SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADEFEDERALDOPARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS EMATEMÁTICAS

NAUM DE JESUS SERRA

MODELIZAÇÃO DE ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO ARITMÉTICA UTILIZANDO A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *SCRATCH*

BELÉM-PA
2022

NAUM DE JESUS SERRA

MODELIZAÇÃO DE ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO ARITMÉTICA UTILIZANDO A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *SCRATCH*

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemáticae Científicada Universidade Federaldo Pará, como requisito para obter o título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob orientação do Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes.

BELÉM-PA
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBDSistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará

Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S487m Serra, Naum de Jesus.
Modelização de Organizações Praxeológicas de Sistemade Numeração Decimal: Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch /Naum de Jesus Serra. — 2022.
182 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Coorientador(a): Prof. Dr. Saddo Ag. Almouloud
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa dePós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2022.

1. Software Scratch. . 2. Sistema de Numeração Decimal. 3. Operações Fundamentais. 4. Formação deProfessores. 5. TAD. I. Título.

CDD 370

NAUM DE JESUS SERRA

MODELIZAÇÃO DE ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO ARITMÉTICA UTILIZANDO A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *SCRATCH*

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemáticae Científicada Universidade Federaldo Pará, como requisito para obter o título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob orientação do Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes.

DATA DA AVALIAÇÃO:_____/_____/_______

CONCEITO*:* ________________

BANCA EXAMINADORA

____
Dr. José Messildo Viana Nunes (Orientador)

____
Dr. Saddo Ag. Almouloud (Menbro interno)

____
Dr. José Carlos Pereira (Membro externo)

____
Saul Rodrigo da Costa Barreto (Dotourando Participante)

BELÉM-PA
2022

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu sustento espiritual em todos os momentos de minha vida, principalmente, neste, no qual precisei de sabedoria, paciência, determinação e coragem para superar as adversidades que enfrentei nos momentos de estudos e isolamento social causados pela terrível pandemia que assolou o mudo e custou a vida de entes queridos.

À minha mãe biológica, Terezinha de Jesus Serra, que dentro de suas possibilidades pode oferecer a família o provento e uma criação com bons princípios éticos.

À minha esposa, Cléa de Jesus Garcia, pelo amor, incentivo, e compreensão nos momentos mais difíceis desta caminhada.

Ao meu orientador, Dr. José Messildo Viana Nunes, pela dedicação na orientação deste trabalho, por ter acreditado em meu potencial e compartilhado comigo seus conhecimentos.

Aos professores Dr. Saddo Ag. Almouloud e Dr. José Carlos Pereira, pelo importante apoio e colaboração com este trabalho quando meu orientador esteve ausente por questões de saúde.

Ao Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA) pela oportunidade e promoção de minha formação continuada.

Aos amigos que puderam colaborar direta ou indiretamente com esta pesquisa, demonstrando apreço e visão de verdadeiros educadores ao entender que a pesquisa científica é um meio necessário para a superação das dificuldades do ensino e na aprendizagem escolar.

Ao Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática das Matemáticas – GEDIM, pelos debates sobre educação promovidas à luz das Teorias da Didática Francesa, sobretudo da Teoria Antropológica do Didático (TAD), fundamental para meu amadurecimento intelectual e para a concretização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho dissertativo foi motivado pela preocupação com os paradigmas existentes entre o saber e o saber-fazer docente em sala de aula. Desse modo, com o intuito de contribuir para formação continuada de professores dos anos iniciais do município do Acará-PA, esta pesquisa busca questionar o Modelo Epistemológico Dominante (MED) existente nas instituições de ensino e construir um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para que em estudos futuros este sirva de base para a constituição de um modelo Epistemológico Alternativo (MEA) que venha melhorar as Organizações Matemáticas e Didáticas (OM e OD) dos docentes em relação ao Sistema de Numeração decimal (SND) e as operações de Soma e Subtração, pois pesquisas evidenciam que tais paradigmas muitas vezes estão relacionados a um vazio didático capaz de ocasionar falhas no processo de transposição didática, provocando restrições no ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos. Nesse contexto, considerando a existência de incompletudes no trabalho docente relativo aos objetos matemáticos citados, esta pesquisa traz a seguinte questão **Q: Quais praxeologias matemáticas devem ser mobilizadas na constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) Para o Sistema de Numeração Decimal Voltado ao Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch?** Para responder à questão de pesquisa, este trabalho fundamentou-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, e por intermédio da Dialética das Mídias e Milieux, construiu o MER híbrido, baseando-se nos estudos de Célia Brant (2005) e Thomas Sierra (2006), utilizando como ferramenta digital o Software Scratch. No decorrer da pesquisa, foram evidenciadas as dimensões do problema didático: dimensão epistemológica, dimensão econômica institucional e dimensão ecológica. Nessa direção a dimensão epistemológica permitiu a construção do MER e a partir dele, fazer análises e algumas inferências sobre a dimensão econômica institucional e ecológica, sendo deixado para estudos futuros, um estudo mais aprofundado sobre a dimensão econômica institucional, para que a partir de então, sejam feitas análises em alguns livros didáticos adotados pelas instituições de ensino daquele município, trazendo luz às relações institucionais existentes entre os objetos matemáticos e os professores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, em estudos a posteriori, pretende-se aplicar o MER híbrido em uma formação continuada de professores com o intuito de fazer emergir um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) com o objetivo de agregar novos saberes ao Equipamento Praxeológico (EP) dos docentes envolvidos na formação.

Palavras-Chave: Software Scratch. Sistema de Numeração Decimal. Operações Fundamentais. Formação de Professores. Dialética das Mídias e Milieux. TAD.

ABSTRACT

This dissertation was motivated by the concern with the existing paradigms between knowledge and teaching know-how in the classroom. Thus, in order to contribute to the continuing education of teachers in the early years of the municipality of Acará-PA, this research seeks to question the Dominant Epistemological Model (MED) existing in educational institutions and to build an Epistemological Reference Model (MER) for that in future studies this will serve as a basis for the constitution of an Alternative Epistemological Model (MEA) that will improve the Mathematical and Didactic Organizations (OM and OD) of the teachers in relation to the Decimal Numbering System (SND) and the operations of Sum and Subtraction, because research shows that such paradigms are often related to a didactic void capable of causing failures in the didactic transposition process, causing restrictions in the teaching and learning of mathematical objects. In this context, considering the existence of incompleteness in the teaching work related to the mathematical objects mentioned, this research raises the following question **Q: How is an Epistemological Reference Model (MER) for the Decimal Numbering System Aimed at the Teaching of Sum and Arithmetic Subtraction Using the Scratch Programming Language?** To answer the research question, this work was based on the Anthropological Theory of Didactics (TAD) by Yves Chevallard, and through the Dialectic of Media and Milieux, built the hybrid MER, based on the studies of Célia Brant (2005) and Thomas Sierra (2006), using the Scratch Software as a digital tool. During the research, the dimensions of the didactic problem were highlighted: epistemological dimension, institutional economic dimension and ecological dimension. In this direction, the epistemological dimension allowed the construction of the MER and from it, to make analyzes and some inferences about the institutional and ecological economic dimension, leaving for future studies, a more in-depth study on the institutional economic dimension, so that from then on , analyzes are carried out in some textbooks adopted by the teaching institutions of that municipality, bringing light to the existing institutional relationships between the mathematical objects and the teachers involved in the teaching and learning process. In this sense, in a posteriori studies, it is intended to apply the hybrid MER in a continuing education of teachers in order to make an Alternative Epistemological Model (MEA) emerge with the objective of adding new knowledge to the Praxeological Equipment (EP) of the teachers involved. in training.

Keywords: Software Scratch. Decimal Numbering System. Fundamental Operations. Teacher training. Dialectic of the Media and Milieux. TAD**.**

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho foi motivado pela preocupação com a aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental[1] de uma escola pública municipal, localizada no Baixo Acará-PA. Ao observar as dificuldades de aprendizagem dos discentes, procurei alternativas didático-pedagógicas que pudessem promover o melhoramento do rendimento escolar daqueles estudantes. Nesse sentido, foi realizada uma sondagem nas turmas, por meio de atividades relativas às leituras de numerais, estudos de ordens e classes numéricas do sistema de numeração decimal, bem como, operações fundamentais, revelando que a maioria dos educandos apresentava grandes dificuldades de compreensão sobre os tópicos elencados.

Tal constatação foi o propulsor para a busca de cursos de aperfeiçoamento para a melhoria de minha prática docente, com o intuito de melhor atender às necessidades de aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, a participação, no início do ano de 2019, de uma oficina no Laboratório de Matemática (LABMAT) do IEMCI (Instituto de Ensino de Matemática e Ciências), promovida pelo Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática das Matemáticas (GEDIM), com o tema “O ensino das Operações Matemáticas Fundamentais sob a Ótica de Materiais Manipuláveis”, foi fundamental para que no decorrer do contato com o grupo GEDIM, pudesse ampliar minha visão sobre alguns jogos matemáticos que tratavam de tais operações e, a partir de então, levar as experiências vivenciadas no LABMAT para a sala de aula na tentativa de mudar a realidade dos alunos. Apoiando-me nas experiências, foi possível juntamente com os alunos, construir alguns materiais didático-pedagógicos e utilizá-los em oficinas, objetivando a superação das dificuldades de aprendizagem daqueles discentes.

O contato com o GEDIM, me possibilitou participar das discussões e reflexões promovidas pelo grupo sobre as práxis do professor em sala de aula. Essa oportunidade fez despertar em mim o interesse nas leituras e pesquisas teórico-metodológicas que potencializaram meus conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática no contexto da Educação Básica, encontrando nas Didáticas francesas um aporte fundamental para tais reflexões. Essa aproximação com o grupo e a participação do SINEPEM (Simpósio Nacional Sobre o Ensino e

---

[1]O Ensino fundamental vai do 1º ao 9º ano. É composto por **fundamental I,** também chamado de **“Anos Iniciais do Ensino Fundamental” ou “Fundamental Menor”** (que vai do 1º ao 5º ano) e o **Fundamental II**, também chamado de **“Anos Finais do Ensino Fundamental”** ou **“Fundamental Maior”** (do 6º ao 9º ano).

