UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

JANEISI DE LIMA MEIRA

A Tradução da Linguagem Matemática na aprendizagem da Geometria por estudantes da Educação Básica: perspectivas para a Educação Matemática

BELÉM-PA
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M479t Meira, Janeisi de Lima.
A Tradução da Linguagem Matemática na aprendizagem da Geometria por estudantes da Educação Básica: perspectivas para a Educação Matemática / Janeisi de Lima Meira, . — 2018.
165 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira
Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

1. Educação Matemática. 2. Tradução da linguagem matemática. 3. Aprendizagem de matemática. 4. Epistemologia da tradução. 5. Wittgenstein. I. Título.

CDD 510.1

JANEISI DE LIMA MEIRA

A Tradução da Linguagem Matemática na aprendizagem da Geometria por estudantes da Educação Básica: perspectivas para a Educação Matemática

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do título de doutor.

Orientadora: Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira

BELÉM - PA
2018

JANEISI DE LIMA MEIRA

A Tradução da Linguagem Matemática na aprendizagem da Geometria por estudantes da Educação Básica: perspectivas para a Educação Matemática

Banca Examinadora

____
Profa. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira (orientadora) – IEMCI/UFPA

____
Prof. Dr. Iran Abreu Mendes (examinador interno) – IEMCI/UFPA

____
Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva (examinador interno) – IEMCI/UFPA

____
Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo (examinador externo) – UNIFESSPA

____
Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva (examinador externo) – ICEN/UFPA

À

Meus pais
Neuza e João *(in memorian)*

Meus filh@s
Sara e Davi

Agradecimentos

À professora Drª. Marisa Silveira, minha orientadora, pela perspicácia, disponibilidade, competência e por sua dedicação à academia e em me orientar compartilhando seus conhecimentos, conduzindo-me pelos vales escuros e sombrios dos labirintos da filosofia de Wittgenstein.

Ao professor Dr. Iran Abreu Mendes, pela leitura e contribuição neste trabalho, exemplo de quem acredita na Educação Matemática para mudar o seu ensino.

Ao professor Dr. Carlos Aldemir Farias, pela leitura e contribuições para a finalização deste trabalho.

Ao professor Dr. Ronaldo Ripardo, pela amizade e por dedicar seu tempo à apreciação e contribuição deste trabalho.

Ao professor Dr. Paulo Vilhena pela amizade e contribuições para a finalização deste trabalho.

Ao professor Dr. Tadeu Gonçalves pelo incentivo e apoio.

À Capes, pelo auxílio financeiro durante todo o período do doutorado.

À meus filhos Sara, inspiração da alma e; Davi, direção do espírito, fontes de inspiração, refúgio e sabedoria em todos os momentos, ainda que eu parecesse estar perdido e sem solução.

Á minha esposa Raquel Nascimento pelo ambiente de conforto e por inspirar-me com tanta criatividade.

À minha mãe, Neuza Lima, instrumento de Deus e sinônimo de luta e conquistas e pela compra do primeiro livro.

Ao meu pai, João Meira *(in memorian)*.

A minha irmã Anaélis e a meu irmão Carlos pelo apoio e sempre me incentivando cada vez mais. Companheiros de todas as horas e por criarem um ambiente amigo, sempre me amparando.

À Escola Estadual Brigadeiro Felipe e seus alunos pela parceria no desenvolvimento das atividades em sala de aula.

Às estagiárias Evanette e Ediléia pela colaboração no desenvolvimento das atividades em sala de aula.

Ao corpo docente do Instituto de Educação Matemática e Científica IEMCI/UFPA, especialmente os docentes do PPGECM.

Aos funcionários do Instituto de Educação Matemática e Científica. Especialmente a secretaria do PPGECM.

À UFT por permitir conciliar os estudos com a prática do trabalho.

Aos mestres que me instruíram desde os primeiros passos até essa conquista. Em especial, a todos os professores da Educação Básica, poucos lembrados.

A todos os integrantes do Grupo de Linguagem Matemática – GELIM, pelas interlocuções e amadurecimento das ideias discutidas acerca da linguagem na Educação Matemática, em particular os colegas Robson e Paulo.

Ao João Vidal, pela compreensão e ajuda durante essa conquista.

Ao Emanuel Nogueira, companheiro de todos os momentos.

A Neta Gil, companheira de luta e por dar voz aos gritos silenciados dos Ribeirinhos do Xingu e, por não tombar diante das oligarquias amazônidas.

Aos meus Colegas de doutorado Itamar, Lucélida e Elisângela Melo.

Aos colegas Vitória Maia, Mundico, Seu Ely e Dona Sônia.

A todos os amigos que incentivaram nesta caminhada, fortalecendo-me com suas palavras de conforto.

O homem possui a capacidade de construir linguagens com as quais se pode expandir todo sentido, sem fazer ideia de como e do que cada palavra significa - como também falamos sem saber como se produzem os sons particulares (Ludwig Wittgenstein, Investigações Filosóficas).

Resumo

A presente pesquisa teve como objetivo investigar acerca do processo de tradução da linguagem matemática para a linguagem natural na aprendizagem de matemática. Tomamos como ponto de partida as produções acadêmicas de dissertações e teses na área, e os resultados do índice de desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e PISA, do Estado do Tocantins. Assumimos como base teórica a filosofia madura de Wittgenstein, o qual afirma que *traduzir* é um *jogo de linguagem*, pois se constitui no domínio de técnicas. Realizamos análises dos documentos orientadores da educação e uma intervenção em sala de aula com alunos do ensino fundamental, na escola Brigadeiro Felipe, em Arraias-To, esta produziu o material empírico constituído a partir da aplicação de um questionário, entrevistas e atividades de geometria plana. As análises estiveram organizadas em dois eixos, no primeiro analisamos os documentos orientadores da educação e no segundo o material empírico. No primeiro eixo, as análises dos documentos revelaram uma compreensão referencial da linguagem indicando a linguagem matemática exclusivamente como uma simbologia que representa o conceito matemático. Já no segundo eixo, o material empírico indicou que a tradução da linguagem matemática se revela como uma necessidade interna à própria matemática e que ao realizar diferentes jogos de linguagem durante a tradução favorece e assegura a sua aprendizagem. Com isso defendemos que as dificuldades de aprendizagem da matemática estão relacionadas à compreensão dos conceitos e suas regras, no que tange ao processo de tradução do universo linguístico que envolve a linguagem matemática, por se tratar de um fenômeno normativo e seu uso está distante da prática cotidiana. Assim, a tradução correta dessa linguagem promove a autonomia do estudante na aquisição de significados favorecendo aplicações dos usos em diferentes contextos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Tradução da linguagem matemática. Aprendizagem de matemática. Epistemologia da tradução. Wittgenstein.

Abstract

The present research aimed to investigate the process of translation of mathematical language into natural language in mathematics learning. We take as a starting point the academic productions of dissertations and theses in the area, and the results of the index of development of Basic Education (IDEB) and PISA, of the State of Tocantins. We assume as a theoretical basis the mature philosophy of Wittgenstein, which states that translating is a game of language, since it constitutes the domain of techniques. We carried out analyzes of educational guidance documents and a classroom intervention with elementary students at the Brigadeiro Felipe school in Arraias-To, which produced the empirical material constituted from the application of a questionnaire, interviews and activities of flat geometry . The analyzes were organized in two axes, in the first one we analyzed the documents guiding the education and in the second the empirical material. In the first axis, the analyzes of the documents revealed a referential understanding of the language indicating the mathematical language exclusively as a symbology that represents the mathematical concept. Already in the second axis, the empirical material indicated that the translation of the mathematical language reveals itself as an internal necessity to mathematics itself and that when performing different language games during the translation favors and ensures its learning. With this we defend that the learning difficulties of mathematics are related to the understanding of the concepts and their rules, in what concerns to the process of translation of the linguistic universe that involves the mathematical language, because it is a normative phenomenon and its use is far from the practice everyday life. Thus, the correct translation of this language promotes the autonomy of the student in the acquisition of meanings favoring applications of the uses in different contexts.

Keywords: Mathematical Education. Translation of mathematical language. Learning math. Epistemology of translation. Wittgenstein.

Résumé

La présente recherche visait à étudier le processus de traduction du langage mathématique en langage naturel dans l'apprentissage des mathématiques. Nous prenons comme point de départ les productions académiques de mémoires et thèses dans la région, ainsi que les résultats de l'indice de développement de l'éducation de base (IDEB) et du PISA, de l'État de Tocantins. Nous supposons comme base théorique la philosophie mature de Wittgenstein, selon laquelle la traduction est un jeu de langage, dans la mesure où elle constitue le domaine des techniques. Nous avons effectué des analyses de documents d'orientation pédagogique et une intervention en classe auprès d'élèves du primaire à l'école Brigadeiro Felipe d'Arraias-To, qui ont permis de produire le matériel empirique constitué par l'application d'un questionnaire, des entretiens et des activités de géométrie plane . Les analyses ont été organisées en deux axes, le premier analysant les documents guidant l'éducation et le second les données empiriques. Dans le premier axe, les analyses des documents ont révélé une compréhension référentielle du langage indiquant le langage mathématique exclusivement sous forme de symbologie représentant le concept mathématique. Déjà dans le deuxième axe, les données empiriques indiquaient que la traduction du langage mathématique se révélait être une nécessité interne aux mathématiques elles-mêmes et que, lors de la réalisation de jeux de langage différents au cours de la traduction, elle favorisait et assurait son apprentissage. Nous défendons avec cela que les difficultés d'apprentissage des mathématiques sont liées à la compréhension des concepts et de leurs règles, en ce qui concerne le processus de traduction de l'univers linguistique faisant intervenir le langage mathématique, car il s'agit d'un phénomène normatif et que son utilisation est loin de la pratique. la vie quotidienne. Ainsi, la traduction correcte de ce langage favorise l'autonomie de l'étudiant dans l'acquisition de significations favorisant les applications des utilisations dans différents contextes.

Mots-clés: Enseignement des mathématiques. Traduction du langage mathématique. Apprendre les mathématiques. Epistémologie de la traduction. Wittgenstein.

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de gráficos

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Lista de Siglas

BNCC (Base Nacional Comum Curricular)

CONAB (Companhia Nacional de Abastecimento)

EJA (Educação de Jovens e Adultos)

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística)

IDEB (Índice Nacional da Educação Básica)

MEC (Ministério da Educação)

OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico)

PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais)

PDE (Plano de Desenvolvimento da Educação)

PEE/TO (Plano Estadual de educação do Tocantins)

PISA (Programme for International Student Assessment)

PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios)

PNE (Plano Nacional de Educação)

PPGECM (Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas)

PPP (projetos político pedagógico)

SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica)

SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica)

SEDEN (Secretaria de Estado do Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia, Turismo e Cultura)

SEDUC (Secretaria de Estado de Educação, Juventude e Esportes)

UFPA (Universidade Federal do Pará)

UFT (Universidade Federal do Tocantins)

UNITINS (Universidade do Tocantins)

1. Introdução

$\forall\, x \in A,\ \exists|\ y \in B / (x, y) \in A \times B,$ Caro leitor, se você conseguiu ler e entender esta sentença matemática certamente vai compreender do que se trata este trabalho. Neste sentido, a presente pesquisa investiga e analisa o processo de tradução da linguagem matemática, pois o que buscamos com tal investigação é oferecer aos estudantes da escola de Educação Básica oportunidade de aproximá-lo, quiçá, se não, de compreender a linguagem matemática, que para muitos aparece quase intraduzível.

Diante disso, esta pesquisa busca investigar acerca do processo de tradução da linguagem matemática para a linguagem natural na aprendizagem de matemática. Este é um processo que precisa ser realizado corretamente a fim de que o estudante compreenda os conceitos e regras da matemática, pois isso pressupõe que haja aprendizagem. Para tanto, defendemos a tese de que as dificuldades de aprendizagem da matemática estão relacionadas à compreensão dos conceitos e suas regras no que tange ao processo de tradução do universo linguístico que envolve a linguagem matemática, haja vista que se trata de um fenômeno normativo.

Não temos aqui a pretensão de apresentar um método de ensino e/ou pesquisa. Pretendemos, com esta pesquisa, salientar mais uma oportunidade para refletir e analisar acerca das dificuldades de ensinar e aprender matemática levando em consideração os aspectos de sua linguagem. No campo científico da Educação Matemática há diversas pesquisas apresentando métodos de ensino e aprendizagem fazendo diagnósticos dos problemas apresentados; da questão do currículo de matemática tanto na escola básica, como dos cursos de graduação em matemática; da formação do professor que ensina matemática, etc., mas, ainda assim, as preocupações concernentes à linguagem matemática são incipientes, e em muitos casos, limitando-se apenas à área das linguagens, códigos e suas tecnologias[1].

Em virtude disso, apresentamos nossa preocupação em relação à tradução da linguagem matemática no seu ensino e aprendizagem. A linguagem oferece diversos jogos e na matemática esses jogos assumem

[1] Nomenclatura adotada pelo Ministério da Educação.

gramática própria e isso torna particular a esta ciência compreender acerca do processo de tradução da linguagem matemática para a linguagem natural no ensino e aprendizagem de matemática. Nossa intenção não se restringe a descrição de uma linguagem, pois, se assim o fizéssemos estaríamos apresentando simplesmente uma visão referencial. A linguagem em nosso compreender está localizada em contextos e ligada a *formas de vida* compondo a *práxis* comunicativa.

A tradução, e aqui a tradução da linguagem matemática, é uma temática, sobre a qual Wittgenstein deixou muitos fragmentos em sua obra. O exame desta temática é circunstancial, principalmente quando o filósofo aponta que traduzir é um *jogo de linguagem*, constituindo-se de um *domínio de uma técnica*, e assim nos esclarece que a tradução é parte de uma atividade ou de uma forma de vida, isto é, é uma tarefa, é algo a ser feito. Nestes termos, o filósofo evidencia a exequibilidade desta tarefa, isto é, a capacidade das pessoas de realizar a tradução.

Embora a execução desta tarefa não pressuponha um *método* específico, isto é, a concepção de um núcleo semântico comum a todos os casos de tradução, o filósofo introduz a noção de *semelhanças de família*, quando afirma que:

> Em lugar de indicar algo que é comum a tudo aquilo que chamamos de linguagem, digo que não há uma coisa comum a todos esses fenômenos, em virtude da qual empregamos a mesma palavra – mas sim que são aparentados uns aos outros de muitos modos. E é em função desse parentesco, ou desses parentescos, que chamamos a todos de “linguagens” (WITTGENSTEIN, 1999, § 65).

A noção de semelhança de família adotada por Wittgenstein emerge da necessidade de compreensão dos conceitos presentes na gramática. O autor faz essa analogia ao criticar a ideia de que os conceitos precisam apresentar alguma propriedade comum a todas as instâncias que estejam relacionados, essa crítica é amplamente divulgada quando associado a ideia da palavra *jogo*[2].

[2] Esta ideia será alargada mais adiante.

Conforme Oliveira (2007, p. 190), a noção de semelhança de família dentro da tradução coloca em *xeque* a noção de correspondência biunívoca, isto é, de que tradução seja apenas a relação de uma palavra de uma língua que possui um correspondente em outra língua. Para o autor, ancorado na filosofia de Wittgenstein, na tradução deve-se haver uma *correspondência de usos*, em que deve ser analisado *caso a caso*, isto é, dentro de cada contexto linguístico.

Assim, pressupomos que não alcançaremos um método específico para a tradução da linguagem matemática, mas diferentes *correspondências de usos* que poderão em alguns casos, apresentar algumas semelhanças e que buscaremos caracterizar como sendo a busca por uma *epistemologia da tradução*. Essas semelhanças estarão presentes nas ações metodológicas e formativas de cada professor ao desenvolver sua prática no ensino e na aprendizagem das suas aulas de matemática.

Para tanto, apresentamos a estrutura desta Tese que está dividida em 5 capítulos. No capítulo I, que chamamos de **Introdução** apresentamos a pesquisa e como está organizada esta tese. Além de indicar caminhos da nossa discussão e compreensões a respeito daquilo que se assume como tradução para Wittgenstein e seus comentadores.

No segundo capítulo descrevemos os passos de um caminhar, no qual relatamos fragmentos de nossa trajetória formativa e acadêmica, bem como o caminho metodológico da pesquisa apontando os eixos de análise e a compreensão dos fundamentos da matemática a partir das correntes filosóficas que sustentou esta ciência no início do século XX.

No terceiro capítulo trazemos à tona uma discussão a respeito da tradução e de como essa prática humana que fortalece e desenvolve o conhecimento. Sua constituição e consolidou ao longo do tempo como área de pesquisa e também como a filosofia da linguagem compreende esta ação a partir da filosofia de Wittgenstein. Fazemos também uma discussão a respeito da filosofia de Wittgenstein e como o autor apresenta alguns conceitos que são importantes para compreender sua filosofia. Seguido de uma discussão a respeito do filósofo norte-americano Willard von Quine e como algumas de suas principais teses podem oferecer condições para compreender a tradução da linguagem matemática.

No quarto capítulo trazemos algumas reflexões a respeito da linguagem matemática e de como é compreendida dentro da proposta de ensino para a matemática escolar. Para tanto, apresentamos a maneira como esta linguagem é assumida dentro das pesquisas em Educação Matemática.

No quinto capítulo, trazemos algumas reflexões a respeito dos jogos de linguagem que são estabelecidos na tradução da geometria ensinada na escola de Educação Básica e como a linguagem matemática aparece em documento que legislam e orientam o ensino de matemática, suas marcas nas avaliações de larga escala (Saeb, PISA); trazemos também uma análise de um questionário aplicado aos alunos a respeito de suas concepções de matemática e as implicações disso sobre suas aprendizagem decorrente da realização da experiência de um projeto de extensão desenvolvido com alunos da rede de Educação Básica com atividades de geometria.

Por fim, apresentamos as Considerações Finais e como temos compreendido as implicações dos estudos que consideram a tradução da linguagem matemática no ensino e na aprendizagem desvelando os mistérios da significação dado ao uso dessa linguagem, que em muitos casos se restringe a uma aprendizagem que assume apenas uma perspectiva referencialista.

2. Passos de um caminhar

Toda a concepção moderna do mundo tem como fundamento a ilusão de que as chamadas leis da natureza sejam as explicações dos fenômenos naturais.
Wittgenstein (1889 – 1951)

A compreensão do movimento de produção desta Tese atravessa um caminho que não se inicia unicamente no processo de doutoramento no Programa de Pós-graduação e Educação Matemática na UFPA. Este percurso foi trilhado com base na minha trajetória estudantil, profissional e na academia. Neste último espaço foi onde pude perceber o distanciamento e, porque não em certos sentidos, as aproximações entre a *ciência* e o *senso comum*.

Os circuitos dessas experiências formativas, acadêmico-profissionais e de pesquisador transcorreram num espaço fecundo na instauração de um movimento de construção, (des)construção, (re)construção no que diz respeito a uma singularidade fundamentada na teia epistêmica nucleada pela linguagem implicando na construção de saberes que envolvem o campo da educação perpassando pelo ensino, e, em particular, da matemática.

O recorte deste texto se dá a partir de meu ingresso na universidade na cidade de Altamira, no oeste do Estado do Pará, no ano de 2004. Minhas memórias são desde os primeiros semestres, quando ingressei nos Cursos de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado do Pará (UEPA) e Licenciatura em Letras, na Universidade Federal do Pará (UFPA), que ainda naquele momento de formação inicial já comecei a trabalhar em sala de aula, se prolongando até atualmente. Após essa formação inicial ingressei na Pós-Graduação *Stricto Sensu* em nível de Mestrado e logo depois no Doutorado.

No que tange a experiência docente vale destacar que no interior do Estado a demanda por professores de matemática é grande, devido a isso as Secretarias Municipais de Educação incorporam os licenciandos ao seu corpo docente, haja vista que estes já iniciaram seu processo de formação em nível superior. Diante desta situação, a minha primeira experiência docente aconteceu nas turmas de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos (EJA), nas turmas de 3ª e 4ª etapas. Posteriormente continuei lecionando nos níveis Fundamental e Médio, seguido de uma breve experiência no ensino superior até o ingresso na Pós-graduação, momento em que me dediquei exclusivamente aos estudos.

Optei por descrever aqui a trajetória da construção do meu processo de formação, do meu fazer docente e pedagógico e por minhas escolhas no âmbito da pesquisa, desvelando perante ao leitor os impasses, oportunidades e caminhos que constituíram e reconstruíram minha forma de olhar e de se constituir na formação de professores. O texto que aqui se segue retrata alguns fatos, contextos, personagens e interações que me constituíram neste caminhar (CHAVES, 2000).

Mediante esse caminhar as experiências, principalmente profissionais sempre se aproximaram mais da Matemática do que das Letras, muito embora também tenha tido vivências neste campo do conhecimento. Foi a partir dos estudos em Educação Matemática que pude perceber como é construída a trajetória de formação do professor de matemática que extrapola o modelo tradicional de formação de professores nesta ciência. Estes estudos me proporcionaram tornar-me um pesquisador nesta área de conhecimento buscando sempre contribuir para uma formação mais voltada para a docência do que exclusivamente para a pesquisa na área específica do curso e que os resultados aparecessem em sala de aula levando os alunos a aprender a matemática.

Diante disso, as transformações pessoais que me ocorreram a partir dos primeiros estudos, ainda na graduação, apresentaram muitas nuances, por exemplo, a respeito da maneira de como conceber a matemática, deixando de acreditar que esta fosse uma entidade que existiria em um mundo à parte, isto é, sem a interferência humana, ou ainda, que tivesse um fim em si mesma. Passando a compreender que toda ciência é construída pelo e para o homem.

Compreendi que ao longo da história da humanidade houve grandes discussões acerca da natureza do conhecimento matemático. As mais recorrentes ancoram-se no fato de a matemática ser ou não inata, isto é, de já existir num mundo em que o sujeito somente terá acesso se conhecer a sua linguagem, ou ainda se a matemática existiria independente da interferência da mente humana. Estas questões desde tenra idade perturbam filósofos e matemáticos, pois estes nem sempre estão em comum acordo a respeito da concepção da natureza desta ciência.

Como desdobramentos destas questões surgiram por volta do século XIX, três correntes filosóficas, que buscaram explicar os fundamentos da matemática, estas correntes acreditavam que dariam conta de explicar a natureza daquele conhecimento, são elas: Intuicionismo, Formalismo e Logicismo. Todas elas comungavam de um mesmo objetivo no sentido de que a experiência, tomada nesta pesquisa com fortes evidências do empírico, deveria ser abandonada na construção deste conhecimento, além do mais acreditavam no caráter de 'verdade absoluta' atribuída à matemática (COSTA, 1992).

Para o Intuicionismo, a matemática independe da lógica, pois qualquer atividade matemática é fruto da construção da mente humana, notadamente que não se trata de algo arbitrário, em virtude de que a "ferramenta principal do matemático é a sua mente" (SHAPIRO, 2000). Assim, a intuição foi um dos conceitos mais explorado nesta corrente. Para os intuicionistas, a linguagem não ocupa o centro de suas discussões, em virtude de tornar-se, em certos casos, apenas um instrumento de registro do pensamento. Segundo Shapiro (2000, p. 127), Brouwer entende que a "linguagem não é mais do que um meio imperfeito para comunicar construções mentais, e são estas construções que constituem a essência da matemática". Um dos maiores representantes desta corrente foi o matemático Brouwer (1881-1966), que em uma de suas principais teses da filosofia intuicionista separa a matemática de sua linguagem, e em particular dos fenômenos descritos pela lógica teórica, reconhecendo que a sua "matemática é essencialmente uma atividade mental desprovida de linguagem, cuja origem se encontra na percepção do movimento do tempo em que se separa em dois momentos distintos: num faz surgir e noutro fica retida na memória" (ESPINOZA, 2003, p. 106, tradução nossa[3]).

Costa (1999) ao procurar explicar as ideias de Brouwer aponta que:

> A lógica, para Brouwer, não é o fundamento da matemática, segundo pretendem os logicistas. Dá-se precisamente o oposto: as leis lógicas (aplicáveis no domínio matemático) derivam-se da matemática, ou melhor, da linguagem da matemática. E como Brouwer acha que a atividade matemática independe da linguagem, isto é, da maneira pela qual expressamos as verdades dessa ciência, conclui ele,

[3] Todas as traduções de outras línguas estrangeiras são de nossa responsabilidade.

> singularmente, que as leis lógicas não constituem fenômeno matemático e, sim, fenômeno etnográfico. A matemática, de acordo com o intuicionismo, originou-se, historicamente, da experiência, através dos sentidos. Mas na sua estruturação final e rigorosa, é puramente intuitiva e baseada na noção de número natural, independendo das ciências ou da filosofia. Aliás, em qualquer outra atividade já encontramos explícita ou implicitamente conceitos matemáticos. A atividade matemática não pressupõe qualquer outra, mas, sim, está na base dessas outras. Em síntese, do ponto de vista de seus fundamentos, a matemática é auto-suficiente (Costa, 1999, p. 89).

Não é de nos surpreendermos que essas ideias estejam frequentes entre boa parte dos matemáticos e também dos professores de matemática por acreditarem que a imaginação oferece recursos que possibilitam construir matemática. Vejamos, por exemplo, o que diz o matemático Ávila (2011), ao defender que:

> A ideia de que o pensamento matemático se reduz a seus aspectos lógico-dedutivos – uma ideia muito difundida, mesmo entre professores de Matemática – *é incompleta e exclui o que há de mais rico nos processos de invenção e descoberta.* O pensamento matemático vai muito além do raciocínio dedutivo. *Em seus aspectos mais criativos, a Matemática depende da intuição e da imaginação, às vezes até mais que da dedução* (ÁVILA, 2011, p. 4, grifos nosso).

Estas influências são assumidas pelos professores de matemática e acabam por reproduzi-las a seus alunos. Os efeitos sobre esse tipo de pensamento é que a matemática pode ser compreendida como uma entidade proveniente unicamente da intuição independente dos contextos e espaços nos quais fora produzida descartando suas relações sócio-histórica-antropológicas.

Outra corrente que teve bastante destaque em função de ter em sua defesa o grande matemático David Hilbert (1862 - 1943) é o Formalismo. Embora esta corrente também apresente bases na filosofia kantiana, por tomar os teoremas decorrentes dos axiomas, e isso se deu em função das estruturas de dados oriundos da percepção sensível do espaço e do tempo, mesmo assim, assume outra dimensão daquela do Intuicionismo afastando-se e consolidando em novas bases.

Segundo Silva (2007), o formalismo se constitui de um método que consiste em fundar a ciência matemática em bases axiomáticas, isto é, a partir de axiomas –, verdades lógicas incontestáveis das quais serão derivadas novas verdades. Neste ponto Hilbert avança mais que Euclides (? 325 a. C – 270 a. C.) no sentido de que para o autor grego as demonstrações assentavam-se em verdades intuitivas que não se encontravam entre os axiomas, mas "numa teoria axiomática formal em que as deduções são cadeias de transformação de expressões simbólicas segundo regras explícitas de manipulação de símbolos" (idem. 184). No entanto, o autor alerta que "as expressões simbólicas não precisam ser necessariamente vistas como destituídas de significado, nem as deduções como meros encadeados de expressões em que nenhuma verdade é transmitida" (idem). Diante disso, o objeto matemático, de fato, nem existiria, pois apenas os axiomas, teoremas e definições, isto é, a axiomática, conseguiria descrever/representar os conceitos matemáticos. Assim, nesta corrente filosófica a linguagem matemática retoma sua importância em função da necessidade de atribuição de sentido à proposição, e, grosso modo, podendo estender tal sentido à linguagem.

A terceira corrente de que tratamos aqui é o Logicismo, que tem como grande representante o filósofo e matemático alemão Gottlob Frege (1848 – 1925) e o também filósofo e matemático britânico Bertrand Russel (1872 – 1970). Este procurou dar sequência ao projeto iniciado por aquele, mesmo sabendo que suas obras não se completavam. Em virtude dos *paradoxos* encontrados por Russel na obra do matemático alemão, foram investidos grandes esforços na procura por argumentos que superassem esses paradoxos e garantissem os fundamentos da matemática. No sentido de garantir esses fundamentos houve ainda contribuições de Frank Ramsey (1903 – 1930), entre outros, que de algum modo seus escritos contribuíram para o desenvolvimento do projeto logicista.

Este projeto teve grandes contribuições para o desenvolvimento da Filosofia da Linguagem, mesmo que ainda não fosse naquele momento o seu principal objetivo. Entendemos que uma das contribuições desta corrente à Filosofia da Linguagem diz respeito ao fato de retirar a "distinção do domínio das representações para colocá-la no domínio da linguagem" (SILVA, 2007, p. 137), pois assim, um enunciado não precisa mais apresentar verdades e/ou contradições puramente lógicas, podendo ser apresentado em razão do significado envolvido unicamente na própria linguagem.

Conforme veremos mais adiante, Wittgenstein, mesmo em sua juventude, já rechaçava essas ideias das correntes filosóficas da matemática apontando que a linguagem é, ela própria, o alicerce daquilo que compreendemos como linguagem, mesmo que esteja embasada em proposições, suas confusões se dão em virtude da forma lógica que é ocultada (SILVA, 2008).

Esse pensamento defendido pelas três correntes ainda é incorporado por grande parte dos professores de matemática nos espaços acadêmicos que reproduzem aos seus alunos (graduandos), que estes ao acreditar na maneira de compreender a matemática, a partir das concepções de seus professores, tomam para si como a “única” verdade, isto é, como verdade absoluta. Estes alunos por sua vez serão os reprodutores em suas aulas quando se tornarem professores. Uma das consequências dessa reprodução é pensar que o conhecimento matemático *pré-existe* às práticas humanas, inclusive à linguagem, e com isso encontram dificuldades de ensinar quando buscam contextualizar o ensino de matemática a partir das práticas cotidianas dos alunos, haja vista que este tipo de prática é requerido pela escola.

Na verdade, os professores encontram dificuldades de fazer este tipo de contextualização em suas práticas pelo fato de se tratar de conhecimentos de natureza distinta: na matemática, normatizada e organizada a partir de regras validadas por uma comunidade não possui grandes relações com a prática que o professor espera que o aluno construa atribuindo significados a partir de relações de aplicação da matemática, quando na verdade estes significados já estão dados. Por outro lado, há o *empírico* que muitas vezes é confundido com o *cotidiano*, onde se espera que os alunos possam aplicar aqueles conhecimentos que são ensinados na escola.

Diante de paradigmas desta natureza as leituras e discussões promovidas pela Educação Matemática me proporcionaram reflexões, em que busquei esclarecimentos acerca das perguntas do que é matemática, da sua construção, e, principalmente, da maneira como devo ou devem-se orientar as práticas de seu ensino. Esses questionamentos sempre estão presentes nas práticas de professores, muito embora não construam concepções acerca disso. Além do que essas provocações e questionamentos também orienta(ra)m a minha prática docente.

Essas transformações me fizeram compreender que a matemática é uma ciência importante para o desenvolvimento e para a formação intelectual da sociedade e de suas relações sociais mediadas pela linguagem. Considerando que o aspecto de mudança e de transformação ocorre ao longo da vida e é percebido de forma em que são entrelaçadas as práticas culturais e educativas. Desse modo, destacamos que o desenvolvimento e a aprendizagem do sujeito acontecem com base na interação e no desenvolvimento linguístico, que leva em consideração o meio social. Nestas circunstâncias a interação se dá pelas *formas de vida* que são construídas e constituídas a partir de sua linguagem em determinados contextos (MORENO, 2005).

Todavia, para proporcionar esse desenvolvimento é importante a participação em espaços formais de educação, neste caso, nos referimos a escola. A escola, para Saviani (1997) existe para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado e construído historicamente. Esse saber é o que encontramos na matemática, principalmente quando nos referimos à matemática escolar. Ainda segundo o autor, uma das condições iniciais para aprender este saber é o domínio da leitura e da escrita, pois isso é dever da escola proporcionar a *leitura dos números*, da *natureza*, da *linguagem da sociedade*, dentre outras maneiras de ler o mundo.

A prática da leitura e da escrita permitiu historicamente o avanço científico, tecnológico e psicossocial das civilizações, pois garantiu, no caso da pesquisa em tela, o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, o raciocínio dedutivo, a tradução de uma língua à outra, etc. Isso, é claro, não inviabiliza a possibilidade de que aquelas pessoas que não saibam ler, também não sejam capazes de desenvolver tais pensamentos, mas que a leitura e a escrita aceleram este procedimento e asseguram o acesso às gerações que sucederão.

Conforme apontado anteriormente essas práticas da leitura e escrita me proporcionaram ingressar na universidade, e, em seguida, no exercício da docência. Pude compreender tanto no espaço acadêmico, como no espaço profissional, e também na minha atuação como professor a importância da *linguagem* para a formação do sujeito que vive em sociedade. Naquela altura, a partir dos estudos da linguagem na perspectiva da Linguística e da Matemática como uma linguagem que explicava diversos fenômenos no mundo, além de si mesma, encontrei base para buscar compreender as concepções e crenças da natureza dessas ciências (a linguística e a matemática), aparentemente tão distantes, mas, na verdade, tão complementares.

Machado (2001), em sua tese de doutoramento aponta as imbricações dessas duas áreas do saber no que diz respeito, principalmente, ao processo de ensino e aprendizagem:

Para o autor,

> Entre a Matemática e a língua materna existe uma relação de impregnação mútua. Ao considerarem-se esses dois temas enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário conhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino de Matemática (MACHADO, 2001, p. 10).

Assim, tão só se apresenta para nós uma concepção de análise da linguagem sob aspectos pragmáticos, isto é, seus *usos* nos contextos em que a linguagem se manifesta organicamente, não apenas como um mecanismo causal, mas que os significados são inerentes na multiplicidade de formas de emprego num sentido gramatical.

2.1 Caminho Metodológico

A filosofia da Matemática ao longo do tempo buscou explicar e justificar grande parte do surgimento deste conhecimento. Um dos marcos importante na história da filosofia moderna diz respeito ao filósofo alemão Immanuel Kant (1724 – 1804), que construiu sua teoria do conhecimento a partir de bases matemáticas. Antes da obra deste Filósofo a tradição matemática se dividia em duas posições antagônicas. A primeira, que buscava fundamentar o saber matemático na razão, e aí há a prevalência do aspecto lógico do conhecimento; e a segunda, de base idealista que buscou fundamentar este saber na intuição e/ou na experiência, para este caso dizemos que há a prevalência do aspecto apriorístico (MENEGHETI, 2001).

Ainda dentro dessa dicotomização da constituição do conhecimento matemático há outras correntes, por exemplo, idealismo, realismo e racionalismo que de certo modo já estão contempladas naquelas duas posições antagônicas apontadas anteriormente. Pelo fato de não concordar com a maneira como estavam colocadas aquelas concepções acerca do conhecimento Kant propõe uma posição mais mediadora alegando que, uma e somente uma, dessas concepções não era suficiente para explicar o conhecimento, afirmando que o conhecimento é uma função do sujeito e que “a representação de um corpo na intuição nada contém que possa pertencer a um objeto em si, ela é somente o fenômeno de alguma coisa, mediante a maneira sob a qual somos afetados por tal coisa” (KANT, 1997, p. 61), além do que a intuição que se relaciona com o objeto por meio da sensação de certo modo está ligado ao empírico.

Em oposição as ideias metafísicas do pensamento kantiano surgiu no início do século XX, o movimento chamado de Virada Linguística (*Linguistic Turn)*, que propunha uma nova análise da filosofia. Para essa nova maneira de conceber a filosofia não se buscava mais por uma essência, mas pela superação dos problemas da filosofia por meio da significação ou dos sentidos atribuídos às expressões linguísticas e pelos *usos* que são feitos pelos sujeitos, isto é, por meio da análise da linguagem (OLIVEIRA, 2001).

Neste sentido, a linguagem se situa como um campo de possibilidades para a análise e compreensão dos problemas filosóficos, e, particularmente, no nosso caso, além desses problemas nos envolvemos com suas implicações na Educação, especificamente, na Educação Matemática. As incompreensões das correntes pedagógicas exercem um efeito hipnótico sobre o fazer docente causando ressonâncias na prática pedagógica em função de tantas seduções teórico-pedagógicas em que o professor se sente constrangido ao não aderir a nenhuma dessas teorias acreditando que seja um profissional que não atende as propostas da educação do século XXI (SILVEIRA; SILVA; TEIXEIRA JÚNIOR, 2017). Assim, ao se filiar nessas concepções que em geral atribui ao aluno papel de construtor de seu próprio conhecimento buscam inesgotavelmente por práticas que atendam a esse interesse, que como bem sabemos tem a intensão da manutenção da atual situação da educação. Este trabalho se situa numa proposta que diverge da ideologia hegemônica na educação atual e busca destacar a linguagem e mais especificamente a tradução como uma das possibilidades para compreender a prática educacional, pois compreende que os fundamentos para as ações do sujeito não estão exteriores à linguagem, mas encontram-se nela própria. Isso se dá em razão de que todas as práticas são, e sempre serão orientadas por uma linguagem de *uso público*.

Gottschalk (2004), ao refletir acerca das práticas que envolvem a aprendizagem da matemática, com base no pensamento de Wittgenstein, aponta que esta ciência não existe em uma realidade extramatemática, mas que aparentemente permanece no âmbito da linguagem, não sendo constituída ao longo de sua história a partir de natureza exclusivamente empírica ou ainda de acordo entre opiniões. Com base na autora, dissolve-se assim, pensamentos como aqueles que estão presentes nas correntes dos fundamentos da matemática, anteriormente discutidos.

Destaca a autora:

> Sobre a natureza de suas proposições [da matemática] Wittgenstein esclarece, a nosso ver, muitas das confusões decorrentes da crença em uma realidade matemática extralinguística, a qual conteria os seus significados últimos, tribunal supremo de suas verdades, como também as decorrentes da crença em um convencionalismo radical, onde os objetos matemáticos teriam uma natureza essencialmente social, ou seja, seriam passíveis de ser construídos a partir de interações sociais, através de um processo de negociação (GOTTSCHALK, 2004, p. 306, destaque nosso).

