¹⁵, o que garante que suas proposições tenham sentido mesmo desvinculadas de usos externos à matemática (RFM, VI, 22; BT, p.511-513).

Wittgenstein (BT) defende uma concepção de autonomia dos enunciados matemáticos que não se separe jamais de uma rede de relações conceituais do conteúdo, mesmo no caso de cálculos formais, como os cálculos aritméticos e geométricos. Sendo assim, uma proposição matemática não poderia jamais ser testada por via de um experimento. Seria sim um constructo pelo qual a experiência pode ser testada e julgada, uma vez que os teoremas matemáticos exprimem regras gramaticais ou critérios para fazer asserções (BOUVERESSE, 1988; FRASCOLLA, 2004).

Nesse sentido, conjecturo que o pensamento de Wittgenstein sobre a argumentação matemática o afastaria de pressupostos que sugerem que a apresentação de enunciados matemáticos deva partir de situações do cotidiano, que supostamente levaria os alunos a construir os conceitos, sem necessariamente fazer uso de argumentos logico-matemáticos, ou que faça utilização de uma aplicação empírica como preparação para a compreensão de uma proposição abstrata, no sentido de usar a primeira para dar sentido a segunda. (BT, p. 511).

3.3. Gestos ostensivos: auxiliares no ensino de conceitos matemáticos

Em conformidade com Glock (1998, p. 122) uma definição ostensiva é uma explicação gramatical do significado de uma palavra por meio de enunciados como “isto é um elefante”, “esta cor é o vermelho”, etc., e é constituída por três

¹⁵ O conceito de gramática para Wittgenstein se refere aos usos efetivos e aos usos possíveis das palavras, que se constroem em circunstâncias dialógicas (MORENO, 2005). No caso das proposições matemáticas, os usos das palavras são construídos no contexto social dos matemáticos e compartilhados pelos educadores matemáticos.

elementos: uma expressão demonstrativa, “isto é...”; um gesto dêitico (apontar); e uma amostra (objeto para o qual se aponta).

Para Wittgenstein, chamar a atenção do aprendiz para um objeto e pronunciar uma palavra, conduz a criança a aprender o uso das palavras e a executar determinadas atividades em que as palavras são aplicadas (IF, §30). Por exemplo, a palavra “igual” já é conhecida da criança e utilizada em seu cotidiano de várias maneiras (meu cabelo é igual ao seu, tenho uma camisa igual a sua, etc.), porém, na aula de matemática, a palavra é usada de maneira distinta do uso cotidiano. Esse novo emprego precisa ser ensinado, uma vez que não existe uma essência por trás de todos os usos da palavra “igual”, mas apenas semelhanças entre eles. Ser igual no contexto da matemática está relacionado a procedimentos específicos que devem ser aprendidos.

Aprender nessa perspectiva é um processo cujo objetivo é o domínio de uma técnica, na medida em que agir de determinada maneira em relação ao emprego de uma palavra, inserida em um contexto de uso, requer que tenhamos vivência com as regras de sua utilização em cada situação. Os critérios que permitem à criança dizer que seu cabelo é igual ao de seu pai não são os mesmos utilizados para afirmar que $3 + 2$ é igual a 5. Na perspectiva wittgensteiniana, aprender a utilizar a palavra “igual” no contexto da matemática requer treino, no sentido de que não se trata de um aprendizado natural (GOTTSCHALK, 2014, p.104-105).

Até o aluno chegar ao ponto de lidar com o uso adequado da palavra “igual” no contexto da matemática e com a simbologia que acompanha tal emprego, ele é submetido a um processo de treinamento em que são utilizados pelo professor vários recursos como gestos ostensivos, objetos empíricos como amostras comparativas, dentre outros. Assim, várias situações de emprego da palavra são apresentadas, até que o aprendiz passe a agir de acordo com as regras de utilização da palavra nesse contexto, ou seja, passe a dominar uma técnica. Assim, várias situações de aplicação da palavra “igual” podem ser apresentadas aos alunos como a comparação de objetos geométricos que possuem a mesma altura (alturas iguais), operações matemáticas que apresentam o mesmo resultado, etc., para que o aluno vá compreendendo gradativamente o sentido da palavra no contexto da matemática e para que, ao

compreender a regra de utilização da palavra no interior desse jogo de linguagem, possa fazer inferências em outros contextos aplicando o conceito de igualdade.

Assim, quando recorremos à definição ostensiva da palavra hipotenusa, apontando para uma amostra de triângulo, ainda não podemos dizer que o aprendiz compreendeu o significado da palavra hipotenusa até que ele demonstre que é capaz de reconhecer a hipotenusa de um triângulo de acordo com os critérios estabelecidos para se falar em hipotenusa em triângulo (ser o maior lado de um triângulo retângulo ou ser oposta ao ângulo reto, etc.), ou seja, que demonstre que domina a técnica de reconhecer a hipotenusa em um triângulo.

Para muitos professores, essa definição, por ser muito elementar e clara na maneira de convencionar o que se está dizendo “ser hipotenusa” no triângulo não poderia ser mal compreendida na medida em que o professor está apontando para a hipotenusa no desenho. Porém, não ocorre a quem considera uma definição ostensiva como isenta de propiciar incompreensão, o fato da palavra “lado” já ser empregada pelo aluno em seu cotidiano de outras maneiras distintas do uso matemático (estar ao lado de alguém, estar do lado de dentro ou do lado de fora de um recinto, etc.), o que poderia levá-lo a ter dúvida em relação ao que está sendo chamado de lado na figura¹⁶.

O fato de usarmos objetos empíricos associados com gestos para introduzir o aluno na vivência de significação das palavras no contexto da matemática não significa dizer que há uma simples substituição empírica do objeto pelo nome, o que há, são relações internas de sentido, construídas por meio de técnicas, como o gesto ostensivo, no interior de jogos de linguagem. As relações de sentido são ditas internas pelo fato de que na perspectiva wittgensteiniana, são de natureza convencional, em oposição ao que ocorre nas ciências empíricas, que são causais ou externas (MORENO, 2012, p. 87-88).

Segundo Wittgenstein, devemos cuidar-nos de pensar que uma expressão como $4 \text{ maçãs} + 4 \text{ maçãs} = 8 \text{ maçãs}$ é a equação concreta ou uma aplicação especial, da proposição abstrata $4 + 4 = 8$ ou que uma relação binária é algo parecido à relação entre pai e filho. O filósofo argumenta que esse tipo de exemplo não interfere no tratamento lógico das proposições abstratas em questão, uma vez que, por serem de natureza convencional, tem sentido

¹⁶ Nos termos do que foi discutido no capítulo anterior.

independente de aplicações empíricas (a aritmética é sua própria aplicação, o cálculo é sua própria aplicação) (BT, 511-512; GF, parte II, 15, p.244).

Isso não impede que situações concretas ou objetos empíricos sejam apresentados à criança em situações de ensino, porém, tendo sempre cuidado de deixar claro para o aluno a especificidade da aplicação de determinados conceitos matemáticos ao mundo empírico. Por exemplo, o conceito de divisão no contexto do cotidiano do aluno não obedece necessariamente a regra para dividir no contexto da matemática. Na matemática a divisão pressupõe que se obtenha partes iguais como resultado, enquanto que no cotidiano do aluno nem sempre isso ocorre. Por exemplo, ao utilizar um exemplo empírico em que duas crianças dividem uma barra de chocolate, deve ficar evidente que se trata de uma situação de aplicação da palavra “divisão” no contexto da matemática, que apesar de ter semelhanças com a situação concreta suscitada, está condicionada à regra gramatical de que a divisão deve ter partes iguais. “O que está incorreto é a ideia de que a aplicação de um cálculo na gramática da linguagem real a correlaciona com uma realidade ou lhe dá uma realidade que ela não tinha antes” (GF, parte II, p.244). O que o aluno deve aprender é que o uso de certos conceitos no contexto da matemática é bem específico e que esses usos organizam o mundo empírico de outras maneiras, por isso, o professor deve ter cuidado para que essa correlação entre o uso da linguagem ordinária e o uso matemático não conduza o aluno a erros.

Outra questão a ser destacada é que ensinar o significado de uma palavra requer que o aluno tenha domínio de um conhecimento prévio, no sentido de ter um modo comum de agir no interior de uma forma de vida (domínio de uma técnica) que facilitaria a compreensão, já que para Wittgenstein “o fundamento de qualquer explicação está no treinamento” (Z, §419), ou seja, o treinamento precede o significado da palavra. No caso da definição ostensiva da palavra “hipotenusa”, no exemplo apresentado acima, várias amostras de triângulo retângulo são apresentadas ao aluno, em diferentes posições e com diversos tamanhos e configurações, até que o aluno seja capaz de apontar a hipotenusa de um novo triângulo que ainda não havia sido exemplificado pelo professor identificando o lado como hipotenusa, de acordo com a instrução dada pelo professor (oposta ao ângulo reto, etc.). Neste momento podemos dizer que a

palavra hipotenusa adquiriu significado para o aprendiz, ou seja, que ele já tem compreensão do conceito de hipotenusa.

Assim, podemos conjecturar que o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, seguem nessa direção de uma perspectiva wittgensteiniana. Ensinar a criança a somar pode acontecer de várias maneiras, mas nelas sempre haverá um momento para o treinamento, que antecede o significado. O conceito de soma muitas vezes é apresentado ao aluno a partir da ideia de “juntar”, recorrendo a gestos empíricos que o aprendiz está habituado, como usar os dedos das mãos para dizer sua idade às pessoas. Isso também envolve um treinamento, na medida em que o aluno deve aprender a agrupar elementos a serem somados de modo específico, a dominar a técnica de contagem, ou seja, ele deve proceder de acordo com a regra de somar no contexto da matemática. Segundo Gottschalk (2013, p.4) o treinamento exerce um papel fundamental na elaboração de nossos saberes, tanto proposicionais quanto procedimentais (o “saber que” e o “saber fazer”).

Como destaquei anteriormente, a matemática, por ser de natureza convencional, possui sentido, mesmo desvinculada de aplicações empíricas, porém, nada impede que os conceitos sejam introduzidos aos alunos a partir de situações que fazem referência a usos empíricos de palavras que no contexto da matemática tem uso específico. Com isso, quero pontuar que nessa fase de introdução dos conceitos e de saberes procedimentais, como a técnica de somar, é utilizada, além do gesto ostensivo, amostras provenientes do mundo empírico e também são introduzidos novos usos para palavras que o aluno já conhece, além de signos matemáticos, que são novos para o aluno. É no interior do jogo de linguagem da aritmética que todos esses elementos linguísticos adquirem significado, pelo uso que é feito de cada um deles.

Os dedos são usados para representar as parcelas e são contados para determinar o resultado das somas e nesse momento são introduzidos símbolos matemáticos para representar a operação e seu resultado como os sinais de adição e de igualdade. Nesse sentido é que os alunos são treinados a realizar procedimentos, a lidar com o uso específico das palavras e com a linguagem simbólica, para então podermos dizer que esses elementos tem significado para o aluno.

Em outro momento, o professor pode utilizar esquemas como o da figura abaixo, em que a técnica dos dedos é substituída pela técnica dos tracinhos exercendo a mesma função dos dedos para representar e para determinar o valor das adições.