Pesquisa da Matemática) ocorrido em Belém naquele ano, no Instituto Federal do Pará (IFPA), no qual professores/pesquisadores do GEDIM expuseram trabalhos que possibilitavam a utilização de softwares educacionais gratuitos no ensino da matemática, fez despertar o interesse pela busca de pesquisas sobre tecnologias digitais para o ensino-aprendizagem da matemática e, consequentemente, a aspiração por uma vaga no Curso de Mestrado em Educação Matemática.

Nesse contexto, com a intenção de adentrar em um trabalho acadêmico-científico, houve o ingresso ao mestrado acadêmico no ano de 2020, voltado à formação de professores, iniciando-se uma pesquisa sobre uso de tecnologias digitais no contexto de ensino da matemática. Tal pesquisa, objetivava desenvolver estudos que ajudassem futuramente os docentes do ensino fundamental I no que diz respeito ao sistema de numeração decimal e as operações fundamentais de soma e subtração, por meio do *software Scratch*[2]

Portanto, pensando em ir além de intervenções locais em sala de aula, o trabalho dissertativo propõe avançar em direção a estudos que corroborem também com a formação continuada de professores dos anos iniciais com a perspectiva de contribuir com a educação básica, em especial com os docentes daquele município. Nesse sentido, a ideia inicial era promover uma formação continuada por intermédio de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), utilizando a linguagem de programação *Scratch* mediada pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), porém, analisou-se que o tempo seria insuficiente para a aplicação desse dispositivo metodológico. Além disso, devido aos acontecimentos inesperados de isolamento/distanciamento social ocorridos a partir do início do ano de 2020, em razão da pandemia de corona vírus, houve em comum acordo com o orientador uma mudança.

Essa alteração trouxe à pesquisa uma nova configuração, sendo determinado nela, o estudo da dimensão epistemológica do problema didático, com ênfase na construção do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na análise da dimensão ecológica, bem como, algumas inferências sobre a dimensão econômica, ficando para estudos futuros, uma pesquisa mais aprofundada da dimensão econômica institucional e a aplicação do MER, com o objetivo de se constituir um Modelo

[2]*SCRATCH* é um *software* educacional desenvolvido pelo projeto Liflong Kindergarten Group do M.I.T., que cria animações e auxilia no raciocínio lógico, uma vez que usa programação com linguagem em bloco, próprias para alunos em idade escolar.

Epistemológico Alternativo (MEA) mediado pelo desenvolvimento de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) voltado à formação de professores.

Portanto, a motivação pelo ingresso no curso de pós-graduação perpassa pela preocupação do ensino da matemática em sala de aula, como já mencionado, mas também pelo desejo de futuramente contribuir com a formação continuada de professores dos anos iniciais, pois percebeu-se uma defasagem no ensino da disciplina, no que se refere ao SND e operações fundamentais e, isso deve-se em parte, pela má formação inicial dos profissionais do ensino fundamental menor, uma vez que estudos apontam que o conhecimento matemático desses professores apresenta falha, pois a maioria deles são oriundos dos cursos de pedagogia e nesse curso, segundo Alves e Cavalcante (2017), Curi (2004), o contato com os conhecimentos Matemáticos é considerado insuficiente, fato que se evidencia desde os cursos de formação de professores das Escolas Normais até os dias atuais.

Além disso, parte dos futuros profissionais da pedagogia, procuram o curso por não apresentarem muita afinidade com a matemática, dessa maneira usam a área como uma possível fuga para longe dessa disciplina. Nessa direção, as autoras destacam que “A prática do Ensino da Matemática vem sendo considerada por muitos pedagogos como um enorme desafio, pois muitos escolhem equivocadamente essa área por supor que não vão precisar estudar a Matemática” (ALVES; CAVALCANTE, 2017, p.4). Afirmam ainda, que para graduandos dos cursos de Pedagogia de modo geral, é notório o “medo” como também, as “incertezas” que demonstram quando se trata de ensinar Matemática, o que para elas é compreensível dada a trajetória escolar que tiveram com os conteúdos dessa área de conhecimento.

Para Curi (2004), a Matemática no curso de pedagogia, é pouco enfatizada até mesmo nos conteúdos básicos a serem estudados pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, ela destaca que “em alguns momentos da história, sequer havia a disciplina de Matemática nos cursos de formação de professores” (CURI, 2004, p. 76). A autora afirma ainda, que a consequência disso é notadamente visível na atuação desses profissionais em sala de aula. Nesse contexto, tais afirmações contribuíram com a sondagem realizada nas turmas de 6º ano, descrita inicialmente, que revelaram um baixo rendimento da maioria dos discentes, e isso poderia de fato estar relacionado com a má formação inicial dos professores que atuavam anteriormente naquelas turmas.

Assim sendo, mediante a preocupação com a aprendizagem dos alunos, fez-se necessário, um olhar atento à qualificação profissional daqueles que conduzem o ensino dos anos iniciais e nesse âmbito, propor, a partir dos modelos Epistemológicos de Referências de Sierra (2006)[3] e Brandt (2005), a construção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) híbrido que possibilitasse a realização do estudo da Dimensão Econômica Institucional referente ao Sistema de Numeração Decimal (SDN) e as operações de soma e subtração, bem como, a análise da dimensão ecológica, e assim, conduzir futuramente esse modelo na aplicação de uma formação continuada de professores por meio de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), com o intuito de que este possa tornar-se um modelo Epistemológico Alternativo (MEA), objetivando agregar novos saberes ao equipamento praxeológico (EP) daqueles profissionais, em relação aos objetos matemáticos supracitados.

Este trabalho, fundamenta-se em termos teóricos e metodológicos em Chevallard (1999,1999a, 2007, 2009), Almouloud (2008, 2018) e outros. No aspecto da Tecnologia Digital, ancora-se principalmente em Seymour Papert (1980, 1985), Resnick (2007, 2009), Balacheff (1994), assumindo desse modo, a seguinte questão de pesquisa **Q: Quais praxeologias matemáticas devem ser mobilizadas na constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) Para o Sistema de Numeração Decimal Voltado ao Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch?** Traz como objetivo Geral: Constituir um Modelo Epistemológico de Referência (MER) a partir de dois Modelos já existentes para tratar do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações fundamentais de soma e subtração, com o auxílio do *software Scratch*.

Para auxiliar na construção do objetivo principal, traz como objetivos Específicos: I) Identificar nos modelos de referências que ajudarão esta pesquisa, as características que servirão para compor o modelo híbrido; II) Construir a partir de tais características, atividades com o auxílio do software Scratch para a composição do modelo híbrido; III) Apresentar o MER como possibilidade de Modelização para o

[3] O referido pesquisador é reportado ao longo deste trabalho como “SIERRA (2006)”, pois foi adotado a referência que este utiliza em seus trabalhos científicos, ou seja, o penúltimo sobrenome. No entanto, no capítulo destinado às referências, no final desta pesquisa, ele é descrito como “DELGADO (2006), em consonância as normas da ABNT.

ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND) e as operações de soma e subtração com o auxílio da linguagem *Scratch*.

Este trabalho estrutura-se em 8 capítulos contendo subseções, sendo o primeiro: A introdução, onde foi abordado a problemática que motivou a investida deste autor ao curso de mestrado, bem como, a questão de pesquisa e os objetivos. O segundo capítulo, intitulado: “O uso das TICs na Educação Básica”, em que será abordado a evolução e a importância do uso das tecnologias digitais no ensino, mediadas por argumentações de autores e documentos oficiais que trazem contribuições importantes, justificando o uso do objeto tecnológico digital nesta pesquisa. Nele contém também a seção com título: “O Scratch como Recurso Tecnológico e Pedagógico no Ensino”, que evidenciará o uso do Software Scratch com suas principais características e potencialidades para o ensino das disciplinas escolares, sobretudo, o ensino da matemática.

O capítulo três, trará a “Revisão da Literatura”, realizada em bancos de teses e dissertações nacionais e estrangeiras, com o intuito de clarificar o uso do scratch como ferramenta potencialmente envolvida, não apenas no aprendizado de programação para crianças e jovens, mas também, no ensino e aprendizagem da matemática. O capítulo quatro mostrará de forma breve os “Aspectos Metodológicos”, trazendo uma introdução de como se pretende construir o MER híbrido a partir dos Modelos de Sierra (2006) e Brandt (2005), mediante o estudo da dimensão Epistemológica destes, além de abordar uma visão geral sobre o estudo das três dimensões do problema didático desta pesquisa: A dimensão Epistemológica, a dimensão Econômica Institucional e a dimensão Ecológica.

O capítulo cinco intitulado: “Da Transposição Didática e Informática à Teoria Antropológica do Didático (TAD), dividido em três seções, será retratado o aporte teórico e metodológico que sustenta este trabalho dissertativo, iniciando pela primeira seção que traz um breve histórico da Teoria da Transposição Didática (TD) e seus elementos constitutivos. A segunda, que vem abordando as nuances da Teoria da Transposição Informática (TI), evidenciando sua estrutura e correlação com a TD e, finalmente a terceira seção “A Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Dialética das Mídias e Milieux, conduzindo os elementos integrantes da teoria, focando as Dialética das Mídias e Milieux como suporte essencial para a composição do Modelo Epistemológico de Referência (MER) com o auxílio do software Scratch.

O capítulo seis, abordará “Um breve Olhar Histórico e Epistemológico da Contagem Numérica e do Sistemas de Numeração Decimal”. Nele será mostrado o processo histórico e evolutivo da contagem à formação de alguns dos primeiros sistemas de numeração, enfatizando o estudo do Sistema de Numeração Decimal (SDN) ou Indu-arábico.

No capítulo sete, cujo título é “Modelos Epistemológicos”, serão abordadas três seções, sendo a primeira reservada ao estudo do modelo epistemológicos de Brandt (2005), e a segunda, o de Sierra (2006), que juntos darão o suporte necessário para a constituição, na terceira seção, do Modelo Epistemológico de Referência (MER) desta pesquisa, ou seja, o MER híbrido. Nessa última, serão destacados, além desse modelo, as organizações praxeológicas constituídas a partir dele, contendo as modelizações das atividades por meio da tecnologia digital. Será mostrado também, uma subseção com uma breve discussão encaminhando a justificação tecnológica e teórica a respeito da constituição do MER híbrido.