A autora destaca que as proposições matemáticas não existem numa realidade extralinguística, mas que seus usos são feitos a partir de normas que se orientam com base numa atividade regrada, podendo até ser aplicados em situações empíricas, mas que exerce ali apenas uma função descritiva. Todavia, em certas situações até poderia exercer um caráter descritivo dependendo do contexto no qual se faz o *uso*. Isso acontece em função da necessidade de atribuir sentido às proposições quando é tomado exclusivamente apenas o caráter social da matemática. Quando na verdade, segundo Wittgenstein, é o caráter normativo que dá sentido à atividade matemática.

Moreno nos esclarece que para Wittgenstein:

> Não há realidade extralinguísticas que tornam ilegítimas certas aplicações dos conceitos formais; o que há são realidades *linguísticas* – os paradigmas – que tornam ilegítimas certas aplicações dos conceitos formais, a saber: a aplicação de um conceito formal aquilo que é apresentado enquanto seu próprio paradigma (MORENO, 2005, p. 24).

Em consonância com o autor concebemos essa realidade linguística como o espaço para interpretação, compreensão e tradução das atividades humanas que são regradas e organizadas por meio de palavras e conceitos tornando-se, assim, um produto útil e eficaz à medida que se repousa sobre a natureza das relações situadas na linguagem.

Diante disso, a presente pesquisa assume como foco de investigação a linguagem, particularmente o que diz respeito à linguagem matemática, pois esta passa a constituir-se como elemento de nosso conhecimento não se restringindo apenas a uma ferramenta descritiva dos conceitos no mundo, ou descrevendo situações empíricas, mas como atividade normativa que existe numa realidade que considera a prática da linguagem a partir do alargamento do domínio da significação simbólica, pois institui relações pessoais e convenções sociais na qualidade de regras linguísticas reguladoras e constitutivas de objetos para o pensamento (MORENO, 2005).

Na seção a seguir apresentamos nossos argumentos de elaboração da Tese, na qual buscamos compreender a tradução que o estudante de matemática faz dessa linguagem à sua língua natural no sentido de que tenhamos como fim a sua aprendizagem.

2.2 Elaboração dos argumentos da proposta de Tese

O sistema educacional brasileiro é monitorado a partir de alguns indicadores que avaliam a sua qualidade a partir de escalas de proficiência. Essas escalas visam analisar o progresso dos programas educacionais e se suas metas, fixadas antecipadamente, e os resultados decorrentes da implantação desses programas foram alcançados num determinado período de tempo. Isso se faz necessário para avaliar a viabilidade e eficiência da implantação de programas e políticas públicas numa dimensão nacional, como pode ser observado na elaboração do Plano Nacional de Educação (PNE).

Nessa direção, no ano de 2007 foi criado, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), órgão ligado ao Ministério da Educação (MEC), o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que toma como referência para analisar a qualidade da educação no país a combinação de dois fatores: "a) indicadores de fluxo (promoção, repetência e evasão), e b) pontuações em exames padronizados obtidos por estudantes ao final de determinada etapa do sistema de ensino (5º ano, e 9º ano do ensino fundamental, e 3º ano do ensino médio)" (FERNANDES, 2007, p. 7). Os resultados da proficiência dos estudantes são calculados a partir do desempenho obtido na Prova Brasil/Saeb/Aneb[4] e do Senso Escolar do ano letivo em que foi aplicado a prova. O resultado do Ideb é divulgado a cada dois anos.

Esses resultados estão classificados a partir de uma escala, que varia de *0* a *10*, conforme as etapas de ensino e avalia a proficiência dos estudantes, principalmente em Matemática e Língua Portuguesa. Com base nessa escala o país pretende reduzir as desigualdades existente entre as esferas governamentais (federal, distrital, estadual e municipal) afim de avançar no desenvolvimento da educação nacional, que estabeleceu como meta alcançar a média *6*, no ano de 2021. Ao alcançar essa meta no prazo estipulado o país estaria num padrão de equivalência no domínio de conteúdos de países que fazem parte da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE)[5]. Esse resultado deve assegurar que o país está no caminho para uma educação de qualidade.

O governo federal passou a aferir o Índice de desenvolvimento da educação em três momentos distintos da trajetória escolar dos estudantes. O primeiro momento avalia os anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º ano), nesta fase a prova é aplicada para todos os estudantes do 5º ano. O segundo momento avalia a proficiência dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano), com aplicação da prova para o 9º ano. E por fim,

---

[4] Para mais detalhes acesse http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb
[5] Mais informações consultar http://www.oecd.org/

no terceiro momento, avalia os estudantes do ensino médio (1º ao 3º ano), aplicando prova aos estudantes do 3º ano. Para tanto, o governo elaborou uma matriz de referência que avalia as habilidades e competências a serem alcançadas em cada nível de proficiência. A escala de proficiência para matemática varia do nível 0 (zero), desempenho menor que 125 pontos, ao nível 10 (dez), desempenho maior ou igual a 450 pontos, levando em consideração o *nível de ensino,* e está subdividida de acordo com os blocos de conteúdos inspirados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Com o objetivo de garantir uma educação de qualidade aferida a partir do IDEB o governo federal instituiu o Decreto nº. 6.094/2007, que regulamenta o "Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação". O decreto estabelece em seu capítulo II, art. 3º, ao se referir ao IDEB que:

> A qualidade da educação básica será aferida, objetivamente, com base no IDEB, calculado e divulgado periodicamente pelo INEP, a partir dos dados sobre rendimento escolar, combinados com o desempenho dos alunos, constantes do censo escolar e do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, composto pela Avaliação Nacional da Educação Básica - ANEB e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Prova Brasil).
> Parágrafo único. O IDEB será o indicador objetivo para a verificação do cumprimento de metas fixadas no termo de adesão ao Compromisso.

Assim, apresentamos, abaixo, as tabelas do IDEB, em nível nacional e estadual, que demonstram o nível de proficiência dos estudantes, isto é, a qualidade do ensino nas escolas brasileiras compreendendo desde a sua primeira edição, no ano de 2005, até a última edição (ano de 2015) que foi publicada pelo governo federal. Essas tabelas mostram também as possibilidades de ampliar o objetivo de alcançar a meta estipulado para o ano de 2021.

Tabela 1 - Desempenho do IDEB anos iniciais e Metas

	IDEB Observado						Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2021
Total	3.8	4.2	4.6	5.0	5.2	5.5	3.9	4.2	4.6	4.9	5.2	6.0
Dependência Administrativa												
Estadual	3.9	4.3	4.9	5.1	5.4	5.8	4.0	4.3	4.7	5.0	5.3	6.1
Municipal	3.4	4.0	4.4	4.7	4.9	5.3	3.5	3.8	4.2	4.5	4.8	5.7
Privada	5.9	6.0	6.4	6.5	6.7	6.8	6.0	6.3	6.6	6.8	7.0	7.5
Pública	3.6	4.0	4.4	4.7	4.9	5.3	3.6	4.0	4.4	4.7	5.0	5.8

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

Conforme podemos observar a **tabela 1** apresenta, do lado esquerdo, em "**IDEB observado**" o valor do IDEB alcançado no ano de 2005 e dos anos seguintes. E do lado direito traz a projeção para cada ano, isto é, as **Metas**. Ressaltamos que, o **IDEB observado**, em cada ano avaliado está acima da média nacional estabelecida para os anos iniciais. Com base nos resultados apresentado na tabela podemos dizer que o desempenho dos estudantes deste nível de ensino estava acima da média projetada o que leva a crer que provavelmente alcançará a *média 6,0* estipulada para o ano de 2021.

Tabela 2 - Desempenho do IDEB anos finais e Metas

	IDEB Observado						Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2021
Total	3.5	3.8	4.0	4.1	4.2	4.5	3.5	3.7	3.9	4.4	4.7	5.5
Dependência Administrativa												
Estadual	3.3	3.6	3.8	3.9	4.0	4.2	3.3	3.5	3.8	4.2	4.5	5.3
Municipal	3.1	3.4	3.6	3.8	3.8	4.1	3.1	3.3	3.5	3.9	4.3	5.1
Privada	5.8	5.8	5.9	6.0	5.9	6.1	5.8	6.0	6.2	6.5	6.8	7.3
Pública	3.2	3.5	3.7	3.9	4.0	4.2	3.3	3.4	3.7	4.1	4.5	5.2

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

A tabela 2, apresenta o desenvolvimento do IDEB dos anos finais do ensino fundamental e podemos observar a mesma estratégia de apresentação dos dados da tabela anterior, a saber: "**IDEB observado"** do lado direito e **Metas** do lado esquerdo. Um fato que deve ser destacado é que a partir do ano de 2013 o índice alcançado pela educação brasileira esteve abaixo da meta. O que mostra que se não houver mudanças na proposta de educação, não será alcançado a **meta** estabelecida para 2021.

Tabela 3 - Desempenho do IDEB Ensino Médio e Metas

	IDEB Observado						Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2021
Total	3.4	3.5	3.6	3.7	3.7	3.7	3.4	3.5	3.7	3.9	4.3	5.2
Dependência Administrativa												
Estadual	3.0	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.3	3.6	3.9	4.9
Privada	5.6	5.6	5.6	5.7	5.4	5.3	5.6	5.7	5.8	6.0	6.3	7.0
Pública	3.1	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.4	3.6	4.0	4.9

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

Com base na tabela 3, observamos que o IDEB das escolas de Ensino Médio estava crescendo conforme era de se esperar. No entanto, a partir de 2013 os resultados apontaram que não foi possível alcançar se quer a meta, quanto mais superá-la, como estava ocorrendo nos anos anteriores. Esses resultados preocupam, pois ao invés da educação melhorar estava piorando, haja vista que o não cumprimento da meta se repetiu na avaliação do ano seguinte ficando bem abaixo da meta e dessa forma indicando que possivelmente o país não alcançará a média 6,0 prevista para o ano de 2021.

Quando ampliamos a análise do desenvolvimento da educação brasileira, particularmente dos anos finais e do ensino médio, numa escala que leva em consideração o desempenho dos Estados e do Distrito Federal, os resultados revelam uma desigualdade ainda maior do que a média nacional.

A tabela 4, abaixo, mostra os resultados do IDEB das escolas em que foram avaliadas as séries finais do ensino fundamental analisada por unidades da Federação.

Tabela 4 - IDEB anos finais do EF por unidade da Federação e as Metas

Estado	Ideb Observado						Metas Projetadas							
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Acre	3.5	3.8	4.1	4.2	4.4	4.5	3.5	3.7	4.0	4.4	4.8	5.0	5.3	5.5
Alagoas	2.4	2.7	2.9	2.9	3.1	3.5	2.5	2.6	2.9	3.3	3.7	3.9	4.2	4.5
Amapá	3.5	3.5	3.6	3.7	3.6	3.7	3.6	3.7	4.0	4.4	4.8	5.0	5.3	5.5
Amazonas	2.7	3.3	3.5	3.8	3.9	4.4	2.8	2.9	3.2	3.6	4.0	4.2	4.5	4.8
Bahia	2.8	3.0	3.1	3.3	3.4	3.7	2.8	3.0	3.2	3.6	4.0	4.3	4.5	4.8
Ceará	3.1	3.5	3.9	4.2	4.4	4.8	3.1	3.3	3.6	4.0	4.3	4.6	4.9	5.1
Distrito Federal	3.8	4.0	4.4	4.4	4.4	4.5	3.9	4.0	4.3	4.7	5.1	5.3	5.6	5.8
Espírito Santo	3.8	4.0	4.1	4.2	4.2	4.4	3.8	4.0	4.3	4.7	5.0	5.3	5.5	5.8
Goiás	3.5	3.8	4.0	4.2	4.7	4.9	3.5	3.7	4.0	4.4	4.7	5.0	5.3	5.5
Maranhão	3.0	3.3	3.6	3.6	3.6	3.8	3.0	3.2	3.5	3.9	4.2	4.5	4.8	5.0
Mato Grosso	3.1	3.8	4.3	4.5	4.4	4.6	3.1	3.3	3.5	3.9	4.3	4.6	4.9	5.1
Mato Grosso do Sul	3.4	3.9	4.1	4.0	4.1	4.5	3.4	3.5	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1	5.4
Minas Gerais	3.8	4.0	4.3	4.6	4.8	4.8	3.8	3.9	4.2	4.6	5.0	5.2	5.5	5.7
Pará	3.3	3.3	3.4	3.7	3.6	3.8	3.4	3.5	3.8	4.2	4.6	4.8	5.1	5.3
Paraíba	2.7	3.0	3.2	3.4	3.5	3.8	2.8	2.9	3.2	3.6	4.0	4.2	4.5	4.8
Paraná	3.6	4.2	4.3	4.3	4.3	4.6	3.6	3.7	4.0	4.4	4.8	5.1	5.3	5.6
Pernambuco	2.7	2.9	3.4	3.5	3.8	4.1	2.8	2.9	3.2	3.6	3.9	4.2	4.5	4.7
Piauí	3.1	3.5	3.8	4.0	4.0	4.2	3.1	3.3	3.5	3.9	4.3	4.6	4.8	5.1
Rio de Janeiro	3.6	3.8	3.8	4.2	4.3	4.4	3.6	3.8	4.1	4.5	4.9	5.1	5.4	5.6
Rio Grande do Norte	2.8	3.1	3.3	3.4	3.6	3.8	2.9	3.0	3.3	3.7	4.0	4.3	4.6	4.9
Rio Grande do Sul	3.8	3.9	4.1	4.1	4.2	4.3	3.9	4.0	4.3	4.7	5.1	5.3	5.6	5.8
Rondônia	3.4	3.4	3.5	3.7	3.9	4.2	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1	5.4
Roraima	3.4	3.7	3.7	3.7	3.7	3.8	3.5	3.6	3.9	4.3	4.7	4.9	5.2	5.4
Santa Catarina	4.3	4.3	4.5	4.9	4.5	5.1	4.3	4.5	4.7	5.1	5.5	5.7	6.0	6.2
São Paulo	4.2	4.3	4.5	4.7	4.7	5.0	4.2	4.4	4.6	5.0	5.4	5.6	5.9	6.1
Sergipe	3.0	3.1	3.2	3.3	3.2	3.5	3.1	3.2	3.5	3.9	4.3	4.5	4.8	5.1
Tocantins	3.4	3.7	3.9	4.1	3.9	4.1	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1	5.4

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

Os resultados dos Estados e do Distrito Federal apontam um crescimento inicial, conforme aconteceu na média nacional, mas a partir do ano de 2013, a maioria dos estados da federação não conseguiu se quer alcançar à média. Naquele ano houve apenas 8 estados que cumpriram a meta. E na avaliação seguinte, no ano de 2015, o percentual reduziu ainda mais, uma vez que somente 5 estados alcançaram a média ou ficaram acima. Destacamos que os estados do Pará e Amapá em nenhuma das avaliações, desde o seu início em 2005, alcançaram a meta estabelecida pelo Ministério da Educação (MEC). E o estado do Tocantins seguiu a tendência nacional de crescimento até o ano de 2013, seguido de acentuada queda nos anos seguintes.

A tabela 5, apresenta o resultado do IDEB do Ensino Médio dos Estados e também para o Distrito Federal.

Tabela 5 - IDEB Ensino Médio por unidade da Federação e as Metas

	Ideb Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Acre	3.2	3.5	3.5	3.4	3.4	3.6	3.2	3.3	3.5	3.8	4.1	4.5	4.8	5.0
Alagoas	3.0	2.9	3.1	2.9	3.0	3.1	3.0	3.1	3.3	3.6	3.9	4.4	4.6	4.9
Amapá	2.9	2.8	3.1	3.1	3.0	3.3	2.9	3.0	3.2	3.5	3.8	4.3	4.5	4.8
Amazonas	2.4	2.9	3.3	3.5	3.2	3.7	2.4	2.5	2.7	3.0	3.3	3.7	4.0	4.2
Bahia	2.9	3.0	3.3	3.2	3.0	3.1	3.0	3.1	3.2	3.5	3.8	4.3	4.5	4.8
Ceará	3.3	3.4	3.6	3.7	3.6	3.7	3.3	3.4	3.6	3.9	4.2	4.6	4.9	5.1
Distrito Federal	3.6	4.0	3.8	3.8	4.0	4.0	3.6	3.7	3.9	4.1	4.5	4.9	5.2	5.4
Espírito Santo	3.8	3.6	3.8	3.6	3.8	4.0	3.8	3.9	4.1	4.3	4.7	5.1	5.3	5.6
Goiás	3.2	3.1	3.4	3.8	4.0	3.9	3.3	3.4	3.5	3.8	4.2	4.6	4.8	5.1
Maranhão	2.7	3.0	3.2	3.1	3.0	3.3	2.8	2.9	3.0	3.3	3.6	4.1	4.3	4.6
Mato Grosso	3.1	3.2	3.2	3.3	3.0	3.2	3.1	3.2	3.4	3.7	4.0	4.4	4.7	4.9
Mato Grosso do Sul	3.3	3.8	3.8	3.8	3.6	3.7	3.3	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.8	5.1
Minas Gerais	3.8	3.8	3.9	3.9	3.8	3.7	3.8	3.9	4.1	4.3	4.7	5.1	5.3	5.6
Pará	2.8	2.7	3.1	2.8	2.9	3.1	2.9	2.9	3.1	3.4	3.7	4.2	4.4	4.7
Paraíba	3.0	3.2	3.4	3.3	3.3	3.4	3.0	3.1	3.3	3.5	3.9	4.3	4.6	4.8
Paraná	3.6	4.0	4.2	4.0	3.8	3.9	3.6	3.7	3.9	4.2	4.5	5.0	5.2	5.4
Pernambuco	3.0	3.0	3.3	3.4	3.8	4.0	3.1	3.2	3.3	3.6	3.9	4.4	4.6	4.9
Piauí	2.9	2.9	3.0	3.2	3.3	3.4	3.0	3.1	3.2	3.5	3.8	4.3	4.5	4.8
Rio de Janeiro	3.3	3.2	3.3	3.7	4.0	4.0	3.3	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1
Rio Grande do Norte	2.9	2.9	3.1	3.1	3.1	3.2	2.9	3.0	3.2	3.5	3.8	4.3	4.5	4.7
Rio Grande do Sul	3.7	3.7	3.9	3.7	3.9	3.6	3.8	3.9	4.0	4.3	4.6	5.1	5.3	5.5
Rondônia	3.2	3.2	3.7	3.7	3.6	3.6	3.2	3.3	3.5	3.8	4.1	4.5	4.8	5.0
Roraima	3.5	3.5	3.4	3.6	3.4	3.6	3.5	3.6	3.8	4.0	4.4	4.8	5.1	5.3
Santa Catarina	3.8	4.0	4.1	4.3	4.0	3.8	3.8	3.9	4.1	4.4	4.7	5.2	5.4	5.6
São Paulo	3.6	3.9	3.9	4.1	4.1	4.2	3.6	3.7	3.9	4.2	4.5	5.0	5.2	5.4
Sergipe	3.3	2.9	3.2	3.2	3.2	3.2	3.3	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1
Tocantins	3.1	3.2	3.4	3.6	3.3	3.4	3.1	3.2	3.4	3.6	4.0	4.4	4.7	4.9

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

O retrato do resultado do IDEB do ensino médio tem apontado o quanto a educação precisa de investimentos e formação adequada para os professores que atuam neste nível de ensino. Conforme podemos observar na tabela acima a tendência tanto no nível nacional, bem como a estadual, a partir de 2013, se mantiveram e não foi possível alcançar a meta estabelecida para aqueles anos avaliados. Assim, no ano de 2013 apenas 4 Estados conseguiram alcançar a meta, e em 2015 somente 2 Estados conseguiram. O estado do Tocantins, por exemplo, esteve entre aqueles que não atingiram a meta convergindo à tendência nacional. Esses baixos resultados e ainda em decadência a cada avaliação seguinte demonstram a necessidade urgente de repensar as políticas educacionais estaduais e nacional.

Embora tenha sido registrado avanços paulatinos no desenvolvimento da educação brasileira, com um crescimento ínfimo do IDEB, o país, de modo geral, não conseguiu, a partir de 2013, alcançar as próprias metas nas avaliações do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, que ainda continuam com defasagem, reforçando a ideia de que o sistema educacional brasileiro a partir dos resultados publicados está fracassado, quando comparado com os índices dos países que fazem parte da OCDE. Isso merece destaque, pois esse alerta aponta que a aprendizagem e a manutenção dos estudantes nas escolas não estão atendendo aos requisitos básicos avaliados pela OCDE. Certamente há muitas variáveis que contribuem para isso (além daquelas analisadas pelo índice), mas o fato é que a educação não vai bem e a aprendizagem de matemática está cada ano pior, conforme foi demostrado nos índices das tabelas acima.

O IDEB oferece como ponto positivo a articulação entre conceitos de fluxo e de desempenho, cuja expectativa, desse índice, é crescer a cada ano avaliado, pois o seu crescimento aponta para avanços e qualidade da educação, uma vez que os critérios adotados para avaliação e análise asseguram a aprendizagem e consequentemente a aprovação do estudante para a série seguinte, diminuindo assim a evasão e retenção, além é claro, de alcançar uma nota alta na Prova Brasil. Por outro lado, sabemos que há outros aspectos que também contribuem para o desenvolvimento de uma educação de qualidade, que estão além da avaliação da proficiência em língua materna e matemática, por exemplo, a localização geográfica e espaço físico da escola (centro ou periferia), a qualidade na formação dos professores, a gestão da escola e do órgão[6] ao qual está ligada, a condição socioeconômica dos alunos e seu "*capital cultural*", etc.

Para além do contexto nacional verificamos também o IDEB do Estado do Tocantins, estado no qual fizemos nossa pesquisa de campo. Os resultados do IDEB desse estado para os anos iniciais estão, desde a criação, acima da média estabelecida pelo Governo Federal, conforme podemos notar na tabela 6, a seguir.

Tabela 6 - IDEB anos iniciais do Tocantins

	Ideb Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Tocantins	3.5	4.1	4.5	4.9	5.1	5.1	3.6	3.9	4.3	4.6	4.9	5.2	5.5	5.7

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=2680981

Conforme apontado na tabela 6 o resultado para os anos iniciais do Ensino Fundamental do Estado do Tocantins, em todos os anos que foram

[6] Nos referimos aos Município, Estado, Distrito Federal ou Governo Federal.

avaliados estiveram acima da meta projetada pelo MEC. Esse resultado aponta a tendência nacional desse nível de ensino de ficar acima da média.

Em continuidade a análise da educação no Estado do Tocantins, apresentamos a tabela 7, a seguir, que mostra o resultado do IDEB para os anos finais do Ensino Fundamental.

Tabela 7 - IDEB anos finais EF do Tocantins

	Ideb Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Tocantins	3.4	3.7	3.9	4.1	3.9	4.1	3.4	3.6	3.8	4.2	4.6	4.9	5.1	5.4

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=2680981

Seguindo a tendência nacional o IDEB dos anos finais do ensino fundamental do Tocantins, a partir do ano de 2013, não atingiu a meta projetada, apresentando inclusive uma queda na avaliação daquele ano, embora tenha havido um leve crescimento em relação ao ano seguinte, mesmo assim ainda ficou abaixo da meta. Essa situação demonstra preocupação e necessidade do estado definir estratégias políticas para a educação e também desenvolver novas práticas didático-pedagógicas a fim de conter a evasão/reprovação e o baixo nível de aprendizagem dos alunos.

O resultado do IDEB alcançado para o Ensino Médio endossa a preocupação que se deve ter nas séries finais do ensino fundamental, já que este público se tonará naturalmente o público do ensino médio, pois seus resultados foram ainda pior. Além de não alcançar a meta estabelecida, conforme a tendência nacional, a partir de 2013, houve também uma queda, quando comparada as avaliações dos anos anteriores. A tabela 8, abaixo, ilustra melhor essa descrição.

Tabela 8 - IDEB Ensino Médio do Tocantins

	Ideb Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Tocantins	3.1	3.2	3.4	3.6	3.3	3.4	3.1	3.2	3.4	3.6	4.0	4.4	4.7	4.9

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=2680981

O resultado do IDEB do Ensino Médio do estado do Tocantins, também seguiu a tendência nacional de não superar a meta a partir de 2013. Apesar da queda de rendimento no ano de 2013, a avaliação seguinte demonstrou um pequeno crescimento. Mesmo com a implantação de escolas em regime de tempo integral os resultados têm avançado paulatinamente.

Um aspecto decorrente deste baixo desempenho, apontado pelo IDEB, é o não atingimento da meta de redução do índice de analfabetismo dos jovens brasileiros de 15 anos ou mais, conforme apontado na Pesquisa Nacional por Amostragem de Domicílios Contínua[7] (PNAD Contínua) de 2016 e 2017, na qual essa taxa foi de 7,2% e 7,0% da população, respectivamente.

Um outro Programa de avaliação em larga escala que tomamos como base para investigar e analisar o desenvolvimento da proficiência dos estudantes no domínio da matemática foi o *Programme for International Student Assessment* (PISA), em que analisamos os resultados da última edição, no ano de 2015, no qual foi aplicado testes com foco para a matemática. Este programa é uma iniciativa da OCDE, que avalia, de maneira amostral, a fluência, isto é, as habilidades dos estudantes na faixa etária de 15 anos, que estiveram/estão matriculados a partir do 7º ano escolar da educação básica na resolução de situações-problemas.

Este programa tem como objetivos investigar a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos; avalia também a capacidade de raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos; busca ainda reconhecer o papel que a matemática desempenha no mundo ao formar cidadãos construtivos, engajados e reflexivos que possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. Segundo a descrição do programa as situações-problemas a que os estudantes são submetidos podem ocorrer em situações do cotidiano desses estudantes.

O PISA elaborou uma escala de proficiência que analisa as habilidades dos estudantes com base na pontuação obtida nos resultados das provas. A classificação dos níveis varia de: abaixo de 1, no qual a OCDE não especifica as habilidades (ou falta delas), até o nível 6 (nível máximo) em que os

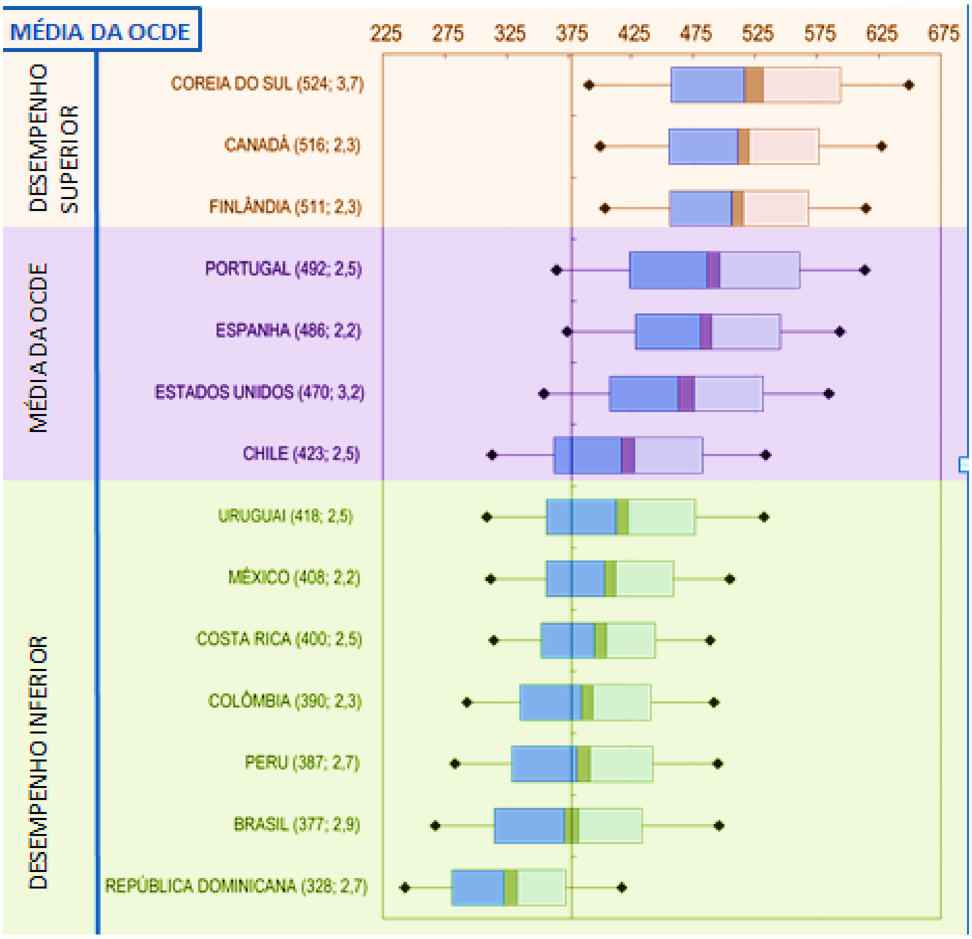
[7] https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/18317-educacao.html

estudantes são considerados cidadãos que conseguem usar adequadamente os conhecimentos matemáticos em sua vida.

Os estudantes brasileiros apresentaram uma média de 377 pontos, frente a 490 pontos da média da OCDE. Com essa média cerca de 87% dos estudantes estão classificados com habilidades até o nível 2 de proficiência, o que os colocam em um nível baixo de proficiência em matemática. Essa distância entre as médias mostra que o país precisa investir bastante na qualidade da educação para avançar em seus resultados e assim alcançar pelo menos a média da OCDE, que é a média mínima para ser considerado o patamar razoável para exercer plenamente a cidadania no mundo atual.

O gráfico 1, a seguir, mostra o desempenho dos estudantes brasileiros na edição de 2015 do PISA. A prova realizada nesta edição teve domínio principal em ciências, mas todas as áreas foram avaliadas.

Gráfico 1 - Desempenho dos alunos brasileiros no PISA/2015

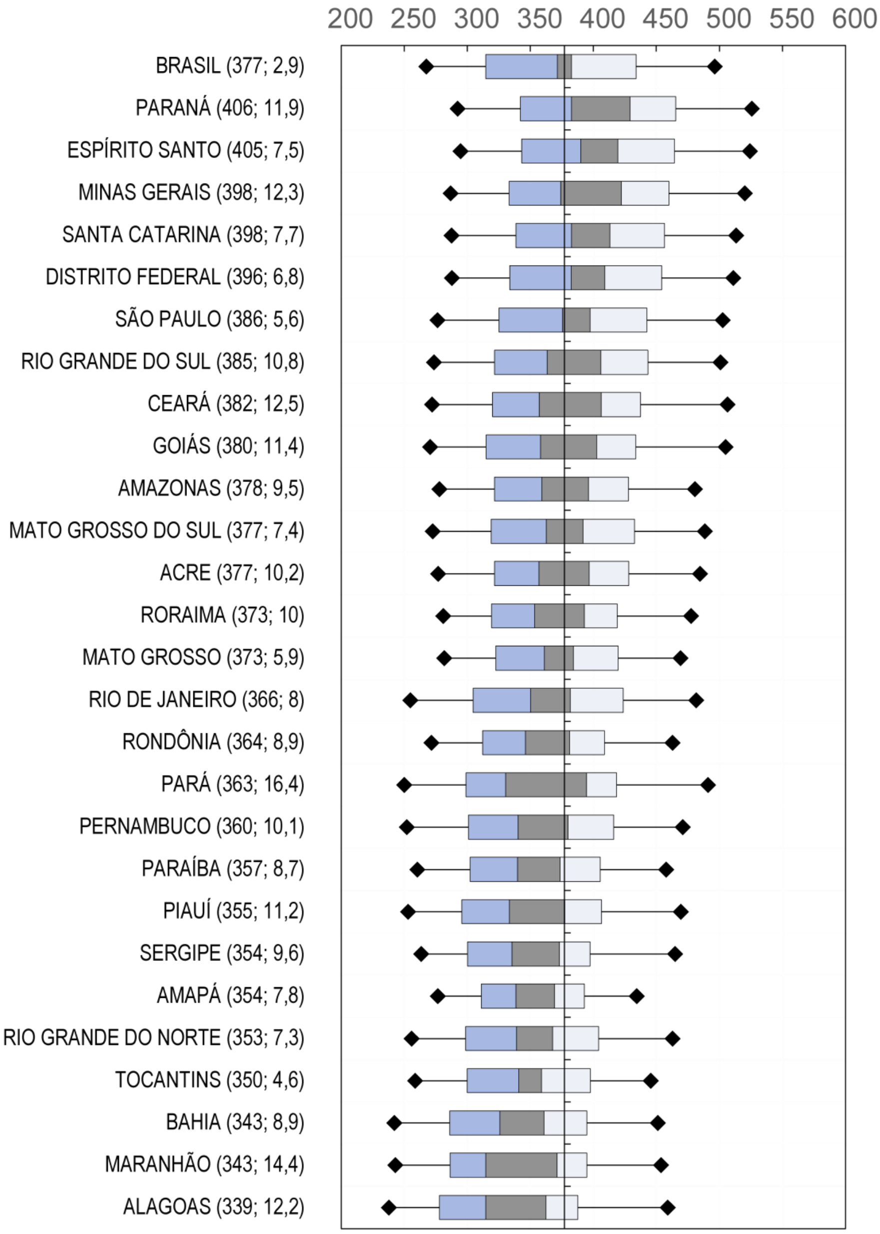


Fonte: OCDE, INEP

A edição do ano de 2015 contou com a participação de 72 países, sendo que o Brasil ficou entre os 7 últimos, alcançando apenas a 66º posição no que se refere ao domínio de matemática. Os itens avaliados foram incertezas e dados (tratamento da informação); quantidade (grandezas e medidas); espaço e forma; mudanças e relações (números e operações). Segundo o MEC o baixo desempenho de parte dos estudantes brasileiros se dá em virtude de ainda estarem matriculados no ensino fundamental, portanto, ainda não estudaram grande parte dos conteúdos avaliados pela prova. Ressalta que a rede federal de ensino está bem colocada, com 488 pontos, acima da média da OCDE e que o problema maior está nas redes estaduais e municipais.

O gráfico 02, a seguir, mostra o desempenho dos estudantes brasileiros por unidade da federação.

Gráfico 2 - Desempenho dos alunos brasileiros por unidade da Federação



Fonte: OCDE, INEP

Com base no gráfico 2, podemos observar que apenas 11 estados (RS, SC, PR, MG, ES, SP, MS, GO, CE, AC, AM) e o Distrito Federal estão acima ou mesmo na média do resultado brasileiro. Os demais estados, com destaque para o Tocantins, com apenas 350 pontos, estão abaixo da média nacional, e consequentemente da média da OCDE. Na região norte apenas os estados do Amazonas e Acre estão um pouco acima ou na média nacional com 378 pontos e 377 pontos respectivamente, o que também não caracterizam como grande desempenho, se comparado à média internacional.

Os resultados dessas avaliações têm apontado às dificuldades que os estudantes encontram em traduzir situações-problemas, geralmente escritas na língua natural, que podem encontrar em sua vida cotidiana para uma interpretação e tratamento (resolução) em linguagem matemática, pois exige dos estudantes capacidade de formular, empregar e interpretar fenômenos que podem ser descritos a partir da matemática.

Isso demonstra a necessidade de um trabalho mais efetivo na criação de políticas públicas, por parte dos órgãos responsáveis pela educação no país, que assegurem e garantam a aprendizagem. Dentre estes órgãos, além de estados, municípios e distrito federal as universidades, tem papel importante, pois além de formar profissionais para serem os formadores desses estudantes, também desenvolvem pesquisas que precisam se transformar em tecnologias para modificar tal realidade.

Mesmo discordando de alguns aspectos destas avaliações de larga escala, e o fato de não levar em consideração as discrepantes realidades de cada região (nas dimensões políticas, sociais, econômicas, culturais, etc.), da variedade no volume de investimentos, reconhecemos, que, infelizmente, o ensino de matemática vai mal, conforme constatamos, nos próprios resultados dessas avaliações; nas produções publicadas em periódicos, nas pesquisas de dissertações e teses; nas vivências da prática de sala de aula e no esforço, ainda que insuficiente do poder público ao desenvolver políticas e ações para avançar e assim melhor o ensino e a aprendizagem dessa área do conhecimento.

Ao considerar que esses resultados corroboram e constatam nossas percepções e que o domínio da leitura também tem apresentado resultados abaixo da média da OCDE[8], buscamos aportes nos *jogos de linguagem*[9] de modo que procuramos compreender a maneira como a linguagem ordinária seguida da linguagem matemática “exige traduzir as soluções matemáticas ou o raciocínio sobre o contexto específico de um problema e determinar se os resultados fazem sentido e são aceitáveis nesse contexto” (OCDE, 2015). No

[8] Decidimos por não trazer os resultados de leitura do PISA, mas podem ser consultados no sítio da referida organização.
[9] Este conceito será explicado mais adiante.

sentido de que ao realizar a tradução de uma linguagem à outra os estudantes alcancem a proficiência do domínio da competência da matemática.

É neste contexto que destacamos uma proposta de reflexão de inspiração na terapia filosófica de Wittgenstein que toma a linguagem como espaço para compreensão e assim busca dissolver as confusões de práticas pedagógicas que não permitem aos alunos dominarem corretamente o uso da linguagem matemática. Com base nisso, compreendemos que a linguagem exerce papel central no desenvolvimento das atividades humanas e desempenha a partir dos jogos relações que asseguram a comunicação entre os estudantes.

Em função disso defendemos a Tese que está enunciada da seguinte forma:

As dificuldades de aprendizagem da matemática estão relacionadas ao processo de tradução do universo linguístico da linguagem matemática que envolve a língua natural do estudante.

Com base na Tese construímos a pergunta norteadora da pesquisa que expressamos da seguinte maneira:

De que maneira são realizados os processos de tradução da linguagem matemática para a língua natural na aprendizagem de matemática?

Para desenvolver argumentos que respondessem tal pergunta e assim confirmasse nossa Tese elaboramos alguns objetivos a serem perseguidos:

O objetivo geral neste contexto foi assim definido:

- Investigar acerca do processo de tradução da linguagem matemática para a linguagem natural na aprendizagem de matemática.