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \end{array} \quad \text{||||| + ||| = ?}$$

Fonte: Ilustração criada pelo autor

A contagem dos traços é auxiliada pelo gesto ostensivo, que chama a atenção do aluno para a explanação do professor e também na solicitação das respostas dos alunos. O professor escreve o algoritmo e aponta para cada parcela enquanto profere palavras; em seguida chama a atenção deles para o esquema de tracinhos, e enquanto risca os tracinho profere uma palavra a cada traço feito no quadro “um, dois, três, quatro, cinco, MAIS, um, dois, três...”. Em seguida o professor começa a contar os traços de maneira contínua para determinar o valor da adição. O gesto ostensivo indica ao aluno a correspondência entre o numeral e a quantidade de traços e também o uso matemático da palavra “mais”, ou seja, o seu significado no contexto da matemática e ainda o sinal de adição que é seu correlato nesse contexto. Além dessa maneira de introduzir aos alunos o conceito de soma, várias outras poderiam ser utilizadas pelo professor, porém, qualquer que seja a técnica utilizada para instaurar o conceito de soma, pressupõe-se que o aluno está sendo *adestrado*, no sentido de que aprender uma maneira específica de agrupar exige um *treino* (GOTTSCHALK, 2014, p.104). O professor pode ensinar diferentes técnicas de soma e compreender o conceito é dominar pelo menos um delas.

3.4. Gestos ostensivos no ensino de regras e procedimentos

Como destaquei acima, o treinamento exerce um papel fundamental na elaboração dos saberes proposicionais e procedimentais, uma vez que o treino fornece o fundamento para a elucidação, bem como para a observância de regras

e para executar procedimentos (Z §419; IF, §86, §157). Nesta seção quero destacar a atividade de ensino de procedimentos matemáticos e o papel das definições ostensivas no desenvolvimento do “saber fazer” por parte dos alunos. Como já discuti no capítulo anterior, a capacidade para ver aspectos apontados pelo professor, assim como ver novos aspectos de uma expressão ou de uma figura, depende do domínio de técnicas por parte dos alunos e que, pelo fato de que dominar técnicas exige treino, o aluno deve aprender os modos específicos de proceder no contexto matemático.

Desde as séries iniciais, é requerido dos alunos que aprendam a agrupar por cores, por formas, etc., e mais adiante por semelhança, como nas somas algébricas ou nas relações entre figuras geométricas. Em todos esses casos e em vários outros se pressupõe o domínio de técnicas que permitem ao aluno compreender e a seguir comandos nesse contexto. Mas qual o papel do gesto ostensivo nessa fase?

Muitas atividades são propostas aos alunos, no sentido de dotá-los da capacidade de prosseguir na compreensão e na realização de tarefas: figuras geométricas são mostradas por meio de desenhos e de materiais empíricos; numerais são associados a objetos do cotidiano dos alunos, são apresentados novos empregos para palavras que já fazem parte do vocabulário dos alunos, símbolos são introduzidos, etc. Essa apresentação inicial tem a finalidade de familiarizar os alunos com a maneira usual de lidar com esses elementos no contexto da matemática, ou na perspectiva wittgensteiniana, uma nova maneira de lidar com os objetos de acordo com uma nova *forma de vida*.

De acordo com Moreno (2005) podemos criar enunciados hipotéticos, descritivos e explicativos a partir da definição ostensiva de conceitos que nos permite fazer recortes da experiência. A partir da definição ostensiva de uma cor, ou de uma gramática de cores, indicar quais as combinações possíveis e impossíveis entre as cores, para dar resposta à questão o que é uma determinada cor. Esse é o procedimento usual de levantamento de hipóteses sobre as cores do universo de cores. Segundo o autor, os modelos científicos também se utilizam desse recurso para explicar regiões da experiência.

– regiões cujo sentido já nos é, todavia, conhecido de maneira imprecisa e vaga, através de vagas e imprecisas definições ostensivas e de gramáticas conceituais que refletem e cristalizam usos de palavras em situações pragmáticas de sua aplicação. O mesmo vale para as entidades abstratas da matemática e da lógica, assim como para diferentes formas de raciocínio nelas desenvolvidas – os números, o infinito, as relações de identidade, implicação, equivalência, as formas lógicas, as provas e as demonstrações, a verdade e a contradição etc. (MORENO, 2005, pp.153-154)

Nesse sentido ressalto que Wittgenstein, em seu período intermediário, julgava que uma definição ostensiva bem sucedida poderia dar ao aprendiz a regra para o uso de uma palavra, ou pelo menos uma parte importante dessa regra, pois, sendo o uso que caracteriza o significado e sendo esse uso governado por uma regra, então a regra, sendo comunicada ao aprendiz por uma definição ostensiva, essa definição seria uma maneira de atribuir significado. (HINTIKKA, 1994, p.238). Wittgenstein argumenta que “Com a ‘explicação do significado de um signo’, queremos nos referir a regras para o uso mas, acima de tudo, a *definições*.” (GF, II, seção 24, p.43) (grifo do autor).

Não se trata, portanto, de uma explicação causal como as das ciências empíricas, mas de uma explicação gramatical, que especificam uma maneira correta (norma de aplicação) de empregar signos (GLOCK, 1998, p.150). Por esse motivo, a definição que acompanha o gesto ostensivo deve ser formulada, no sentido de minimizar as ambiguidades. Por exemplo, “essa cor é o vermelho”, ao invés de “isso é vermelho”, pois a expressão “cor”, já estabeleceria a gramática da palavra “vermelho”, evidenciando assim, o tipo de uso que está sendo feito da palavra. Assim, ensinando a regra para o uso da palavra, estaremos ensinando ao aluno, o significado por meio de exemplos e exercícios.

Mas, a quem ainda não possui estes *conceitos*, ensinarei a empregar as palavras por meio de exemplos e de exercícios. – E, ao fazê-lo, não lhe transmito menos do que eu sei. Eu lhe mostrarei então nesta lição cores iguais, comprimentos iguais, figuras iguais, mandarei que as encontre, as construa, etc. Eu o instruirei para que, dada uma ordem, continue ‘uniformemente’ faixas decorativas. – E também para continuar progressões. Assim, por exemplo, dado:, prosseguir assim:... ..

Eu o faço para ele e ele repete o que eu faço; eu o influencio através de expressões de aprovação, reprovação, expectativa, encorajamento. Deixo-o fazer ou o impeço etc. (IF §208)

O conceito de número cardinal, por exemplo, é ensinado mostrando exemplos de números cardinais em situações de aplicação desses números, associando os signos 1, 2, 3, ..., a objetos do mundo empírico. O conceito de soma pode ser ensinado a partir da ideia de “juntar”, em que os alunos são treinados a contar os dedos das mãos ou grupos de objetos empíricos que representam as parcelas. O conceito de divisão, que no contexto da aritmética pressupõe a obtenção de partes iguais como resultado, pode ser introduzido a partir de situações ou esquemas mediante uma instrução do professor, por exemplo, distribuindo 18 tracinhos em 3 círculos para dar resposta à expressão $18 \div 3$. Em todos esses casos, as instruções que acompanham as definições ostensivas devem conduzir o aprendiz à compreensão da regra pelo modo de proceder nas atividades propostas.

Destaco ainda como exemplo, o ensino da técnica do desenvolvimento do binômio de Newton e de sua representação na forma polinomial. Nesse caso pretende-se ensinar um modo de proceder para desenvolver os binômios e expressá-los na forma polinomial. Assim como no aprendizado de conceitos mais elementares, a compreensão está relacionada ao domínio de técnicas por parte dos alunos. Em geral, o professor procura trazer à memória dos alunos conceitos e técnicas que o aluno já domina, tais como potência, produtos notáveis, e temas da análise combinatória, estudados anteriormente por eles, para auxiliar na compreensão da nova técnica a ser ensinada, não obstante, a partir de elucidações auxiliadas pelo gesto ostensivo. As elucidações devem ser compreendidas por meio da descrição de casos particulares, na direção do caso geral.

A estratégia consiste em conduzir o aluno a fazer analogias a partir do desenvolvimento de potências em que a base é o binômio $(x + y)$ e o expoente assume os valores do parâmetro para n por meio de uma sequência de exemplos:

Para $n = 2$, obtém-se o seguinte desenvolvimento: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Sendo $n = 3$, obtém-se o desenvolvimento: $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$.

Em seguida o professor deve escrever os coeficientes e expoente subtendidos e chamar a atenção do aluno para cada termo do desenvolvimento. Os coeficientes e expoentes devem ser mostrados, inclusive os que estavam subtendidos podem ser evidenciados por meio do gesto ostensivo:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 1x^2y^0 + 2x^1y^1 + 1x^0y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 1x^3y^0 + 3x^2y^1 + 3x^1y^2 + 1x^0y^3$$

Após evidenciar os coeficientes e expoentes subtendidos, o professor deve mostrar por meio do gesto ostensivo a relação de equivalência entre os coeficientes do polinômio obtido e os números binomiais que são definidos de acordo com o expoente n , bem como o comportamento dos expoentes dos termos x e y , falando enquanto mostra os termos equivalentes (se for necessário o professor pode usar um espaço no quadro para mostrar essas equivalências).

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 1x^2y^0 + 2x^1y^1 + 1x^0y^2 = \binom{2}{0}x^2y^0 + \binom{2}{1}x^1y^1 + \binom{2}{2}x^0y^2$$

$$(x + y)^3 = 1x^3y^0 + 3x^2y^1 + 3x^1y^2 + 1x^0y^3 = \binom{3}{0}x^3y^0 + \binom{3}{1}x^2y^1 + \binom{3}{2}x^1y^2 + \binom{3}{3}x^0y^3$$

Se o aluno for capaz de apresentar a forma polinomial de binômios com expoentes diferentes dos que lhe foram mostrados como exemplo, usando a técnica ensinada, podemos dizer que houve compreensão em termos de saberes procedimentais, ou seja, o aluno “saber fazer”, evidencia que compreendeu a técnica.

Segundo Gottschalk (2013) o gesto pode ser usado para ensinar conceitos que expressam certa regularidade.

Até expressões mais abstratas como “e assim por diante” e “assim por diante *ad infinitum*” são passíveis de serem explicadas utilizando-se apenas um gesto. Um gesto que tem uma função comparável à de apontar para um objeto ou para um lugar, mas que, neste contexto, aponta para o espaço de manobra dado no jogo de linguagem (GOTTSCHALK, 2013, p.69).

No caso do exemplo apresentado, a apresentação da técnica do desenvolvimento do binômio de Newton envolve o gesto ostensivo na correlação das técnicas dos produtos notáveis, dos números binomiais, etc., com os binômios não reconhecidos como notáveis pelos alunos. Essa correlação é evidenciada com o auxílio de gestos ostensivos que, não obstante, fornecem a regra que deve ser seguida no prosseguimento dos desenvolvimentos, até que os alunos sejam capazes de desenvolvê-los corretamente, ou seja, que sejam capazes de aplicar corretamente a regra.

