UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DO LIVRO *RÉFLEXIONS SUR LA MÉTAPHYSIQUE DU CALCUL INFINITÉSIMAL* DE LAZARE CARNOT PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL

FABRÍCIO SANTOS DE SOUSA

BELÉM - PA
2019

FABRÍCIO SANTOS DE SOUSA

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DO LIVRO *RÉFLEXIONS SUR LA MÉTAPHYSIQUE DU CALCUL INFINITÉSIMAL* DE LAZARE CARNOT PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL

Dissertação apresentada à Comissão Julgadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em educação em ciências e matemáticas.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha

BELÉM - PA
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S725p Sousa, Fabrício Santos de.
Potencialidades pedagógicas do livro Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal / Fabrício Santos de Sousa, . — 2019.
126 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Ensino de matemática. 2. História da matemática. 3. Potencialidades pedagógicas. 4. Livro-texto. 5. Cálculo diferencial. I. Título.

CDD 510.7

FABRÍCIO SANTOS DE SOUSA

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DO LIVRO *RÉFLEXIONS SUR LA MÉTAPHYSIQUE DU CALCUL INFINITÉSIMAL* DE LAZARE CARNOT PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL

Dissertação apresentada à Comissão Julgadora do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em educação em ciências e matemáticas.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha

Data de Aprovação:

Banca Examinadora:

____

Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha - IFPA - orientadora

____

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma - UFPA - membro interno

____

Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros - IFPB -membro externo

____

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes - UFPA - membro interno

____

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente - UNIFESP - membro externo

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, meu único Senhor, no qual creio acima de todas as coisas, por sua infinita graça em minha vida, sem Ele nenhuma conquista valeria a pena, pois Ele dá sentido à minha vida.

A minha orientadora, *Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha*, por sua confiança, dedicação, conselhos e, acima de tudo, amizade.

Aos membros da banca examinadora *Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg*, *Prof. Dr. Iran Abreu Mendes*, *Prof. Dr. José Rafael Alves do Rego Barros* e *Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente*, por suas contribuições que complementaram minha pesquisa.

Aos meus pais *Adriano Sousa* e *Luciana Sousa*, por seu amor, apoio e presença em todos os momentos de minha vida.

A meus irmãos *Fabiano* e *Fabiane*, por seu carinho.

A minha amada esposa *Geisa* por sua compreensão, amor e carinho durante o desenvolvimento de minha pesquisa.

Aos professores e coordenação do PPGECM (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) que foram responsáveis por meu amadurecimento acadêmico.

Aos membros do GEHEM (Grupo de Estudos em Pesquisa em História e Educação Matemática), pela amizade e importantes contribuições em meio a discussões em grupo.

A CAPES pelo apoio financeiro prestado durante o curso.

RESUMO

Esta pesquisa teve por finalidade identificar as potencialidades pedagógicas da história da matemática segundo Miguel, (1993) e Miguel, (1997) nos conteúdos matemáticos apresentados no livro-texto de Lazare Nicolas Marguerite Carnot, intitulado: *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal,* com a primeira edição publicada na França em 1797. As potencialidades pedagógicas foram relacionadas por meio de uma transposição/adequação, para entendermos os percursos necessários para a atual forma de ensinar cálculo. As leituras de dissertações, teses, livros, revistas e artigos científicos de grande relevância que sustentam o tema nos possibilitaram a fundamentação teórica da pesquisa, assim como nos revelou as influências de livro-texto de cálculo, nos diversos momentos da história a partir das edições da obra original de Carnot, que teve como ponto de partida a tradução da primeira edição feita em 1798 e a tradução de trechos da segunda edição da obra, publicada em 1813, toda em francês. Os materiais bibliográficos básicos para nossa pesquisa são encontrados em bibliotecas eletrônicas – nacionais, como o Catálogo de Teses e dissertações da CAPES e internacionais como a *Bibliothèque nationale de France*. Além dessas fontes, fizemos ainda buscas na coleção de obras raras da Câmara dos Deputados. Especificamente temos como um dos objetivos conhecer o personagem Carnot, sua vida e o contexto sociocultural e acadêmico em que estava inserido para compreendermos os conteúdos matemáticos abordados na sua obra e relacioná-los com os conteúdos elencados atualmente na prática do ensino de cálculo. Assim, verificamos as potencialidades pedagógicas da obra referente ao conteúdo de derivadas para o ensino nos dias atuais. Como resultado evidenciamos que a história da matemática encontra no livro-texto de Carnot potencialidades pedagógicas da história da matemática, para o ensino de cálculo diferencial.

Palavras-chave: Ensino de matemática. História da matemática. Potencialidades pedagógicas. Livro-texto. Cálculo diferencial

ABSTRACT

This research aimed to identify the pedagogical potentialities of the history of mathematics according to Miguel (1993), and Miguel (1997) in the mathematical contents presented in the textbook of Lazare Nicolas Marguerite Carnot, entitled: *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*, the first edition published in France in 1797. The pedagogical potentialities were related through a transposition/adequacy, to understand the paths necessary for the current way of teaching calculation. The readings of dissertations, theses, books, journals and scientific articles of great relevance that support the theme have allowed us to form the theoretical basis of the research, as well as revealed the influences of calculus textbook, in the various moments of history from the editions of the original work of Carnot, which had as its starting point the translation of the first edition made in 1798 and the translation of excerpts from the second edition of the work, published in 1813, all in French. The basic bibliographic materials for our research are found in national electronic libraries, such as the Catalog of Theses and Dissertations of CAPES and international ones such as the Bibliothèque Nationale de France. In addition to these sources, we also searched the rare works collection of the Chamber of Deputies. Specifically we have as one of the objectives to know Carnot as a character, his life and the sociocultural and academic context in which he was inserted to understand the mathematical contents addressed in his work and relate them to the contents currently listed in the practice of teaching calculation. Thus, we verify the pedagogical potentialities of the work regarding the content of derivatives for teaching in the present day. As a result, we show that the history of mathematics finds in the didactic book of Carnot pedagogical potentialities of the history of mathematics, for the teaching of differential calculus.

Keywords: Mathematics teaching. History of mathematics. Pedagogical potentialities. Textbook. Differential calculus.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O saber matemático tem sido desenvolvido desde os primórdios da humanidade. As primeiras sociedades que foram surgindo necessitavam de um conhecimento, através de uma lógica pensante, que resolvesse pequenos problemas com resultados justos e satisfatórios. Um exemplo é evidenciado no conceito de ciência, porém é necessário esclarecer que admitimos nessa pesquisa que o conhecimento matemático surgiu para sustentar e/ou refutar teorias que tentam ser inseridas como ciência. Para Popper (2004), a ciência, ou conhecimento, não começa de percepções, de observações ou da coleção de fatos ou números, mas sim de problemas, mas não há problemas sem o conhecimento, ou seja, o conhecimento científico surge da tensão entre o conhecimento e a ignorância, "pois cada problema surge da descoberta de que algo não está em ordem com o nosso suposto conhecimento" (POPPER, 2004, p. 14).

Para deixar claro, acima expressamos o que aceitamos como ciência nesse estudo, para então fazermos a ligação que justifica a existência da matemática, pois para encontrar "verdades" o cientista deve comprovar com a lógica que é aceita pela ciência, no caso, a matemática. A história da matemática busca compreender e conhecer o desenvolvimento (com mudanças de concepção) do conhecimento matemático, tal descrição é relevante para entendermos quais percursos foram traçados, e que erros e questionamentos levaram ao que hoje conhecemos como verdade.

Entretanto, antes de um cientista iniciar-se em tal área, é necessário saber os objetivos do estudo e os problemas que podem e vão aparecer. Nesse sentido, o problema mais evidente é o tempo – pois em nossa concepção, o ser humano não tem a capacidade nata de decifrar as peculiaridades de nossos antepassados, o que dificulta o entendimento dos estímulos que levaram um matemático a produzir uma obra – um outro ponto que, talvez seja ainda mais importante do que o anterior, é a sociedade em que o indivíduo cientista está inserido, suas crenças, limitações, língua, posto social e econômico. Promover o estudo em história da matemática é um trabalho árduo, no entanto, para o historiador a motivação é entender a história. Nesse contexto, o historiador busca em documentos oficiais, inscrições em pedras e rochas, artefatos, livros, entre outras coisas, ter respaldo para contar sua história com o máximo de ética. Igualmente o historiador interessado em matemática busca entender a história dessa ciência. Nesse sentido, o pesquisador concebe sobre a Educação Matemática e produz hipóteses e teorias sobre a importância da história da matemática para o saber matemático.

Sobre isso, percebemos que nas últimas décadas do século XIX e no atual houve um crescimento de teorias e metodologias interessadas em entender e descrever os percursos enfrentados pela Educação Matemática no Brasil e no mundo.

Dentre essas, destacamos a identificação das potencialidades pedagógicas da história da matemática de Miguel (1993), Miguel (1997), Miguel (2015), Miguel e Miorim (2004). Para Miguel (2015), "É fácil constatar que, nestes últimos anos, a discussão relativa às potencialidades pedagógicas da história da matemática, em nosso país, tem-se manifestado com uma certa frequência" (MIGUEL, 2015, p. 4).

O crescimento de pesquisas para identificar as potencialidades da história da matemática acontece, de acordo com Miguel (2015), não apenas em congressos e eventos de Educação Matemática ou de História da Matemática, mas também no âmbito da pesquisa, e é materializado através das recentes publicações de dissertações e teses interessadas em viabilizar o ensino de matemática.

A afirmação de Miguel (2015), traduz uma comprovação consistente na pesquisa de Rego Barros (2016), onde apresenta diversos trabalhos acadêmicos, dissertações e teses, com potencialidades pedagógicas para o ensino da matemática. Rego Barros, comprova a tese que: "existem Dissertações e Teses de História da Matemática produzidas nos programas de pós-graduação do Brasil entre 1990 e 2010 com potencialidades conceituais e didáticas para o Ensino Médio" (BARROS, 2016, p. 236).

Podemos verificar ainda que, pesquisas que busquem a verificação das potencialidades pedagógicas da história da matemática manifesta o interesse de pesquisadores que tem como intuito de sugerir metodologias ou verificar a existência dessas potencialidades. Nesse contexto identificamos as pesquisas de Silva (2017) e Guimarães Filho (2018), enquanto o primeiro verifica as potencialidades pedagógicas da história da matemática, mais especificamente direcionado a trigonometria contidas nos livros didáticos a partir de passagens históricas. O segundo busca, a partir do estudo da obra *Liber Quadratorum* (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 - 1250) identificar quais as potencialidades didático/pedagógicas da obra para o ensino de matemática direcionado a sala de aula.

As pesquisas nesse sentido, Segundo Mendes (2015) têm o direcionamento para a História da Educação Matemática, História e Epistemologia da Matemática, ou História para o Ensino da Matemática, visando entender e propor métodos que venham a suprir as dificuldades existentes no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Essa afirmação pode ser comprovada ao verificar, no quadro 1, a quantidade de produções científicas que tentam identificar as peculiaridades presentes no ensino de matemática desde o ensino básico ao ensino superior.

Quadro 1 – Dissertações e Teses relacionadas à História da Matemática (1990-2010)

Subáreas da História da Matemática	**Nº de Dissertações**	**Nº de Teses**	**Total**
História e Epistemologia da Matemática	38	24	62
História da Educação Matemática	135	48	183
História da Matemática para o Ensino	27	9	36
Total	200	81	281

Fonte: Mendes (2015)

No caso da história para o ensino da matemática, notamos que essas dificuldades se fazem presentes não apenas no ensino básico, mas se mostram ainda no superior, a exemplo citamos as dificuldades de entender os percursos traçados na história para a construção dos conceitos do cálculo (limite, derivada e integral).

Frente a essa problemática evidente, direcionamos essa pesquisa ao estudo das potencialidades pedagógicas[1] do livro-texto de Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753 - 1823), publicado sob o título *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*, em 1797, para o ensino de cálculo. Nos enquadramos na história e epistemologia da matemática e na história da matemática para o ensino, para

[1] Após a leitura de textos que abordam ou comentam essas potencialidades, entendemos que se tratam de aporte metodológicos que podem ser utilizados para o ensino de um determinado saber. Nesse caso, o objeto com o potencial pedagógico é o Livro-texto de Lazare Carnot.

identificar possíveis maneiras de enfatizar a história da matemática no ensino do cálculo no ensino superior.

Para a pesquisa, fez-se necessário o aprofundamento teórico, em primeiro lugar, sobre o que seriam os chamados livros-texto, termo em que a obra de Carnot se enquadra por ser dirigido aos que tinham interesse em aprofundar seus conhecimentos. Para tal, recorremos aos direcionamentos de Schubring (2003), que identifica e direciona a importância dos livros-texto (ou *text-books*) em pesquisas interessadas em entender os percursos do desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos.

Em segundo lugar, foram avaliadas quais as possibilidades de se trabalhar com essas obras para o ensino de matemática na contemporaneidade e nos baseamos nas considerações de Miguel (1997) e Miguel e Miorim (2004) e Miguel (2015), para tecer os aspectos de nossa pesquisa, ao verificar as potencialidades de um livro-texto[2] com edições nos séculos XVIII e XIX, para o ensino de cálculo.

Nesse sentido é importante esclarecer que tomamos a história da matemática como a ciência que estuda o desenvolvimento das matemáticas durante a história da humanidade, visto que, a criação e aprofundamento de conceitos básicos em matemática, foram inicialmente consequência do contexto em determinado ambiente social. Para nós, livro de Carnot, constitui uma parte da história que fazia parte de um pensamento de uma dada sociedade, isso a nosso ver justifica a relação que fazemos entre a história da matemática e a obra de Carnot ao buscarmos as potencialidades de um livro utilizando para isso, como referencial Miguel (1993) e Miguel (1997).

A análise de livros-texto históricos das ciências não era bem aceita pelos cientistas. Schubring (2003) explica em sua obra *Análise histórica de livros de matemática: notas de aula,* que não era interessante o estudo de livros que tinham como objetivo o ensinar. Em geral, esse não era um tipo de pesquisa relevante e bem visto pela academia, e durante muito tempo o mais interessante foi estudar apenas as ações e descobertas dos grandes cientistas que se consagraram com suas obras notáveis. Isso ocorria devido ao interesse em entender apenas conceitos consolidados – os problemas, questionamentos e refutações não eram interessantes para estudo.

[2]Nesse caso, a obra em que Carnot apresenta suas “Reflexões” acerca do Cálculo Infinitesimal

Esse cenário mudou com a publicação de Tomas Kuhn, em 1962, intitulada: *As estruturas das revoluções científicas*. Schubring (2003) acrescenta que “Kuhn vê os *text-books* como introduções ao paradigma da ciência normal em questão, apresentando os princípios e os elementos – seus fundamentos e seu principal corpo de conhecimento”. Isso consolidou a importância do estudo dos meios pelos quais o conhecimento passou durante a história.

O estudo de livros-texto na história das ciências, como admitem as proposições de Kuhn, é válida também na matemática, onde se propõe utilizar a análise textual de obras historiográficas peculiares na área da matemática. Schubring (2003) propõe que seja utilizada, para isso, a técnica de análise de textos muito utilizados nas ciências humanas, *a hermenêutica*[3].

A hermenêutica consiste em traçar e entender os processos influenciadores para a publicação de livros, não apenas entendendo o conteúdo por ele abordado, mas também considerando as prováveis e possíveis influências existentes no meio social que viabilizaram sua escrita. Basicamente a hermenêutica trata de entender o livro como parte de um sistema social e econômico de uma época, não apenas isso, mas dos preceitos científicos que emergiram para a sua escrita.

Sobre esse assunto, Schubring (2003) relata que suas considerações acerca da hermenêutica são baseadas no entendimento de Wolf que considera a hermenêutica “*a arte de explicar*” (WOLF, 1839 apud SCHUBRING, 2003, p. 14-15), não explicar apenas o conteúdo científico que é apresentado em tais obras, mas compreender que processos foram inerentes a sua composição:

> Assim, para compreender inscrições gregas, é preciso investigar a história social, bem como a história política da Grécia. É bastante revelador o fato de que um dos trabalhos mais importantes de August Böckh, um discípulo de Wolf, tenha sido *Die Staatshaushaltung der Athener* – A economia política dos atenienses (1817), e eu próprio me proponho neste mesmo sentido, a conceber uma análise hermenêutica de livros-texto que leve em conta o contexto inteiro de sua produção, isto é, a ser empreendida através da consideração da história social das ideias. (SCHUBRING, 2003, p. 15)

Outra concepção teórico-metodológica que também é oriunda da hermenêutica clássica é denominada Hermenêutica de Profundidade, de modo geral, esta metodologia de análise contempla os mesmos parâmetros da

---

[3] Segundo Schubring (2003), é uma metodologia de interpretação e análise de textos muito utilizada nas ciências sociais, teologia e na ontologia, para verificar o que motivou a criação de um determinado material.

hermenêutica clássica, mas busca em contextos profundos a real razão da construção de livros de matemática, pois esta tem material diretamente voltado à Educação Matemática.

Entendemos que a importância do estudo desses livros-texto ganha sentido quando busca compreender, ou ao menos admitir, que eles foram produzidos em um meio social existente nos percursos traçados pela história, nesse sentido consideramos coerente destacar essas intervenções na história, bem como do seu contexto social, em um estudo que considere os livros-texto um elemento do sistema sociocultural.

Nesse contexto podemos salientar que a matemática é bem conduzida, pois os seus objetos de estudo são desenvolvidos proporcionalmente aos movimentos do homem na sociedade, e o seu desenvolvimento ocorre gradativamente acompanhando o andamento desse movimento. A nossa pesquisa não ignora esse fato, a análise das obras, sendo a matemática uma ciência que, de modo geral, não admite refutações para as teorias cientificamente admitidas.

A situação levantada acima, acerca da não admissão das intervenções sociais da história no estudo da composição dos livros-texto em ciências, e em nosso caso, especificamente os de matemática, se enquadram no discurso levantado por Schubring (2003), onde ele admite que uma análise de um livro-texto feita isoladamente, de uma maneira simplesmente interna, ou seja, uma análise que busca entender apenas o conteúdo matemático impresso no livro é considerado suficiente, mas nenhum historiador sério ficará satisfeito com tais dados descritivos, sendo tentado a levantar alguns questionamentos sobre a relevância do trabalho e sua sustentabilidade no meio acadêmico e científico.

Entendemos que há uma relação mais do que clara entre o estudo de livros-texto de matemática e a história da matemática, pois sua composição é inteiramente ligada aos movimentos socioculturais da humanidade. Recorremos às considerações de Miguel (1993), onde o autor esclarece que para que a história da matemática possa efetivamente exercer um papel auxiliar para uma “aprendizagem significativa” (MIGUEL, 1993, p. 107), ou seja, a utilização da história da matemática com um significado na aprendizagem, jamais devemos esquecer que a rede de significações que envolve as ideias matemáticas é baseada nela mesma, à medida que a matemática, como toda atividade humana “é uma experiência social construtora de significados” (MIGUEL, 1993, p. 113). Isto é, a matemática não é vazia em suas significações, mas tem um significado social em que a mesma foi construída, e tal relevância não pode ser ignorada pelos que estudam matemática e os seus processos de construção existentes frente à história.

Ao refletir sobre nosso pensamento, evocamos dois questionamentos levantados por Miguel (1993): “Mas por que é necessário que a matemática seja vista dessa forma pelo estudante? Não seria suficiente que ele simplesmente aprendesse a utilizar as descobertas feitas pelos matemáticos através dos tempos?” (MIGUEL, 1993, p. 113).

Para responder a estes questionamentos, Miguel recorre a Grabiner (1975), ao defender que entender a matemática passada em seu próprio contexto ajuda a ver a matemática atual em seu contexto filosófico, científico e social, isso consequentemente teria a capacidade de mostrar o verdadeiro lugar da matemática no mundo.

Dessa forma, discorremos sobre a importância do estudo de livros-texto de matemática, considerando a matemática não apenas uma ciência sem sentido histórico e filosófico, mas com significados epistemológicos em que o saber é inserido em um meio social e não é feito, ou construído, se não pelo homem. A discussão apresentada justifica a relevância de pesquisas referentes a história da educação matemática e traz possibilidades para questões que envolvem as diversas obras direcionadas ao estudo da ciência matemática se estendendo aos “paradigmas da matemática” (SCHUBRING, 2003).

Nosso interesse com essa pesquisa é o de identificar as potencialidades em um *livro-texto* francês de matemática escrito no século XVIII e com edições no século XIX.

Para delimitarmos a pesquisa, temos o cuidado de não nos estender à uma análise comparativa de diversas obras. Em decorrência do tempo, não podemos dispor de muitos livros para identificar a influência que um autor teria sobre o outro e comprovar as comparações, selecionamos para essa pesquisa um objeto de estudo, a obra de Lazare Carnot, intitulada: *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* (Reflexões sobre a metafísica do cálculo infinitesimal).

O que nos levou a iniciar uma pesquisa de um livro-texto justamente de Carnot, já que outros ilustres matemáticos da época também publicaram seus pensamentos sobre o cálculo infinitesimal, foi inicialmente, uma sugestão em orientação, a motivação em continuar tal pesquisa, se constituiu ao conhecer o ilustre personagem que na área militar e política se destacava por sua postura em diversas situações, e apesar de estar em diversos momentos ocupado por suas obrigações em tempos de revolução.

Inicialmente fizemos pesquisas sobre o autor da obra que mostrou um personagem ilustre em muitos sentidos, Carnot escreveu textos desde os científicos até líricos e políticos, quase todos durante seu pouco tempo livre de obrigações políticas, seu vasto interesse pela erudição chamou atenção de diversos pesquisadores. Outro ponto que consideramos foi, justamente, a pouca visibilidade desse autor em matemática, isso se comparado a ilustres matemáticos contemporâneos a essa personalidade. Tais peculiaridades foram essenciais para um apego com o objeto de pesquisa.

Para direcionar a pesquisa, levantamos a seguinte questão norteadora: **Quais as potencialidades pedagógicas encontradas no livro-texto de Carnot intitulado *"Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal"* para o ensino de cálculo diferencial?**

Para termos os subsídios necessários para responder a essa questão, traçamos nosso objetivo geral da pesquisa, assim enunciado: **Identificar as potencialidades pedagógicas do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* de Carnot no contexto do ensino de cálculo diferencial**, e temos como objetivos específicos:

- Descrever o desenvolvimento histórico desde os gregos antigos, perpassando pelos séculos XV, XVI, XVII e XVIII acerca do objeto matemático estudado por Carnot em sua obra;

- Conhecer o personagem Carnot, sua vida e o contexto sociocultural e acadêmico em que estava inserido;

- Compreender o conteúdo matemático a partir da tradução de partes da obra de Carnot e relacioná-los com os conteúdos elencados atualmente na prática do ensino de cálculo diferencial;

- Verificar as potencialidades pedagógicas do conteúdo de cálculo diferencial na obra de Carnot para os dias atuais.

A pesquisa desenvolvida tem uma abordagem histórica e bibliográfica, pois verifica as possíveis potencialidades pedagógicas de livros-texto históricos de matemática. Como já mencionado acima, temos como fonte principal de análise e objeto de estudo a obra de Lazare Carnot intitulada *Réflexions sur la Métaphysique* *du Calcul Infinitésimal*, publicada em 1797, na França, bem como suas demais edições francesas e sua tradução da primeira edição realizada para o português pelo brasileiro Manoel Jacinto Nogueira da Gama em 1798, um ano após a publicação original.

A pesquisa foi desenvolvida partindo das particularidades do desenvolvimento histórico do conceito do cálculo para entender os processos epistemológicos traçados pela ampliação desse saber. Descrevemos a biografia de Carnot (sua educação, profissão, seus ideais, etc.), para compor a pesquisa a partir da premissa que conhecendo sua história de vida, o contexto do qual viveu, a compreensão de suas ideias seriam melhores esclarecidas. Introduzimos comentários gerais e específicos do livro-texto de Carnot e uma reflexão das potencialidades pedagógicas para o ensino de cálculo diferencial no cenário atual.

Os materiais bibliográficos básicos para nossa pesquisa são encontrados em bibliotecas eletrônicas – nacionais, como o Catálogo de Teses e dissertações da CAPES e internacionais como a *Bibliothèque nationale de France*. Além desses materiais, fizemos ainda algumas buscas na coleção de obras raras da Câmara dos Deputados, além de livros, revistas e artigos científicos de grande relevância que sustentem o tema.

Entendemos que para chegar ao resultado final de nossa pesquisa, foram necessários alguns procedimentos em nosso estudo. No Quadro 2, descrevemos o planejamento traçado e em quem nos referendamos para chegarmos a resposta de nossa questão norteadora:

Quadro 2 – Fases da pesquisa e Referencial Teórico

FASE DA PESQUISA	DESCRIÇÃO DA FASE
TRADUÇÃO DE PARTES DA EDIÇÃO ORIGINAL	a) Busca e tradução de partes da segunda edição do livro-texto de Lazare Carnot intitulado: *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* do francês para o português atual. b) Busca em diversos sites internacionais, por exemplo *Gallica* e *e-rara*, as diferentes edições da obra (encontramos cinco edições). c) Estudo da tradução para o português da primeira edição do livro de Carnot por Manuel Jacinto Nogueira da Gama em 1798.
	a) Referencial principal de nossa pesquisa para suporte primário: Schubring (2003) e Miguel (1993);

PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	b) Para referencial norteador da pesquisa recorremos à bibliografia que dá suporte técnico secundário para o estudo: Miguel (1997), Miguel e Miorim (2004), e Miguel (2015).
APROFUNDAMENTO TEÓRICO	Pesquisas em teses e dissertações que evidenciaram a importância do estudo de livros-texto de matemática para entender os percursos que a matemática passou no decorrer da história da humanidade, dentre os quais destacamos Guimarães Filho (2018), Nascimento (2008), Calazans (2008), Silva (2010).
LEVANTAMENTO HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE CÁLCULO	Pesquisa referente ao desenvolvimento conceitual e epistemológico do cálculo infinitesimal desde a Grécia antiga, perpassando pelos séculos XV, XVI, XVII até o século XVIII, e identificamos suas possíveis influências teóricas ocidentais. Este estudo é exposto no capítulo I de nossa dissertação, e tem como principal fonte Baron (1985).
LEVANTAMENTO BIOGRÁFICO DO AUTOR ESTUDADO	Levantamento biográfico sobre o principal personagem de nossa pesquisa e para isso, buscamos em bibliotecas digitais francesas subsídios que sustentaram a personalidade de Carnot, bem como sua posição política e cientifica, o levantamento é feito a partir de Assis Neto (1994); Assis Neto (2010); Assis Neto (2011), e na biografia de Carnot publicada por Arago (1837).
SÍNTESE DA OBRA	Estudo a partir da hermenêutica nas concepções de Schubring (2003) da compreensão de cálculo de Carnot, identificada a partir da leitura do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*.
IDENTIFICAÇÃO DAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA OBRA	Estudar a proposta elaborada por Carnot em seu livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*, e assim, identificamos algumas possibilidades de desenvolvimento das potencialidades da história da matemática de Miguel (1993), Miguel (1997).

Fonte: Elaborado pelo Autor

Cada fase descrita no Quadro 2 teve um interesse em particular, e foram necessárias para encontrarmos a resposta para nossa questão norteadora, bem como para cumprir nossos objetivos geral e específicos. Apesar de não dispormos em uma ordem cronológica cada processo, todos foram descritos no decorrer do texto.

A construção da estrutura do texto foi pensada para entendermos os percursos que, a nosso ver, são indispensáveis para obter o produto final da pesquisa, para isso, em cada etapa buscamos complementar a construção da pesquisa, esses momentos são apresentados em capítulos, suas respectivas descrições estão dispostas a seguir:

O primeiro capítulo, intitulado *Cálculo infinitesimal: uma breve história*, traz a compreensão de quais os processos históricos para a construção do conceito de cálculo infinitesimal ao decorrer da história. Para tal, nos baseamos em historiadores da matemática interessados no estudo do desenvolvimento historiográfico especificamente do cálculo. Destacamos os vestígios do cálculo desde os gregos, perpassando pelos séculos XV, XVI, XVII e XVIII.

No segundo capítulo, intitulado *Lazare Carnot: sua vida e suas obras,* fizemos uma breve descrição para compor o cenário do personagem principal dessa pesquisa, Carnot, suas contribuições sociais, políticas e acadêmicas; sua vida militar, sua educação e seu interesse pela matemática e engenharia.

No terceiro capítulo, intitulado *Carnot e suas reflexões sobre o cálculo infinitesimal,* fizemos um exame dos conceitos trabalhados no livro-texto de Carnot, bem como, suas edições e sua tradução para o português.

No quarto capítulo, intitulado *As Reflexões Sobre a Metafísica do Cálculo Infinitesimal de Carnot para o ensino de cálculo,* apresentamos um estudo acerca das potencialidades pedagógicas do livro-texto de Carnot e suas possíveis contribuições para a compreensão dos percursos da história da matemática no ensino de cálculo.

Ao concluirmos apresentamos nossas considerações finais de nossa pesquisa e mencionamos quais as possibilidades que estudos nesse sentido, podem trazer para o meio acadêmico e no âmbito da Educação Matemática.

CAPÍTULO I
CÁLCULO INFINITESIMAL: UMA BREVE HISTÓRIA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os matemáticos que, historicamente, tiveram participação na composição do conceito do cálculo infinitesimal conhecido por Carnot. Para tanto, nos remetemos à historiografia do desenvolvimento conceitual do cálculo, admitindo que a história não seja construída de forma contínua, mas dispõe de relevante descontinuidade, tratamos alguns fatos históricos da matemática a partir dos Gregos, perpassando os séculos XV, XVI, XVII e XVIII, para construir o contexto matemático do qual Carnot estava inserido.

Nessa perspectiva, apresentamos os fatos relevantes que contribuíram para avanço do estudo dos infinitesimais apresentado em Baron (1985). Tendo esse suporte teórico, tomamos como ponto de partida os estudos desenvolvidos pelos filósofos gregos que tinham a matemática como um saber essencial para traduzir os feitos da natureza. Destacamos os feitos de grandes nomes da matemática, como Arquimedes de Siracusa (287? – 212 a.C.) e Tales de Mileto (624? – 546? a. C), tais foram de grande importância para o desenvolvimento do *cálculo antigo*[4].

Os estudos matemáticos dos séculos XV e XVI, após o período medieval, foram continuações das considerações dos gregos, especialmente de Arquimedes com o Método da Exaustão, que seria essencial para o desenvolvimento dos conceitos dos infinitesimais. E apesar de a matemática ter um lento desenvolvimento no período motivado pela censura que ainda era imposta pelo clero, o período foi essencial para que os estudos em matemática do século XVII fossem de alto rigor matemático e de discussões acadêmicas que renderiam diversos conceitos utilizados até hoje.