Os objetivos específicos são:

- Investigar a relação da aprendizagem matemática no que diz respeito ao processo de tradução de sua linguagem à língua natural;

- Analisar o processo de tradução da linguagem matemática para a língua natural do estudante de matemática.

Assim, nossa proposta de tese evidencia e convida para descobrir novas fronteiras dos estudos dentro da educação matemática em resposta aos novos paradigmas do ensino de matemática e de sua linguagem, dessa forma, buscamos desenvolver o processo de compreensão da tradução da linguagem matemática à língua natural do estudante tomando-o como um processo linguístico.

De tal modo entendemos que o estudo da tradução de um texto matemático possibilita a redescoberta e interface de novas relações reforçando a aprendizagem. Neste sentido, procuramos reconhecer e valorizar as diferenças da complexidade do processo de compreensão dos estudos que tomam a educação como instrumento de suas reflexões. Com isso, manifestamos as mais variadas situações de ensino da matemática no âmbito das limitações dos alunos analisando a sua capacidade de tradução ou de tradução-equivocada[10] da linguagem matemática à língua natural de modo que seja assegurado a aprendizagem desta Ciência.

A proposta metodológica que aqui apresentamos consiste de um percurso que culminou na nossa pesquisa. No seu decorrer diversos aspectos surgiram e possibilitaram reconstruir novos domínios para sua execução. Esta pesquisa foi norteada pelos pressupostos da abordagem qualitativa de modo que seu percurso investigativo se constituiu inicialmente do estudo da literatura específica da área, sobretudo dos conceitos a respeito da tradução e das obras dos filósofos adotados, especialmente Wittgenstein e Quine com vista à construção do referencial teórico necessário ao trabalho, bem como para alicerçar toda produção dos dados empíricos na minha atuação em campo.

Fizemos também um levantamento de pesquisas que tomam a linguagem como espaço de investigação a partir da produção de textos nas aulas de matemática; da conversão da linguagem matemática à linguagem natural; das dificuldades dos professores de produzir texto; da comunicação nas aulas de matemática; dos sentidos de estudar matemática; da tradução da

[10] Tradução que não está de acordo com as regras estabelecidas pelo professor ou pela avaliação a que foi submetido.

linguagem matemática por indígenas; da alfabetização e letramento matemático, etc.

No momento seguinte, após levantamento da produção científica na área e de posse do que havíamos pesquisado e que não se aproximava do que pretendíamos fazer partimos para a pesquisa de campo. A produção do material empírico levantado em campo se deu a partir de uma parceria com a Universidade Federal do Tocantins (UFT), tomando como espaço nossa atuação, como professor, nas disciplinas de Estágio Curricular Supervisionado, no curso de Licenciatura em Matemática, cujas atividades se desenvolveram ao participarmos no desenvolvimento de oficinas e acompanhamento das ações realizadas pelos estagiários e, também, a partir da execução de um projeto de extensão em parceria com a escola estadual Brigadeiro Felipe, no município de Arraias (TO) e em colaboração dos estagiários, com o qual fizemos intervenções, no contra turno dos alunos, trabalhando atividades de geometria. Bogdan e Biklen (1994) apontam que o contato direto do investigador com o ambiente é um pressuposto e que o contexto no qual se desenvolve a pesquisa é sempre uma fonte de influências no comportamento humano.

Com referência à abordagem qualitativa adotamos as ideias de Bogdan e Biklen (1994) em que para esses autores a investigação qualitativa assume cinco características, todavia, uma investigação não precisa assumir todas elas para ser qualitativa ou ainda ficar enrijecida unicamente nelas. Para os autores, as cinco características são:

- Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal: É necessário que os investigadores frequentem os locais de estudos, para entender o contexto que o investigado faz parte, pois suas ações são melhores compreendidas quando são realizadas no ambiente em que ocorrem frequentemente.
- A investigação qualitativa é descritiva, sendo assim não há a necessidade exclusiva de enumerar os dados empíricos, de tal modo que sejam expressos em quantidades, podem, por exemplo, serem divulgados a partir de transcrições de entrevistas gravadas ou recortes de questionários.

- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. Por acreditar que o resultado final não é suficiente para expressar realmente o que o investigado pensa sobre um determinado assunto. Assim, todo o processo da coleta dos dados empíricos é importante para ser levado em consideração no momento da análise, pois revelam particularidades dos indivíduos que são importantes para o investigador.
- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva: As hipóteses não são pré-fixadas, pois é no processo de produção dos dados empíricos que podemos comprovar, refutar ou ainda aparecer novas nuances, de início o investigador tem um leque de alternativas que podem ocorrer. A partir da análise das informações coletadas, pode-se perceber a convergência destas para uma manifestação do fenômeno investigado.
- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa: o interesse principal é em conhecer os sentidos que o investigado dá para o objeto de estudo em sua vida, sua importância e as influências em sua vida.

Desse modo, a análise qualitativa é um procedimento que proporciona ao pesquisador conhecer o universo do sujeito pesquisado, bem como captar os diferentes significados de experiências vividas dentro de um determinado contexto de sala de aula. O próprio pesquisador se configura como um dos principais instrumentos de trabalho. O mesmo deve ter atitudes de aproximação, respeito e empatia, que virá a ser fator importante na disponibilidade ou não dos sujeitos envolvidos com a tarefa de informantes. O sentir-se à vontade do sujeito a ser entrevistado amplia a validade dos dados coletados, pois expressam reflexões, valores e ideias.

Escolhemos essa modalidade de pesquisa por permitir uma angulação entre diferentes procedimentos para a obtenção do material empírico e de sua análise (BORBA; ARAÚJO, 2006), pois a realidade, principalmente da sala de aula é múltipla e ao observar as atitudes dos atores pesquisados, permite ao pesquisador já exercitar suas percepções iniciais e relação ao fenômeno investigado.

Partindo do pressuposto que o ensino se dá por meio da linguagem, particularmente, daquela desenvolvida pelo professor entendemos que a aprendizagem também se realiza pelas percepções dos alunos. Assim, concordamos com Bicudo (2006) quando afirma que as pesquisas em Educação Matemática.

> Solicitam manifestações qualitativas porque buscam manifestações na percepção, porque trabalham com a linguagem, com o discurso. Seus dados são sempre *subjetivos*, pois são percepções de um sujeito para quem o mundo faz sentido, mas também são intersubjetivas, porque são sempre objetos intencionais; portanto, são frutos do movimento de expressão da consciência para (...) o mundo (...) o outro (BICUDO, 2006, p. 112-113).

A autora corrobora conosco no sentido de que o sujeito deve ocupar lugar de destaque no ambiente pesquisado, entendemos que a partir disso justifica-se a escolha da modalidade de pesquisa. Pois, além de contemplar as manifestações da subjetividade dos sujeitos e o discurso de quem ensina (professor) os dados são sempre subjetivos, isto é, atendem a interesses particulares e seus significados são múltiplos, passíveis de interpretações em que os métodos tradicionais não dão conta de abarcá-los.

Ponte (2008) mostra que essa modalidade de pesquisa é muito frequente em educação e, na educação matemática tem se tornado cada vez mais comum. A razão pela escolha dessa modalidade, qualitativa, é, basicamente, a de que a atenção dada aos múltiplos fatores que compõem a natureza da sala de aula permite uma análise do contexto aos quais os sujeitos pesquisados estão envolvidos e os significados atribuídos por eles a estes elementos, podem desencadear situações de reflexão suficientes para encontrar respostas para a questão de pesquisa apresentada.

2.3 A construção dos dados da pesquisa

Em uma análise sobre os baixos resultados de alunos que aprendem o inglês como segunda língua Rosa e Orey (2010) comprovaram que o problema da aprendizagem da matemática residia, não em limitações cognitivas, mas nas dificuldades linguísticas desses alunos, no que tange a falta de fluência no idioma inglês, interferindo sobre o domínio na compreensão dos conceitos matemáticos.

O domínio da língua em que são ensinados os conceitos matemáticos é de extrema importância, pois, conforme mostrou Rosa e Orey (2010), os alunos que moram nos Estados Unidos da América (EUA) aprendizes da língua inglesa, não apresentam desempenho satisfatório nos testes padronizados em comparação aos alunos nativos, para o quais a língua natural é o inglês, porque não apresentavam domínio satisfatório do inglês, tampouco, da linguagem matemática. Desse modo, o domínio da língua, na qual eram ensinados, interferem diretamente nas suas compreensões, interpretações e resoluções das situações-problemas propostas, pois esses alunos não realizavam uma tradução correta dos enunciados e assim não aprendiam corretamente esses conceitos.

2.4 Eixos de produção e análise do material empírico

Decidimos por organizar a produção e análise do material empírico a partir de eixos. Esta organização permitiu analisar mais detalhadamente a compreensão do processo de tradução da linguagem matemática à língua natural por parte de professores e alunos e do material bibliográfico analisado.

Assim, no **Eixo I** – fizemos levantamento das produções no que diz respeito a teses e dissertações na área investigada, analisamos a maneira como os cursos de licenciatura em matemática traz a linguagem matemática em seus currículos. Além disso, analisamos de que maneira os documentos oficiais orientam para uma proposta de como se deve ensinar matemática dando destaque à sua linguagem. Diante disso, este primeiro eixo buscou evidenciar a maneira como estes documentos abordam a linguagem matemática.

No **Eixo II** – Ao trabalharmos com estudantes do ensino fundamental (anos finais) buscamos analisar a maneira como compreendiam a linguagem matemática e como faziam a tradução dessa linguagem à sua língua natural. Fizemos entrevistas e desenvolvemos atividades com esses estudantes, tomando como base o estudo de área e perímetro de figuras planas. Nas entrevistas perguntamos sobre situações que buscam compreender sua relação com a matemática, o que gostariam de estudar em matemática, o que compreendem por linguagem matemática, se preferiam atividades mais aplicadas ao seu cotidiano ou mais voltadas à própria matemática, de modo que esse tipo de atividade denota o uso de uma linguagem mais formalizada em contraposição daquela usada no dia a dia desses alunos. Além de disponibilizarmos textos que traziam atividades em linguagem matemática e que para serem resolvidas pelos alunos precisavam fazer a *tradução* para sua língua natural, tivemos ainda a preocupação de observar as relações que fazem da linguagem matemática com a língua natural.

Observaremos também as estratégias que os alunos adotavam para a resolução das atividades, pois este procedimento permitiu observar sua fluência na compreensão daquilo que foi ensinado.

2.5 Os atores da pesquisa

Os atores de nossa pesquisa foram alunos e uma professora da rede pública de ensino do estado do Tocantins, que fazem parte da diretoria regional de educação, do município de Arraias, no sudeste do estado. Esses alunos e a professora foram convidados a colaborarem com suas participações nas atividades em que o pesquisador desenvolveu num projeto juntamente com duas estagiárias do curso de Licenciatura em Matemática da UFT.

2.6 O ambiente da pesquisa

Para a produção do material empírico além do material disponível em meio virtual e impresso e dos professores do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), também escolhemos a escola Estadual Brigadeiro Felipe, por desenvolver ações de extensão, e também por já desenvolvermos atividades, no contraturno, com alunos do Ensino Fundamental.

3. Jogos linguísticos da tradução

Fiat Lux
(Gênesis 1: 3).

Nesta pesquisa adotamos a temática da Tradução, embora essa tarefa seja bastante antiga, atualmente, se faz cada vez mais presente e necessária às situações do homem contemporâneo. Todavia, essa temática ainda não esteve voltada aos estudos da linguagem matemática. Diante disso, faremos uma contextualização histórica dos Estudos da Tradução, situaremos a abordagem dada pelo filósofo Ludwig Wittgenstein em sua segunda filosofia, e pelo filósofo norte-americano Willard Quine, na sua obra *Palavras e Objetos*.

3.1 Tradução: percurso histórico e sua constituição

Compreendendo a filosofia como um espaço que favoreceu o desenvolvimento da tradução, encontramos nas ideias de Platão um momento de transparência entre as ideias e a alma, ainda que estivesse permeado por uma visão dualística presente no mundo sensível e no mundo inteligível, cuja expressão linguística era o instrumento de acesso à libertação da dominação do sujeito.

Com efeito, a atividade de tradução existe desde o surgimento das línguas e do contato entre povos de línguas distintas, segundo Oustinoff (2011) isso pode ser constatado a partir do mito da Torre de Babel, pois ali está representada a multiplicidade da incompletude da construção das línguas.

Para Eco (2007) traduzir é passar um discurso de uma língua para outra mantendo entre eles uma relação de fidelidade a partir de determinados objetivos a serem alcançados, porém esta definição não dá conta do real sentido da tradução. Costa (2012) explana que ao usar o termo “de uma língua para outra” desconsidera-se outros tipos de traduções entre signos de uma mesma língua ou entre discursos verbais e não verbais.

A tradução é um fenômeno complexo, e ao longo da história observa-se o objetivo primordial de comunicação. Oustinoff (2011, p. 12) confirma ao dizer que “traduzimos porque a língua original não é ou não é mais compreendida”. É por isso que se faz importante observar ao longo da história como a tradução foi interpretada, pois é desta forma que poderemos tentar compreender qual o objetivo desta prática. Ao observamos a tradução em Roma, temos, após a morte de Alexandre (323 a.C), a ascensão literária e cultural do grego dentro do seio do império romano, pois, tendo uma elite romana bilíngue, obras como *Septuaginta*, versão da Bíblia hebraica, foi traduzida, na própria Alexandria, do Hebraico para o Grego e não para o Latim (OUSTINOFF, 2011, p. 33).

Costa (2012) propõe uma suposição que a riqueza literária e filosófica grega fosse mais vasta que Roma, assim, a tradução para o latim não tinha o objetivo de comunicação, pois a comunicação com a elite era já realizada através do original em grego (era a tradução para o grego que tinha o objetivo de comunicar). Entretanto, o grego vai sendo, aos poucos, abandonado em proveito exclusivo do latim (OUSTINOFF, 2011 p. 34). O latim foi, posteriormente, suplantado no período do renascimento.

Segundo Oustinoff (2011), o latim foi substituído, durante o período do Renascimento, pelas “línguas vernaculares” (p. 34), ainda que não fosse totalmente clara a ideia de nação, entretanto, já havia línguas preferidas ao latim. No Renascimento, os poetas e escritores, assim como seu público, eram plurilíngues, de forma que os próprios autores se autotraduziam e cada gênero tinha sua língua específica.

A Europa desse tempo relativizava o sentido de língua materna e dessa forma pode-se supor que a tradução tinha como objetivo uma re-expressão da arte ou um processo necessário para que fosse alcançada a “obra final”. Segundo Berman (2007, p.77 apud COSTA, p. 159), os séculos XVII e XVIII “é uma época de grandes, grandíssimas traduções — em que o ato de traduzir é considerado como um dos momentos fundamentais da constituição da cultura”. E, uma vez que não era clara a ideia de nação, a ideia de plágio também não, pois cada obra era constituída pelo seu lugar, autor e inclusive seu idioma.

Segundo Oustinoff (2011, p.39), o plágio só se torna um termo pejorativo no século XVIII. Até aqui, como podemos perceber, a tradução com fins e objetivos comunicativos, no geral, era realizada numa escala diacrônica e não sincrônica. A palavra plágio torna-se pejorativa, pois a originalidade passa a ser um valor literário, as fronteiras entre imitação, tradução e a adaptação variam conforme as épocas.

A prática da tradução evoluiu juntamente com os textos ao longo da história. Cícero, tradutor romano, adverte em seu *Libelkus de optimo genere oratorum* (46 a.C) que não se deve traduzir “palavra por palavra” (p.31), assim como São Jerônimo em *De optimo genere interpretandi* (395), “não é palavra por palavra, mas uma ideia por outra ideia que exprimo” (p. 31). Para Oustinoff (2011) São Jeronimo faz introdução à distinção entre textos religiosos e textos seculares, no que diz respeito à tradução. Esses autores diferentemente de Fílon (13 a. C.), o qual teoriza que a tradução literal seria aquela capaz de não alterar os textos sacros. Entende-se nesta pesquisa como sendo a tradução de uma palavra de uma língua de partida que possui um correspondente na língua de chegada.

Para o mesmo autor, na tradição ocidental geralmente distinguem-se duas origens para a “problemática da tradução” (p.30), que são encarnados em uma única língua: o latim. Por um lado, a tradução de textos religiosos e da Bíblia, por outro lado a tradução de textos literários na Roma antiga.

3.2 O contexto de inspiração e reformulação da filosofia

Ao longo da história a tradição filosófica passou por grandes viradas, particularmente na maneira de conceber e analisar seus estudos. Essas mudanças influenciaram na maneira de fazer Ciência e, consequentemente na sua própria construção e também na maneira de fazer Matemática. Foi assim na ruptura com os Pré-Socráticos, com o pensamento clássico na Idade Média, e mais recente, a superação da tradição metafísica no final do século XIX pela filosofia da linguagem. Este último ficou conhecido como o movimento da Virada Linguística (*Linguistic Turn*). Nossos estudos se concentram a partir deste último movimento, em virtude da filosofia assumir uma maneira distinta de analisar e articular os problemas filosóficos acumulados pela tradição.

Neste contexto, a filosofia passa da pesquisa a respeito da natureza ou das essências das *coisas* ou dos *entes*, ou ainda da reflexão sobre as representações de um paradigma da consciência, radicado na busca pela *episteme* ou da razão, para a reflexão filosófica a partir da significação ou do sentido das expressões linguísticas analisadas em seus usos nos diferentes contextos, particularmente em contextos de uso ordinário, desembocando na ideia de que não é possível tratar qualquer questão filosófica sem antes esclarecer previamente a questão da linguagem, assegurando que não existe mundo independente da linguagem (OLIVEIRA, 2001).

Essa nova perspectiva acrescentou às reflexões filosóficas na linguagem procedimentos privilegiados à compreensão do pensamento, no sentido de que o sujeito se expressa linguisticamente sob a forma de proposições e expressões linguísticas significativas, com base nisso, assumimos aqui a compreensão de que o pensamento é uma forma de linguagem. Desse modo, a filosofia retira do sujeito transcendental o centro das investigações substituindo-o pelo sujeito linguístico (MORENO, 2014). É neste contexto que os filósofos encontram na linguagem refúgio para reabilitar a razão em bases, agora não mais metafísicas, e sim linguísticas, muito embora existam muitos filósofos que acusam a filosofia wittgensteiniana de ser metafísica.

O conjunto de reflexões desse movimento, *Linguistic Turn,* favoreceu a linguagem inserir-se no centro das discussões filosóficas agindo como forma de reação às teorias predominantes e tradicionais da filosofia. A Virada Linguística leva a uma reformulação da filosofia, em outras palavras, a uma mudança de paradigma, não mais em busca por um fundamento último para a verdade (RORTY, 1992), mas a compreensão da linguagem nos seus diferentes usos. A partir daí a linguagem passa a ser considerada uma atividade capaz de reorganizar as ações do sujeito e sua 'realidade', não apenas agindo como representação empírica de fatos e coisas no mundo.

Compreender a natureza da linguagem permite refletir no que diz respeito às relações significativas entre sujeito e objeto possibilitando o entendimento mútuo sobre os sentidos das palavras usadas e sobre os significados das coisas em seus contextos e usos. Isso nos faz acreditar que no uso dos signos de uma língua está presente a dimensão pragmática da linguagem, isto é, o uso social que uma comunidade faz dessa linguagem, e, como tal, essa dimensão integra a dimensão semântica e possibilita conceber a dimensão sintática.

Após a Virada Linguística, as análises da linguagem se voltam para os usos, os contextos, os falantes, os discursos. É, nesse momento que a linguagem segue um caminho para a possível dissolução dos problemas filosóficos, que em oposição a filosofia da consciência exclui-se a subjetividade, no sentido de propriedade de um sujeito que apreende e representa o próprio mundo a partir de suas próprias percepções. Tugendhat (1992) procura elucidar essas questões ao apontar que talvez as sensações de cada sujeito poderiam ser privadas, em virtude de que o sujeito até poderia aprender o emprego de uma expressão por meio de suas sensações. Assim, no lugar de ser a expressão do pensamento com relação às formas transcendentais, a linguagem passaria a ser uma atividade articulada independente de um sujeito ou de uma vontade individual, passando agora a usos públicos, pelo que Wittgenstein chamou de *jogos de linguagem* (RORTY, 1992), esta compreensão de Wittgenstein supera também a concepção platônica. Por isso, a linguagem está organizada sob uma gramática que descreve os seus usos públicos e seus significados fazem parte de uma *práxis,* é, portanto, uma atividade.

A filosofia da linguagem se instalou definitivamente a partir das ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889-1951), que segundo os estudiosos de sua filosofia, formulou duas concepções filosóficas. A primeira, acreditava que tanto a linguagem quanto o mundo possuíam uma estrutura lógica subjacente que era necessário haver uma correspondência entre linguagem e mundo. A segunda, quando desenvolveu a ideia de *jogos de linguagem*, em que considera que ao usarmos a linguagem estamos agindo num contexto que envolve diversas *práxis* e, portanto, sociais. A linguagem determina, a partir dessas *práxis*, o modo como uma comunidade age no mundo.

Neste trabalho adotamos como marco orientador a filosofia de Wittgenstein[11], na qual o significado do uso da linguagem não é alcançado unicamente pela relação entre a palavra que designa e o objeto designado, resultado de uma suposta relação direta com a coisa nomeada, mas por pertencer ao sistema da língua, que é orientada por regras próprias, cujo funcionamento não depende de uma consciência individual, limitada a expressar o pensamento. A linguagem é uma atividade pública, ordinária, do dia a dia, suas regras possuem um caráter pragmático, em que não se restringe à forma lógica da proposição, embora seja suscetível a formalização, em função de seu uso contextual.

A partir desse momento, a linguagem tem como princípio de articulação o uso em contextos, de modo que a significação não depende da relação referencial entre língua e mundo. O que é afirmado ou pressuposto é realizado ou dito em uma situação de emprego de uso ordinário – ambiente em que as trocas linguísticas se realizam, em contextos dialógicos, como parte de culturas e formas de vida. Nos comunicamos com frases construídas a partir de uma gramática, no sentido wittgensteiniano, que se configuram como situações enunciativas ditas por alguém a alguém dentro de um contexto. Nesse sentido, ao estabelecermos uma situação de comunicação, estamos em sentido amplo, comunicando mais do que as palavras possam dizer, pois, há as intenções que estão no agir de um contexto, no qual as comunidades realizam a comunicação (OLIVEIRA, 2007).

Para Wittgenstein (1999) é na atividade de *uso* que as expressões linguísticas adquirem significados, pois estão imersas em um contexto. Os sentidos atribuídos a uma expressão linguística ou palavra bem como sua lógica de funcionamento ou técnicas de uso depende do contexto no qual estão envolvidos, isto é, dos hábitos e costumes que temos ou empregamos, não em uma relação figurativa em meio às proposições e fatos. Portanto, o significado de uma expressão linguística, é seu *uso* na linguagem (WITTGENSTEIN, 1999, §43).

---

[11] A filosofia de Wittgenstein posterior ao *Tratactus,Lógico-Philosophicus* (1921) é, frequentemente, denominada por ‘filosofia do segundo Wittgenstein’.

> Não há uma “lógica da linguagem”, mas muitas; a linguagem não tem nenhuma essência única, mas é uma vasta coleção de diferentes práticas, cada qual com sua própria lógica. O significado não consiste na relação entre palavras e coisas ou numa relação figurativa entre proposições e fatos; o significado de uma expressão é, antes, seu *uso* na multiplicidade de práticas que vão compor a linguagem. Além disso, a linguagem não é algo completo e autônomo que pode ser investigado independentemente de outras considerações, pois ela se entrelaça com todas as atividades e comportamentos humanos; consequentemente nossos inúmeros diferentes usos dela recebem conteúdo e significado de nossos afazeres práticos, nosso trabalho, nossas relações com as outras pessoas e com o mundo que habitamos (GRAYLING, 2002, p. 90).

O autor destaca a importância do contexto na constituição do significado evidenciando que este é composto pelo uso na sua multiplicidade de práticas. Wittgenstein salienta que “todo signo *por si só* parece morto” (WITTGENSTEIN, 1999, § 432), isto é, não carrega *em si* sua aplicação, seu significado não pode ser dado independente do contexto ou atividade no qual está inserido, e assim o filósofo conclui: “O *que* lhe dá vida? No uso ele *vive*” (WITTGENSTEIN, 1999, § 432). Com isso Wittgenstein nos mostra que não há uma essência, um fundamento para os significados de nossas expressões linguísticas, pois como vimos é o *uso* dentro de um contexto que se torna o ambiente no qual se constitui o significado. Por outras palavras, o significado depende do *uso* que fazemos dele, de hábitos e costumes aprendidos e ensinados, isto é, da maneira como *convencionamos* usá-los.

3.3 Estudos da Tradução e a Filosofia da Linguagem

Em nossa experiência na pesquisa durante o mestrado investigamos, a partir dos estudos da filosofia da linguagem, como os alunos compreendem e aplicam as regras matemáticas, em particular, a regra de três (MEIRA, 2012). Concluímos que grande parte dos alunos apenas seguem regras sem refletirem sobre seu uso, simplesmente, aplicam dentro do contexto solicitado, mesmo sem saber se está correta ou não. Após a defesa de dissertação continuamos os estudos e levantamos alguns questionamentos a respeito de como os alunos, particularmente da Educação Básica realizam a tradução da linguagem matemática para sua língua natural.

A partir de então elegemos como foco de pesquisa os aspectos da tradução como temática a ser investigada e seus desdobramentos no ensino e na aprendizagem de matemática. Estes questionamentos ganharam eco a partir da intensificação e aprofundamento de nossas leituras na filosofia de Wittgenstein e dos estudos da tradução, acompanhado de nossa prática docente ao buscarmos compreender o processo de tradução de uma linguagem à outra. Uma vez que, pelo fato, de a linguagem matemática não possuir uma oralidade assenta-se na língua natural do sujeito para que assim compreenda seus sentidos e significados.

Compartilhando desse pensamento Machado (2001), afirma que:

> Entre a Matemática e a língua materna existe uma relação de impregnação mútua. Ao considerarem-se esses dois temas enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário conhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino de Matemática (MACHADO, 2001, p. 10).

Embora o autor apresente uma concepção diferente daquela adotada por nós, concordamos em parte com suas ideias no que diz respeito a superação das dificuldades com o ensino de matemática e acrescentamos ainda que as dificuldades pelas quais o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser superados deverão levar em consideração o processo de tradução de uma linguagem à outra. Uma vez que parecer ser neste processo, de tradução, que reside grande parte do mal-entendido do estudante na compreensão e interpretação da linguagem matemática.

Diante disso, a filosofia da linguagem, conforme apontado acima, pode oferecer a estas questões desdobramentos que possibilitam a compreensão desses equívocos que, sobretudo recorrem no uso ordinário da linguagem, isto é, no seu uso cotidiano, no contexto em que os falantes se encontram, para este caso, consideraremos a sala de aula. Em função de que ali se estabelece a atividade comunicativa, devendo se constituir como *lócus* de análise. Desse modo, nos propomos a analisar e examinar a tradução buscando fornecer novos elementos que sinalizem a compreensão das dificuldades de tradução, isto é, de uso dessa linguagem especificamente no contexto escolar.

Por um lado, constatamos a partir das leituras, que as atividades de tradução sempre foram exercidas por sujeitos que buscam diminuir as barreiras linguísticas que impedem a comunicação, isso acontece tanto na oralidade, quanto na escrita. Por outro lado, a prática de tradução consolida-se como um conjunto de competências passíveis de promover o processo de ensino e de aprendizagem, passando a constituir-se como um campo de estudo. Dentro dos estudos da linguagem surgiu como o campo que passaria a investigar as nuances e processos de tradução, consolidando-se com a área do Estudo da Tradução. Como nos lembram Guerini e Costa (2008) a tradução é uma atividade antiga sendo descrita desde os primórdios das primeiras línguas e constitui-se como uma situação própria das línguas.

Alguns estudiosos, como Quine (1980), Davidson (1991), Rorty (1992), dentre outros discutem que o processo de tradução deve envolver os aspectos contextuais, em que decompõem os enunciados a partir de certas projeções de conjecturas e hipóteses que se aproxima do texto em sua língua originária. Assim, o modo de expressão do sujeito linguístico, entendido neste caso também como sujeito da ação, passa pela organização institucional da sociedade que estabelece e lhe atribui papéis que distribui a possibilidade de enunciar determinadas práticas em determinadas circunstâncias tidas como apropriadas, isto é, a possibilidade de realizar ações de acordo com valores culturais e padrões de comportamento que pressupõem um determinado sistema social (MARCONDES, 2001).

Ainda, segundo Marcondes (2001) a tradução da linguagem natural para a linguagem lógica, defendida em grande parte pela semântica formal, é criticada exatamente por afastar-se da linguagem tal como é usada, isto é, de seu uso ordinário, não sendo assim capaz de produzir nenhuma elucidação sobre o significado, em função de desconsiderar alguns elementos da linguagem cotidiana ao fazer a abstração do uso. Entendemos que nesse contexto se insere a linguagem matemática, pois suas proposições nada explicam acerca da realidade, se realizam de forma arbitrária.

Nesta pesquisa tomaremos como base teórica a filosofia de Ludwig Wittgenstein. Esse filósofo nasceu em Viena, Áustria, no ano de 1889 e faleceu em Cambridge, em 1951. Grande parte dos comentadores divide sua obra em duas filosofias, para alguns, distintas, para outros complementares. Na nossa compreensão entendemos que essas filosofias são complementares, embora cada uma apresente suas particularidades e necessidades dado o contexto no qual o filósofo se encontrava. Sua carreira estudantil iniciou em casa e logo depois foi matriculado em uma escola técnica. A ênfase das aulas estava voltada para a matemática e física e isso levou Wittgenstein a matricular-se no curso de engenharia, na universidade de Manchester. Em decorrência de seus estudos na engenharia teve contato com o *Principia Mathemática* (1908), de Russell e Whitehead, que o levou a refletir sobre os fundamentos dessa ciência. Entusiasmado com a leitura dessa obra transferiu-se para Cambridge, no intuito de conhecer mais sobre a Lógica que estava sendo desenvolvida por Frege e Russell, este último tornou-se seu orientador.

O contato com esses filósofos o conduziu à filosofia analítica que emergia a partir das escolas inglesa e austríaca. Enquanto naquela teve como expoentes o próprio Russell, seguido de Moore, nesta foi representado pelo Círculo de Viena[12]. Influenciado por tais princípios Wittgenstein escreve o *Tractatus Logico-philosophicus*, publicado originalmente em alemão, em 1921, e em seguida na edição prefaciado por Russell, em inglês em 1922. Este livro tornou-se um clássico da filosofia do século XX. Embora Wittgenstein tenha alegado que Russell não entendera suas ideias, expostas naquele livro, ao escrever o seu prefácio para a versão em inglês, mesmo assim tendo sido publicado. Foi imensa a influência deste livro sobre o Círculo de Viena devido sua análise lógica de temas como a natureza da realidade, o modo como representamos o mundo na linguagem e no pensamento, a lógica e principalmente porque excluía a concepção metafísica.

Neste aspecto Quelbani (2006) esclarece que para Wittgenstein “a análise lógica permite desembaraçar de toda metafísica, do idealismo alemão,

---

[12] Entende-se por Círculo de Viena o grupo de filósofos chamados de neopositivistas ou empiristas lógicos, liderados por M. Schlick, situado na capital austríaca.

e também do apriorismo kantiano, o que exclui todo conhecimento a partir de uma razão pura, bem como o sintético *a priori*, e é isso o que os neopositivistas reconhecem como sendo a tese fundamental do empirismo moderno" (p. 16). Assim, a nova filosofia seria científica e não uma ciência, cujo propósito seria solucionar os pseudoproblemas da filosofia clássica que consiste em abandonar a especulação metafísica e superar o sintético *a priori*. A filosofia então se transforma numa atividade que busca o esclarecimento lógico do pensamento e não mais por um sistema de enunciados, pois assim deverá ser "purificada de todo psicologismo, para se referir unicamente à linguagem" (ibdem).

O Tractatus[13], como é conhecido, parte de 7 proposições, correlacionados a partir de aforismos enumerados de 1 a 7, dado seu grau de importância e em cada uma dessas proposições tece proposições elementares que explicam as principais.

Segue as 7 proposições principais:

1. O mundo é tudo que é o caso.
2. O que é o caso – um fato – é a existência de estados de coisas.
3. Uma imagem lógica de fatos é um pensamento.
4. Um pensamento é uma proposição lógica com sentido.
5. Uma proposição é uma função-de-verdade de proposições elementares.
6. (uma proposição elementar é uma função-de-verdade de si mesma)
7. A forma geral de uma função-de-verdade é [p, ξ, N(ξ)] (forma geral da proposição).
8. Sobre aquilo de que não podemos falar devemos ficar em silêncio.

O próprio filósofo explica, no prefácio, como deve se dá a leitura de sua obra. Assim, indica:

> Os algarismos que enumeram as proposições isoladas indicam o peso lógico dessas proposições, a importância que adquirem em minha exposição. As proposições n.1, n.2, n.3, etc. constituem observações, à proposição n.° n; e proposições

[13] Maneira comumente adotada entre os leitores de Wittgenstein.

> n.fnl, n.m2, etc., observações à proposição n.° n.m, e assim por diante (TLP, primeira nota de rodapé).

Com base nessa análise o filósofo austríaco acredita ter solucionado os problemas filosóficos fundamentais e encerrado qualquer discussão a esse respeito.

Para Wittgenstein, em seu livro, *Tractatus,* as equações matemáticas não eram consideradas proposições e sim pseudoproposições, pois nada descrevem a respeito da realidade. A proposição "exprime de uma maneira determinada, claramente especificável, o que ela exprime: a proposição é articulada" (WITTGENSTEIN, 1993, p. 65). Desse modo, deveria haver fatos no mundo que a verificasse ou falsificasse. Uma proposição deveria sempre possuir um significado determinado. Assim, quando uma proposição designa um fato, isto é, um estado de coisas ocorre que ela é verdadeira, do contrário é falsa. É a partir dessa confirmação de verdade, que se pode verificar se as demais proposições compostas, a partir da proposição elementar, são verdadeiras ou falsas.

Diante dessa formulação o jogo linguístico presente na matemática não descreve a realidade, da mesma forma como as proposições matemáticas não se descobrem. Em geral, as regras matemáticas existentes e constituintes de uma atividade social qualquer (considerando, nesse âmbito, inclusive a atividade científica de produção do conhecimento matemático) não são plausíveis de transposição para outras, mesmo aquelas que consideremos pautadas por jogos linguísticos semelhantes. Na verdade, são regras que podem ser aplicadas em diferentes contextos, com usos distintos. Causando assim confusões por se tratar de usos em contextos distintos.

Para Wittgenstein (1993, p. 68), "todas as proposições de nossa linguagem corrente são, de fato, tais como são, perfeitamente ordenadas de um ponto de vista lógico". Para o filósofo, naquela velha maneira de pensar, a forma de representação, ou forma lógica, ou ainda forma da afiguração enquanto essência da linguagem e do mundo assegurava não só a ligação entre a linguagem e a realidade, como também o parâmetro universal que junta qualquer proposição.

Após a publicação desse livro, *Tractatus*, Wittgenstein afasta-se da filosofia e vai trabalhar como professor de ensino primário em escolas de uma região no interior da Áustria. Com base nessas vivências, o filósofo percebe que aquilo que havia proposto, na sua primeira obra, não era suficiente para solucionar as ilusões causadas pelo mal-uso da linguagem. Desde então, decide retornar à filosofia e propõe uma nova maneira de pensar a linguagem, abandonando aquele 'velho modo de pensar' reconhecendo os equívocos que havia cometido. A partir daí Wittgenstein pretende uma "cura" que solucionaria os problemas filosóficos, ou seja, a "cura" para os problemas oriundos do mal-uso da linguagem.

É nessa nova filosofia, e particularmente nos *jogos de linguagem* que buscamos condições para compreender o funcionamento do conjunto das múltiplas ações da atividade da linguagem, de suas significações e das relações linguísticas no processo de tradução das linguagens natural e matemática. Pois, segundo Silveira:

> É por meio da linguagem do aluno que podemos encontrar a origem de suas confusões e erros, como também, é por meio da linguagem que podemos lhe ensinar a traduzir corretamente um texto matemático para que o texto lhe forneça sentido. Os sentidos da linguagem cotidiana necessariamente não convergem com os sentidos na matemática (SILVEIRA, 2014, p. 70).

Em consonância com a autora é no processo de tradução que o aluno adquire sentido naquilo que está estudando. Não há dúvida de que a tradução faz parte da ação de ensinar matemática sendo uma atividade determinada pelas *formas de vida,* na qual o estudante está inserido. Entretanto, quando o estudante não realiza a tradução corretamente, pode-se encontrar diferentes significações e sentidos nas diversas maneiras de compreender o significado de uma expressão linguística.

Quando Wittgenstein cunha o termo *jogo de linguagem,* usando-o para designar os múltiplos empregos das expressões na linguagem em suas diferentes práticas, quer dizer que uma mesma expressão pode indicar diferentes ações, dependendo do contexto ao qual foi empregada, dependendo da atividade em que esteve envolvida. A linguagem se inicia pelo jogo e a filosofia dos jogos de linguagem exclui o locutor solitário. O termo *jogo de* *linguagem* surgiu da metáfora de jogo, que já é uma evolução da metáfora do cálculo. A metáfora do cálculo nos diz que a linguagem pode ser governada por regras, assim como o cálculo que opera de acordo com as regras apropriadas para tal ação. Essa noção, de *jogo de linguagem*, resulta da comparação que o filósofo faz das várias semelhanças de jogo e linguagem. Segundo Glock (1998) essas semelhanças se dão tanto na linguagem como no jogo, por serem governados por regras constitutivas, as regras da gramática[14].