Destaco que o papel das definições ostensivas nesse contexto consiste em instaurar regras para o desenvolvimento de binômios que não podem ser desenvolvidos pela técnica dos produtos notáveis, uma vez que, como foi evidenciado, o gesto pode ser requerido para fazer a correlação entre as técnicas que o aluno já domina e a técnica a ser aprendida no jogo de linguagem do binômio de Newton. O gesto ostensivo é recorrente tanto em jogos de linguagem mais simples, como a nomeação de objetos, quanto em jogos de linguagem mais complexos, como o da descrição. A definição ostensiva, por favorecer o ensino de regras para o uso das palavras e de saberes procedimentais, como exposto neste capítulo, auxilia o aluno a compreender o sentido dos conceitos matemáticos.

3.5. O fundamento da elucidação ostensiva está no *treinamento*

No aforismo 419 das *Fichas*, Wittgenstein afirma que o fundamento de qualquer explicação está no treinamento e acrescenta a observação de que os educadores deveriam lembrar-se disso. É evidente que Wittgenstein não está se declarando engajado na defesa de teorias pedagógicas, nem fazendo psicologia educacional. Na verdade, a preocupação do filósofo tem a ver com as condições de sentido de nossas expressões linguísticas. Seu interesse é fazer a *terapia* de posicionamentos filosóficos confusos em relação à constituição de sentidos no aprendizado do uso das palavras da nossa linguagem, portanto, ele faz apenas uma conexão entre ensino e significado para empreender a sua argumentação (Z,§412). Assim, como expus nos primeiros capítulos desta tese, as reflexões de Wittgenstein sobre a linguagem e o significado das palavras, dão grande

destaque ao *modo* como as crianças aprendem a usar as expressões da linguagem.

É neste sentido que a definição ostensiva é destacada como técnica linguística que contribui para a constituição do significado de um conceito, como por exemplo, o conceito de vermelho: a cor vermelha possui vários sentidos e esses sentidos são ensinados apontando-se para diferentes objetos (*amostras*) com variadas tonalidades de vermelho até que, a partir de certo momento, a criança passe a aplicar esta palavra adequadamente. Da perspectiva de Wittgenstein, o significado de vermelho é o conjunto (aberto) desses sentidos que foram sendo estabelecidos através de definições ostensivas e que só podemos dizer que a criança compreendeu o conceito de vermelho quando ela for capaz de aplicar corretamente a palavra vermelho em variadas situações e contextos.


Nesse sentido, há uma etapa preparatória do ensino que não deve ser ignorada, na medida em que esta etapa é imprescindível para a constituição dos significados, porém, muitas teorias pedagógicas como apontei no início deste capítulo, desconsideram esses jogos preparatórios, partindo do pressuposto de que o aluno será capaz de “descobrir” espontaneamente as regras e as técnicas que estão supostamente implícitas na atividade que, em última instância, tem apoio na ideia de que os objetos matemáticos preexistem em algum domínio fora da linguagem, evidenciando que propostas que se coadunam com essa ideia estão filiadas a uma concepção referencial da linguagem.

Ao fazer a terapia dessas confusões filosóficas, Wittgenstein, aponta que não há algo fora do domínio da linguagem que possa ser o significado das expressões de nossa linguagem, antes os significados são constituídos em âmbito linguístico, ou, melhor dizendo, no interior dos jogos de linguagem, que entrelaçam a linguagem e uma forma de vida. Assim, as expressões da linguagem, os gestos e os modos específicos de proceder em uma forma de vida, são partes da linguagem e, aprender essas convenções, na perspectiva de Wittgenstein, pressupõe um treinamento. Nas próximas seções discorrerei sobre o treinamento linguístico como o fundamento das definições ostensivas na constituição do sentido dos conceitos matemáticos. Para isso, recorrerei a exemplos de propostas de ensino que são comuns na educação matemática, em

que procurarei evidenciar que há uma etapa preparatória, de constituição de sentidos, que não deve ser ignorada na atividade de ensino.

3.5.1. Multiplicação de números naturais

No documento oficial *Atividades de Apoio à Aprendizagem 2 (AAA2)*, encontra-se a atividade abaixo como recomendação para introduzir o conceito de multiplicação de números naturais:

<p><i>Matemática</i> Operações com Números Naturais</p>	<h1>Aula 1</h1>	<p>Significados e conceitos das operações de multiplicação e divisão</p>
<p>Iniciando nossa aula...</p>		<p>Orientações para o professor</p>
<p>Na aula de hoje, vamos começar a conhecer outras operações. Prontos para começar?</p>		
<p>Atividade 1</p>		<p>Atividade 1</p>
<p>Observe estes palitos:</p>		<p>Essa atividade objetiva verificar se o aluno tem conhecimento prévio da multiplicação ou se ele utiliza alguma outra estratégia para representar o total de palitos.</p>
		<p>Assim, as respostas poderão variar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • fazer a soma $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ • fazer a multiplicação: $4 \times 2 = 8$ • numerar os palitos etc.
<p>Pense e responda:</p>		
<p>Além de contar os palitos, como você poderá fazer para descobrir quantos palitos estão representados aí?</p>		

Fonte: Brasil (2007, p.43)¹⁷

Como podemos ver, trata-se de uma abordagem que se enquadra nos pressupostos do construtivismo, já que a orientação é que a situação iria “levar o aluno a identificar a operação de multiplicação como uma adição de parcelas iguais” (sentido de multiplicação no jogo aritmético) e para que isso ocorra, o professor não deveria fornecer nenhuma informação preliminar sobre o “significado de multiplicação” no sentido matemático. A proposta ainda fornece

¹⁷ Nas orientações ao professor há um erro no resultado das possíveis respostas dos alunos, de acordo com os dados fornecidos na ilustração. Irei considerar que os resultados são 10 e não 8.

uma previsão das possíveis respostas dos alunos: “fazer uma soma $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ ” ou apresentar a expressão “ $5 \times 2 = 10$ ” ou “numerar os palitos” e apresentar a resposta 10. Mas se o fato de não antecipar a definição do sentido dos conceitos e de técnicas como as de contagem ou a de agrupamento dos palitos de maneira específica, dentre outras, facilitaria a aprendizagem do conceito de multiplicação (primeiramente o sentido de que se refere a uma soma de parcelas iguais) e, posteriormente levaria o aprendiz a seguir a regra gramatical da multiplicação (conforme a forma de vida dos matemáticos) para efetuar a operação, devo dizer então que ele tinha esses conceitos (e as técnicas) de maneira preexistente em sua mente ou em qualquer outro domínio independente da linguagem? Ou que as instruções fornecidas de maneira implícita o levaram a adivinhá-los? Essa maneira de proceder pode auxiliar efetivamente a constituição do sentido do conceito de multiplicação?

Antes de refletir sobre o fundamento da constituição do sentido do conceito de multiplicação de números naturais em consonância com a reflexão empreendida nesta investigação, devo dizer que o aluno que for capaz de apresentar como resposta ao suposto estímulo da atividade e expressão “ $2 \times 5 = 10$ ”, provavelmente já tenha compreensão do sentido do conceito de multiplicação, uma vez que ele não se utilizou da instrução de “somar parcelas iguais”, implícita no posicionamento dos palitos sugerindo um agrupamento de 2 em 2, mas fez uso da técnica da multiplicação e dos símbolos envolvidos no jogo de linguagem, portanto, demonstra que já tem domínio da técnica de multiplicação, já que contou o número de agrupamentos sugerido pela ilustração (agrupamentos de 2 em 2) e usou esse número como fator. Já o fato do aluno seguir no caminho da instrução implícita e escrever a expressão “ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ ” não significa, necessariamente, que “descobriu” espontaneamente o sentido da multiplicação como soma de parcelas iguais, mas somente que compreendeu o que foi sugerido pela ilustração, ou seja, contar de 2 em 2 e dar o resultado.

Podemos dizer o mesmo do aluno que apresentar a resposta numerando os palitos, pois, o fato de obter a resposta revela que ele não tem domínio das técnicas inerentes a esse jogo de linguagem, o que, a meu ver coincide com a visão wittgensteiniana de que não há como o aprendiz “descobrir” ou “adivinhar” o funcionamento dessa linguagem (nova para ele) por si só, na medida em que a

compreensão está atrelada ao domínio de uma técnica, que só pode ser aprendida por meio de treino. Nesse sentido, o treinamento é *condição* de significação (GOTTSCHALK, 2004).

Ainda poderíamos acrescentar outras possibilidades de respostas dos alunos, ressaltando que a meu ver, o número de alunos que não conseguiriam apresentar como resposta a multiplicação “ $2 \times 5 = 10$ ” seria muito grande, já que eles estariam sendo inseridos em um jogo de linguagem sem ter compreensão do significado de alguns conceitos, nem o domínio de técnicas inerentes ao jogo. Ora, se podemos supor que o aluno pudesse, a partir da instrução “descobrir” quantos palitos estão representados na ilustração, numerando os palitos, podemos também supor que ele usasse qualquer outra técnica, que lhe fosse familiar, proveniente de alguma *forma de vida* da qual fizesse parte ou mesmo inventar uma técnica nova, como um tipo de agrupamento distinto do que é sugerido pela ilustração (de 2 em 2), que, ao invés de gerar a expressão “ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ ”, poderia resultar em outras expressões que não despertaria o sentido de soma de parcelas iguais como pretendido, como por exemplo, “ $3 + 3 + 3 + 1 = 10$ ” (agrupar de 3 em 3), ou “ $4 + 4 + 2 = 10$ ” (agrupar de 4 em 4).

Antes de se pensar que essas possíveis respostas estariam em desacordo com a proposta da atividade, devemos pensar que a instrução explicitada ao aluno é: “Além de contar os palitos, como você poderá fazer para descobrir quantos palitos estão representados aí?” – A instrução mais importante que é a de agrupar os palitos de 2 em 2, que supostamente levaria o aluno a descobrir que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais, foi apenas *insinuada* pela ilustração. Se o aluno não perceber (ou ignorar) a sugestão de agrupamento implícita na ilustração, sua resposta estará perfeitamente de acordo com a *ordem* dada (determinar a quantidade de palitos), e isso poderia implicar em um questionamento do aluno sobre o motivo de seu cálculo (mesmo estando correto) não ser aceito (ou pelo menos enfatizado) pelo professor (porque obter o resultado 10 pela soma $2 + 2 + 2 + 2 + 2$ é correto e pela soma $3 + 3 + 3 + 1$ não?)¹⁸.