O século XVII foi um período central para o desenvolvimento dos conceitos dos infinitesimais, repleto de grandes realizações. Citamos primeiramente matemáticos que, se debruçaram em seus estudos e contribuíram para o

[4] Vestígios iniciais da matemática grega que dariam suporte para o cálculo desenvolvido nos séculos posteriores.

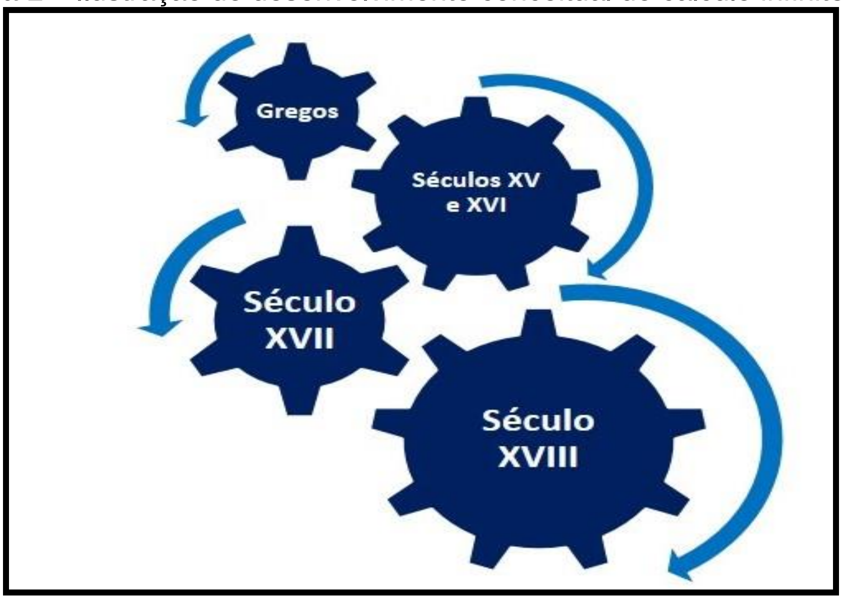
aprimoramento do conceito de cálculo, dentre os quais destacamos Francesco Boaventura Cavalieri (1598 - 1647), René Descartes (1596 - 1650), Pierre de Fermat (1601 - 1665), entre outros.

Posteriormente, trataremos dos estudos de Isaac Newton (1643 -1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), onde nos remetemos às considerações dos dois autores que são considerados o marco central dos estudos acerca do cálculo infinitesimal os estudos desses dois autores foi largamente conhecido durante o século XVII e se estendendo ao século posterior. O século XVIII, veremos as discussões que foram levantadas para refutar e apoiar o cálculo, as contribuições de matemáticos e posicionamento a favor do cálculo de Newton e de Leibniz.

Por fim, na última seção, apresentamos algumas considerações sobre o momento histórico conhecido como Revolução Francesa, trataremos seus principais pontos que influenciaram todos os ramos da sociedade, inclusive a política, a ciência, a educação e consequentemente a produção de livros-texto.

Para melhor compreensão de nosso entendimento sobre o desenvolvimento conceitual do cálculo infinitesimal ilustramos com a figura 1, a engrenagem que ao nosso olhar retrata bem a influência de cada momento tratado neste capítulo.

Figura 1 – Ilustração do desenvolvimento conceitual do cálculo infinitesimal



Fonte: Elaborado pelo autor

Como na figura 1, acreditamos que o cálculo só pode ser desenvolvido a partir das descobertas feitas em momentos anteriores.

Nesse sentido, encontramos os primeiros vestígios do pensamento infinitesimal podem ser observados desde os gregos antigos, que geravam matemática baseada em geometria. Posterior aos gregos identificamos nos séculos XV e XVI as maiores demonstrações do desenvolvimento conceitual da matemática que culminou na álgebra. Finalmente vemos no século XVII, o amplo desenvolvimento da matemática e a criação do cálculo infinitesimal, que imediatamente, se tornou amplamente discutido nos dois séculos posteriores.

Enfim, os períodos históricos aqui apresentados estão inteiramente relacionados à construção epistemológica do conceito de cálculo defendido por Carnot em sua obra.

1.1. O cálculo Infinitesimal na Grécia Clássica

A matemática grega teve sua grande relevância para os estudos em matemática, a importância não se limitou apenas à geometria, área mais venerada pelos pensadores na Grécia, mas teve ainda importantes contribuições para o que, após séculos, seria chamado cálculo infinitesimal. Identificamos as mais influentes segundo a literatura: os indivisíveis, os Paradoxos de Zenão, o problema do número irracional, as proporções, as quadraturas de figuras planas o método da exaustão, os métodos de integração de Arquimedes, as espirais, as tangentes, os ângulos e as curvas, além de alguns conceitos de movimento.

A grande quantidade de estudos em matemática forneceram aos gregos o prestigio reconhecido até nos dias atuais. Os estudos, teoremas, axiomas e postulados são admitidos até hoje como suficientes para resolver diversos tipos de problemas, inclusive no cálculo. Podemos identificar a contribuição para essa afirmação nos tratados de Arquimedes, como cita Baron (1985):

> Historicamente, é claro, não faria sentido penetrarmos imediatamente nos tratados de Arquimedes e ignorarmos o fato de que este conhecimento baseou-se no trabalho de seus predecessores. Mesmo não possuindo substancial material escrito da Escola Pitagórica (c. 550 a. C.) e a maioria dos testemunhos dados pelos historiadores serem de algum modo suspeito, conhecemos o suficiente para justificarmos parte considerável da transição da fase intuitiva dos antigos gregos para a fase de axiomatização, finalmente adquirida por Euclides, Arquimedes e Apolônio, no século III a. C. (BARON, 1985, p. 10. Unidade 1)

Para Baron (1985), a matemática grega começou com Tales e com Pitágoras. Os conhecimentos matemáticos eram difundidos restritamente entre os participantes da Escola Pitagórica, esta foi detentora de muitos mistérios, e não era considerada uma instituição que pensava apenas nas questões que envolvessem as matemáticas, mas, segundo Silva (2010, p. 66), a ela pode ser considerada, sobretudo, “uma seita que incluía ritos religiosos, atividades políticas, musicais e artísticas”. No entanto, sabe-se que os pitagóricos muito se utilizavam de matemática em suas reflexões sobre o funcionamento da natureza.

Os pitagóricos, além de acreditarem que os números poderiam supor a mais perfeita manifestação e explicação acerca das ocorrências da natureza, tinham um valioso apresso pela geometria, o que é claro, considerando a organização de axiomas bem definidos que deixavam mais claras as provas de teoremas. O pensamento para os pitagóricos era a mais clara manifestação da razão, e apenas em poder dele, poderiam ser traduzidas as “línguas do universo”. Isso explica o rigor na geometria logicamente coerente.

Outra ideia conhecida pelos gregos e que também era alvo de estudos na Grécia clássica, era a ideia dos elementos indivisíveis finitos, essa encontrou na doutrina materialista do atomismo físico, surgida em Abdera, na Trácia, região ilustrada na figura 2, atualmente dividida entre a Grécia, Turquia e a Bulgária, uma grande ligação com o conceito de números dos pitagóricos. De acordo com os atomistas, o universo era composto de átomos e do espaço vazio; esse espaço era infinito em tamanho, e os átomos infinitos em número.

Figura 2 – Cenário grego na época das conquistas

Fonte: https://commons.wikimedia.org

O desenvolvimento da matemática na Grécia, que, consideramos um importante avanço para a ideia do conceito de cálculo infinitesimal, nos remete aos Paradoxos de Zenão de Eleia (c.460 a.C.), que direcionam o pensamento aos conceitos do infinito e do cálculo. No entanto, Baron (1985) ressalta que, os historiadores não concordam sobre o que estimulou Zenão a propor tais paradoxos:

> Historiadores discordam das interpretações dadas aos paradoxos e principalmente sobre a influência que eles exerceram sobre a matemática grega. Infelizmente a maioria das informações colhidas na Antiguidade provém daqueles que não concordam com os argumentos de Zenão – portanto é difícil formar uma idéia clara do que realmente queria dizer Zenão, ou mesmo qual a relevância para a matemática dos argumentos por ele utilizados. Mesmo assim, independente dos motivos que levaram Zenão a propor seus paradoxos, paradoxos envolvendo o infinito têm existido desde a Antiguidade: Encontraremos que, especialmente desenvolvimento do cálculo “infinitesimal”, tais problemas tornam-se mais proeminentes e muitas controvérsias ergueram-se em torno deles. (BARON, 1985, p. 22. Unidade 1)

Os paradoxos que Zenão, não faziam uma demonstração, mas problematizaram algumas situações, é importante considerar que ao apresentar os paradoxos Zenão não possuía nenhum conceito de função, o que dificultava sua compreensão sobre alguns aspectos epistemológicos, sendo assim, o problema dos paradoxos não anula a relevância e importância em sua época para reflexão e para análises nos séculos futuros.

O método da exaustão, “também foi de grande importância na trajetória de desenvolvimento conceitual do Cálculo” (MESSIAS, 2013, p. 47). De fato, esse método deu uma grande contribuição para o conceito do cálculo, visto que a partir desse método, Arquimedes antecipava algumas noções do cálculo integral como Messias (2013) menciona: o cálculo de volume de seguimentos de conóide e de cunhas cilíndricas, os centros de gravidade do semicírculo, de segmentos parabólicos e de segmentos de uma esfera. Mesmo após séculos, matemáticos aderiram a esse tipo de provas, isso aconteceu até a implantação do limite no século XVII.

Os conceitos matemáticos criados e adotados pelos gregos, foi de grande importância para as ciências em geral, em especial, a matemática que teria nos séculos seguintes cientistas interessados em prosseguir com o desenvolvimento do saber matemático. Na Europa, pouco se produziu no período pós-Grécia antiga e

Idade Média, o momento mais relevante teria continuidade apenas no século XV com a diminuição do poder do clero medieval.

1.2. O cálculo dos séculos XV e XVI

Os conceitos matemáticos voltaram a ser abordados aceleradamente no final da Idade Média, os matemáticos interessavam-se por entender e descrever matematicamente os problemas encontrados na natureza, apesar de ser um processo lento, o desenvolvimento matemático gerava grandes descobertas e constatações que conhecemos até hoje. Os matemáticos do século XV e início do século XVI, tinham interesse por diferentes áreas, segundo Baron (1985, p. 5), "preocupavam-se com uma grande variedade de problemas práticos: arte, mecânica, contabilidade, agrimensura, entre outros".

A diversidade de problemas práticos de interesse dos matemáticos teve como consequência, segundo Baron (1985), "mais interesse em aplicar a geometria do que em entender Euclides". E no final do século XVI, o conhecimento da matemática grega e a habilidade em sua manipulação tiveram um grande desenvolvimento por serem traduzidas para o latim as obras de Euclides e Apolônio (15 – 100 d.C.), o que permitiu o aprofundamento às concepções de Arquimedes.

As deduções dos matemáticos, dos séculos XV e XVI, recorriam aos conceitos da lógica matemática concebidos até então, principalmente, ao que se tinha das considerações de Arquimedes, esse seria aclamado pelos que faziam matemática até o século XVII, mesmo os que não o admirassem diretamente buscavam aprimorar o rigor de sua matemática. Essa admiração obteve importante relevância para o surgimento de estudos que feitos posteriores ao seu trabalho.

> De todos os matemáticos gregos, Arquimedes foi o que mais se destacou na aplicação da matemática a problemas físicos, devido a isso ele tornou-se um modelo ideal no final do século XVI. Tal era o respeito e a admiração gerados por seu trabalho que surgiu um grande interesse voltado para a extensão e o desenvolvimento desta área de estudo. Em particular, o tratado de Arquimedes, Sobre o equilíbrio de planos (contendo os fundamentos da estática, vistos geometricamente), parece ter suscitado muito interesse e também ter sugerido a possível extensão para a determinação dos centros de gravidade de sólidos. (BARON, 1985, p.5)
>
> Enquanto protestos de louvor eram devotados às demonstrações de Arquimedes, outros esforçavam-se em construir demonstrações mais rigorosas. Acentuou-se o hiato entre as demonstrações de geometria clássica dos antigos e os métodos novos e excitantes do século XVII, especialmente com a introdução do simbolismo algébrico. (BARON, 1985, p.3)

O conhecimento matemático era aos poucos desenvolvido e consequentemente aumentou o interesse pelos métodos e os estudos que os gregos deixaram, as batalhas cientificas em praças públicas, opinião e investimentos por parte da nobreza, o que só instigou os entusiastas da matemática a prosseguir estudando. Esse cenário teve grande importância para o século XVII, o fim do século XVI foi acompanhado pela esperança do amadurecimento da ciência.

1.3. O cálculo do século XVII

O século XVII certamente foi o mais promissor na jornada do desenvolvimento da ciência, a matemática não foi de forma alguma diferente, o principal objeto de estudo já não era a geometria, mas sim a álgebra, com ela os matemáticos buscavam generalizar a resolução de problemas da natureza, que eram mais comuns na física e astronomia. A álgebra era mais vantajosa para os matemáticos, dado seu simbolismo eminente e sintetismo, esse uso se dava por meio de modelos algébricos que explicavam com aproximações satisfatórias os processos físicos. Não foi o século em que se originaram os estudos algébricos, no entanto, até então foi o século em que mais se buscou sintetismo no seu uso. O aumento do rigor exigido pela álgebra motivou os matemáticos algebristas a contestar a Geometria Euclidiana. O rigor matemático seria nesse século, ainda mais importante, certamente as deduções algébricas ajudariam em deduções mais rigorosas por ser mais viável trabalhar com as equações algébricas do que com métodos exaustivos.

A participação dos matemáticos foi considerada relevante na construção do conceito do cálculo, isso não por acaso, visto que, esse foi o século que, mais se produziram artigos científicos de discussão sobre a matemática. A exemplo temos os astrônomos Galileu Galilei (1564 - 1642) e Johannes Kepler (1571 - 1630), o matemático francês Pierre Fermat (1601 - 1665) e Boaventura Cavalieri (1598 - 1647), são personagens que fazem parte de engenhosas produções que contribuíram para o saber matemático do cálculo.

Kepler e Galilei foram, segundo Baron (1985), os primeiros a abandonarem a estrutura de demonstração que fora introduzida por Arquimedes acerca de “reta e superfície”, trocando essa estrutura pelo uso dos indivisíveis. O interesse que Galileu Galilei tinha pelo movimento possibilitou “um desenvolvimento acentuado das propriedades das curvas geradas por movimento; subsequentemente a cicloide e suas propriedades interessantes criaram um campo de grande valor para a exploração de novas idéias" (Baron, 1985, p. 9). Galilei considerou os conceitos semelhantes ao estudo do movimento na cinemática.

Kepler por sua vez, inspirou-se nas formas dos barris de vinho e em suas respectivas capacidades de volume e aplicou suas ideias no cálculo de áreas e de volumes utilizando a noção de que eles eram compostos de uma quantidade infinita de retas ou de planos, entretanto foi o criativo Fermat "que primeiro concebeu a idéia geral de um estudo das curvas superiores baseadas na parábola, hipérbole e espiral (cujas propriedades eram desconhecidas)" (BARON,1985, p.9).

Boaventura Cavalieri, discípulo de Galileu teve uma importante contribuição no uso de reta e de superfície "indivisíveis" neste século, seus dois extensos e complexos livros: a *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (Bolonha, 1635) e as *Exercitationes geometricae sex* (Bolonha, 1647), foram rapidamente reconhecidos pelos matemáticos da época. Ao mesmo tempo que matemática de Cavalieri era combatida por alguns matemáticos, por estar abaixo do rigor exigido na época, era também defendida por outros que admiravam os resultados obtidos por suas técnicas. O princípio de Cavalieri consistia em afirmar que:

> Se construirmos duas figuras planas quaisquer entre as mesmas paralelas e se ao traçarmos retas equidistantes às paralelas os seguimentos que interceptam as figuras forem iguais, então as figuras planas serão também iguais e se construirmos duas figuras sólidas entre os mesmos planos paralelos e ao traçarmos planos equidistantes dos planos paralelos as seções que interceptam as figuras forem iguais então as figuras sólidas também serão iguais. (CAVALIERI, apud BARON, 1985, p. 14)

É claro que a matemática de Cavalieri apresentava algumas contradições, isto, porém, não excluía a importância do seu trabalho. Seu trabalho exerceu um papel importante para os conceitos de derivação e integração no século XVII. Foi significativamente utilizado em diferentes análises. Os matemáticos utilizaram a obra apresentada por Cavalieri sobre os infinitésimos, em seus estudos em matemática.

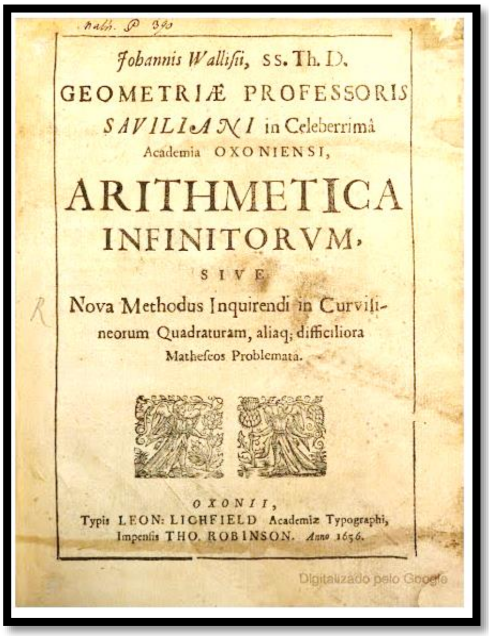
Roberval (1602 - 1675), matemático nascido na França, devido seu interesse por matemática, através de seus estudos, que possibilitaram que ele discutisse e se encontrasse com importantes matemáticos, como Fermat e Blaise Pascal. Foi Roberval que ocupou a Cadeira de Pierre de la Ramée (1515 – 1572), também conhecido como Petrus Ramus, no *College Royal* de Paris a partir de 1634, esse posto era renovado a cada três anos através de concurso, ele se manteve na cadeira durante quarenta anos. Preocupado em manter o importante lugar no *College*, Roberval não publicou seus métodos acerca dos indivisíveis, guardando, para quando fosse necessário, utiliza-los para continuar no posto. Seus principais estudos em matemática envolviam os métodos de determinação de áreas de superfícies de volumes sólidos, desenvolvendo ou melhorando métodos de indivisíveis.

Blaise Pascal (1623 - 1662), nasceu na França, e defendia o uso de termos que incentivam a soma de figuras geométricas como a “soma de retas” e a “soma de planos”, desde que fosse bem identificado qual o real significado dessa ação. Pascal considerava que era imprescindível que os indivisíveis fossem distribuídos uniformemente, de modo que a distância entre eles fosse igual. Segundo Baron (1985),

> [Blaise Pascal] fez questão de explicar o que significava a soma de um ‘número infinito’ de retângulos, ou a soma de um ‘número infinito’ de paralelepípedos. Ele enfatizou que quando se fala da soma de um número infinito de retas deve-se ter sempre em conta a reta da qual se tomam segmentos iguais, pelos quais se multiplicam as ordenadas correspondentes. No caso do semicírculo, por exemplo, a ‘soma das ordenadas’ significa a soma de um número indefinido de retângulos formados por cada ordenada e por pequenas porções iguais no qual o diâmetro é dividido. A soma é uma figura plana cuja área difere da do semicírculo por menos que qualquer quantidade dada. (BARON, 1985, p. 21)

Na Inglaterra, John Wallis (1616 - 1703) concentrava seus esforços no estudo dos indivisíveis de Cavalieri, suas anotações acerca do Princípio de Cavalieri foram importantes para justificar sua eficiência. A proposta de Wallis, é descrita em sua obra, *Arithimetica infinitorum* (1656), ilustrada na figura 3.

Figura 3 – Frontispício do livro *Arithmetica Infinitorum* (1656), de John Wallis



Johannis Wallisii, SS. Th. D.
GEOMETRIÆ PROFESSORIS
SAVILIANI in Celeberrimâ
Academia OXONIENSI,
ARITHMETICA
INFINITORUM,
SIVE
Nova Methodus Inquirendi in Curvilineorum Quadraturam, aliaq; difficiliora Mathefeos Problemata.

OXONII,
Typis LEON: LICHFIELD Academiæ Typographi,
Impensis THO. ROBINSON. *Anno* 1656.

Fonte: books.google.com.br

Na obra, Wallis propõe investigar a matemática do princípio de Cavalieri, na forma aritmética, conforme o quadro 3:

Quadro 3 – Compreensão aritmética de John Wallis a partir do princípio de Cavalieri

Wallis afirma que:

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2};\ \frac{0+1+2}{2+2+2}=\frac{1}{2};\ \frac{0+1+2+3}{3+3+3}=\frac{1}{2}$$

em geral,

$$\frac{0+1+2+3+\cdots+n}{n+n+n+n+\cdots+n}=\frac{1}{2}$$

Como um triangulo deve ser considerado como constituído de um número infinito de linhas cujos comprimentos estão em progressão geométrica e cujo maior é a base, então $\frac{\acute{a}rea\ do\ tri\hat{a}ngulo}{\acute{a}rea\ do\ ret\hat{a}ngulo}=\frac{1}{2}$; do mesmo modo, como um conóide é constituído de um número infinito de planos com áreas em progressão aritmética, então $\frac{volume\ do\ con\acute{o}ide}{volume\ do\ cilindro}=\frac{1}{2}$;.

Para a soma dos quadrados temos:

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6};\frac{0+1+4}{4+4+4}=\frac{5}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$$

e em geral:

$$\frac{0+1+4+9+\cdots n^2}{n^2+n^2+n^2+n^2+\cdots+n^2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6n}$$

Segue-se daí que, tomando *n* suficientemente grande:

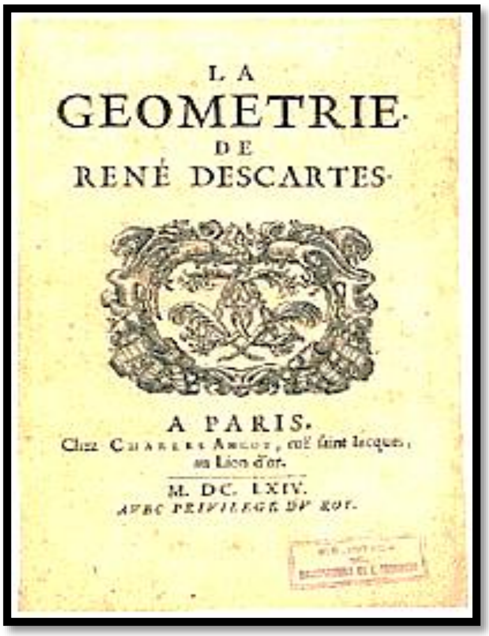
$$\frac{\sum_0^n r^2}{(n+1)n^2}\rightarrow\frac{1}{3}$$

Fonte: (BARON, 1985, p.24)

A proposta feita por Wallis foi bem aceita na Inglaterra, os matemáticos ingleses defendiam e estudavam largamente sua obra. Alguns anos mais tarde Newton se basearia nas considerações de Wallis para chegar aos resultados que fundaram o cálculo newtoniano.

A publicação de René Descartes (1596 - 1650) sob o título, *La geometrie*, representada na figura 4.

Figura 4 – Frontispício do livro *La Geometrie* de René Descartes (1664)



Fonte: gallica.bnf.fr

No texto, Descartes propunha um método para a solução das tangentes o que despertou o interesse pelo problema da tangente. Em paralelo Fermat também sugere um método bem diferente.

Para Baron (1985), os dois métodos, de Descartes e Fermat foram amplamente discutidos e muitas controvérsias surgiam a partir deles, gerando tanto entusiasmo que todo matemático de reputação conhecia e testava os métodos. Esse entusiasmo foi crucial para o rigor proposto pelos autores.

Os métodos que hoje são resolvidos por diferenciação, eram inicialmente, resolvidos por exaustivos processos e partiam da construção de retas tangentes à uma curva; e os problemas relacionados com os máximos e mínimos. Tanto Descartes quanto Fermat estavam inteiramente envolvidos com os métodos algébricos para soluções de problemas geométricos.

1.4. Newton e Leibniz

Newton e Leibniz são considerados os “criadores” do cálculo infinitesimal, porém o conceito do cálculo infinitesimal já era, há muito tempo, discutido e já possuía diversas contribuições pertinentes. Baron (1985) afirma que tanto James

Gregory (1638 - 1675), quanto Isaac Barrow (1630 - 1677), em 1670, empreitaram esforços para uma dedução mais organizada, no entanto, suas contribuições, foram mal sucedidas por conta de seus métodos serem pautados na geometria euclidiana e na estrutura das demonstrações de Arquimedes, diferentemente do método adotado por Newton e Leibniz que foram pautados de forma algébrica não rigorosa, e esse foi o mais aceito na época.

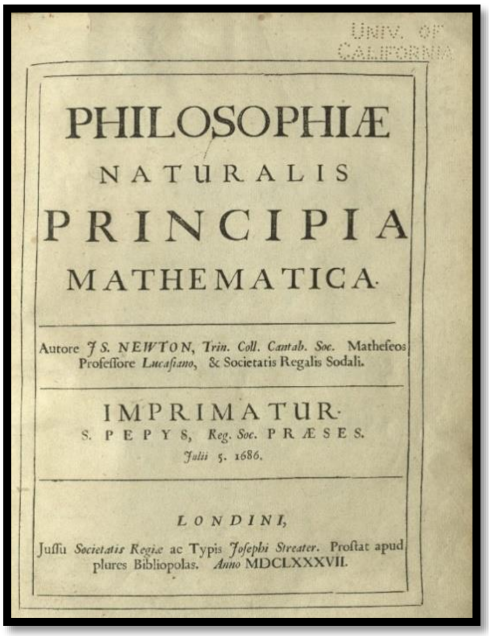
Apesar de Newton e Leibniz concordarem com o método algébrico para o estudo do cálculo, essa foi também a grande razão para as discussões entre os autores e seus seguidores, seus estudos foram rodeados de adeptos e críticas entre eles. Algumas acusações de plágio, que segundo Baron (1985), não podem ser confirmadas pela grande diferença dos métodos. Esses desentendimentos se prolongaram ainda no século XVIII evidenciando a rivalidade dos matemáticos da Europa, que eram a favor de Leibniz e os matemáticos Ingleses que eram a favor de Newton.

1.4.1. Isaac Newton (1643 -1727)

Sir Isaac Newton nasceu em Woolsthorpe, uma pequena aldeia da Inglaterra, em 1643, certamente um período complicado por conta das discussões políticas e intelectuais defendidas na época. As obras dos matemáticos e astrônomos estavam em grande expansão por todo o ocidente europeu, o protestantismo era crescente em toda Europa, segundo relata Baron (1985), era mais fácil, para os cientistas, aplicar e desenvolver seus estudos em um país predominantemente protestante, e isso foi importante para que Newton chegasse aos resultados encontrados no fim de sua pesquisa.

A vida intelectual de Newton não era voltada a apenas uma área, sua concentração era demonstrada em diversos olhares. A obra mais importante de sua vida foi o Sistema do Mundo dada na obra, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, mais conhecido como “*Principia*”, representado na figura 5, foi publicado em 1687 em Londres. Newton debruçou-se ainda em considerações significativas acerca da teoria da luz, não se contendo apenas em experiências em laboratórios, onde passava grande parte de sua vida.

Figura 5 – Frontispício do livro "*Principia*" de Newton publicado em 1687



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Fonte: Newsletter – The University of Utah

A inquietação natural de Newton deve ser levada em consideração, suas realizações prestadas ao cálculo infinitesimal, suas pesquisas eram uma prova clara da personalidade investigativa que Newton exprimia. Seus estudos em matemática são capazes de fornecer subsídios acerca das referências que o influenciaram em suas pesquisas. Newton teve contato com as melhores obras matemáticas existentes na época.

Nesse tempo, não haviam muitos exemplares dos livros-texto mais conceituados direcionados aos alunos, para aprender era necessário estudar com os mestres, como Newton fez. Newton tinha uma parceria com Isaac Barrow que havia ministrado em 1664, um ciclo de aulas de natureza filosóficas, aulas essas frequentadas por Newton e que deram início a uma provável troca de estudos e questões que envolviam a matemática.

Os livros-texto estudados por Newton foram extremamente importantes para suas análises futuras. Baron (1985), faz um recorte do relato de Newton sobre a bibliografia estudada por ele:

> 4 de julho de 1699. Ao consultar a conta das minhas despesas em Cambridge nos anos 1663 e 1664, encontro que no ano 1664, um pouco antes do Natal, quando era *sênior Sophister*, comprei as Miscelâneas de Schooten e a Geometria de Cartes (tendo já lido esta Geometria e o Claves de Oughtred meio ano atrás). Emprestei as obras de Wallis e em consequência disso fiz estas anotações do Schooten e do Wallis no inverno

> entre 1664 e 1665. Nessa época encontrei o método das séries infinitas. Tendo sido forçado a sair de Cambridge pela peste no verão de 1665, calculei a área da hipérbole em Boothby, Lincolnshire, usando o método das séries infinitas com 52 termos. (NEWTON apud BARON, 1985, p. 9)

É importante notar que os livros que Newton se refere são *Exercitationes mathematicae* de Frans van Schooten (1615-1660); o *Renati Descartes Geometria* de Descartes; o *Arithmeticae in numeris et specie businstitutio* de William Oughtred (1574-1660); e o *Arithmetica infinitorum* de Wallis.

Newton relata em seus cadernos, os livros-texto que ele se refere possibilitando ao leitor imaginar o que pretendia com suas anotações. As anotações mostram um "autodidata" organizando um complexo sistema de conceitos.