Wittgenstein procura pontuar o que concebe como '*jogo de linguagem',* fazendo-nos refletir sobre o emprego da linguagem nos diferentes contextos, isto é, a aplicação da linguagem nas diferentes práticas em que está inserida, ou seja, nas *formas de vida*. Desse modo, *jogos de linguagem* são as práticas que constituem o,

> Processo do uso das palavras é um daqueles jogos por meio dos quais as crianças aprendem sua língua materna. Chamarei esses jogos de "jogos de linguagem [...] e poder-se-iam chamar também, de jogos de linguagem, os processos da repetição das palavras pronunciadas e o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está ligada" (WITTGENSTEIN, 1999, § 7, *grifos nosso*).

Para Wittgenstein, o termo '*jogo de linguagem*' "salienta que o falar da linguagem é uma parte de uma *atividade* ou de uma *forma de vida*" (WITTGENSTEIN, 1999, § 23). "Uma parte grita as palavras, a outra age de acordo com elas" (idem, § 18). O autor nos convida a "imaginar a multiplicidade dos jogos de linguagem", apresentando-nos alguns jogos, como: "comandar, descrever, relatar, conjeturar, expor, inventar, representar, cantar, pedir, agradecer, traduzir de uma língua à outra, resolver um cálculo, mentir, contar histórias, relatar sonhos" e etc. Considera que "há incontáveis jogos de linguagem" (*idem*). Esses jogos são múltiplos e variados e as únicas semelhanças que possuem são as *semelhanças de família*.

A partir do próprio termo "*jogo*", Wittgenstein elucida:

> Considere, por exemplo, os processos que chamamos "jogos". Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos e etc. o que é comum a todos eles? Não diga: "algo

[14] O conceito de gramática para Wittgenstein extrapola o conjunto de normas de uma língua. Para o filósofo gramática é a lógica de funcionamento da própria linguagem.

> deve ser comum a eles, senão não chamaríamos 'jogos'", - mas *veja* se algo é comum a eles todos. – Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles (WITTGENSTEIN, 1999, § 66).

Conforme esclarece o filósofo, ao considerarmos as especificidades de um jogo ao outro, notamos que não se unem por um único traço definidor, embora alguns desaparecem outros vão surgindo. No entanto, há de certa forma, certa unidade de semelhança desses traços que os ligam e os consideram como jogos. Nos jogos "vemos uma rede complicada de semelhanças, que se envolvem e se cruzam mutuamente. Semelhanças de conjunto e de pormenor" (WITTGENSTEIN, 1999, § 66). Para Wittgenstein, os jogos de linguagem não apresentam limites, "porque nenhum está traçado" a não ser "para uma finalidade particular" (idem, § 69). Quando indagado sobre o conceito de 'jogo' Wittgenstein, retruca: "pode-se dizer que o conceito de 'jogo' é um conceito com contornos imprecisos" (idem, § 71).

Continua o filósofo,

> Em vez de indicar algo que é comum a tudo aquilo que chamamos de linguagem, digo que não há coisa comum a esses fenômenos, em virtude da qual empregamos para todos a mesma palavra, - mas sim que estão *aparentados* uns com os outros de muitos modos diferentes. E por causa desse parentesco ou desses parentescos, chamamo-los todos de "linguagem" (WITTGENSTEIN, 1999, § 65).

A respeito desse 'aparentamento', Wittgenstein costumava usar a expressão '*semelhanças de família*', cuja finalidade deve "designar a semelhança entre os usos de palavras ou conceitos, não por sua posse comum de um conjunto de características essenciais ou definidoras, mas por uma relação geral de similaridade entre os diferentes usos" (SILVA, 2011, p. 30), ou seja, pelas diferentes ações por ela desencadeadas.

Para esses parentescos dos jogos de linguagem, Wittgenstein usa o termo *semelhança de família*, pois apresentam uma "unidade que falamos do conceito de jogo. Em se tratando de conceitos definidos por semelhanças de família, é a unidade de uma família de usos que nos permite falar do conceito de "tal e tal coisa".

Para Wittgenstein (1999), não se pode,

> Caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão "semelhanças de família"; pois assim se envolvem e se entre cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento e etc. – E digo: os "jogos" formam uma família (WITTGENSTEIN, 1999, § 67).

O que fundamenta os jogos de linguagem são as regras e as *semelhanças* com outros jogos, mostrando a unidade das relações presentes entre seus conceitos. É nesse movimento de relações entre os jogos que pode nascer a formação de um novo conceito, isto é, novos usos para a aplicação desse mesmo conceito (SILVEIRA, 2005).

Wittgenstein ainda usa o conceito de número para elucidar as semelhanças de família nos jogos de linguagem. Para o filósofo, aplicamos o conceito de número em seus diferentes tipos, a saber: número racional, número real, número transfinito, etc. Todos esses conceitos apresentam um parentesco que os fazem ser chamados de número. Desse modo, os números não podem ser definidos por uma única propriedade comum, todavia, apresentam apenas algum traço que o faz ser conceituado como tal.

O conjunto das distintas práticas nas quais a linguagem está inserida, Wittgenstein chamou de *formas de vida*. Esse termo contempla os entrelaçamentos culturais, da visão de mundo das práticas de linguagem. Uma forma de vida faz parte da formação cultural ou social, é a totalidade das atividades praticadas por uma comunidade em que estão imersos os jogos de linguagem (GLOCK, 1998).

Portanto, não devemos procurar uma essência ou forma lógica que defina os jogos de linguagem na sua forma de vida. Eles não possuem uma propriedade comum que os defina. São os diferentes contextos de uso de uma palavra, expressão linguística, gestos, ações ou conceito partilhado em suas diferentes lógicas e técnicas de uso. Desta maneira, a significação que é dada às expressões linguísticas é fruto de seus diferentes usos nos diversos contextos. Por isso, não há um uso privado, estes devem ser decorrente das trocas linguísticas. Vale ressaltar que esses usos não acontecem de modo aleatório, devem estar em acordo com determinadas regras, que não são aparentemente simples, pois estão em contínuo fluxo e se encontra em diversos usos.

3.4 A filosofia analítica atravessa o Atlântico

A segunda metade do século XIX, fez surgir um novo modelo de filosofia que se orientava pela análise do neopositivismo. Suas bases foram fincadas no pensamento do *Círculo de Viena*, que posteriormente foi enlaçada com o pensamento norteamericano de Willard von Quine, dada a explosão da Segunda Guerra Mundial que forço parte dos membros daquele grupo a emigrarem para os Estados Unidos. Essa atmosfera foi rica e profícua para o jovem Quine que viajou para a Europa afim de conhecer mais sobre aquilo que acreditava ser a única perspectiva filosófica relevante.

A viagem de Quine foi produtiva e trouxe consigo além de muita experiência alguns nomes do círculo de Viena que se instalaram em Harvard, onde Quine se formou sob orientação de Whitehead e Princeton. Na Europa, Quine que já não concordava com o pensamento metafísico foi impulsionado e integrado a filosofia analítica que ao expurgar a metafísica alimentava o desejo de fundar a filosofia em bases estritamente científicas. Essa influencia ficou clara nas obras de Quine, pois buscava a partir de tratamento matemático tecer suas análises.

Quine em *Palavras e Objetos* (1961), procura estudar os significados dos critérios para uma tradução adequada. Para o autor “o significado de uma expressão será aquele em virtude do qual uma expressão de outra língua é uma tradução apropriada da primeira a essa outra língua” (QUINE, 1961, p. 79). Neste caso, uma sentença para ser traduzida como verdadeira precisa reagir do modo conforme foi ensinada, pois, segundo o autor não há nada na significação linguística além do que possa ser apreendido a partir do comportamento manifesto em circunstâncias observáveis. A referência ou extensão dessa sentença pode variar, pois o sujeito tradutor pode atribuir funções as expressões linguísticas que estejam em conformidade de condições de verdade ou de negação daquela língua nativa.

> A arbitrariedade da leitura de nossas objetivações reflete não tanto a inescrutabilidade da mente gentílica, mas o fato de que não há nada a escrutar. Mesmo nós que crescemos juntos falamos de modo semelhante num padrão de resposta verbal a indicações exteriormente observáveis. Fomos modelados numa conformidade externa a um padrão externo; e assim é que, quando correlaciono suas sentenças com as minhas pela regra da simples correspondência fonética, descubro que as circunstâncias públicas de suas afirmações e negativas concordam bastante com as minhas. Se considero que você compartilha da minha espécie de esquema conceitual, estou não tanto acrescentando uma conjectura suplementar, quanto rejeitando distinções insondáveis (QUINE, 1980, p. 119).

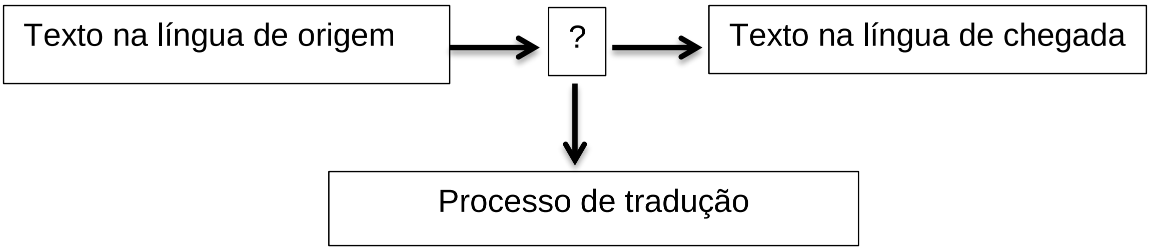
Como podemos observar Quine dispensa as noções de mente e também a de que objetos são aquilo que a mente representa, como se pudesse ser referida fora de um esquema conceitual e de um modo cultural e público de discriminá-los. Desse modo, à medida que as palavras não atribuem traços observáveis às coisas, a única garantia que resta passa a ser o comportamento aberto de outros locutores e não significados da mente. O significado não é permanente e também não há uma mente repleta de significados, eles são parte da linguagem (ARAÚJO, 2004).

Segundo Quine, os indivíduos pertencentes a uma mesma comunidade linguística tornam a capacidade de interação linguística tais como comunicar-se, dar ordens ou “falar por falar” sem excessivas dificuldades. A partir do momento que dispomos da noção de que a linguagem não é um meio nem de expressão do pensamento e nem de representação da realidade, passamos a concebê-la como instrumento que faz parte das ações sociais de comunicabilidade dessa comunidade.

Esse autor levanta a tese da indeterminação da tradução, em que argumenta que sempre será possível elaborar traduções empiricamente equivalentes. Para fundamentar esta análise, procura compreender o processo de aquisição da linguagem e, neste, “crê detectar o momento de ultrapassagem radical deste processo em relação à experiência empírica e a consequente necessidade de encontrar”, pois “além da experimentação, algo que confira certa homogeneidade aos discursos, permitindo o diálogo e certo acordo intersubjetivo entre os falantes” (VIDAL, 2003, p. 217).

Diante do exposto, reforçamos nossa preocupação em compreender o que acontece no processo de tradução da linguagem matemática para a língua natural do aluno. Neste sentido, pretendemos verificar as estratégias do contexto de aquisição da competência tradutória. Para isso, apresentamos um esquema inspirado nos estudos de Krings (1986), que aponta um entendimento do processo de tradução.

Esquema 1: Esquema de tradução



Fonte: autores da pesquisa.

Com base no esquema apresentado acima, destacamos o “processo de tradução”, como sendo um dos aspectos no qual a investigação vai se concentrar, pois julgamos que é nesse momento que acumulam as dificuldades de grande parte dos alunos durante o ensino e a aprendizagem da linguagem matemática. Por outras palavras, o estudante observa o que o professor apresenta na lousa ou no próprio livro-texto, neste caso seria o texto de origem. Este texto é apresentado na linguagem matemática, desse modo, para que haja aprendizagem o estudante precisa realizar a tradução, isto é, compreender o jogo de linguagem matemático, pois assim permite apreender o significado dos conceitos.

Entendemos que se há problema de tradução, então o texto de chegada não apresenta o sentido necessário para sua compreensão. Desse modo, percebemos que a (re)textualização, isto é, o texto presente na língua de chegada, a versão de tradução do aluno assume novos contornos podendo não atender aos critérios de tradução exigidos pelas regras matemáticas.

Diante disso, se instala uma dupla problemática da tradução. Por um lado, alguns autores argumentam que a tradução deva acontecer *verbum pro* *verbo* (palavra por palavra). Por outro lado, outros autores, sustentam que se deve traduzir uma ideia por outra *sensum exprimere de sensum* (sentido por sentido), na qual o sentido do texto precisa ser preservado.

Nesta pesquisa, alimentamos a ideia de que essa dicotomia não é suficiente para o ensino e a aprendizagem, particularmente da matemática, pois além da tradução das palavras ou do sentido de um texto é necessário considerar que a linguagem estudada assume uma pragmática[15], isto é, o aluno deve possuir domínio dos *usos* de funcionamento dessa linguagem.

A partir do momento em que o estudante realiza a tradução de palavras do vocabulário matemático permite-lhe acesso aos conceitos, particularmente daqueles que fazem parte do texto fornecido pelo professor ou livro didático. Com o domínio dessa linguagem esse aluno pode atingir níveis mais elaborados de pensamento, podendo, ainda, desenvolver-se cientificamente, permitindo-lhe maior liberdade e autonomia de pensamento.

[15] A noção de pragmática a qual referimos está presente em Wittgenstein e Moreno (2005).

4. A constituição do campo de estudos da Linguagem dentro da Educação Matemática

A partir de um certo ponto, não há retorno. Este é o ponto que é preciso alcançar
Franz Kafka

Os estudos voltados para a área da Educação Matemática tiveram grande expoência e consolidação a partir da necessidade de dar amplitude e qualidade ao ensino dessa ciência tomando como marco histórico a criação do ICMI (International Commission of Mathematics Instruction), no ano de 1908, em Roma, na Itália. Esta comissão teve como primeiro presidente o eminente matemático alemão Félix Klein (1849 – 1925). E seus objetivos perpassam acerca das preocupações dos problemas no ensino e consequentemente na aprendizagem de matemática (GUZMÁN, 1997). A comissão contribuiu significativamente para a criação de novas organizações que tiveram e ainda tem preocupações semelhantes organizadas, principalmente nos países que são seus membros.

Um dos reflexos das pesquisas impulsionadas por esta organização e decorrente do século anterior foi o avanço desenfreado do psicologismo na educação. As principais motivações se iniciaram com as reformas, ou por outras palavras, *modernização* dos currículos de matemática vigentes daquela época. De modo que reconheciam a urgência de rompimento com o modelo que até então a matemática vinha sendo ensinada. Essas reformas foram encabeçadas principalmente pelos países da Europa e pelos Estados Unidos da América, neste último criaram o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) e naqueles a partir da realização do Colóquio Royaumont, na França, no qual o famoso matemático Jean Dieudonné declarou "À bas Euclide[16]", repercutiu, em alguns casos com o abandono do ensino de geometria nas escolas básicas. No entanto, a intensão do matemático, líder do grupo Bourbaki, era superar o método de ensino da geometria amparado no modelo Euclidiano, isto é, o modelo intuitivo-dedutivo (MIGUEL, 2004).

[16] Abaixo Euclides (tradução nossa).

Em decorrência desse congresso foi elaborado o *Programa Moderno da Matemática*, que mais tarde ficou conhecido no Brasil *como Movimento da Matemática Moderna*, o qual procurou aproximar a matemática das escolas secundárias àquela praticada na universidade, em virtude de que "destacava-se a necessidade de se introduzir uma linguagem mais moderna aos assuntos considerados fundamentais em Matemática, a fim de que, se pudesse "transmitir" aos alunos daquela época os verdadeiros aspectos da ciência atual" (GODOY; SANTOS, 2012, p. 260), dentre os assuntos que foram incluídos no programa da escola secundária destacamos: estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia, lógica e transformações geométricas (WIELEWSKI, 2008). Pois agora a sociedade estava cada vez mais industrializada e, para se desenvolver cada vez mais, os idealizadores deste movimento acreditavam que por meio do ensino de uma matemática de nível mais avançado poderiam preparar os cidadãos para acompanhar o avanço do desenvolvimento tecnológico que naquele contexto emergia exponencialmente.

O Movimento da Matemática Moderna oportunizou um contato maior com a linguagem matemática, a partir de abordagens intuitivas e lógicas dos conceitos matemáticos. Essas abordagens fortemente ligadas as tendências psicológicas defendiam que as práticas de ensino deveriam partir de situações contextualizadas, podendo ser até de experiências cotidianas dos alunos e a partir destas, pelo raciocínio intuitivo alcançarem a abstração dos conteúdos ensinados, conforme destacado por Papy, ao proferir uma conferência, no 5º Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, em 1966, em São José dos Campos/SP. De acordo com Papy, o professor, neste contexto, seria o agente mediador e sistematizador dessas práticas garantindo que os estudantes desenvolvessem as suas singulares experiências matemáticas, percorrendo o caminho da "reinvenção", isto é, oportunizava "uma construção coletiva do conhecimento, com espaço para o aluno refletir, duvidar, trocar ideias, enfim participar de forma ativa do processo da construção de seu conhecimento" (PINTO, 2006, p. 4061).

No entanto, os resultados do uso supervalorizado e, quase que exclusivo, dessa linguagem não obtiveram muito sucesso nas escolas, por exemplo, destacamos que o alto índice de reprovação, a descontinuidade dos conteúdos, além da dificuldade de formar professores com o perfil desejado para ensinar a *matemática moderna* contribuíram para potencializar o enfraquecimento dessa proposta, em virtude de que os alunos apresentavam grandes dificuldades de traduzir essa nova linguagem à sua língua natural afim de que pudessem, dessa forma, compreender os conceitos matemáticos ali envolvidos. Houve ainda o incremento de muitos materiais didáticos, principalmente material concreto no ensino da matemática, no sentido de que a relação estabelecida com estes materiais poderia fazer abstrair os sistemas operatórios de inteligência dos estudantes, e o uso desses materiais proporcionaria ainda a experimentação e verificação de propriedades e teoremas.

Para o matemático norte-americano Kline (1976), ao criticar o movimento da matemática moderna dizia que:

> A dificuldade em lembrar os significados e a desagradabilidade das expressões simbólicas afugentam e perturbam os estudantes; símbolos são como estandartes hostis adejando sobre uma cidadela aparentemente inexpugnável. O próprio fato de o simbolismo ter entrado na matemática até certo ponto significativo por volta dos séculos dezesseis e dezessete indica que não vem sem dificuldade para as pessoas. O simbolismo pode servir a três propósitos. Pode comunicar idéias eficazmente; pode ocultá-las e pode ocultar a ausência delas. Quase sempre parece dar-se a impressão de que os textos de matemática moderna empregam o simbolismo para ocultar a pobreza de idéias. Alternativamente, o propósito de seu simbolismo parece ser o de tornar inescrutável o que é óbvio e afugentar, portanto, a compreensão (KLINE, 1976, p. 94).

As críticas do renomado estudioso à matemática moderna estavam ligadas as propostas de conteúdo, pois a valorização exacerbada da ‘linguagem simbólica’, no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem não atendiam ao seu maior objetivo que era comunicar adequadamente o significado dos conceitos matemáticos que são expressos por sua linguagem. Por outras palavras, durante o ensino os estudantes não adquiriam proficiência nesta linguagem para que pudessem traduzir os sentidos à sua língua materna e assim alcançasse a sua compreensão. Ressaltamos que o problema da falta de compreensão não estava na linguagem matemática em si, esta não apresentava contradições, pois já havia sido validada pela prática de um grupo:

os matemáticos, mas estava, sobremaneira, na prática exercida pelos estudantes, isto é, na maneira como a compreendiam, ou de fato, conforme a maioria dos casos, não a compreendiam.

Assim, a reformulação do currículo de matemática levantada pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) provocou mudanças relevantes nas práticas de ensino da Matemática.

> A matemática moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de ciências naturais, ela se constituía via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico (BRASIL, 1998, p. 21).

Esse movimento procurou aproximar a matemática estudada na escola com a matemática estudada pelos pesquisadores, provocando várias discussões e mudanças no currículo escolar de matemática. Esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, mas também os conteúdos tradicionais da matemática, atribuindo maior importância à linguagem matemática, com inclusão de temas como Lógica e Teoria dos Conjuntos, disciplinas *abstratas* e de certo modo desligadas da realidade.

> O ensino proposto fundamentava-se em grandes estruturas que organizam o pensamento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc. Porém, toda esta proposta estava longe da realidade dos alunos, principalmente das séries iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p. 19).

De modo geral, a busca pela renovação do ensino contrapõe a compreensão de conceitos e de propriedades à memorização e mecanismo de técnicas. A matemática ensinada através da memorização não tem significado para o aluno, por apenas aplicar algoritmos mecanicamente. Entretanto, quando se ensina matemática com o objetivo de oportunizar aos alunos o envolvimento com problemas que os desafiem e os instiguem à postura de investigação, a aprendizagem é mais profunda, uma vez, que o aluno torna-se capaz de resolver diversas situações problemas, pois compreende o conceito através do raciocínio e das estratégias elaboradas para aplicação/resolução.

Outo aspecto destacado é a capacidade que essa linguagem possui de expressar significados que as vezes não é possível dizer na língua natural, por exemplo, usando a noção de intervalo, o estudante minimamente versado nesta linguagem poderá entender que o intervalo $\{x \in \mathbb{R} \,/ -4 \leq \mathrm{x} \leq 3\}$ possui todos os números reais compreendidos entre $(-\ 4)$ até 3, inclusive os próprios (-4) e 3. Neste caso, é chamado de intervalo fechado. Por outro lado, essa mesma linguagem expressa também todos os números reais compreendidos entre $\{x \ \in \mathbb{R} \,/\, 5 < \mathrm{x} < 3\}$, de modo que os números 5 e 9 não pertencem ao intervalo, por isso agora é chamado de intervalo aberto. Assim, a falta de compreensão dessa linguagem parace corroborar com o autor acima citado quando diz que “o propósito de seu simbolismo parece ser o de tornar inescrutável o que é óbvio e afugentar, portanto, a compreensão” (*idem*). Uma vez que parece óbvio, como no primeiro exemplo de que ao utilizar a língua ordinária seria trivial perceber que (-4) e 3 fariam parte do intervalo mencionado, mas que por meio dessa mesma lígua seria, quase impossível expressar todos os números reais presente neste intervalo numérico.

Assim, fica claro a pobreza que seria da matemática se essa linguagem não tivesse se desenvolvido suficiente para expressar as ideias matemáticas. Mais um ponto que pode ser destacado quanto ao uso dessa linguagem é a demonstração, ou em alguns casos a prova em matemática. Este *argumento* usado na prática matemática para justificar e confirmar determinado conceito assume uma característica de validação do conceito matemático, isto é, é um instrumento que se usa para validar um lema, e desse modo também se justifica um teorema. Com efeito, ao provar um teorema há uma sequência de passos a serem seguidos, nos quais, deve haver um encaminhamento lógico-dedutivo (HERSH, 1997). Os argumentos em matemática possuem premissas que precisam se aceitas, bem como deve ser aceita as conclusões decorrentes dessas premissas, caso sejam verdadeiras, do contrário, os argumentos não serão válidos.

A linguagem ordinária dentro de um mesmo contexto pode assumir diferentes significados, dependendo somente do *jogo de linguagem* que é jogado. Por outras palavras, à medida que uma palavra é usada, dependendo do modo que é usada pode apresentar *semelhanças de família* de um *uso* quando é empregada noutro uso, disso decorre que pode adquirir um novo significado ou ainda continuar com o mesmo significado, mas com sentido diferente, por exemplo, a palavra *jogo* pode ser usada no sentido de jogos com bolas assumindo um significado, pode também ser usada no sentido de *jogo* com cartas que continua sendo usada com o mesmo significado de jogo, no entanto, quando uso essa mesma palavra para dizer *jogos de linguagem*, seu significado passa então a assumir sentidos diferentes. Neste caso, somente a *forma de vida*, na qual a expressão linguística *jogo* está sendo usada pode definir o seu significado.

Já na matemática os sentidos usados por determinadas palavras podem assumir características particulares deste uso, em que dificilmente será aplicado em um outro uso, por exemplo, ao usar a palavra *bissetriz*, que em matemática é a semireta com origem no vértice do ângulo, que o divide em dois ângulos congruentes, em virtude de que qualquer ponto situado sobre a bissetriz dista igualmente dos lados do ângulo (CARDOSO, 2007), é um *uso* muito particular deste *jogo de linguagem*, e dificilmente será aplicado num uso ordinário desta palavra, isto é, no uso cotidiano do sujeitos que estiverem jogando com essa palavra. Daí decorre que os usos de uma palavra precisam estar de acordo com os jogos que lhes convém.

Ao compararmos isso com o que estávamos discutindo acerca da linguagem matemática adotada na proposta da matemática moderna, suscitamos que o estudante não jogava o mesmo jogo das regras da matemática, em virtude de que cria analogias com regras que descrevem objetos vistos anteriormente, essas analogias podem ser sintáticas, quando se referem simplesmente às regras, ou ainda semânticas, quando se referem a aplicação do sentido usado por aquela regra em um determinado contexto (SILVEIRA, 2015). A nosso ver essas dificuldades acontecem durante o processo de tradução dessa linguagem para uma outra língua, a saber da linguagem matemática à língua natural do estudante. Assim, o estudante acredita que construiu o conceito, mas na verdade sua compreensão deste conceito foi equivocada, conduzindo-lhe ao erro!

Muito embora Wittgenstein (1999) salienta que o novo uso de um conceito pode levar a uma nova *práxis*, concordamos com o autor, mas destacamos que neste caso particular, em que se o aluno não compreender o uso correto da regra dentro do contexto que lhe é solicitado e assim construir o significado daquele objeto, dificilmente poderá construir o uso conceitual do objeto em tela. Neste caso particular do ensino de matemática o estudante precisa construir o uso referencial do conceito que o professor está lhe ensinando afim de que possa estabelecer novos *jogos de linguagem*, e desse modo, construir novos usos conceituais sabendo que não há, conforme destaca o autor, totalidade dos fenômenos linguísticos.

Neste sentido, a compreensão das regras matemáticas ensinadas pelo professor é fundamental, pois a partir delas o estudante poderá estabelecer um jogo linguístico, mesmo que inicialmente isso aconteça de modo referencial. A partir disso poderá atingir um uso normativo podendo alcançar assim uma *práxis*, por exemplo, no caso das operações com números inteiros, em outras palavras operações no *Conjunto dos Inteiros* ($\mathbb{Z}$), em que o estudante aprende as propriedades deste conjunto e posteriormente consegue operar sem grandes dificuldades em virtude do uso que faz destas. Embora haja um apelo grande para que o ensino das operações neste conjunto esteja vinculado a situações do cotidiano o estudante compreende que $a + b = b + a,$ são operações comutativas, isto é, neste caso alterando a ordem das parcelas alcançará no mesmo resultado.

Nesta discussão do apelo ao relacionar o ensino de operações, no conjunto dos números inteiros a situações do cotidiano, chamamos a atenção para a influência do psicologismo, inerente às correntes pedagógicas da educação decorrentes do início do século passado, que buscam relacionar uma tentativa de aproximação do *mundo empírico*, retratado como sendo o mundo *concreto do aluno*, em que consideram que a relação do estudante com este ambiente empírico proporcionaria a abstração do conceito graças às abstrações refletidoras que elaboram operações sobre outras operações na medida em que atingiria as transformações possíveis e não mais apenas reais. Esse tipo de relação com o empírico é muito comum nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e tem influenciado significativamente os livros didáticos adotados pelos professores nas escolas de Educação Básica.

Destacamos que as orientações pedagógicas que atendem a estes princípios, em geral associados ao empirismo ou idealismo, desconsideram os aspectos linguísticos do estudante tomando a linguagem apenas como uma “função essencialmente comunicativa e descritiva dos significados que atribuímos às nossas experiências em geral” (GOTTSCHALK, 2008, p. 74).

Desse modo, as orientações pedagógicas não valorizam a influência que a linguagem exerce na constituição e formação dos conceitos por parte destes estudantes, pois o mais importante é apenas sua relação com o mundo à sua volta.

Por volta da década de 1980, o ensino de matemática, depois de passar por algumas reformas, por exemplo, da *matemática moderna* ainda enfrentava grandes dificuldades. Diante disso houve a necessidade de pensar em novas possibilidades para o ensino desta Ciência. Passou-se então a adotar uma metodologia inspirada no NCTM, a resolução de problemas. Conforme já discutido acima, esta nova metodologia, a resolução de problemas, que também foi inspirada na filosofia dewenyana estava sedimentada em bases psicológicas e adotava uma concepção pragmatista do “aprender a fazer fazendo”, pois Dewey, inspirado em Rousseau, acreditava que a partir da experiência vivenciada “fundada na observação, na experiência, na hipótese, na verificação e na revisão constate de suas conclusões” (TEIXEIRA, 1969, p. 21) o estudante poderia aprender em função daquilo que estava sendo estudado possuir sentido e estar vinculado ao meio natural e na espontaneidade.

Para a proposta da resolução de problemas, particularmente, no ensino de matemática, o professor deveria adotar uma postura de mediador do conhecimento. O professor continuaria em sala de aula, porém não seria mais o centro do processo de ensino e aprendizagem, pois isso acontecia quando o ensino adotava uma postura tradicional/jesuítica. Nesta nova metodologia o foco passou a ser deslocado para o estudante, este passa a assumir o centro do processo de ensino, em virtude de que a partir de suas vivências e experiências levantaria, por mérito próprio, as hipóteses podendo testá-las e chegar a algumas conclusões, de modo que assim estaria construindo seu próprio conhecimento escolar e humano. Com isso o estudante alcançaria autonomia e exerceria a democracia numa sociedade mais humanista.

No Brasil há um livro bastante adotado quando se refere ao ensino a partir da Resolução de Problemas, trata-se do livro *A arte de Resolver Problemas* (1945), de George Pólya (1887 – 1985), nesta obra o autor defendia que o ensino da matemática através da resolução de problemas proporcionaria a exploração do contexto, a elaboração de novos algoritmos, a criação de modelos ou a própria formulação de problemas no desenvolvimento de modelos matemáticos, nas atividades de exploração, investigação e descoberta, na formulação de conjecturas, na discussão e comunicação da linguagem matemática por meio da argumentação e prova (heurística) e ainda na construção de conceitos e a proposição de novos problemas. Dessa forma garantindo o desenvolvimento da criatividade e competências para aprender matemática.

Para o autor:

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato aos meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema (POLYA, 1997, p.1).

Dentre as principais finalidades para adotar esta proposta para o ensino de matemática destaca-se a necessidade de que os estudantes “adquiram habilidades e estratégias que lhes permitam aprender, por si mesmo, novos conhecimentos” (POZO, 1998, p. 9). O *aprender a aprender* não estava presente nas aulas tradicionais, visto que nestas aulas acontecia apenas a transmissão dos conteúdos pelo professor, e essa prática não garantia o desenvolvimento de habilidades e estratégias, haja vista que os estudantes recebiam o conhecimento “empacotado”, fechado em si mesmo, isto é, o professor transmitia o conhecimento pronto e acabado ao estudante e este apenas aplicava nas situações exemplificadas por aquele, sendo assim, não eram capazes de refletir sobre as influências e mudanças culturais, tecnológicas e profissionais que poderiam ocorrer numa sociedade mais flexível como a atual, que possui grandes demandas trabalhistas.

A resolução de problemas aparece como a capacidade dos estudantes de enfrentarem situações e contextos cada vez mais variáveis que exige cada vez mais a aprendizagem de lidar com situações novas e assim garantir a aquisição de novos conhecimentos e habilidades para enfrentar o mundo do trabalho. Assim a resolução de problemas se apresenta como um dos veículos mais acessíveis para levar os alunos a *aprender a aprender* e em oposição a um ensino baseado na transmissão. Pois a

> Solução de problemas se baseia na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos estudantes uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento, em virtude de que pressupõem promover o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Assim, *ensinar os estudantes a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender*, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmo, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor (POZO, 1998, p. 09, grifos nosso).

Da nossa experiência docente tanto na educação básica, como no ensino superior reconhecemos a necessidade do desenvolvimento de estratégias e da capacidade de resolução de problemas. No entanto, essa prática precisa ser bem planejada e orientada pelo professor e também deve garantir o uso formal da linguagem matemática ensinada nas salas de aula que tomam como base os livros-texto. A formalização dos problemas por meio de uma linguagem mais “generalizadora” (característica do pensamento matemático) acontece por meio da linguagem matemática em função de que o tratamento da situação-problema investigada deve assumir características do conhecimento formalizado-escolar para não recair apenas na solução de problemas cotidianos isolados, isto é, que tenha ocorrido apenas numa única situação, em virtude de que o cotidiano geralmente não garante o desenvolvimento de situações que possam ser estendidas a outros ambientes mais gerais.

A resolução de problemas não exige somente atitudes e procedimentos, esta metodologia exige também o conhecimento acumulado pelo estudante durante todo seu percurso estudantil e também das vivências fora da escola. Pois esta prática metodológica contribui para a formação de um cidadão crítico, reflexivo, autônomo, e participativo na sociedade, que não se limita a memorização e definições, mas que esteja voltada para a construção de conhecimentos úteis para compreender e transformar sua realidade.

Na década de 1990, tendo como base o NCTM, que orientava o uso da prática metodológica da resolução de problemas, o Ministério da Educação (MEC) do Brasil lançou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Esse documento deveria orientar e nortear a prática pedagógica e metodológica dos professores da educação básica, a produção de materiais didáticos e também a formação inicial e continuada de professores para atuarem neste segmento de ensino, além disso, "indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para "fazer Matemática" na sala de aula" (BRASIL, 1998, p. 16).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam alguns dos eixos que foram abordados na elaboração da nova proposta para mudança no currículo de matemática, essa proposta em oposição ao que tinha sido implantado pela *matemática moderna* busca um ensino de matemática que tenha mais significado na vida do aluno, não necessariamente destacando suas práticas cotidianas, mas que a escola pudesse oferecer um ensino que contemplasse um:

> - direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
> - importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
> - *ênfase na resolução de problemas*, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
> - importância de se trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
> - necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação (BRASIL, 1998, p. 21, grifo nosso).

Essa proposta coloca a matemática como elemento importante na formação do estudante como um cidadão crítico capaz de analisar e tomar decisões a respeito de sua ação no mundo e sobre o mundo. A ideia dessa nova proposta curricular era superar a proposta anterior que tinha a "insistência no trabalho com os conjuntos, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da matemática às suas aplicações práticas” (*idem*) a implantação dessas intervenções daria a partir de ações mais humanizadas para os estudantes.

Diante disso o PCN elegeu como objetivos:

- compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;
- posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
- conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao país;
- conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro, bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais;
- perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;
- desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
- conhecer o próprio corpo e dele cuidar, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da

> qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva;
>
> - utilizar as diferentes linguagens. verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal. Como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
> - saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
> - questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p. 30).

Esses objetivos colocam os estudantes com maior possibilidade de intervir no mundo avaliando-o não apenas pelo que sabem, em termos de domínio de conteúdos ensinados na escola, mas, principalmente, pelo que podem fazer com estes conteúdos aprendidos na escola e fora dela. Muito embora, o PCN traga uma nova maneira de perceber o ensino de matemática a partir de perspectivas como a Transdisciplinaridade e Interdisciplinaridade reconhecemos que sua proposta quando analisada epistemologicamente ainda está embasada em teorias cognitivistas por vezes de cunho idealistas, dando pouco valor à linguagem matemática, por esta não fazer sentido na realidade do estudante. Conforme aponta Lessa (2012, p. 67), este documento "pode ser entendidos como uma proposta que contribui para efetivação do direito à educação, definido na Constituição de 1988 e ratificado na LDB de 1996, na medida em que atuam como referência que subsidia, ordena, fomenta e formaliza práticas que visam melhorar a qualidade do ensino".

4.1 Pesquisas acadêmicas a respeito da Linguagem e Matemática

Apesar de reconhecer a necessidade dos estudantes de se expressarem nas diferentes linguagens, o PCN, de base idealista, não oferece grande valorização à linguagem matemática, pois esta linguagem apenas descreveria os *entes* matemáticos presentes em uma realidade ideal ou mesmo de expressões de processos mentais (GOTTSCHALK, 2014). Conforme já apontado anteriormente esta concepção se distancia da proposta da matemática moderna por valorizar demasiadamente a linguagem matemática, por exemplo, com a implantação da teoria dos conjuntos no currículo da Educação Básica. Diante disso, as pesquisas envolvendo e/ou que tinha como destaque a linguagem matemática surgiram, inicialmente sob a ideia de alfabetização matemática com Danyluk (1988) que realizou um estudo sobre o ato de ler e o ato de ler a linguagem matemática, onde a leitura é entendida como atos de compreender, interpretar e de transformar. Aborda a situação do ensinar a ler e a escrever a linguagem matemática, ou seja, a da *Alfabetização Matemática*, tal como ela ocorre nas séries iniciais de escolarização.

Para a autora da pesquisa a Alfabetização Matemática que ocorre na sala de aula se mostrou como uma relação entre professora e aluno não envolvente, pois ambos os elementos estavam descompromissados. O professor, por não se mostrar responsável por aquilo de matemática que ensina, por não procurar ouvir e compreender as indagações e necessidades dos seus alunos, já os alunos, por se deixarem sucumbir à facilidade da aprendizagem mecânica, onde não é preciso que se coloquem como seres pensantes. Isso mostra que o ensino da Alfabetização Matemática ocorre em uma situação onde todos os seres envolvidos nesse contexto estão distanciados do entendimento do significado e referência atribuídos pelo emissor do texto, da reelaboração do texto, atribuindo-lhe novos significados e referências, enriquecendo, assim, o seu horizonte como ser que é no mundo. Pois ao agir desse modo, os sujeitos envolvidos não permitem que a leitura se mostre naquilo que ela é, ou seja, como uma possibilidade de comunicação entre os homens que expressam o que compreendem e interpretam do Ser. Apenas permanecem no limite da linguagem vazia de significado e do ensino e da aprendizagem mecânica de códigos linguísticos.