Finalmente, o capítulo oito, trará as considerações finais, destacando algumas análises sobre o estudo e a construção do MER híbrido neste trabalho dissertativo; as expectativas relativas a estudos futuros, sobretudo, da dimensão econômica institucional e da constituição do PEP que possibilitará o surgimento do MEA.

O próximo capítulo inicia-se com o estudo e a justificação do uso das TICs na educação básica, sobretudo, do tecnológico digital em contexto de sala de aula.

2. O USO DAS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÕES E COMUNICAÇÕES (TICS) NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O termo TICs foi usado primeiramente pelo Britânico Dennis Stevenson, em 1997, e promovido pela documentação do Novo Currículo Britânico em 2000, para referenciar as Tecnologias de Informações e Comunicações (RODRIGUES, 2017). O conceito de TICs foi amplamente disseminado pelo mundo com a popularização da internet. Para esse autor, a expressão remete a todo e qualquer tipo de tecnologia que trate informação e auxilie na comunicação, podendo ser na forma de hardware, software, rede ou telemóveis em geral. Nesse sentido, o autor ressalta ainda, que as TICs representam um mundo de possibilidades e vem sendo essencial para o desenvolvimento na educação, mas sobretudo na indústria.

No contexto das TICs, Leite e Ribeiro (2012), descrevem que quando os primeiros computadores começaram a ser instalados nas escolas de vários países, na década de 1970, a referência ao uso deles era como "computadores na educação". À medida que a evolução tecnológica avançava, acompanhando os computadores, chegaram às escolas os periféricos, ou seja, as impressoras, *drivers* externos, *scanners* e as primeiras câmeras fotográficas digitais. Para os autores, o conjunto composto por todos esses equipamentos passou a ser identificado como tecnologia de informação, ou TI. Quando a Internet chegou às escolas, junto com computadores em rede, a *World Wide Web* (Rede mundial de computadores), o *e-mail* e as ferramentas de busca, uma nova expressão foi cunhada: TICs, as iniciais de Tecnologias de Informação e Comunicação, referente à pluralidade de tecnologias (equipamentos e funções) que permitem criar, capturar, interpretar, armazenar, receber e transmitir informações (LEITE; RIBEIRO, 2012).

Assim, observa-se ao longo das últimas décadas que o uso das tecnologias digitais na educação vem ganhando espaço e, de forma gradual agrega a simpatia de docentes e pesquisadores da educação que vêem na tecnologia um potencial pedagógico capaz de melhorar e auxiliar o ensino escolar. As ferramentas digitais evidenciaram-se nos últimos anos, principalmente pelo desenvolvimento crescente de plataformas educacionais, bem como, pelo surgimento e o uso de aplicativos e softwares pautados em metodologias ativas e na gamificação que incentivam grupos de alunos e professores a usarem tais metodologias, principalmente em países mais desenvolvidos.

O termo gamificação, do inglês *gamification*, tem sido uma grande aposta como elemento educativo no século XXI em qualquer fase do ensino. A gamificação pertence ao grupo de metodologias ativas de aprendizagem e no processo pedagógico significa adotar a lógica, as regras e o design de jogos (analógicos e/ou eletrônicos) para tornar o aprendizado mais atrativo, motivador e enriquecedor. A gamificação está entre as estratégias mais eficazes para potencializar o aprendizado e proporcionar engajamento dos alunos com o curso e com a própria instituição.

Assim sendo, no contexto de avanço tecnológico, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que:

> Há que se considerar, ainda, que a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas. Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores (BRASIL 2017, p.59)

O texto enfatiza também, que a participação ativa dos jovens tem evidenciado cada vez mais um protagonismo na cultura digital que envolve diretamente novas formas de interações tecnológicas, no entanto, esse documento, aponta também para a necessidade de um olhar pedagógico ativo para que a atuação dessa clientela seja produtiva e responsável, haja vista que mudanças sociais e culturais impõe à escola grandes desafios e, portanto, um papel relevante em relação à formação das novas gerações. Alinhado a esse pensamento, o professor deve assumir o protagonismo na mediação entre a tecnologia e o aprendizado, sendo participativo no desenvolvimento de projetos que busquem relações pertinentes entre as tecnologias e o ensino, propondo metodologias que corroborem de forma reflexiva no estudo dos objetos de ensino, contribuindo dessa forma para uma atitude crítica entre o ensino e as mídias digitais.

No Brasil, embora até o momento, haja poucas ações em larga escala para o desenvolvimento do ensino à luz das tecnologias digitais, diferentemente de países desenvolvidos. Aos poucos surgem projetos em contextos tecnológicos, seguindo exemplos de nações como Inglaterra, Itália, Espanha, Portugal, Países Baixos, Dinamarca, Austrália e outros que são referências no assunto, e já trazem em sua maioria, disciplinas ligadas a TICs em seus currículos oficiais e, através do uso da programação em linguagem de blocos, inserem crianças a partir do ensino fundamental menor, no mundo digital.

No contexto brasileiro, as justificativas para o uso de tecnologias digitais aparecem em documentos oficiais. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN (BRASIL,1996) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), apontam que o docente da educação básica precisa lançar mão a estratégias metodológicas que possibilitem um ensino-aprendizado de qualidade e, nesse sentido, os textos incentivam o uso de TICs aliadas a boas propostas pedagógicas. Segundo a BNCC:

> O estímulo ao pensamento criativo, lógico e crítico, por meio da construção e do fortalecimento da capacidade de fazer perguntas e de avaliar respostas, de argumentar, de interagir com diversas produções culturais, de fazer uso de tecnologias de informação e comunicação, possibilita aos alunos ampliar sua compreensão de si mesmos, do mundo natural e social, das relações dos seres humanos entre si e com a natureza (BRASIL, 2017p.56).

Nesse sentido, uma das formas de se alcançar tais objetivos, pode estar em um trabalho de natureza interativa/ativa, capaz de inserir o aluno no mundo da compreensão, possibilitando a ele o desenvolvimento de habilidades cognitivas, bem como do raciocínio lógico e dedutivo. Nesse contexto, estudos apontam que a tecnologia digital quando relacionada ao ensino, mediante uma proposta pedagógica, é capaz de potencializar esses aspectos, tornando-se uma importante aliada da matemática e de outras disciplinas na medida em que sua proposta metodológica busque evidenciar o estudo dos conceitos e dos objetos disciplinares.

Resnick (2007) e Papert (1980), ressaltam que a utilização de tais suportes podem corroborar ativamente para o desenvolvimento de habilidades cognitivas que ajudam os discentes no raciocínio lógico e dedutivo, importantes por exemplo, no aprendizado de conceitos matemáticos. Papert (1980) traz a idéia de que a tecnologia pode mudar a maneira como as crianças aprendem matemática, assim como, o pensamento de que elas podem aprender matemática de maneiras diferentes.

A vista disso, o momento vivenciado recentemente, desencadeado pela pandemia, evidenciou que os recursos tecnológicos são importantes na tentativa de suprir as demandas educacionais. E embora, em determinadas regiões seu acesso seja insuficiente e alguns casos inexistentes, o uso das tecnologias digitais e o acesso à internet são comprovadamente essenciais, mostrando que o ensino vem de forma gradativa cada vez mais integrando-se a um novo paradigma em que o uso de softwares e plataformas digitais seguem uma tendência, deixando de ser uma opção, passando a ser uma necessidade diária. Além disso, o mundo pós-pandemia abre o espaço para uma educação híbrida, em detrimento daquela exclusivamente presencial, o que pressupõe cada vez mais a utilização crescente de tais recursos no ensino.

Esse novo contexto vivenciado por todos, impõe, portanto, estratégias com ferramentas que possibilitem o aluno avançar nos estudos com o mínimo de prejuízo possível, forçando o ensino a trilhar caminhos diferentes do habitual. Nesse sentido, Vieira, Martins e Gonçalves (2012), sinalizam a necessidade de um olhar atento ao papel das TICs na Educação, revelando-as como verdadeiros instrumentos de mediação de aprendizagem de professores e alunos ao longo da vida, ressaltando a importância, não apenas do uso, mas também da apropriação de tais ferramentas para o ensino.

Assim sendo, o uso das TICs, em especial as tecnologias digitais, se alinhadas a boas estratégias pedagógicas, podem ser capazes de auxiliar o professor na promoção de um ensino de qualidade, possibilitando meios e apontando novas saídas. Desse modo, o professor deve estar atento às novas possibilidades, já que ele é o principal mediador do processo de ensino e aprendizagem, sendo, portanto, relevante dar um passo a mais na busca de qualificação e apropriação de ferramentas tecnológicas que tragam benefícios ao aluno, haja vista que o uso de tecnologias digitais hoje, é algo corriqueiro para boa parte de crianças e jovens em idade escolar, os chamados “nativos digitais”.

Portanto, traçar metas educacionais à luz das TICs, é um movimento importante e necessário para suprir algumas demandas de um ensino em constante mudança, pois o dinamismo e a rapidez com que as informações avançam através das redes sociais, fomentam ainda mais o crescimento dessas inovações, criando um ciclo que se retroalimenta, fato que não pode ser ignorado por educadores, pois em determinadas situações, quando o ensino não acompanha esses avanços, podem surgir conflitos, falta de interesse e o aumento do déficit escolar. Sendo assim, as TICs podem ser encaradas como um veículo de propensões metodológicas para aquele docente que lança mão a esses recursos, buscando por exemplo, projetos educacionais com o auxílio de software, não como uma opção paliativa, mas uma oportunidade a ser pensada como uma alternativa para formação crítica.

A próxima seção trará o estudo do *software Scratch* evidenciando suas principais características e potencialidades no ensino, em especial, o da matemática.