As pesquisas de Newton foram criativamente montadas por meio de anotações. Nesse sentido, Baron (1985), recorre a Whiteside (1967), que se dedicou, boa parte da vida em pesquisar os tratados de Newton, ao discursar acerca dos trabalhos desse personagem:

> Um matemático precisa de uma notação adequada, um conhecimento competente sobre a estrutura matemática e a natureza da demonstração axiomática. Ele precisa estar bastante versado no núcleo sólido da matemática existente e precisa de certo sentido que lhe possibilite prever as linhas do avanço futuro. De maneira geral, Newton tomou seu simbolismo aritmético de Oughtred e o algébrico de Descartes. Mas, além disso, foi necessário – particularmente no desenvolvimento dos seus métodos de cálculo – que impusesse novas modificações próprias. Formas tradicionais de demonstração ele aprendeu através de inúmeras leituras do *Euclides* de Barrow. Essas e a lógica escolástica elementar, que aprendeu na escola secundária e nos primeiros anos em Cambridge, deram-lhe um treinamento adequado e simples procedimentos dedutivos. Entretanto, parece que ele nunca gostou dos modelos de dedução mais complexos, particularmente do método de exaustão. (WHITESIDE, 1967, apud BARON, 1985, p. 10)

> Rapidamente ele avançou a fronteira dos conhecimentos existentes, cortando um longo caminho na nova paisagem matemática. Logo começou a separar uma série de ensaios sobre a geometria analítica e o cálculo que iam além de qualquer coisa conhecida. O ímpeto inicial desse forte avanço serviu para dar continuidade ao seu futuro trabalho matemático. O preço que ele pagou pela profundidade da sua penetração foi, por um lado, o conflito eterno entre o instinto natural de se orgulhar das usas descobertas, vinculado ao desejo de publicá-las ao mundo, e por outro, o seu consciencioso conhecimento de quão longe ele sobrepujou seus colegas matemáticos e a sua recusa de enfrentar os mal-entendidos. Esse impulso levou-o a mostrar seus ensaios não publicados àqueles cuja habilidade ele respeitava. O outro impulso impediu a comunicação pública dos trabalhos ao mundo (salvo algumas exceções notáveis). O resultante impasse conduziu à insuportável situação presente, na qual muitos dos seus ensaios decisivamente importantes ficaram na obscuridade por mais de dois séculos, desconhecidos e insuspeitos. (WHITESIDE, 1967, apud BARON, 1985, p. 10)

Baron (1985), apresenta as fontes em que Newton se fundou ao elaborar suas ideias e como foram organizados em seus estudos em suas pesquisas iniciais. Com isso, entendemos que a construção do conhecimento de Newton foi iniciada com o estudo de autores muito influentes em sua época. O seu disciplinado estudo teve início em setembro de 1664 com as obras de Wallis, Descartes e Hudde, que serviram de base para os dois anos seguintes, a jornada que Newton se propôs a percorrer foi repleta de questionamentos que, o levaram a combinação em seu primeiro tratado amplo sobre as *fluxões*.

1.4.2. O cálculo de Newton

A partir do fluxograma apresentado anterior é fácil entender o processo de estudos de Newton, após ter o contato inicial com seus estudos. Por volta de 1666, Newton finalmente conseguiu uma primeira síntese dos fragmentos por ele anotados de forma coerente baseado no que chamava de método das *fluxões*. As noções de movimento nesse método desempenharam um importante papel além de significativo.

Apesar de obter alguns resultados relevantes, os tratados de Newton não foram imediatamente publicados dificultando que fossem expostos à sociedade acadêmica, para Baron (1985), a demora se deveu às reservas do próprio Newton quanto a fazer comunicações e às dificuldades práticas de se publicar complexos textos matemáticos na época. Como consequência, os diversos ensaios de Newton acerca do cálculo infinitesimal ficaram desconhecidos por cerca de meio século.

Alguns dos ensaios mais conhecidos de Newton permaneceram inéditos e só foram publicados alguns anos após sua composição. No quadro 4, destacamos as obras de Newton:

Quadro 4 – Obras de Newton sobre o cálculo

Título da obra	Tradução do Título	Sinais de existência antes da publicação	Publicação
De analysi per aequationes numero terminorum infinitas	Sobre a análise de equações com número ilimitado de termos	1669	1711
Methodus fluxionum et serierum infinitarum	O método de fluxões e séries infinitas	Escrito em 1671	1736
Tractatus de quadratura curvarum	Um tratado sobre a quadratura de curvas	Escrito em 1693	1704

Philosophiae Naturalis principia mathematica (Principia)	Os princípios matemáticos da filosofia natural	1686	1687

Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos observar no quadro 4, os tratados de Newton não foram imediatamente publicados, isso também influenciou para que a matemática de Newton não fosse tão divulgada se não pelos que tinham algum contato direto com ele, suas ideias ainda não publicadas eram expostas em trocas de cartas onde Newton mostrava seu talento primoroso.

1.4.3. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 -1716)

Leibniz foi um importante personagem no desenvolvimento do cálculo infinitesimal, nasceu na cidade de Leipzig na Alemanha, filho de um professor de filosofia da Universidade de Leipzig. Em sua juventude os interesses de Leibniz não eram exclusivamente em matemática, na verdade, ele tinha admiração por diversos campos de estudo, seus principais empenhos, além da matemática eram: a história, a religião, a política, a história natural, a geologia, a física, a mecânica e a tecnologia. Em 1663 Leibniz obteve o título de doutor em direito pela Universidade de Altdorf na Suíça.

Sua relação com a matemática inicialmente era bem limitada, na sua estada em Paris, encontrou o matemático holandês Christiaan Huygens (1629 - 1695) da Academia Real de Paris com quem discutiu sobre diversos assuntos de matemática. Huygensé considerado como o primeiro cientista natural e matemático da Europa no período, após Galileu e Descartes e antes de Newton. Na matemática infinitesimal, defendia o rigoroso estilo de Arquimedes, mas tinha conhecimento atualizado dos métodos mais utilizados na matemática dos infinitesimais do século XVII.

Na Inglaterra, Leibniz teve a oportunidade de se encontrar com diversos cientistas da época, tais como, Robert Hooke (1635 - 1703), Robert Boyle (1627 - 1691) e John Pell (1611 - 1685). Mas, não teve a oportunidade de encontrar-se com Newton, seu mais importante rival no estudo do cálculo infinitesimal. O interesse de Leibniz pela matemática crescia cada vez mais e como resultado obteve algumas bibliografias acerca da matemática, seus encontros e discussões com os cientistas ingleses, demonstravam seu pouco domínio quanto aos assuntos matemáticos.

Como consequência do interesse de Leibniz em aumentar seu conhecimento relacionado à matemática, ao regressar à Paris, começou a estudar intensivamente matemática e durante quatro anos, suas diversas ideias e descobertas na área e em outros campos aumentaram, este foi considerado o momento de grande reflexão sobre o cálculo infinitesimal. A falta de tempo para discutir com outros matemáticos foi enfrentada por Leibniz com uma grande quantidade de contatos por correspondência. Também, teve uma diversidade de contatos dos eruditos europeus de outras formas, como com a fundação da Academia das Ciências de Berlim na Alemanha em 1700.

1.4.4. O cálculo de Leibniz

O primeiro trabalho sobre o Cálculo diferencial de Leibniz foi publicado no periódico *Acta Erunditorum*[5] em 1684 logo após suas deduções, sob o título: *Nova methodus pro maximis et minimis itemque tangentibus, qua nec irrationales quantites moratur*. A atitude imediata de Leibniz foi arriscada, pois o cálculo apresentado por ele era extremamente vulnerável devido ao uso de quantidade infinitamente pequena. Esse foi um dos trabalhos mais importantes de sua carreira como matemático nele, Leibniz apresentou as seguintes fórmulas:

$$d(xy) = x\,dy + y\,dx \tag{1}$$

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2} \tag{2}$$

$$dx^n = nx^{n-1} \tag{3}$$

Leibniz sabia que suas deduções tinham algumas falhas. Em seu artigo, também publicado na *Acta,* Leibniz define as derivadas de modo que satisfizesse seus argumentos. As deduções dessas diferenciais surpreenderam os matemáticos da época que se entusiasmaram com a novidade e se interessaram em estudá-las.

---

[5] Publicado pela primeira vez em Leipzig, Alemanha, em 1682 sua publicação mensal, tinha o apoio do Duque da Saxônia na Alemanha. Seu objetivo era fornecer anúncios e resumos de publicações notáveis da época. O interesse abrangia áreas como a medicina, matemática, física, direito, história, geografia e teologia. Em pouco tempo, o periódico se tornou a publicação alemã mais conhecida do gênero. O primeiro volume inclui artigos de Boyle, Leeuwenhoek, Leibniz e Johann Bernoulli.

Leibniz não foi tão cauteloso quanto Newton, um bom exemplo pode ser visto na ansiedade que Leibniz teve para publicar seus estudos, enquanto Newton passou algum tempo sem publicar os seus, provavelmente, Newton se entusiasmou com a coragem de Leibniz e publicou seus textos.

O movimento levantado por Newton e Leibniz conseguiu imediatamente muitos admiradores que logo se puseram a estudá-las, o fim do século XVII foi repleto de estudos cautelosos que qualificavam ainda mais os argumentos desses dois cientistas, para os matemáticos, físicos e químicos, isso era excelente, pois o cálculo podia ser aplicado em problemas complexos.

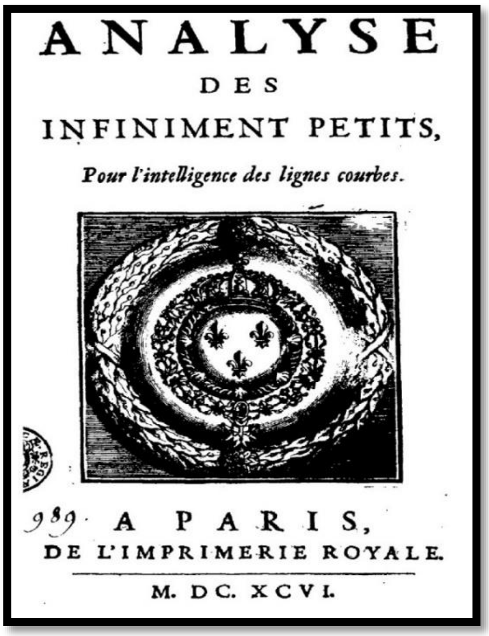
1.5. O cálculo do século XVIII

O século XVII foi o mais promissor na construção do cálculo e considerado pelos matemáticos da época como o período mais afortunado para o desenvolvimento dos conceitos fundamentais do cálculo, devido às considerações feitas no método das fluxões de Newton e as derivadas de Leibniz e se tornaram objetos de estudo da grande maioria dos cientistas interessados em estudar matemática.

Na transição do século XVII para o XVIII, os estudos de cálculo foram bastante desenvolvidos, mas o cenário era de incertezas e discordâncias sobre quem seria o real responsável pelo desenvolvimento do cálculo, enquanto os matemáticos britânicos defendiam que o criador das técnicas mais relevantes era Newton, a maioria dos matemáticos do restante da Europa defendia que os estudos de Leibniz eram os mais originais. Esse cenário justifica o surgimento de acusações de plágio, enquanto os defensores do cálculo newtoniano acusavam Leibniz de plagiar suas teorias, os defensores do cálculo leibniziano acusavam Newton de tal atitude.

É importante considerar que o cálculo apresentado por Leibniz, ao contrário do de Newton, não havia sido completamente desenvolvido por ele, o que deixava algumas incompletudes conceituais, mas seu entusiasmo abriu possibilidades para que outros matemáticos seguissem com sua adequação, como no caso do marquês francês Guillaume François de l'Hôpital (1661-1704), por meio do livro *Analyse des infiniment petits* (1696) ilustrado na figura 6, e o suíço Johann Bernoulli (1667-1748), através da obra *Lectiones mathematicae de methodo integralium* (1742).

Figura 6 – Frontispício do livro *Analyse des Infiniment Petits (1696).*



Fonte: gallica.bnf.fr

Para Baron (1985), o início da difusão do cálculo de Leibniz, em grande parte, se deveu ao interesse dos irmãos Jakob Bernoulli (1654-1705) e Johann Bernoulli, que eram da família mais famosa em relação ao desenvolvimento científico na Europa. Jakob, apesar de ter formação em teologia, tinha muito interesse por matemática e juntamente com seu jovem irmão, estudou o cálculo contido nos artigos publicados por Leibniz, e em 1690, Jakob publicou um artigo onde usou a notação leibniziana. Essa publicação foi a primeira de muitas publicadas pelos irmãos Bernoulli e, juntamente com os artigos escritos pelo próprio Leibniz foram responsáveis pela difusão do cálculo de Leibniz em toda a Europa.

O desenvolvimento das possibilidades de aplicações do cálculo de Leibniz, estudadas e publicadas pelos irmãos Bernoulli impressionou a diversos matemáticos, dentre eles, o marquês l'Hopital, que após conhecer e ter aulas particulares com Johann Bernoulli, produziu sua obra *Analyse*, onde esclareceu diversas questões pertinentes do cálculo. O relacionamento entre esses três matemáticos desencadeou uma série de desavenças entre os irmãos Bernoulli que conflitavam por interesses próprios.

Apesar de o cálculo ter sido considerado um método criativo e com resultados satisfatórios para os fenômenos físicos, até então, a baixa consistência de seus fundamentos deixava muito a desejar, isso tornava os técnicas de aproximação sensíveis a críticas. A maioria dos matemáticos, entretanto, apesar de reconhecer que haviam lacunas em seu desenvolvimento, não se atreviam a levantar críticas pois não se sentiam a vontade para levantar questões acerca dos conceitos adotados por Leibniz ou por Newton.

Os estudos de Newton e de Leibniz eram intocáveis, os matemáticos não sentiam-se a vontade para levantar críticas diretas aos métodos isso durou mais de trinta anos. O primeiro a questionar o cálculo foi o filosofo e crítico bispo George Berkeley(1685-1753) com um tratado publicado em 1734, a obra era intitulada *The analyst; or, a Discourse addressed to na infidel mathematician. Werein it is examined whether the object, principles and inferences of the modern analysis are more distinctly conceived, or more evidently deduced, than religious hysteries and points of faith*. O texto era uma crítica direta aos matemáticos que esqueceram a fé na religião que eram adeptos do cálculo. Nela Berkeley descreve alguns pontos conceituais que não teriam clareza suficiente para admitir o cálculo como infalível, na verdade, o cálculo, até então era conhecido, não possuía explicações com o rigor adequado o que tornava os conceitos vagos, sem sentido plausível e com diversas contradições.

A obra de Berkeley abalou completamente os adeptos do cálculo de Leibniz e de Newton, pois apesar de os próprios “inventores” do cálculo já reconhecerem as fragilidades dos métodos empregados a dura crítica revelou a uma grande parte dos simpatizantes contradições que geravam incertezas acerca da eficiência dos seus processos.

Segundo podemos ver em Baron (1985, p. 21), “Berkeley também criticou a dedução da fluxão de x^n baseado no fato de que *o* é primeiramente diferente de zero (para dividir) e depois igual a zero (para que desapareçam os termos com potências de *0*)”. A crítica pôs em dúvida os conceitos apresentados por Newton, pois Berkeley afirmava que uma regra não poderia ser usada e depois ignorada como se não existisse, apenas por conveniência do método.

As fragilidades apontadas por Berkeley desencadearam uma série de confusões e debates que procuravam defender o cálculo. Os matemáticos britânicos James Jurin (1684-1750), Benjamin Robins (1707-1751) e outros defensores do cálculo de Newton, escreveram diversos artigos e panfletos onde defendiam o método newtoniano. No entanto, apesar do objetivo das publicações ser a mesmo – defender o cálculo; a falta de rigidez do conceito conhecido causava contradições entre seus próprios adeptos.

A crítica levantada por Berkeley causou o descrédito nas infinitesimais. Baron (1985) afirma que o influente matemático Leonard Euler (1707-1783) assegurava em seu livro sobre o cálculo diferencial publicado em 1755, que as quantidades infinitamente pequenas não existiam e completando que as quantidades menores que qualquer quantidade finita são iguais a zero.

Os matemáticos continuavam procurando uma forma de justificar rigorosamente o cálculo. Nesse cenário o conceituado filósofo, matemático e geômetra francês Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), assim como Robins na Inglaterra, defendia veementemente, desde 1754, que o uso do Limite traria o rigor necessário para firmar os conceitos do cálculo. Nesta época, a França conhecia o Iluminismo, e d'Alembert, como cientista demonstrou sua posição iluminista em suas considerações na *Encyclopédie*[6] (1751 - 1772). Nesta obra foram publicadas algumas considerações em forma de artigo de d'Alembert, citamos aqui: "*Différential*" e "*Limit*" (1765) e seu artigo "*Sur les principles métaphysiques du calcul infinitesimal"* (1768).

O caminho trilhado por d'Alembert, ao acreditar que o Limite forneceria uma resposta satisfatória para o problema dos fundamentos do cálculo levantados na crítica feita por Berkeley, seria o mais primoroso. Porém a admissão dessa postura não foi imediata. Curiosamente em 1786, a academia de Berlim conferiu um prêmio para a melhor explicação dos fundamentos do cálculo a Simon l'Huilier (1756-1840), que havia baseado nas noções de limite tratadas por d'Alembert. Mas por que o levantamento dos limites para a solução do problema do cálculo não foi imediatamente aceito pelos matemáticos? Sobre isso Baron (1985), declara que o método de d'Alembert, era apenas mais uma forma de solucionar os problemas, além disso, faltava clareza no conceito de variável do limite de d'Alembert.

As falhas existentes no conceito dos fundamentos do cálculo do século XVIII, foram resolvidas por completo no século XIX, com a obra de Cauchy, nesse período as quantidades variáveis do cálculo foram trocadas por funções; as fluxões de Newton e as diferenciais de Leibniz foram substituídas pela função derivada. A falta de rigor nos conceitos matemáticos do cálculo foram supridas com o conceito de Limite. No entanto, não é interesse dessa pesquisa, estudar como Cauchy chegou nos fundamentos finais do conceito de cálculo aceito pelos matemáticos, porquanto

---

[6] Obra importante para o movimento intelectual iluminista, concentrado em 28 volumes, possuía a boa parte do conhecimento adquirido pelo homem até então. Era organizada por M. Diderot e d'Alembert.

tais considerações ultrapassam cronologicamente nossa pesquisa em aproximadamente meio século.

Para contextualizar a pesquisa nos reportamos a Revolução Francesa, dada à importância de se conhecer o cenário em que vivia a Europa na época que influenciava nosso principal personagem Lazare Carnot. O episódio ocorrido na França, motivou diversos conflitos, os ideias franceses foram radicalmente modificados, influenciando toda a Europa. O conhecimento científico foi um dos pilares mais afetados pelas reformas ocorridas nesse período.

1.6. A Revolução Francesa

A França – pós Idade Média – como todos os países europeus era absolutista, o governo estava nas mãos de apenas um homem que era responsável pelas decisões referentes ao reino, no século XVIII, com a coroação de mais um monarca que seria responsável por tomar as decisões do reino, o Rei Luís XVI. Inicialmente o povo não tinha uma opinião formada sobre qual seria a postura que o novo rei tomaria diante das responsabilidades da coroa, mas logo, o povo soube que o novo governante não se preocupava com as necessidades dos seus súditos mais empobrecidos.

Os burgueses e camponeses teriam agora que pagar altos impostos para os luxos adotados pela nobreza. Os que fossem contra as decisões do rei seriam acusados de traição e eram condenados a Bastilha[7] (1382 - 1789). O que criou uma instabilidade social e levou a pobreza extrema do povo, seguida da fome que assolou os camponeses e os burgueses. O desprezo do rei pelos seus súditos foi responsável pela revolta dos adeptos do iluminismo, que durante algumas reuniões discutiam sobre seus pensamentos revolucionários. Os pensamentos revolucionários não concordavam com a soberania e são comunicados ao povo e materializados com a tomada e queda da Bastilha, que ocorreu em 14 de julho de 1789.

Tal revolta foi capaz de derrubar o governo de Luís XVI que perdeu completamente o poder sobre o povo, no mesmo ano, o povo revoltado com os gastos da realeza obrigou o rei e a rainha a se mudarem do Castelo de Versalhes

[7] Fortaleza situada em Paris que desde o século XV servia como prisão de Estado, onde eram presos os súditos que fossem contra a soberania do rei. Símbolo do absolutismo francês.

para Paris onde seria tratado como prisioneiro e seria obrigado a deliberar decretos que tiravam seus poderes.

Em agosto do mesmo ano, uma assembleia constituinte aprovou a Declaração dos Direitos do Homem e do Cidadão, esse texto garantiria, além das liberdades individuais, a igualdade entre todos perante a lei sob o lema: “Liberdade, Igualdade, Fraternidade”. Em 1790, foi criada a Constituição Civil do Clero, que confiscou todos os bens da Igreja e tirava os privilégios sociais do clero. A finalização da constituição só foi concluída em 1791, com a qual, a Assembleia constituinte dividiu o governo, anteriormente absolutista, em três poderes: o executivo, o legislativo e o judiciário, estabelecendo a igualdade civil, a constituição foi responsável também pelo fim dos poderes absolutos que eram pertencentes ao rei.

Em 21 de junho de 1791, o rei e a rainha disfarçados como criados fugiram de Paris a procura de apoio dos reinos vizinhos, mas foram pegos antes de chegarem a fronteira do país. Em 1792, as tropas austríacas e prussianas invadem a França com o auxílio dos nobres franceses que estavam refugiados fora da França. No mesmo ano, os Jacobinos[8], em 20 de setembro proclamam a república e passam a ter o controle das decisões da Assembleia.

Em 20 de janeiro 1793, segundo Grespan (2008), o julgamento do Rei é calorosamente discutido, de um lado os girondinos[9] se manifestavam-se a favor da vida do monarca, de outro, os jacobinos, que sob comando de Maximilien de Robespierre (1758 – 1794), exigiam sua execução, que acaba acontecendo, em 21 de janeiro Luís XVI é guilhotinado em praça pública, acusado por traição, pondo um fim definitivo a monarquia francesa.

Esse ato é condenado pelos demais reinos da Europa, que veem na atitude dos franceses uma clara ameaça à monarquia nos demais países, sobre isso Grespan (2008) declara que:

> De fato, diante disso, a guerra com os outros países europeus recrudesce e impõe À Convenção medidas excepcionais. Em abril, é criado um “comitê de salvação pública”, nome que dá a exata dimensão da gravidade do

[8]Organização política, criada em 1789 na França durante o processo da Revolução Francesa. No princípio tinham uma posição moderada sobre os encaminhamentos revolucionários, porém, com a liderança de Robespierre, passaram a ter posições radicais e esquerdistas.

[9]Grupo político moderado durante o processo da Revolução Francesa. Seus integrantes faziam parte da burguesia francesa. Eram assim chamados, pois faziam parte do partido político conhecido como Gironda. O grupo era liderado por Jacques Pierre Brissot.

> perigo ameaçando a França não só pelo ataque de exércitos estrangeiros como por levantes de parte do campesinato contra a própria Revolução, que até ali não havia comtemplado suas expectativas. (GRESPAN, 2008, p. 94)

A atitude sangrenta tomada pela Convenção causa uma instabilidade na república, o que exige da convenção a nomeação do “Comitê de Salvação Pública” que seria agora responsável por manter a segurança da República, que deveria ser protegida tanto dos Reinos vizinhos como da população em caso de revoltas.

De 1793 a 1794, a revolução passou pela fase conhecida como período do terror, onde os Jacobinos, sob liderança de *Robespierre*, perseguiram os que eram ligados ao regime monárquico, ou mesmo os que se opusessem aos métodos adotados pelo atual governo, os que fossem contra eram capturados e condenados a morrer na guilhotina como traidores da República, nesse período, cerca de 35 mil pessoas foram decapitadas.

Oito meses após a execução do Rei Luís XVI, em 15 de outubro, aos 38 anos, a Rainha Maria Antonieta é acusada por alta traição e por acabar com o tesouro nacional é condenada à morte. A rainha é executada no dia seguinte.

Em 1794, após os jacobinos saírem do poder, os girondinos conduziram a burguesia ao governo francês. Através do Governo do diretório, a 3ª constituição entrou em vigor. As novas normas eram vantajosas principalmente para a burguesia. Segundo Grespan (2008), em 18 Brumário[10] (9 de novembro) de 1799, com o apoio da burguesia, a autoridade de Napoleão Bonaparte foi colocada aumentada. Com esse poder Bonaparte liderou um golpe de estado na França (Golpe do Brumário) e implantou um novo governo que o dava poderes acima de qualquer outra instituição pondo fim a Revolução Francesa.

Lazare Carnot, teve importantes atribuições neste cenário, não apenas produzindo livros-texto de matemática, engenharia ou textos políticos, mas também apresentando uma conduta peculiar no contexto da Revolução. Apresentamos no capítulo seguinte a participação de Carnot neste contexto sociocultural que rendeu-lhe diversas conquistas e injustiças.

[10]Segundo mês do calendário republicano francês, correspondente ao período compreendido entre os dias 22, 23 ou 24 de outubro e 20, 21 ou 22 de novembro (dependendo do ano).

CAPÍTULO II

LAZARE CARNOT: SUA VIDA E SUAS OBRAS

Este capítulo é de caráter biográfico e, baseado na biografia de Lazare Nicolas Marguerite Carnot publicada por Arago (1837), apresentamos as características de Carnot em sua vida pública e privada. Carnot foi um ativo defensor dos interesses da República, além do seu posicionamento acerca de seus interesses matemáticos e científicos, nessa área, Carnot publicou onde mostrava suas ideias a respeito do cálculo e da geometria. Sobre a sua vida privada nos limitamos a descrever sua personalidade, sua família, educação, formação, suas opiniões como patriota francês e suas produções como matemático, engenheiro e militar.

2.1. Lazare Carnot

Lazare Nicolas Marguerite Carnot, ilustrado na figura 7, nasceu em 13 de maio de 1753 em Nolay situada na região administrativa de Borgonha na França.

Figura 7 – Lazare Nicolas Marguerite Carnot

Fonte: http://www.nndb.com

Seu pai, o renomado advogado Claude Abraham Carnot (1719 - 1797) e sua mãe Marguerite Pothier (1726 - 1788), tinham 18 filhos, o que era motivo de orgulho, pois a grande quantidade de filhos era sinônimo de prosperidade. De fato, Claude Carnot teve o privilégio de ver em sua linhagem, importantes personagens sendo: dois tenentes generais do exército francês, um conselheiro no tribunal de cassação, um diretor do hospício de Nolay e um magistrado municipal. O renomado advogado sempre presidiu pessoalmente a educação de seus filhos, pois prezava o conhecimento como importante qualidade para uma vida bem sucedida. Lazare Carnot foi um bom exemplo do pensamento de Claude, pois ainda novo deixou a casa de seus pais para estudar e desenvolver sua retórica.

Carnot tinha apenas dez anos quando sua mãe, em uma viagem a Dijon situada em Borgonha, levou-o com ela para recompensá-lo por sua docilidade pensativa que mostrava em todas as circunstâncias. Seguiam em uma série de eventos teatrais e palestras sobre as táticas de guerra das tropas francesas. Em um dos eventos Carnot não se conteve com os discursos apresentados, e mesmo com os esforços de sua mãe para impedir que o garoto questionasse o responsável pela apresentação, Carnot, com gritos, advertiu sobre a vulnerabilidade das tropas, observando que os artilheiros não poderiam deixar de ser mortos pelos primeiros tiros disparados da muralha inimiga. Para solucionar esse problema o garoto afirmou que os artilheiros estariam menos vulneráveis se protegendo atrás de uma certa rocha.

O questionamento do pequeno Carnot desestabilizou os atores que apresentavam o show e sem saberem o que fazer cada um procurava sua explicação para o tão incomum episódio. Esse momento, mesmo sendo constrangedor, demonstrava o talento primoroso do menino para o pensamento militar. Tal inteligência, mais tarde, seria responsável pela criação de uma nova tática de fortificação que seria apresentada depois de alguns anos.

Dos doze aos quinze anos, Carnot frequentou o colégio d'Autun na França onde foi reconhecido por seus pensamentos e por uma inteligência rara, posteriormente estudou no pequeno seminário da mesma cidade. Aos dezesseis anos já havia completado seu curso, sua crescente firmeza desconsertava os professores do colégio e do seminário de Autun, isso ficou claro com a apresentação de um trabalho filosófico e teológico para conclusão do colegial. A cerimônia era em público, e cada auditor tinha a liberdade de fazer objeções. Seus argumentos não se limitaram apenas a discursos teológicos, mas envolveram ainda estudos científicos, especialmente os que envolviam Geometria e Álgebra, que o conduziram a um interesse específico pela matemática.

O interesse de Carnot pela matemática cresceu ainda mais, na escola preparatória de artilharia e engenharia de Paris, instituição que Carnot frequentou no período de 1769 a 1771, quando o diretor da escola conheceu e convidou d'Alembert, um ilustre filósofo, matemático e geômetra, reconhecido em toda Europa, para ministrar algumas palestras. Após algumas palestras, d'Alembert reconheceu o talento primoroso de Carnot, e pronunciou a ele elogios por sua desenvoltura.

Quando o jovem Carnot iniciou os estudos na Faculdade de Mézières na França, a instituição admitia novos alunos com a condição de que, os pais do candidato não tivessem tentado enriquecer sua família por comércio à custa do país. O jovem aspirante mostrava habilidades incomuns com a matemática, mas para sua admissão foi necessário que seus pais seguissem as diversas exigências da época, deveriam comprovar que suas diversas posses não estavam investidas para o crescimento do patrimônio da família.

Uma das comprovações de posses deveria provar que um de seus navios nunca estivera em terras distantes para comercializar frutos do solo francês e que suas atitudes não envolviam a sociedade com indústrias para comercialização de materiais como a Bíblia, e nem contribuiu para o comércio de equipamentos admiráveis que medem o som ou investigam as profundezas do oceano. Somente após seu pai provar legalmente as exigências, o jovem Carnot foi admitido na instituição.

Aos dezoito anos Carnot, entra para a Faculdade de Engenharia de *Mézières*, onde, sob auxílio do matemático francês Gaspard Monge (1746 - 1818), com quem teve uma grande amizade, o jovem cultivou e estudou geometria descritiva e as ciências físicas.

Carnot se formou na Escola de Engenharia no ano de 1773, com o posto de primeiro tenente. Foi imediatamente enviado para servir em Calais, uma cidade no norte da França. Em Calais o desafio de construir fortificações, chamou a atenção do jovem tenente, a dificuldade era gerada pelas oscilações periódicas do oceano, no entanto, o que seria de grande dificuldade, acrescentava novas condições e importantes dados para os problemas de fortificações. A partir da experiência em

Calais, Carnot desenvolveu bem e sem nenhum problema as teorias eruditas das fortificações.

Carnot, em sua juventude, já se destacava entre seus colegas. Segundo Arago (1837), aos vinte anos Carnot já era considerado pelos oficiais da guarnição de Calais um filósofo, pois suas atitudes eram diferenciadas, prezava seus exaustivos estudos nas bibliotecas conhecendo as literaturas mais famosas na época, no entanto, seus interesses em ajudar seus superiores em delicadas pesquisas não surgiam da ambição, mas sim, do compromisso científico para desenvolver delicadas pesquisas geográficas com mapas do hemisfério sul, onde as últimas descobertas de navegadores deveriam aparecer. No entanto, a severidade que Carnot exigia de si mesmo não excluía seus momentos de lazer em que ele se pôs a compor poesias onde demonstrava sua os sentimentos de sensibilidade e alegria.

Em 1791 Carnot foi lotado em *Saint-Omer*na França, onde casou-se com Marie Josèphe Dupont (1764 - 1813), filha de um administrador militar francês. Com sua esposa, Lazare Carnot teve dois filhos: Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796 - 1832), que seria físico e matemático, e Lazare Hippolyte Carnot (1801 - 1888) pai de Marie François Sadi Carnot (1837 - 1894), 5º Presidente da França (1887 - 1894).

A conduta irrepreensível do patriotismo de Carnot, provocou uma série de problemas em sua vida pública. Carnot foi o único nome que, de todos os ministros dos cem dias[11], apareceu na lista de proscrição[12] elaborada em 24 de julho de 1815 pela segunda restauração. De fato, isto foi consequência pelo zelo patriótico de Carnot. Logo, na noite do mesmo dia 24, Carnot foi exilado e partiu para a Alemanha.