Outra pesquisa precursora a respeito da produção e interpretação de textos matemáticos é a de Rabelo (1995) que realizou um estudo em que analisou a competência da produção e interpretação de textos matemáticos por crianças de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental. Para tanto, criou na escola um ambiente de vivências com variados tipos de textos envolvendo a matemática, por exemplo, curiosidades matemáticas, história da matemática, pensadores e personalidades da matemática, etc. Tomando como base a metodologia da Resolução de Problemas os resultados da pesquisa apontaram mudanças na postura dos professores em relação à matemática e quanto ao seu ensino e nas atitudes dos estudantes na maneira de aprender além de destacar a elevada competência desses estudantes ao resolverem problemas nas aulas de matemática.

A pesquisa de Feio (2009) teve como objetivo identificar e analisar quais as possíveis dificuldades advindas da linguagem que alunos enfrentam na conversão da língua natural para a linguagem matemática. As análises das informações que foram coletadas no decorrer do processo investigativo revelaram que, na perspectiva dos alunos, a conversão da língua natural para a linguagem matemática se depara com quatro tipos de dificuldades: a primeira apontou para o fato de existirem em cada registro de representação de um mesmo objeto matemático, diferentes conteúdos a serem mobilizados; a segunda mostrou que os alunos fracassam ao realizar a conversão da língua natural para a linguagem matemática quando não interpretam corretamente as regras matemáticas implícitas no enunciado de uma situação problema; a terceira surgiu do fato de existirem no texto de uma situação problema, palavras que os alunos não compreendiam o seu significado ou que geravam ambiguidade de sentidos; a quarta surgiu a partir do fato dos alunos não conseguirem compreender o significado matemático das letras utilizadas nos enunciados dos problemas.

A pesquisa de Corrêa (2008) aponta que na matemática nós enfrentamos o problema de desenvolver a mente do estudante por meio de informação e comunicação. Por isso parece valer a pena estudar a interação entre comunicação e cognição, e ainda, como esta interação se configura por meio de signos. Na escola nós usamos dois sistemas linguísticos: a língua materna e a língua matemática. O primeiro é projetado mais para expressar nossas emoções e pensamentos, enquanto o segundo tem como tarefa principal a representação de relações objetivas. A educação matemática precisa das duas. Esta necessidade de coexistência nos leva a pensar na complementaridade dessas linguagens, nos tipos de signos que elas produzem e como estes signos interagem. Este trabalho apresenta vários exemplos e estudos desta dualidade de sistemas de signos que governam o desenvolvimento matemático na educação e teve como objetivo mostrar a dependência que o pensamento matemático tem dos seus instrumentos e meios, revelar a complementaridade dos sistemas de signos (representacional e comunicacional) no processo de aprendizagem da matemática.

Pinto (2009) apresenta, em sua pesquisa, um mapeamento dos usos da linguagem em salas de aulas de matemática a partir de Modelos de Campos Semânticos e dos Jogos de linguagem de Wittgenstein. A análise se deu mais especificamente como professores utilizam a linguagem para comunicar-se com seus alunos durante as aulas buscando seus pontos de aproximação e distanciamento. A partir dos resultados da pesquisa foi possível elencar “eventos” que caracterizaram alguns usos da linguagem, por fim, são fundamentais para constituir nosso mapa como um jogo de linguagem da sala de aula de matemática.

A pesquisa de Ripardo (2009) buscou identificar que fatores têm contribuído para que o professor de matemática tenha dificuldades em produzir textos. Para tanto, procurou identificar os fatores vinculados à formação do professor de matemática, desde a educação básica até o nível superior, que condicionam as suas dificuldades em produzir textos, procurou ainda analisar as influências do modo como o professor de matemática se relaciona com a produção textual para a sua prática docente em matemática. Tais professores não evidenciam em suas falas a importância da produção textual no ensino de matemática, como também não a usam em suas práticas docentes. Uma das conclusões chegadas com esta pesquisa foi verificar que o problema com a produção textual apresentada pelos professores de matemática tem início na Educação Básica e perpetua-se no ensino superior. A ausência com esse tipo de experiência se reflete na sua prática pedagógica, pois os professores não vislumbram a importância, e, consequentemente, possibilidades de uso que superem o modelo de escrita transacional nas aulas de matemática.

Medeiros (2010) estudou a comunicação na aula de Matemática dos professores em formação com especial atenção às suas concepções e práticas de explicação no período de seu estágio. Os estudos sobre as concepções e práticas do professor em formação propiciam compreender o seu modo de ser e de agir, além disso, assume um papel importante à perspectiva teórica sobre a comunicação nas aulas de Matemática, no que tange a regulação do trabalho nas aulas e a comunicação e o desenvolvimento de significados, onde se situam as explicações do professor e dos alunos, e a comunicação e as experiências no estágio. Os resultados apontaram para o modo como os futuros professores usam a comunicação para regular o trabalho nas aulas, tendo revelado para alguma capacidade profissional, enquanto outros ainda não conseguiam lidar plenamente com este aspecto da prática de comunicação. As concepções dos professores valorizam aspectos distintos para alguns este tipo de comunicação deve ser preparado e claro enquanto para outros, cabe ao professor fazer sínteses baseadas nas explicações dos alunos. Por outro lado, as práticas se assemelham e nelas emergem explicações instrucionais e disciplinares, bem como explicações dos alunos. Foi importante a contribuição dos diferentes professores formadores e colegas no processo de aprender a ser professor de Matemática. (a importância da comunicação por parte do professor de matemática em suas práticas evidencia que a aprendizagem dos estudantes seja mais efetiva, pois o professor oferece mais argumentos convincentes a esses estudantes).

Monteiro (2016) buscou compreender em que medida, tanto a tradução quanto a criação de novos termos para a língua indígena, cumpririam a intenção de transferência dos significados e levaria os indígenas ao conhecimento matemático tido como referência. O campo de pesquisa foi explorado entre os professores indígenas dos povos Xerente e Karajá. A problemática desta pesquisa surgiu do seu trabalho como professor/formador do curso de Formação Inicial em Magistério Indígena do Estado do Tocantins com esses povos, dentre os quais constatei que, em meio à língua materna, era utilizado o português exclusivamente para termos e expressões da matemática, fato que indicava a inexistência deles naquelas línguas indígenas. Diante disso, surge a questão: como lidar com a proposta, presente na literatura analisada, de se criar ou traduzir novas terminologias em línguas indígenas que denotem a linguagem matemática? O referencial teórico adotado se inspira nos conceitos de Jogos de Linguagem, Gramática, Formas de Vida, Uso e Semelhanças de Família, desenvolvidos pelo filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein, assim como os estudos sobre Multiculturalismo e Etnomatemática e os Estudos da Tradução. Foram realizadas entrevistas com professores indígenas Xerente e Karajá. Contribuíram ainda com a análise dos dados, além do seu o diário de campo elaborado por ocasião do Curso de Formação Inicial em Magistério Indígena, em nível médio, ofertado pelo governo do Tocantins, assim como observação de uma aula de matemática em uma escola indígena de uma aldeia Xerente. A pesquisa revela que tanto a tradução de palavras da língua portuguesa para a língua indígena quanto a criação de novos termos para a língua indígena não cumpririam a intenção de transferência dos significados que levaria os indígenas ao conhecimento matemático tido como referência.

Silveira (2005) teve como objetivo mostrar que o sujeito aprendente, ao se deparar com um conceito matemático já construído por ele, pode, em outro contexto, atribuir-lhe novos sentidos e resignificá-lo. Para tanto, a investigação se apoiou em duas teorias filosóficas: a filosofia de Immanuel Kant e a filosofia de Ludwig Wittgenstein. Também buscou subsídios teóricos em autores contemporâneos da filosofia da matemática, tais como Gilles-Gaston Granger, Frank Pierobon, Maurice Caveing e Marco Panza. No decorrer do processo da aprendizagem, o conceito matemático está sempre em estado de devir, na perspectiva do aluno, mesmo que este conceito seja considerado imutável sob o ponto de vista da lógica e do rigor da Matemática. Ao conectar o conceito com outros conceitos, o sujeito passa a reinterpretá-lo e, a partir desta outra compreensão, ele o reconstrói. Ao atribuir sentidos em cada ato de interpretação, o conceito do objeto se modifica conforme o contexto. As estruturas sintáticas semelhantes, em que figura o objeto, e as aparências semânticas provenientes da polissemia da linguagem oferecem material para as analogias entre os conceitos. As conjeturas nascidas destas analogias têm origem nas representações do objeto percebido, nas quais estão de acordo com a memória e a imaginação do sujeito aprendente. A imaginação é a fonte de criação e sofre as interferências das ilusões provenientes do ato de ver, já que o campo de visão do aluno está atrelado ao contexto no qual se encontra o objeto. A memória, associada às experiências vividas com o objeto matemático e à imaginação, oferece condições para a resignificação do conceito. O conceito antes de ser interpretado pelo aluno obedece às exigências e à lógica da matemática, após a interpretação depende da própria lógica do aluno. A modificação do conceito surge no momento em que o sujeito, ao interpretar a regra matemática, estabelece novas regras forjadas durante o processo de sua aplicação. Na contingência, o aluno projeta sentidos aos objetos matemáticos (que têm um automovimento previsto), porém a sua imaginação inventiva é imprevisível. Nestas circunstâncias, o conceito passa a ser reconstruível a cada ato de interpretação. As condições de leitura e de compreensão do objeto definem a construção do conceito matemático, a qual está em constante mudança.

5. Jogos de Linguagem na Tradução da geometria plana na Educação Básica

O desenvolvimento linguístico do sujeito garante-lhe uma melhor compreensão do mundo e dos conceitos que lhes são ensinados. No que diz respeito ao avanço escolar o estudante que apresenta um desenvolvimento linguístico superior aos demais colegas certamente apresentará uma melhor compreensão daquilo que está sendo ensinado. Sem contar que a formação do conceito matemático para o próprio estudante se torna muito mais claro do que para aqueles que não alcançaram esse o mesmo desenvolvimento.

A produção dessa pesquisa apontou compreensões acerca de como os estudantes aprendem matemática. Uma das questões que destacamos é a linguagem e como seu papel influencia decisivamente na atuação do professor ao ensinar para os seus alunos. Uma análise no que diz respeito à matemática como constituinte de uma linguagem permite a estes alunos compreender o processo de construção dessa ciência como algo que se deu por humanos a partir de suas práticas e a validados desse saber se deu a partir da própria comunidade matemática que é constituída por seres humanos, portanto uma prática estritamente humana.

Entendemos que o estudante que não domina a matemática durante o seu percurso escolar enfrenta grandes problemas, como também por ser vista estritamente como conceitos abstratos, sem sentido em seu mundo cotidiano, pois o tratamento que é dado a esse tipo de conhecimento não compreende como um processo linguístico ou que se desenvolveu a partir dele.

Assim, a compreensão da linguagem, segundo Wittgenstein, coincide com o domínio de um conjunto de técnicas, isto é, são jogos que são estabelecidos entre falantes e que determinam os seus modos de agir. Nessa direção entendemos que os modos de agir nas aulas de matemática demanda necessidade de realizar tradução da sua linguagem para aprendê-la, haja vista que esta proporciona à humanidade ter maior acesso ao conhecimento, pois a matemática permite ao ser humano enxergar coisas que jamais perceberia por meio dos sentidos. Isso se dá, em função da sua linguagem.

No sentido de compreender esse processo de tradução iniciamos por analisar o que já havia sido produzido na área fazendo um levantamento das dissertações e teses publicadas até o final do ano de 2017. Além da consulta aos documentos oficiais orientadores da educação e também uma análise acerca das avaliações de larga escala como o PISA e Prova Brasil, já que esta última subsidia o cálculo do IDEB.

Os dados que esta pesquisa analisou estão orientados a partir de eixos temáticos. No eixo I fizemos um levantamento a respeito da produção científica na área de Educação Matemática, que tomavam a linguagem como temática, seguido de alguns documentos oficiais. No eixo II, que se constituiu a partir da execução de um projeto no qual desenvolvemos atividades e entrevistas realizadas com estudantes da Educação Básica que buscou compreender a dimensão da formação do aluno a partir da construção dos conceitos matemáticos numa perspectiva linguística. Neste sentido, o primeiro eixo procurou analisar os documentos oficiais e a importância e/ou destaque que dão à linguagem matemática como elemento de aprendizagem.

A partir desse momento passamos a analisar o destaque que os documentos oficiais dão à linguagem matemática. Esses documentos orientam a prática do professor e o modo de agir da escola.

Ao analisar como os documentos oficiais abordam a linguagem matemática, observamos que as *diretrizes para os cursos de matemática* (licenciatura e bacharelado) apontam para o uso de conhecimentos específicos como o Cálculo diferencial e integral; os Fundamentos de análise Matemática; os Fundamentos de álgebra; os Fundamentos de geometria; e da Geometria analítica que são tratadas apenas segundo uma dimensão conceitual, isto é, apenas a partir da perspectiva do conceito, indicando um uso prioritariamente referencial que não faz sentido para os estudantes.

Uma análise no que diz respeito à matemática como constituinte de uma linguagem permite ao estudante compreender o processo de construção dessa ciência como algo que foi construída por humanos e seus valores de verdade se deu a partir da própria comunidade matemática.

Com efeito, a atividade de ensinar é também uma atividade linguística, pois o professor tem como matéria-prima a linguagem que faz com que seja atribuído sentido à compreensão do conceito por parte de seu aluno. Ao praticar essa atividade o professor de matemática não se restringe às normas gramaticais da língua natural, sua atuação se dá no sentido de oferecer ao estudante elementos que o faça traduzir uma informação, geralmente escrita, para um campo de compreensão que tenha sentido em um uso próprio, que pode ser a própria escola ou em situações extraescolares.

As pesquisas acadêmicas em Educação Matemática que têm a Linguagem como campo de estudo vem crescendo e buscar compreender como se dá o desenvolvimento linguístico do estudante. Em oposição a esse crescimento das pesquisas estão os índices de avaliação da educação brasileira, particularmente nas séries finais do ensino fundamental e ensino médio, que tem registrado cada vez mais desempenho pouco satisfatório, como é o caso do IDEB.

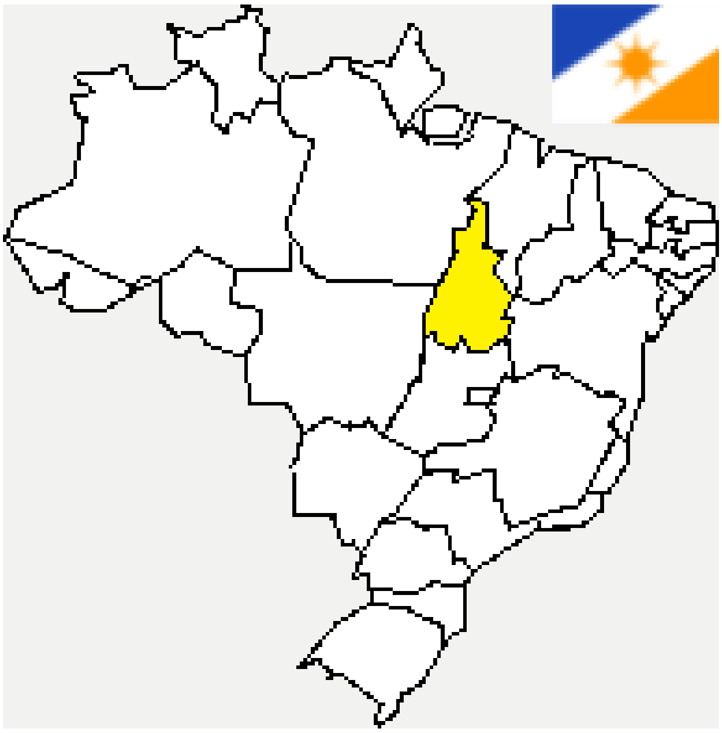
Como espaço de análise e reflexão sobre esse quadro da educação brasileira, particularmente da aprendizagem de matemática passamos agora à análise do material produzido na pesquisa de campo. O desenvolvimento de tal pesquisa se deu com uma turma de alunos da escola Estadual Brigadeiro Felipe, localizada no município de Arraias, na região sudeste do estado do Tocantins. Conforme já anunciado, no percurso metodológico, o material produzido se deu a partir de duas ações desenvolvidas com base na disciplina de Estágio Curricular Supervisionado, do curso de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT).

A primeira ação se deu no processo formativo de duas estagiárias que cursavam as disciplinas de Estágio Supervisionado e a segunda ação se concretizou com o desenvolvimento do projeto de intervenção na escola com estudantes que apresentavam baixo rendimento nas avaliações da disciplina de matemática.

Buscou-se assim situar o lócus da pesquisa afim de que esclareça ao leitor todo o caminho metodológico percorrido ao realizar esta pesquisa. Inicialmente apresentamos o estado do Tocantins, que foi criado pelo artigo 13 do Ato das Disposições Constitucionais Transitórias da Constituição, em 05 de outubro de 1988, é o mais jovem estado brasileiro. Sua criação aconteceu juntamente com a promulgação da Constituição da República Federativa do Brasil. Sua criação se deu a partir do desmembramento do estado de Goiás, posteriormente a lutas históricas da população da região que se formou a partir do ciclo da mineração no século XVIII. Essa região, que se localizava ao norte do estado goiano, foi explorada em função das suas riquezas minerais pelos bandeirantes (de origem sul e sudeste) e nordestinos (originários das regiões norte e nordeste do país) e posteriormente pela implantação da produção agropecuária, ainda predominante (PARENTE, 2007).

Na figura 1, abaixo, apresentamos a localização do Tocantins em relação ao mapa do Brasil, que a partir da divisão do estado do Goiás, passou a fazer parte da região norte do país. Sua extensão territorial limita-se com estados da própria região (Pará), do Nordeste (Maranhão, Piauí e Bahia) e Centro-Oeste (Mato Grosso e Goiás).

Figura 1 - Localização do estado do Tocantins (TO) no mapa do Brasil



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Tocantins#/media/File:Tocantins_in_Brazil.svg

De acordo com os dados do IBGE (2010) a população está estimada em 1.550.194 (um milhão, quinhentos e cinquenta mil, cento e noventa e quatro) pessoas, com densidade de 4,98 hab/km^2. Atualmente, sua capital é a cidade de Palmas, que está situada na região central do estado. A economia se baseia no comércio, na produção do agronegócio, principalmente na pecuária, o qual ocupa a 11º posição no *ranking* nacional na produção de bovinos, e na produção de grãos com mais de 4,5 milhões de toneladas na safra de 2016/2017 (SEDEN, 2018).

No que tange à educação, no ano de 2015 foram matriculados, na rede básica de ensino 319.843 alunos, dos quais 251.179 faziam parte do ensino fundamental. Neste ano os alunos das séries finais alcançaram a nota *4,1* no IDEB, apesar do resultado ter crescido em relação à avaliação anterior, no ano de 2013, o estado não alcançou a meta que era atingir a nota *4,6* estipulada no Plano Estadual (PEE/TO) e no Plano Nacional de Educação (PNE).

A plataforma Qedu[17], que em parceria com fundação Lemann, analisam os dados disponibilizados pelo sistema público de ensino, classifica a proficiência de desempenho dos alunos numa escala dividida em quatro níveis, a saber: insuficiente, básico, proficiente e avançado. Para elaborar essa escala tomaram como base os números de pontos obtidos na Prova Brasil.

Essa plataforma tomou como base a matriz de referência da Prova Brasil, que classifica as competências e habilidade que os estudantes devem possuir para cada ano e etapa avaliada. A escala Qedu ficou assim classificada: **Avançado** (pontuação igual ou acima de 350 pontos na escala da Prova Brasil) – possui aprendizado além da expectativa, diante disso, recomenda-se, para os alunos neste nível, atividades desafiadoras; **Proficiente** (300 a 349 pontos) – os alunos neste nível encontram-se preparados para continuar os estudos, isto é, possuem domínio para operar com a linguagem matemática, sendo assim, recomenda-se atividades de aprofundamento; **Básico** (225 até 299) – os alunos neste nível precisam melhorar, isto é, dominam minimamente os conceitos e apesentam dificuldades para operar com a linguagem matemática, para este público sugere-se atividades de reforço; **Insuficiente** (pontuação de 0 a 224 pontos) – os alunos neste nível apresentaram pouquíssimo aprendizado, ou seja, não aprenderam os conceitos e dificilmente conseguem operar com conteúdos da sua série, neste caso, mais crítico, é necessário a recuperação de conteúdos.

Com base na escala Qedu os dados referentes ao IDEB do Tocantins no ano de 2015, revelaram que a proficiência dos alunos foi classificada com apenas 1% em nível avançado, isto é, apresentaram conhecimentos acima do

[17] https://www.qedu.org.br/sobre

esperado; 8% proficiente, pois possuía o domínio esperado nas avaliações; 53% desses estudantes apresentaram domínio básico, ou seja, pouca aprendizagem dos conteúdos matemáticos; e 38% foram classificados como insuficientes, isto é, apresentaram quase nenhum conhecimento dos conceitos daquilo que foi avaliado. Ressaltamos que os conteúdos avaliados fazem parte do currículo escolar.

De acordo com tal análise apenas 9% dos estudantes tocantinenses, aprenderam o que é considerado adequado para as séries finais do ensino fundamental, pois estão classificados nos níveis avançado e proficiente, os 91% restante estão de acordo com os níveis básico e insuficiente, isto quer dizer que os estudantes não dominam quase nada dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, fica explícito o desafio e a necessidade que o estado tem em mudar a direção de suas políticas educacionais de forma que seja garantido e assegurado a aprendizagem de matemática, conforme aponta a Meta 7 do PNE, e Meta 23 do PEE/TO, que buscará “fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem de modo a atingir as seguintes médias nacionais para o IDEB: média 4,7, no ano de 2015 e média 5,0 no ano de 2017”.

A educação no estado, particularmente nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio apresentam índices abaixo da média nacional, como pode ser observar no IDEB[18]. Por força da lei há um esforço do governo estadual para superar as dificuldades e atingir as metas das políticas nacionais, conforme está expresso no Plano Estadual de Educação (PEE/TO), na sua Meta 3, a qual buscará:

> Garantir a oferta com qualidade social, do ensino fundamental de 9 (nove) anos para toda a população de 6 (seis) a 14 (quatorze) anos de idade e que, pelo menos, 95% (noventa e cinco por cento) dos(as) alunos(as) concluam esta etapa na idade recomendada, até o último ano de vigência deste PEE/TO (TOCANTINS, 2015, p. 5).

Essa proposta estará em consonância com o que será desenvolvida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a nível nacional levando em consideração as especificidades sóciohistóricas e geopolítica tocantinense, de

[18] http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=2501384

modo que esteja articulado com os Projetos Político Pedagógico (PPP) das escolas (TOCANTINS, 2009).

Ao descentralizar a leitura panorâmica do estado e passando a observar o município de Arraias, no qual fizemos a pesquisa de campo, o cenário se apresenta ainda mais caótico. Pois, o IDEB atingido pelas escolas da rede estadual de ensino, neste município, ficou muito longe da meta estabelecida, se agravando principalmente a partir da avaliação de 2011, quando apresentou variações nos resultados observados, conforme pode ser notado na tabela 9, abaixo.

Tabela 9 - IDEB anos finais do EF de Arraias (TO)

8ª série / 9º ano

	Ideb Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Tocantins	3.4	3.6	3.9	3.9	3.7	3.8	3.4	3.5	3.8	4.2	4.6	4.8	5.1	5.4

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=727147

Os resultados observados na tabela 9, demonstram grande preocupação, pois não apresentam um avanço contínuo e a cada avaliação se distancia cada vez mais da meta. Considerando a edição do IDEB de 2015, ao tomarmos a escala da plataforma Qedu como referência verificamos que 53% dos estudantes estão classificados no nível **básico**, aqueles que precisam melhorar a aprendizagem, por outras palavras, precisam de reforço escolar; e 43% encontram-se no nível **insuficiente**, isto é, apresentam pouquíssimo conhecimento daquilo que estudou durante os 9 anos que frequentaram o ensino fundamental.

Assim sendo, constatamos que apenas 4% desses estudantes demonstraram **aprendizagem adequada**, isto é, foram classificados nos níveis *avançado* e *proficiente* no que diz respeito ao domínio das competências e habilidades necessárias para esse nível de ensino. Interessante observar que tal situação, de *não-aprendizagem,* também está presente na área de língua portuguesa, em que apenas 22% desses estudantes possuem aprendizagem adequada. No quadro 1, abaixo, sintetizamos os resultados do nível de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática a partir da edição do IDEB 2015, obtidos com base na análise realizada pela plataforma Qedu.

Quadro 1 - Nível de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática

Nível de proficiência							
Matemática				Língua Portuguesa			
Avançado	Proficiente	Básico	Insuficiente	Avançado	Proficiente	Básico	Insuficiente
1%	3%	53%	43%	1%	21%	62%	16%

Fonte: http://www.qedu.org.br/cidade/3474-arraias/proficiencia

De acordo com a análise somente os estudantes que estão nos níveis avançado e proficiente são os que possuem aprendizagem adequada àquela etapa avaliada. Em geral boa parte das dificuldades enfrentadas estão relacionadas a lacuna que há entre *aquilo que estudam na escola, o que são avaliados nos testes de larga escala, a prática metodológica adotada pelos professores e a relação com o seu cotidiano*. Esses alunos se queixam de que “não tem nada a ver! as provas têm coisas muito diferentes do que estudaram na sala de aula[19]”, desse modo, não compreendem que o contexto de mobilização e aplicação dos conceitos matemáticos são os mesmos, o que difere são as práticas ‘pedagógicas’. Para esses estudantes as regras matemáticas empregadas em um contexto (atividade de sala de aula), são diferentes do outro contexto (avaliações em larga escala[20]), isso evidencia uma perspectiva *referencialista* da linguagem matemática, pois não visualizam que é possível estabelecer relações nos contextos em que estão empregadas. Wittgenstein elucida que o modo como se faz o uso das palavras é a fonte que torna constituidor de significados.

Esse cenário de apenas 4% dos estudantes do município demonstrarem aprendizagem adequada conflita-se com uma taxa de 97,6% de escolarização na faixa etária de 6 a 14 anos (idade com a qual os estudantes devem cursar o 9º ano do ensino fundamental). Ao analisarmos o perfil e assim a trajetória desses estudantes verificamos que cerca de 39% não frequentaram a educação infantil, decorrente disso, foram alfabetizados somente ao

[19] Relato de um aluno ao ser entrevistado pelo pesquisador.
[20] Por exemplo: Prova Brasil, ENEM, etc.

ingressarem na escola já na primeira série (ou primeiro ano, no modelo de 9 anos), sendo que 41% reprovaram alguma vez durante o percurso estudantil.

Em consonância com tal situação verificamos no resultado da PNAD contínua (2017) que cerca de 7% da população brasileira ainda não sabe ler e escrever. Na região norte esse percentual sobe para 8%, e no estado do Tocantins ultrapassa 10,2% isso mostra que a educação não alcançou a Meta[21] 9 do PNE estabelecida ainda para o ano de 2015 que era de 6,5%. Ao se observar o índice de analfabetismo entre crianças e jovens de 5 a 17 anos verificamos que o país possui uma taxa de 11,4% e a região Norte chega a 15,6% demostrando que as Metas 2, 3, 5, 7 e 9 ainda não foram concretizadas, portanto, devem ser cumpridas pela união, estados e municípios até o ano de 2024, prazo de vigência do atual PNE.

Desse modo, os resultados apontados nesta pesquisa da PNAD, realizada em nível nacional, não se revelam suficientes para cumprir a meta de erradicação do analfabetismo no país até o ano de 2024. Isso demonstra a urgência com a qual o estado precisa fortalecer o seu papel assegurando a ampliação e oferta de ações que busquem superar essa desigualdade entre os cidadãos no sentido de erradicar o analfabetismo. Além disso, cumpre salientar que a alfabetização matemática, entendida como sendo um “fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático” (DANYLUK, 1997, p. 12), é algo a ser aprendido por esse público, haja vista que a matemática contribui para a formação de um cidadão autônomo que ao aprendê-la o torna capaz de imaginar outras realidades possíveis na construção e compreensão do sentido do mundo em que vive (GOTTSCHALK, 2009).

Na sequência das reflexões desta pesquisa passamos a analisar como a linguagem matemática está observada em documentos oficiais e orientadores da educação brasileira. Pretendemos assim verificar que importância e tratamento é dado a esta linguagem.

[21] Elevar a taxa de alfabetização da população com 15 anos ou mais para 93,5% até 2015 e, até o final da vigência deste PNE, erradicar o analfabetismo absoluto e reduzir em 50% a taxa de analfabetismo funcional.

5.1 O que dizem os documentos oficiais a respeito da linguagem matemática

A educação brasileira sofreu grande influência do pensamento positivista, inicialmente por destacar sua oposição ao sistema educacional jesuítico, e posteriormente por dar base à ciência através dos métodos científicos. Em função disso, as leis e documentos de orientação do ensino estiveram ancorados numa perspectiva que carece de análise e incentivo ao pensamento crítico, pois estiveram, em grande parte, voltados para os aspectos tecnicistas. Em decorrência disso, houve a fragmentação do conhecimento em disciplinas e também a especialização, o que em muitos casos acreditamos ter assumido uma perspectiva referencialista de educação limitando o estudante a uma formação condicionada somente àquilo que lhe era ensinado a partir de modelos das ciências da natureza, dada a sua objetividade e capacidade de verificação e experimentação. Esse tipo de formação pode inibir a aptidão intelectual dos sujeitos (DURKHEIM, 1975).

Essa visão de ciência influenciou na elaboração dos documentos da educação brasileira. Com isso houve a supervalorização dos conhecimentos enciclopédicos e um esvaziamento dos aspectos pragmáticos do ensino.

Esses documentos que regulam e/ou orientam a educação no país tem como objetivo garantir, assegurar e indicar caminhos, afim de que os estudantes tenham acesso ao conhecimento socialmente construído, acumulado e socializado pela humanidade de modo que se constituem como instrumentos para o desenvolvimento, a socialização, o exercício da cidadania democrática e a atuação no sentido de refutar ou reformular as deformações dos conhecimentos, as imposições de crenças dogmáticas e a petrificação de valores (BARRETO, 2000), buscando assim formar cidadãos capazes de interferir criticamente na realidade para transformá-la em benefício do próprio bem-estar social (LIBÂNEO, 1995).

Assim, a formação plena desse cidadão se dará em grande parte pelo seu convívio na escola e está assegurada na Constituição Federal, no artigo 205, como sendo “a educação, direito de todos e dever do Estado e da família”, de tal modo “será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”. Ao se referir aos estudantes do ensino fundamental, anos finais, nível de ensino no qual fizemos nossa pesquisa, o artigo 32, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBN, Lei nº 9394/96), seção III, dispõem que essa formação se dará mediante o “o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo” destacando assim a importância do desenvolvimento e domínio dessas habilidades.

Os parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também evidenciam a necessidade do estudante utilizar as “diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar as ideias, interpretar e usufruir das produções culturais em contextos públicos e privado, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação”, no entanto, essas orientações assumem uma concepção comunicativa ou de tradução de símbolos indicando que a matemática possui uma concepção referencial da linguagem que está a procura de uma tradução equivalente. Por outras palavras, podemos dizer que ao adotarmos uma análise, desse modo, uma terapia, a linguagem passa a “incidir sobre o *pensamento expresso linguisticamente*, e não mais sobre a *expressão linguística* do pensamento” (MORENO, 2005, p. 245).

Em superação a essa concepção de linguagem assumida pelos PCN, qual seja, de que o modelo lógico de uso dogmático é que forneceria sentido ao que estaria sendo estudado, apontamos que a *terapia* oferecida por Wittgenstein nos conduz a uma compreensão de que a *cura* dessas “incompreensões”, ou ainda, dessa não-aprendizagem dos conteúdos estudados não seria de natureza cognitiva, mas decorrentes dos *usos* conceituais inadequados nas/das diferentes aplicações que são realizadas por esses estudantes.

Importante salientar, conforme esclarece Wittgenstein, que toda palavra ou signo sozinho parece morto, isto é, por si só é vazio de significado, carecendo do uso para que adquira significado (IF, $ 432), esse uso evidencia que não é possível construir significado fora da linguagem, pois no significado já há uma aplicação linguística. Concordar com a existência de algo fora da linguagem, portanto, extralinguístico é admitir uma concepção essencialista, que no caso da matemática seria assumir que os significados dos conceitos não foram originários de construções convencionais normativas resultantes de práticas sociais, mas que possivelmente já existiria antecipadamente no mundo.

Outro ponto a ser destacado na luta da superação de fundamentos extralinguísticos está relacionado aos aspectos da busca por sentido no ensino de matemática, pelo fato de que essa prática geralmente está ancorado na experiência. Nos documentos oficiais e de orientação do ensino essa visão aparece no intenso apelo à contextualização dessa ciência, nos quais o sentido seria alcançado simplesmente pela descrição dos usos dos conceitos (MORENO, 2001). Essa concepção levanta a ilusão que esse uso descritivo seria o suficiente para superar as dificuldades de aprendizagem, quando na verdade é apenas mais um uso que podemos fazer da matemática, que se distancia das práticas recorrentes em sala de aula.

Gottschalk (2002) nos elucida que:

> Ao resolver um problema utilizando-se de certos conceitos matemáticos, o aluno mostra que sabe usar esses conceitos cujo significado está no próprio uso que deles se faz – e não há um significado “essencial” que emane dos problemas cotidianos ou apresentados pelo professor em sala de aula, como se o conhecimento matemático surgisse da situação empírica e, portanto, “significativa”. Deixar de perceber essa distinção implica reforçar crenças como a de que a matemática seja uma generalização da experiência ou de que o significado seja “construído” naturalmente, como se houvesse uma única racionalidade a nos guiar a ação (GOTSSCHALK, 2002, p. 152).

Conforme aponta a autora, a matemática não é unicamente uma generalização da experiência ou ainda que emane de situações presentes no cotidiano considerado como sendo a contextualização, por mais que na sua gênese tenha tido uma grande ligação com a atividade cotidiana. Na verdade a contextualização no ensino de matemática tem sido uma tentativa de mostrar como determinados conteúdos têm aplicações sociais imediatas, renegando-a como um *jogo de linguagem*, que possui semelhanças em diferentes usos. Ao adotar esse princípio reconhece que esses conceitos ensinados possui apenas uma limitada possibilidade de aplicação, pois à medida que não se consegue mais fazer tais relações com o cotidiano encerra-se as aplicações, isto é, não se consegue mais fazer o uso de tais conceitos.

Assim, no que diz respeito à contextualização, conforme apontamos acima, é inegável a necessidade de que o estudante possua fluência no domínio da linguagem, particularmente a matemática, uma vez que nas diferentes aplicações em diversos contextos presume-se que seja necessário realizar distintas interpretações e compreensões daquilo que foi lido e, portanto, traduzido. No entanto, para trilhar esse percurso a estudante precisa do professor que deve ensinar-lhe as técnicas de calcular, mesmo sabendo que os usos do cotidiano são diferentes dos usos da prática escolar.

Desse modo, o domínio das linguagens não pode se dar apenas sob o aspecto da decodificação, portanto, referencialista, assumindo uma dicotomia linguística conceito-imagem acústica. Exige-se do estudante que consiga "jogar" (com a linguagem) em diferentes contextos, realizando diversas aplicações, que por natureza já são contextualizadas, compreendendo que essa atividade é um atributo do conhecimento e das práticas linguísticas e não somente das experiências. De tal modo, Maioli (2012) destaca que a contextualização no ensino tem o papel de dar significado àquilo que está sendo ensinado, como também motivar a estabelecer relações com diferentes áreas do saber.

Esse forte apelo à contextualização busca fundamentar o ensino de matemática sob a concepção de *resolução de problemas* inspirada no currículo norte-americano presente no NCTM. Este documento reivindica uma visão construtivista da aprendizagem, na qual o estudante assume papel fundamental na construção do significado do seu conhecimento de modo que isso é "decorrente de processos internos em interação com o meio ou, na terminologia construtivista, que 'o aluno constrói o seu próprio conhecimento' a partir de seu conhecimento prévio e por meio de suas experiências individuais" (GOTTSCHALK, 2002, p. 11). Segundo a autora essa característica experimental assumida pelo construtivismo revela uma realidade matemática a ser observada e descoberta, o que poderia levar a um processo de generalização da experiência.

Nossa defesa ao ensino da matemática não exclui a possibilidade da contextualização, no sentido de situar esse conhecimento na história, no espaço e no tempo; na relação com outras disciplinas, comumente ensinado como interdisciplinaridade, na compreensão de fenômenos naturais e sociais; na sua relação com a própria matemática, etc. Entretanto, demonstramos preocupação no apelo demasiado aos usos recorrentes às aplicações cotidianas dos programas de formação de professores, que muitas vezes desconsideram aspectos voltados à sua linguagem como ambiente de apreensão desses conceitos. De tal modo compreendemos que a melhor abordagem pedagógica é aquela que permite ao professor desenvolver uma prática que favoreça e garanta a aprendizagem dessa linguagem.

A proposta dos PCN, implantada há mais de 20 anos, teve efeitos e resultados muito baixos na aprendizagem de matemática conforme pode-se notar em boa parte da literatura da área de Educação Matemática e nos índices das avaliações do Brasil. As ressonâncias desse período culminaram nos baixos índices de domínio da matemática por parte dos estudantes apresentado, por exemplo, nas avaliações de larga escala do Saeb. Como prova disso, segundo dados do próprio governo, no período de 1995 a 2017, saímos de uma média de 253 pontos (em 1995), para 258 pontos (em 2017), para os anos finais do ensino fundamental. Neste sentido, o governo federal tem se empenhado na busca e desenvolvimento de estratégias que fomentem uma política de educação que avance e assegure uma educação pública de qualidade.

Nessa direção, em 2014 começaram as discussões para a elaboração de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que foi homologada, em dezembro de 2017, inicialmente para o ensino fundamental e posteriormente, embora ainda esteja em elaboração, para o ensino médio. Esse documento “de caráter normativo define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p. 5), cujo objetivo é promover o desenvolvimento integral dos estudantes, em suas dimensões cognitiva, social, emocional, cultural e física.