¹⁸ Tenho consciência que alguém poderia argumentar que o questionamento do aluno poderia gerar subsídio para uma negociação de significados, porém, de acordo com Wittgenstein, a negociação de significados não é um tipo de conexão de teor psicológico e social, que produziria espontaneamente significados mediante um processo de negociação intersubjetiva, mas é de

Como poderíamos justificar a preferência pelo agrupamento de parcelas iguais em detrimento de outras formas de agrupar, senão pela definição do sentido de multiplicação? Não deveríamos convencionar ao aluno que se trata de “somar parcelas iguais” no jogo de linguagem da multiplicação? Me parece que há uma lacuna entre as técnicas que já dominam (ao aprender o conceito de soma) e a técnica específica da multiplicação, e que esta lacuna só poderá ser preenchida por *lições* que possibilitem o domínio da técnica específica que se pretende ensinar. O simples fato de apresentar uma maneira específica de agrupamento modifica o sentido de soma que o aluno está habituado, uma vez que, ao ensinar o sentido do conceito de soma, os modos específicos de contagem e de agrupamento foram introduzidos a partir da apresentação de vários exemplos de soma no jogo de linguagem da soma de números naturais, e nesse momento o objetivo era o de apresentar a especificidade da técnica na *forma de vida* dos matemáticos. Assim, mesmo que a forma de vida que envolve soma e multiplicação seja a mesma, os dois jogos de linguagem mantêm semelhanças de família entre si, mas apresentam traços que os distingue, o modo de agrupar no jogo de linguagem da multiplicação pressupõe parcelas iguais, enquanto de o da soma, não necessariamente. De acordo com Wittgenstein, “Quando os jogos de linguagem se modificam, modificam-se os conceitos, e com os conceitos, os significados das palavras” (DC, §65), ou seja, o sentido de soma de parcelas iguais deve ser ensinado aos alunos, já que esse sentido irá se constituir como uma regra de como proceder no jogo de linguagem da multiplicação.

Por sua vez, a constituição do sentido dos conceitos preliminares, e antes disso, dos conceitos mais primitivos relacionados à soma, são ensinados com auxílio do gesto ostensivo e de outras técnicas que auxiliam a constituição do sentido.

Quando a criança aprende essa linguagem, deve aprender a série dos ‘numerais’ a, b, c ... de cor, e deve aprender seu uso.
– Ocorrerá nesta lição também um ensino ostensivo das palavras? – Ora, lajotas, por exemplo, são mostradas e

natureza *convencional*, ou seja, ele não está falando que os significados matemáticos possam ser negociados dessa maneira, mas está chamando nossa atenção para o aspecto *normativo* das proposições matemáticas, vistas pelo filósofo como condição de sentido das demais proposições.

contadas: “lajotas a, b, c”. – Maior semelhança como o ensino ostensivo das palavras “cubos”, “colunas” etc. teria o ensino indicativo dos numerais, que não servem como números, mas para a designação de grupos de coisas apreensíveis pelos olhos. Assim as crianças aprendem o uso dos primeiros cinco ou seis numerais (IF, §9).

Como podemos ver, o treinamento faz parte do processo de aprendizagem dos numerais, já que de acordo com o aforismo acima, o ensino e a aprendizagem envolve técnicas de memorização e de uso efetivo dos numerais em que o aluno profere as palavras dos numerais aplicando-as a objetos empíricos. A técnica da ostensão pode ser utilizada quando for possível apresentar aos alunos agrupamentos pequenos como *amostra*, por exemplo, “A definição do número dois ‘isto se chama dois’ – enquanto se mostram duas nozes – é perfeitamente exata”, porém, segundo Wittgenstein, “a definição ostensiva pode ser interpretada em cada caso como tal e diferentemente”, ou seja, o sentido de que a palavra “dois” serve para designar grupos de coisas apreensíveis pelos olhos, pode não ser compreendida dessa maneira pelo aprendiz (IF, §28). O professor poderia ainda, na tentativa de evitar mal entendido, usar uma expressão demonstrativa mais específica como “este número chama-se dois”, com a intenção de especificar (com a palavra “número”) que se trata da definição do número “dois”, mas a palavra “número” deveria ser elucidada antes que essa definição possa ser compreendida. Assim, para Wittgenstein, podemos muitas vezes evitar mal entendidos oferecendo uma expressão demonstrativa que já indique o aspecto apontado na definição (“este comprimento chama-se assim-assim”, etc.), para procurar evitar que o aprendiz compreenda de modo diverso do desejo do professor – a combinação de expressão demonstrativa e amostra deve evitar uma elucidação ambígua, já que “Toda elucidação pode ser mal compreendida” (IF, §29).

O gesto ostensivo auxilia a constituição de sentidos desde os jogos de linguagem mais primitivos: os dedos das mãos podem compor o primeiro conjunto de objetos, usados como amostra para a constituição do sentido de número, em que se associa a quantidade de dedos às palavras para números. Objetos empíricos também podem ser utilizados na definição ostensiva dos numerais, como utensílios domésticos, brinquedos, etc. Também se aprende a aplicar as

palavras dos numerais em situações do cotidiano sem recorrer a explicações: “seu carrinho está só com 3 rodas, você perdeu 1 pneu?”

O conceito de soma, por sua vez, envolvido diretamente na compreensão da multiplicação, de uma perspectiva wittgensteiniana é ensinado levando em consideração as atividades envolvidas com a soma como uma linguagem, ou por outras palavras, o sentido do conceito de soma é constituído no interior do jogo de linguagem da aritmética, que envolve modos específicos de contagem e de agrupamento.

Neste processo, gestos e diferentes objetos são incorporados às palavras [...]. Mãos que se juntam, riscos são desenhados na lousa e agrupados de uma determinada maneira, símbolos matemáticos são introduzidos ao mesmo tempo em que se pronunciam palavras do cotidiano, como a palavra “igual”, mas que no contexto da sala de aula passa a ser empregada de outro modo, novo para o aluno. (GOTTSCHALK, 2014, p.105).

Vejamos então os gestos do professor envolvidos nesse ensino: mãos que se juntam, apresentando uma técnica de contagem (contam os dedos 1 a 1 para apresentar os resultados), aponta para riscos desenhados no quadro e agrupados de determinada maneira para representar numerais e para símbolos matemáticos enquanto pronuncia palavras familiares para o aluno como “mais” e “igual”, o que evidencia a fundamental presença da definição ostensiva na constituição do sentido de soma no jogo de linguagem da aritmética. Assim, o professor vai convencendo a maneira específica da técnica de somar e vai possibilitando que o aluno compreenda o conceito de soma a partir dessas lições que vão incorporando essas técnicas as suas ações por meio do treino. Assim, considerando que essas técnicas são essenciais para a aprendizagem do aluno, quando é colocado em um jogo de linguagem que pressupõe o domínio delas, penso que o ensino do conceito de multiplicação de números naturais não deve ignorar a importância de evocar de maneira mais explícita e efetiva, os conceitos, as técnicas, etc., que serão condição de significação.

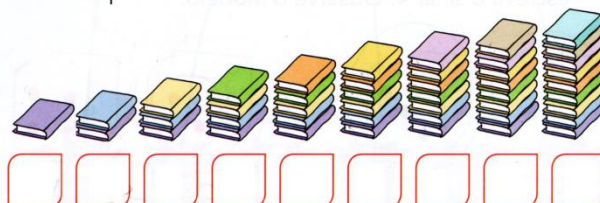
3.5.2. O sentido matemático dos conceitos de “crescente” e “decrésciente”

Nesta seção, analiso um exemplo de uma atividade de ensino do sentido dos conceitos de “ordem crescente” e “ordem decrésciente”, recortado de um livro didático das séries iniciais. A ilustração abaixo apresenta a forma como as noções de ordem crescente e ordem decrésciente são introduzidas aos alunos:

Ordem crescente e decrésciente

— Quantos livros há em cada pilha?

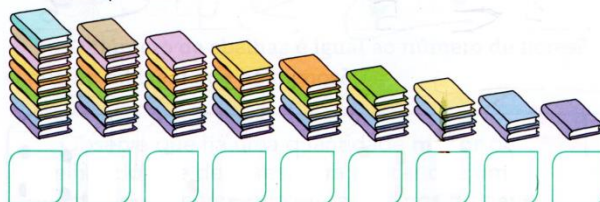
Conte os livros de cada pilha e escreva o número correspondente.



Dizemos que os números estão em **ordem crescente** quando vão do **menor** para o **maior**.

— E agora, quantos livros há em cada pilha?

Conte os livros de cada pilha e escreva o número correspondente.



Dizemos que os números estão em **ordem decrésciente** quando vão do **maior** para o **menor**.

Fonte: Carla (2012)

Como podemos observar, a finalidade da atividade é ensinar aos alunos o sentido de “ordem crescente” e “ordem decrésciente”. A situação procura suscitar no aluno a regra para ordenação a partir de uma instrução de colocar o algarismo correspondente a cada quantidade de livros. Vejamos: muitos conceitos são suscitados como elementos que facilitaríamos a compreensão da instrução dada, auxiliando o aluno em uma resposta satisfatória à questão e para que o sentido

de ordem (crescente ou decrescente) pudesse ser compreendido, porém, nenhuma alusão a essas regras ocorreria assim.

Uma primeira inferência é que, se o aluno não tem domínio da gramática dos números cardinais, não poderá compreender o sentido de “ordem crescente” e “ordem decrescente”. Como o gesto ostensivo auxiliaria a constituição do sentido desses conceitos? Como já apontei acima, não podemos esperar que o aluno adivinhe como são empregadas as expressões “ordem crescente” e “ordem decrescente” no jogo aritmético, então do ponto de vista de Wittgenstein, ele precisaria “ver seu emprego e aprender com isso” (IF, §340), na medida em que

Um conceito se constrói quando se remaneja conceitos anteriores que o preparam, mas que não passam a constitui-lo. [...] As conexões do conceito com outros conceitos que dependem de esquemas operatórios, os significantes que representam o conceito (como os símbolos matemáticos, por exemplo) e o contexto no qual se encontra o conceito determinam os seus sentidos projetados (SILVEIRA, 2015, p.104)

Assim, antes de chegar ao ponto de compreender a instrução (contar os livros de cada pilha e escrever o número correspondente), o aluno deve passar por um treinamento linguístico aplicando a palavras para os numerais a objetos empíricos e, a partir desse emprego dos numerais (se referir a quantidade de objetos), vão aprendendo também o sentido de “maior” e “menor”, em um jogo de comparação entre os numerais e tudo isso pressupõe um treino, não obstante, auxiliado pelo gesto ostensivo, na medida em que, os objetos mostrados em definições ostensivas, são elementos constituintes do significado dos algarismos e essas mesmas amostras servem como objeto de comparação para elucidar o significado da expressão “maior que” no contexto da matemática.

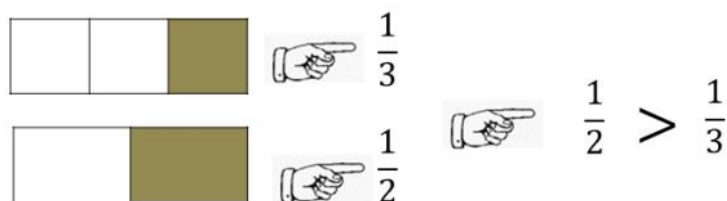
Inicialmente, o gesto ostensivo servirá para associar o som das palavras “um”, “dois”, “três”, ..., aos dedos das mãos ou a rabiscos no quadro. Assim a criança aprende gradativamente o significado dos primeiros numerais e aprende que uma quantidade de objetos (coisas agrupadas) é associada a uma palavra e

também aprende a técnica de contagem. Posteriormente, serão introduzidos os algarismos e a associação a grupos de objetos continua sendo usada: o professor aponta para três traços no quadro, escreve o algarismo “3” abaixo dos traços e pronuncia a palavra “três”, fazendo a associação entre o algarismo, o seu nome e uma amostra (três traços) de “coisas” que aquele algarismo pode representar, ou por outras palavras, a definição ostensiva de “três” apresenta exemplo paradigmático de como se deve usar essa palavra no jogo de linguagem.