No Reino da Prússia (atualmente são territórios da Alemanha, da Polônia e da Letônia), em Varsóvia, Polônia. Carnot foi bem recepcionado e recebeu 8000 francos[13]. Além disso, alguns nobres ofereceram a Carnot diversas posses, embora Carnot não fosse maçom, todas as lojas maçônicas do reino fizeram uma assinatura que produziria uma boa quantia.

O clima gelado da Polônia e o desejo de se aproximar de sua terra natal, o fizeram aceitar as ofertas benevolentes do governo prussiano, assim, se

[11] Ministros selecionados para atuar ao lado de Napoleão Bonaparte em seu retorno à França após seu primeiro exílio, na Ilha de Elba. Também conhecido como governo dos cem dias.
[12] Lista de exilados políticos.
[13] Moeda substituída pelo Euro na maioria dos países europeus.

estabeleceu em Magdeburg, atualmente na Alemanha, onde passou os últimos anos de sua vida fazendo o que mais sentia prazer em fazer em seus momentos de descanso, estudando e meditando com um de seus filhos, cuja educação ele mesmo guiou. Carnot morreu em Magdeburg, em 2 de agosto de 1823, aos setenta nos de idade.

Carnot teve uma vida bem agitada, suas atuações na política certamente influenciaram em suas decisões e seus feitos. Carnot teve contribuições para a fundação de grandes instituições, a primeira *École Normale*, a *École Polytechnique*, o Museu de História Natural, o Conservatório de Artes e Ofícios; e entre as obras que ele encorajou sendo, a favor em votações parlamentares, como: a medição da terra, o estabelecimento do novo sistema de pesos e medidas, as grandes e incomparáveis tabelas do cadastro.

As atitudes de Carnot demonstram o seu zelo por sua nação. O legado de Carnot teve raízes. O ilustre personagem que teve contribuições durante sua vida, tem até hoje, seu nome gravado em ruas francesas e na Torre Eiffel, ao lado de grandes nomes da Revolução e da matemática.

2.2. Carnot, o patriota francês

Nesta seção apresentamos as considerações biográficas da vida pública em que Carnot foi extremamente atuante, para tal, fazemos alguns saltos cronológicos, esses espaços de tempo, no entanto, não serão ignorados por nós, sendo tratadas algumas considerações biográficas de Carnot nos subtítulos posteriores, neles nos interessam mostrar, o homem Carnot, suas prioridades, opiniões e posturas políticas, cientificas e militares.

Carnot foi um dos primeiros oficiais do exército francês que com entusiasmo abraçou as visões regenerativas da Assembleia Nacional. No entanto, os anais da revolução fazem menção dele apenas a partir de 1791. Sua conduta sincera provavelmente era resultado de sua formação estudantil que resultava em alguém interessado em obter reformas sociais. Os princípios políticos, a moderação de sua conduta e seus vastos conhecimentos. Logo lhe renderam a honra de representar o Departamento de Pas-de-Calais, região no norte da França, na Assembleia Legislativa. A partir desse momento, Carnot, se dedica exclusivamente as obrigações parlamentares designados a ele. O oficio na Assembleia tirava-lhe quase todo o tempo do promissor matemático, que só era manifesto de tempos em tempos. Carnot votou a favor da execução do Rei Luís XVI, apesar de não estar feliz com sua decisão, Carnot declarou tristeza por sua decisão.

A vida pública de Carnot não foi devidamente honrada, Arago (1837) explica que, isso é devido a calúnias feitas por inveja de políticos da Assembleia. Como consequência haveriam dificuldades de referenciar os atos honrosos da vida política de Carnot no futuro por causa da manipulação documental. A afirmação predita foram evidenciadas nessa pesquisa. Durante nosso estudo nos deparamos com dificuldades, pois os percursos biográficos eram muitos superficiais acerca dos *atos políticos* adotados pelo personagem desse estudo.

No ano de 1793, a Convenção Nacional da Assembleia Legislativa era a único poder preparado, na república, capaz de se organizar estratégias de resistência aos ataques inimigos vindas de todas as partes da Europa, ameaçando a nacionalidade francesa. Para cuidar dos interesses de segurança da República, a Convenção Nacional fundou em 6 de abril de 1793 o *Comitê de Salvação Pública* em que faziam parte Robespierre e Carnot.

A Convenção solicitava que os processos deliberados pelo Comitê fossem discutidos e votados por todos os membros, a aprovação só seria deferida se a maioria concordasse, porém, o grande volume de processos impossibilitava a deliberação de todas as questões, que vinham de todos os cantos da França o Comitê não conseguia suprir todas as necessidades com a atenção necessária, o zelo, atividade e devoção não eram suficientes para a expedição de tantos assuntos sérios; uma reforma era indispensável. A decisão para solucionar o problema foi reorganizar o Comitê dividindo as tarefas entre seus membros. A responsabilidade de Carnot foi organizar as tropas e as operações do exército francês, os demais membros do comitê se dividiram entre os armamentos, os suprimentos, a polícia e outras medidas de segurança pública.

Carnot não apoiava as decisões que incentivavam a violência. Frequentemente encarregado de missões importantes para o exército, cumpria suas obrigações com tanta moderação quanto podia, quando as circunstâncias exigiam, sem medo de ser negado, publicamente o testemunho de nunca ter prendido ninguém. No entanto, as atitudes de Carnot não agradavam os radicais, pois sua postura inquestionável incomodava seus inimigos.

Robespierre mostrava-se especialmente incomodado com a postura de Carnot e para ataca-lo, pronunciou em um de seus discursos, que: todas as operações militares, são um *ato de egoísmo*; recusar-se obstinadamente a interferir nos assuntos da polícia interna é arranjar meios de acomodação com os inimigos do país. Em outro momento, relatou que lamentava não entender nada sobre o entrelaçamento de linhas e tons dos mapas: “Ah! se eu tivesse estudado arte militar na minha juventude, não seria forçado, sempre que se trata de nossos exércitos, a sofrer a supremacia do odioso Carnot” (Arago, 1837, p. xlii). Ao mesmo tempo, Saint-Just, um outro membro do comitê, acusou a Carnot de *moderação*, e exigiu que ele fosse levado a julgamento por ter se recusado a assinar um mandado de prisão.

Carnot estava sempre a salvo dessas terríveis provocações, não por um sentimento de justiça ou afeto, mas porque cada amigo e inimigo reconhecia a impossibilidade de substituí-lo em sua especialidade, as forças militares. Carnot estava ausente das sessões do comitê, apenas nos momentos em que os assuntos militares absorveram todos o seu tempo, mas às vezes em que participava das deliberações do comitê, o que incluía um defensor que pensava nos direitos humanos e na liberdade da República.

Nos anos 1793 e 1794 conduta elogiável que Carnot tinha diante do Comitê era proporcional ao seu sucesso que os soldados franceses, sob seu comando, inspiraram em seus inúmeros inimigos que iam de todos os pontos da Europa para atacar as fronteiras francesas. A esses feitos se deviam sua brilhante carreira pública.

A política na República estava conturbada, as discursões estavam sendo cada vez mais intensas no Parlamento, no Instituto Nacional e nos Comitês, esse era o sinal que pronunciava um novo golpe. Carnot, no entanto, não era favorável a nada que distorcesse as belezas da República, e não se calava ao defender veementemente seus ideais. Essa atitude irritava os membros do parlamento e do Instituto Nacional e, cada vez mais Carnot ganhava inimigos declarados e poderosos por intentar defender a República, mas o golpe era inevitável, e Carnot se tornou um dos alvos mais desejado pela maioria dos parlamentares.

Carnot foi eleito para o Diretório, do governo francês de 1795 a 1799, cujo ramo executivo consistia de cinco diretores. Quando as eleições da primavera de 1797 trouxeram uma maioria monárquica, Carnot curvou-se aos resultados, de modo que durante o golpe de Estado de 18 frutidor[14], ano V (4 de setembro de 1797), que anulou as eleições, ele teve que fugir com um nome falso, a fim de escapar da prisão, agora Carnot se chamava Jacob para evitar a perseguição. Ele se estabeleceu na cidade de Nuremberg, situada ao norte do estado da Baviera, na Alemanha.

Imediatamente, nos dias 19 e 20 de frutidor, ano V, são declaradas vagas todos os lugares ocupados pelos cidadãos que o golpe de estado do dia 18 de frutidor, tinha atingido, inclusive a vaga de Carnot. O Ministro do Interior, escreveu ao Instituto para ordená-lo a prosseguir com a substituição de Carnot. Cento e quatro eleitores votaram; as urnas não receberam votos em branco. Alguém deveria substituir a cadeira do Instituto que antes era ocupada por Carnot. O nomeado para substituí-lo foi, o ilustre general Napoleão Bonaparte.

O golpe de 18 de Brumário, ano VII (9 de novembro de 1799), levou Napoleão Bonaparte ao poder como primeiro cônsul da França, dotado de poderes superiores a todas as instituições da República. Bonaparte, convidou Carnot, que havia estado fora de sua nação durante mais de dois anos, para ocupar o carga de ministro da Guerra. Carnot aceitou o convite de Bonaparte e ocupou o cargo durante alguns meses em 1800, mas logo renunciou.

Em 1802, como membro do Tribunal, órgão escolhido pelo Senado para debater a legislação lutou contra o desenvolvimento autoritário do regime do consulado, opôs-se à instituição da Legião de Honra, votou contra a concessão de Napoleão ao consulado vitalício e corajosamente opôs-se ao estabelecimento do império sob Napoleão. Ele defendia que uma distinção concedida sem investigação, pela vontade descontrolada de uma só pessoa, não seria mais do que um meio, para aumentar a desordem e a tirania. Ele continuou, a ocupar uma cadeira no Tribunal até que a assembleia foi suprimida em 1807, quando ele se retirou mais uma vez da vida pública.

Carnot ficou durante muito tempo longe dos holofotes da vida política, mas a invasão dos países ameaçados pelo Império Napoleônico de 1814 forçou-o a sair da aposentadoria. Napoleão nomeou-o governador da cidade de Antuérpia na Bélgica, onde permaneceu até depois da queda do império.

[14] Duodécimo e último mês do calendário republicano francês, correspondente ao período compreendido entre os dias 18 ou 19 de agosto e 17 ou 18 de setembro.

Durante o Governo dos Cem Dias[15], quando Napoleão tentou restabelecer seu poder, Carnot serviu como ministro do interior e, depois da derrota de Napoleão em Waterloo, Bélgica, Carnot o encorajou a resistir, mas em vão. A Segunda Restauração marcou o fim da carreira política de Carnot.

Em julho de 1815, Carnot foi exilado da França. Deixou Paris em outubro e se estabeleceu em Varsóvia, na Polônia em janeiro de 1816. Em agosto de 1816, Carnot deixou Varsóvia e foi para Magdeburgo, na Alemanha, onde morreu sete anos depois.

2.3. Carnot, o militar e herói de guerra

Nesse momento, temos o intuito de mostrar o destaque que Carnot conquistou por seus talentos militares, isto se deve a seus feitos no campo de batalha, resultado de suas diversas conquistas, e seu talento para seguir em sucessivas vitórias. Esse destaque lhe rendeu, em diversos momentos de sua trajetória, o reconhecimento das qualidades que o fizeram por tantas vezes estar à frente das tropas francesas.

Em vários momentos durante a Revolução, assim como em outros países, administradores simples foram empregados com sucesso nos postos eminentes do Ministro da Guerra ou da Marinha. As autoridades militares recebiam ordens com carta branca, quanto à natureza das operações de defesa. Nesse aspecto, os ministros tinham pouco a fazer, a não ser o despacho oportuno e regular de suprimentos e reforços necessários para as operações.

Carnot possuía grande influência nas decisões tomadas para as operações das forças militares francesas, quando se tornou membro do Comitê de Salvação Pública (1793) a França passava por uma terrível crise interna. Certamente essas foram consequências da fragilidade vindas dos perigos que cercavam o país.

A desenvoltura de Carnot na administração das forças militares era grandiosa, assim como sua conduta em vida pública. Dado a aparente fragilidade inicial dos territórios franceses, a maioria dos franceses acreditava ser uma questão de tempo para a dominação das terras da República. Carnot era um dos poucos homens que, acreditava firmemente que a República mais cedo ou mais tarde triunfaria sobre seus inúmeros inimigos. Assim enquanto muitos tinham a certeza que a queda da

[15] Período conhecido como os *Cem Dias* marca o período do retorno do imperador francês Napoleão Bonaparte ao poder, após sua fuga do exílio na ilha de Elba.

República era eminente, sua administração com os olhos no futuro, dotava a França de várias grandes instituições, cujos bons efeitos só poderiam desenvolver-se lentamente.

A Convenção colocou nas mãos de Carnot a administração geral das tropas francesas, ele deveria assumir o difícil cargo de organizador do exército, pois só assim a França estaria protegida dos ataques dos reinos vizinhos. O difícil papel de Carnot foi suprido por sua postura firme, ele organizou os exércitos com disciplina, instruções. Carnot convocou e formou *quatorze tropas*. Foi necessário encontrar líderes habilidosos para estarem a frente das tropas, ele acreditava que era melhor ter valentes lideres a frente de soldados acovardados do que valentes soldados sob direção de um líder covarde. Felizmente, Carnot tinha a capacidade para encontrar em meio a tantos soldados os que se destacavam com o talento, coragem e desinteresse necessários para liderar a frente de batalha, assim Carnot rapidamente escolheu após, procurar incansavelmente, seus oficiais para ir à frente das tropas francesas.

Carnot coordenou muitas atividades diferentes. Como guia das missões, carregou por vários anos o peso de todos os eventos militares da Europa dando às tropas francesas suporte com ordens precisas que, para todas as eventualidades foram cuidadosamente planejadas. Tais ordens eram tão detalhadas que pareciam adivinhações. A precisão das informações e planos por ele dadas informavam acerca dos lugares onde era necessário batalhar e aqueles em que deveriam limitar-se a simples demonstrações de força, a força necessária de cada guarnição, de cada posto, tudo era indicado, tudo era regulado com uma clareza admirável.

Foi por instrução de Carnot que as tropas de General Louis Lazare Hoche *(1768 - 1797)*, um dos escolhidos por Carnot para estar à frente do exército, um dia escapa do exército imperial do Reno, Prússia. Logo após as tropas francesas retornam e atacam as tropas prussianas que estavam sob direção do comandante Dagobert Sigismund Wurmser (1724 - 1797), em um golpe decisivo que provoca a libertação da *Alsácia*, uma antiga região francesa. Em 1793, enquanto o inimigo esperava, de acordo com os preceitos clássicos de estratégia, ver as tropas francesas se moverem do Rio *Mosela* para o Rio *Reno*, as tropas inimigas acumulavam meios formidáveis de resistência neste último rio, Carnot, sem se preocupar com as velhas teorias de tática, destacou inesperadamente quarenta mil homens do exército do Rio *Mosela* e os enviou ao Rio *Meuse* em marchas forçadas. Essa foi a famosa manobra que decidiu o sucesso desta campanha de 1793, durante a qual os generais austríacos não tiveram outra saída diante das empreitadas dos exércitos de Carnot sucumbindo à sua esperteza. Por conta desse primoroso evento histórico, Carnot fica conhecido como "*Carnot, organizador da vitória*".

Outra vitória importante do exército francês mediada por Carnot foi a batalha de Wattignies[16]em outubro de 1773, entre forças francesas e austríacas. Desde a primavera o Príncipe de Couburgo, um dos comandantes do exército austríaco, a frente de sessenta mil homens, cercou a França ocupando todas as saídas da floresta de *Mormale* e tomando *Maubeuge,* uma comuna no norte da França. Uma vez que a cidade foi tomada, os austríacos não encontravam mais obstáculos para chegar a Paris.

Carnot percebeu a ameaça e imediatamente defendeu, frente aos membros do Comitê de Salvação Pública, que o exército francês, apesar de sua grande inferioridade numérica de soldados, poderia batalhar. Para Carnot as tropas francesas deveriam atacar o inimigo de posições em que o exército austríaco parecesse invencível. Foi uma difícil decisão para o comitê deliberar tão urgentemente. O general Jean-Baptiste Jourdan (1762-1833), que estava responsável pelas tropas do norte da francês, hesitou diante da responsabilidade de enfrentar um exército numeroso e bem armado.

Carnot foi até o exército francês e em poucas horas, tudo estava acertado, as tropas, entretanto temiam, acreditando no pior, pois as tropas austríacas já estavam em ótimas posições estratégicas e preparados para a batalha, o sucesso era quase impossível. No final do dia, a ala direita ganhou algum terreno, mas a ala esquerda estava em desvantagem na batalha e já havia perdido algumas armas para os austríacos.

Carnot resolveu fortalecer a ala esquerda, os estrategistas não entenderam o que ele queria ao atacar pelo lado que os franceses estavam em desvantagem, mas, voluntária ou involuntariamente, cederam à autoridade de Carnot. Durante a noite as tropas francesas conquistam novamente a ala esquerda e suas principais tropas estão à direita, ao nascer do sol o exército francês está em grande vantagem. A batalha começa novamente com uma nova fúria. Fechados em seus redutos,

[16] Wattignies é uma comuna francesa, situada no departamento do Norte na região de Altos da França.

protegidos por bosques, os austríacos resistem valentemente, mas Carnot reúne os soldados, reformando-os em nova formação de ataque. Essa estratégia não assustou os austríacos, as cargas da cavalaria austríaca foram repelidas rapidamente e os franceses matavam todos os austríacos que alcançavam. Carnot finalmente reconquistou a aldeia, a chave para a posição do exército inimigo, a partir desse momento Maubeuge foi desbloqueado, mais uma vitória conquistada, que ficou conhecida como vitória de Wattgnies, ilustrada na figura 8.

Figura 8 – Carnot comemorando a vitória de Wattgnies em 16 de outubro de 1793, Pintura de Georges (1848-1901) em 1892.

Fonte:http://actualites.musee-armee.fr/wp-content/uploads/2016/07/5-ill3-10-529347-277x300.jpg

Carnot sentiu a necessidade de mostrar para a sociedade os resultados das batalhas lideradas por ele, essa imagem detalhada era composta para constatar e quantificar a magnitude das vitórias em batalhas conquistadas pelas forças francesas e colocadas em forma de relatório. Arago (1837), dispões os resultados colhidos ao fim da história da campanha de dezessete meses sob comando de Carnot, durante a qual as tropas da República não pestanejaram por um momento, no quadro 5 estes resultados são apresentados:

Quadro 5 – Realizações de Carnot no campo de batalha

RELATÓRIO DE CONQUISTAS DE CARNOT
27 vitórias; incluindo oito em uma batalha campal
120 batalhas menores;
80.000 inimigos mortos
91.000 prisioneiros
116 fortalezas ou cidades importantes tomadas, incluindo trinta após cerco ou bloqueio

230 fortes ou redutos retirados
3.800 canhões
70.000 rifles
190 mil de pó
90 bandeiras

Fonte: Arago (1837) adaptado pelo autor.

Os dados mostram o sucesso nas diversas batalhas empreitadas por Carnot e suas forças militares em nome da República francesa. É importante notar que, ao mesmo tempo em que os dados de certa forma impressionam, pelo fato de em tão pouco tempo haverem tantas batalhas bem sucedidas, eles justificam o respeito conquistado por Carnot ao que se referia as táticas e estratégias militares.

2.4. Carnot um matemático e engenheiro promissor

Certamente os feitos militares de Carnot, vistos anteriormente, mostram um personagem inteiramente ligado ao patriotismo e paixão pelo seu país, além da coragem que nem todos tinham em sua época, foram muitas as investidas realizadas por ele, para concretizar a liberdade do homem, principalmente do cidadão francês. No entanto esse não era o único interesse do nosso personagem. Além da vida repleta de atividades políticas e militares, Carnot, tinha um grande interesse pelas ciências matemáticas e a engenharia.

Sua vida pública era repleta de aventuras e perigos em nome da recente República, sentia a necessidade de se colocar em favor de seu país, no entanto, além dos talentos voltados para o interesse militar e político, ele tinha um outro interesse que o atraia da mesma maneira, o conhecimento cientifico. Como não dispunha de tanto tempo para trabalhar seus pensamentos acerca da ciência, ele se dedicava em momentos de lazer e desocupação militar e política.

Seu ócio era revestido para o estudo da matemática, sua recreação favorita, seu amplo conhecimento obtido nesses momentos foram essenciais para a produção de suas duas obras, em matemática, mais conhecidas pelos matemáticos: as *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* (1797) e o *Géometrie de Position* (1803). Nessas duas obras, demonstrava que o “*Carnot político*”, o “*Carnot militar*” e o “*Carnot cientista*”, tinham muito em comum, seu posicionamento firme, nessas obras, se posiciona firmemente quanto duas das questões mais envolventes de sua época, o cálculo infinitesimal, que estava em grande ascensão na época; e os fundamentos da geometria. A geometria sofria grandes questionamentos o que surgia a partir de duras críticas feitas por outros matemáticos que não admitiam o raciocínio geométrico.

O infinito matemático, foi observado pela primeira vez na geometria, nos estudos de Arquimedes, em que determinou uma relação aproximada do diâmetro com a circunferência por uma assimilação do círculo a um polígono circunscrito por uma infinidade de lados. Logo veio Cavalieri que em muito contribuiu ao distinguir o infinitamente grande de muitas ordens, quantidades infinitas, no entanto, eram infinitamente menores que outras quantidades, provavelmente essa relação entre a geometria e o cálculo infinitesimal era o que mais atraia Carnot aos conhecimentos matemáticos.

Além da matemática, Carnot tinha interesse em expor suas ideias mais originais sobre os interesse mecânicos, Assis Neto (1994), descreve as produções de Carnot nessas áreas, que podemos vislumbrar no quadro 6:

Quadro 6 – Lista de Publicações do autor Lazare Carnot

Ano	Título	Área
1778	*Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix de 1779 proposé par l'Académie Royale des Sciences de Paris*	Mecânica
1780	*Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix que l'Académie Royale des Sciences de Paris doit adjuger em 1781*	Mecânica
1783	*Essai sur les machines en général*	Mecânica
1784	*Lettre sur les aeorostats*	Mecânica
1785	*Dissertation sur la théorie de l'infine mathématique, ouvrage destiné à concourir au prix qu'a proposé l'Académie royale des sciences, arts et belles-lettres de Berlin, pour l'année 1786. Arras, le 8 septembre 1785*	Cálculo
1786	*Segunda Edição do "Essai sur les machines em général"*	Mecânica
1797	*Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*	Cálculo
1797	*Oeuvre mathématiques du citoyen Carnot*	Mecânica
1800	*Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie*	Geometria
1801	*De la corrélation des figures de géométrie*	Geometria
1803	*Géometrie de position*	Geometria
1803	*Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*	Mecânica
1806	*Mémoire sur la relation que existe entre les distances respectives de cinq points quelsconques pris dans l'espace; suivi*	Geometria

	d'un essai sur la théorie des transversales	
1813	*Segunda edição do "Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal"*	Cálculo

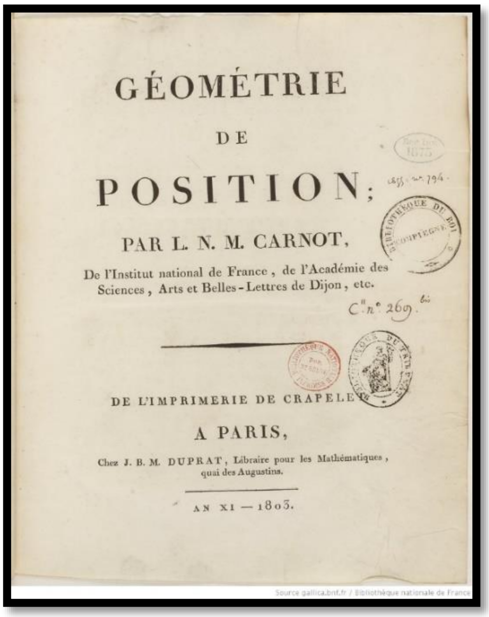
Fonte: Assis Neto (1994) adaptado pelo autor

Ao observar o quadro 6, podemos notar em seus textos que, nos momentos em que Carnot estava afastado da vida pública se dedicava a matemática. Se observarmos os períodos de suas publicações possuem um espaço de tempo, podemos notar três períodos que se encaixam perfeitamente em nossa afirmação. Desde o primeiro livro publicado em 1778 até o publicado em 1786, Carnot publicou um total de seis livros, sendo um, uma segunda edição. Após esse primeiro período, em 1791, Carnot foi nomeado membro da Assembleia Legislativa adquirindo funções de extrema importância para a República.

Após Carnot ser afastado da vida pública em mais uma vez, exilado publicou as duas obras de 1797, uma em cálculo e outra em mecânica, logo Carnot retorna para Paris a pedido de Napoleão Bonaparte, e assume outros cargos políticos. Em 1800 ao renunciar ao cargo de ministro da guerra volta a publicar suas obras, além disso, suas publicações não são mais feitas apenas em Mecânica e Cálculo.

De 1800 até 1813, escreve seis livros, sendo: um em mecânica, um em cálculo e quatro em geometria, seu mais novo interesse, onde pública uma de suas obras mais conhecidas pelos matemáticos da época, o *Géométrie de Position* ilustrado na figura 9.

Figura 9 – Frontispício do *Géométrie de position*, de Carnot



GÉOMÉTRIE

DE

POSITION;

PAR L. N. M. CARNOT,

De l'Institut national de France, de l'Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon, etc.

DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET.

A PARIS,

Chez J. B. M. DUPRAT, Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins.

AN XI — 1803.

Fonte: gallica.bnf.fr

No livro *Géométrie de Position*, Carnot, se posiciona acerca de algumas distorções da matemática, especialmente podemos citar como exemplo o problema das quantidades negativas, sobre isso era o seu principal questionamento. Assis Neto (2011), elucida esse fato ao utilizar uma citação do próprio Carnot, a questão levantada era: “Para obter realmente uma quantidade negativa isolada é preciso retirar uma quantidade efetiva de zero, tirar qualquer coisa de nada: operação impossível. Como conceber então uma quantidade negativa isolada?” (CARNOT, 1803, p. iii).

Assis Neto (2011) relata ainda que:

> Para Carnot, admitir que as quantidades negativas sejam menores que zero é introduzir na matemática “uma porção de paradoxos” e “absurdos palpáveis”. Ele argumenta, num outro exemplo, que -3 seria menor que 2, enquanto que $(-3)^2$ seria maior que 2^2, uma vez que $(-3)^2$ é 9 e 2^2 é 4. (ASSIS NETO,2011, p. 12)

O problema levantado por Carnot demonstrava a fragilidade que, até então era desprezada pela maioria dos matemáticos sobre a aceitação dos números menores do que zero. Sua geometria foi intensamente estudada no meio acadêmico francês de sua época, principalmente na área militar, onde suas obras tiveram grandes repercussões na matemática, mecânica e engenharia.

Carnot foi reconhecido por suas obras em matemática, influenciando matemáticos como o renomado escritor de livros Sylvestre François Lacroix (1765 - 1843) e Jean-Victor Poncelet (1788 - 1867), suas publicações foram, em muitos momentos, utilizadas com referência para estudos acerca da matemática, especialmente influenciou os autores acima citados que se utilizaram inicialmente das publicações de Carnot para comporem suas considerações acerca da matemática.

Esse fato é mais claro quando somos direcionados a obra *Géométrie de Position,* esta obra serviu como suporte metodológico para o novo estilo de abordagem da geometria que estava surgindo no mesmo período de sua publicação. Um exemplo claro vemos em Schubring (2003).

> A série dos livros didáticos de álgebra de Lacroix representa, portanto, não apenas um caso revelador da modificação nas concepções didático-pedagógicas de acordo com o ponto de vista sociais e culturais em processo de mudança, mas mostra também a influência da mudança de pontos de vista epistemológico. Na verdade, dois anos antes, em 1801, Lazare Carnot havia publicado a primeira versão da sua própria concepção de rejeição das quantidades negativas e suas reinterpretações e noções

> geométricas. Essa primeira publicação sobre a correlação de figuras, de 1801 foi complementada por Carnot em sua *Géométrie de Position* em 1803. A volta de Carnot a um método sintético, privilegiando a geometria como a única fonte de verdade matemática, em breve tornou-se popular, e Lacroix, concordando com Carnot, imediatamente aplicou muitas de suas idéias a uma completa reestruturação de seu próprio didático de álgebra. (SCHUBRING, 2003, p. 121)

A influência de Carnot no pensamento de Poncelet, partiu das ideias da geometria expostos na *Géométrie de Position*, Chaves (2013) relata:

> Poncelet dedica uma grande parte de sua obra em estabelecer procedimentos gerais em Geometria pura. Como Carnot, ele inicia por constatar que a Geometria Analítica tenha adquirido sobre a Geometria Ordinária "uma superioridade e uma generalização que é impossível de se contestar"61. O objetivo que se fixa Poncelet é em parte idêntico ao de Carnot: "fazer passar na Geometria Ordinária a generalidade das concepções da análise algébrica, generalizações que devem necessariamente pertencer à essência da grandeza da figura, independente de qualquer maneira de raciocinar"62. A generalidade é inerente ao objeto estudado que justifica o projeto de pesquisa dos métodos gerais em Geometria pura, ao mesmo tempo, indica que a generalidade revela a noção de grandeza da figura (que é oposta a grandeza absoluta). Ele afirma que a Geometria pura deve mudar o objeto de estudo. (CHAVES, 2013, p. 85)
>
> Apesar da profunda admiração de Poncelet pelo trabalho de Carnot, ele entendia que esta contradição das ideias e as difíceis objeções feitas por Carnot às antigas leis dos sinais de posição, explica porque suas teorias foram friamente acolhidas pelos geômetras. (CHAVES, 2013, p. 101)

Isso demonstra que a geometria de Carnot foi intensamente estudada anos após sua publicação sobre tais conhecimentos, na verdade suas contradiziam séculos de aceitação. Novamente Carnot se tornava polemico por seu pensamento ousado. O ilustre francês que teve em sua vida diversas aventuras desde sua meninice, conheceu a carreira militar em que mostrou grandes feitos como engenheiro e líder do exército, assim como na política em meio a Grande Revolução Francesa.

Apesar de pouco conhecerem o homem que prezava pelas ciências, principalmente, pela matemática, o geômetra defendia seu ponto de vista com o pouco tempo que tinha, Carnot certamente não foi o mais ilustre dos matemáticos, nem o que mais contribuiu para o desenvolvimento do saber matemático, mas estava lá, o Grande Carnot. O interesse de Carnot por matemática culminou em sua obra sobre o cálculo infinitesimal, esta ciência estava sendo amplamente discutida em toda Europa por diversos matemáticos.

No capítulo III, apresentamos quais foram os pontos principais que influenciaram a produção de Carnot, desde a primeira edição publicada em 1979, em plena Revolução Francesa, até a última edição com as modificações editoriais e elementares.