2.1. O SCRATCH COMO RECURSO TECNOLÓGICO E PEDAGÓGICO NO ENSINO

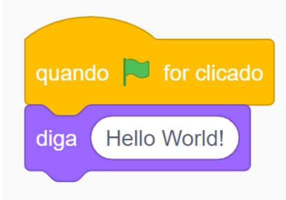
Como a educação é tão dinâmica quanto o próprio homem, o ensino e a aprendizagem hoje exigem ações diferentes daquelas efetivadas a algumas décadas em que o professor era o único detentor do conhecimento, enquanto o aluno assumia um papel de receptor, sendo passivo no processo. Na atualidade, professores e alunos estão envolvidos em uma sociedade complexa, em que a informação e a inovação andam na palma da mão. Por tais motivos, a educação vigente direciona em seus documentos oficiais que o profissional da educação seja capaz de acompanhar esse processo continuamente dinâmico, envolvendo em sua prática docente, aptidões para o uso e a inclusão de certos recursos no contexto educacional.

Um desses recursos, é o *software Scratch* que tem potencialidades para o ensino da matemática e de outras disciplinas escolares. O uso desse objeto digital, pode trazer diversas vantagens, por ser livre e gratuito, por possuir uma linguagem de programação em blocos, o que facilita seu uso, além de ter uma comunidade de apoio que incentiva o compartilhamento de projetos no mundo inteiro, facilitando o ensino e o aprendizado através de trocas de experiências. Além disso, pesquisas trazem evidências de que essa ferramenta, tem ampliado o raciocínio lógico e dedutivo de crianças e jovens, melhorando a percepção do aluno na resolução de problemas em sala de aula.

2.1.1. O que é o *Scratch*?

O Scratch é um software de código aberto, ou seja, o usuário pode baixar, examinar e alterar o código conforme queira. É uma linguagem de programação visual, portanto, basta arrastar blocos para dentro da área de programação, diferentemente da maioria das linguagens de programação que são baseadas em textos, onde os dados são transmitidos ao computador por intermédio de programas com comandos escritos (MARJI, 2019), (VARELA; PEVIANI, 2018). O Quadro 1, traz o exemplo da frase *“Hello World!* “em diferentes linguagens de programação.

Quadro 1: “Hello World!” nas Linguagens: C, Python, Java e Scratch

LINGUAGEM C++	LINGUAGEM PYTHON	LINGUAGEM JAVA	LINGUAGEM SCRATCH
Std::cout <<“Hello World!” << Std::endl	print "Hello World!"	System.out.print(“Hello World!”)	 **Fonte: do autor**

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Em todas as linguagens o resultado é o mesmo, “*Hello World!”*, no entanto, no scratch o diferencial é que além da representação ser em blocos, o resultado é sempre ilustrado por um personagem (chamado ator), conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1: Mascote oficial do Scratch

Fonte: *Software Scratch* (2021).

O Scratch foi desenvolvido em 2007 pelo projeto Lifelong Kinder Garden Group do M.I.T. (Massachussetts Institute of Technology), por ser um *software* educacional, permite que crianças, jovens e adultos criem histórias, jogos e animações. É a ferramenta de aprendizagem de programação mais difundida do mundo, sendo usado em mais de 150 países, traduzida hoje para mais de (70) idiomas. A interatividade e o espírito coletivo que este programa oferece, bem como, a amplitude de sua abordagem, chamou a atenção de outras disciplinas, além de sua disciplina principal, a ciência da computação. Professores de matemática, Física, história, geografia dentre outras, criam projetos com seus alunos e compartilham na plataforma, onde podem ser utilizados e remixados por outros usuários dando uma abrangência global em termos de compartilhamento.

Segundo Souza e Costa (2018), remixar, na plataforma Scratch, significa copiar a aplicação desenvolvida por outro usuário, modificá-la e adaptá-la de acordo com seus interesses. Essa prática não só é permitida, mas é incentivada pela plataforma. Ao fazê-la, a produção original do usuário permanece salva e inalterada em sua conta pessoal, ao passo que é criada uma cópia na conta do usuário que faz a remixagem. Vale ressaltar que tudo que se publica na plataforma Scratch é disponibilizado online para qualquer usuário visualizar, utilizar e remixar.

A criação de animações auxilia os alunos no raciocínio lógico, uma vez que utiliza a programação com linguagem em bloco, próprias para alunos em idade escolar.

Como já mencionado, o Scratch torna-se interessante também por possuir uma linguagem de programação livre e gratuita. Ele está disponível em sua plataforma através do site https://scratch.mit.edu, nele encontra-se uma ampla variedade de projetos de mídia interativa - animações, histórias, jogos, acessíveis a pessoas do mundo inteiro em uma comunidade online. Segundo informações obtidas no próprio site, desde o seu lançamento em maio de 2007, o Scratch alcançou milhões de pessoas em todo o mundo que criaram e compartilharam mais de 50 milhões de projetos, mostrando que uma de suas principais características é a facilidade e acesso, permitindo que os interessados em todo o mundo comecem seus estudos em programação.

Para Marji (2019), Severo (2020), Varela e Peviani (2018), o *software* utiliza uma interface gráfica com blocos que se ajustam de forma lógica, tornando-se portanto mais fácil aprender programação por meio dele. Aliás, segundo esses autores, essa foi a ideia de seu principal desenvolvedor, Mitchel Resnick[4], quando em 2007, influenciado por Seymour Papert[5] e a teoria Construcionista, queria tornar a linguagem de programação popular e acessível, expandindo o conceito de linguagem de bloco ao ambiente escolar da educação básica, fazendo com que as crianças a partir de 8 anos de idade aprendessem programação. Nesse contexto, nasceu o

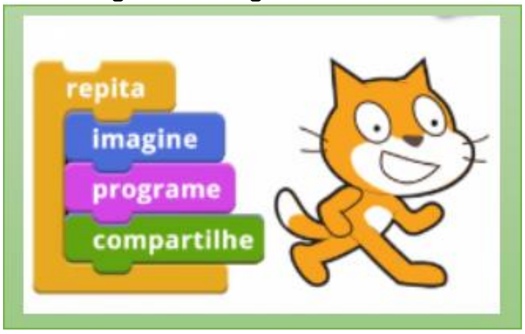
---

[4]Professor e pesquisador do grupo *Lifelong Kindergarten* no Laboratório de produção de mídias do Instituto de Tecnologia de *Massachusetts*(MIT). Disponível em:<https://news.mit.edu/2006/full-professors-1004>. Acesso em: 20 maio 2021

[5]Nasceu em 1928 em Pretória, África do Sul. Formou-se na Universidade de *Cambridge*, onde desenvolveu pesquisas matemáticas em 1954 e 1958, optando pelo doutoramento nesta mesma área. Entre os anos de 1958 a 1963 trabalhou na *University of Geneva* juntamente com Jean Piaget. Seymour Papert, foi um teórico da aprendizagem e fundador do aprendizado Construcionista. Mudou-se para os EUA onde foi um membro fundador do corpo docente do *MIT Media Lab*. Disponível em <https://news.mit.edu/2016/seymour-papert-pioneer-of-constructionist-learning-dies-0801>. Acesso em: 20 maio 2021

scratch com slogan baseado em três princípios: imagine, programe e compartilhe, conforme ilustrada na Figura 2.

Figura 2: Slogan do Scratch



Fonte: Castro (2017, p.39)

Por ter seu design de sintaxe baseado em jogos de construção, como o Lego, seu desenvolvimento torna-se mais acessível à lógica de programação, possibilitando que o usuário construa projetos agrupando os blocos gráficos como se fossem peças de um quebra-cabeça, além disso, para facilitar a interatividade, os blocos possuem padrões de cores, e as estruturas de programação e as ações podem ser realizadas dentro do programa com comandos: mova um objeto, reproduzir um som, etc. Devido suas formas diferentes, existem peças que podem ser unidas e outras não, nesse sentido, unindo peças onde o encaixe é possível, estruturas de programação são construídas sintaticamente corretas (SEVERO 2020).

Embora, o *Scratch* tenha sido criado inicialmente com a intenção de inserir crianças e jovens no mundo da programação, sua utilização foi muito além dessa fronteira, incentivando pessoas de todas as idades em comunidades escolares e de fora dela, bem como, professores de outras áreas da educação que não têm ligação com a ciência da computação ou informática.

Sua estrutura em linguagem de blocos teve inspiração na programação LOGO[6], desenvolvida por Seymour Papert na década de 60, e no LEGO[7]. Por ter uma interface

---

[6] O Logo, foi a primeira linguagem de programação para crianças, criada por Seymour Papert no final da década de 60. As crianças usaram o Logo para programar os movimentos de uma “tartaruga” - seja na forma de um pequeno robô mecânico ou de um objeto gráfico na tela do computador. (https://el.media.mit.edu/logo-foundation/what_is_logo/history.html). Acesso em: 22-05-2021].

[7]Jogo composto por várias peças de plástico que se encaixam umas nas outras e que permitem a realização de vários tipos de construções. O LEGO é fabricado pela LEGO *Company*, fundada em 1932 e sediada em *Billund*, Dinamarca, é uma das maiores fabricantes de brinquedos do mundo, com sede em 30 países. A empresa moldou mais de 200 bilhões de peças de plástico para construção nos últimos 50 anos. (https://news.mit.edu/1999/lego). Acesso em: 22-05-2021.

quase intuitiva, utilizando blocos encaixáveis, alguns países desenvolvidos já vêm utilizando o *Scratch* como parte da grade curricular de ensino, mostrando para crianças a ciência da computação desde cedo. Com isso, os alunos começam criar projetos escolares mediados pelos professores em sala de aula e de forma independente, sendo possível a construção de variados projetos em diversos assuntos e disciplinas, tornando-se interessante para o aluno, uma vez que possui um ambiente que utiliza elementos lúdicos (personagens, cenas, animações, efeitos sonoros, músicas e gráficos etc.) permitindo a compreensão dos conceitos por meio da elaboração de narrativas, animações ou jogos em micromundos. (SEVERO, 2020; VARELA e PEVIANI, 2018)

Para Papert (1985), os micromundos são ambientes de aprendizagem exploratórios que podem ser uma linguagem onde o aluno interage e constrói o conhecimento científico, sendo essa interação a principal característica do Construcionismo, teoria desenvolvida por esse autor. Segundo o Construcionismo, os micromundos encapsulam recursos que permitem ao estudante desenvolver aprendizagem a partir de uma abordagem exploratória, depois esses aprendizes realizam novas descobertas ou simulações da realidade que o cerca. Nessa direção, os micromundos podem ter características e naturezas diferentes, podendo apresentar-se de várias formas e em diferentes domínios do conhecimento, permitindo que professores e estudantes tenham um leque de possibilidades.