Podemos falar em compreensão quando o aluno começar a fazer uso do signo “3” para se referir a objetos diferentes dos que lhe foram apresentados como exemplo. A “técnica dos tracinhos” ainda pode ser recrutada para aprendizagens futuras, como a definição do conceito de soma, em que, a associação servirá para treinar o aluno na técnica de contagem e de agrupamento, cujo domínio é essencial para o aprendizado do conceito de soma. Pontuo ainda que, a definição ostensiva é fundamental nesse processo, por se tratar de um recurso linguístico de constituição do sentido matemático de um conceito, que apesar de guardar semelhanças de família com a aplicação desse conceito em outro jogo de linguagem, na matemática tem sentido bem específico.

Assim, o sentido matemático de “ordem crescente” e “ordem decrescente”, pressupõe um modo característico de comparar e de dispor os elementos de uma série de números e, mesmo que essa tarefa pareça trivial para quem ensina, para o aprendiz não é. O domínio dessas técnicas será essencial para o aprendizado posterior, nos termos postos por Silveira (2015) na citação acima, a saber, que o manejo de conceitos anteriores prepara o aprendiz para a compreensão de um novo conceito, uma vez que mantém semelhanças de família entre si. Por exemplo, quando o universo numérico mudar para o conjunto dos números racionais, como seria a abordagem? Como levaríamos o aluno a descobrir intuitivamente como ordenar os números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ou os números $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$? Como o aluno compararia esses números? Segundo Silveira (2015, p. 130) o conceito deve ser re-significado em cada contexto, pois as analogias feitas em um contexto não são as mesmas em outro. Porém, a técnica da comparação pode ser apresentada de maneira similar, com auxílio do gesto ostensivo. Por

exemplo, a comparação entre os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ pode ser empreendida comparando a representação dos números com amostras, para que o aprendiz visualize, por meio do gesto indicativo o número maior e o menor, como sugere a ilustração.



Fonte: Ilustração criada pelo autor

O gesto ostensivo do professor auxiliará o aluno a compreender o sentido de ordenação no novo jogo de linguagem. Da perspectiva de Wittgenstein, as técnicas que envolvem a compreensão no novo jogo de linguagem devem ser ensinadas e aprendidas e desse ponto de vista, pontuo que a definição ostensiva poderá ser útil associar os números a desenhos para estabelecer um paradigma de uso desses números por meio da comparação (tem semelhanças com a técnica de comparação de números inteiros).

3.5.3. Atividade com blocos lógicos

Irei analisar agora uma proposta de ensino em que são usados blocos coloridos de formas geométricas. Trata-se de um material para o desenvolvimento de conceitos lógicos de classificação, seriação e comparação e para o reconhecimento de formas geométricas, cores primárias, etc. Os blocos lógicos constituem um jogo composto de 48 peças diferentes entre si distribuídas em quatro atributos:

- Cor: vermelho, azul e amarelo;
- Forma: quadrado, retângulo, círculo e triângulo;
- Tamanho: grande e pequeno;
- Espessura: grosso e fino

O uso de blocos lógicos se apoia na ideia de que o aluno construirá conceitos ao se defrontar com situações que o levem a pensar logicamente e descobrir os sentidos dos atributos (DIENES, 1975 apud MATOS e LARA, 2015).



Fonte: Ilustração criada pelo autor

Podemos encontrar muitas propostas de atividades de ensino com blocos lógicos na literatura da Educação Matemática como Cardoso et al (2010), Simons (2007), Matos e Lara (2015), dentre outros. Originalmente o jogo é indicado para crianças do ensino fundamental menor, mas, com as devidas adaptações pode também servir como recurso pedagógico para séries mais avançadas. Apresento abaixo algumas possibilidades como exemplo:

(1) Jogo do reconhecimento: as peças são disponibilizadas aos alunos para que percebam os seus atributos. Nesse jogo não há uma regra envolvida, a instrução é apenas para que os alunos percebam algumas semelhanças e diferenças entre os blocos.

(2) Jogo da classificação: as crianças são orientadas a classificar os blocos. Em geral é apresentado um quadro com os atributos das peças e

os alunos devem escolher dentre os blocos disponibilizados os que se enquadram aos atributos e coloca-los no quadro correspondente, por exemplo, o aluno poderá completar o quadro com a peça quadrada, grande, fina e amarela.

(3) Jogo do baralho: as crianças pegam uma carta de um baralho que contém uma legenda com as características do bloco que a criança deve selecionar dentre os blocos que ficam à disposição de todos os alunos. Por exemplo, “triângulo, amarelo, pequeno, fino”. As crianças podem jogar em duplas ou em pequenos grupos e o professor pode estabelecer a regra de que pontua quem primeiro encontrar a peça.

(4) Jogo da eliminação: o professor colocará quatro caixas que contêm fichas com os atributos dos blocos: a caixa das formas, a caixa das cores, a caixa dos tamanhos e a caixa das espessuras. O professor irá pedir aos alunos que escolham dentre os blocos disponibilizados uma peça. Em seguida ele irá retirar da cada caixa um atributo, por exemplo, a cor vermelha, e os alunos que não tiverem uma peça vermelha sairão do jogo. Assim, a cada atributo que for proferido pelo professor, os alunos que possuírem aquele atributo permanecem no jogo até que fique no jogo somente o aluno que está de posse do bloco que possui todos os atributos.

Nestas e em outras propostas, há embutida a ideia de que os alunos irão “descobrir” o significado dos conceitos, através da interação, por estar apoiadas por sua vez, no pressuposto de que haja um significado essencial do conceito, passível de ser descoberto, o que nos permite dizer que revelam uma concepção referencial da linguagem. Sabemos que muitos conceitos estão envolvidos nesse jogo de linguagem: os conceitos de “triângulo”, “retângulo”, “quadrado”, “circulo”, “vermelho”, “azul”, etc., e conseqüentemente, muitas técnicas linguísticas que estão envolvidas na compreensão dos conceitos. Sabemos também, que o sentido desses conceitos não pode ser descoberto espontaneamente, como sugere os pressupostos construtivistas, eles precisam ser ensinados e aprendidos. Como o aluno poderá identificar os atributos dos blocos espontaneamente? Como o aluno poderá classifica-los como triangulares,

quadrangulares ou circulares sem que tenha passado por uma vivência com os sentidos desses atributos? Se ele for capaz de separar as formas quadrangulares, por se *assemelharem* pela quantidade de “cantos”, por exemplo, e notar que se distinguem pelas medidas de “largura” e de “comprimento”, como irá nomeá-los?

A recomendação é que seja reservado um momento preliminar ao jogo em si, para a interação dos alunos com a finalidade de que se familiarizem com as cores, os tamanhos e as formas dos blocos, e somente em um segundo momento, recomenda-se que o professor entre em cena como direcionador das descobertas dos alunos, por meio de instruções e questionamentos. Sob a orientação o professor os alunos deverão agrupar os blocos pelos seus atributos, por exemplo, separar apenas as peças quadradas, porém a instrução é que o professor não ofereça definições, nem nomes para os blocos e seus atributos. Como as palavras “retângulo”, “quadrado”, etc., surgirão no jogo? Para Wittgenstein, “‘Aprender’ significa: ser levado a poder fazê-lo” (IF, §385). Poder fazê-lo, neste caso, tem relação direta com a compreensão do sistema de regras as quais recorreremos para descrever as coisas espaciais e “ser levado a poder fazê-lo”, significando que o sistema de regras deve ser ensinado aos alunos, que por sua vez devem aprendê-las e segui-las. Assim, pontuo que, se as atividades com blocos lógicos visam ensinar o sentido das palavras “triângulo”, “retângulo”, “quadrado”, “círculo”, etc., os blocos devem servir de *amostras* na definição ostensiva desses conceitos. Em *O Livro Azul*, Wittgenstein nos fornece um exemplo que serve perfeitamente para esclarecer essa questão. Segundo o filósofo, quando definimos ostensivamente o sentido da palavra “amarelo”, esse ensino pode ser considerado de duas maneiras diferentes:

A. O ensino é uma repetição. Esta repetição leva-nos a associar uma imagem amarela, coisas amarelas, com a palavra «amarelo». Assim, quando eu dei a ordem «escolhe de dentro deste saco uma bola amarela», a palavra «amarelo» pode ter produzido uma imagem amarela, ou uma sensação de reconhecimento quando o olhar da pessoa incidiu sobre a bola amarela. Poderia dizer-se, neste caso, que a repetição do ensino edificou um mecanismo psíquico. Isto, todavia, seria apenas uma hipótese, quando não uma metáfora.

[...] Na medida em que ocasiona a associação, a sensação de reconhecimento, etc. etc., o ensino é a causa dos fenómenos de compreensão, da execução de uma ordem, etc.; a necessidade do processo de ensino para a produção destes efeitos é uma hipótese. É concebível, neste sentido, que todos os processos de compreensão, de execução de uma ordem, etc. pudessem ter acontecido sem que a linguagem tivesse alguma vez sido ensinada à pessoa (Isto parece, precisamente agora, extremamente paradoxal).

B. O ensino pode ter-nos proporcionado uma regra que está envolvida nos processos de compreensão, execução de uma ordem, etc.; «envolvida» significando, contudo, que a expressão desta regra faz parte destes processos. (BB, p. 40-41).

Como vemos na citação, o modelo A se coaduna com a ideia de que os significados das palavras são independentes da linguagem e residem em algum domínio fora dela, e que o ensino forneceria apenas as condições (ou estímulos) para que o aprendiz pudesse desencadear um mecanismo *psíquico* que o fizesse ter a sensação de reconhecimento do significado das palavras e, na medida em que o ensino se reduz a apenas “estimular a descoberta” do sentido dos conceitos, ele passa a ter sua importância colocada em segundo plano, já que a compreensão estaria mais ligada a mecanismos psicológicos. Assim, Wittgenstein assevera que a ideia de que o ensino desencadeia um mecanismo psíquico é uma apenas uma hipótese ou uma metáfora, na medida em que não é possível constatá-la apenas por meio da reação dos alunos (execução de uma ordem) aos estímulos. Wittgenstein critica também a ideia da possibilidade do processo de compreensão ocorrer sem que a linguagem tivesse sido ensinada previamente ao aprendiz, uma vez que, segundo o próprio modelo, a repetição (direcionada pelo professor) é que serviria de “gatilho” para o acionamento dos processos psicológicos de compreensão.

Ao invés disso, na concepção descrita em B, o ensino fornece uma regra para o uso das palavras, portanto, tem seu fundamento na linguagem. O foco dessa concepção não está nos processos de pensamento que são mobilizados durante o aprendizado, mas nos processos linguísticos envolvidos no ensino e no aprendizado de procedimentos e regras. O ensino desta concepção é de natureza

convencional, na medida em que fornece normas para compreender, seguir uma ordem, etc., portanto a elucidação ostensiva, nessa concepção tem uma função *normativa*. Assim, os processos de compreensão e de execução de uma ordem passam a ter relação com a linguagem, não com quaisquer processos de ordem psicológica¹⁹. “Que espécie de objeto alguma coisa é, é dito pela gramática” (IF, §373), ou seja, se o jogo com blocos lógicos tem por finalidade ensinar o sentido do conceito das formas geométricas, das cores envolvidas e dos demais conceitos, então não podemos ignorar o fato de que a constituição de sentidos transcende os possíveis processos mentais que possam acompanhar o aprendizado e que, é por intermédio do professor que novos paradigmas são introduzidos e se tornam as condições de sentido para a atividade matemática. É nesse ponto que a definição ostensiva contribui para a constituição do significado de um conceito.