CAPÍTULO III

CARNOT E SUAS REFLEXÕES SOBRE O CÁLCULO INFINITESIMAL

Abordamos nesse capítulo o livro-texto de Carnot, bem como, os assuntos tratados na obra *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*, para tanto, nos firmamos na metodologia utilizada por Schubring (2003) sobre análise de textos históricos de matemática, a Hermenêutica.

Para as considerações referentes aos componentes textuais existentes no livro-texto de Carnot nos baseamos em algumas considerações de Genette (2009), de onde tiramos sustentação teórica para apresentar a obra de Carnot como um Paratexto.

> O PARATEXTO COMPÕE-SE, pois, empiricamente de um conjunto heteróclito de práticas e de discursos de todos os tipos e de todas as épocas que, em nome de um grupo de interesse, ou convergência de efeitos, que me parece mais importante do que sua diversidade de aspecto, eu reúno sob esse termo. (GENETTE, 2009, p. 10)

O paratexto é definido por Genette (2009) como uma composição de peritexto mais epitexto, este primeiro se configuram no título ou prefácio, e às vezes, inserido nos interstícios do texto, como os títulos de capítulos e certas notas. Ao segundo podemos citar as: conversas ou entrevistas, correspondências e diários pessoais, esses são elementos mais externos ao texto.

O texto configura-se de diversas maneiras, de acordo com vários fatores, que refletem suas características espaciais, temporais, substanciais, pragmáticas e funcionais, ou seja, um paratexto é definido em meio social, seja este na academia, ou na escola, ou etc. seja no século XVI, XVII, ou etc. Genette exprime ainda que as características supracitadas tem influencias diretas na produção do Peritexto.

> De maneira mais concreta: definir um elemento de paratexto consiste em determinar seu lugar (pergunta onde?), sua data de aparecimento e, às vezes, de desaparecimento (quando?), seu modo verbal ou outro (como?), as características de sua instância de comunicação, destinador e

> destinatário (de quem? A quem?) e as funções que animam sua mensagem: para quê? (GENETTE, 2009, p.12)

No caso do texto de Carnot, como já mencionado, podemos caracterizá-lo como um paratexto pois encontramos todos os elementos do peritexto citados por Genette (2009), no entanto, não identificamos nenhum elemento diretamente ligado ao epitexto. Estes elementos supracitados são discutidos indiretamente durante o estudo do livro-texto de Carnot, mas com algumas inferências diretas ao paratexto.

3.1. A produção de livros durante a Revolução Francesa

Durante a Grande Revolução novas ideias iluministas afloraram, essas opiniões foram, de certa forma, essenciais para a Revolução e implicaram em todas as áreas da sociedade, tal influência chegou à educação e consequentemente à produção dos livros voltados para o ensino, sobre isso Schubring (2003) relata que:

> A reflexão de d'Alembert sobre os elementos da ciência tornou-se altamente influente para o trabalho sobre os livros didáticos elementares no período da Revolução Francesa; todas as partes dessa contribuição aparecem como palavras-chave nos debates e reflexões posteriores.
> Essa disseminação das idéias de d'Alembert foi provocada e ampliada pelo imenso entusiasmo pelo método analítico nos primeiros anos da Revolução, em virtude da recepção das idéias de Condillac[17] pelos *Idéologues*[18] (Ideólogos). (SCHUBRING, 2003, p. 79)

As reflexões feitas por d'Alembert provocaram uma série de reformulações sobre quais seriam os melhores métodos de ensino, quem deveria produzir os materiais para auxílio dos professores nas salas de aula. Algumas medidas foram rapidamente traçadas, "De acordo com o desafio de d'Alembert aos cientistas mais importantes, a República contratou os *Savants* (Intelectuais) mais eminentes para elaborar os melhores métodos de ensino e livros didáticos" (SCHUBRING, 2003, p. 80).

Os *Savants* deveriam ser proeminentes cientistas da área, com grande reconhecimento, esses seriam responsáveis por elaborar materiais que fugissem da antiga metodologia. Este pensamento se estendeu à matemática, ou seja, os livros

[17] Étienne Bonnot de Condillac (1714 - 1780), filosofo francês com ideias iluministas.
[18] Segundo Schubring (2003): "Os *Idéologues* tornaram-se o grupo intelectual que assumiu a liderança após a queda de Robespierre e o Thermidor (Termidor)".

textos não poderiam mais seguir o modelo dos gregos de escrever tratados, pois acreditava-se que esta metodologia, baseada nos Elementos, e era inadequada para o pensamento cientifico por se tratarem de regras repetitivas. Nesse contexto, “A base para o trabalho dos eminentes Savants era a filosofia de Condilac e o ponto de vista do método analítico” (SCHUBRING, 2003, p. 80).

A nova forma de se trabalhar com os livros-textos foi logo adotada pelos cientistas que escreviam tais materiais, no entanto o método não agradava a todos, Schubring (2003) menciona que Adrien-Marie Legendre (1752 - 1833), em critica a esse método, menciona no prefácio sua obra *Éléments de Géométrie*, que o método analítico poderia ser desconfortável e era complicado trabalha-lo em todas as áreas da ciência, pois cada área tinha uma forma mais adequada de ser trabalhada.

Essa foi apenas uma das reformas que ocorreram durante a revolução, que passava por diversos conflitos políticos. O crescimento substancial da quantidade de livros-texto produzidos nesse período mostrou a necessidade de que houvessem seleções dos materiais que deveriam ser utilizados. Schubring (2003), relata que nesse contexto, a Comissão de Instrução Pública submeteu ao Parlamento a ideia dos *concours* em 12 de dezembro de 1792, mas devido à grande instabilidade política essa proposta foi aprovada apenas em 13 de junho de 1793, mas novamente devido ao momento político a lei só foi implementada em 18 de janeiro de 1794.

Um júri foi selecionado para julgar os livros-texto que eram submetidos de acordo com as normas estabelecidas pelo Comissão, mas o julgamento rendeu muito tempo por problemas que iam surgindo nas análises dos textos e no cenário político. Ao fim da Revolução Napoleão, com o intuito de uniformizar a educação francesa mudou completamente o cenário educacional, segundo Schubring (2003), o autoritarismo de Napoleão se estendeu à toda a França, e o imperador aboliu qualquer vínculo com a revolução, inclusive os livros-texto elementares que utilizavam o método analítico, adotando novamente os livros-texto clássicos como único material que deveria ser ensinado.

3.2. Reflexões sobre a metafísica do cálculo Infinitesimal

O livro-texto de Lazare Carnot sobre o cálculo infinitesimal teve sua primeira edição publicada em 1797 em Paris, a obra seguia o modelo adotado nas publicações francesas durante a Revolução Francesa. Assis Neto (1994) relata que apesar do livro-texto de Carnot sobre a análise infinitesimal ser redigido por sua livre vontade, seu texto científico assim como os demais em mecânica e geometria, foram estimulados por exigências externas e motivados pelos concursos instituídos pelas academias cientificas.

Um dos elementos mais importantes em um livro-texto ou em um paratexto moderno é o título, Genette (2009), explica que, nem sempre foi assim, pois o modelo que exigia uma titulação no sentido mais clássico, e mais semelhante ao adotado na modernidade, só foi apresentado no Renascimento, antes não era necessário que o título fosse definido, e continuando com suas explicações, Genette observa que: esse elemento se tornou um dos mais importantes de existirem em um paratexto, pois apresenta resumidamente qual o tema que o livro-texto articula.

Nesse sentido, Carnot expressa claramente quais são as intenções do seu livro-texto, pois propõe-se a refletir sobre a metafísica do cálculo, ou seja, sobre a implicação filosófica do cálculo infinitesimal, que era consideravelmente discutida em sua época. Isso tornava o cálculo mais bem visto por seus apreciadores, pois sua aplicabilidade era constantemente explorada nas diversas áreas do conhecimento científico.

A dificuldade em alcançar o objetivo da obra em um único trabalho é expressa quando o autor se refere aos “diferentes pontos de vista”, Carnot se refere aos problemas na definição do cálculo que era motivo de discussão entre os renomados matemáticos que se dedicavam ao estudo desse objeto matemático em questão, os cientistas constantemente caiam em contradição ou discordância acerca do rigor nas demonstrações do cálculo, esse problema já durava cerca de um século. Sabendo disso, Carnot relata no início de suas reflexões, sentir-se satisfeito, se sua obra conseguisse esclarecer de alguma forma sobre o interessante objeto matemático em desenvolvimento, ou seja, sobre o cálculo infinitesimal.

A obra *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* de Carnot teve algumas edições publicadas na França ao longo do século XIX. No decorrer da pesquisa encontramos um total de cinco edições originais digitalizadas, além das edições publicadas na França. Nos deparamos também com algumas traduções dentre as quais, encontramos uma traduzida para o português sob o título: *Reflexões sobre a Metaphysica do Calculo Infinitesimal*, publicada em 1798, um ano após a primeira edição publicada por Carnot. A tradução para o português foi feita pelo brasileiro Manuel Jacinto Nogueira da Gama durante a regência do Príncipe Don João VI, pai de Don Pedro I.

O interesse imediato pela tradução da obra de Carnot, demonstra a popularidade de Lazare Carnot, em que sua obra foi traduzida junto a grandes nomes da matemática da época, como Lagrange, Lacroix, Legendre e Euler, além de renomados matemáticos que ascenderam o entusiasmo matemático proveniente do cálculo como a obra de Newton. O que é comprovado, segundo Sousa e Rocha (2017) na Carta Lei publicada em 1810, idealizada por D. Rodrigo (1788 - 1812) para fundação da Academia Real Militar no Rio de Janeiro.

3.3. Edições da Obra

Nesta seção fazemos um breve estudo das edições publicadas sob o título: *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* encontradas ao longo da pesquisa, para isso descrevemos unicamente os elementos contidos em cada edição fazendo comparações com as edições anteriores.

É importante mencionar que as edições da obra de Lazare Carnot foram impressas em renomadas editoras, também conhecidas como casas de edição, que tinham como preferência publicar textos científicos. Curiosamente todas as edições foram publicadas nas editoras da mesma família que, tradicionalmente, editavam obras cientificas principalmente de matemática. Segundo Verdier (2011), o século XIX, tinha dois tipos de editores franceses, o primeiro era de editores recentes no ramo, que nesse século, descobriram e construíram o mercado editorial e; a segunda, que era de editores herdeiros de editoras tradicionais do século XVIII.

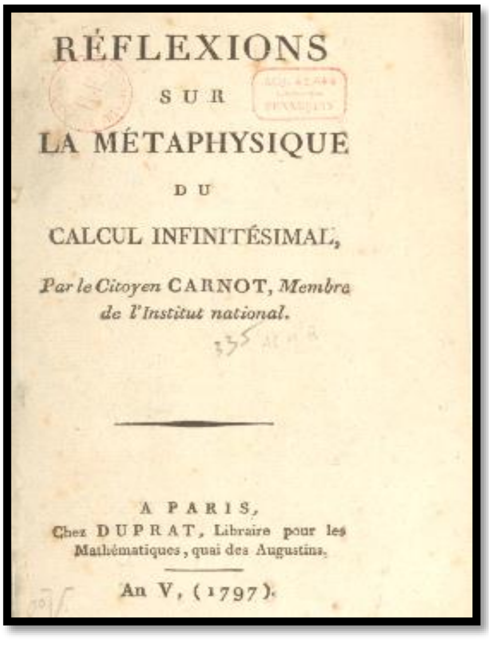
As editoras responsáveis pelas edições do livro-texto de Carnot se encaixavam nos dois tipos de editores, a editora de Duprat, onde a primeira edição foi publicada em 1797, era um tradicional editor do século XVIII. A segunda edição publicada em 1813, na casa de Jean Courcier, responsável pela continuação do legado da editora de Duprat em suas publicações em matemática.

A terceira edição foi publicada em 1839 na casa de Charles Louis Étienne Bachelier, um editor sem tradição em edições de matemática que conheceu e casou-se com a filha de Courcier herdando a tradição de seu sogro em publicações no meio cientifico. A quarta edição publicada em 1860 em Mallet-Bachelier que estava sob supervisão de Louis Joseph Alexandre Mallet, genro de Bachelier. A quinta edição foi editada em 1881 sob o comando de Jean-Albert Gauthier-Villars que havia comprado em 1864 a editora de Mallet-Bachelier e continuou com a preferência por textos matemática.

3.3.1. A primeira edição datada no ano de 1797

A primeira edição do livro-texto de Carnot foi uma adaptação de sua antiga obra sobre o cálculo infinitesimal publicada em 1785 sob o título: *Dissertation sur la théorie de l'infine mathématique (dissertação sobre a teoria do infinito matemático)*, que foi submetido na Academia Real de Ciências, Artes e Letras de Berlim. A nova versão da obra foi publicada pela casa de Duprat, na *quai des Augustins* em Paris e foi intitulada *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* ilustrada na figura 10.

Figura 10 – Frontispício do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*. 1ª Edição.



RÉFLEXIONS
SUR
LA MÉTAPHYSIQUE
DU
CALCUL INFINITÉSIMAL,
Par le Citoyen CARNOT, *Membre de l'Institut national.*

A PARIS,
Chez DUPRAT, Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins.
An V, (1797).

Fonte: gallica.bnf.fr

Carnot justifica sua obra pela necessidade de se obter aproximações entre os diferentes pontos de vista do cálculo infinitesimal, no período de sua escrita, pois os cientistas discordavam acerca dos princípios do cálculo. Tendo isso em mente, o autor traçou o audacioso objetivo de: "Aproximar estes diferentes pontos de vista, mostrar suas relações, e expor outros novos" (CARNOT, 1797, p. 7).

Após o justificar e apresentar o objetivo de seu livro-texto Carnot apresenta algumas situações que possivelmente, em sua concepção, seriam responsáveis pela necessidade do desenvolvimento da análise infinitesimal em matemática. Carnot apresenta então uma razão, que julgava plausível, para a utilização dos métodos do cálculo infinitesimal na resolução de problemas em matemática:

> A dificuldade, que muitas vezes se encontra em exprimirem-se exatamente por equações as diversas condições de um problema, e em resolverem-se estas equações, podia dar origem às primeiras ideias do cálculo infinitesimal. Com efeito, quando é muito difícil obter-se a solução exata de uma questão, é natural o procurar-se ao menos uma aproximada quanto é possível, desprezando-se as quantidades, que dificultam as combinações, se acaso se conhece que tais desprezos não causarão grande erro no resultado do cálculo em razão do seu diminuto valor. (CARNOT, 1797, p. 7, tradução nossa)

O motivo de tal estudo apresentado por Carnot, obviamente era suficiente para seguir o pensamento da importante utilidade do cálculo para a matemática e para as demais ciências que poderiam ser igualmente beneficiadas com seu desenvolvimento. No entanto, não satisfazia a necessidade de rigor que era exigida dos métodos pelos demais cientistas. Sabendo disso, Carnot desenvolveu seu livro buscando subsidiar seu pensamento de acordo com o pensamento matemático exemplificando em muitos momentos suas afirmações.

Ao longo do texto, Carnot utiliza algumas notações técnicas, umas eram de notação geral dos que escreviam em ciências, e outras de notação mais específicas, comumente utilizadas nos textos matemáticos. No Quadro 7, apresentamos as notações contidas na primeira edição do livro-texto de Carnot.

Quadro 7 – Ficha da primeira edição do livro-texto de Carnot

Editora	DUPRAT
Ano de publicação	1797
Local	Paris, França
Quantidade textual de páginas	78 páginas textuais, 1 página de figuras e 2 páginas de sumário
Quantidade de Figuras	6 figuras
Quantidade de problemas	5 Problemas
Quantidade de teoremas	3 teoremas
Corolários	1

Fonte: Elaborado pelo autor

Para traçar o discurso sobre o cálculo infinitesimal Carnot separa na primeira edição de seu livro-texto os tópicos não como capítulos, mas divide em tópicos de interesse de estudo. O estilo adotado durante a primeira edição de suas reflexões sofreu modificações na apresentação do material impresso, essa mudança provavelmente ocorreu por questões levantadas quanto a melhor forma de abordagem e organização dos padrões de escrita adotados cientificamente na época.

Outro ponto que observamos em sua escrita revela que o estilo adotado em suas reflexões foi moldado como um relatório, onde o autor buscava enfatizar o cálculo infinitesimal, pois sua organização era corrida e constante. Dessa forma, Carnot mostrava sua identidade em suas reflexões acerca do cálculo infinitesimal, que, era discutido amplamente por cientistas contemporâneos, pois os mesmos assim como Carnot, acreditavam que a aplicação do cálculo infinitesimal era a maior descoberta da matemática.

O sumário é descrito enfatizando os tópicos ao longo do texto, a nomenclatura dada originalmente para o que conhecemos como o sumário, era comumente nomeado "*Table*" por autores da época. No quadro 8, apresentamos a *"Table",* ou o sumário de Carnot com os tópicos onde o autor explora o objeto matemático.

Quadro 8 – Sumário da primeira edição do livro-texto de Carnot

TÁBOA	
Assunto desta memória	*Pag.5*
Origem que pode ter tido a análise infinitesimal.	*7*
Inicialmente era naturalmente considerado como um simples método de aproximação	*11*
Descobriu-se então que, apesar dos erros na expressão das condições de cada problema, os resultados eram precisos.	*13*
Os resultados são precisos apenas pela compensação de erros.	*14*
Por que essa compensação ocorre.	*17*
Como esta compensação pode ser feita em cada caso particular	*20*
Princípios fundamentais da Análise infinitesimal.	*32*
O espírito dessa análise.	*34*
A análise infinitesimal nada mais é do que uma aplicação, ou se	*38*

queremos uma extensão do método indeterminado.	
Explicação do método dos limites.	*43*
Esse método é mais difícil de ser colocado em prática do que a análise infinitesimal.	*44*
Origem da denominação atribuída a quantidades infinitamente pequenas.	*Ibid.*
Distinção do infinito matemático em infinito sensível e infinito absoluto.	*46*
Princípios dos cálculos diferencial e integral.	*58*
Aplicação dos princípios gerais a qualquer exemplo.	*69*
Conclusão.	*77*

Fonte: Traduzido e Adaptado de Carnot (1797)

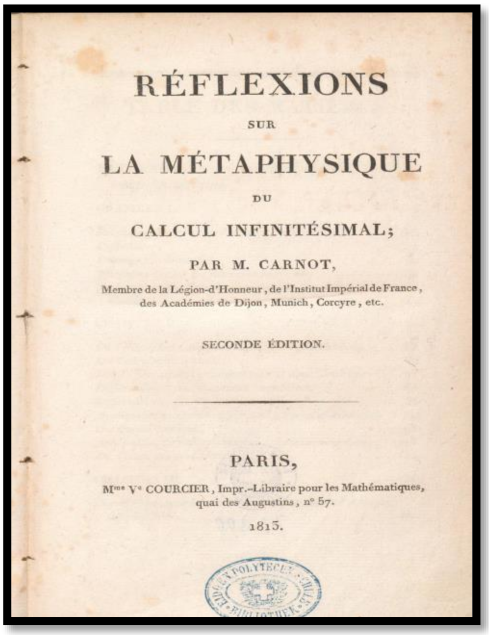
Como podemos observar ao longo do texto e no sumário apresentado no quadro 8, Carnot dedica a maior parte dos tópicos a defender e explicar o cálculo infinitesimal, assim prossegue até o início da página 58. Na mesma página, Carnot começa a se dedicar em apresentar os princípios gerais do cálculo diferencial e integral seguindo com a aplicação e logo em seguida conclui seu texto na página 78. A quantidade de páginas e tópicos que Carnot dedica à explicação do cálculo infinitesimal reforça que sua preocupação não era apenas apresentar o cálculo diferencial e integral, mas sim justificá-lo para então, mostrar seus princípios e sua aplicação.

Na página três do livro, o autor expõe uma *Avertissement* (Advertência*)* de onde é válido comentar que ele defende a conveniência de uma memória traçando a ampla discussão sobre a metafísica do cálculo infinitesimal e que promova a relação entre os diversos pontos de vista quanto a esse conhecimento, que mostra de antemão qual o objetivo de Carnot na obra.

3.3.2. A segunda Edição datada no ano de 1813

A segunda edição do livro texto de Carnot, ilustrada na figura 11, permaneceu com o mesmo título apresentado na primeira, no entanto algumas modificações consideráveis foram feitas pelo autor na estrutura da obra. A nova edição foi publicada pela editora de Courcier na *quai des Augustins*, nº 57 em Paris.

Figura 11 – Frontispício do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*. 2ª Edição.



RÉFLEXIONS
SUR
LA MÉTAPHYSIQUE
DU
CALCUL INFINITÉSIMAL;
PAR M. CARNOT,
Membre de la Légion-d'Honneur, de l'Institut Impérial de France, des Académies de Dijon, Munich, Corcyre, etc.
SECONDE ÉDITION.

PARIS,
Mme Ve COURCIER, Impr.-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, nº 57.
1813.

Fonte: www.e-rara.ch

A edição do livro-texto de Carnot é estruturada de forma completamente diferente, se comparada à primeira edição, isto é constatado inicialmente, ao observarmos o sumário apresentado por Carnot a partir da segunda edição, a "*Table des matiéres"* apresentada no quadro 9, agora é composta por três capítulos muito bem estabelecidos pelo autor.

Quadro 9 – Sumário apresentado na segunda edição do livro-texto de Carnot.

TÁBOA DE MATÉRIAS		
REFLEXÕES *sobre a metafísica do Cálculo Infinitesimal.*		Pag. 1
CAPÍTULO I.	*Pricípios Gerais da análise infinitesimal.*	2
	Definições.	17
	Princípio fundamental.	30
	Teorema sobre as equações inperfeitas.	44
	Aplicação dos princípios gerais em alguns exemplos.	49
CAPÍTULO II.	*Algoritmo adaptado à análise infinitesimal.*	60
	Cálculo Diferencial	65
	Diferenciais Exponenciais e Logaritmicas	71
	Diferenciais de quantidades angulares	82

Fonte: Traduzido e Adaptado de Carnot (1813)

Inicialmente o autor apresenta um pequeno resumo sobre o livro-texto, nesse resumo o autor declara que o interesse do texto é “saber em que consiste o verdadeiro espírito do Cálculo infinitesimal”, para entender essa natureza, Carnot remonta a estrutura do seu texto de outra forma, se comparado a primeira edição.

O capitulo um é dedicado aos princípios gerais do cálculo infinitesimal que Carnot considerava de suma importância para a compreensão do método. Para essa pesquisa é extremamente importante compreender o que Carnot entendia por Calculo Infinitesimal, motivo pelo qual apresentamos os pontos mais relevantes, do posicionamento de Carnot exposto no primeiro capítulo de seu livro-texto sobre o objeto matemático estudado.

O autor define alguns termos técnicos utilizados ao longo do estudo de cálculo diferencial e integral, dentre as definições que o autor julga conveniente está a definição de quantidades variáveis e constantes:

> As quantidades são geralmente distinguidas em quantidades constantes e em quantidades variáveis.
> Quantidades constantes ou determinadas são aquelas cujos valores devem ser fixados; e aquelas chamadas variáveis ou indeterminadas são aquelas, que pelo contrário, estamos aptos a atribuir vários valores sucessivamente.
> Mas deve-se observar que a expressão de quantidades variáveis não pode ser tomada em um sentido absoluto, porque uma quantidade pode ser mais ou menos indeterminado, mais ou menos arbitrário; mas é precisamente nos vários graus de indeterminação cuja quantidade em geral é suscetível, que repousa toda a análise, e mais particularmente esse ramo que se denomina uma *análise infinitesimal*. (CARNOT, 1813, p. 17, tradução nossa)

Entendemos que Carnot levantava uma questão que estava sendo amplamente discutida pelos matemáticos desde a instituição da álgebra. Ao mesmo tempo, fazia menção a que considerava ser destaque no estudo do cálculo, em que afirmava que: quantidades variáveis não poderiam ser tomadas como exatas, pois seu uso não necessariamente resultaria uma resposta exata a um determinado problema, mas poderia demonstrar um pequeno erro desprezível. Para Carnot, o uso dessas quantidades era satisfatório e não influenciava de maneira significativa quando usadas no cálculo.

Carnot expõe seu pensamento sistematizando os tipos de quantidades utilizadas no cálculo em três classes:

1) aquelas que são determinadas e invariáveis pela própria natureza da questão: *são chamadas constantes ou dados, como os parâmetros nas curvas*;

2) aquelas que, sendo a primeira variável, então tomam valores definidos, por convenções ou hipóteses subsequentes: *as variáveis ordinárias, como as coordenadas das curvas, as sub-tangentes, as normais, etc., às quais um ou outros valores dados são atribuídos, quando se quer descobrir as propriedades ou relações*;

3) aquelas que devem permanecer sempre indeterminadas: *aqueles que, sendo mais ou menos independentes daqueles das duas primeiras classes, permanecem também mais ou menos arbitrários, até que o cálculo esteja inteiramente terminado.* Essa classe o autor declara como “quantidades sempre variáveis”.

Sobre as classes destacadas Carnot declara que embora as quantidades da terceira classe sejam *sempre variáveis* elas não são inteiramente arbitrárias, da mesma forma que as variáveis que compõem a segunda classe estão relacionadas com as constantes da primeira, assim também as quantidades sempre variáveis se estão relacionadas às *variáveis ordinárias* e aos dados de acordo com as condições da questão.

Dando prosseguimento as suas afirmações, Carnot relata sobre as quantidades infinitamente pequenas. Para ele, esse tipo de quantidade é caracterizada como aquela que, *“se considera estar diminuindo continuamente, tanto que pode ser feita tão pequena quanto se queira, sem ser obrigada a variar aquelas para as quais se procura uma relação”* (CARNOT, 1813. p. 19). Em outras palavras, o autor entende que as quantidades infinitamente pequenas são aquelas que não influenciam no resultado da questão por serem, na prática, tão pequenas ao ponto de serem desprezadas.

Após destacar as quantidades infinitamente pequenas Carnot discursa sobre as quantidades infinitamente grandes ou quantidade infinita, esta é encontrada ao dividir uma unidade por uma quantidade infinitamente pequena, o resultado é uma quantidade infinita. Ao apresentar essas quantidades Carnot as define a análise infinitesimal como sendo “a arte de usar quantidades auxiliares infinitesimais para descobrir as relações que existem entre as quantidades propostas” (CARNOT, 1813, p. 20). Definindo assim o objeto de estudo tratado no livro-texto.

Carnot, prossegue explicando minimamente como as quantidades expostas em suas definições são encontradas em questões, após exaustivas explicações, o autor abre parênteses para explicar como se deu a constituição e consolidação das quantidades infinitamente pequenas. Nesse sentido, salientamos algumas declarações curiosas de Carnot que servem como suporte na historiografia[19] do cálculo.

Carnot, comenta em seu livro-texto sobre Leibniz, como sendo o primeiro a apresentar regras do cálculo infinitesimal baseado no princípio: “que duas quantidades finitas podem ser tomadas à vontade que diferem uma da outra apenas em uma quantidade infinitamente pequena” (CARNOT, 1813, p. 35). Carnot explica que esse princípio tinha a vantagem de ser extremamente simples e de fácil aplicação. Por esta razão o princípio adotado por Leibniz foi visto como um axioma ajudando não apenas o próprio Leibniz, mas também sendo utilizado pelos irmão Bernoulli, por l’Hôpital, e outros matemáticos.

---

[19]Com historiografia admitimos o posicionamento de Garnica (2012), que entende a historiografia como o registro do fluxo em que as coisas ocorrem no tempo, as narrativas a partir das quais podemos conhecer e tentar compreender aspectos desse fluxo.

A ideia proposta por Leibniz foi amplamente utilizada por seus resultados, que eram suficientemente satisfatórios, mas tais princípios deixavam brechas para questionamentos conceituais e punha em dúvida o rigor dos princípios do cálculo infinitesimal, para Carnot, isso se devia a não apresentação de uma definição das quantidades infinitamente pequenas. Carnot ainda menciona em seu texto que d'Alembert enunciou que, a falta de rigor denunciada pelos que questionavam as quantidades infinitamente pequenas intimidou Leibniz que se esquivou do comprometimento de defender seu pensamento.

Carnot se mostra rigoroso com a atitude de Leibniz bem mais do que com seu método, e declara que Leibniz deveria ter defendido seu ponto de vista, Carnot menciona até a forma com que Leibniz poderia ter se defendido dos ataques de seus opositores:

> 1º. Você me pergunta o que significa a expressão de quantidades infinitesimais: Eu declaro para você que eu não quero dizer seres metafísicos e abstratos, como esta expressão abreviada parece indicar, mas quantidades reais, arbitrárias, capazes de se tornarem pequenas quanto se queira, sem que eu seja obrigado a variar ao mesmo tempo as quantidades que eu propus para encontrar a relação.
> 2 °. Você me pergunta se meu cálculo é perfeitamente exato e rigoroso; Afirmo que sim, desde que tenha conseguido eliminar as quantidades infinitesimais de que acabei de falar, e que reduzi-a a conter apenas quantidades algébricas comuns. Até lá, só vejo meu cálculo como um método simples de aproximação. Aqueles conciliar o rigor do cálculo, durante todo o curso das operações, com a simplicidade de meu algoritmo, concebido para considerar as quantidades infinitamente pequenas como absolutamente zero, faz prever ponto de descarte que acabo de mencionar; e sem questionar a exatidão de sua metafísica, observo que eles não ganham nada sobre mim com respeito à simplicidade dos processos, que são sempre os mesmos, e que eles encontram outra dificuldade: é que todos os termos de suas equações desaparecem ao mesmo tempo; para que eles tenham apenas zeros para calcular e indeterminar proporções de 0 para 0 para combinar. (CARNOT, 1813, p.37,38, tradução nossa)

Com essa declaração Carnot demonstra que entendia muito bem os questionamentos dos que colocavam em dúvida os preceitos do cálculo infinitesimal, a prova mais clara disso é que, até esse momento Carnot descreveu em seu livro justamente a resposta que em sintéticas palavras ele direcionaria aos opositores de Leibniz. Logicamente não há como saber se Leibniz seria capaz de defender os fundamentos do cálculo dessa forma, mas Carnot mostra um posicionamento claro e contrário aos cientistas que ainda colocavam em dúvida os conceitos do cálculo infinitesimal.