No que tange à matemática os componentes estão organizados em cinco eixos, a saber: Geometria; Grandezas e Medidas; Estatística e Probabilidade; Números e Operações; Álgebra e Funções. Para o seu desenvolvimento pedagógico toma como critério central o desenvolvimento de competências (idem, p. 11.), que no total são 10 e estão definidas como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (idem, p. 6).

A BNCC, assim como os PCN, também considera a contextualização como espaço para aprendizagem, em virtude de que é ali que se dá sentido ao que se aprende e torna o estudante protagonista da sua aprendizagem e autor do seu projeto de vida (BNCC, 2017). Essa concepção apresenta-se sob uma perspectiva realista da matemática, pois o objeto matemático pré-existiria, sendo, portanto, independente dos acordos e práticas sociais desenvolvidas pela comunidade. Cobb (1996) coloca que acolher essa concepção seria aceitar estar fazendo descoberta matemática. Assumir isso como prática orientadora das ações pedagógica, conforme indica esses documentos, é na verdade, não reconhecer o abismo quase intransponível entre os usos das proposições matemática, que são normativas e a realidade empírica.

É claro que não queremos acentuar a dicotomização dos usos da matemática apenas sob a óptica normativa ou descritiva de suas proposições. Contudo, entendemos que a confusão de conceber o ensino de matemática somente a partir da contextualização “se instala quando não distinguimos entre o uso gramatical e o uso empírico de nossos enunciados, reduzindo nossas formas de representação a proposições empíricas, o que revela uma concepção referencial da linguagem” (Gottschalk, 2004, p. 316).

Realmente a linguagem se faz necessária às práticas (e políticas públicas) desenvolvidas e isso precisa estar claro ao estudante e ao professor, pois a linguagem além de registrar, na maioria dos casos por escrito, é a via que conduz ao desenvolvimento do pensamento e elaboração de estratégias que conduz à aprendizagem.

5.2 Discutindo sobre a intervenção vivida: a tradução da linguagem matemática na produção de conceitos

A pesquisa de campo consistiu da realização de um projeto de extensão em consonância com a disciplina de Estágio Curricular Supervisionado, do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus de Arraias. Este Campus funciona desde a criação da universidade no ano de 2002, pela Lei nº. 10.032, de 23 de outubro de 2000, decorrente de parte da federalização da Universidade do Tocantins (Unitins), e está situado na cidade de Arraias, sudeste do estado do Tocantins, conforme pode ser observado sua localização, em destaque, na figura 2, abaixo.

Figura 2 - Localização do Campus de Arraias/UFT

Fonte: https://docs.uft.edu.br/share/s/fyUEI5UqQxK6rsebHEZjdA

O Câmpus busca oferecer à região do sudeste tocantinense e nordeste goiano acesso à educação superior pública, gratuita e de qualidade em cursos de graduação e pós-graduação (em nível *Lato sensu* e *Stricto sensu*), que de forma integrada propiciam a formação de profissionais que produzem conhecimentos que contribuem para a transformação e desenvolvimento desses estados (PPC, 2010).

Assim, a universidade tem se empenhado na melhoria da qualidade da Educação Básica, oferecendo além dos cursos de graduação em Matemática, Pedagogia, Educação do Campo e Turismo Patrimonial e Socioambiental, um Mestrado Profissional em Matemática (PROFMat) e vários projetos de pesquisa, por exemplo, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática na formação de professores (GEPEMFOR) do qual sou líder, e extensão que assistem aos professores que atuam no sistema e redes de ensino.

Neste sentido, o Curso de Matemática foi implantado desde a criação da universidade e trabalha na perspectiva "indissociável de teoria-prática e de ensino-pesquisa, vinculando-se ao mundo do trabalho e prática social, articulado com os sistemas de educação, saúde, ciência, tecnologia e outros" (UFT, p. 25). Sua organização se da em regime semestral, por blocos de disciplinas, cuja duração mínima é de 8 semestre e no máximo 12 semestre, cumpre a legislação atendendo as 405h para os estágios (PPC, 2010) ambiente que colaborou para o desenvolvimento desta pesquisa.

Dos blocos de disciplina que tomamos como referencia para desenvolver a nossa pesquisa de campo elegemos o estágio curricular supervisionado, do curso de matemática, que tem como objetivo propiciar condições para que os acadêmicos vivenciem experiências de docência. Neste sentido, contamos com a colaboração de duas estagiárias que cursavam a disciplina de estágio e se dispuseram a trabalhar com o pesquisador no projeto de extensão que foi desenvolvido na escola.

Nesta direção a ação de pesquisa foi realizada na Escola Estadual Brigadeiro Felipe, que está localizada na sede do município de Arraias (TO). Essa unidade de ensino recebeu o nome em homenagem ao Brigadeiro Felipe Antônio Cardoso, nascido em 1773, neste município. A escola atende alunos dos Ensinos Fundamental (anos finais) e Médio, a maioria oriundos da classe trabalhadora. No censo de 2017 foram registradas 353 matrículas, com uma taxa de 89,8% de aprovação e 9,6% de reprovação, com a diferença entre esses percentuais computados como desistência.

Diante disso, as atividades propostas foram pensadas a partir de informações, segundo as quais os estudantes já tinham estudado os conteúdos de matemática, mas não aprenderam. Assim, estruturamos a ação para ensinar geometria plana com o uso de material concreto, essa indicação de conteúdo partiu de uma indicação da professora regente. Os sujeitos que participaram dessa ação foram estudantes do 6º ao 9º do Ensino Fundamental que apresentavam baixo rendimento nas avaliações interna da escola.

Atualmente, parte da literatura sobre o ensino e aprendizagem de matemática (BRASIL, 1998; CASTELNUOVO, 2010; LORENZATO, 2006, entre outros), reforça a necessidade do uso de material concreto no desenvolvimento da prática docente em sala de aula, conforme analisado no *tópico 6.1*, deste capítulo. Tomam como argumento que com o uso desses recursos as aulas ficam mais dinâmicas, atrativas e permite o desenvolvimento de raciocínio mais complexo, proporcionando autonomia de pensamento, de cooperação entre os estudantes por meio da realização de atividades em grupo e das *trocas* linguística que fazem ao elaborarem estratégias de resolução.

Assim, desenvolvemos o projeto no sentido de proporcionar uma prática com atividades diferenciadas a partir do uso do Tangram e do Geoplano. Para tanto, iniciamos as atividades apresentando o material aos alunos e em seguida foi dado o direcionamento da nossa proposta de trabalho. O uso desses materiais suscitaram práticas da tradução da linguagem matemática na compreensão e interpretação dos conceitos geométricos.

O projeto que desenvolvemos na escola consistiu na produção do material empírico que foi analisado no *tópico 6.2*, desta pesquisa, e teve um total de 60 horas, distribuídos em 20 encontros. Cada encontro teve duração de 3 horas, os quais foram filmados para posterior análise. Este projeto foi registrado no SIGproj[22] e na Pró-reitoria de Extensão, Cultura e Assuntos

[22] O Sistema de Informação e Gestão de Projetos (SIGProj) tem como objetivo auxiliar o planejamento, gestão, avaliação e a publicização de projetos de extensão, pesquisa, ensino e assuntos estudantis desenvolvidos e executados nas universidades brasileiras sob a coordenação do MEC. Para maiores detalhes: http://sigproj1.mec.gov.br

Comunitários (Proex), da UFT. Não contamos com financiamento e as estagiárias foram colaboradoras voluntárias.

A ação contou com a participação de 12 alunos, do ensino fundamental. Nessa ação de intervenção trabalhamos com alunos que apresentavam baixo rendimento em matemática, e não ficou restrito a uma única turma/ano, sendo expandidos a todos os estudantes do Ensino Fundamental previamente selecionados pela coordenação pedagógica da escola.

Frente a tal situação a presente pesquisa se propôs a investigar acerca do processo de tradução da linguagem matemática a partir das atividades desenvolvidas com os alunos a fim de contribuir para o estabelecimento de uma *epistemologia da tradução*, segundo a terapia de inspiração wittgensteiniana.

É certo que aqui não tivemos a intenção de mensurar o quanto cada estudante aprendeu ou deixou de aprender. Nosso objetivo foi na verdade investigar as práticas tradutórias vividas pelos estudantes e como isso influencia na aprendizagem de matemática e no desenvolvimento do seu universo linguístico.

Inicialmente aplicamos um questionário (apêndice A) para identificar a compreensão que os estudantes possuíam a respeito da matemática. Tal propósito consistiu em analisar a maneira como se relacionam e percebem esta ciência, dada sua natureza e a maneira como a escola influencia no seu ensino e na aprendizagem. Como trabalhamos com crianças do ensino fundamental as respostas estiveram, em grande parte, voltadas para usos presentes em experiências do cotidiano e noções distantes da realidade desses alunos, por exemplo, ao falarem de números numa perspectiva apenas como quantidade e não como conceito.

As primeiras perguntas, de natureza filosófica, buscaram saber, na perspectiva desses alunos o que é, o que entendiam e para que serve matemática. As respostas revelaram que o estatuto atribuído à matemática demonstra certa inteligibilidade recorrente a usos de preocupações voltadas à utilidade da vida cotidiana incluídos a um corpo matemático de manipulação simbólica. Desse modo, nem quando perguntados, nem durante o desenvolvimento das aulas do nosso projeto manifestaram sentidos que levassem a mecanismos de pensar a matemática como um corpo “proveniente da própria atividade do nosso pensamento, onde a parte da representação é tão importante” (BRUTER, 1998, p. 16).

De acordo com os PCN (1998)

> A Matemática faz-se presente na quantificação do real contagem, medição de grandezas e no desenvolvimento das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas. No entanto, esse conhecimento vai muito além, criando sistemas abstratos, ideais, que organizam, inter-relacionam e revelam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados quase sempre a fenômenos do mundo físico (BRASIL, 1998, p. 24).

Interessa destacar que estas compreensões decorrem da maneira como esta ciência é trabalhada em sala de aula, e da compreensão do senso comum de muitas pessoas. Os documentos orientadores apontam para um uso referencial voltado às experiências empíricas a partir de um uso linguístico referencial sem sentido do ponto de vista de se tratar a linguagem matemática como algo abstrato e arbitrário. Diante disso, coloca a resolução de problemas como sendo o ambiente onde se confere significado àquilo que está sendo ensinado (PCN, 1998).

Em nossa compreensão entendemos que tal postura, principalmente destacada por um documento oficial, influencia na concepção do que é matemática e que sua linguagem são símbolos que descrevem alguma situação.

Assim, vejamos algumas respostas dos estudantes que participaram dessa pesquisa, a respeito das primeiras perguntas, ao responderem o questionário que está no apêndice A.

Quadro 2 - Respostas do questionário

É para fazer contas e muito mais... (6º ano). *A matemática pode ser utilizada para desenvolver a pessoa [...] Eu entendo que a matemática pode ser usada para fazer casa e pode ser utilizada no dia a dia. [...] Ela também serve para fazer cálculos dos objetos... (6º ano).*

A matemática serve para [fazer] uma conta, serve para fazer uma comida, para facilitar nossa vida... (8º ano). *É uma coisa que nós precisamos no dia a dia [...] serve para estudar e para resolver problemas do dia a dia... (8º ano).* *Para muita coisa, para passar troco para outra pessoa... (6º ano).* *É um estudo que ajuda a possibilitar o desenvolvimento da sociedade... [...] entendo que sem ela iria dificultar muito porque praticamente tudo hoje em dia precisa da matemática... (8º ano).* *Matemática para mim é uma forma de saber mais as coisas para comprar e saber contas sem ela a gente nem saberia a nossa idade [...] é uma forma de desempenhar algo que você queria saber, tipo preços das coisas... (9º ano).* *Para você aprender a ser inteligente e sobre contas, sobre usar o seu dinheiro... (7º ano).*

Fonte: dados da pesquisa

Podemos perceber que nas falas dos alunos ressoam usos da matemática a partir de uma perspectiva referencial prático-utilitarista de que a matemática está presente em tudo. Não obstante, esse "*tudo*" se restringe ao uso do cotidiano imediato mostrando, dessa forma, que possui aplicabilidade em algo útil na vida. Albarracín, Dujet-Sayyed e Pangaud (2008) corroboram com essa visão ressaltando o utilitarismo requerido por estudantes latino-americanos que estudam engenharia na França, que solicitam de seus professores algo para aplicar aquilo que estudam. Os pesquisadores ressaltam que a ausência disso (esse o que fazer? Onde vou usar isso?) implica em dificuldades de aprendizagem da matemática.

Giardinetto (2002) aponta que é possível partir do cotidiano para ensinar os conceitos matemáticos do currículo escolar. No entanto, não se deve ficar preso unicamente a este *uso*, uma vez que os conceitos matemáticos ensinados na escola são mais elaborados que aqueles usados no cotidiano, além de também proporcionar generalizações. De modo semelhante, Barros (2012) observou que ao se ensinar matemática com base em situações do cotidiano a alunos do Projovem, houve mais rupturas do que convergências já que os alunos não conseguiam transpor as situações do cotidiano para a matemática escolar estudada em sala de aula.

Neste sentido, Silva (2016) destaca que:

> Como sabemos aprender o saber escolar, particularmente o saber matemático, é importante não só para dar o troco, mas como socialização do saber elaborado e desenvolvido pela humanidade, como maneira de proporcionar aos homens condições de compreender e superar as contradições do mundo em que vivem, bem como desenvolver níveis superiores de compreensão e reflexão do mundo (SILVA, 2016, p. 84).

Concordamos com o autor de que o *saber escolar* deve ser ensinado a todos os estudantes e que não há a necessidade dessa aplicação demasiada ao cotidiano, pois limita as possibilidades de aplicação. Muito embora, o professor possa fazer uso deste contexto para indicar uma das possíveis aplicações e não somente o único. Assim, o saber clássico (SAVIANI, 1988) deve ser ensinado para todos afim de que se promova a apreensão e democratização do conhecimento para a construção de uma sociedade igualitária e da emancipação intelectual (GOTTSCHALK, 2009).

Decorre disso que o saber aprendido na escola deve fazer sentido para os estudantes oferecendo-lhes condições para a sua emancipação intelectual e com isso enriquecendo sua compreensão acerca do mundo em que vive. Machado (2012) reconhece que a "as ferramentas matemática ajudam a lidar com a realidade concreta" (p. 13), no entanto, "há algo que escapa ao sentido prático/utilitário de construir significados no mundo da experiência, no mesmo sentido em que um poema o faz. Um poema nunca se deixa traduzir em termos de utilidade prática" (ibidem). Há nessa comparação uma ruptura com o pensamento prático/utilitário no ensino de matemática sendo capaz de imaginar novas realidades. Distanciando-se de um pólo de radicalização entre o ensino enciclopedista, baseado somente em preleções e um outro voltado a atender necessidades da vida cotidiana enxergamos um novo horizonte a partir das pesquisas voltadas à análise da linguagem como um campo suficiente e necessário de conciliação entre o ensino propedêutico e o pragmático.

Após a análise do questionário, que buscou investigar o envolvimento daqueles estudantes com a matemática, passamos ao início das atividades em que apresentamos algumas figuras geométricas aos alunos e posteriormente solicitamos que identificassem cada uma, além de que explicitassem as características dessas figuras e o que as diferenciavam uma das outras. Essa atividade inicial tinha como objetivo analisar se os estudantes conheciam as figuras e suas caraterísticas.

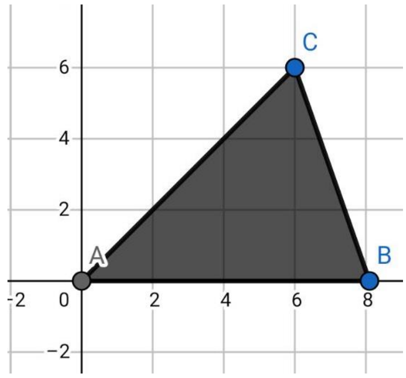
As hipóteses levantadas pelos estudantes apontaram para uma característica referencial da linguagem matemática, conforme já mostrada nos documentos oficiais de orientação educacional e também presentes em situações vividas no cotidiano. Essas compreensões possivelmente decorreram da maneira como os professores ensinaram, em virtude de que há um notório apelo à contextualização e que o professor passe a utilizar uma linguagem *mais próxima* da realidade do estudante, falando assim a sua língua para que seja compreendido.

Sendo assim, destacamos que o nome da figura *paralelogramo* causou estranheza aos alunos que não a conheciam pelo nome, apenas conheciam a sua forma. Com certeza o uso desse termo não fazia parte das situações do dia a dia desses alunos, mesmo considerando a escola como compromisso diário do seu cotidiano, demonstrando que essas situações de sala de aula, em muitos casos não são passíveis da vida cotidiana. Diante disso, buscamos mobilizar os usos dos conhecimentos que os estudantes já possuíam a respeito daquele conteúdo para alargar suas compreensões acerca da geometria.

Assim, quando solicitados aos estudantes o nome da forma de uma figura, naquele caso, de um triângulo, os estudantes reconheceram tal figura, apontando suas características em relação aos lados (3 lados), percebendo-a apenas como uma figura plana.

Vejamos a partir dos jogos de linguagem estabelecido em sala de aula como se passaram os episódios iniciais. Assim, para iniciarmos as atividades apresentamos algumas figuras para os estudantes e depois solicitamos que nos dissessem as características daquelas figuras e o que compreendiam a seu respeito.

Figura 3: Triângulo



Fonte: Jean Freitas

Quadro 3 - Diálogos com os alunos sobre o triângulo

Pesquisador: Nessa imagem, que figuras veem (foi apresentado um triângulo)? E quais suas caraterísticas? Conhecem o nome dessa figura? *Alunos: triângulo...* *Aluno 1: três lados iguais, base plana, planos.* *Aluno 2: triângulo, três lados e não são iguais, triângulos grandes, lados não iguais, plano.* *Aluno 3: triângulo e tem três lados iguais.* *Aluno 4: três vértices, duas dimensões, uma face, três lados, três arestas,* *Aluno 5 : triângulo grande, três lados, comprido.*

Fonte: dados da pesquisa

Diante das respostas dadas pelos alunos percebemos que conhecem algumas características da figura que lhes fora apresentado, a saber, o triângulo. No entanto, tal descrição restringiu-se apenas aos aspectos visuais nos quais não se revelaram o domínio conceitual das características daquelas imagens. Wittgenstein aponta que a experiência de uma pessoa ao *ver o aspecto* de uma imagem se dá a partir de domínios de técnicas, que no caso apresentado depende de como foi ensinado. É certo que estes estudantes já apresentavam alguma experiência com as imagens apresentadas, pois expuseram algumas caraterísticas ao interpretar tais imagens. Bouveresse (1973) destaca que é “impossível estabelecer uma distinção precisa entre ver e interpretar” (p. 201). Pois o *ver*, para o filósofo, é também um interpretar.

Em suas próprias palavras:

> É um pensar? É um ver? Não seria isso equivalente a “É um interpretar? É um ver”. E interpretar é uma espécie de pensar, e frequentemente ocasiona uma repentina mudança de

> aspecto. Posso dizer que ver aspectos está relacionado com interpretar? Minha inclinação era de fato dizer: "É como se eu visse uma interpretação". Pois bem, a expressão desse ver está relacionada com a expressão do interpretar (WITTGENSTEIN, 1989, p. 26).

Entendemos que, segundo o filósofo, o *ver* não se restringe apenas as experiências dos aspectos visuais da forma, mas também está ligado ao domínio de técnicas sob uma perspectiva conceitual que seguem regras como a sua própria linguagem ordinária. Assim, ver um triângulo e reconhecê-lo como tal é na verdade o domínio de uma série de técnicas e experiências empíricas que lhe permitem atribuir significados a esse conceito, isto é, uma percepção é sempre conceitual.

No decorrer do desenvolvimento de nossas atividades usamos o Tangram como recurso didático. Assim, ao apresentar esses materiais aos estudantes solicitamos que comparassem duas figuras (dois triângulos), procurando analisar que relações poderiam estabelecer. Nossa intenção buscou promover situações em que os estudantes expressassem suas compreensões e argumentassem a respeito daquelas imagens. Pois assim exercitamos nossa escuta ao compreender os sistemas de ideias e símbolos construído por cada estudantes em relação ao conceito daquelas figuras.

Quadro 4 – Comparação entre dois triângulos pequenos do Tangram

Pesquisador: Essas figuras são do mesmo tamanho? *Alunos: é, sim, olha aqui (alunos comparam as dimensões dos lados do material fornecido).* *Pesquisador: como vocês sabem que é da mesma forma/tamanho? O que fizeram para identificar essa semelhança?* *Aluno 2: usei a régua para descobrir.* *Aluno 3: eu fiz isso mesmo (apontando para o material e indicando que sobrepôs uma das representações do prisma de base triangular a outra).* *Pesquisador: e se fizermos isso? (unindo os maiores lados dos triângulos e mostrando para os alunos).* *Aluno 3: eu fiz isso...Daí formou um quadrado.* *Aluno 4: é igual a tudo que coloquei no outro (referindo as mesmas características que já havia indicado para o outro triângulo).* *Aluno 5: repetiu o que tinha dito quando perguntado da primeira vez, e após acrescentou: tem lados finos e é pontudo.* *Aluno 1: a mesma coisa que disse antes e acrescentei que tem 15cm*

Fonte: dados da pesquisa

A partir da união dos dois triângulos o aluno 3 percebeu que formou um quadrado e que ao traçar uma linha, a diagonal desse quadrado, obter-se-iam dois triângulos iguais. Todavia, o conceito de diagonal, nesse caso do quadrado, ainda não fazia parte do universo linguístico daquele estudante, visto que no decorrer das aulas ele não soube explicar, nem indicar que se tratava de um *segmento não consecutivo que une dois vértices opostos*, ou ainda calcular a quantidade de diagonais desse polígono.

Quadro 5 – Triângulo maior do Tangram

Pesquisador: e esse aqui (mostrando outra imagem do triângulo).
Alunos: triângulo médio.
Pesquisador: o que vocês colocaram?
Aluno 3: eu coloquei a mesma coisa.
Aluno 4: triângulo com três lados, pode ser usado (desenhado) na vertical, e tem 8,5 cm de comprimento.
Aluno 2: tem três lados e não são iguais.
Aluno 3: triângulo tem três lados iguais.
Aluno 4: tem três vértices, uma face, três arestas.
Aluno 5: é pequeno e tem três lados.
Pesquisador: e essa figura aqui? (mostrando um triângulo com dimensões menores do que os outros apresentados anteriormente).
Alunos (Todos): é um triângulo, - só que pequeno.
Aluno 1: tem três lados, amarelo, pode ser usado de várias formas (referindo-se a posição), dois lados de mesma medida (não soube dizer o tipo do triângulo.
Pesquisador: além do que já foi descrito até o momento alguém acrescentou mais alguma coisa?
Aluno 4: duas dimensões, uma face, três vértices.

Fonte: dados da pesquisa

Até neste momento da atividade foi apresentado 3 imagens do triângulo aos alunos, de modo que dois desses triângulos possuíam dimensões iguais e um terceiro com dimensões diferentes (maiores) dos dois primeiros. *Todos perceberam as mesmas características nas três imagens*. Isso nos leva a acreditar que os estudantes possuíam o domínio do conceito de triângulo em virtude da sua forma. Com efeito, o uso do conceito pôde ser aplicado em diferentes situações e os alunos conseguiram identificá-las corretamente. Neste caso, podemos indicar que o domínio linguístico extrapolou o uso referencial, uma vez que os estudantes apesar de não dominarem a definição formal de triângulo, puderam fazer a aplicação do conceito em situações ordinárias[23] em virtude do seu percurso escolar. Ainda que restrito a imagem a partir de experiências empíricas.

Observamos que os documentos orientadores apontam para o uso referencial das características das figuras, acreditando que isso levaria a compreensão do conceito ao alegar que os estudantes poderiam encontrar as representações dessas figuras no contexto de suas vidas. A nosso ver, essa ideia está equivocada em virtude de gerar confusão na aplicação das regras quando os estudantes forem descrever cada figura. Nessa direção, ao oferecer diferentes usos desses conceitos apontamos que é possível dominar o conceito partindo de usos ordinários com vistas ao uso formal (dedutivo). Diante disso, reconhecemos que os jogos de linguagem estabelecidos no espaço de sala de aula devem ter diferentes usos e o professor ao jogar com seus alunos é o responsável por direcionar e garantir a aprendizagem.

Gottschalk (2004) ao discutir os possíveis usos que podemos fazer do conceito de triângulo no contexto da linguagem cotidiana, indica diferentes significados desse conceito. Assim, para a autora "dependendo do contexto em que essa palavra é dita, pode ser compreendida como um instrumento musical ou mesmo como um sinal de trânsito". No entanto, "no contexto de uma aula de geometria, esse mesmo termo é introduzido com um significado radicalmente diferente, pois agora é todo um sistema geométrico que passa a lhe atribuir um novo significado". Continua a pesquisadora, "da mesma forma que as definições e os axiomas são os responsáveis pelos padrões iniciais da significação na matemática, parte dessas definições e axiomas, embora transpostos em outra forma para a linguagem escolar, também dará sentido à atividade matemática em sala de aula" (p. 07).

Desse modo, a tradução da condição de existência de um triângulo[24], qual seja: $(|b-c| < a < b+c)$; $(|a-c| < b < a+c)$; $(|a-b| < c < a+b)(\acute{A}VILA,\ 2011)$, aponta para os sentidos dos usos que devem ser feito desse conceito, pois os estudantes inicialmente a partir de algum uso empírico podem reconhecer a forma sem dominar, plenamente, a sua definição. Diante disso,

[23] Entendido neste contexto como o uso linguístico de um conceito mesmo que ainda não haja domínio de sua definição formalizada.
[24] Neste caso nos referimos a um triângulo definido segundo a geometria euclidiana.

ao aplicarmos a definição formal do triângulo verificamos que o seu uso referencial não exprimiu sentido na perspectiva dos alunos, pois nada descrevia acerca do seu mundo. Algo já indicado pelo jovem Wittgenstein que dizia que as proposições matemáticas nada descrevem acerca do mundo. Assim, se não apresenta sentido “no mundo” desses estudantes certamente não tem significados na sua aprendizagem.

Entendemos que essa falta de sentido decorre de uma tradução referencial que o professor realiza ao ensinar seu aluno, o que implica em usos referenciais da linguagem, pois não conduzem a uma aprendizagem do conceito. Sendo assim, defendemos que na atividade de ensinar não reside a possibilidade de uma tradutibilidade *palavra por palavra*, segundo a qual, o conceito descreveria o significado como o ambiente de sentido de uma palavra ou expressão linguística, na verdade defendemos que haja jogos de linguagem dentro da sala de aula de modo que o professor conduza à aprendizagem explicando os usos e aplicações que podem ser feitos de um conceito.

Em contraposição, observamos que caso emerja situações nas quais não seja possível o estudante dominar todos os elementos que faz a figura ser considerada triângulo, por exemplo, para em seguida poder fazer o uso desse conceito certamente comprometerá a sua aprendizagem, pois ao vivenciarmos situações em sala de aula percebemos que, de fato, grande parte dos estudantes faz o uso do conceito sem o domínio de todos os elementos tal como pressupõe a definição do objeto estudado. Todavia, isso se dá em função da mobilização dos diferentes usos dos conceitos no ambiente escolar, uma vez que esta é a responsável por ensinar esses usos.

A proposição matemática se apresenta a partir de usos normativos, isto é, em princípio se cristaliza em regras a serem seguidas em função de sua construção a partir de bases lógicas, que dificilmente se contradizem independe dos usos nas experiências empíricas. Assim, “o ideal da sistematização dedutiva traduz-se na crença de que os conhecimentos matemáticos, em sua totalidade, podem (e devem) ser organizados em um sistema dedutivo” (MIGUEL, 1995, p. 8) de modo que estejam relacionados dedutivamente.

Um outro fato a ser destacado no ensino e na aprendizagem da matemática, para além de suas definições, está relacionado à experiência visual dos estudantes. Diante do objeto estudado os estudantes se mostraram com pouca acuidade do ponto de vista da matemática escolar, pois revelaram dominar apenas a forma, sem levar em consideração o conteúdo, que neste caso consideramos como sendo as propriedades. Para Wittgenstein o enunciado matemático é uma regra, e isso o faz distinguir de proposições empíricas.

Ao apresentarmos aos estudantes as figuras do quadrado fizemos a seguinte discussão.

Quadro 6 – Estudo do Quadrado

Pesquisador: Agora vamos passar para outra representação da figura. Que figura é essa (mostrando a imagem da representação aos alunos)? *Alunos, todos: quadrado.* *Pesquisador: vamos elencar os elementos que ela possui para ser um quadrado.* *Aluno 3: quatro lados iguais de mesmo tamanho.* *Aluno 5: quatro lados iguais e é meio grande.* *Aluno 4: possui quatro vértices, tem uma face, é um quadrilátero, tem duas dimensões.* *Aluno 2: tem quatro lado e todos os lados são iguais.* *Aluno 1: quatro lados iguais de mesma medida, dá para fazer outras figuras usando o quadrado (transformação isométrica).*

Fonte: dados da pesquisa

Embora apresentem características voltadas às formas, os estudantes não se aprofundaram no domínio conceitual daquelas formas geométricas. Contudo, ao utilizarmos o material concreto buscamos desenvolver a capacidade de abstração a partir da ideia de que aquela representação é apenas uma aplicação do conceito não devendo ficar preso somente ao uso empírico. O uso dos recursos deve mostrar ao estudante que há a possibilidade de diferentes *jogos*, nos quais a objetividade do conceito matemático pode transitar apresentando *semelhanças de família* mantendo-se o significado em diferentes contextos de aplicações, de modo que a regra que orienta tal conceito seja atualizada conforme o contexto.

Quine (1989) corrobora nessa direção apontando que as crianças ao aprenderem a sua língua materna tratam os termos dessa linguagem a partir de ocorrências empíricas, isto é, a ideia de mamãe para essas crianças não possui a mesma referência como no jogo linguístico do adulto que profere a frase “a minha terra mãe”, “minha orientadora é minha mãe”, sua relação está mais voltada àquela que supre sua necessidade imediata de alimentar-se ou a um evento que desaparece momentaneamente.

Segundo Quine (1989),

> Nós, em nossa maturidade, acabamos por considerar a mãe da criança como um corpo integral que, numa órbita fechada irregular, vem visitar a criança de tempos em tempos; e a considerar o vermelho de um modo radicalmente diferente, a saber, como disperso ao redor. Água, para nós, é um pouco como vermelho, mas não inteiramente; coisas podem ser vermelhas, mas somente material é água. Mas a mãe, vermelho e água são todos de um só tipo para a criança: cada um é somente uma história de encontro esporádico, uma porção dispersa do que ocorre. Seu primeiro aprendizado das três palavras é, de modo uniforme, uma questão de aprender quanto do que ocorre em redor dela conta como a mãe, ou com vermelho, ou como água. Não equivale à criança dizer, no primeiro caso “Oi! mamãe de novo”, no segundo caso “Oi! outra coisa vermelha” e no terceiro caso “Oi! mais água”. Eles estão todos em pé de igualdade: Oi! Mais mamãe, mais vermelho, mais água (p. 54).

Percebe-se, na perspectiva do autor, que o conceito num primeiro momento parece plástico, volátil ou mesmo referencial, no entanto, somente a partir dos usos que são feitos por essa criança à medida que vai se habituando com os conceitos é que se pode construir um significado e aplicá-lo em variados contextos.

Em seguida apresentamos a figura do paralelogramo.

Quadro 7 – Estudo do Paralelogramo

Pesquisador: e essa figura? Mostrando a figura que representa o paralelogramo. *Aluno 1: Hum... quatro lados com retas, base plana, dimensões diferentes.* *Aluna 2: quatro lados e não são iguais.* *Aluno 3: o paralelogramo tem quatro lados diferentes, de um lado, dois lados menores e do outro dois lados maiores.* *Aluno 5: o paralelogramo tem os lados paralelos e tem quatro lados com retas.* *Aluno 4: não possui todos os lados iguais e é um quadrilátero, quatro lados diferentes e tem quatro lados.* *Pesquisador: conhecem esta figura? (mostrando o paralelogramo às alunas 6 e 7, que chegaram atrasadas).* *Aluno 6: não.*

Aluno 7: paralelogramo. *Pesquisador: quais as caraterísticas que você atribui a ela?* *Aluno 7: quatro lados, plana, lados diferentes.* *Aluno 6: dois lados iguais, dois diferentes.* *Pesquisador: quantos lados ela tem?* *Aluno 6: quatro.* *Pesquisador: esta figura é plana ou espacial?* *Aluno 6: plana.* *Pesquisador: vocês falaram que tem três vértices. Quem sabe nos dizer o que é um vértice?* *Aluna 2: eu acho que é isso aqui (apontando – gesto ostensivo – para o vértice da figura que tinha em mãos), completou: "é o cantinho".* *Aluna 3: são os pedaços?!* *Pesquisador: e foi dito também que tem arestas. Quem pode nos dizer o que entende por arestas?* *Aluno : --- silêncio na sala.* *Pesquisador: disseram que o triângulo é comprido, com lados finos e pontudos.* *Aluno 5: ah, não sei... risos,* *Pesquisador: alguém disse que tem 15 cm de comprimento. Como você identificou?* *Aluno 1: medi com a régua.* *Pesquisador: a aluna 3 nos afirmou que esses dois triângulos são iguais (o pesquisador mostra os dois triângulos para a turma apontando para a união das diagonais do quadrado) porque formam um quadrado.* *Pesquisador: verdadeiro ou falso?* *Aluno 2: não, porque eu medi na régua e deu medidas diferentes (o aluno mostra como fez).*

Fonte: dados da pesquisa

Percebemos na pesquisa, que os estudantes, em nenhum momento expressaram a habilidade de abstração com relação às definições formal da matemática. Todos estiveram envolvidos com o material empírico que foi entregue no início da aula. Neste momento a matemática aparece aplicada a situações concretas e os estudantes não cogitam a possibilidade de se desprenderem deste ambiente passando para a abstração no sentido de que se foi fornecido figuras com mesma medida não se estava preocupado com a relação empírica que poderia se estabelecer ao medirem as dimensões das áreas dos triângulos. Naquele momento interessava, pois ao pesquisador que estabelecessem relação de congruência entre os lados de cada triângulo para perceber que, de fato, eram da mesma medida.

Quadro 8 – Traçando a diagonal de um Quadrado

Pesquisador: se nós pegarmos esse quadrado (e agora o pesquisador desenhou uma imagem do quadrado na lousa) e traçarmos a sua diagonal, aponta para a lousa e segue traçando a diagonal, faz a seguinte indagação: quantas figuras têm aqui

(aponta para a lousa em direção as figuras desenhadas)? *Aluno, todos: duas.* *Pesquisador: duas o quê?* *Aluno, todos: triângulos...* *Pesquisador: Então (apontando para a figura) pergunta: eu posso dizer que possuem o mesmo tamanho?* *Aluno 3: não.* *Pesquisador: A afirmação do aluno 3 está correta?* *Alunos, quase todos, exceto o aluno 2: sim.* *Pesquisador: o que houve que você não entendeu e discordou? (direcionando a fala para o aluno 2).* *Aluno 2: eu falei. Eu medi... vou fazer de novo para você ver (o aluno 2 pegou a régua e mediu novamente as arestas da figura mostrando ao pesquisador).* *Pesquisador: vamos observar aqui: se nós pegarmos esses dois triângulos e juntarmos que figura se forma (o pesquisador uniu as hipotenusas dos dois triângulos)?* *Alunos, todos: quadrado!* *Pesquisador: E se "separarmos" (afastando os dois triângulos formados ao traçar a diagonal do quadrado).* *Aluno 2: .... (risos) eu ainda acho que é falso...* *Pesquisador: e para os demais colegas. O que vocês pensam sobre essa ideia do aluno 2?* *Aluno 4: sim, são iguais. Porque quando juntar de novo vai formar um quadrado.*

Fonte: dados da pesquisa

Aqui o estudante demonstrou compreender o conceito de quadrado, pois percebeu que ao "juntarmos" os dois triângulos congruentes irá formar um quadrado pressupondo assim a definição dessa figura que é possuir os quatro lados e ângulos congruentes. Para além disso, grande parte percebeu que a noção de área das figuras, após a decomposição, continua sendo equivalente, caso torne a recompor, pois não se alterou as dimensões das duas novas figuras. Apesar de, em muitos casos, área ser confundido como sendo a própria figura e não uma propriedade desta existem certas dificuldades de estabelecer relações entre os aspectos geométricos e aritméticos. Isso se dá em função de confundir a forma geométrica, com a grandeza e a sua área que se refere ao aspecto aritmético, essas confusões se estabelecem em função do uso referencial ou ainda empírico desses conceitos. Diante disso, até que ponto pode-se dizer que os estudantes alcançaram as habilidades presentes na matriz de referência, que aponta para resolver problemas com o cálculo de áreas?