Encerrados os esclarecimentos acima (como uma espécie de terapia), que visavam esclarecer em que medida uma atividade dessa natureza se aproximaria de uma concepção de ensino inspirada na filosofia de Wittgenstein, passo agora a analisar possíveis definições ostensivas em uma atividade de ensino de conceitos matemáticos que envolvessem os blocos lógicos. Para começar, penso que, dependendo da idade da criança, a apresentação das formas dos blocos se assemelharia ao ensino da linguagem descrita por Wittgenstein no aforismo 2, em que são exibidas as formas (blocos, colunas, etc.) e pronunciadas as palavras concomitantemente, ou seja, estaríamos mais próximos do ensino ostensivo das palavras. As diferentes formas seriam apresentadas e ao mesmo tempo as palavras “triângulo”, “quadrado”, “retângulo”, “círculo” seriam pronunciadas. Em um segundo momento, quando a criança já é capaz de perguntar pelo sentido dessas formas, ou seja, ela saberia que determinadas palavras se aplicam aos atributos (aspectos) dos blocos, então se procederiam as definições ostensivas.

¹⁹ Wittgenstein não está negando a existência dos processos mentais que ocorrem durante a aprendizagem, ele apenas não está preocupado com eles, mas com a linguagem. (Como não estamos interessados no local em que os processos do pensamento, do cálculo, ocorrem, podemos imaginar em nosso proveito que os cálculos foram feitos na sua totalidade no papel. Não estamos preocupados com a diferença entre interno e externo.) (BB, p. 42).

Começo por ressaltar que o fato dos blocos serem usados como amostras para definir vários conceitos, conforme o atributo que se quer ensinar requer que a *expressão demonstrativa* seja formulada no sentido de evidenciar o aspecto apontado na definição. Por exemplo, o professor poderá utilizar para definir a cor “azul”, um bloco triangular de cor azul e ao exibir esse bloco, pronuncia a expressão “isto é azul” e em outro momento poderá exibir a mesma amostra pronunciando a expressão “isto é um triângulo”, ou seja, a expressão demonstrativa utilizada nas definições ostensivas pode ser mal interpretada pelo aprendiz, quanto ao aspecto do bloco apontado pelo professor, mesmo que ele já saiba que as palavras “azul” e “triângulo” se aplicam a objetos. A expressão demonstrativa deve conter o indicativo do atributo a ser definido, como “esta *forma* é o triangular”, “esta *cor* é azul”, etc.

Como evidenciei acima, não nos parece que o ensino dessa linguagem seja uma mera ligação das palavras a serem definidas aos seus significados extralinguísticos que estariam aguardando apenas serem evocados por um mecanismo psicológico, antes, o que sugere a descrição do ensino dessa linguagem é que o significado das palavras (triângulo, azul, quadrado, etc.) vai sendo constituído por sucessivas definições ostensivas dessas palavras. Assim, a apresentação de formas triangulares de várias cores diferentes também ajuda a evidenciar ao aprendiz que se trata de definir a forma e não a cor do bloco, assim como a apresentação de triângulos de variados tamanhos, evidencia que o professor quer definir a forma e não as noções de “grande” ou “pequeno”. É dessa perspectiva que Wittgenstein afirma que o fundamento da elucidação está no treinamento, já que é por meio do treino que a criança aprende as *convenções* que lhe permitirão continuar aprendendo (IF, §6; RFM, I, §1, §22).

Levando em consideração a natureza normativa das definições ostensivas na atividade de ensino, situando a discussão no ensino dos significados das palavras que servirão como *normas* para a compreensão de novos significados, faço uma ressalva em relação ao ensino do sentido dos atributos “grosso”, “fino”, “grande” e “pequeno”. Em que medida o sentido dessas palavras podem servir de norma para a compreensão de outros conceitos geométricos que os alunos naturalmente estudarão no futuro, como o conceito de

“plano”, de “espaço”, de “área”, de “volume”, por exemplo? Como já expus acima, é a gramática que convencionou o que um objeto é. Sendo assim, creio que decorrem duas confusões em relação ao ensino dessa linguagem. Vejamos:

Primeiro, as noções de “bloco fino” e “bloco grosso”, normativamente falando, não tem relação com os conceitos de “figura geométrica plana” e de “figura geométrica espacial”, portanto, o que está sendo *convencionado* a partir das definições dessas noções, pode criar problemas (mal entendidos) para o ensino e para o aprendizado de novos conceitos. Em segundo lugar, os blocos são usados como amostra do significado dos conceitos de figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo e círculo), porém, os blocos, principalmente os de maior espessura, não dão a ideia de uma figura plana, pois eles são na verdade, amostras de figuras espaciais como prismas com faces triangulares e quadrangulares ou cilindro no caso do “círculo grosso”. Um problema que poderia decorrer da utilização de um bloco triangular grosso como amostra na definição ostensiva de “triângulo”, por exemplo, seria a possibilidade de essa definição gerar mal entendidos em uma posterior definição ostensiva de “prisma triangular”. Seria exagero pensar que o aluno pudesse ter uma compreensão equivocada do conceito de prisma, por ver que a amostra de prisma parece muito similar a que lhe foi apresentada como triângulo? Não poderia ele concluir que se trata de um novo nome para triângulo? Ou poderíamos dizer que somente com a definição de prisma (ou a partir de sua decomposição em figuras planas) o aluno iria “descobrir” o sentido de plano e espaço?

Recorro à afirmação de Wittgenstein de que os conceitos mudam quando os jogos de linguagem se modificam (DC, 65) para pontuar que o papel normativo das amostras não pode ser relativizado em demasia, no sentido de que ela deve nos ajudar a estabelecer paradigmas, pelo fato da definição ostensiva ter uma função normativa (GLOCK, 1998, p.123). Assim, ao fornecer definições ostensivas, devemos procurar lidar apenas com as dificuldades impostas pela mudança do jogo de linguagem, evitando, sempre que possível que a própria definição ostensiva seja a fonte de mal entendidos, que por sua vez poderiam interferir na compreensão dos conceitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O exame minucioso da gramática de uma palavra enfraquece a posição de certos padrões fixos da nossa expressão que nos tinham impedido de ver os factos sem quaisquer ideias pré-concebidas. A nossa investigação procurou afastar estes preconceitos, que nos forçam a pensar que os factos se *devem* conformar a determinadas apresentações implantadas na nossa linguagem. (BB, p.83)

– Ludwig Wittgenstein –

Esta pesquisa é fruto do aprofundamento de reflexões sobre incômodos relativos a problemas de linguagem em situações de ensino de conceitos matemáticos, que foram surgindo de minha experiência como professor de matemática e como pesquisador na área da Educação Matemática. O contato com a literatura me levou a procurar ressonância no campo da educação matemática e ajudou-me a formular o problema de pesquisa: *Como o gesto ostensivo atua no ensino e na compreensão de conceitos matemáticos?* A expectativa era que a investigação oferecesse base para refletir sobre a gênese da constituição de sentido de conceitos matemáticos e que, em decorrência, pudesse produzir uma interpretação sobre o ensino e o aprendizado da matemática escolar.

A constituição do sentido a que me refiro, levando em consideração o referencial adotado, não envolveu uma preocupação com processos psicológicos relacionados à aprendizagem, nem com teorias pedagógicas, mas exclusivamente refletiu sobre os processos linguísticos envolvidos no ensino e na aprendizagem da matemática. Assim, o foco da investigação esteve direcionado à utilização do gesto ostensivo na constituição do sentido, mais especificamente em termos de como esse recurso linguístico atua no ensino e no aprendizado de conceitos matemáticos.

Aparentemente, não há muito a investigar de um procedimento como o gesto ostensivo, que sendo observado dentre outros elementos envolvidos no ensino e na aprendizagem, parece banal. Se levarmos em conta elementos como os processos mentais que ocorrem durante a assimilação dos conceitos, a metodologia ou tecnologia utilizada pelo professor, as interações discursivas, dentre outros, pode parecer que o gesto ostensivo tem papel secundário ou irrelevante para a compreensão dos conceitos matemáticos, na medida em que, poderíamos argumentar que o gesto de apontar pode ser substituído por uma tecnologia, por exemplo, ou que, em muitos casos a aprendizagem não decorre de um ensino expositivo, mas de descobertas orientadas pelo professor ou simplesmente por uma abordagem investigativa que levaria os alunos a descobrir os conceitos.

Porém, do ponto de vista wittgensteiniano sobre os fundamentos da matemática, a natureza do conhecimento matemático nos impõe uma maneira de transmiti-lo. Conforme o que expus nesta investigação, as proposições da matemática são de natureza *gramatical*, pois as usamos *normativamente*, no sentido de que são regras a serem seguidas. Dessa perspectiva, as proposições da matemática não são *descritivas*, não se referem a nenhuma realidade empírica, apenas nos permite compreender o sentido de certos enunciados em outros contextos, ou seja, podemos fazer um uso descritivo da matemática, porém, sua natureza é essencialmente normativa. Essa reflexão filosófica me permitiu concluir que o ensino de conceitos matemáticos pressupõe duas etapas, uma que envolve o ensino de regras e outra que envolve o uso dessas regras para fazer asserções sobre fatos empíricos, e é nesse ponto que se situa a importância do gesto ostensivo: como meio de apresentação das *convenções* linguísticas da matemática.

Este estudo evidenciou que focar o aspecto normativo da matemática na *práxis* da aula de matemática é essencial para a construção dos significados matemáticos e dos significados em geral, na medida em que, se as proposições da matemática servem como condição de sentido para as demais proposições, então do ponto de vista pedagógico não podemos negligenciar o ensino dessas proposições. Nesse sentido, procurei mostrar, a partir das formulações de Wittgenstein e de outros autores filiados a seu pensamento, que o gesto ostensivo

não se reduz a um movimento empírico qualquer, mas possibilita desvendar como se estabelecem as condições de apresentação e de compreensão de conceitos matemáticos, nos dando uma interpretação sobre as lacunas que podem ser criadas ao nos filarmos a concepções de ensino que ignoram a importância de um *treinamento* preliminar que, na perspectiva de Wittgenstein, estabelece um fundamento para o ensino e para a compreensão. Fundamento no sentido de que a compreensão do significado de uma palavra tem relação com o domínio de uma técnica, a técnica para aplicar a palavra e, por conseguinte, o domínio da técnica é condição de significação.

A discussão sobre o papel da definição ostensiva na significação suscitou a discussão de outros conceitos da filosofia de Wittgenstein pelo fato de serem relacionados ao significado de uma palavra, como o conceito de *Jogo de Linguagem*, que enfatiza que a linguagem é parte de uma atividade, ou em outros termos, é parte de uma *forma de vida* e o conceito de *Semelhanças de família*, que enfatiza as diversas semelhanças na aplicação de uma mesma palavra.