Após defender veementemente o cálculo infinitesimal de Leibniz, Carnot expressa sua admiração por outro matemático, Lagrange, que acabara de falecer em abril de 1813. Carnot declara achar ter feito jus ao legado de Lagrange publicado em seu livro *Théorie des fonctions analytiques* (1797) e destaca a fala do italiano

> Parece-me que, como no cálculo diferencial como o usamos, consideramos e calculamos as quantidades infinitamente pequenas ou supostamente infinitamente pequenas, a metafísica real desse cálculo é que o erro resultante dessa falsa suposição é corrigido ou compensado pelo que surge dos próprios processos de cálculo, segundo os quais retemos na diferenciação apenas as quantidades infinitamente pequenas da mesma ordem. Por exemplo, mantendo uma curva como um polígono de um número infinito de lados, cada um infinitamente pequeno, e cujo prolongamento é a tangente da curva, fica claro que se faz uma suposição errônea; mas o erro é corrigido no cálculo pela omissão feita de quantidades infinitamente pequenas. Isso fica evidente nos exemplos, mas pode ser difícil fazer uma demonstração geral. (LAGRANGE, apud CARNOT, 1813, p. 47, tradução nossa)

Lazare Carnot manifesta, sua admiração pelo autor italiano, que se manteve atualizado em seus estudos sobre o cálculo infinitesimal e se baseou na *Théorie des fonctions analytiques* para amadurecer suas reflexões publicadas na primeira edição, também em 1797, nesse sentido vemos que Carnot mantinha sintonia com as discussões cientificas mobilizadas em sua época sobre o objeto matemático em estudo.

Carnot, também faz referência aos estudos do matemático Leonard Euler e aos gregos antigos que, antes dos conceitos do cálculo infinitesimal, estudaram o método da exaustão para solucionar problemas semelhantes aos que o novo método, poderia resolver de forma bem mais sintética e geral. O capítulo um de Carnot, é finalizado com cinco exemplos de atividades que, segundo ele, poderiam ilustrar toda a teoria manifestada em seu texto.

O capitulo dois é reservado ao exame da construção de um algoritmo adequado para análise infinitesimal. Basicamente, uma vez que os princípios gerais foram apresentados no capítulo um, Carnot pretendia nesse momento, mostrar o cálculo diferencial como um gerador de importantes algoritmos que facilitavam a aplicação em problemas que envolviam as quantidades infinitamente pequenas. Já o cálculo integral, também gerava importantes algoritmos por ser o inverso do primeiro cálculo.

A apresentação de Carnot sobre os dois cálculos tem um mesmo formato, primeiro apresenta noções gerais de dedução, exemplos do uso dos algoritmos envolvendo funções polinomiais, logarítmicas, exponenciais e trigonométricas e suas aplicações.

Apalavra “diferencial” e seu uso no cálculo infinitesimal, é entendido por Carnot da seguinte forma:

> Pela palavra diferencial entende-se a diferença de dois valores sucessivos da mesma variável, quando consideramos o sistema ao qual ela pertence, em dois ou mais estados consecutivos, um dos quais é considerado como fixo e os outros como continuamente e simultaneamente se aproximando do primeiro, para espaçar o mínimo que quisermos.
> A expressão diminutiva da quantidade diferencial indica imediatamente que a quantidade que ela expressa é uma diferença, e que essa diferença é uma quantidade infinitamente pequena. Marca a quantidade infinitamente pequena cuja variável aumentou de seu primeiro estado para o segundo. (CARNOT, 1813, p. 60, tradução nossa)

O argumento de Carnot supracitado embasa naturalmente, o contexto dos problemas em que as diferenciais poderiam ser usadas da seguinte forma:

> O diferencial de uma quantidade é normalmente expresso no cálculo pela letra d colocada à frente da variável: assim dx significa diferencial de x; dy significa diferencial de y; $d\frac{x}{y}$ significa diferencial da fração $\frac{x}{y}$, ou seja, a quantidade infinitamente pequena da qual esta fração aumenta quando x aumenta em dx e y em dy. A letra d, portanto, não representa uma quantidade, mas é usada simplesmente como índice: é apenas uma abreviação dessas palavras *diferencial de*, e carrega no cálculo o nome de *característica*.
> Quantidades constantes não têm diferenciais, ou, se preferir, seu diferencial é 0, já que pela sua natureza não aumentam ou seu aumento pode ser assumido como nulo. (CARNOT,1813, p. 60, 61, tradução nossa)

A colocação de Carnot sobre os diferenciais de quantidades constantes e variáveis nos parece ser bem familiar, e elucida de maneira pratica o efeito da diferencial em quantidades desse tipo. Posteriormente, outras quantidades que são um pouco mais complexas de assimilação, os arcos trigonométricos caracterizam um cálculo mais rico em procedimentos para a diferenciação, apresentando essas grandezas inicialmente da seguinte forma:

> Quando o cálculo dá para o diferencial de uma quantidade um valor negativo, é uma prova de que uma suposição falsa foi feita, e que a variável em questão, em vez de aumentar, como se supunha, ao contrário, diminui pela mudança geral do estado do sistema. Assim, por exemplo, um arco com menos de um quarto da circunferência sendo representado por s, seu

> diferencial será ds, o de seu seno será $d\operatorname{sen} s$ e o de seu cosseno $d\cos s$. Agora, como supomos que s está aumentando, é óbvio que o seno irá do mesmo modo aumentar, mas o cosseno pelo contrário diminuirá. Assim, o cálculo algébrico terá que atribuir um valor negativo a $d\cos s$, e é isso que acontece, como veremos mais adiante. Mas se a variável vai aumentando ou diminuindo, sempre queremos dizer pelo seu diferencial, a diferença de seu segundo valor para o primeiro, e o designamos constantemente pela característica d, seguida pela variável e tomada positivamente, deixando para o cálculo ordinário o cuidado de corrigir por si mesmo as falsas suposições que alguém poderia ter feito. (CARNOT,1813, p. 61, 62, tradução nossa)

Após apresentar em seu livro-texto o tratamento sobre a diferencial de quantidades trigonométricas imaginando o ciclo trigonométrico para delinear a explicação, Carnot expõe algumas ideias sobre o cálculo integral, e assim, conclui que dos dois cálculos mencionados o mais complexo era o segundo. Este pensamento era devido ao fato de, o cálculo diferencial ser melhor estabelecido pelos que estudavam matemática, enquanto o cálculo integral requeria processos diferentes do primeiro, que ainda estavam sendo estudados e precisavam de explicações mais consistentes.

Carnot não pretendia se aprofundar em demonstrações, mas se contentava em apresentar os princípios gerais para cada um dos dois cálculos expostos "conhecer o espirito desses métodos e indicar o progresso geral desses cálculos" (CARNOT, 1813, p. 61).

Ao discursar sobre o cálculo integral, Carnot o define simplesmente como o inverso do cálculo diferencial, ou seja, enquanto a diferencial é a diferença em quantidades infinitamente pequenas a integral é a soma das mesmas quantidades. Contudo o autor afirma que a operação inversa não significa mais simplicidade em sua resolução, mas pelo contrário culmina em mais dificultosas relações matemáticas.

> Mas essa operação inversa é muito mais difícil que a operação direta, assim como a divisão é mais difícil que a multiplicação, da qual é apenas a operação oposta; que a extração das raízes é mais complicada que a elevação dos expoentes, da qual também é o oposto; e que, finalmente, a resolução das equações é muito mais difícil do que a sua composição, uma vez que geralmente só é possível para os graus mais baixos. (CARNOT, 1813, p. 98, 99, tradução nossa)

A nossa intenção não é discutir os percursos matemáticos traçados no discurso que Carnot levanta acerca do cálculo integral, porém é importante salientar que o autor não se exime de explicar as características básicas conhecidas por ele, visto que o próprio autor não tende a defender uma definição puramente matemática, mas uma definição mais prática ou aplicável à problemas. Em nossa percepção ao ler a parte do livro-texto sobre a integral, notamos algumas dúvidas que seriam sanadas apenas com a definição clara do cálculo tanto integral quanto diferencial, utilizando-se da prática de integrar para resolver questões, sabendo que seu erro era praticamente nulo.

No capítulo três, Lazare Carnot apresenta outros métodos que poderiam, com suas limitações, substituir o cálculo infinitesimal, admitindo que, o novo método é superior aos seus antecessores. No entanto, o próprio Carnot considera importante apresentar os métodos que independentes do cálculo podem resolver alguns mesmos problemas que o cálculo infinitesimal

> Existem várias maneiras de resolver as questões que se enquadram no âmbito da análise infinitesimal; e embora não exista nenhuma que pareça conferir as mesmas vantagens, não deixa de ser interessante saber quais são os diferentes pontos de vista sob os quais os princípios dessa teoria podem ser considerados; É por isso que proponho aqui dar uma olhada nos vários métodos que lhe dizem respeito e que podem até mesmo fornecer. (CARNOT, 1813, p. 134, tradução nossa).

Os métodos escolhidos por Carnot foram os mais conhecidos desde os gregos antigos que se preocupavam, cada um em sua época em formular métodos para resolver problemas referentes a seu período histórico. O métodos são: o método da exaustão, o método dos indivisíveis, o método dos indeterminados, o método das primeiras e mais recentes razões ou limites, o método das fluxões, do cálculo das quantidades que tendem a zero, da teoria das funções analíticas ou funções derivadas.

Após apresentar os três capítulos do seu livro-texto, Carnot expõe suas conclusões gerais. Nessas considerações o autor relembra os métodos expostos no capítulo três e menciona que todos eles foram importantes para o surgimento dos infinitesimais, sendo o mais importante dos apresentados era o método da exaustão dos antigos gregos, pois este, foi que deu suporte para o surgimento de novos métodos algébricos. Destaca também a importância da álgebra por seu poder de sintetizar expressões complicadas, mas critica o uso da álgebra de maneira independente da realidade. Carnot sabia o caminho que a matemática seguia, mas não se agradava da possibilidade de haver uma matemática pela matemática.

> [A álgebra] Esse admirável instrumento das ciências exatas só poderia ter sido o produto das pesquisas acumuladas dos gênios mais profundos e talvez de algumas chances de sorte. Mas não devemos perder de vista o fato de que é apenas um instrumento para secundar os esforços da imaginação e não para relaxar as fontes, é sempre um meio indireto inventado fornecerá para a fraqueza de nossa mente; deve ser usado com arrependimento e para superar dificuldades ou generalizar questões; e é um abuso recorrer a ela sem necessidade, como nos primeiros elementos da ciência, onde causa mais constrangimento do que lançar luz real. (CARNOT, 1813, p. 127-128, tradução nossa)

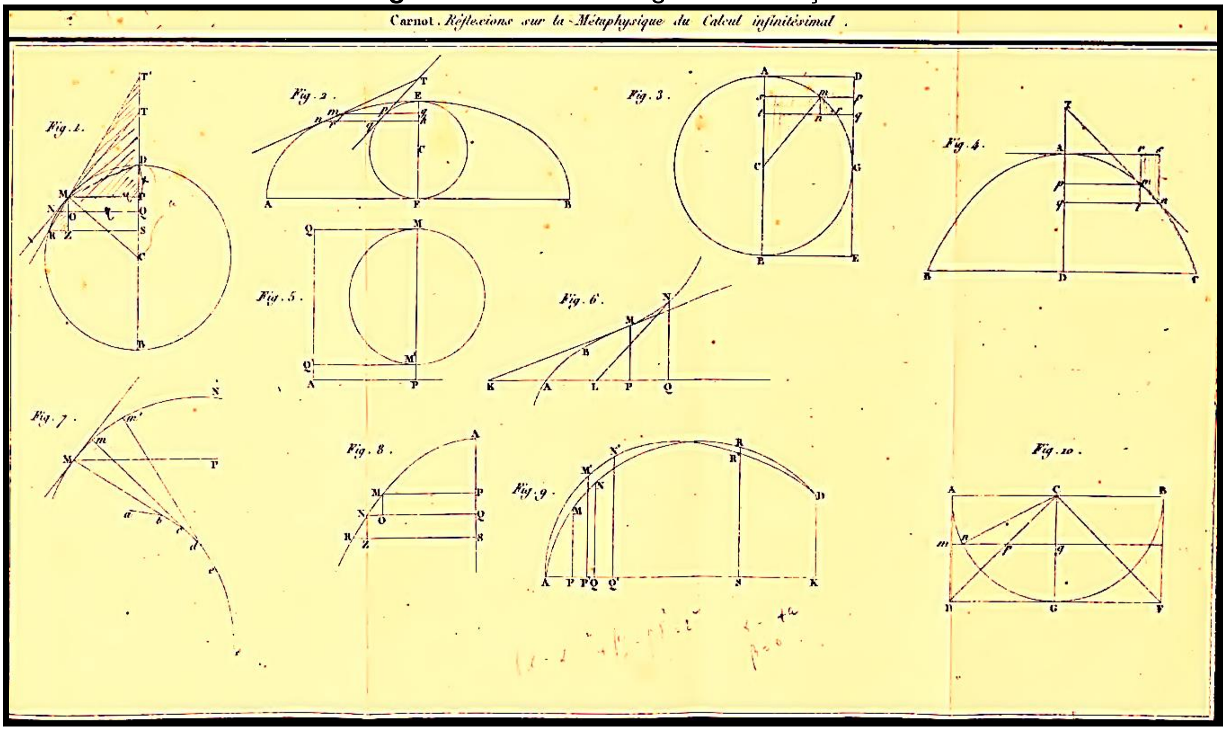
Carnot, considerava o método de Leibniz o mais importante dos métodos algébricos, por ser um aprimorado produto dos demais desenvolvidos nos dois últimos séculos

> Mas de todos esses métodos, que têm sua origem comum no método da exaustão dos antigos, qual deles oferece a maior vantagem para o uso usual? Parece-me que é geralmente conveniente a análise de Leibniz.
>
> As obras de Descartes, Pascal, Fermat, Huyghens, Barrow, Roberval, Wallis e especialmente Newton provam que há muito que somos tocados por esta grande descoberta, quando foi proclamada por Leibniz; e acho que ele não é um daqueles ilustres geômetras que teriam feito isso, se ele suspeitasse que havia uma grande descoberta a ser feita a esse respeito; isto é, não há nenhum deles que não tenha encontrado uma maneira de reduzir o método de exaustão por um algoritmo, se a ideia tivesse chegado até ele para procurá-lo, e que ele teria previsto toda a fecundidade que tal meio poderia algum dia ser. Talvez, mesmo entre os vários algoritmos criados por tantos gênios originais, houvesse alguns que obtiveram a preferência em detrimento de Leibniz, que o hábito consagrou entre nós, não menos que o precioso e enormes obras que estão hoje vestidas com as formas deste algoritmo. (CARNOT, 1813, p. 205-206, tradução nossa)

Para Carnot todos os ilustres matemáticos iam em busca de um método que melhor exprimisse o pensamento dos antigos gregos, e talvez fosse mais entendível se um deles tivesse tanto sucesso quanto Leibniz, no entanto o método que mais agradava era o daquele que menos se poderia esperar, com isso expressava seu posicionamento, não com a intenção de depreciar do método de Leibniz, mas sim, de destaca-lo diante dos melhores matemáticos.

Posterior à conclusão, Carnot apresenta uma nota, sobre o item 162 de seu texto, como anexo para esclarecer a seguinte afirmação: “Os princípios da álgebra comum são muito menos claros e menos bem estabelecidos do que os da análise infinitesimal, distinguindo-a da primeira” (CARNOT, 1813, p. 201, tradução nossa). Logo após apresenta a lista de figuras separadas, conforme ilustra a figura 12.

Figura 12 – Lista de figuras 2ª edição



Fonte: www.e-rara.ch

As figuras apresentadas são chamadas no texto como efeitos em exemplos e problemas, totalizando em número de dez, sendo apresentadas nas edições posteriores. Da segunda à quarta edição as figuras são apresentadas conforme a figura 12. Na quinta edição observamos mudanças no estilo de apresentação das figuras, a partir desta edição as ilustrações são apresentadas no texto, no momento em que são mencionadas. No quadro 10, apresentamos uma ficha contendo as informações gerais do livro-texto de Carnot.

Quadro 10 – Ficha da segunda edição do livro-texto de Carnot

Editora	$M^{me}. V^{e}$. COURCIER
Ano de publicação	1813
Local	Paris, França
Quantidade textual de páginas	252 páginas textuais; 1 de figura; 2 de sumário; capa e folha de rosto
Quantidade de Figuras	10 figuras
Quantidade de problemas	Capitulo um: 5 Problemas
Corolários	7

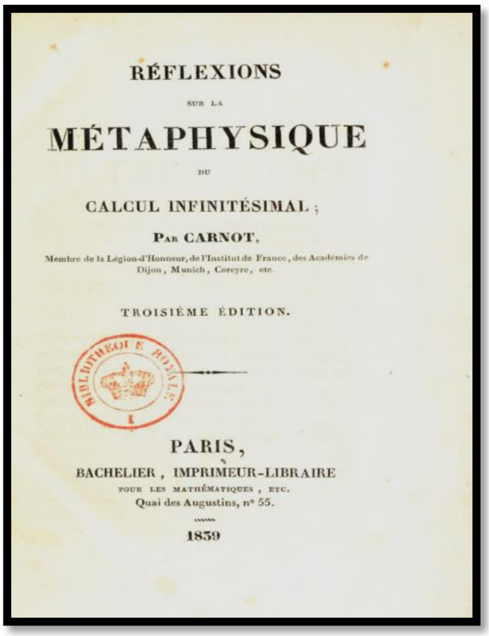
Fonte: Elaborado pelo autor

Essas informações se repetem nas demais edições, com exceção da editora, ano e quantidade de páginas, que apresentamos nas subseções posteriores.

3.3.3. A terceira edição datada no ano de 1839

A terceira edição da obra de Carnot, ilustrada na figura 13, foi a primeira publicada após sua morte em 1823.

Figura 13 – Frontispício do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*. 3ª Edição.



RÉFLEXIONS
SUR LA
MÉTAPHYSIQUE
DU
CALCUL INFINITÉSIMAL;
PAR CARNOT,
Membre de la Légion-d'Honneur, de l'Institut de France, des Académies de Dijon, Munich, Corcyre, etc.
TROISIÈME ÉDITION.
BIBLIOTHEQUE ROYALE
PARIS,
BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
POUR LES MATHÉMATIQUES, ETC.
Quai des Augustins, n° 55.
1839

Fonte: gallica.bnf.fr

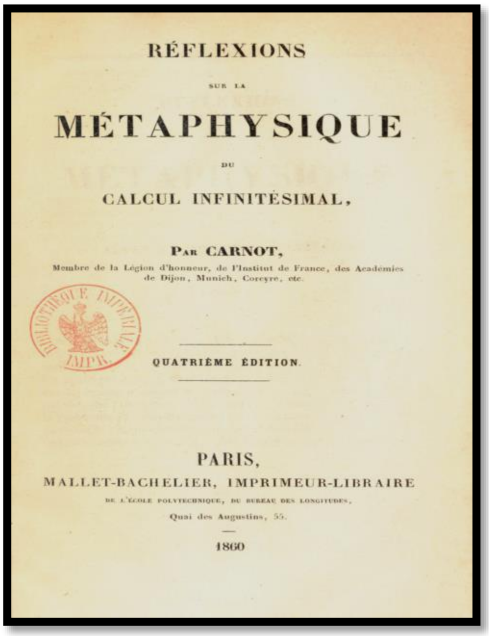
A edição permaneceu fiel ao que foi apresentado pelo autor na segunda edição, houve mudanças apenas na formatação. Esta edição foi publicada pela editora de Bachelier na *Quai des Augustins*, n° 55.

A edição possui 252 páginas com elementos textuais que inclui os três primeiros capítulos, além das notas do autor. Nos elementos pré-textuais encontramos: uma folha de apresentação, uma página de editoras e um frontispício da obra. Nos elementos pós-textuais encontramos: duas páginas *Table des Matières* referentes ao sumário e uma página de maior tamanho contendo a lista de figuras.

3.3.4. A quarta edição datada no ano de 1860

A quarta edição, ilustrada na figura 14, foi publicada pela editora Mallet-Bachelier na *Quai des Augustins*, nº 55.

Figura 14 – Frontispício do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*. 4ª Edição.



Fonte: gallica.bnf.fr

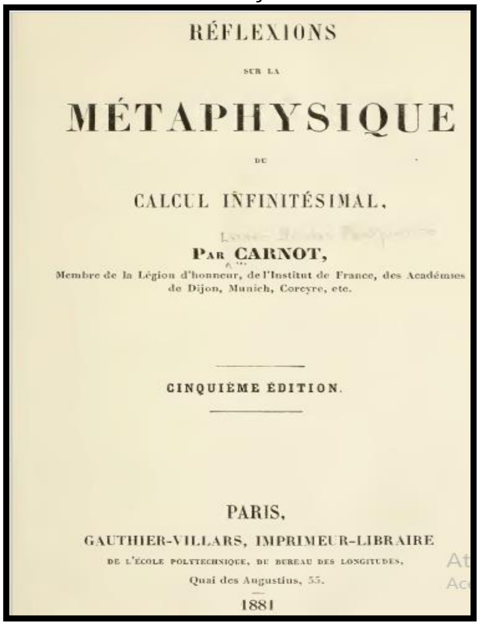
A versão, assim como a terceira, não teve modificação no conteúdo, sendo apenas feitas modificações estruturais. O frontispício desta edição revela que neste período a editora era responsável pelas impressões da *École Polytéchnique*, uma das mais importantes instituições de ensino da França.

A edição possui 158 páginas com elementos textuais que inclui os três primeiros capítulos, além das notas do autor. Nos elementos pré-textuais encontramos: uma folha de apresentação, uma página de editora e um frontispício da obra. Nos elementos pós-textuais encontramos: duas páginas *Table des Matières* referentes ao sumário e uma página de maior tamanho contendo a lista de figuras.

3.3.5. A quinta edição datada no ano de 1881.

A quinta edição ilustrada na figura 15, foi publicada pela *Gauthier-Villars*, essa editora, cujo dono havia comprado de seu antecessor, era agora possuidora do endereço de funcionamento na Quai des Augustins nº 55, dos direitos autorais das obras e das impressões feitas para uso na *École Polytéchnique*.

Figura 15 – Frontispício do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*. 5ª Edição.



RÉFLEXIONS

SUR LA

MÉTAPHYSIQUE

DU

CALCUL INFINITÉSIMAL,

PAR CARNOT,

Membre de la Légion d'honneur, de l'Institut de France, des Académies de Dijon, Munich, Corcyre, etc.

CINQUIÈME ÉDITION.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,

Quai des Augustins, 55.

1881

Fonte: archive.org

A edição possui 200 páginas com elementos textuais que incluem os três primeiros capítulos, além das notas do autor. Nos elementos pré-textuais encontramos: uma folha de apresentação, uma página de editora e um frontispício da obra. Nos elementos pós-textuais encontramos: duas páginas *Table des Matières* referentes ao sumário.

O conteúdo da edição permanece o mesmo, porém o estilo da formatação muda mais uma vez. Identificamos que as figuras contidas nas edições anteriores sempre eram posicionadas em uma mesma página ao final do texto apresentado, porém na quinta edição as figuras passam a ser contidas no decorrer do texto sendo apresentadas após mencionadas, esse estilo se assemelha com o que conhecemos hoje.

O livro-texto de Carnot sobre o cálculo infinitesimal, logo ficou conhecido no meio acadêmico, este reconhecimento foi materializado em traduções para o uso do material em outras nações. Dentre as línguas cuja tradução foi desenvolvida, encontramos uma feita para a língua portuguesa para o uso dos interesses do reino de Portugal, que também incluía o a, ainda colônia, Brasil. Este material foi direcionado as instituições militares que estavam aflorando em todo domínio português.

3.4. Uma tradução das Reflexões de Carnot

Anteriormente, fizemos os comentários acerca do texto contido na primeira edição do livro-texto de Carnot, o qual Manoel Jacinto traduziu fielmente, não se posicionando em nenhum momento. Por esta razão, não julgamos necessário que comentemos novamente tais assuntos, cabe apenas revelar algumas situações que cercaram a tradução de Manoel Jacinto Nogueira da Gama. Para isso, fazemos algumas considerações mais pontuais e particulares sobre este personagem tão importante na divulgação do texto de Carnot.

3.4.1. Manuel Jacinto Nogueira da Gama (1765-1847)

Manoel Jacinto Nogueira da Gama, brasileiro nascido em 8 de setembro de 1765 na cidade de São João del-Rei, em Minas Gerais. Filho e neto de servidores públicos, desde criança teve contato com a vida pública. Seu avô, Thomé Rodrigues Nogueira casado com D. Maria Leme do Prado, foi capitão mór, após defender a cidade de Paraty em 1710, invadida pelos franceses. O pai de Manoel Jacinto, Nicoláo Antonio Nogueira casou-se com D. Anna Joaquina de Almeida e Gama, também proveniente de uma distinta família, conduziu o exército de São João del-Rei, nos anos de 1776 e 1777 para São Paulo para defender as fronteiras de possíveis invasões estrangeiras.

Com os exemplos de sua família, Manoel Jacinto foi direcionado aos estudos onde se destacava por sua inteligência. Nesse tempo, apesar do Brasil ainda se encontrar no estado de colônia de Portugal, Minas Gerais era vista com bons olhos pelos colonizadores devido sua riqueza de ouro e diamantes, esse zelo refletia na educação diferenciada das outras regiões da colônia, com isso Manoel Jacinto teve desde novo contato com as letras.

Aos 19 anos, Manoel Jacinto se dirigiu a Portugal afim de continuar seus estudos sobre as letras em Coimbra, porém em Lisboa teve de trabalhar para se sustentar por conta do demorado acesso e comunicação com seus familiares. Conseguiu se sustentar durante dois anos copiando música arte na qual tinha seus talentos. Após o período dificultoso para sobreviver em Lisboa finalmente Manoel Jacinto recebeu o auxílio de sua família e logo se dirigiu para Coimbra onde desejava continuar seus estudos.

Em Coimbra, matriculado na faculdade de filosofia e de matemática da Universidade de Coimbra, se destacava por sua inteligência, após deixar de receber o auxílio dos pais por conta de um problema financeiro vivido por eles, Manoel Jacinto encontrou uma forma de trabalho que não o tomaria o tempo de estudo, dedicou-se ao ensino de seus colegas de classe que tinham tantas posses como dificuldades em entender os assuntos estudados.

No fim do curso de filosofia e matemática, matriculou-se na faculdade de medicina onde frequentou durante dois anos, e no ano de 1791, foi nomeado por decreto à professor substituto de matemática na Academia Real de Marinha em Lisboa. O cargo de professor da Academia Real de Marinha lhe rendeu muitas amizades influentes que por sua vez lhe renderam uma grande estima. Dentre as amizades conquistadas por Manoel Jacinto encontra-se ministro D. Rodrigo de Souza Coutinho[20].

Em 1º 1801 foi nomeado inspetor geral da fábrica de pólvora de Minas Gerais. Foi também deputado no estado e secretário do governo. A nomeação para os cargos assumidos no governo mineiro o impossibilitaram de continuar como professor de matemática da Academia Real da Marinha.

Promovido em 1802 a tenente coronel do corpo de engenheiros, e no ano de 1808 tornou-se Coronel do Corpo de Engenheiros. Em 5 de agosto de 1809, Manoel Jacinto Nogueira da Gama casou-se com D. Francisca Monica Carneiro da Costa Baependi com quem teve três filhos Braz Carneiro Nogueira da Costa e Gama, Manoel Jacinto Carneiro Nogueira da Gama e Francisco Nicoláo Carneiro Nogueira da Gama.

Em 1818 foi nomeado Brigadeiro graduado e em 1822 graduou-se como Marechal de Campo. Em 1825 foi-lhe conferido o título de Visconde de Baependy e em 1826 lhe foi concedido Marquês de Baependy. Em 1836 foi eleito Vice-Presidente do Senado e em 1838 Presidente do Senado. Recebeu em 1841 das mãos do então imperador D.Pedro II, honras por sua fidelidade ao império através da Grão Cruz da Ordem da Rosa, medalha de condecoração.

Manoel Jacinto Nogueira da Gama possuía interesses em várias áreas da sociedade Portuguesa e brasileira, como: literatura, política, desenvolvimento e

[20] Segundo Sousa e Rocha (2017), esse seria responsável pela Carta Lei datada em 4 de dezembro de 1810 que fundou, por ordem do Príncipe Regente de Portugal, a Academia Real Militar do Rio de Janeiro.

ciência foram constantes em sua vida e expressos em suas admiráveis publicações como administrador escreveu diversos trabalhos sobre as finanças do Brasil, como agrônomo publicou interessantes memórias sobre o cultivo da canelado Ceylão e sobre a granza ou ruiva dos tintureiros, como professor traduziu, as *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* de Carnot, a obra de Fabre sobre torrentes e rios, e a Mecânica de Lagrange. Manoel Jacinto foi membro de muitas sociedades literárias e cientificas: a Academia Imperial de Medicina do Rio de Janeiro, o Instituto Histórico e Geográfico do Brasil, as sociedades literárias e Amante da instrução, entre outras.

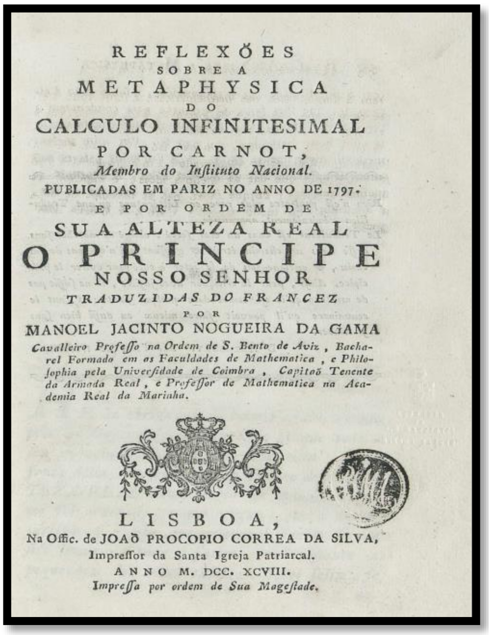
Em 15 de Fevereiro de 1847 aos 81 anos de idade, depois de curta enfermidade, Manoel Jacinto Nogueira da Gama morreu. Seu corpo foi sepultado nos jazigos da ordem terceira de São Francisco de Paula em Minas Gerais com as honras devidas aos altos cargos militares que durante tantos anos exerceu.

As grandes responsabilidades direcionadas a Nogueira da Gama fizeram com que esse personagem se destacasse por sua competência no meio público, fosse como professor, militar ou político, isso segundo Harden (2010), ofusca o reconhecimento por sua atuação como tradutor ou associam suas ações de tradutor as suas competências docentes.

3.4.2. Tradução para o português das Reflexões de Lazare Carnot por Manoel Jacinto Nogueira da Gama

O livro texto de Carnot foi traduzido para o português em 1798, um ano após a publicação original, a tradução foi nomeada: Reflexões Sobre a Metaphysica do Calculo Infinitesimal, ilustrada na figura 16, e foi impressa na Oficina de João Proscopio Correa da Silva; impressor da Santa Igreja Patriarcal por sua majestade real, Príncipe Regente de Portugal.

Figura 16 – Frontispício da *Reflexões sobre a Metaphysica do Calculo Infinitesimal*, Trad. de M.J.N. da Gama.