Quadro 9 – Construção da diagonal de um Quadrado

Pesquisador: o pesquisador monta novamente a figura e volta a questionar os estudantes se as figuras são iguais. *Alunos, todos: são diferentes.* *Alunos: agora já estão confusos e alguns dizem que são iguais e outros que são diferentes.* *Pesquisador: o pesquisador aponta para os lados da figura e volta a perguntar se os lados são iguais.* *Alunos, todos: sim.* *Pesquisador: se dividirmos essa figura aqui (aponta para a diagonal do quadrado) os triângulos formados são iguais?* *Aluno 2: não.* *Alunos, demais: sim.* *Pesquisador: Observe novamente: se eu dividir essa figura bem aqui (aponta para a diagonal) a área dessa figura (aponta para as figuras, neste caso triângulos que se formaram ao traçar a diagonal) será igual a área dessa outra figura?* *Aluno 2: sim, será igual...* *Pesquisador: todos afirmaram que o triângulo tem três lados, certo?! Bem, essa parte aqui (apontando para a hipotenusa) é o maior lado do triângulo, pois, neste triângulo, os seus lados não são iguais.* *Aluno 4: dois lados maiores e um menor.* *Pesquisador: alguém pode me dizer quais são e onde estão os vértices desse triângulo?* *Aluno 7: eu sei, são os "cantinhos".* *Pesquisador: e o triângulo tem quantos? (aqui o pesquisador tentou imprimir nos estudantes o princípio da generalização, conceito que alguns já possuíam a partir da observação e de suas ideias empíricas anteriores).* *Aluno, todos: três (alguns apontam a quantidade 3 com a mão)* *Pesquisador: e quantas faces?* *Alunos: todos ficaram em silêncio.*

Fonte: dados da pesquisa

Percebemos que o ato de apontar favoreceu a compreensão do aluno que não conseguia abstrair a ideia de que ao traçar a diagonal do quadrado passou a formar dois triângulos com as mesmas dimensões. Desse modo, podemos dizer que o ato de apontar levou os estudantes a criarem uma *falsa imagem* do conceito associando-o a coisas de sua memória decorrente de vivências passadas da sua vida estudantil, pois mostrar algo pressupõe o domínio do que se mostra em função de uma ação linguística.

Quadro 10 – Construção dos vértices do triângulo

Pesquisador: bem, vamos continuar. E também vocês afirmaram que tem três arestas. *Aluno 3: isso aqui (apontando para os "lados" do triângulo).*

Aluno 4: são os lados do triângulo. *Pesquisador: ótimo. E no encontro de duas arestas forma-se o quê?* *Alunos, todos: vértices.*

Fonte: dados da pesquisa

Aqui a partir da ideia de generalização tínhamos interesse de que os estudantes percebessem que todos os triângulos, independente da dimensão de suas áreas e da medida de suas arestas, tinham as mesmas características e propriedades, de modo que se diferenciavam apenas pela forma (tipo). Diante disso, expressar uma compreensão, ainda que a partir da observação, que o conceito de triângulo não se alteraria de sujeito para sujeito ou para cada triângulo observado nos impele a exprimir um princípio de generalização, que nos confortam na busca por um padrão dentro do caos cotidiano.

Quadro 11 – Triângulo ou Prisma?

Pesquisador: bem vocês disseram que esse triângulo (apontando para o sólido que tinha na mão) tem duas dimensões. Bem o que são essas dimensões para vocês? *Aluno 4: bem, ele tem altura e largura (apontando para o modelo que tinha em mãos).* *Pesquisador: bem pessoal, o que esses triângulos têm em comum (aqui reforça o princípio da generalização)?* *Aluno 2: tem três lados, três vértices, três arestas, uma face.* *Aluno 5: também tem 15 cm.* *Aluno 2: não, isso não, pois a medida do triângulo menor não dá 15 cm.* *Pesquisador: aluno 5, eu posso dizer que a medida desse triângulo, mostrando o modelo menor para esse aluno, é do mesmo tamanho desse outro triângulo?* *Aluno 5: não.*

Fonte: dados da pesquisa

Nesse momento percebemos que o princípio da generalização não ficou claro para o aluno 2, ou ainda pode ter se confundido na pergunta do pesquisador ao tentar imprimir como uma ideia comum a todos os triângulos a medida de um caso particular em todos os triângulos.

No sentido de elucidar para os estudantes que a ideia era conceber a regra que se manteve nas outras figuras e não apenas medir o material que tinham na mão o pesquisador solicita ao aluno 5 que meça os lados dos dois triângulos e compare as medidas.

Quadro 12 – Medidas dos lados do Triângulo

Pesquisador: aluno 5 meça o tamanho de cada um desses triângulos, por favor. Quanto foi a medida de cada aresta?

Aluno 5: o menor deu 8,5 cm e o maior 15 cm.
Pesquisador: então essas arestas são do mesmo tamanho?
Aluno 5: não.
Pesquisador: ok... continuando, o que mais eles tem em comum.
Aluno 4: são triângulos.

Fonte: dados da pesquisa

Para esse aluno o conceito de que princípio da generalização está presente em todos os triângulos já fora construído. Os usos que este estudante faz desse jogo de linguagem já faz parte de uma semelhança de família, pois consegue jogar em diferentes situações.

Quadro 13 – Comparação das medidas dos Triângulos

Pesquisador: bem, vocês apontaram o que tem em comum. E o que eles apresentam de diferente um do outro?
Aluno, todos: o tamanho.
Aluno 5: o comprimento.
Aluno 6: a largura.
Aluno 3: as medidas.
Pesquisador: o que vocês observam aqui que caracteriza as medidas (apontando para os triângulos em mãos)?
Aluno 2: isso aqui, a medida do triangulo pequeno (apontando para a base do triangulo menor) é a mesma medida do lado do triângulo médio. E isso aqui (apontando para a base do triângulo médio) do triangulo médio é a medida do lado do triângulo grande.

Fonte: dados da pesquisa

Neste caso o aluno 2 tentou conjecturar alguma relação de associação entre os “modelos” apresentados. Tal situação pode ter a ver, não exclusivamente com o principio de generalização, mas principalmente com os objetos empíricos que possuíam em mãos. A ideologia amplamente difundida que os estudantes precisam usar material concreto ou ainda que o seu ensino precisa está relacionado a contextos cotidiano pode influenciar na maneira como aprendem. Ao adotarmos o uso de material concreto no desenvolvimento das atividades buscamos mostrar que o conceito não está no objeto em si, mas que pode ser aplicado a partir de relações linguísticas, isto é, jogos de linguagem entre professor e aluno indicando que a matemática é um corpo de conhecimentos normativos não estando presos simplesmente a descrições de situações cotidianas (concretas).

Quadro 14 – Medidas dos lados de Triângulos diferentes

Pesquisador: ótimo... então, se construir esse figura aqui (constrói um novo triângulo com medidas maiores que as anteriores, e diferentes entre si, e pergunta) ainda é um triângulo? *Alunos, todos: sim.* *Pesquisador: qual a diferença entre esse triângulo e os outros que vimos anteriormente?* *Alunos: o tamanho dos lados.* *Pesquisador: após construir diferentes exemplos de triângulos na lousa verifica que os estudantes conseguiram abstrair os conceitos a partir de um jogo linguístico e não somente por observar o material empírico que possuíam em mãos.* *Pesquisador: vocês perceberam que esses lados são iguais (apontando para as hipotenusas dos dois triângulos construídos na lousa)?* *Alunos, todos: sim, percebemos.* *Pesquisador: e aqui?* *Alunos, todos: também.* *Pesquisador: e se eu construísse um novo triangulo de lados ABC como esse aqui (constrói um novo triângulo no quadro, com medidas diferentes, entre si, e maiores dos exemplos anteriores), ainda teríamos um triângulo?* *Alunos, todos: sim.* *Pesquisador: e o que o diferencia dos exemplos anteriores?* *Aluno 2: porque aquele lá (apontando para último triângulo construído de lados ABC) tem os lados maiores que os outros (esses “outros” são os dois triângulos anteriormente).* *Pesquisador: nós temos dois triângulos, cada um, com lados iguais e um diferente. E aqui temos esse outro triângulo com os três lados diferentes.* *Pesquisador: com base nessa ideia podemos construir novos triângulos como esse aqui (constrói um novo triângulo).* *Alunos, novos: sim.* *Pesquisador: tenho somente essas possibilidades?* *Aluno 4: não, temos infinitas possibilidades. Por exemplo, podemos ter um (novo triangulo) de lados 10 cm (aponta para a base); 15 cm para o lado; 8 cm.* *Pesquisador: Beleza... tudo bem, certo. Agora eu gostaria de saber se vocês conhecem os tipos desses triângulos, considerando que podemos construir diferentes triângulos, com medidas dos lados diferentes entre si.* *Aluno 4: trigonometria.* *Alunos: não.*

Fonte: dados da pesquisa

Conforme já apontando os alunos conhecem o conceito de triângulo podendo construí-los a partir de experiências anteriores que foram adquiridas, em grande parte, no seu processo de escolarização. No entanto, as condições para que seja de fato um triângulo não foram levadas em consideração, mesmo tendo sido ensinados num momento anterior ao desenvolvimento dessa ação, pois o caso da condição de existência, a saber: a soma de dois lados deve ser maior que o terceiro, não foi levado em consideração. Sendo assim, acreditam que para construir um triângulo, basta traçar três segmentos de reta e unir os seus vértices.

Com base nisso, percebemos que os estudantes desenvolvem suas percepções em geometria inicialmente pela experiência linguística de alguém que os ensinaram, pois o ensino não se restringe às definições clássicas, cujas demonstrações e postulados asseguram sua validade e generalização. Assim, quando um ente da família aponta para uma forma geométrica e diz: “aquilo é um quadrado”, algumas vezes até podendo ser um retângulo, está construindo o conceito daquela forma geométrica a partir de uma explicação linguística, pois ali não há um tratamento formalizado como acontece na escola, há somente uma descrição. Condé (2004) esclarece que o significado de uma palavra se dá a partir do uso que fazemos em diferentes contextos.

Os PCN reconhecem os conceitos geométricos como sendo um tipo especial de pensamento que permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. Essa perspectiva, de relacionar o ensino de um conteúdo a experiências da vida, pode gerar obstáculos na aprendizagem do conceito, uma vez que procura explicações extralinguísticas. Esta concepção se faz presente neste documento e levanta a questão de que o estudante por meio da experimentação pode construir os conceitos, pois já existem num “mundo ideal”, necessitando apenas ser descoberto. Entendemos que tomar o conhecimento matemático sob essa ótica revela uma concepção essencialista, a qual prevê que o objeto matemático já existe em uma realidade independente da linguagem matemática cabendo ao aluno, com o apoio do professor, apenas descobri-lo.

Assumir essa concepção pressupõe, segundo Wittgenstein, apenas um uso empírico que conforme apontado pelo documento em tela pode levar a confusões devido seu uso referencial da linguagem limitado a uma forma de representação. Para o filosofo, na verdade, essa compreensão exige um uso gramatical, o qual oferece condições para apreender os significados das palavras. Gottschalk (2004), afirma que a terapia wittgensteiniana oferece condições esclarecedoras de conceitos fundamentais no campo educacional.

Essas concepções têm a ver com aquelas discutidas no primeiro capítulo desta tese, cuja intenção foi apontar para o modo de compreender matemática a partir de suas correntes filosóficas.

Neste sentido, Silva (2016) reconhece a importância da escola no processo de formalização do conhecimento.

> Ao ingressar na escola, o aprendiz já tem noções de língua, que aprendeu de maneira espontânea, sem a consciência da existência (ou domínio) das regras gramaticais. Ao ingressar na escola, o sujeito toma consciência do que faz e pode aprender a usar de maneira mais organizada aquilo que sabe. De maneira semelhante, os estudantes podem dominar algumas técnicas matemáticas, mas de maneira desorganizada e, às vezes, limitadas a algumas situações pontuais. O ensino escolar, ao mediar às relações entre os conceitos cotidianos e os escolares, proporciona um uso esclarecido e sistematizado dos conteúdos matemáticos que o indivíduo aprendeu no cotidiano (SILVA, 2016, p. 60).

O autor esclarece sobre a importância da escola na organização e sistematização dos conteúdos que os estudantes devem aprender. Destaca que é possível a aprendizagem de alguns conceitos espontâneos, desde que ligados à situações do cotidiano, mas é na escola que se aprende de maneira organizada os conhecimento sistematizado e acumulado pela humanidade ao longo de sua história.

Quadro 15 – Identificação das figuras do Tangram

Pesquisador: então, agora que vocês já conheceram o Tangram. Composto por 7 peças, vocês lembram os nomes das figuras? *Alunos: triângulo, quadrado, paralelogramo...* *Pesquisador: já que vocês conseguem identificar, gostaríamos que vocês formassem um quadrado com dois triângulos.* *Alunos: aqui, eu fiz...* *Pesquisador: com base na ideia que já estávamos desenvolvendo o que leva vocês a concluírem que essa figura é um quadrado (mostra com o auxílio do Tangram a figura formada)?* *Alunos 6: Porque tem quatro lados e são quatro lados iguais.* *Aluno 7: são planas (na verdade o que foi mostrado aos alunos se trata de um sólido e não mais de figuras planas).* *Esse uso, dos contextos aparecem como uma confusão do que são figuras planas e sólidos.* *Pesquisador: então, e se agora eu dividir o quadrado ao meio, o que acontece?* *Aluno 6: têm dois triângulos.* *Pesquisador: e essa linha que divide aqui (apontando para a diagonal do quadro que*

havia sido formado pela união dos dois triângulos) vocês sabem o nome dela?
Alunos:.... ÉÉÉ...
Os alunos não souberam responder
Pesquisador: e como é o nome dessas linhas aqui (apontando para as arestas)
Alunos: lados.... não, é... arestas
Pesquisador: e esse aqui (apontando para os vértices)
Alunos: canto....
Pesquisador: não.
Alunos: vértice.
Pesquisador: e isso aqui (apontando para a face) como a gente chama?
Alunos: ... ninguém soube responder.
Pesquisador: face.
Pesquisador: ok. Então vamos continuar... com o material que vocês têm em mãos queremos que construam uma nova figura, a escolha, com dois triângulos (os menores) e um quadrado.
Daí queremos que vocês nos digam as características dessas figuras.
Aluno 8: aqui professor... eu fiz um...
Pesquisador: que figura é essa?
Aluna 6: um retângulo.
Pesquisador: então posso dizer que é um retângulo. Mas por que posso dizer que é um retângulo?
Aluno 7: porque é uma figura plana, tem quatro aresta.
Pesquisador: observem. Quantos vértices tem essa figura?
Alunos: 4 vértices.
Pesquisador: e a sua aluno 7, tem quanto vértices ?
Aluno 7: três, portanto, é um triângulo.
Alunos: tem três arestas, uma face.
Pesquisador: e vocês sabem sobre os ângulos que são formados ao construir essas figuras que vocês nos apresentaram?
Aluno 8: minha figura tem 4 arestas, dois lados iguais e outros dois lados iguais, é plana, uma face.
Pesquisador: repararam que essas figuras têm semelhanças? Como faremos para identificar cada uma delas e não dizer que são as mesmas?
Alunos: parece ser a mesma.
Pesquisador: e o que as diferenciam?
Aluno 6: é assim (desenhando no espaço com as mãos).
Pesquisador: mas, além disso, qual(is) características podemos destacar (apontando para as duas figuras desenhadas no quadro) na diferença entre elas.
Alunos: os vértices.
Pesquisador: O que podemos dizer da relação entre elas?
Alunos: a forma.

Fonte: dados da pesquisa

Aqui gostaríamos que os alunos percebessem que o triângulo, construído pelo pesquisador, equivale a metade do quadrado, pois ao traçar a diagonal do quadrado havia construído um triângulo com a metade da área do quadrado. Além dessa relação gostaríamos também que diferenciassem o quadrado do retângulo (apesar de serem quadriláteros possuem características que os diferenciam). No entanto, observamos grande confusão na aplicação dos conceitos concernentes a figuras planas e sólidos, de modo que a face do sólido é confundido como sendo uma figura plana e na como característica daquele objeto, além do que a característica demasiadamente considerada é apenas a forma.

Quadro 16 – Traçando a diagonal do quadrado

Pesquisador: então reparem: se pegarmos esse quadrado aqui (apontando para o quadrado) e dividirmos ao meio, a partir da ideia de traçar a diagonal, obteremos o quê?
Alunos: triângulo. Não, na verdade dois triângulos.
Pesquisador: ótimo. E posso dizer que a soma da área desses dois triângulos equivale a área desse quadrado?
Aluno 6: sim, porque.
Aluno 7: não, porque o triângulo e o quadrado são diferentes.
Aluno 10: sim.
Pesquisador: e caso separar, formaremos dois novos triângulos, a área de cada um desses triângulos será igual a do quadrado?
Aluno 10: não. Se separar fica diferente.
Aluno 8: (o aluno construiu uma figura com o material do Tangram, mas não soube explicar o nome).
Pesquisador: olha só, já estudaram essa figura? (resposta positiva dos alunos) ela se chama trapézio. E observando-a vocês conseguem identificar as características?
Alunos: quatro vértices, quatro arestas, dois lados iguais e outros dois lados iguais e também é plana.
Pesquisador: ora, então é um retângulo?
Alunos: não.
Pesquisador: mas vocês falaram as mesmas características do retângulo. Então o trapézio é um retângulo?
Alunos: não.
Pesquisador: e o que os diferenciam?
Alunos: a imagem (referindo-se a forma da figura), os lados.
Alunos: parece uma quadra (refere-se a quadra esportiva), um telhado.
Pesquisador: e essa figura é igual a essa e a essa outra (apontando para um quadrado, um retângulo e um trapézio)?
Alunos: não.

Fonte: dados da pesquisa

Percebe-se que o modo como os estudantes veem as figuras implicam não somente na possibilidade de identificar as características dessa figura, como também na sua forma. Com efeito, para que os estudantes conceituem cada figura é necessário interpretá-la e desse modo traduzir suas características segundo os conceitos, dominando, portanto as regras que lhe foram ensinadas.

Quadro 17 – Cálculo de área de figuras planas

Pesquisador: bem, até agora tudo bem. Vamos continuar. Ao considerarmos que vocês usaram as mesmas peças do Tangram para construir essas figuras, que vocês construíram, todas elas possuem a mesma área? *Alunos: sim, mas as formas são diferentes.* *Pesquisador: então, falamos da área... e o que vocês compreendem por área? Como a gente calcula?* *Alunos: não souberam responder.* *Pesquisador: e a área da figura do aluno 7 tem a mesma área?* *Aluno 9: não, por que a figura do aluno 7 é um triângulo e a dos demais são quadrados, retângulos...* *Aluno 7: por que a minha figura é um triângulo e a do aluno 9 é um paralelogramo.* *Pesquisador: e voltando a ideia de área, conforme já falamos, o que você compreendem por área?* *Aluno 6: a gente vai pegar dois números e somar, não! multiplicar.* *Aluno 6: você vai pegar a medida dos dois lados e multiplicar.* *Pesquisador: vamos verificar as medidas das arestas das figuras de vocês.* *Aluno 10: a medida "de baixo" (referindo-se a medida da base) da minha figura deu 15 cm.* *Cada aluno mediu os "lados" de suas figuras.* *Pesquisador: então, como que a gente pode calcular a área de cada figura?* *Alunos: soma... não, multiplica os lados.*

Fonte: dados da pesquisa

Observou-se que os alunos perceberam que o que diferenciava as figuras era a forma e não a área, uma vez que tinham sido construídas com as mesmas peças do Tangram. Ainda assim, a noção de área apareceu apenas como um algoritmo em que se deve *multiplicar os valores de cada aresta*. Não aparece em nenhum momento a noção de superfície como sendo o contorno delimitado por uma região, que é o princípio de área. A consequência disso se dá em função de uma prática enciclopedista recorrente nas escolas, de modo que não ensina ao estudante o processo para compreender de fato o que é a área de uma figura geométrica, restringindo a prática do professor a ensinar somente *fórmulas*.

Quadro 18 – Cálculo de área do Retângulo

Pesquisador: vamos considerar a distância de um "pino" ao outro equivalente a uma

unidade. Assim, a área formada por quatro pinos equivale a uma unidade de área. Vamos verificar quantas unidades temos na parte interna das figuras que vocês desenharam.
Pesquisador: e como ficou o retângulo que vocês construíram? Quantos pinos têm na base? E na altura?
Aluno 8: tem 3 pinos e o outro 1 pino. Portanto, temos um retângulo com 3 quadrados de área, assim, temos 3 cm^2.
Aluno 2: a base tem 3 e a altura 2. Assim nossa área tem 6 cm^2.
Aluno 9: construímos um retângulo de base 3 e altura 5... assim, o retângulo tem 15 cm^2 de área.
Pesquisador: observaram que multiplicar a base vezes a altura, isto é, multiplicar a quantidade de pinos da base pela quantidade de pinos da altura a gente obtém a mesma quantidade de quadradinhos?
Pesquisador: vejamos o caso do aluno 3. Quantos pinos têm na base da sua figura?
Aluno 3: 4 pinos.
Pesquisador: E na altura?
Alunos 3: 2 pinos
Pesquisador: Isso dá quantos quadradinhos?
Alunos: 8 quadradinhos.
Pesquisador: agora verifique quanto dá apenas multiplicando o valor da base pelo valor da altura.
Pesquisador: quanto é a base?
Alunos: 4
Pesquisador: e a altura?
Alunos: 2.
Pesquisador: quanto dá essa multiplicação?
Alunos: 8.
Pesquisador: observaram que ao contar a quantidade de unidades de medida, isto é, a quantidade de quadradinhos da o mesmo valor que multiplicar os valores de cada uma das medidas, ou seja, os valores da base multiplicados pelos valores da altura?
Alunos: sim, isso mesmo.
Pesquisador: o que podemos concluir a partir disso?
Alunos: que dá o mesmo resultado.
Pesquisador: Isso. E em termos mais gerais o que podemos concluir (o pesquisador induzindo estudantes a concluírem que poderia chegar a uma lei geral para qualquer retângulo)?
Alunos: apenas multiplicar. (ainda assim a turma não soube expressar a lei geral).
Pesquisador: e se perguntarmos a vocês como se calcula a área de um retângulo, todos vão lembrar?
Alunos: sim... (depois de alguns balbucios alguns alunos responderam) - base vezes altura (mas ainda assim não expressaram a lei geral).

Fonte: dados da pesquisa.

Observamos que o princípio de generalização não foi expresso pelos alunos, apesar de conseguirem calcular a área das figuras que construíram no Geoplano. Muito embora Wittgenstein (1999) conceba a generalização como uma regra que recorre em diferentes usos. Observa-se que o uso linguístico de uma situação particular como algo geral conduz o estudante a um processo arbitrário da sua compreensão linguística. Assim, a tradução de uma situação empírica à outra situação arbitrária não compreende todo o processo linguístico realizado pelo estudante principalmente no que tange a linguagem matemática.

Até que um estudante se aventura a ariscar uma resposta dizendo que “bastava calcular a base vezes a altura”. Embora tenhamos chamado a atenção para a aplicação desse conceito em diferentes situações, observou-se que o procedimento foi compreendido pelo estudante, no entanto, o uso gramatical se orientou somente por um uso linguístico referencial, limitado a procedimentos mecanizados.

O pesquisador observou que os estudantes deveriam relacionar o comprimento com a largura. Daí, precisam entender que não se tratava das paredes da sala, mas do conceito da sua superfície que está limitado pelas paredes. Em certos casos essas aplicações ao cotidiano pode gerar confusões na aprendizagem.

Mostramos que a associação de conceitos matemáticos aprendidos em sala de aula apresentam usos diferentes das situações empíricas, por exemplo, no caso de calcular a superfície da sala de aula. Esse outro domínio, da sala de aula, que foge às situações do cotidiano exige uma linguagem que distancia daquele contexto. Bruter (1998) ao discutir a obra *Sur la nature des mathématiques* (1973), de Hermite, levanta a ideia de que a matemática a partir do ponto de vista da observação, conforme aconteceu na situação proposta decorrente da falsa ideia de contextualização, conduz à formulação de um mundo ideal, no qual não há imperfeições nem influência do meio. Essa concepção, em muitos casos provenientes de generalizações, exige uma representação mental dos objetos.

Wittgenstein, desde o *Tractatus*, já apresentava uma crítica ao modelo representacionista (afiguração) de que a linguagem apenas representa algo no mundo (estado de coisas), de que a proposição matemática nada descreveria no mundo, apenas revelava algo que é da ordem de sua forma lógica. Isso remete a uma perspectiva de “correspondência” que está ligado a noção de uma *linguagem privada*, pois cada sujeito poderia representar a seu modo. Hebeche (2003) explica que Wittgenstein rompe com esse modelo ao afirmar que a imaginação, e, portanto, a representação não são processos mentais, mas um modo de agir expresso pela linguagem, sendo a linguagem o ambiente para "se decidir o que se imagina e o que se vê" (p. 394). Atrelado a isso pressupõem-se uma noção de tradução, na qual se deve buscar um correspondente na língua destino, dessa forma, não se entende como um jogo de linguagem na relação das duas linguagens.

Quadro 19 – Cálculo de área e perímetro de figuras planas

Pesquisador: Além de calcularmos a área das figuras, passaremos agora, a calcular o perímetro das figuras. Alguém pode nos dizer o que compreende por perímetro de uma figura? *Alunos: ... A turma ficou em silêncio.* *Pesquisador: quais figuras acabamos de construir (apontando para a figura)?* *Alunos: retângulos.* *Aluno 2: o meu deu 6cm.* *Pesquisador: como você chegou a essa conclusão que as medidas deram 6 cm?* *Aluno 2: porque eu somei todos os lados da figura. Como tinha 1 cm de um lado e 2 cm do outro eu apenas somei.* *Aluno 1: eu somei a base com a altura.* *Pesquisador: vejamos, então agora vamos construir uma nova figura. E vocês devem calcular a área e o perímetro dessa figura.* *Alunos: ok.* *Pesquisador: e ai, aluno 3, quanto deu o cálculo da área da figura que você construiu?* *Aluno 3: 4, quatro* cm^2. *Pesquisador: e o perímetro.* *Aluno 3: 10.* *Pesquisador: então já compreenderam o conceito de área. Podem nos expor o que vocês entendem por área?* *Alunos 1: a parte de dentro da figura.* *Aluno 8: a parte central da figura.* *Pesquisador: se soubermos a medida da base e da altura é possível calcular a área da figura?* *Alunos: sim (todos).* *Pesquisador: Dando continuidade vamos construir um quadrado.* *Pesquisador: começando por aqui. Quanto mede a aresta, que representa a base, do quadrado que você construiu?* *Aluno 1: 5* *Pesquisador: e a medida da altura?* *Aluno 1: 4* *Pesquisador: pessoal, o quadrado que foi construído possui a medida da base igual a 5 e a medida da altura 4. Podemos afirmar que está correto?*

Alunos: não. *Pesquisador: por que não é um quadrado?* *Aluno 3: porque não tem a mesma medida* *Aluno 5: porque tem 4 medidas.* *Pesquisador: essa figura é um quadrado?* *Alunos: não.*

Fonte: dados da pesquisa

Os alunos não conseguiam justificar porque a figura construída pelo aluno 1, não era um quadrado. Alguns enunciavam, mesmo sem sentido, a justificativa que tinha sido ensinada nas aulas e nos anos anteriores, de que "um quadrado deve ter os quatro lados iguais" (*sic*). Assim, o conceito produzido por aqueles estudantes em relação ao conceito de quadrado aparentemente está desprovido de sentido, pois trata-se apenas de uma regra, que nada descreve acerca desse objeto geométrico.

A possibilidade de traduzir o enunciado "o quadrado possui todos os lados iguais" *(aluno 1),* assumindo como as caraterísticas de um quadrado durante a sua construção aparece, na perspectiva desses alunos, como um discurso mágico, isto é, uma frase sem sentido que expressa uma regra matemática, que continua sem sentido, pois ao solicitar a esses alunos que construa a figura a partir desse enunciado certamente não haverá uma compreensão para todos. Conforme aponta Baruk (1996), essa ideia de magia leva alguns estudantes a não compreenderem a regra assumindo a matemática como um conjunto de regras inexplicáveis, de modo que não é possível compreendê-las, restando apenas aplica-las no contexto em que for solicitado.

Neste sentido, Wittgenstein, nas *Observações Filosóficas (1956)*, indica que é vago dizer que a matemática forma conceitos, uma vez que dependem do contexto. Na verdade, segundo o filósofo, um conceito adquire sentido no jogo de linguagem que está inserido, pois ali há uma gramática que orienta os usos e com isso vai gerar os significados que correspondem a essa diversidade de aplicações, ou seja, "é justamente essa multiplicidade de aplicações da palavra "conceito" que Wittgenstein considera como sendo a significação do conceito de *conceito*" (MORENO, 1995, p.32).

Após a construção do quadrado passamos ao cálculo da área dos quadrados construídos.

Quadro 20 – Cálculo da área do Triângulo

Pesquisador: qual foi a área encontrada por vocês (apontado para uns alunos do lado esquerdo da sala). *Alunos: Nós contamos a quantidade dos quadradinhos que se formou.* *Pesquisador: mostre para nós como vocês fizeram.* *Alunos 3: 4+4=8* *Pesquisador: então, podemos dizer que dá 8 (pergunta à turma)?* *O estudante 8 apenas fazia a soma do lados do quadrado construído com o lado 4.* *Aluno 3: dá 16.* *Pesquisador: mas o que é esse 16?* *Aluno 3: é a área.* *Pesquisador: e como você disse que dá o resultado 8?* *Aluno: eu somei.*

Fonte: dados da pesquisa

Assim, o pesquisador orienta que se contarmos a quantidade de quadradinhos formados obteria 16 quadradinhos e não apenas 8. Isso mostra que para calcular a área desse quadrado não se deve somar. Na verdade trata-se de uma multiplicação do valor de um lado, pelo valor do outro lado. Veja que ao contabilizar a quantidade de quadradinhos formados e comparar com a multiplicação, *multiplicação e não soma*, das medidas dos lados do quadrado obterá o mesmo valor. Neste caso são procedimentos distintos, mas que buscam uma mesma compreensão desse conceito.

Após a realização da atividade com o uso de material concreto, neste caso o Geoplano[25], passamos ao processo de buscar uma linguagem que generalizasse o cálculo de área e perímetro das figuras. Documentos como os PCN (1998) orientam que

> Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular (BRASIL, 1998, p. 43).

Conforme indica o documento citado essa série de generalizações aparece com o princípio da introdução de noções algébricas. Essa ideia

[25] O Geoplano é um material criado pelo matemático inglês Calleb Gattegno. Constitui-se por uma placa de madeira, marcada com uma malha quadriculada ou pontilhada. Em cada vértice dos quadrados formados fixa-se um pino, onde se prenderão os elásticos, usados para construir as figuras sobre aquele plano.

permite ao estudante desenvolver a capacidade de representar simbolicamente o mundo em que vive identificando semelhanças e regularidades presentes nas transformações geométricas (rotação, translação, reflexão, reflexão deslizante, dilatação ou homotetia, semelhança em espiral, etc.) (MABUCHI, 2000).

O guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) também aponta ideia semelhando ao indicar que:

> A percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos simbólicos para diversas situações, e a capacidade de traduzir, em linguagem matemática, problemas encontrados no dia a dia, ou provenientes de outras áreas do conhecimento, devem ser, gradativamente, desenvolvidas (PNLD, 2013, p. 14).

Muito embora os estudantes não tenham proposto um modelo generalizador para o cálculo do perímetro e da área das figuras estudadas, percebemos que compreenderam os jogos que estabelecemos para realizar tais cálculos.

Para calcular o perímetro procedemos junto com os alunos.

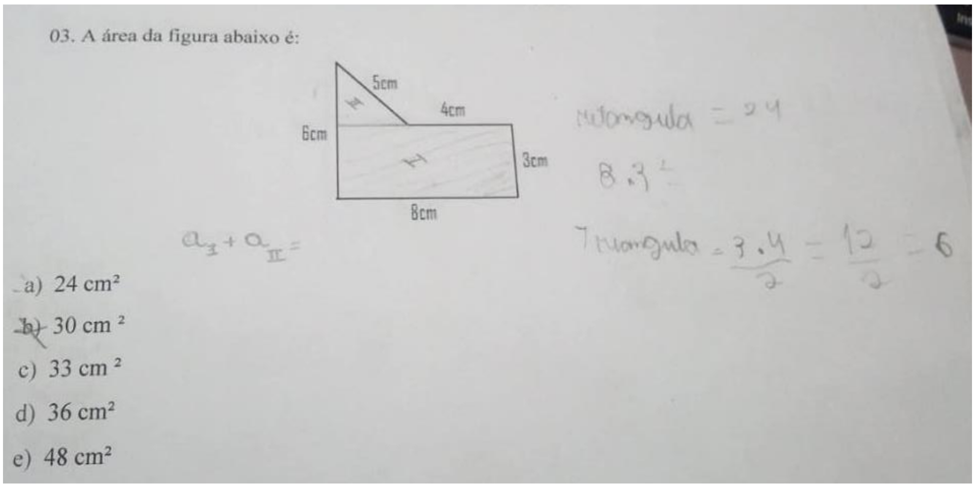
Quadro 21 – Cálculo do perímetro do Quadrado

Aluno 1: bem professor, o quadrado tem 4 lados. Então nós fizemos assim: o quadrado tem 5 cm de base e 5 cm de altura, daí nós fizemos assim 4 x 5 = 20 cm. *Pesquisador: Isso. Na verdade, para calcular o perímetro do quadrado você fez isso: 5 + 5 + 5 + 5 = 4 x 5 = 20.* *Pesquisador: eu posso usar esse mesmo método para calcular o perímetro de um retângulo de lados 2 e 3?* *Alunos: não, professor. Porque os lados são diferentes.* *Aluno 1: veja como eu fiz.*

Fonte: dados da pesquisa

Neste momento os estudantes já possuíam domínio do jogo estabelecido entre o cálculo de área e o perímetro da figura. Observamos que, na perspectiva do estudante, o jogo matemático de “multiplicar os lados” para encontrar a área do quadrado e somar as medidas de todos os lados para encontrar o perímetro já estava clara, a partir daquele momento observamos que não tinha dúvidas da regra a ser aplicada.

Figura 4 - Cálculo de área de figura plana



Fonte: dados da pesquisa

Conforme mostra a figura 3, acima, a possibilidade de compreensão dos conceitos já está bem mais *amadurecida* nos estudantes, uma vez que perceberam a diferença entre a relação para calcular o perímetro de figuras planas, por exemplo, quadrados, retângulos, triângulos, etc. Embora as duas primeiras se refiram a quadriláteros, cuja necessidade é apenas somar (perímetro) ou multiplicar (área) os lados da figura (que são da mesma quantidade) as medidas de cada lado serão diferentes.

Neste sentido, a atividade acima, teve o intuito de conduzir os estudantes a superarem a necessidade de estabelecerem relações empíricas ou que tenham aproximações com a contextualização no cotidiano. Observou-se assim a capacidade desses estudantes em seguir as regras matemáticas ensinadas pelo professor. Wittgenstein esclarece que o critério de seguir regras nos usos da linguagem está associado a noções publicamente aprendidas e caracteriza-se como sendo o domínio de uma técnica ensinada ao aluno.

Hebeche (2003) ao discutir sobre o cálculo de cabeça esclarece que este segue as mesmas regras do cálculo escrito no papel, pois não altera a natureza da operação (matemática) e é uma habilidade que uns podem desenvolver com mais facilidade do que outros. Assim, com o recurso do papel uns podem se sentir mais seguro ao realizar tais cálculos, pois foram ensinados a agirem dessa forma, “quando recorremos ao papel, tudo parece mais às claras; pode-se melhor mostrar as etapas que vamos seguindo” (p. 402).

Assim:

> A regra é hipostasiada quando se colocam entre ela e sua aplicação explicações de qualquer tipo, como processos mentais ou cerebrais; ora, não se pode explicar, de modo transcendental ou pela psicofisiologia, a atividade de calcular sem que já se sigam as regras da multiplicação e divisão. Não dizemos que os computadores "calculam de cabeça". Os computadores com os *chips* e os cérebros com os neurônios pressupõem a práxis de seguir as regras na linguagem (HEBECHE, 2003, p. 403).

Desse modo, a *práxis* da linguagem é constituída a partir das *formas de vida* na qual somos ensinados a partir de acordos comunitários que inviabilizam a tradução, não se restringindo a uma tradução radical.

Ao seguir com as atividades demos o valor da área da figura e solicitamos que os estudantes construíssem a figura e identificassem a medida dos seus lados.

Quadro 22 – Construindo a figura a partir da área

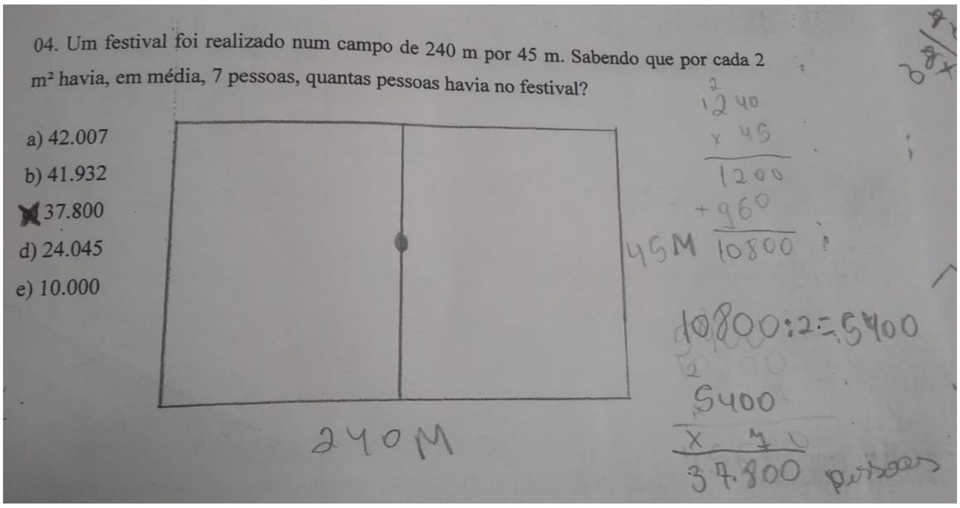
Pesquisador: Então, agora vamos fazer um exercício diferente do anterior. Para este exercício será dada a área da figura, que mede 16cm^2 e vocês devem construir a figura e identificar a medida do lado. *Aluno 10: nós construímos um quadrado. Nós encontramos a altura e a base medindo 4cm, porque 4 x 4 é igual a 16.* *Pesquisador: e quanto mede o perímetro?* *Aluno 3: 24.* *Aluno 10. 16 também, porque a base é igual a altura. Dai a gente pega 4 de um lado mais 4 do outro, e s lados são iguais, dai dá 16.* *Pesquisador: poderíamos construir outra figura com a mesma medida da área?* *Aluno 5: eu acho que sim.* *Pesquisador: então nos diga qual figura podemos construir.* *Alunos: silêncio na sala.* *Pesquisador: Podemos dizer que esta nova figura possa ter um dos lados medindo 2 cm?* *Alunos: sim...* *Pesquisador: e então quais figuras podem construir?* *Depois de alguns minutos.* *Aluno 5: uma figura de lado 2 e outro 8, pois 2 x 8 é igual a 16.* *Pesquisador: muito bem, esse é também uma possibilidade. E qual figura é essa?* *Alunos: retângulo, quadrado...*

Fonte: dados da pesquisa

Apesar da confusão em relação ao nome da figura boa parte dos alunos acertou a figura que foi construída com medidas de lados 2 e 8.