Esses conceitos foram fundamentais para a argumentação do estudo, pois nos permitiu salientar que os significados não são constituídos fora da linguagem, pois o sentido dos conceitos está atrelado às *convenções* de uma forma de vida, portanto o sentido é constituído no interior dos jogos de linguagem, logo, à medida que os jogos de linguagem se modificam, modificam-se também os conceitos. Assim, uma palavra, usada em jogos de linguagem distintos tem um sentido em cada jogo, porém, esses sentidos mantêm traços comuns entre as formas de aplicar a palavra em cada jogo, ou por outras palavras, possuem semelhanças de família.

A partir da discussão desses conceitos, o estudo procurou evidenciar os problemas associados a uma concepção referencial da linguagem, que pressupõe a existência de significados extralinguísticos que se conectam à linguagem por simples relações bipolares, o que implicaria de imediato que o gesto ostensivo apontaria para o significado das palavras.

Procuramos mostrar que uma das implicações de termos esta concepção do subsídio para nossas práticas pedagógicas é a tentativa de levar os alunos a “descobrir” os significados matemáticos fora da linguagem matemática. Assim, o estudo discutiu em que termos se dá a utilização da definição ostensiva na nova

perspectiva filosófica de Wittgenstein, pontuando que o objeto apontado não é o significado da palavra, mas somente uma amostra que cumpre a função de paradigma, ou seja, a amostra tem a função transcendental de mostrar o que é ser o objeto definido.

Essa discussão em torno do papel da definição ostensiva e seu caráter normativo nos forneceu elementos para apontar para a região de inquérito delimitada, no sentido de dar esclarecimento sobre como se dá a constituição de sentidos no âmbito da matemática escolar. Os exemplos analisados deixam evidente que negligenciar a etapa inicial de treinamento pode deixar uma lacuna entre o ensino e a compreensão dos conceitos, na medida em que o domínio de técnicas é uma condição para a compreensão e a definição ostensiva é um caso paradigmático importante, pois constitui uma regra para o uso de uma palavra.

A conclusão que o estudo nos apontou é que o gesto ostensivo pode auxiliar o professor na atividade de ensino, no sentido de que o uso que se faz de uma palavra, de um conceito ou de um procedimento no contexto da matemática conduz à compreensão do significado, porém a aprendizagem desse significado está atrelada ao domínio de uma técnica por parte do aprendiz e que, este domínio está condicionado a treinamentos, ou por outras palavras, o significado é precedido por um processo de treinamento.

Nesse sentido, pontuo ainda que o gesto ostensivo é fundamental para o processo educacional, uma vez que, por exemplo, a regra que nos permite reconhecer um triângulo como triângulo retângulo ou a diagonal de um retângulo como sendo a hipotenusa de um triângulo formado pela diagonal e os lados do retângulo, ou que nos permite fazer uso (específico) de palavras como “igual”, “lado”, “segmento”, nesse contexto, não obstante é ensinada com o auxílio do gesto ostensivo, o que o caracteriza como um elemento importante para o aprendizado do uso, portanto, do aprendizado do significado das palavras.

Mas em que termos o gesto ostensivo atua no ensino e na compreensão de conceitos matemáticos? De acordo com o que discuti aqui, a definição ostensiva pressupõe um saber por parte do aluno para que ele possa indagar sobre a denominação. Essa habilidade consiste em uma familiaridade com elementos ligados ao que está sendo definido: compreender a definição “isto é vermelho” pressupõe que o aluno saiba o que é cor, que saiba se mover no

espaço das cores e que saiba que o aspecto apontado pelo professor no objeto é a cor e não a forma, ou outro aspecto qualquer.

A compreensão dessa particularidade da definição ostensiva nos ajuda a compreender uma possível causa para mal entendidos que podem interferir na compreensão dos alunos. O domínio desses saberes prévios pressupõe um treinamento na medida em que uma criança não aprende a contar se ela não for treinada a memorizar os números e operar com eles de uma maneira específica de acordo com as regras do jogo de linguagem da aritmética. Assim, quando o aluno ainda não domina as técnicas que o ajudariam a compreender uma definição ostensiva, a definição possivelmente será mal compreendida.

Este estudo evidenciou que a definição ostensiva é recorrente no ensino de conceitos matemáticos e que é um instrumento linguístico fundamental para a apresentação e para a compreensão de conceitos matemáticos nos seguintes termos:

O uso normativo das proposições da matemática pressupõe o ensino de regras e o aprendizado dessas convenções é condição para o aprendizado dos significados matemáticos e para fazer uso descritivo dessas proposições em outros contextos, então essa etapa do ensino destinada ao aprendizado de regras é de fundamental importância para a compreensão. Sendo assim, a definição ostensiva tem sua importância salientada pelo fato de ser um procedimento que introduz o uso matemático de uma palavra, e que favorece o treinamento, que por sua vez é essencial para a apresentação e compreensão de conceitos.

A natureza constitutiva da definição ostensiva a estabelece como um instrumento crucial para o ensino da matemática, pois o aprendizado de um novo significado pressupõe o domínio de uma técnica e, como procurei mostrar neste estudo, é por meio de sucessivas definições ostensivas que vão se formando os conceitos no interior dos jogos de linguagem, que, por sua vez, pressupõem técnicas características. Assim, a definição ostensiva pode favorecer a compreensão de conceitos matemáticos por evocar o uso dessas técnicas, como associar pequenos grupos de objetos a um numeral, por exemplo.

Assim, compreender um conceito matemático, é compreender uma linguagem, ou um *jogo de linguagem*, que no sentido wittgensteiniano significa compreender as convenções de uma *forma de vida*. Ressalto que de acordo com

a filosofia de Wittgenstein essas convenções são ensinadas e aprendidas e nesse sentido, o gesto ostensivo tem sua importância para o processo educacional, mais especificamente para o ensino da matemática.

Para concluir, apesar de ter percorrido todo o caminho de um ponto inicial, onde minhas inquietações se transformaram em motivações que, por sua vez, me levaram à delimitação deste estudo até este momento de conclusão, tenho a sensação de que ainda tenho um caminho longo a percorrer e que esse caminho não é linear, nem plano, antes, se parece mais com uma bifurcação de muitas possibilidades. Por vezes, mesmo tendo avançado, senti que não estava ainda na metade do caminho, ou que tinha tomado uma direção errada (seduzido momentaneamente pelo discurso dos interlocutores de Wittgenstein).

Não estive sozinho neste percurso. Tive auxílio de muitos para dar conta da tarefa de compreender um tema, que a primeira vista pode parecer trivial, mas que se revelou, por vezes, muito complexo. Os comentadores da obra do filósofo austríaco, minha orientadora e os membros da Banca Examinadora, foram alguns dos que me ajudaram a “permanecer nos trilhos” e na direção das conclusões a que cheguei. O sentido da sensação de que ainda há um caminho a percorrer pode ser expresso de duas maneiras: uma, é que esta pesquisa sugere novas investigações – uma questão que me parece crucial é a realização de pesquisas empíricas sobre o tema; a outra é a minha própria vontade de continuar investigando questões da educação matemática tendo como referencial teórico as reflexões de Ludwig Wittgenstein.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. F.; FUSCO, C. A. S. **Provar e Demonstrar**: um espinho nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v.1, n.1, p.22-41, jul-dez. 2012.

BALACHEFF, N. **Processus de Preuve et Situations de Validation**. *Educational Studies in Mathematics*, v. 18, n. 2, p. 147-176, may. 1987.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem: o esboço de um *framework*. p. 161-174. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. [org's]. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. – (Biblioteca do Educador Matemático, v. 3).

BOSCH, M. **La dimensión ostensiva em la actividad matemática**: el caso de la proporcionalidade. Tesis Doctoral. Espanã: Universitat autònoma de Barcelona, 1994.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilidad de la actividad matemática a los ostensivos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, nº1, pp. 77-124, 1999.

BOUVERESSE, J. *Le pays des possibles*: Wittgenstein, les mathématiques et le monde réel. Paris: Les Éditions Minit, 1988.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília-DF, 2007a.

BRASIL. **Atividades de Apoio à Aprendizagem 2**: operações com números naturais. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Brasília-DF, 2007b.

CARLA, V. **Tic-tac – é tempo de aprender**: linguagem, matemática, natureza, sociedade. 2ª Ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

CARDOSO, E. R et al. **Blocos lógicos no ensino da matemática**. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – Educação matemática, cultura e diversidade, Salvador-BA, 2010.

FANN, K. T. **El concepto de filosofía en Wittgenstein**. Madri: Editorial Tecnos, 2013.

FRASCOLLA, P. **Wittgenstein sur la Preuve mathématique**. In: FLOYD, J. et al. *Wittgenstein et les mathématiques*. Paris: T. E. R., 2004, p. 43-60.

GLOCK, H. J. **Dicionário Wittgenstein**. Tradução Helena Martins. Revisão técnica: Luiz Carlos Pereira. Rio de Janeiro: Jorge Zaar, 1998.

GOTTSCHALK, C. M. C. **Uma reflexão filosófica sobre a matemática nos PCN**. 154 f. Tese (Doutorado em filosofia da Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

GOTTSCHALK, C. M. C. **A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein**: algumas implicações educacionais. *Cad. Hist. Fil. Ci.*, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Ver e ver como na construção do conhecimento matemático. In: IMAGUIRE, Guido; MONTENEGRO, Maria Aparecida; PEQUENO, Tarcísio (Org.). **Colóquio Wittgenstein**. Fortaleza: Edições UFC, 2006, pp. 73-93

GOTTSCHALK, C. M. C. **Uma Concepção Pragmática de Ensino e Aprendizagem**. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v.33, n.3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GOTTSCHALK, C. M. C. **A Construção e Transmissão do Conhecimento Matemático sob uma Perspectiva Wittgensteiniana**. *Cad. Cedes*, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M.C. **O conceito de compreensão – a mudança de perspectiva de Wittgenstein após uma experiência docente.** *International Studies on Law and Education*, CEMOrOc-Feusp / IJI-Univ. do Porto , set-dez. 2012.

GOTTSCHALK, C. M.C. **A inserção nos jogos de linguagem da perspectiva de uma epistemologia do uso.** *International Studies on Law and Education*, CEMOrOc-Feusp / IJI-Univ. do Porto , set-dez. 2013.

GOTTSCHALK, C. M. C. Algumas observações sobre a questão da possibilidade de aprendizagem sem linguagem. In.: GOTTSCHALK, C. M. C.; PAGOTTO-EUZEPIO, M. S.; ALMEIDA, R. **Filosofia e Educação: Interfaces.** São Paulo: Képos, 2014. p. 101-110.

HEBECHE, L. **O mundo da consciência: ensaio a partir da filosofia da psicologia de L. Wittgenstein.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

HINTTIKA, J. Da ostensão aos jogos de linguagem. In: HINTTIKA, M; HINTTIKA, J. **Uma investigação sobre Wittgenstein.** São Paulo, Papirus, 1994.

JESUS, W. P. de. A filosofia da Educação Matemática de Paul Ernest e suas Relações com as Filosofias da Matemática de Imre Lakatos e Ludwig Wittgenstein. In: MIORIM, M. Â.; VILELA, D. S. (Orgs). **História, Filosofia e Educação Matemática.** Campinas, SP: Alínea, 2009, p.159-197.