REFLEXŎES
SOBRE A
METAPHYSICA
DO
CALCULO INFINITESIMAL
POR CARNOT,
Membro do Inſtituto Nacional.
PUBLICADAS EM PARIZ NO ANNO DE 1797.
E POR ORDEM DE
SUA ALTEZA REAL
O PRINCIPE
NOSSO SENHOR
TRADUZIDAS DO FRANCEZ
POR
MANOEL JACINTO NOGUEIRA DA GAMA
Cavalleiro Profeſſo na Ordem de S. Bento de Aviz, Bacharel Formado em as Faculdades de Mathematica, e Philoſophia pela Univerſidade de Coimbra, Capitaõ Tenente da Armada Real, e Profeſſor de Mathematica na Academia Real da Marinha.

LISBOA,
Na Offic. de JOAÕ PROCOPIO CORREA DA SILVA,
Impreſſor da Santa Igreja Patriarcal.
ANNO M. DCC. XCVIII.
Impreſſa por ordem de Sua Mageſtade.

Fonte: Câmara dos Deputados

No entanto, assim como outros, o tradutor era uma ferramenta para manter Portugal com controle sobre o reino português. A coroa portuguesa tinha interesse em acalmar os ânimos em um intenso período de revoltas mundiais que poderiam afetar o absolutismo na colônia, para manter o controle sobre os brasileiro, segundo Boschi (2006), D. Rodrigo de Souza Coutinho convocou brasileiros formados na Universidade de Coimbra para servirem à Coroa como tradutores de exemplares estrangeiros, dentre os quais estava Manoel Jacinto Nogueira da Gama.

Antes de iniciar a tradução, Manoel Jacinto abre um espaço para expressar algumas considerações, dedica a tradução ao Príncipe Regente de Portugal, como era de práxis, e propõe algumas reflexões acerca da importância que via nas traduções de obras publicadas nas diversas línguas. Seu pensamento é expresso no que o tradutor nomeia como “Discurso do Tradutor”, nesse prólogo, Manoel Jacinto se referia ao seu pensamento acerca dos acontecimentos históricos que faziam da prática da tradução uma fonte essencial para a divulgação da ciência para os povos menos providos de desenvolvimento cientifico.

O pensamento do autor demonstrava sua inquietação com os textos que escritos em latim, pois entendia que tal linguagem era pouco divulgada aos povos mais leigos. A esse discurso o tradutor dedica dezesseis páginas que antecedem a tradução, fato que não encontra-se na “taboa” apresentada para a tradução, exposta no quadro 11, do texto traduzido, para desvincular a contagem do tradutor da obra, com o autor, Manoel Jacinto separa dezesseis páginas, numeradas na linguagem romana, para tratar dessas particularidades de seu pensamento.

Quadro 11 – Sumário apresentado na tradução do livro-texto de Carnot, feita por Manoel Jacinto

TABOA DASMATERIAS QUE SE CONTEM NESTAS REFLEXÕES	
Objecto desta Memoria	*Pag.1*
Origem provavel da analyse infinitesimal	*2*
A primeira vista se devia naturalmente considerar como hum simples methodo de aproximação	*5*
Depois se conheceo, que a pezar dos erro commettidos na expressão das condições de cada problema, eraõ os resultados perfeitamente exactos.	*7*
Estes resultados tornaõ-se exactos por compensação de erros.	*8*
Porque acontece esta compensação	*10*
Como se póde effeituar esta compensação em cada caso particular	*12*
Principios fundamentaes da analyse infinitesimal	*20*
Em que consiste o espirito desta analyse	*22*
A analyse infinitesimalhe humaapplicação ou huma extensaõ do methodo das indeterminadas	*25*
Explicaçaõ do methodo propriamente chamado dos limites	*28*
A pratica deste methodo he mais dificultosa do que a da analyse infinitesimal	*29*
Origem da denominaçaõ attribuida ás quantidades infinitamente pequenas	*30.*
Distincçaõ do infinito mathematico em infinito sensivel, e infinito absoluto.	*31*
Principios dos calculos differencial e integral.	*39*
Applicaçaõ dos princípios geraes á alguns exemplos	*48*

Conclusaõ	*55*

Fonte: Adaptado de CARNOT (1798)

Manoel Jacinto mantém a paginação apenas com o conteúdo referente ao livro-texto de Carnot, sendo assim, a tradução possui efetivamente56 páginas com elementos textuais e alguns elementos únicos pré e pós-textuais. Nos elementos pré-textuais encontramos: uma página de editora e um frontispício da obra, uma página para a epigrafe, duas para a dedicatória e Quatorze páginas apresentando o Discurso do Tradutor, contados em numeração romana, e uma advertência. Nos elementos pós-textuais encontramos: uma página apresentado a “Taboa” da obra e uma página com alguns erros apresentados no decorrer da tradução.

O estudo do livro-texto de Lazare Carnot, bem como, o método para abordar o cálculo infinitesimal e aproximar os métodos que surgiam em um momento histórico de grande relevância para o desenvolvimento matemático, nos conduz a relação das potencialidades pedagógicas da história da matemática de Miguel (1993) e Miguel (1997) e as potencialidades do livro-texto. Neste sentido, buscamos evidenciá-las claramente no capítulo IV, onde as direcionamos especificamente ao cálculo diferencial.

CAPÍTULO IV

AS REFLEXÕES DE CARNOT SOBRE A METAFÍSICA DO CÁLCULO INFINITESIMAL PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL

As potencialidades pedagógicas da história da matemática presentes no livro-texto de Lazare Carnot são evidenciadas no presente capítulo. Inicialmente refletimos sobre as potencialidades do livro-texto como um todo, sem observar necessariamente o conteúdo matemático tratado. Em seguida, apresentamos as potencialidades que identificamos especificamente referentes a derivada no contexto do ensino de Cálculo diferencial.

O capítulo que enunciamos traz à tona à nossa questão de pesquisa: **Quais as potencialidades pedagógicas encontradas no livro-texto de Carnot intitulado *"Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal"* para o ensino de cálculo diferencial?** Para responder tal questionamento, traçamos o objetivo geral, também já apresentado nas considerações iniciais: **Identificar as potencialidades pedagógicas do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* de Carnot no contexto do ensino de cálculo diferencial**. Como também convergimos os objetivos específicos para chegarmos a nossa resposta da pesquisa.

4.1. Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática

As potencialidades pedagógicas da história da matemática, são inicialmente sistematizadas por Miguel (1993) e Miguel (1997), no entanto, este tema é relativamente antigo no âmbito da pesquisa em educação, se considerarmos que outros autores já trabalhavam com tais potenciais da história da matemática, de forma isolada.

No quadro 12, apresentamos os potenciais e os autores evidenciados por Miguel (1993) e Miguel (1997). Estes pesquisadores, interessados em identificar tais potenciais do uso da história da matemática para ensino, apresentam considerações quanto à relevância da papel pedagógico para a matemática. Miguel (1993), em sua tese intitulada: *Três estudos sobre história e Educação Matemática*, apresenta treze potencialidades pedagógicas da história da matemática mais bem estabelecidas e geralmente defendidas no meio acadêmico e cientifico.

Quadro 12 – Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática apresentadas em Miguel (1993) e Miguel (1997)

PP's	POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS	REFERENCIAL TEÓRICO
PP1	Uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem. (História-Motivação);	Simons (1923), Hassler(1929), Wiltshire (1930), Humphreys(1980), Meserve(1980), Booker (1988) e Swetz (1989)
PP2	Uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo);	Jones (1969)
PP3	Uma fonte de métodos adequados de ensino-aprendizagem (História - Método);	Castelnuovo (1966), Klein (1945)
PP4	Uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (História-Recreação);	Meserve (1980), Adelaide (1984), Swetz (1989)
PP5	Um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino (História-Desmistificação)	Kline (1972)
PP6	Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História-Formalização);	Ferreira (1992)
PP7	Um instrumento para a constituição de um pensamento independente e crítico (História-Dialética)	Lakatos (1978)
PP8	Um instrumento unificador dos vários campos da matemática (História-Unificação)	Kline (1972)
PP9	Um instrumento promotor de atitudes e valores (História-Axiologia);	Kline (1972)
PP10	Um instrumento de conscientização epistemológica (História-Conscientização)	Poincaré (1908)
PP11	Um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação)	Zuniga (1988), Jones (1969)

PP12	Um instrumento de resgate da identidade cultural (História-Cultura)	Gerdes (1991)
PP13	Um instrumento revelador da natureza da matemática (História-Epistemologia)	Não identificado

Fonte: Adaptado pelo autor de Miguel (1993) e Miguel (1997)

Ao apresentar tais potencialidades pedagógicas e os argumentos levantados em cada uma por seus defensores na academia, o autor se posiciona e reflete sobre elas ao confrontá-las quanto a sua real eficácia no uso prático da história da matemática para o ensino. Sobre esta reflexão o autor compreende que a utilização pedagógica da história em aulas de matemática deve ser encarada com prudência sem partir do princípio que a história tudo pode ou nada pode, o mais conveniente é que deve-se assumir uma posição intermediária, pensar na história como uma possibilidade de articular pedagogicamente o ensino de matemática em sala de aula.

Sendo assim, podemos identificar algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no livro-texto de Carnot, considerando que este, constitui-se em um material composto em um dado momento histórico, por esse motivo, possui elementos que remetem a construção conceitual da Matemática, mais especificamente do cálculo.

Na seção seguinte, evidenciamos quais são as potencialidades pedagógicas que podemos observar neste material.

4.2. Potencialidades Pedagógicas da obra *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*

As potencialidades pedagógicas do livro-texto de Carnot observadas na pesquisa, inicialmente contempladas de uma forma geral e não direcionada ao conteúdo. Visto que direcionamos potencialidades pedagógicas a um tema especifico.

Os comentários de potencialidades pedagógicas do livro-texto de Carnot se refere a segunda edição, por se tratar da edição mais completa encontrada na pesquisa, uma vez que o conteúdo apresentado as edições posteriores em nada são modificadas, em relação a primeira edição, apresentamos apenas um problema resolvido para ilustrarmos o uso da matemática do autor. Apresentamos as potencialidades que observamos na obra de Carnot que podem ser exploradas pelo professor.

- **O desenvolvimento da matemática paralelo a história da humanidade:** A potencialidade pedagógica nas investigações históricas que circundam o livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* como um material diretamente ligado ao meio sociocultural, como desenvolvido no capítulo I. Essa potencialidade pode ser diretamente ligada à **PP12** de Miguel (1993) e Miguel (1997), como um instrumento de resgate da identidade cultural (História-Cultura);

- **A investigação da vida e obra de Lazare Carnot:** Esta potencialidade também transcende a obra de Lazare Carnot, pois passa a ser válida para qualquer uma de suas obras, bem como para investigação deste matemático e suas diversas contribuições para a comunidade matemática como foi apresentado em nosso capítulo II. Essa potencialidade pode ser evidenciada, a partir da **PP10** de Miguel (1993) e Miguel (1997), como um instrumento de conscientização epistemológica (História-Conscientização);

- **Pesquisa histórica do desenvolvimento conceitual do cálculo:** O livro-texto de Carnot é rico em informações acerca da construção histórica do conceito do cálculo infinitesimal, isto por que, ao que parece, o autor entendia que o longo percurso para a construção do cálculo não podia ser resumido em um período em particular, ou a apenas um ou dois autores específicos.

Para Carnot, a construção do conceito de cálculo teve início nas mãos dos antigos gregos, que por meio de suas reflexões acerca do método da exaustão possibilitaram o estudo mais aprofundado pelos grandes matemáticos nos séculos das luzes, como o percurso que traçamos em nosso capítulo I. A potencialidade se assemelha a **PP6** definida por Miguel como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História - Formalização), de Miguel (1993) e Miguel (1997);

- **Pesquisa Histórica da notação matemática:** a notação algébrica estava em grande expansão no ocidente, praticamente todos os matemáticos tinham contato com a álgebra moderna. O livro de Carnot dá um parecer sobre a utilização da álgebra que era amplamente discutida entre os matemáticos e geômetras da época, o autor curiosamente mostra um sentimento comum dos que não confiavam na álgebra como a notação mais adequada, apesar de concordar que a notação era mais resumida.

Essa potencialidade é semelhante a **PP6** (História - Formalização) de Miguel (1993) e Miguel (1997), pois claramente faz parte da construção de um instrumento de formalização de conceitos matemáticos com a notação algébrica, e a **PP13**, pois se constitui um instrumento revelador da natureza da matemática (História-Epistemologia), pois revela os conflitos epistemológicos entre a álgebra e a geometria no desenvolvimento do conceito.

- **Apresentação dos fundamentos que sustentam os conceitos do cálculo:** O livro-texto de Carnot prioriza apresentar os conceitos básicos que constituíam o cálculo em sua época, para isso, o autor dedica uma grande parte de suas reflexões aos conceitos de infinitésimos, quantidades infinitamente pequenas e quantidades infinitamente grandes. Esta potencialidade pode ser relacionada a **PP6**, pois aponta um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História - Formalização);

- **Apontamento de métodos que em um dado momento da história foram muito importantes para o desenvolvimento conceitual do cálculo:** O autor apresenta no capitulo três de seu livro-texto, os métodos mais influentes conhecidos para demonstrar a superioridade do método da diferenciação de quantidades infinitamente pequenas, os métodos da exaustão dos gregos, das tangentes de Descartes, e das fluxões de Newton, são grandes exemplos que o autor menciona como métodos que poderiam resolver algumas questões da mesma natureza das diferenciais.

Esta potencialidade pode ser evidenciada a partir da **PP3**, pois é uma fonte de métodos adequados de ensino-aprendizagem (História-método) e; **PP6**, pois constitui um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História-Formalização). O livro-texto apresenta uma lista de métodos que podem servir como suporte para o desenvolvimento histórico do conceito de cálculo.

- **Desenvolvimento da linguagem matemática:** A linguagem matemática adotada pelo autor é uma linguagem clara e discursiva, não se preocupando com definições matemáticas exaustivas, mas opta pela simplicidade, mostrando claramente o motivo da escolha do tema de sua obra.

Esta potencialidade do livro-texto de Carnot tem o fator histórico como principal fator, pois Carnot se utiliza da linguagem matemática usual e predominante no meio cientifico da época, portanto é evidenciada na **PP6** de Miguel (1993) e Miguel (1997) em que se constitui em um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História-Formalização);

.

As potencialidades supracitadas são referentes ao conteúdo geral do livro-texto *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal*, tais potenciais foram identificados de forma não contextualizada. Para que haja o devido uso dessas potencialidades em sala de aula, o professor interessado em utiliza-las deve ter em mente que, o simples fato de saber da existência das potencialidades não implica em uma admissão automática por parte dos alunos, ou seja, é nesse momento, que o educador deve intermediar uma contextualização que dê significado à história da matemática a partir de um livro-texto histórico de matemática.

De acordo com Miguel (1993), a história da matemática deve ter um significado para o ensino com sentido, assim podemos destacar a **PP11**, em que Miguel (1993) e Miguel (1997) denomina como um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação).

4.3. Potencialidades Pedagógicas das *"Réflexions"* de Carnot para o ensino de cálculo diferencial

Direcionando para o nosso objeto de pesquisa as potencialidades pedagógicas, que podem ser direcionadas para o ensino da disciplina *cálculo diferencial e integral*, parte importante do currículo de graduação em matemática e áreas afins. Para tanto, delimitamos nossa pesquisa, ao conteúdo da obra de Carnot, referente ao estudo das derivadas, ou seja, ao cálculo diferencial.

Nossa escolha tem como justificativa o fato de Carnot encontrar no cálculo diferencial explicações claras e consistentes, enquanto que ao expor o cálculo integral põe em dúvida alguns aspectos conceituais do saber. Apesar das limitações que Carnot expressa por não conhecer alguns elementos do cálculo integral, que só seriam descobertos após alguns anos, a obra contém preciosas informações que possibilitam a articulação do conhecimento histórico para conscientizar sobre o desenvolvimento conceitual do cálculo.

É possível identificar que Carnot exprime admiração aos matemáticos eminentes do cálculo diferencial, ou mais especificamente, ao cálculo de Leibniz, como os irmãos Bernoulli, l'Hôpital e Lagrange. Esse fato reforça que o estudo de Carnot estava bem aprofundado no cálculo de Leibniz.

Apresentamos algumas sugestões que podem ser trabalhadas por professores de matemática em aulas de cálculo com o intuito de explorar as potencialidades do livro-texto redigido por Carnot. Para tanto, evidenciamos os conhecimentos expostos no segundo capitulo da obra referente ao cálculo diferencial. Também é importante mencionar que para esse momento tratamos apenas dos conteúdos matemáticos expostos pelo autor das "*Réflexions*", o que implica que não faremos comentários sobre a estrutura do texto, visto que foi tratado no capítulo anterior.

Após apresentar algumas e reflexões do cálculo diferencial, Carnot expõe alguns exemplos de como podem resolver as diferenciais. O autor determina que para diferenciar qualquer *quantidade*, ou *função desta quantidade*, ou de *várias quantidades combinadas* expressa por $\varphi(x, y, z, etc.)$, devemos obter $\varphi(x + dx, y + dy, z + dz, etc.)$ subtraindo a função original, ou seja:

$$\varphi(x + dx, y + dy, z + dz, etc.) - \varphi(x, y, z, etc.).$$

Assim, Carnot apresenta a fórmula que pode ser obter as deduções das diferenciais.

Para exemplificar a fórmula, Carnot parte para algumas deduções das quais selecionamos as seguintes:

Ex1. Propomos diferenciar a soma $a + b + x + y + z$ de várias quantidades, algumas das quais são constantes, e as outras variáveis x, y, z, isto é, é proposto encontrar $d(a + b + x + y + z)$.

De acordo com a fórmula geral dada acima, as constantes a, b não tendo nenhum diferencial, e as variáveis x,y, z tendo respectivamente para o diferencial dx, dy, dz, devemos ter

$$d(a + b + x + y + z) \\ = a + b + (x + dx) + (y + dy) + (z + dz) - (a + b + x + y + z),$$

equação que é reduzida para

$$d(a + b + x + y + z) = dx + dy + dz;$$

*isto é, **a diferencial de qualquer soma de constantes e variáveis é igual à soma dos diferenciais das variáveis sozinhas**.*

No exemplo 1, Carnot mostra a representação da diferencial da soma de quantidades variáveis e constantes, podemos verificar que Carnot entendia que as quantidades poderiam ser resolvidas simultaneamente, uma após a outra, dessa forma a derivada de $a + b + x + y + z$ é representada pela quantidade $dx + dy + dz$. Que são respectivamente os valores das diferencias das quantidades variáveis. O contexto apresentado por Carnot foge do admitido atualmente, pois se nos propomos a diferenciar a mesma quantidade, teríamos que fazer três diferenciais que corresponderiam a cada variável correspondente.

Podemos observar ainda que, Carnot tem uma ideia que se repete nos demais exemplos, apresenta sempre as diferenciais que comumente conhecemos como operações de derivadas de funções como operações de quantidades variáveis e constantes. A forma adotada na diferencial da soma de quantidades variáveis e constantes é semelhante à regra de derivada da soma de duas funções, onde:

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

Análogo a diferencial da soma (exemplo 1) de duas variáveis, temos a diferencial da diferença (exemplo 2) que parte da mesma premissa:

Ex2.Propomos diferenciar $x - y$

Teremos, de acordo com a fórmula geral,

$$d(x-y) = (x+dx)-(y+dy)-(x-y)$$

ou, reduzindo,

$$d(x-y) = dx - dy;$$

isto é, ***a diferencial da diferença de quaisquer duas variáveis é igual à diferença de seus diferenciais****.*

No exemplo 2, Carnot apresenta a representação da diferencial da diferença de duas quantidades variáveis, podemos verificar que a resolução expressa por Carnot é semelhante a regra da diferencial da diferença de duas funções que é expressa atualmente da forma:

$$[f(x)-g(x)]' = f'(x) - g'(x)$$

Ex3. Propomos diferenciar o produto xy; em primeiro lugar faremos pela diferença, pela fórmula geral,

$$(x + dx)(y + dy) - xy,$$

ou, reduzindo,

$$xdy + ydx + dxdy.$$

Mas como não se trata de qualquer diferença, mas do diferencial, notamos que o último termo $dxdy$ é infinitamente pequeno em relação a cada um dos outros dois, já que dividindo-o pelo primeiro dá $\frac{dx}{x}$, e pelo segundo $\frac{dy}{y}$, que obviamente são quantidades infinitamente pequenas. Portanto, este terceiro termo deve ser desprezado; então a fórmula é reduzida para

$$dxy = xdy + ydx.$$

Nós encontraríamos similarmente

$$dxyz = xydz + xzdy + yzdx;$$

e também para um número maior de fatores, a partir dos quais segue esta regra: ***Para diferenciar o produto de vários fatores variáveis, é necessário tomar a soma dos diferenciais de cada variável, cada um multiplicado pelo produto de todas as outras variáveis.***

No exemplo 3, Podemos verificar um ponto interessante, Carnot aponta novamente um resultado simultâneo, desta vez ao calcular a diferencial de um produto, Carnot acreditava que tal derivada poderia ser resolvida sem estar relacionada a uma só variável. O pensamento de Carnot é semelhante a regra que conhecemos hoje como a diferencial do produto de duas funções, onde temos que dadas as funções $f(x)$ e $g(x)$, o produto da diferencial é:

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

O exemplo 4, é análogo ao exemplo 3. Neste, Carnot expressa o seguinte argumento:

Ex4: Propomos diferenciar a fração $\frac{x}{y}$.

De acordo com a fórmula geral, a diferença será

$$\frac{x+dx}{y+dy} - \frac{x}{y},$$

ou reduzindo para o mesmo denominador

$$\frac{ydx - xdy}{y^2 + ydy};$$

Agora, como não é a diferença absoluta que exigimos, mas apenas o diferencial, devemos apagar dessa expressão a quantidade no denominador, porque é infinitamente pequena em relação ao outro termo y^2. Então nós teremos

$$d\frac{x}{y} = \frac{ydx - xdy}{yy}$$

isto é, em geral, ***a diferencial de uma fração é igual ao denominador dessa fração multiplicado pelo diferencial do numerador, menos o numerador multiplicado pelo diferencial do denominador; todos divididos pelo***

O pensamento defendido por Carnot é semelhante ao que conhecemos hoje como a regra do quociente de duas funções, onde temos que, dadas as funções $f(x)$ e$g(x)$, o diferencial do quociente é:

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Os quatro exemplos apresentados provocam curiosidades, que confrontarmos a forma que Carnot, demonstrava as diferenciais com a maneira usual atualmente, constatamos que algumas mudanças ocorreram, a primeira curiosidade que nos chama atenção logo no início, é que atualmente somos acostumados a utilizar a fórmula de derivada baseada nos limites de uma função.

A primeira curiosidade explica a segunda, que está relacionada ao fato de o autor mencionar que a diferencial pode ser feita em qualquer quantidade, o que não dependeria de ser ou não uma função, o que claramente constitui em um pensamento equivocado, que Carnot explora em seus exemplos supracitados. Obviamente, seria exigir demais de Carnot, se quiséssemos que ele não se equivocasse, visto que o conceito de cálculo ainda não estava bem estabelecido, isto nos remete a mais uma curiosidade.

Apesar de conceitualmente Carnot apresentar alguns deslizes por falta de definições mais bem estabelecidas no contexto em que viveu, os resultados anunciados em seus exemplos eram válidos, o que pode ser observado nos exemplos destacados, este se assemelham quase se igualando as deduções da derivada da soma, derivada do produto e derivada do quociente de funções.

Além dos exemplos mencionados, Carnot apresenta outras deduções das diferenciais de outras funções relacionadas, como a diferencial da função exponencial e a função logarítmica onde Carnot deduz que:

> 1º. O diferencial do logaritmo de qualquer quantidade é igual à diferencial dessa quantidade, dividida pela mesma quantidade. 2º. O diferencial de uma quantidade exponencial é encontrado multiplicando essa quantidade exponencial pelo diferencial de seu logaritmo. (CARNOT, 1813, p.81, 82)

Em seguida, Carnot apresenta as diferenciais das funções trigonométricas, as quais ele chama de quantidades angulares, ele apresenta apenas as deduções das diferenciações das funções seno, cosseno, tangente e cotangente, e apresenta a seguinte lista de derivadas:

$$d \sin mx = m\, dx \cos mx,$$

$$d \cos mx = -m\, dx \sin mx,$$

$$d \sin x^m = mdx \cos x \sin x^{m-1},$$

$$d \cos x^m = -mdx \sin x \cos x^{m-1},$$

$$d\tan mx = \frac{mdx}{\cos mx^2},$$

$$d\cot mx = \frac{-mdx}{\sin mx^2},$$

$$d\tan x^m = \frac{m^2 dx \tan x^{m-1}}{\cos x^2},$$

$$d\cot x^m = \frac{-m^2 dx \cot x^{m-1}}{\sin x^2}.$$

Onde Carnot admite a m como constante e x como variável em todas as funções.

Posteriormente, Carnot reflete sobre alguns diferenciais de ordens superiores, a nestas, Carnot define bem a notação mais adequada para o uso algébrico:

> As quantidades dx,ddx, $dddx$, etc, são chamados primeiro *diferencial*, segunda, terceira, etc, de uma quantidade x. Da mesma forma dy,ddy, $dddy$, etc, são o primeiro diferencial, segunda, terceira, etc, y; e assim de outros.
> Em vez de escrever ddx, $dddx$, $ddddx$, etc., muitas vezes escrevemos por abreviatura $d^2x, d^3x, d^4x, etc.$ etc., o que indica os pontos de potencias, e não deve ser confundido com $(dx)^2, (dx)^3, (dx)^4$, etc, que são também as abreviaturas, e significa $dxdx$, $dxdxdx$, $dxdxdxdx$, que são, na verdade, as potencias de dx, que ainda está expressa através da remoção do suporte e escrita única dx^2, dx^3, dx^4, etc., e devem também ser quantidades distintas $d(x)^2$, $d(x)^3$, etc, que são os diferenciais de potências de x^2,x^3, x^4, etc., de x, enquanto que o outro, pelo contrário, as potencias das diferenciais de x.(CARNOT, 1813, p. 87, tradução nossa)

É claramente evidenciado que Carnot admite que as diferenciais com mais de uma variável podem ser resolvidas simultaneamente, como podemos ver no exemplo que o autor dispõe em seguida, onde:

> É bom observar que, embora d^2x edx^2 não sejam a mesma coisa, são, no entanto, duas quantidades infinitamente pequenas de segunda ordem. Por exemplo, o primeiro diferencial da equação$yy = 2ax - xx$,é
>
> $$ydy = adx - xdx;$$
>
> e a segunda diferencial é
>
> $$yd^2y + dy^2 = ad^2x - xd^2x - dx^2,$$
>
> onde vemos que a equação não pode ser homogênea, a menos que todos os termos sejam da mesma ordem, ou seja, todos do segundo. (CARNOT, 1813, p. 88, tradução nossa)

Após os exemplos de deduções das diferenciais de quantidades, Carnot proporciona aplicações dos conceitos já apresentados, dentre as quais exibimos duas, uma da primeira edição e outra da segunda edição simultaneamente. Posteriormente a apresentação dos problemas, sugerimos algumas formas que poderiam ser apresentados em notação atual.

O primeiro problema que apresentamos é encontrado a partir da segunda edição no tópico (75) expresso na figura 17, onde o autor propõe encontrar o ponto de inflexão de uma função dada, nesta questão o autor apresenta o seguinte comando e resolução:

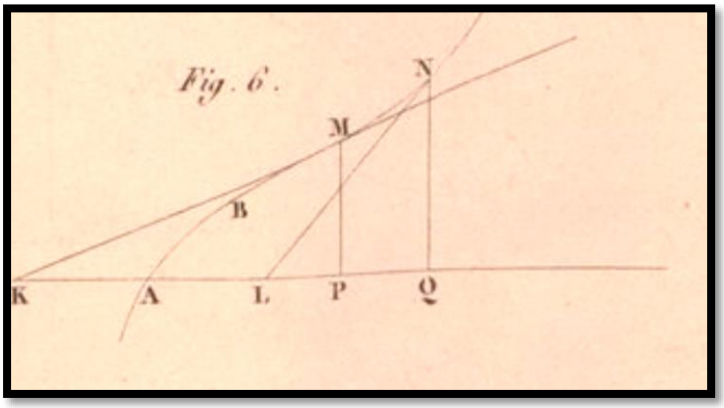
Figura 17 – Problema exposto na segunda edição do livro-texto de Carnot

75. *Soit proposé de trouver le point d'inflexion de la courbe qui a pour équation* $b^2y = ax^2 - x^3$, *si elle en a un.*

Fonte: CARNOT (1813), p. 93.

Problema 1*: Proponha-se encontrar o ponto de inflexão da curva que tem a equação $b^2y = ax^2 - x^3$, se houver.*

Figura 18 – Imagem (Fig. 6) referente ao problema proposto por Carnot na segunda edição



Fonte: CARNOT (1813)

Seja ABMN (Fig. 6), ilustrada na figura 18*, a curva proposta, seja AP a abcissa e MP a ordenada, correspondendo ao ponto de inflexão desejado M. Se uma tangente MK neste ponto de inflexão é realizada, é visível que o ângulo KMP é um máximo, isto é maior do que o ângulo LNQ, formado por qualquer outra tangente NL e as ordenadas correspondentes NQ; Portanto, a tangente trigonométrica do* *ângulo KMP também é máxima. Mas essa tangente trigonométrica é* $\frac{dx}{dy}$*, então devemos ter:*

$$d.\frac{dx}{dy} = 0.$$

Agora, a curva tendo por equação

$$b^2y = ax^2 - x^3,$$

nós temos

$$\frac{dx}{dy} = \frac{b^2}{2ax - 3x^2};$$

então devemos ter

$$d.\frac{b^2}{2ax - 3x^2} = 0,$$

que dá

$$x = \frac{1}{3}a,$$

uma equação que, estando livre de toda consideração do infinito, é rigorosamente exata.

Podemos observar que o autor encontra apenas a variável x, se abstendo de encontrar o ponto y, o que poderia ser resolvido simplesmente ao substituir o valor de x, na função y. Tendo em vista o problema 1 nos propomos a resolvê-lo da forma usualmente adotada atualmente em salas de aula de matemática. Para isso, no entanto, são necessárias algumas adequações no problema que podem ser feitas pelo próprio intermediador da questão.