Com a resolução de problemas os estudantes também conseguiram realizar a tradução da atividade proposta em língua portuguesa para a linguagem matemática.

Figura 5: Resolução do problema



Fonte: dados da pesquisa.

Ao solicitarmos aos estudantes a resolução do exercício da figura 4, acima, gostaríamos que traduzissem as informações do problema, que está escrito em língua portuguesa para a linguagem matemática e assim apresentassem um resultado. O ponto a se discutir a respeito da tradução realizada pelo estudante reside na compreensão e interpretação daquilo que foi proposto como investigação e do que é solicitado como resultado. Diante de tal situação observamos que o estudante possui a habilidade de realizar tal tradução, pois conseguiu compreender o exercício e interpretá-lo para se chegar a uma resposta.

Silveira (2014) aponta que o texto matemático

> Pode ser escrito em linguagem matemática que contem símbolos, gráficos e expressões algébricas, como também pode ser escrito em linguagem natural com expressões do vocabulário matemático. A linguagem matemática utiliza símbolos para representarem signos tais como: $\leq$, $\geq$, $\div$, $\times$, entre outros; abreviaturas: ∞, km, etc; letras: h para altura, l para lado e números. A linguagem matemática com seus códigos, dentre outras coisas, representa de forma abreviada o texto escrito pela linguagem natural. Esta abreviatura surge por

> meio da formalização da linguagem, mas que comporta um resíduo indicador dos sentidos contidos no texto não abreviado, que foram suprimidos no processo de abreviação (p. 48).

Assim, o texto matemático é composto por um vocabulário em que a língua natural faz parte e também a simbologia do jogo específico da matemática com seus símbolos, gráficos expressões, sinais, entre outros. Ainda segundo a autora “o texto matemático tem que ser complementado pela linguagem materna, pelo professor, de forma que propicie ao aluno o espaço para fazer suas conjeturas, ligar cada signo à ideia do texto e, assim, criar o seu conceito” (2005, p. 90).

Diante disso, para atribuir sentido à linguagem matemática é necessário realizar a tradução dos signos dessa linguagem a uma língua natural. Para Wittgenstein o sentido de uma proposição matemática é dado ao incorporá-la a nossa linguagem, pois isso a torna uma regra interpretada e, portanto, seguir a regra é uma interpretação (SILVIERA, 2005).

Rouy (2005), ao analisar os estudos de Laborde (1982) destaca a existência de problemas de linguagem, que surgem em ligação com os da aquisição do conhecimento matemático. Diante disso, vai falar da linguagem natural e do simbolismo matemático como dois sistemas linguísticos estruturados por sinais. E que assim a explicitação do seu objeto está indissociavelmente ligada à sua construção linguística. Assim, o professor para se fazer compreendido, sente a necessidade de “simplificar” a linguagem que utiliza, traduzindo os conceitos em “linguagem corrente”, também é verdade que seguida e obrigatoriamente não pode-se, nem deve-se, continuar a utilizar tal procedimento por alijar o estudante da linguagem matemática. Como garantia de aprendizagem é a linguagem matemática que deve ser usada, mesmo com sua pretensão universal, a qual deve-se recorrer apenas à sua tradução como recurso, uma vez que esta é intrínseca ao jogo de linguagem estabelecido por cada professor (SOARES; NUNES, 2006, p. 04).

Assim, quando o professor traduz a linguagem matemática para o estudante, e não apresenta sentido, isso faz com que o estudante até compreenda, mas não consegue aprender. No caso da matemática o aluno não aprende ou ainda não apreendeu o significado daquilo que foi ensinado. Isso pode ser ilustrado a partir de uma aula com conteúdos novos em que o professor ensina para o estudante, mas este, em muitos casos, apesar de compreender a explicação do mestre não consegue atribuir significado àqueles conceitos quando o professor lhe solicita que resolva os exercícios propostos.

Conforme se observa é necessário que durante o processo de tradução da linguagem matemática, que inicialmente começa pelo professor, seja atribuído sentido ao que está sendo ensinado. Se ocorrer algo diferente disso, dificilmente o aluno irá atribuir sentido àquela linguagem agindo apenas sob uma perspectiva referencialista da linguagem.

6. Considerações Finais

Esta tese assumiu como temática uma área pouco explorada no ensino de matemática no que diz respeito à tradução de sua linguagem à língua natural do estudante, assim a presente pesquisa revelou a necessidade de ampliar o quantitativo de investigações que analisam essa temática com a intenção de garantir o desenvolvimento de habilidades relativo à interpretação e aprendizagem dessa ciência tão importante para a humanidade. Diante disso, tivemos como objetivo *investigar acerca do processo de tradução da linguagem matemática para a linguagem natural* demonstrando que aprender matemática está para além de apenas seguir suas regras, muitas vezes sem sentido na perspectiva do aluno. Esta pesquisa consistiu em apontar novos direcionamentos à aprendizagem da matemática a partir da contribuição para uma *epistemologia da tradução* assentada nos jogos de linguagem do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein que vem sendo desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa em Linguagem Matemática (GELIM), do Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemáticas, da Universidade Federal do Pará.

Assim sendo, a pesquisa esteve norteada a partir da seguinte questão de investigação: *De que maneira são realizados os processos de tradução da linguagem matemática para a língua natural na aprendizagem de matemática?* Para responder a esta pergunta investigamos a respeito da natureza da matemática, de sua escrita e a maneira como está sendo compreendida em sala de aula, analisando em documentos oficiais, que orientam a educação, a pouca importância que é atribuída à sua linguagem. Ao longo da investigação estivemos inclinados a constatar que tal compreensão, em muitos casos está restrita a uma concepção referencial, a qual confere apenas um significado único e exclusivo do conceito, legitimando-se pela aplicação mecânica de suas regras, pois em muitas práticas de sala esquece-se que **é no jogo de linguagem praticado com professor, aluno e conceito que se atribui sentido ao que está sendo ensinado**.

Buscamos embasamento nos estudos acerca da Filosofia da Linguagem para compreender as ações que a linguagem exerce sobre nossas atitudes e pensamentos. Essa compreensão se faz necessário e importante para entender a natureza humana e o que ela produz. Ao entendermos a filosofia como atividade sobre as instituições humanas suscita uma importante compreensão sobre suas atividades sociais, por exemplo, sobre a função e importância da escola. Desse modo, a linguagem passa a ser entendida como constituidora de sentido e reguladora das práticas sociais humanas.

Assim, a Virada Linguística (*Linguistic turn*), do início do século XX, cujo maior expoente foi o filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein, desempenhou uma análise a respeito da linguagem, na qual sua preocupação ofereceu condições que solucionar os problemas enfrentados pelo mau uso da linguagem. Essa nova maneira de ver a filosofia rompe com o idealismo e o psicologismo predominante até aquele momento. Essa nova maneira de enxergar os problemas filosóficos conduz a uma postura inédita para enfrentar os fundamentos da metafísica na busca pela essência. Na verdade, depois dessa virada não há mais uma causa primeira, isto é, uma essência, - não existe um mundo que não possa ser exprimível pela linguagem.

Desse modo, encontramos em Wittgenstein elementos que apontam para o uso da linguagem ordinária como o *lócus* mais fecundo e profícuo para a análise. Acreditamos, a partir das ideias desse filósofo, que as expressões linguísticas e os conceitos adquirem significados quando aplicadas em contextos de uso dos *jogos de linguagem*, pois, aprender o significado de uma expressão linguística pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governam seus usos dentro de um ou mais *contexto*. Uma das consequências dessa ideia para a educação é que não há sentido em se ensinar um significado referencial, cuja base está alocada numa perspectiva da existência de uma essência do significado de uma palavra independente de seus diversos usos. Assim, uma palavra só adquire significado quando se *joga* com ela dentro de um ambiente, cujas regras definem o seu uso de aplicação em um contexto linguístico.

Com isso, enxergamos a tradução como ambiente favorável à aprendizagem da linguagem matemática, pois a tradução se torna uma necessidade interna da matemática, cujo objetivo se revela na busca por sentido daquilo que se ensina afim de poder garantir e assegurar significados aos conceitos. É certo, que a tradução não pode se restringir apenas a um uso referencial, por exemplo, no sentido que uma palavra representa unicamente o significado do conceito. Esta deve conceber liberdade política e autonomia intelectual ao estudante de modo que lhe permita fazer diferentes aplicações de um conceito proporcionando assim o seu desenvolvimento linguístico. Além disso, a tradução democratiza o conhecimento e reduz as fronteiras à medida que expande a capacidade de acesso. Entretanto, como vimos nesta pesquisa, isso acontece somente por meio dos jogos de linguagem, haja vista que o seu objeto apresenta múltiplas semelhanças de usos, que quando não compreendidos corretamente, podem gerar confusões uma vez que para Wittgenstein *traduzir é um jogo de linguagem*.

Wittgenstein esclarece que a essência se dá pelo uso referencial da linguagem, em que o objeto é substituído pela palavra. Isso se mostra satisfatório quando o filósofo ilustra com uma passagem das *Confissões* (1996), de Santo Agostinho, em que as palavras nomeiam os objetos. Para Wittgenstein essa ideia de Santo Agostinho se aproxima de um sistema de comunicação, no qual a representação é útil à comunicação, no entanto, não permite todos os usos que se pretende fazer da palavra limitando-se a um único significado. O filósofo austríaco exemplifica com a seguinte passagem: "jogar consiste em empurrar coisas, segundo certas regras, numa superfície, [entretanto,] você parece pensar no jogo de tabuleiro, mas nem todos os jogos são assim" (1999, p. 28). Com essa passagem percebemos que há uma infinidade de usos para a palavra *jogo*, pois há inúmeros jogos, por exemplo, jogos com cartas, com bola, etc. assim, o uso referencial limitaria a somente uma compreensão da palavra jogo ou ainda a um único jogo, segundo algumas regras, contudo, sabemos que há uma múltipla diversidade de jogos.

Assim como a palavra jogo pode ser aplicada em um sentido mais amplo do que é exatamente um jogo, a compreensão do conceito matemático também pode ser aplicado numa infinidade de contextos. Decorre disso, que ao usar um conceito somente com um significado num determinado contexto, empobrece-o e alija o estudante de fazer diferentes aplicações que permite desenvolver inúmeras habilidades.

Diante disso, nossa crítica ao modelo referencial reside numa interpretação precária e empobrecida de que para se ensinar deve haver mudanças apenas em nível pedagógico e não na compreensão de uso dos conceitos. Tal interpretação incentivou ao longo dos tempos a instrumentalização na formação de professores e no desenvolvimento de suas práticas por meio do ensino de matemática esteve ancorada exclusivamente em experiências empíricas. Assim, a dificuldade em aprender matemática, em grande parte, está ligada à falta de compreensão de sua linguagem e não exatamente na prática do professor. Todavia, à medida que este propicia jogos de linguagem em que esteja disposto a escutar o aluno e compreender aquilo que não ficou bem claro em sua explicação, pode retomar sua fala e usar outras palavras que deem sentido ao que foi explicado. Com efeito, isso se dá pelo fato dessa linguagem ser hermética e possuir um conjunto de regras muito particulares, e não somente em função do fazer pedagógico do professor.

Cabe ressaltar, que a linguagem matemática possui vocação para representar formas e esquemas que jamais o ser humano perceberia por meio dos sentidos, e faz com que seu caráter universalista revela-se por si próprio. Tal compreensão acerca da matemática se dá, sobretudo, pelo progresso do seu desenvolvimento formal e rigoroso que se traduziu numa pureza cristalina de verdade que se coloca como sendo um ambiente favorável “para a construção dos conceitos que conduz ao estabelecimento de estruturas diversas constitutivas do objeto matemático” (GRANGER, 1989, p. 84). Neste sentido, a matemática é uma linguagem que é densamente específica, por possuir um caráter formal e rigoroso (GRANGER, 1974). Na busca para superar essas dificuldades de aprendizagem e haver uma transposição ao nível de compreensão do aluno autores como Pimm (1999) sugere que deve-se conceber a matemática como uma linguagem, e seu ensino deveria seguir os moldes, isto é, os mesmos modelos da aprendizagem das línguas estrangeiras, para o autor, é como se aprendêssemos a falar, a ler e a nos comunicar em outra língua, uma língua estrangeira – para o aluno.

Diante disso, entendemos que o pensamento matemático é objetivado através de uma linguagem, uma linguagem específica, ou seja, a linguagem matemática, que se utiliza de uma simbologia, como todas as outras, mas que tem uma sintaxe própria que segue as regras dos jogos de linguagem da matemática. Para a compreensão dessa linguagem deve-se fazer a tradução para uma linguagem natural. Nesse processo de tradução de uma linguagem à outra é necessário que a sintaxe da primeira seja compreendida para que o jogo semântico se complete. Essa tradução é necessária em função de que a linguagem matemática é formalizada e por sua vez, não comporta oralidade, nem tampouco ambiguidade, e isso não lhe permite sobreviver isoladamente, pois prescinde do apoio da língua natural. Deste modo, para que essa linguagem formalizada tenha vida, no seu contexto, ela necessita da tradução para uma língua natural, assim, ambas as linguagens, fornecem entendimento no emprego das regras atribuindo significado aos conceitos.

Neste sentido, acreditamos ter comprovação da presente tese evidenciando que *as dificuldades de aprendizagem da matemática estão relacionadas à compreensão dos conceitos e suas regras no que tange ao processo de tradução do universo linguístico que envolve a linguagem matemática, haja vista que se trata de um fenômeno normativo*, em virtude de que essa linguagem se afasta do empírico constituindo-se a partir da norma, que segue regras que devem ser ensinadas aos estudantes para que assim compreenda os conteúdos.

Tais ideias se aproximam do pensamento de Wittgenstein, que ao propor uma terapia busca elucidar as confusões conceituais indicando que a compreensão das regras assegura o uso correto da linguagem, pois assim oferece condições para que o estudante compreenda que o fundamento dessa linguagem são acordos convencionais a partir de critérios normativos do uso das palavras sob jogos que oferecem condições para compreensão da realidade, cuja forma de vida está elaborada em práticas sociais.

Neste sentido, os resultados dessa pesquisa, decorrente da análise dos documentos orientadores da educação e das intervenções, apontaram indicações de uma prática em sala de aula embasada no uso referencial da linguagem matemática, cuja ação prejudica o desenvolvimento de competências tradutórias e limita condições de aprendizagem que circunscreve o objeto estudado gerando assim uma intraduzibilidade acreditando que o conceito existe antes da linguagem. Em oposição a isso, e priorizando o estabelecimento de práticas comunicativas em contextos de ensino e aprendizagem, acreditamos que é nos jogos de linguagem estabelecidos entre professor, aluno e conteúdo que as confusões e interpretações equivocadas se dissolvem, provocando assim a aprendizagem.

De todo modo, entendemos que as dificuldades de aprendizagem estiveram relacionadas à escassez do desenvolvimento de competências tradutórias da linguagem matemática, em virtude de que se confere uma referência ao significado do conceito, em oposição ao jogo de linguagem, cuja relação de sentido se dá somente quando o aluno resgata uma vivência ocorrida num momento passado ou relaciona com usos empíricos. Ora percebemos que alguns alunos possuíam fluência na linguagem matemática, enquanto outros apresentavam bastante dificuldade. A partir das indagações feitas pelos professores pudemos perceber que essas dificuldades estão diretamente relacionadas ao domínio dos conteúdos matemáticos e de como operar com estas regras nas atividades propostas.

Com efeito, a prática de sala de aula espera-se que o professor aja no sentido de atribuir sentido àquilo que foi ensinado. Todavia, a formação e condições “quase insalubres” do ambiente de trabalho dificilmente permite que isso aconteça. Em consonância a correntes pedagógicas alinhadas ao interesse mercadológico da educação expurga as práticas inovadoras e forçam os professores a agirem de modo a não favorecer a aprendizagem, pois grande parte dos alunos não vêem sentido no que estuda, portanto, acreditam que a escola é estranha a eles.

Decorre disso a falta de sentido daquilo que está sendo estudado. Assim, como pode o aluno dominar uma técnica se dificilmente atribui sentido? Trata-se de uma preocupação na produção de sentido ao ensinar matemática em sala de aula em que grande parte dos professores acreditam que a repetição de explicações de um mesmo conteúdo pode levar a uma compreensão e generalização do conceito. Daí a necessidade de uma reflexão mais básica sobre a própria natureza do conceito e suas diversas dimensões, notadamente nas implicações que podem ser estabelecidas.

Mediante a necessidade de se desenvolver uma *epistemologia da tradução* no que diz respeito ao ensino de matemática, e dada a escassez de trabalhos assumindo esta temática na Educação Matemática, invitamos para que este campo tão profícuo e fértil seja cada vez mais explorado, pois o papel da linguagem é decisivo na atuação pedagógica do professor em sala de aula. Assim, acreditamos que a perspectiva de investigação adotando como base teórica a filosofia de Wittgenstein pode contribuir e oferecer condições para que possamos avançar na qualidade do ensino de matemática. Temos certeza que essa base teórica pode assegurar e garantir a construção de uma *epistemologia da tradução*.

Referências

AGRANIONIH, N. T.; SMANIOTTO, M. **Jogos e aprendizagem matemática**: uma interação possível. Erechim: EdiFAPES, 2002.

ALBARRACÍN, E. S.; DUJET-SAYYED, C.; PANGAUD, C. Les facteurs socioculturels dans le représentations mathématiques: édude de cas sur une population d'élèves ingénieurs français et latino-américains. **SÉMINAIRE D'ESCHIL**, 3., 2008. Anais... 2008.

ARAÚJO, Inês Lacerda. **Do signo ao discurso**: introdução à filosofia da linguagem. São Paulo: Parábola editorial, 2004.

ÁVILA, G. S. S.. **Várias Faces da Matemática**: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2011.

BARRETO, E. S. de S. Tendências Recentes do Currículo do Ensino Fundamental no Brasil. In: BARRETO, E. S. de S. (Org.) **Os currículos do Ensino Fundamental para as Escolas Brasileiras**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2000.

BARROS, Otávio Augusto do Espírito Santo. Cotidiano no ensino e aprendizagem de matemática: reflexões no ProJovem urbano (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

BELLO, Samuel Edmundo Lopes. Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (matemática) contemporânea. **Zetetiké** – v. 18, Número Temático, 2010.

BÍBLIA SAGRADA, **A Bíblia Sagrada**. Trad. João Ferreira de Almeida. 2ª ed. Barueri (SP): Sociedade Bíblica do Brasil, 1993.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Oliveira et all. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Oliveira. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Oliveira (Org.) et all. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BOUVERESSE, Jacques. **Wittgenstein**: la rime et la raison (Science, Èthique et Esthétique), Paris: Les Editions Minuit, 1973.

BRASIL. Ministério da Educação. Decreto Presidencial n° 6.094, de 24 de abril de 2007. Dispõe sobre a implementação do Plano de Dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, pela União Federal, em regime de colaboração com Municípios, Distrito Federal e

Estados, e a participação das famílias e da comunidade, mediante programas e ações de assistência técnica e financeira, visando a mobilização social pela melhoria da qualidade da educação básica. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 25 abr. 2007. Acesso em 18/01/18, às 14h30min.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Ensino de 5ª a 8ª Séries. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Relatório SAEB (ANEB e ANRESC) 2005-2015: panorama da década. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2018.

BRUTER, Claude-Paul. **Comprendre Les Mathématiques**. Odile Jacob, 1998.

CASTELNUOVO, E. **Didática de la Matemática Moderna**. México: Ed. Trillas, 2010.

CHILD, William. **Wittgenstein**. Tradução: Roberto Hofmeister Pich. Porto Alegre: Penso, 2013.

CHANGEUX, J. P.; CONNES, A. **Matéria e pensamento**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 1996.

CHAVES, S. A construção coletiva de uma prática de formação de professores de ciências: tensões entre o pensar e o agir. 2000. 191f. (tese de Doutorado), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

COBB, P. “Perspectivas Experimental, Cognitivista e Antropológica em Educação Matemática.” Revista **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 153-180, 1996.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **Wittgenstein**: linguagem e mundo. São Paulo: Annablume, 1998.

CORRÊA, Isabella Moreira de Paiva. Como se fala matemática? Um estudo sobre a complementaridade entre representação e comunicação na educação matemática. 155f. Dissertação, Programa de Pós-Graduação do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, MT, 2008.

COSTA, Newton. **Introdução aos fundamentos da matemática**. 3ª ed. São Paulo: HUCITEC, 1992.

DANYLUK, Ocsana S. **Alfabetização Matemática**: a escrita da linguagem matemática no processo de alfabetização. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.

DANYLUK, Ocsana S. Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática. 364f. Dissertação (Mestrado), IGCE-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 1988.

DAVIS, P. J; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DURKHEIM, Émile. **Educação e sociologia**. 10ª ed. São Paulo: Melhoramentos, 1975.

ESPINOZA, Miguel. Intuicionismo y objetividad. **THÉMATA** Revista de Filosofía, nº. 30. 2003.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva. Matemática e linguagem: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2009.

FELLER, Elinara Leslei; DUARTE, Jaluza de Souza. Formação inicial e continuada de professores. In: ANTUNES, Helenise Sangoi (org.). **Práticas educativas: repensando o cotidiano dos(as) professores(as) em formação**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Pró-Reitoria de Graduação, 2005, p. 111-117.

FERNANDES, Reynaldo. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb). – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), 2007.

FERREIRA, Fernando. *Grundlagenstreit* e o intuicionismo Brouweriano. Universidade de Lisboa. s/d.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia** – Saberes Necessários à Prática Docente. 19º ed. Paz e Terra, São Paulo 1996.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas: Autores Associados, 1999.

GODOY, E. V.; SANTOS, V. M. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**. v. 8, nº 13, pp. 253-280, jul./dez. 2012.

GONÇALVES, T; FIORENTINI, D. Formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa, 2005.

GOTTSCHALK, CRISTIANE. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais, **Cad. Hist. Fil. Ciência**, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, jul.-dez.2004.

GOTTSCHALK, Cristiane. Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. **International Studies on Law and Education**, 18, set-dez 2014, CEMOrOc-Feusp / IJI-Univ. do Porto.

GOTTSCHALK, Cristiane. O sentido formativo da matemática – uma perspectiva humanista. Anais do encontro do grupo de pesquisa sobre Temas Atuais de Educação: O sentido formativo das ciências. São Paulo, 2009.

GOTTSCHALK, Cristiane. Reflexões sobre contexto e significado na educação matemática. In: VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, São Paulo. VII EPEM - RESUMOS. São Paulo: SBEM, 2004.

GOTTSCHALK, Cristiane. Uma reflexão filosófica sobre a matemática nos PCN. 154 f. Tese (Doutorado em filosofia da Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

GUZMÁN, Miguel ~~,~~Madurez. De la investigación em educación matemática. El papel del ICMI. In: Puig, Luis. **Investigar y enseñar. Variedades de la educacion matematica**. Grupo Editorial Iberoamérica: Bogotá, 1997.

GRANGER, Gilles-Gaston. O Rigor da Matemática. In: **Por um Conhecimento Filosófico.** São Paulo: Papirus, 1989.

GRANGER, G. G.. **Filosofia do estilo**. São Paulo: Perspectiva, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

IBGE. Pesquisa Nacional por Amostragem de Domicílios Contínua26 (PNAD Contínua) de 2016 e 2017 (colocar informações).

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

LESSA, P. B. Os PCN em materiais didáticos para a formação de professores. 236f. Tese. Programa de Pós-Graduação em Educação (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

LIBÂNEO, J.C. **Democratização da escola pública**: a pedagogia crítico-social dos conteúdos. São Paulo, Loyola, 1985.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino da matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MABUCHI, S. T. Transformações Geométricas - A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores.

[26] https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/18317-educacao.html

Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2000.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MAIOLI, M. Os significados da contextualização na matemática do Ensino Médio. Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MARCONDES, D. **Filosofia, linguagem e comunicação.** 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MEDEIROS, Robson André Barata de. Linguagens e aprendizagem da matemática na EJA: desafios, preconceito linguístico e exclusão. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2010.

MEIRA, Janeisi de Lima. Labirintos da compreensão de regras em matemática: um estudo a partir da regra de três. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2012.

MENEGHETTI, R. C. G. O intuitivo e o lógico no conhecimento matemático: uma análise a luz da história e da filosofia da matemática, 2001. 141 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2001.

MIGUEL, A. Formas de ver e conceber o campo de interações entre filosofia e educação matemática. In: **Filosofia da Educação Matemática**: concepções & Movimento, BICUDO (Org.), Editora Plano, 2003.

MIGUEL, Antonio. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**. Set/Out /Nov /Dez, 2004.

MIGUEL, A. A Constituição do Paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico. em Educação Matemática. Revista **Zetetiké**, Campinas, SP, Ano 3, n. 3, p. 7-39, 1995.

MONTEIRO, Hélio Simplício. O ensino da matemática na educação escolar indígena: (Im)possibilidade de tradução. Tese (doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin. Campinas, SP, 2016.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas: editora da Unicamp, 2005.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. Campinas: Unicamp, 2005.

MORENO, A. R. Wittgenstein e os valores: do solipsismo à intersubjetividade. **Natureza Humana** 3(2), jul.-dez. 2001.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PÁDUA, E. M. M. **Metodologia da pesquisa**: abordagem teórico-prática. 6ª ed. Campinas: Papirus, 2000.

PARENTE, Temis Gomes. **Fundamentos Históricos do Estado do Tocantins**. Goiânia: Ed. Da UFG, 2007.

PINTO, N. B.. Práticas Escolares do Movimento da Matemática Moderna. In: VI CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 2006, Uberlândia/MG. In: **VI CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO**: Percursos e Desafios da Pesquisa e do Ensino de História da Educação. Uberlândia/MG: UFU, 2006. v. 1. p. 1-11.

PINTO, Thiago Pedro. Linguagem e educação matemática: um mapeamento de usos na sala de aula. 109 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P.. Estudos de Caso em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, América do Sul, 19, out. 2008. Disponível em:http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880/1657. Acesso em: 18 Jul. 2010.

POZO, J. G. **La Solución de Problemas.** Santillana. Trad. Beatriz Affonso Neves – Porto Alegre: Artmed, 1998.

QUELBANI, Mélika. **Le Cercle de Vienne**. Paris: L'Harmattan, 2001.

QUINE, W. von O. **De um ponto de vista lógico**. Tradução de Andréa Altino de Campos Loparic. São Paulo: Abril cultural, 1980. (Os Pensadores).

QUINE, W. von O. **Palavras e Objetos**. Cambridge/Massachusetts: Harvard University Press, 1961.

QUINE, W. von O. Relatividade ontologica e outros ensaios. In: RYLE, G. **Ensaios** et al. seleção de textos Oswaldo Porchat. Trad. Balthazar Barbosa. 4ªed. São Paulo: Nova cultura, 1989.

RABELO, E. H. Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

RIPARDO, R. B. Na arena da produção textual: os professore de matemática em cena. Dissertação (Mestrado em Educação e Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

ROSA, M.; OREY, D. C. A influência dos fatores linguísticos no ensino-aprendizagem em matemática: o caso dos Estados Unidos. **ZETETIKÉ** – FE – Unicamp – v. 18, Número Temático, 2010.

ROUY, Emmanuelle. APPRENTISSAGE ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES: UNE ACTIVITÉ LANGAGIÈRE? Centre de formation des enseignants (CIFEN), Bulletin n° 18, Juin, 2005.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1988.

SCHMITZ, François. **Wittgenstein, la philosophie et les mathématiques**. Paris: PUF, 1988.

SCHMITZ, François. **Wittgenstein**. São Paulo: Estação Liberdade, 2004.

SHAPIRO, Stewart. **Filosofia da Matemática**. Trad. Augusto J. Franco de oliveira. Lisboa: Edicções 70, 2000.

SILVA, J. Fernando. O Tractatus de Wittgenstein e as crises culturais da Viena *fin-de-Siècle*. Tese (doutorado), Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

SILVA, Jairo José da. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 2007.

SILVA, P. V. **O aprendizado de regras matemáticas:** uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. 102f. (Dissertação de Mestrado), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

SILVA, P. V. **Qual o sentido de estudar matemática na escola**?: o que dizem professores e alunos. 148f. (tese de doutorado), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem. 176f. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação. Porto Alegre, BR-RS, 2005.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; SILVA, Paulo Vilhena da; TEIXEIRA JÚNIOR, Valdomiro Pinheiro. A filosofia da linguagem e suas implicações na prática docente: perspectivas wittgensteinianas para o ensino da matemática. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 35, n. 2, p. 462-480, ago. 2017. ISSN 2175-795X. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2017v35n2p462>. Acesso em: 29 jan. 2018. doi:https://doi.org/10.5007/2175-795X.2017v35n2p462.

SOARES, Filomena Baptista; NUNES, Maria Paula Sousa. **Questões de Linguagem: Rigor versus Compreensão**. Encontro de Investigação em Educação Matemática, Monte Gordo 2006. Acesso em : http://spiem.pt/publicacoes/arquivo/encontro-2006/

SOARES, Magda. **Alfabetização e letramento**. 2ª ed. São Paulo: Contexto, 2004.

STEIN, Sofia Inês Albornoz. **Van Orman Quine**: epistemologia, semântica e ontologia. London (UK): College publicatons, 2009.

TEIXEIRA, A. **Educação e Mundo Moderno**. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1969.

TOCANTINS. LEI Nº. 2.977, de 8 de julho de 2015, aprova o **Plano Estadual de Educação do Tocantins - PEE/TO (2015-2025),** e adota outras providências. Palmas, Diário Oficial do Estado do Tocantins, nº. 4411, ano XXVII, 2015.

TOCANTINS. **Referencial curricular do Ensino Fundamental das escolas públicas do Estado do Tocantins**: ensino fundamental do 1º e 9º ano. 2ª ed. Secretaria de Estado da Educação e Cultura. Palmas: 2009.

TOCANTINS. Secretaria de Estado do Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia, Turismo e Cultura. https://seden.to.gov.br/desenvolvimento-da-cultura/tocantins---historia/l-criacao-do-estado-do-tocantins---1988/. Acesso em 24/07/2017.

TUGENDHAT, Ernst . Wittgenstein : A impossibilidade de uma “Linguagem privada”. Extraído da Revista do CEBRAP n°. 32 de 1992. 14 páginas. Disponível em: <http://www.filosofia.pro.Br/ textos/Wittgenstein-tugendhat.htm>. Acesso em : 20 set. 2011.

UFT. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Universitário de Arraias. Arraias – TO, 2010.

VIDAL, Vera. Empatia e Transcendência: Reflexões sobre o sistema filosófico de Quine. **Principia 7** (1–2) 2003, pp. 205–228.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. S. Paulo: Martins Fontes, 1991.

WIELEWSKI, G. D.. O Movimento Da Matemática Moderna e a formação de grupos de professores de Matemática no Brasil. In: ProfMat, 2008, Elvas-Portugal. **ProfMat2008 Actas**. Lisboa-Portugal: Copyright 2008 Associação de Professores de Matemática, 2008. p. 1-10.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas (IF**). Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural, 1999 (coleção os pensadores).

WITTGENSTEIN, L. **Tractatus Logico-Philosophicus (TLP**). Tradução de Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Edusp, 1993.

WITTGENSTEIN, L. **Gramática Filosófica (GF)**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

WITTGENSTEIN, L. **Observações Filosóficas (OF)**. Tradução de Adail sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Loyola, 2005.

WITTGENSTEIN, L. **The Big Typescript** - Escrito a máquina (BT). Madrid: Editorial Trotta, 2014.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática** (OFM). Edición de G. Henrik von Wright, R. Rhees y G. E. M. Anscombe. Versión espanola de Isidoro Reguera. Alianza Editorial, Madrid, 1987.

WITTGENSTEIN, L. **Zettel** (Z). Lisboa: Edições 70, 1989.

Apêndices

APÊNDICE A – Questionário: Questões iniciais

Universidade Federal do Tocantins
Campus de Arraias
Escola Estadual Brigadeiro Felipe

Ano/Série:_______

Data:_______/_______/________

<u>Questões iniciais</u>

Para você o que é matemática?

____
____
____

O que você entende por matemática?

____
____
____

O que você entende por geometria?

____
____
____

Em sua opinião para que serve a matemática?

____
____
____

O que você gostaria de estudar em matemática?

____
____
____

O que você acha mais difícil ao estudar matemática?

____
____
____

Você prefere questões em que aparece o problema (textos) ou aquelas que aparecem logo as “contas”?

____

No que você acredita que tem mais dificuldade em matemática?

Você usa ou não usa a matemática na sua vida?

Para você qual o sentido, isto é, o objetivo de estudar matemática?

Anexos

Anexo A – Lista de exercício

01. Qual a área e o perímetro de um campo de futebol, de base 25 m e altura 5 m?

a) A= 100 m², P= 50 m

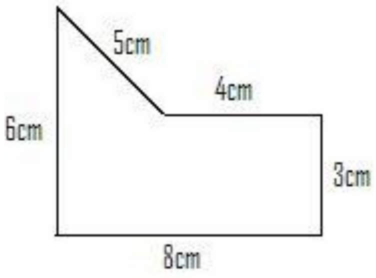
b) A= 150 m², P= 60 m

c) A= 125 m², P= 60 m

d) A= 120 m², P= 50 m

02. Calcule o perímetro da figura plana a seguir:

03. A área da figura abaixo é:



a) 24 cm²

b) 30 cm ²

c) 33 cm ²

d) 36 cm²

e) 48 cm²

04. Um festival foi realizado num campo de 240 m por 45 m. Sabendo que por cada 2 m² havia, em média, 7 pessoas, quantas pessoas havia no festival?

a) 42.007

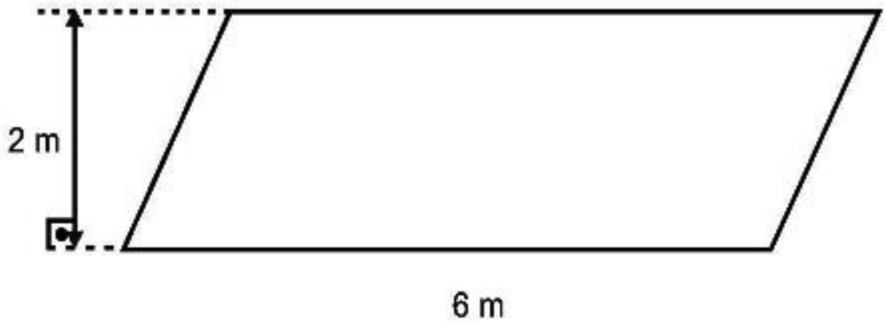
b) 41.932

c) 37.800

d) 24.045

e) 10.000

05. (M090634ES) Observe o paralelogramo abaixo.



Qual é a medida da área desse paralelogramo?

a) 6 m²;

b) 8 m²;

c) 12 m²

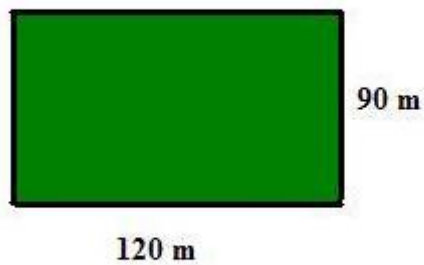
d) 16 m²

e) NDA

Resposta

06. Se o perímetro de um quadrado é de 64 cm, qual é a medida de cada lado desse quadrado?

07. Um fazendeiro pretende cercar um terreno retangular de 120 m de comprimento por 90 m de largura. Sabe-se que a cerca terá 5 fios de arame. Quantos metros de arame serão necessários para fazer a cerca? Se o metro de arame custa R$ 15,00, qual será o valor total gasto pelo fazendeiro?



Anexo B – Tarefa: Explorando o Tangram

QUESTÃO 01: Utilizando as peças do Tangram podemos efetuar várias construções.

a) Como podemos obter o quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio a partir dos triângulos pequenos?
b) De quantas formas diferentes podemos obter, com as peças do Tangram, o triângulo grande?
c) E de quantas formas diferentes podemos obter um triângulo equivalente a dois triângulos grandes?

QUESTÃO 02: Com o Tangram podemos construir, de forma diferente, oito quadrados.

a) Tente descobri-los anotando cada modo de construção.
b) Quantos quadrados de diferente área são possíveis construir?
c) Que relação existe entre a área destes quadrados? E entre os perímetros?
d) Tomando como unidade de medida a peça quadrada, é possível construir um quadrado com área igual a nove? Por quê?

QUESTÃO 03: O número possível de triângulos a construir é bastante superior (maior) ao dos quadrados.

a) Quantos triângulos de diferente área são possíveis construir?
b) E qual a área de cada um deles? (Podes tomar como unidade de medida a peça triangular pequena).

QUESTÃO 04: Explore agora os retângulos.

a) Quantos retângulos diferentes consegue construir com as peças?
b) Descubra as construções possíveis e diferentes de um retângulo com área equivalente a seis peças quadradas.
c) Procure construir dois retângulos com área equivalente a quatro peças quadradas e diferente perímetro.

QUESTÃO 05: Experimente também fazer transformações.

a) Construa o quadrado inicial com todas as peças do Tangram. Tome apenas duas peças e rode-as sobre um vértice transformando o quadrado num triângulo.
b) Tome agora apenas uma peça e rodando-a sobre um vértice procure obter um retângulo.
c) Que podemos dizer sobre as áreas e os perímetros destas figuras?