Balacheff (1994, p.21) assevera que “o LOGO é o exemplo prototípico de um micromundo, capaz de fornecer ao aluno um conjunto de objetos elementares e de ferramentas primitivas a partir das quais ele pode construir objetos cada vez mais complexos à medida que progride em sua exploração.” Esse autor destaca seu interesse pelos micromundos na medida em que estes permitem criar as condições para uma aprendizagem precisa. Para ele, o micromundo se desenvolve na proporção em que o conhecimento do aluno evolui, sendo essa uma característica fundamental dos micromundos, permitindo a construção de objetos cujas propriedades serão manifestadas por manipulação de seus constituintes básicos.

De modo geral, esses micromundos da Matemática protagonizados pela “tartaruga” e orientados pelos comandos da linguagem LOGO, apresentavam um aspecto interessante, pois os alunos aprendiam, por exemplo, os conceitos geométricos e, quando erravam algum comando, isso não era interpretado pelo *software* como um erro a ser corrigido imediatamente, como em aula convencional de

Matemática. Aliás, o termo utilizado era *bug*, pois o erro não é empregado na linguagem LOGO. Nesse contexto, o aluno era estimulado a estudar o problema e eliminá-lo, através do processo chamado *debugging*, analisando por que ocorreu o *bug,* procurando encontrar uma solução para ele, assim sendo, o erro passa a ser visto como parte do processo de aprendizagem e não como algo negativo.

Essa mesma ideia foi herdada pelo *Scratch*, que traz em sua filosofia a visão de que os “erros” são entes que possibilitam a (re)construção de saberes, mediante aspectos colaborativos. A vantagem da colaboratividade e divulgação, é um fator motivador para o usuário deste *software*, pois além de seu site oficial, outras comunidades *online* como: *Hour of Code* (Hora do código), ajudam no desenvolvimento e compartilhamento de projetos através de várias iniciativas, levando o ensino de programação para crianças de todo o mundo, utilizando o Scratch e outras ferramentas digitais. Nessa direção, pesquisas evidenciam a utilização do *scratch* desde o ensino fundamental I até o nível superior e mostram a potencialidade dessa ferramenta no processo de ensino e aprendizagem da matemática, Física, ciências, língua portuguesa, geografia Inglês e outras, com a vantagem de que o aluno não precisa necessariamente saber programar.

2.1.2. Ambiente de Criação *Scratch*

O acesso ao *Scratch* é feito por meio do site: *https://scratch.mit.edu*, onde o usuário terá a visão da página inicial, contendo a barra de tarefas (Criar, Explorar, Dicas, A cerca ou Sobre, Pesquisa, Aderir ao Scratch e Entrar). Conforme mostra a Figura 3.

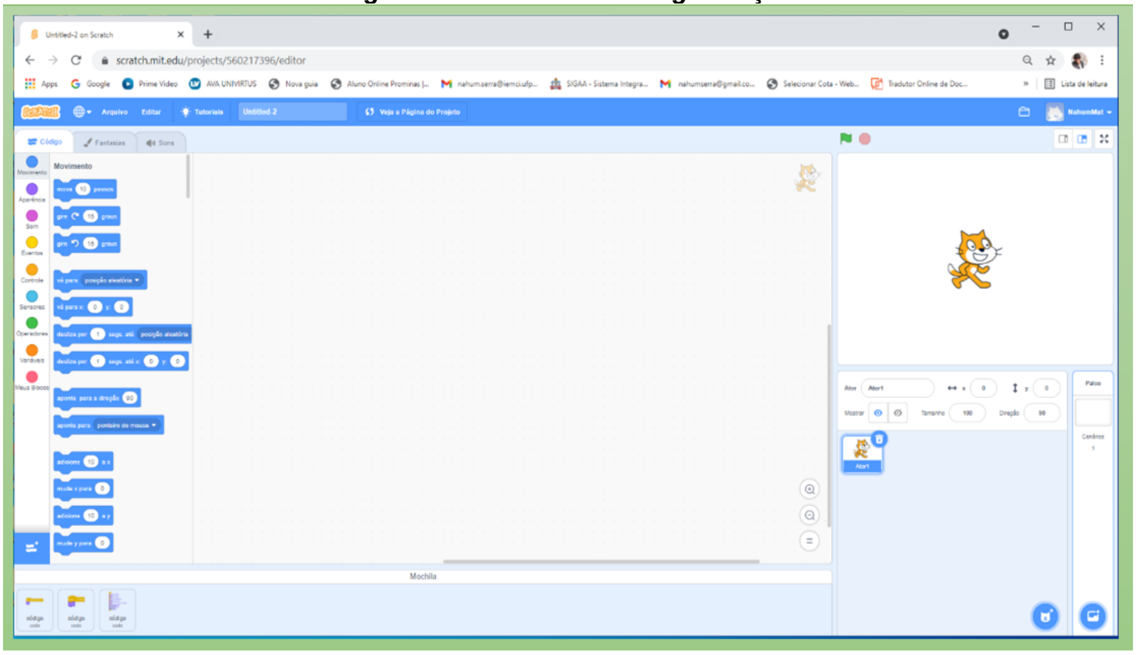
Figura 3: Página Inicial

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Na barra superior, o usuário pode obter dicas e informações sobre os projetos, as comunidades virtuais, informações aos pais, professores e outros. Ao acessar o site de navegação do scratch, ele poderá fazer o cadastro de forma rápida e gratuita na aba “Aderir ao *Scratch*”.

Segundo o site *Wiki-Scratch*, o software funciona de maneira *online e offline*. Atualmente a última versão (terceira) do *software* corresponde à 3.0 (Figura 4) lançada em 2 de janeiro de 2019. Essa nova atualização possui um novo sistema de dicas com vídeos curtos e instruções passo a passo. Ela corrigiu muitos erros existentes no *Scratch* 2.0, é compatível com muitos dispositivos móveis, permitindo que os usuários criem a partir de uma variedade maior de locais.

Figura 4: Ambiente de Programação



Fonte: *Software Scratch* (2021).

Os idiomas disponíveis podem ser mudados clicando no ícone representado por um globo localizado no topo da página do editor de texto (ambiente de programação), ou no rodapé da página. A linguagem de programação e o site do *Scratch* foram traduzidos com ajuda de tradutores voluntários de todo o mundo. Isso é de grande relevância, pois permite que mais pessoas tenham acesso ao software. No ambiente de programação, na parte reservada à criação, estão as ferramentas para a elaboração de projetos de narrativas, animações ou jogos, disponíveis de forma integrada ao ambiente apresentado no navegador do software. Em sua versão *online,* o Scratch apresenta a forma mais atual, existindo pouca diferença de recursos entre esta e a versão *offline*. As versões anteriores foram:1.4, criada em 2007 e a 2.0, criada em 2013, ilustradas na Figura 5.

Figura 5: Versões Anteriores do Scratch

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Além da versão online, existe a versão para *download* disponibilizado diretamente pelo site: http://scratch.mit.edu/download (figuras 6).

Figura 6: Página de download do Scratch

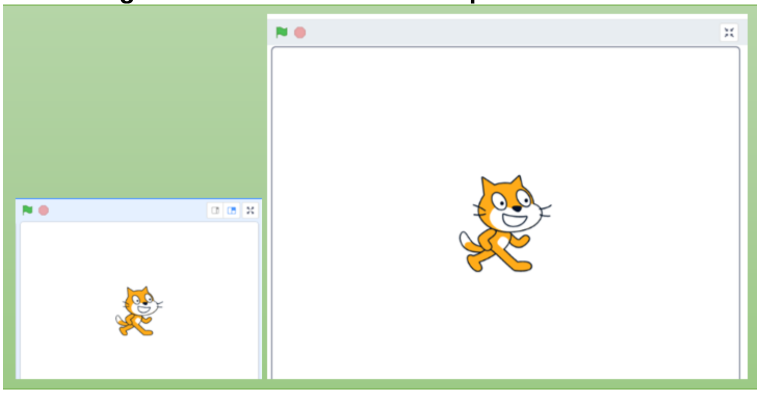
Fonte: *Software Scratch* (2021).

O *Scratch* se apropria da metáfora do teatro, por isso contém termos como: palco, script, ator e cenário. Nesse sentido, tomando como base a figura 2 descreve-se os seguintes elementos:

2.1.3. O Palco

É a área onde tudo acontece, é o local onde é apresentado o resultado da execução do projeto criado pelo usuário, conforme mostra a Figura 7 ilustrando o palco em sua forma normal e ampliada.

Figura 7: Versão normal e ampliada do Palco

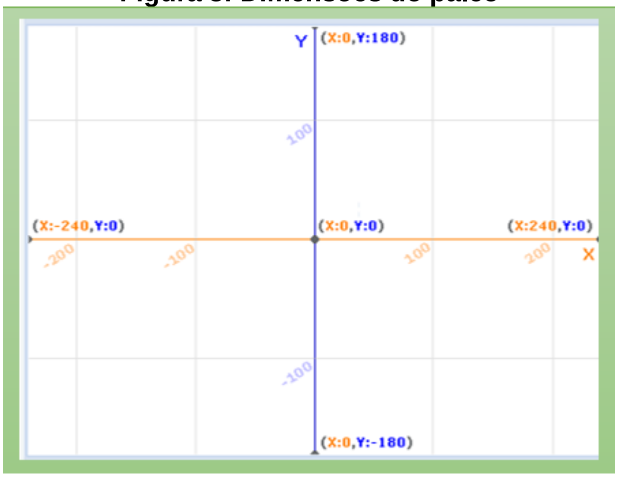


Fonte: ***Software Scratch*** **(2021).**

Nele são realizadas animações, apresentação de narrativas e jogos. A área mínima do palco é de 480 pixels de largura por 360 *pixels* de altura, mas pode ser estendida, ampliando o aspecto visual, através do botão no canto superior à direita.