Com relação ao problema 1 podemos reescrever da seguinte forma: *Verifique se a função* $y = \frac{ax^2 - x^3}{b^2}$ *com* a *e* b *constantes, possui ponto de inflexão e qual suas coordenadas, caso haja.*

Podemos resolver esta questão da seguinte forma:

$$y = \frac{ax^2 - x^3}{b^2}$$

Devemos calcular a primeira derivada e temos que:

$$y' = \frac{2ax - 3x^2}{b^2}$$

Calculando a segunda derivada temos:

$$y'' = \frac{2a - 6x}{b^2}$$

Fazendo $y'' = 0$ temos:

$$\frac{2a - 6x}{b^2} = 0$$

$$x = \frac{1}{3}a$$

Calculando a terceira derivada

$$y''' = \frac{-1}{b^2}$$

Se $y''' \neq 0$, e $b \neq 0$, existe um ponto de inflexão determinado por:

$$(x, f(x))$$

Fazendo

$$f(x) = y = \frac{ax^2 - x^3}{b^2}$$

Podemos determinar o y no ponto em que $x = \frac{1}{3}a$

$$f\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{a\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3}{b^2}$$

Que se reduz a:

$$f\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{2a^3}{27b^2}$$

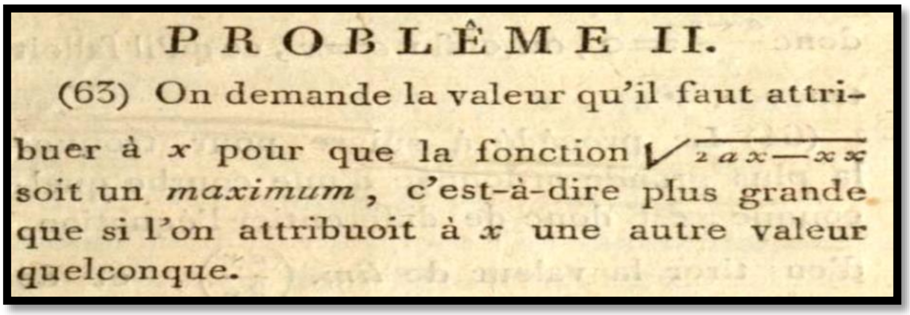
Logo, o ponto de inflexão é

$$\left(\frac{a}{3}, \frac{2a^3}{27b^2}\right)$$

Este resultado condiz com o apresentado por Carnot, visto que o valor ponto de inflexão existe no ponto encontrado acima.

Outra aplicação das deduções apresentada por Carnot, se encontra na primeira edição no tópico (63) de sua obra, expressa na figura 19, neste problema o autor pretende aplicar as noções de diferenciais para obter o valor de x para que a função dada seja um máximo.

Figura 19 – Problema exposto na primeira edição do livro-texto de Carnot



PROBLÊME II.

(63) On demande la valeur qu'il faut attribuer à x pour que la fonction $\sqrt{2ax - xx}$ soit un *maximum*, c'est-à-dire plus grande que si l'on attribuoit à x une autre valeur quelconque.

Fonte: CARNOT (1797), p. 73.

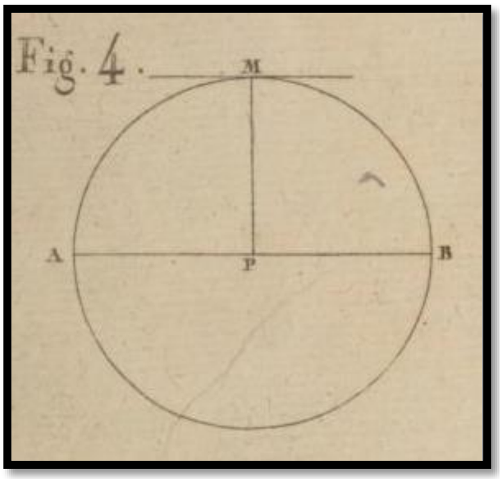
Este mesmo problema é traduzido por Manoel Jacinto Nogueira da Gama, da seguinte forma:

Problema 2: "*Pede-se o valor que deve ter x para que a função $\sqrt{(2ax - x^2)} = y$, seja hum maximo, isto he, para que tenha hum valor maior do que teria, se o valor de x fosse outro qualquer*" (CARNOT, 1798, p. 51).

Carnot resolve o problema 2 da seguinte forma:

Supondo-se $\sqrt{(2ax - x^2)} = y$, ou $y^2 = 2ax - x^2$, e constituindo-se uma curva, cuja abscissa seja x, e y a ordenada correspondente, ficará a questão reduzida, à achar-se a maior ordenada desta curva. Represente AMB (Fig. 4), ilustrada na figura 20*, a curva, MP a maior ordenada. Como, contando-se do ponto M as outras ordenadas diminuem tanto do lado de B, como do de A, é evidente que a tangente ao ponto M da curva deve ser paralela à AB. Portanto exprimindo-se, como acima, por Q o ângulo formado pela tangente, e pela ordenada; ter-se-á no ponto M, $\cot Q = 0$, ou $\lim\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$. Diferenciando-se a equação da curva, teremos a equação imperfeita $y\,dy = a\,dx - x\,dx$, ou $\frac{dy}{dx} = \frac{a-x}{y}$; da qual se deduz a equação rigorosa $\lim\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{a-x}{y}$, ou $\cot Q = \frac{a-x}{y}$. Mas é $\cot Q = 0$, logo teremos $\frac{a-x}{y} = 0$, ou $a = x$.*

Figura 20 – Figura 4 exposta na primeira edição do livro-texto de Carnot



Fonte: CARNOT (1797)

Para achar-se portanto a máxima ordenada de uma curva qualquer, deve-se diferenciar a equação, tirar o valor de $\lim\left(\frac{dy}{dx}\right)$, e iguala-lo a 0. Esta regra se enuncia ordinariamente, dizendo-se simplesmente, que se deve diferenciar y, e igualar dy a

0*; mas o laconismo deste enunciado tem o defeito de ser menos exato, do que o precedente.*

Podemos reescrever o problema 2 da seguinte forma: *Dada a função* $\sqrt{(2ax - x^2)} = y$*, com a constante* a*, defina o valor que a variável* x *deve assumir para que a função seja um máximo.*

Em uma notação moderna este mesmo problema pode ser resolvido por ao menos duas formas:

1) Encontrar o máximo com o cálculo do x do vértice.

$$\sqrt{2ax - x^2} = y$$

Devemos igualar a função y a 0, donde tiramos a equação:

$$\sqrt{2ax - x^2} = 0$$

Que simplificamos como

$$(\sqrt{2ax - x^2})^2 = 0^2$$

Que resulta na equação de segundo grau:

$$2ax - x^2 = 0$$

Daí, podemos calcular ox do vértice, donde podemos encontrar o ponto máximo da função quadrática:

$$X_v = \text{Ponto máximo}$$
$$X_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{2a}{2(-1)} = a$$

Sendo assim

$$\max\left\{\sqrt{2ax - x^2}\right\}$$

Daí temos:

$$\begin{cases} -a, se\ a \leq 0, ou \\ a, se\ a = x \end{cases}$$

2) A segunda forma que podemos usar para solucionar este problema é por meio de derivação:

$$y = \sqrt{2ax - x^2}$$

Podemos fazer a função

$$y = (2ax - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

Fazendo o teste da primeira derivada da função y temos:

$$y' = \frac{a - x}{\sqrt{2ax - x^2}}.$$

Agora podemos encontrar os pontos críticos da função y, para isso, devemos igualar a derivada primeira da função ya zero.

$$y'(x) = 0$$

Dessa forma temos a equação

$$\frac{a - x}{\sqrt{2ax - x^2}} = 0$$

Daí temos que:

$$x = a$$

Agora, para calcularmos o ponto máximo, fazemos $y = f(x)$:

$$f(x) = \sqrt{2ax - x^2}$$

Substituímos o valor de $x = a$ donde sai

$$f(a) = \sqrt{2a.a - a^2}$$
$$f(a) = \sqrt{a^2}$$
$$f(a) = \pm a$$

Ou seja,

$$\begin{cases} -a, se\ a \leq 0\ ou \\ a, se\ a = x \end{cases}$$

Como pudemos observar nos dois problemas apresentados, Carnot proporciona algumas inferências que não são tão usuais atualmente, por esse motivo apresentamos uma abordagem mais usual, que nos é familiar. Certamente para que haja o máximo proveito no uso do material de Carnot é necessário o conhecimento do objeto estudado por ele, dessa forma o professor é capaz de transmitir com eficiência a potencialidade de cada problema individualmente.

Os exemplos de deduções e as aplicações dos conceitos das diferenciais apresentados no livro-texto de Carnot que expusemos anteriormente, são suficientes para nos possibilitar a assimilação das potencialidades pedagógicas da história da matemática identificados por Miguel (1993) e Miguel (1997), dentre as quais destacamos:

- **PP4 (História - Recreação)**: De acordo com Miguel (1993) e Miguel (1997), os defensores desta potencialidade pedagógica entendem que a história é uma fonte de problemas práticos e curiosos que podem estimular a aprendizagem do aluno. Miguel (1997) apresenta quatro argumentos dos defensores desta potencialidade:

> 1) possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estão sendo ensinados;

> 2) constituem-se em veículos de informação cultural e sociológica; refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos;
> 3) constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados;
> 4) permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (MIGUEL,1997, p. 81, 82)

Nesse sentido podemos identificar no livro-texto de Carnot, problemas de diferenciais que manifestam a possibilidade do uso desta potencialidade, com problemas comuns para o período de composição da obra, bem como, uma notação algébrica em ascendência.

Entretanto é importante adiantar, que, em nossa concepção esta potencialidade possui uma carga subjetiva sobre o uso da história para o ensino de matemática, pois, assim como Miguel (1997), não acreditamos que o simples uso de problemas históricos avulsos, tem a capacidade de despertar, necessariamente, o interesse do aluno por matemática, ou seja, a potencialidade não deve ser individualmente transmitida, mas deve ter uma razão de ser almejada no contexto de uma sala de aula.

- **PP6 (História - Formalização)**: Esta potencialidade pedagógica tem o intuito de revelar quais os procedimentos históricos que um determinado conceito sofre até sua “definição final”.

> Nesse sentido, seria legítimo afirmar que. Sob este ponto de vista, a formalização não constituiria apenas uma parte (geralmente a parte final) do processo cognitivo de elaboração de conceitos, mas dele participaria em sua integridade. (MIGUEL, 1997, p. 83)

Os conceitos matemáticos apresentados por Carnot em suas reflexões mostram um pensamento que ainda necessitava de uma formalização clara. O panorama de incertezas do cálculo infinitesimal, só teve fim com o desenvolvimento formal das demonstrações desenvolvidas no século XIX, que, após incessantes tentativas de mostrar a veracidade de uma das maiores descobertas nas ciências, finalmente encontrou para o cálculo, um suporte formal, no que conhecemos como, análise matemática ou analise real, que forneceu provas rigorosas para as noções de limite, derivadas e integrais. Sobre este panorama vemos em Messias (2013) que:

> Apesar de muitas das contribuições para trajetória do desenvolvimento do *Cálculo* ser estabelecidas após a Idade Média, este período é considerado de suma importância, pois preparou terreno para os estudos posteriores que anteciparam e em muito influenciaram as descobertas de Newton e Leibniz no século XVII, bem como as formalizações de Cauchy e Weirstrass no século XIX. (MESSIAS, 2013, p. 50)

Nesse sentido entendemos que o livro-texto de Carnot faz parte do material produzido que demonstra o pensamento de uma época que precisava sofrer modificações nas provas, tornando-as mais rigorosas.

- **PP7 (História - Dialética)**: Esta potencialidade tem como pensamento mais viril a ideologia de apresentar suportes históricos como um significativo modo de induzir o aluno a um pensamento crítico. Nesse sentido, o livro-texto de Carnot tem a capacidade implícita de apresentar um pensamento crítico referente a outros métodos que poderiam ser utilizados para resolver os problemas de cálculo infinitesimal, logicamente a ideia apresentada por Carnot é extremamente primitiva, o que torna válido a apresentação de diferentes métodos que possibilitem aguçar o criticidade do aluno.

Essa perspectiva é clara quando Carnot apresenta a diferencial como um método que resolve mais precisamente problemas de quantidades dependentes e variáveis e apresenta isto como um suporte para o uso das diferenciais através dos exemplos e problemas.

- **PP10 (História - Conscientização)**: Esta potencialidade pedagógica tem início, segundo Miguel (1997), com o eminente matemático e filosofo Henri Poincaré (1854-1912), que acreditava que o percurso histórico do raciocínio matemático deve ser apresentado ao aluno em suas diferentes fases de desenvolvimento, nesse caso, a apresentação de uma definição pronta, não seria inicialmente estudada, mas o professor apontaria as diversas definições que precisaram ser reelaboradas para que finalmente, os matemáticos chegassem a um fim sobre os conceitos matemáticos, dessa forma o aluno teria a autonomia para entender a necessidade das mudanças elaboradas no percurso histórico.

> De forma abreviada, poderíamos dizer, portanto, que, com Poincaré, a função didática da história assume uma dimensão psicológica que consiste

> na possibilidade de se trazer para o plano de consciência do aprendiz a necessidade de submissão aos padrões atualizados de rigor. A função didática da história é psicológica, mas o objetivo que se busca é estritamente epistemológico. (MIGUEL, 1997, p. 89, 90)

Com relação ao livro-texto de Carnot, mais especificamente, no caso das diferenciais apresentadas anteriormente, podemos notar que a obra deste autor, foi composta com concepções que nos parecem intrigantes, isto porque, os conceitos matemáticos ainda estavam sendo estabelecidos, e após as publicações das edições no fim do século XVIII e início do XIX, muitas inferências foram deduzidas, até consolidação do cálculo no século XIX. Neste sentido, entendemos que o livro-texto de Carnot oferece subsídios que podem apresentar fatores suficientes, se comparados a outros, para exprimir esta potencialidade pedagógica.

- **PP11 (História - Significação)**: Para os defensores desta potencialidade, a história da matemática tem um importante papel pedagógico no esclarecimento dos conceitos e das teorias estudas, dessa forma, a história não deve ser deixada em segundo plano em uma aula de matemática. Miguel (1997), destaca três categorias de porquês estabelecidas por Jones (1969), que são: cronológicos, lógicos e pedagógicos.

> Os porquês cronológicos são aquelas explicações cuja legitimidade não se caracteriza como uma necessidade lógica. Ao contrário, são razões de natureza histórica, cultural, casual, convencional que estão na base de sua aceitação. (...). Os porquês lógicos são aquelas explicações cuja aceitação se baseia na decorrência lógica de proposições previamente aceitas ou no desejo de compatibilizar entre si duas ou mais afirmações não necessariamente compatíveis. (...) os porquês pedagógicos são aqueles procedimentos operacionais que geralmente utilizamos em aula e que se justificam mais por razões de ordem pedagógica do que históricas ou lógicas. (MIGUEL, 1997, p. 91)

Nesse sentido, entendemos que a história da matemática deve possuir significado, para responder os “porquês” levantados em sala de aula. Entendemos que esta afirmação subsidia que, a história da matemática, na perspectiva de Miguel (1993) e Miguel (1997), deve ser vista como uma história pedagogicamente orientada, que é “uma história viva, esclarecedora e dinâmica, vindo substituir as enfadonhas histórias evolutivas das idéias matemáticas” (MIGUEL,1993, p. 111).

Nesse caso, a história da matemática deve ter um sentido pedagógico que não fuja do objetivo do seu uso como metodologia auxiliar para o ensino de matemática.

Para que haja sentido no uso desta potencialidade, são necessárias considerações do pensamento no âmbito social e histórico dos fatos que se deseja estudar. Nesta perspectiva, o uso livro-texto de Carnot, é um bom exemplo de um pensamento generalizado que prevalecia entre os defensores do cálculo infinitesimal durante o fim do século XVIII e início do século XIX, logicamente, se quiséssemos entender a partir desta obra, quais os pensamentos que prevaleciam no fim do século XIX, a construção histórica seria seriamente comprometida.

O livro-texto de Carnot é claramente uma ferramenta com potencial para auxiliar a abordagem do cálculo em sala de aula, com relação as potencialidades vigentes no cálculo diferencial podemos destacar que o uso deste livro-texto em particular pode auxiliar em assuntos do cálculo trabalhado atualmente em instituições de nível superior, como podemos verificar no quadro 13.

Quadro 13: Relação de temas do cálculo diferencial existentes no livro-texto de Carnot

Diferenciais abordadas	**Tema de cada diferencial abordada**
Funções Usuais	Constante, frações e raízes
Operações com derivadas	Soma, subtração, multiplicação
Regra da Cadeia	Divisão
Funções Exponenciais e Logarítmicas	Base elevada ao expoente, logaritmos
Funções Trigonométricas	Seno, cosseno, tangente cotangente
Derivadas parciais	Funções com mais de uma variável

Fonte: Elaborado pelo autor

Entendemos daí que, a possibilidade para o uso de um livro-texto especifico na exposição de uma história significativa para o ensino, não apenas pode, como deve ter consciência da importância do conhecimento social do período determinado pela composição do livro-texto. O conhecimento social, assim como, o conhecimento especifico da constituição de um livro-texto, necessitam ser equilibrados, somente assim, pode-se ter a completa manifestação desta potencialidade pedagógica

As potencialidade pedagógicas expostas acima nos mostram que o livro-texto de Carnot, tem potencial de ser utilizado para o ensino de cálculo ainda nos dias de hoje. No entanto, entendemos que, o uso de um livro-texto, como possibilidade para o ensino, requer cuidados indispensáveis, isto por conta de diversos fatores, incialmente destacamos a falta de material que auxilie, na Educação Matemática, como proceder no âmbito da sala de aula, pois não vemos na literatura atual, livros que auxiliem neste processo, ou mesmo livros de história da matemática, que não tem interesse em apontar possibilidades para o ensino, antes, apresentam apenas a história sem fins pedagógicos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dessa forma, a pesquisa desenvolvida teve como objetivo: *Identificar as potencialidades pedagógicas do livro-texto Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal de Carnot no contexto do ensino de cálculo diferencial*, e entendemos que nosso objetivo foi traçado para responder à nossa questão de pesquisa que consistiu em revelar quais as potencialidades pedagógicas encontradas no livro-texto de Carnot para o ensino de cálculo diferencial. Nossa pesquisa inicialmente pretendia investigar o livro buscando as potencialidades para o cálculo em geral, mas após sugestões feitas pelos membros da banca de qualificação, e em orientações nos seminários de pesquisa decidimos limitar nossa pesquisa para investigar as potencialidades do objeto de pesquisa e do objeto matemático, no caso o cálculo diferencial.

Para a composição de nosso estudo foram necessários duas etapas que são traçadas ao longo do texto; a primeira consistiu em apresentar a história e epistemologia do objeto matemático que desenvolvemos desde os conhecimentos vigentes do cálculo proporcionado pelos gregos até o apresentado no contexto do século XVII (com a criação do objeto matemático, até ápice da discussão no século XVIII), e do autor do livro-texto e do próprio livro histórico, esta etapa foi traçada ao longo do Capitulo I, Capítulo II e Capítulo III.

A segunda etapa, materializada no capítulo IV, teve como preceito chegar ao objetivo de nossa pesquisa e apresentar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, apresentadas por Miguel (1993) e Miguel (1997), no livro-texto, bem como, dos conceitos de derivadas apresentados na obra. Fizemos investigações internas no texto apresentado por Carnot e conseguimos relacioná-las a outras ideias apresentadas por Carnot que também eram referentes a métodos relacionados ao cálculo.

Desenvolvemos a história de parte dos conceitos históricos que levaram à criação do cálculo infinitesimal, as noções que os gregos apresentavam dos problemas que poderiam ser resolvidos pelo método da exaustão, que dependiam de longas deduções. Apontamos também, os métodos desenvolvidos pelos antigos gregos, que foram amplamente discutidos após a Idade Média por influentes matemáticos dos séculos XVI e XVII, o significativo desenvolvimento da matemática moderna neste período culminou na criação do cálculo infinitesimal, por Leibniz e Newton que fomentados pela álgebra desenvolveram métodos que seriam alvos de grandes elogios e duras críticas no século XVIII.

Apresentamos o personagem principal de nosso estudo, Lazare Carnot, ao leitor para contextualizar o período efervescente em que viveu e suas fases assim descritas: Carnot, o patriota francês, o militar, o matemático e engenheiro que teve importantes contribuições produzidas em matemática e mecânica, durante o pouco tempo que tinha longe de suas obrigações com a República e o Império.

Para o estudo do livro-texto de Carnot utilizamos as edições inéditas publicadas em vida, e reedições publicadas após sua morte. Também utilizamos a tradução para o português, da primeira edição, feita pelo brasileiro Manoel Jacinto Nogueira da Gama, no ano de 1798, um ano após a publicação da primeira edição por Carnot na França.

As potencialidades pedagógicas (PP’s) da história da matemática, apresentadas por Miguel (1993) e Miguel (1997) foram contempladas na obra de Carnot e apresentados conceitos, exemplos, problemas e resoluções de derivadas com a notação contida no livro-texto de Carnot e resoluções com notação atual, que, culminaram nas potencialidades identificadas na obra.

Os resultados obtidos em nossa pesquisa, nos mostram que o uso de livros-texto para o ensino de cálculo ou em investigação em matemática, é possível. Constatamos que a maior frequência de potencialidades pedagógicas da história da matemática identificadas no livro-texto de Carnot se configura predominantemente na **PP4**, **PP6**, **PP7**, **PP10** e **PP11**, a nosso ver, isto ocorre por nosso objeto de pesquisa se tratar de um livro texto, o que limita as potencialidades às destacadas.

Entendemos que, para obter êxito no uso da história da matemática para o ensino não se pode utilizar a história apenas para estimular o aluno, partindo do pressuposto que a história tem tal benefício, para obter sucesso no uso pedagógico da história da matemática, o intermediador necessita entender que a história deve ser pedagogicamente trabalhada com o intuito de ensinar, não apenas de se contar uma história. Em nossa concepção, somente dessa forma, o uso da história da matemática possui um potencial pedagógico no ensino.

A pesquisa tem um papel significativo para o estudo de livros-texto de matemática, pois entendemos que tal material serve como suporte para o entrosamento epistemológico do estudante de cálculo com o conteúdo matemático, assim, o estudante tem a possibilidade de compreender quais os percursos que o cálculo passou para chegar ao que conhecemos hoje. Dessa forma, torna-se explicita a ideia que o cálculo, bem como a matemática, não se constituíram sem nenhum problema, mas podemos verificar que os problemas na constituição da matemática, faz parte da própria matemática.

No entanto, é necessário manifestar nosso pensamento sobre a articulação da história da matemática em aulas de matemática, em nosso entendimento, as potencialidades pedagógicas de um livro-texto, bem como, da história da matemática, não podem ser evidenciadas sem o prévio conhecimento das mesmas pelo professor, ou seja, é extremamente necessário que o professor tenha intimidade com o material utilizado, tendo conhecimento histórico e social, tanto dos conceitos matemáticos quanto do autor.

Dessa forma, destacamos que concordamos com Miguel (1993) e Miguel (1997) que salienta problemas nas referidas potencialidades pedagógicas da história da matemática, ao acreditar que a história deve ser tratada com prudência em situações pedagógicas em relação as afirmações que garantem que a história tudo pode ou que a história nada pode, assumindo assim, uma posição intermediária quanto sua eficácia. Nesse sentido, acreditamos que as potencialidades pedagógicas devem, para ter utilidade, ser articuladas direcionadas pedagogicamente, isto deve ser feito com auxílio do professor de matemática. Sendo assim, entendemos de nada são uteis as potencialidades pedagógicas da história da matemática se não estiverem intimamente ligadas a educação matemática.

Outra importante consideração sobre o uso das potencialidades pedagógicas para o ensino que podemos destacar é que, em nosso entendimento, uma potencialidade não pode ser explorada desprezando as outras, isto porque, o uso indiscriminado dessas potencialidades, podem sofrer com problemas de composição, como como podemos ver na tese de Antônio Miguel, ou seja, é de extrema importância o bom planejamento para explorar as potencialidades buscando relacionar umas às outras.

As ideias apresentadas acima nos trazem algumas possibilidades de novas articulações de pesquisas em Educação Matemática, ou mais especificamente, traz novas possibilidades para as pesquisas que tem interesse em articular a história para o ensino de matemática, dentre as quais destacamos algumas:

- Investigações empíricas, que comprovem na prática que um livro-texto pode ser articulado para o ensino, de forma a manifestar as potencialidades da história da matemática;
- Desenvolvimento de métodos qualitativos que possibilitem o uso de um livro-texto em aulas de cálculo com o intuito de evidenciar as potencialidades;
- Criação de material que dê suporte aos professores para o uso de livros-texto em aulas de cálculo;
- Novas articulações que permitam evidenciar as potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino superior;
- Investigação da eficiência de cada potencialidade pedagógica da história da matemática, bem como possibilidade de incluir novas às treze identificadas por Miguel (1993).
- Investigar como as potencialidades pedagógicas identificadas no livro-texto de Carnot reagem em cursos diferenciados, como os de engenharia e matemática.

As possibilidades em que a nossa pesquisa enfatizou traz à tona, possibilidades de vislumbrar outras potencialidades ou pesquisas que enfatizem o estudo de um livro-texto. Cabe, entretanto, ao leitor, se aprofundar no estudo do tema, que avancem ainda mais o inesgotável caminho do conhecimento, com o objetivo de encontrar novos meios que subsidiem a Educação Matemática.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA E REFERIDA

ARAGO. M. **Biographie de Lazare Nicolas Marguerite Carnot:** Membre de la première classe de l'Instituit de France (section de mécanique). França. 1837.

ASSIS NETO, F. R. Das historisches bild von Carnot (1753-1823): Ungöste Fragen. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 9, n. 8, p. 195-217, out./mar.2009/2010.

___________. "Géométrie de position" – o estranho livro de Carnot. **Revista SBHC**, n. 12, p. 53-64, 1994.

___________. Menos vezes menos dá mais: observações históricas sobre o conceito de número negativo. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 1, p. 1-22, 2011.

BARON, M. E. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1985. Volume 1.

BARON, M. E. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1985. Volume 2.

BARON, M. E. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1985. Volume 3.

BARON, M. E. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1985. Volume 4.

BOSCHI, C. C. Política edição: os naturais do Brasil nas reformistas oficinas do Arco do Cego. In: DUTRA, Eliana de Freitas; Mollier, Jean-Yves. (Org.). **Política, Nação e edição; o lugar dos impressos na construção da vida política no Brasil, Europa e Américas nos séculos XVIII-XX**. São Paulo: Annablume, 2006, p. 495-510.

CALAZANS, A. **Newton e Berkeley:** as críticas aos fundamentos do método das fluxões n'O Analista. Dissertação (Mestrado) – UFPR/ Programa de Pós-Graduação em Filosofia. Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes. Curitiba. p. 111. 2008

CARNOT. L. N. M. **Géométrie de Position.** Paris. 1803.

________ . **Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.** Paris. 1797.

________ . **Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.** Paris. 2.ed. 1813.

________ . **Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.** Paris. 3.ed. 1839.

________ . **Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.** Paris. 4.ed. 1860.

________ . **Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.** Paris. 5.ed. 1881.

________ . **Reflexões sobre a metaphysica do calculo infinitesimal.** Trad. Manuel Jacinto Nogueira da Gama. Lisboa. 1798.

CHAVES, J.A. **A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet**. XI Seminário nacional de História da matemática. 2015

________ . **Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras.** Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Matemática, Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 112 f. 2013.

FARIAS, C. A.; MENDES, I. A. As culturas são as marcas das sociedades humanas. In: MENDES, I. A.; FARIAS, C. A. (Org.). **Práticas socioculturais e educação matemática.** (Coleção contextos da Ciência). 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. – p. 15 - 48.

GARNICA, A. V. M.; GARNICA, L. A. de S. M. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo: Cultura. 2012.

GENETTE, Gérard. **Paratextos editoriais**. Trad. Álvaro Faleiros –Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2009.

GRABINER, J.V. The Mathematician, The Historian, and the History of Mathematics. In: **Historia Mathematica**, 1975.

GRESPAN, J. **Revolução Francesa e Iluminismo**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2008.

GUIMARÃES FILHO, J. dos S. **Um estudo do Liber quadratorum (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 - 1250) e suas potencialidades para o ensino de matemática**. Dissertação (Mestrado) – UFPA/ Instituto de Educação Matemática e Cientifica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 111f. 2018.

JONES, P. S. The history of mathematics as a teaching tool. In: **Historical topics for the mathematics classroom**. Washington, D. C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1969.

KUHN, Tomas S. **A estrutura das revoluções científicas**. Trad. Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. – 10. ed. São Paulo: Perspectiva, 2011.

LUNA, J. C. de O. História e Pensamento Hermenêutico na Alemanha do século XX. **Revista Crítica Histórica**. Ano I, Nº 1, Junho/2010. Disponível em: <http://www.revista.ufal.br/criticahistorica/attachments/article/54/Historia%20e%20Pensamento%20Hermeneutico.pdf.>. Acesso em: 20/09/2017

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009a.

________ . **História da matemática no ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas (Coleção História da Matemática para professores) – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MESSIAS, M. A. V. F. **Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função.** Dissertação (mestrado) – UFPA / Instituto de Educação Matemática e Cientifica, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 198p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MIGUEL, A; **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1993.

_________. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p.73-106, jul./dez. 1997.

__________. Contribuição crítica à discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática. **Horizontes**, Bragança Paulista, v.22, n. 1, p. 71-107, jan./jun,2004.

_____________. **Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática**, Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2015.

NASCIMENTO, D. M. do. **Metodologia do trabalho cientifico**: teoria e prática [prefácio à primeira edição Ruy Povoas]. 2 edição revista e atualizada. Belo Horizonte: Fórum, 2008. ISBN 978-85-7700-179-8

POPPER, K. R. **Lógica das ciências sociais**. Trad. Estevão de Rezende Martins, Apio Cláudio Muniz Acquarone Filho, Vilma de Oliveira Moraes e Silva. 3 ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2004.

RAMPAZZO, Lino. **Metodologia Cientifica para alunos dos cursos de graduação e pós-graduação**. 7 ed. São Paulo: Edições Loyola, 2013. ISBN 978-85-15-02498-8.

REGO BARROS, R. J. A. **Pesquisas sobre história e epistemologia da matemática contribuições para abordagem da matemática no Ensino Médio**. Tese (Doutorado em Educação) – UFRN / Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Natal, 243 f, 2016.

ROCHA, J. J. da. **Biographia de Manoel Jacinto Nogueira da Gama**: Marquês de Baependy. Rio de Janeiro. Typographia Universal de Laemmert. 1851.

SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de matemática**: notas de aula. (Tradução Maria Laura Magalhães Gomes). – Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SILVA, F. A. da. **Potencialidades pedagógicas da história da matemática nos livros didáticos do ensino médio no conteúdo de trigonometria**. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – UEPB/ Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Centro de Ciências e Tecnologia. Campina Grande. 192 p. 2017.

SILVA. M. D. F. da. **Problemas e modelos que contribuíram com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral**: dos gregos a Newton. Tese (Doutorado) – UFRN/Programa de Pós-graduação em Educação. Centro de Ciências Sociais e Aplicadas. Natal. p.239. 2010.

VERDIER, N. **Le libraire-imprimeur ès mathématiques Mallet-Bachelier (1811-1864)**. Images des Mathématiques, CNRS, 2011. Disponível em: http://images.math.cnrs.fr/Le-libraire-imprimeur-es.html.

WHITESIDE, D. T. **The mathematical papers of Isaac Newton**. Cambridge, Cambridge University Press, 1967.