JOURDAN, C. **Provas matemáticas em Wittgenstein.** *Revista Filosofia Aurora*, Curitiba, v. 21, n. 29, p. 297-312, jul./dez. 2009.

LACERDA, A. G. **Interpretação e comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental.** Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

MACHADO, Alexandre N. Realismo, normatividade e lógica. In.: **Lógica e forma de vida.** São Leopoldo: Ed. Unisinos, 2007. p. 203-263

MATOS, D. V.; LARA, I. C. M. **A Construção de Relações Lógicas: uma proposta de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental.** *Signos*, ano 36, n.1, p. 59-70, 2015.

MERLI, R. F. **Modelos clássico e Fuzzy na Educação Matemática: um olhar sobre o uso da linguagem.** Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

MOREIRA, J. H. L. **Wittgenstein: a superação do Atomismo Lógico.** *Argumentos*. Ano 2, nº 3, p. 89-93, 2010.

MORENO, A. R. **Introdução a uma epistemologia do uso.** Caderno CRH, Salvador, v. 25, n. 2, p. 73-95, 2012.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem.** Campinas-SP: Editora da Unicamp, 2005.

MORENO, A. R. **Wittgenstein – através das imagens.** Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

MORENO, A. R. **Wittgenstein: os labirintos da linguagem: ensaio introdutório.** São Paulo: Moderna. Campinas-SP: Editora de Universidade de Campinas, 2000.

OLIVEIRA, M. S. **Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem matemática.** Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

SALES, A.; PAIS, L. C. **A Argumentação no Estudo da Geometria: Uma Experiência com Acadêmicos de Licenciatura em Matemática.** In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2009, Goiânia-GO. *Anais...* Goiânia, 2009. CD-ROM.

SANT'ANA, M. F. Modelagem de experimento e ensino de cálculo. P. 149-160. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. [org's]. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. – (Biblioteca do Educador Matemático, v. 3).

SILVA, P. V. **O aprendizado de regras matemáticas**: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

SILVEIRA, M. R. A. Interpretação de textos na aprendizagem da matemática. IN: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (Orgs.) **Educação matemática e científica**: sobre linguagens e práticas culturais. São Paulo: Mercado das letras, 2014, p. 131-151.

SILVEIRA, M. R. A. **Matemática, discurso e linguagens**: contribuições para a educação matemática. (Coleção contextos da ciência). São Paulo: editora Livraria da Física, 2015.

SILVEIRA, M. R. A. **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – UFRGS, Porto Alegre, 2005.

SILVEIRA, M. R. A. **Wittgenstein e a matemática**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 3., Anais...Niterói:2008.

SIMONS, Ursula Marianne. **Blocos lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio**. Petrópolis: Vozes, 2007.

SOUTIF, L. **Applications des calculs mathématiques et explication ostensive**: deux conceptions de l'autonomie; Wittgenstein sur l'application. In: Wittgenstein et le problème de l'espace visuel. Paris: VRIN, 2011, p. 206-220.

SOUZA, H. C. T. **Uma análise dos esquemas do processo de modelagem**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

STRATHERN, P. **Wittgenstein em 90 minutos**. Trad. Maria Helena Geordane. Rio de Janeiro-RJ: Editora Jorge Zaar, 1997.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VILELA, D, S. Elementos para uma compreensão das matemáticas como práticas sociais. In: MIORIM, M. A.; VILELA, D.S. **História, filosofia e educação matemática**: práticas de pesquisa. Campinas-SP: Editora Alinea, 2009, p.89-126.

WITTGENSTEIN, L. **Remarks on Foundations of Mathematics**. Edited by G.H.von Wright, R. Rhees and G. E. M. Anscombe. Translated by G. E. M. Anscombe. Oxford: Blackwell, 1967.

WITTGENSTEIN, L. **O Livro Castanho**. Lisboa: Edições 70, 1992.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

WITTGENSTEIN, L. **Tractatus Logico-Philosophicus**. São Paulo: EDUSP, 2001.

WITTGENSTEIN, L. **O Livro Azul**. Lisboa: Edições 70, 2008.

WITTGENSTEIN, L. **O Livro Castanho**. Lisboa: Edições 70, 2008.

WITTGENSTEIN, L. **Da Certeza**. Lisboa: Edições 70, 2012.

WITTGENSTEIN, L. **Fichas (Zettel)**. Lisboa: Edições 70, 1989.

WITTGENSTEIN, L. **Escrito a Maquina [The Big Typescript]**. Madrid: Editorial Trotta, 2014.

WITTGENSTEIN, L. **Gramática Filosófica**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

APÊNDICE

O desafio de compreender a filosofia de Wittgenstein

Tive o primeiro contato com a filosofia de Wittgenstein no ano de 2008, ao cursar a disciplina Interpretação e Comunicação em Matemática, durante o curso \Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, ministrada pela professora D^a. Marisa Rosâni Abreu da Silveira. Naquela ocasião, eu estava ainda esboçando o problema de pesquisa da Dissertação e tinha um referencial teórico sendo estudado, porém, depois desse primeiro contato com a filosofia de Wittgenstein, acabei por adotar suas formulações como referencial da Dissertação.

Adquiri a obra *Investigações filosóficas*, e ao ler o prefácio, encontrei a seguinte recomendação do filósofo: ter sua primeira obra *Tractatus Logico-Philosophicus* como pano de fundo para as novas reflexões e que a condição para compreendê-las era a oposição das novas ideias ao seu “velho modo de pensar” (IF, p.28). O que fazer diante de tal recomendação? O mais correto seria ler a sua primeira obra ou ignorar a recomendação e começar a leitura para ao menos satisfazer a curiosidade? O primeiro obstáculo já estava posto – estudar duas filosofias, uma em oposição à outra. Segundo Moreno (2000) se compararmos o *Tractatus* com os outros textos do filósofo, a desarmonia é quase total.

O fato é que, para um leitor que não tem ideia das características da obra de Wittgenstein, qualquer uma das opções não é uma tarefa trivial. Uma análise de principiante: nenhuma das obras tem um sumário que oriente o leitor sobre os temas que serão tratados e a redação do texto é em forma de aforismos, que são pequenos parágrafos numerados. No caso do *Tractatus*, um pouco mais complexo que isso. Em relação a sua forma, é altamente complexo.

O discurso não se apresenta aí em um encadeamento unívoco de raciocínios e argumentos, mas, sim, como uma sequência

de pensamentos geralmente aforismáticos numerados segundo um sistema especialmente concebidos para, entre outras coisas, orientar os diferentes trajetos de leitura que o livro permite. Estilisticamente o discurso é heterogêneo: toma a forma de aforismos, por vezes, versificados, mas nem sempre; de aforismos isolados ou, pelo contrário, encadeados entre si por um aparente elo dedutivo, ou, ainda, toma a forma de uma simples descrição de situações ou mesmo de um encadeamento argumentativo visando convencer o leitor. Estamos em presença de uma obra que, além de apresentar estilo complexo, oferece e também sugere, pela numeração, diferentes possibilidades de leitura (MORENO, 2000, p.10).

As *Investigações filosóficas*, por sua vez é também antissistemática, porém, ela é antissistemática também quanto à forma (ibidem). O próprio Wittgenstein, no prefácio do livro afirma não ter conseguido sistematizá-las pela própria natureza da investigação e classifica o livro como “apenas um álbum”, pois suas anotações filosóficas seriam, metaforicamente, “esboços de paisagens”, em que os “mesmos pontos, ou quase os mesmos, foram abordados incessantemente por caminhos diferentes, sugerindo sempre novas imagens” (IF, Prefácio, p.25). Os pontos discutidos são diversos: o conceito de significação, de compreensão, de proposição, de lógica, estados de consciência, os fundamentos da matemática, dentre outros.

Mas ainda há outra dificuldade. A recomendação do filósofo de tomar o *Tractatus* como pano de fundo, como condição de compreensão das suas novas ideias, tem uma implicação: identificar as ideias que estão em oposição. Sabemos que Wittgenstein estabelece diálogos com interlocutores em seus argumentos. A obra já começa com uma citação das *Confissões* de Santo Agostinho, que o filósofo usa para apresentar uma imagem da essência da linguagem humana, e daí parte suas argumentações, contrariamente a uma concepção de linguagem que está representada pela citação de Agostinho e da qual faz parte sua antiga doutrina. Além de Santo Agostinho, Wittgenstein dialoga com outros interlocutores, dentre eles, Russell, Frege e ele próprio, que às vezes ele se refere como autor do *Tractatus Logico-Philosophicus*. Assim, muitos concordariam com a seguinte opinião:

Nenhuma ilusão: trata-se de um filósofo difícil! seu estilo é enigmático; seu pensamento, complexo. Compreendê-lo exige do estudioso um esforço redobrado. O acesso à(s) sua(s) doutrina(s) [...], com efeito, é tortuoso e desafiante, talvez por isso mesmo estimulante (PENHA, 2013, p.6).

A opinião parece desanimadora, mas pra quem se interessar pelo desafio, ela é mais animadora do que desanimadora. Uma opção foi procurar por intérpretes da obra do filósofo, então adquiri o livro *Wittgenstein: os labirintos da linguagem – ensaio introdutório*, de Arley Ramos Moreno, que se propõe a apresentar de maneira clara e simples e ao mesmo tempo de maneira precisa e rigorosa o pensamento do filósofo. Comecei a leitura das *Investigações filosóficas*, junto com o livro de Moreno. Posteriormente passei a ler artigos de vários comentadores e de trabalhos da educação matemática que usam Wittgenstein como referencial teórico, como os textos da professora Marisa Silveira, Cristiane Gottschalk, dentre outros.

Não é minha intenção apresentar um manual que ensine a ler Wittgenstein, nem estender a descrição de sua obra, mas relatar um pouco da experiência particular com as ideias do filósofo austríaco em minha empreitada de dar conta de uma tarefa, que nas palavras do próprio Wittgenstein fica evidente , que muitos não conseguiram. Segundo ele seus resultados “circulavam muitas vezes mal compreendidos, mais ou menos trivializados ou mutilados”. Em meu caso, sinto que minha tarefa ainda é mais difícil, por dois motivos: o primeiro se refere a ter que organizar as ideias de Wittgenstein de uma maneira que ele mesmo não fez e segundo, apontar implicações para a prática de sala de aula.

Para finalizar, quero ressaltar que, apesar de ter consciência de que não se trata de uma tarefa trivial, continuo interessado em percorrer os labirintos da filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, na expectativa de que suas ideias possam lançar luz sobre os problemas da *práxis* da aula de matemática. Quero destacar ainda o entusiasmo, o empenho e a competência da minha orientadora,

professora Marisa. Devo a ela a oportunidade de conhecer a filosofia de Wittgenstein e de poder fazer dela o meu objeto de estudo.

REFEÊNCIAS

PENHA, J. **Como ler Wittgenstein**. (Coleção Como ler filosofia). São Paulo: Paulus, 2013.

MORENO, A. R. **Wittgenstein**: os labirintos da linguagem: ensaio introdutório. São Paulo: Moderna. Campinas-SP: Editora de Universidade de Campinas, 2000.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.