O centro do Palco é definido pelo ponto (X:0 e Y:0), trata-se do eixo cartesiano, onde do centro para cima, apresentam-se valores positivos para a coordenada "Y" e do centro para baixo, os valores negativos de "Y". Em relação à abscissa "X", o deslocamento do centro para a direita corresponde a valores positivos e, o deslocamento do centro para a esquerda, os valores negativos (Figura 8).

Figura 8: Dimensões do palco

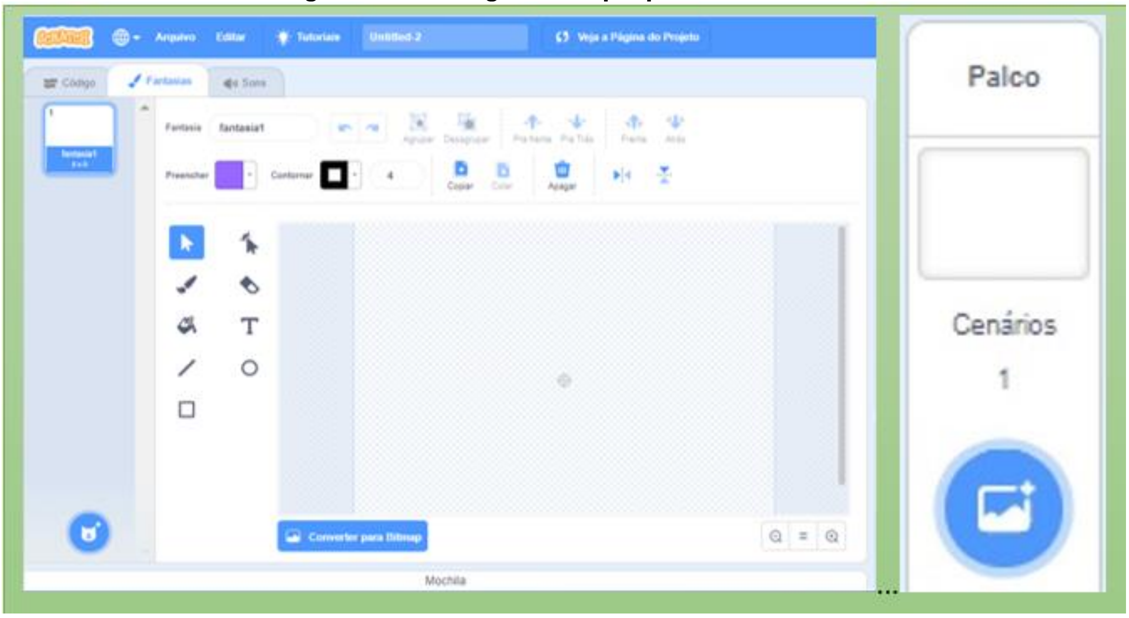


Fonte: ***Software Scratch*** **(2021).**

Ao movimentar-se o ponteiro do mouse sobre a área do palco, as coordenadas de posicionamento são apresentadas na área de rodapé do palco. Esses valores são dinâmicos, modificando-se constantemente à medida que o mouse é deslocado.

No campo logo abaixo do palco, estão as ferramentas de edição visual do cenário, como o plano de fundo, que pode ser uma imagem escolhida a partir de uma galeria, obtida a através do carregamento de uma imagem, capturada pela câmera de vídeo do computador do usuário, ou elaborada a partir do editor gráfico embutido no ambiente de Scratch, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9: Editor gráfico e propriedades do Palco

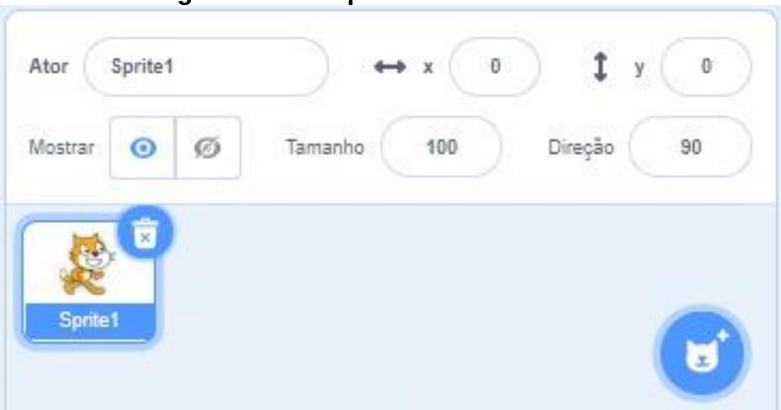


Fonte: *Software Scratch* (2021).

2.1.4. Atores

São acessados em um compartimento ao lado das propriedades do palco. Nele, pode-se adicionar os personagens que compõem as cenas dos projetos, que atuam nas narrativas, animações ou jogos criados no desenvolvimento de projetos, conforme ilustra a Figura 10.

Figura 10: Compartimento dos Atores



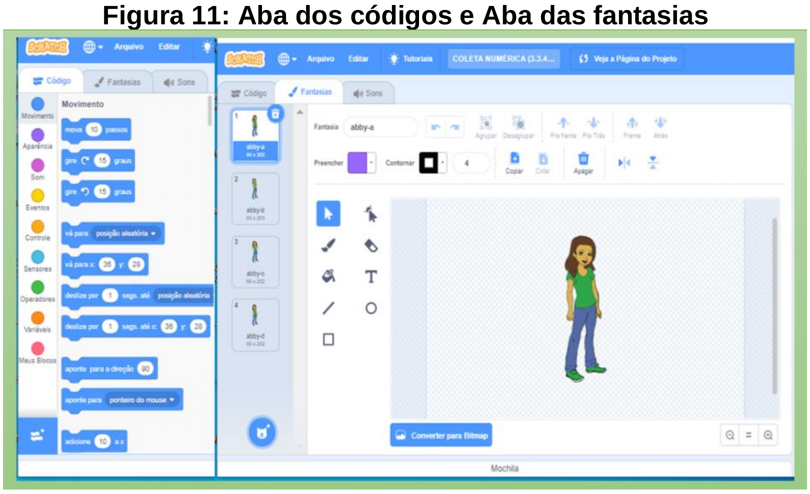
Fonte: *Software Scratch* (2021).

Assim como os cenários, atores podem ser adicionados ao palco a partir de uma galeria prévia, carregados a partir do computador do usuário, obtidos pela câmera de vídeo do computador, ou elaborados por intermédio do editor gráfico.

2.1.5. Paleta dos Blocos

Os blocos de encaixe constituem um conjunto de scripts de código de instruções organizados em categorias, de acordo com suas funções, como: Movimento, Aparência, Som, Eventos, Controle, Sensores, Operadores, Variáveis e Meus Blocos, sendo que este último permite ao usuário criar e personalizar seus próprios blocos de programação. Na paleta contendo as três abas: código, fantasias (ilustradas na Figura 11) e sons, a aba de códigos é utilizada para elaboração dos programas; a aba das fantasias contém o conjunto de imagens de um determinado ator; já a aba de sons compõe os efeitos sonoros e músicas.

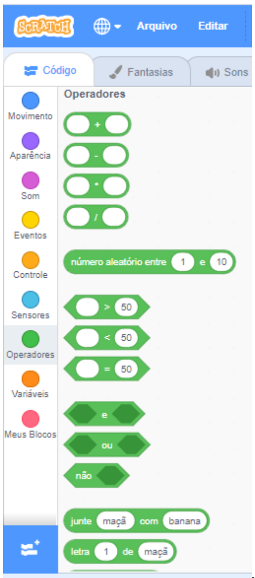
Figura 11: Aba dos códigos e Aba das fantasias



Fonte: *Software Scratch* (2021)

Na paleta dos códigos, o bloco dos operadores ilustrado na Figura 12, é uma importante ferramenta para a exploração de operações matemáticas, no campo da aritmética. Esse grupo de operadores, facilitam projetos que envolvem expressões de soma, subtração, multiplicação ou divisão de valores numéricos. “Além disso, permite também realizar operações que envolvam o cálculo do resto de operações de divisão, arredondamentos de valores fracionados etc.” (SEVERO, 2020 p.107).

Figura 12: Bloco dos Operadores



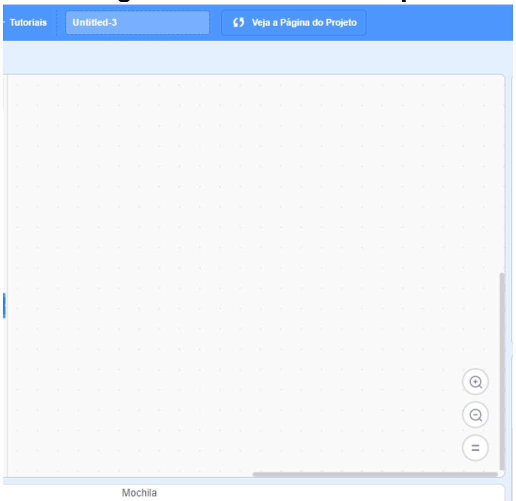
Fonte: *Software Scratch* (2021).

Esse bloco traz ainda os operadores de comparação e os operadores lógicos (com formato hexagonal), ambos relacionados a valores booleanos, ou seja, nos dois casos a resposta envolve valores do tipo: Verdadeiro ou Falso. Os operadores de comparação (> Maior, < Menor, = Igual), usa-se para determinar seu valor é maior ou menor que outro, ou precisamos saber se um número é igual ou diferente de outro. Existem 3 operadores lógicos: E (duas condições têm de ser verdadeiras), OU (exige que uma das condições seja verdadeira) e NÃO (serve apenas para inverter o valor do resultado) (VARELA; PEVIANI, 2018).

2.1.6. O Editor de script

É a área que fica ao centro do ambiente de programação, ela destina-se à elaboração dos scripts de código que são montados em blocos a partir do simples movimento de arrasto, encaixando-os uns aos outros, no sentido de unir códigos que irão representar os aspectos relacionados aos personagens e elementos presentes nos projetos criados, tais como: posicionamento, dimensões, características visuais e comportamentos (Figura 13).

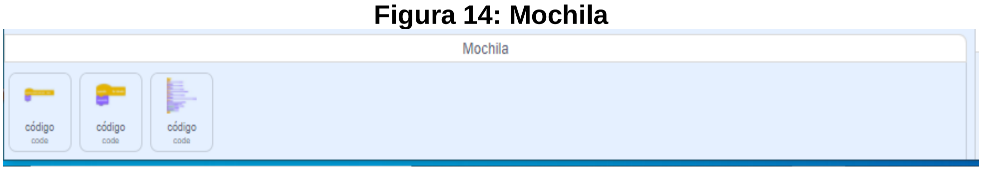
Figura 13: Editor de Script



Fonte: *Software Scratch* (2021).

Na parte inferior do Ambiente de programação, foi desenvolvido na versão *online* 3.0, o compartimento da mochila (Figura 14). Este recurso não existia nas versões anteriores, mas o *Scratch* trouxe esse conceito bastante útil e interessante, haja vista que ele permite que os scripts de código, ou elementos gráficos de diversos personagens de um projeto e, de distintos projetos, sejam reaproveitados em outros personagens do jogo, facilitando o trabalho e otimizando o tempo de elaboração.

Figura 14: Mochila



Fonte: *Software Scratch* (2021).

O próximo capítulo tratará da revisão da literatura, mostrando a utilização desta ferramenta por pesquisadores, que se empenharam em apresentar aspectos positivos e negativos relativos ao ensino, envolvendo principalmente conceitos matemáticos e o uso do *Scratch*.

3. REVISÃO DA LITERATURA

Esta pesquisa bibliográfica foi realizada com o intuito de levantar informações sobre o uso da linguagem de programação *Scratch* como ferramenta voltada ao ensino da matemática e/ou à formação de professores que ensinam matemática, procurando localizar produções nacionais e estrangeiras.

Para ter acesso às produções nacionais, a pesquisa foi realizada principalmente nos bancos de teses e dissertações da CAPES, PROFMAT, BDTD. Para as produções estrangeiras, foi acessado o banco americano de Teses ERIC, os bancos de teses espanhóis, através das plataformas *DART EUROPE* e FUNDAÇÃO DIALNET, as plataformas francesas, através de “HAL”, “TEL”, “Focus université paris-saclay” e “theses.fr”, a plataforma portuguesa “Repositório Científico de Acesso Aberto de Portugal (RCAAP)”. As buscas foram realizadas também nas plataformas Google Acadêmico e *Microsoft Academyc*, nestas últimas, apareceram tanto produções nacionais quanto estrangeiras. Em todas as pesquisas, foram considerados os trabalhos publicados no período de 2014 a 2020.

Nesse sentido, a pesquisa realizada na CAPES mostrou 184 resultados, dos quais apenas 11 estavam diretamente relacionados ao ensino da matemática. Nela foram utilizadas as palavras-chave “scratch, ensino da matemática, formação de Professores”. As buscas foram realizadas em 15 de março de 2020 e em 01 de junho de 2020. Para a obtenção dos trabalhos através da BDTD, a busca foi realizada no dia 02 de junho de 2020 e apresentou 7 resultados, dos quais 4 tiveram aproximação com o tema em questão. As palavras-chave usadas foram *“Scratch”*, ensino da matemática, formação de professores".

No Google Acadêmico a busca realizada em 30/05/2020, utilizou-se as palavras-chave “*Scratch*” “matemática” “formação de professores” pdf, mostrando 518 resultados entre teses Dissertações e artigos, dos quais foram retirados para análise 32 trabalhos, pois estes apresentavam relação com o assunto pesquisado. No Banco de Dados de Dissertações do PROFMAT, os trabalhos produzidos entre os anos de 2014 e 2020, apareceram 9 resultados. As buscas foram feitas em 15 de março de 2020 e em 03/06/2020. Para essa plataforma, os resultados só foram possíveis ao ser apresentada a palavra-chave *“Scratch”*. Outras variações, como as palavras “*Scratch*, ensino da matemática, formação de professores", *“Scratch*, ensino da matemática” ou “*Scratch* e matemática” não foi possível encontrar resultado algum.

A obtenção de resultados na plataforma *Microsoft Academyc*, nos dias 03/06/2020 e 11/07/2020, foi obtida usando as palavras-chave "Scratch, matemática, formação de professores", encontrando desse modo, 68 resultados, dos quais foram retirados 12 trabalhos que se aproximavam com a proposta desta dissertação. As buscas realizadas em bancos de teses, dissertações e artigos da plataforma *ERIC,* ocorreram no dia 04 de junho de 2020. Utilizou-se as palavras chaves "*Scratch* e matemática" obtendo-se 32 resultados, dos quais foram retirados apenas 4 contendo relação com o tema em questão. Obteve-se também 4 resultados ao ser utilizado as palavras-chave "*Scratch*, matemática e formação de professores", capturando-se desse modo, um total de 08, relativos ao tema a ser estudado.

No banco de Teses da Espanha encontrou-se através da plataforma *DART EUROPE*, 23 resultados, utilizando as palavras "scratch e o ensino de matemática ", dos quais foram retirados 4 trabalhos que possuíam aproximação com a linha de pesquisa. Na plataforma FUNDAÇÃO DIALNET, foi possível encontrar apenas 01 resultado, com as palavras chaves "programação scratch e o ensino de matemática". No banco de tese francês "HAL", encontrou-se 01 resultado com as palavras-chave "scratch e ensino de matemática". Na "TEL" usando também "*Scratch* e ensino de matemática", obteve-se 01 resultado. Nos bancos de Teses da "*Focus université paris-saclay*" e em "*theses.fr*", não foi encontrado nenhum resultado. Ocasionando desse modo, apenas 02 trabalhos para as plataformas francesas.

No Repositório Científico de Acesso Aberto de Portugal (RCAAP), a busca ordenada por relevância, foi realizada no dia 13/08/2020, inicialmente com as palavras-chave "*Scratch*, ensino de matemática, formação de professores", encontrou-se 25 documentos. Novamente com as palavras chaves: "scratch, ensino de matemática", foram encontrados 54. Usando-se a segunda opção, dos 54 resultados obtidos, inicialmente foram selecionados 19 documentos, entre teses, dissertações e artigos e, após uma análise mais criteriosa, tirando as repetições e usando aqueles que estavam mais alinhados à temática, foram selecionados 9 trabalhos.

Após uma análise prévia das 77 pesquisas catalogadas, buscou-se excluir as repetições, bem como, aqueles documentos que não tinham relações diretas com o estudo da ferramenta digital scratch e o ensino da matemática. Nesse sentido, foram contabilizados após essa triagem o total de 47 trabalhos. A partir de então, procurou-se categorizá-los inicialmente por níveis de ensino, ou seja, ensino fundamental I, ensino fundamental II, ensino médio e ensino superior. Nessa direção, foram separados teses, dissertações e artigos voltados ao contexto de ensino e formação inicial ou continuada de professores.

Desse modo, obteve-se 16 trabalhos relacionados aos anos iniciais; 17 ao ensino fundamental maior; 09 voltados ao ensino médio e 01 ao ensino superior. Além de 04 trabalhos que buscavam analisar projetos e mapear pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática com o uso do *Scratch*, na tentativa de verificar a relevância e usabilidade destes como suporte didático-pedagógico na educação básica.

Feito isso, achou-se pertinente evidenciar no Quadro 02, os trabalhos que mais aproximavam-se dos estudos propostos por esta pesquisa. Nesse contexto, foram destacadas as pesquisas voltadas ao ensino e a formação de professores de séries iniciais, bem como, as que traziam resultados e opiniões oriundos de mapeamentos de trabalhos envolvendo o *Scratch* para a formação profissional e o ensino na educação básica.

Portanto, os critérios estabelecidos para a seleção dos artigos e dissertações ou teses foram os seguintes:

1) Trabalhos que envolviam ensino de matemática e a programação *Scratch* no ensino fundamental I

2) Trabalhos que envolviam a formação de professores com uso da ferramenta digital *Scratch* no ensino fundamental I

3) Trabalhos que envolviam o mapeamento e análise de projetos envolvidos com o ensino por meio da ferramenta *Scratch* na educação básica;

4) Trabalhos que envolviam ensino de sistema de numeração decimal e operações fundamentais com o uso do *Scratch*.

Desse modo, organizou-se o Quadro 02 contendo os trabalhos que inicialmente relacionam-se às propostas desta pesquisa, analisando aqueles que podem corroborar para o desenvolvimento da revisão teórica deste trabalho, buscando o reforço científico necessário à composição de suas justificativas ao longo de seu desenvolvimento.

Quadro 2: Trabalhos Nacionais e Internacionais

PRODUÇÕES NACIONAIS (CAPES, BDTD, *GOOGLE ACADEMIC*, PROFMAT, *MICROSOFT ACADEMIC*)				
ID	Título	Autor(es)	Tipo	Ano
01[8]	Uso da Programação Scratch para o Desenvolvimento de Habilidades em Crianças do Ensino Fundamental	Adriane de castro	Dissertação	2017
02[9]	A contribuição do Scratch como Possibilidade de Material Didático Digital de Matemática no Ensino Fundamental I	Beatriz Maria Zoppo	Dissertação	2017
03[10]	Desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem de Matemática Usando o Scratch: da elaboração à construção	Tatiana Fernandes Meireles	Dissertação	2017
04[11]	Reformulando um Objeto de Aprendizagem Criado no Scratch: Em Busca de Melhorias na Usabilidade	Taniele Loss Nesi	Dissertação	2018
05	Análise de Projetos do Scratch Desenvolvidos em um Curso de Formação de professores	Flavia Sucheck Mateus da Rocha	Dissertação	2018
06	Aprendizagem Mediada por linguagens de Autoria: O Scratch na visão de três pesquisadores	Ângela Costa dos Santos	Dissertação	2014
07	Em busca de Possibilidades Metodológicas para uso do *software scratch* na educação básica	Admilson Iaresk da silva	Dissertação	2020
08	Mapeamento do Pensamento Computacional por meio da Ferramenta *Scratch* no Contexto Educacional	Nayara Poliana Massa	Dissertação	2019

[8] http://riut.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2462
[9] https://www.acervodigital.ufpr.br/handle/1884/53394?show=full
[10] https://www.acervodigital.ufpr.br/handle/1884/56109
[11] http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3764

	Brasileiro: Análise de Publicações do Congresso Brasileiro de Informática na Educação entre 2012 e 2017			
09[12]	A Construção de Recursos Digitais de Matemática: uma experiência de autoria com o *Scratch*	Darlene Alves Leitão; Juscileide Braga de Castro	Artigo	2018
10[13]	Construção de Objetos de Aprendizagem para a Educação Básica por Meio de um Curso Sobre o Scratch para Estudantes de Licenciaturas	Ana Paula de Andrade Janz Elias Marcelo Souza Motta, Marco Aurélio Kalinke	Artigo	2018
11[14]	Formação de Professores, Lógica de Programação e Matemática: Uma Somatória Possível?	Inês Pauli Marilena Rosalen	Artigo	2020
12[15]	A linguagem da Programação como Ferramenta Facilitadora no ensino de Matemática: Aprendendo as Formas Geométricas com o Scratch	Sandro Miguel Moreira da Silva; Romeu Miqueias Szmoski; Fernanda Bassani	Artigo	2019
BANCOS DE TESES EM LÍNGUA INGLESA “ERIC” e “MICROSOFT ACADEMYC”				
13[16]	Using Scratch to facilitate mathematical thinking	Nigel Calder	Artigo	2018

[12]https://www.br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/8276
[13]https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/89258
[14]http://revistas.icesp.br/index.php/FINOM_Humanidade_Tecnologia/article/view/1178/856
[15]https://seer.faccat.br/index.php/redin/article/view/1532/990
[16]https://eric.ed.gov/?q=Using+Scratch+to+facilitate+mathematical+thinking+Nigel+Calder&id=EJ1233080

14[17]	Improving Geometry Teaching with Scratch	Olivera skrenovic-Momcilovic	Artigo	2020
BANCOS DE TESES ESPANHOLAS				
-	-	-	-	-
BANCOS DE TESES FRANCESAS				
15[18]	Exploração de situações de aprendizagem da matemática através do Scratch: Um estudo de caso no 4º ano de escolaridade.	Luís Filipe Lima de Oliveira Guerra	Dissertação	2016
BANCO DE TESES E DISSERTAÇÃO DE PORTUGAL				
16	Utilização do recurso digital scratch na articulação entre as ciências e a matemática na formação de professores	Raquel Santos Marisa Correia	Artigo	2018
17	O potencial do scratch no Ensino – Aprendizagem da geometria	Rui Ramalho, Ana Ventura	Artigo	2017
18	Programação nos Anos Iniciais: Uma contribuição para a aprendizagem da Matemática	Natali Brandt	Dissertação	2019
19	O scratch promotor do Pensamento computacional na Geometria do Ensino Básico	Ana Ventura, Rui Ramalho	Artigo	2017
20	iProg: Iniciação à Programação Estudo piloto em duas escolas do ensino básico	Ricardo Almeida, Anabela Gomes, Maria Emília Bigotte, Teresa Pessoa	Artigo	2017

Fonte: Dados do autor (2022).

[17] https://eric.ed.gov/?q=Improving+Geometry+Teaching+with+Scratch&id=EJ1249653
[18] https://repositorio.ul.pt/handle/10451/29664

Castro (2017), desenvolveu um trabalho dissertativo intitulado “Uso da Programação *Scratch* para o Desenvolvimento de Habilidades em Crianças do Ensino Fundamental” usando em sua metodologia um estudo qualitativo, focado na pesquisa aplicada de cunho interativo, tendo como princípio o Construtivismo de Jean Piaget e o Construcionismo de Seymour Papert (1985), Moreira e Caleffe (2008), Gil (2009). Em sua pesquisa, a autora trabalhou com um grupo de 24 crianças do 4º ano com idades entre 8 e 9 anos, durante um ano, em uma escola municipal na cidade de Ponta Grossa-PR. Tendo como questão: De que forma a programação Scratch contribui no desenvolvimento de habilidades nas crianças? Ela buscou investigar como as crianças desenvolvem os atributos como raciocínio e autonomia diante do uso da programação.

Segundo a autora, para o desenvolvimento do projeto, os dados foram coletados, usando gravação de áudio, vídeo, anotações do raciocínio dos alunos, suas estratégias e dúvidas. Foi tomado como base para as análises, as nove habilidades de aprendizagem para o século XXI elencadas nas três áreas: habilidades ligadas à informação e comunicação; pensamento crítico e resolução de problemas; e autodirecionamento. No desenvolvimento das atividades, Castro (2017) valorizou os aspectos computacionais para o desenvolvimento da aprendizagem em sala de aula, mas não trouxe efetivamente o estudo da matemática de forma direta, embora tenham aparecido, de forma indireta, elementos que poderiam ser bem explorados em estudo de localização por meios do eixo cartesiano, relacionando-os com ideia de números positivos e negativos.

Diante da proposição das práticas pedagógicas que foram adotadas no ensino de programação, a autora ressaltou que o trabalho como um todo, resultou em um caderno pedagógico, com uma visão geral da linguagem de programação Scratch com o roteiro das aulas e os recursos do programa empregados para promover práticas pedagógicas que atendam aos objetivos das aulas. A autora, relatou que os objetivos e o problema da pesquisa foram respondidos de forma satisfatória, visto que, os alunos puderam refletir sobre os resultados de suas ações e ideias e, assim, conseguiram desenvolver várias habilidades, aprendendo a trabalhar de forma colaborativa, com autonomia, concentração, responsabilidade e a pensar de forma sistemática e crítica.

Já, Nesi (2018), em seu trabalho dissertativo, intitulado “Reformulando um Objeto de Aprendizagem Criado no *Scratch*: Em Busca de Melhorias na Usabilidade”, descreveu uma Pesquisa Qualitativa teórica, fundamentada em Pizzani et al (2012), Kalinke (2009), Tikhomirov (1981) e Lévy (2010, 2015), em Papert (1985, 2008), Resnick (2015, 2017). Nele, a autora propôs o melhoramento de um Objeto de aprendizagem (OA) matemático desenvolvido no *software Scratch*, pelas pesquisadoras Meireles (2017) e Zoppo (2017), cujo título era "Descobrindo Comprimentos". O motivo desta pesquisa realizada por Nesi, foi o fato de que Meireles e Zoppo, após a conclusão e aplicação do OA (Objeto de Aprendizagem)[19], verificaram que alguns aspectos poderiam ser aperfeiçoados e que, particularmente na usabilidade, havia ajustes que poderiam ser feitos para torná-lo melhor, visto que, segundo as próprias autoras, os estudantes julgaram o tutorial desinteressante.

Desse modo, ela objetivou através da reconstrução e reformulação do objeto de aprendizagem, o aperfeiçoamento de aspectos relativos à usabilidade, Nesi (2018), procurou responder a seguinte questão: Que alterações podem ser realizadas no objeto "Descobrindo Comprimentos" para melhorar a sua usabilidade? Desse modo, a autora intensificou suas buscas em literaturas que abordavam a tecnologia na educação e, aquelas que justificavam que modificações de objetos matemáticos digitais podem trazer (re)significado e melhorias em sua usabilidade. Em sua pesquisa, Nesi (2018), constatou que é possível modificar a linguagem de programação gráfica do objeto e direcionar o seu uso aos processos educacionais matemáticos, ao criar a versão 2.0 do objeto de aprendizagem anterior, criado pelas autoras supracitadas.

Nesse sentido, o trabalho trazido pela referida autora, mostra que é possível a análise, revisão e reformulação em projetos que usam a tecnologia digital *Scratch*. Assim sendo, traz a possibilidade de modificações em produtos derivados dessa linguagem de programação em blocos, reorganizando e adaptando não apenas aqueles aspectos relativos à usabilidade, mas também, fazendo modificações em termos didáticos, ao terem a possibilidade de alterar atividades a serem aplicados em sala de aula, de acordo com a matemática necessária.

No entanto, Nesi (2018) ressalta que não se ateve a investigar em seu trabalho, os itens relativos à aspectos pedagógicos, apenas aos aspectos técnicos do objeto de

[19]"Objetos de Aprendizagem são definidos como uma entidade, digital ou não digital, que pode ser usada e reutilizada ou referenciada durante um processo de suporte tecnológico ao ensino e aprendizagem" (BALBINO,2007).

aprendizagem. Desse modo, recomendou pesquisas e melhorias pedagógicas que venham agregar novas reformulações e possa ser criado uma possível versão 3.0.

Zoppo (2017), apresentou a dissertação intitulada “A contribuição do *Scratch* como Possibilidade de Material Didático Digital de Matemática no Ensino Fundamental I”, usando como metodologia, um estudo de campo de natureza qualitativa para entender como os alunos reagem frente a um objeto de aprendizagem matemático. Esse Objeto foi criado exclusivamente para sua pesquisa e foi denominado “Descobrindo Comprimentos”, para isso ela utilizou a linguagem de programação *Scratch*. A autora usou uma oficina realizada em uma turma de 25 alunos do 5º ano de uma escola municipal da cidade de Curitiba. Segundo ela, a escolha da turma está ligada ao fato desta ter tido baixo desempenho nas avaliações de indicadores educacionais, em anos anteriores, no assunto matemático, relativo a grandezas e medidas.

Para a autora, o ensino de “Unidades de medida de comprimento” apresentado aos estudantes de forma teórica e expositiva, possivelmente, não estava favorecendo a compreensão do conteúdo. Nesse sentido, buscou responder a seguinte questão: Como os estudantes do 5º ano de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba interagem frente a um objeto de aprendizagem apresentado a eles pelo software Scratch? Para responder a essa questão, ancorou seu trabalho em Yin (2016), Kalinke e Mocrosky (2016), Ponte (1997) e Lévy (1993). Para coleta de dados a pesquisadora usou, diário de bordo, gravações das falas, filmagens.

Zoppo (2017), em suas análises, afirmou que o OA despertou interesse dos alunos, no entanto a autora ressaltou que esse fato não implica necessariamente que a motivação tenha sido devido ao uso exclusivo do OA, mas sim, pelo fato da atividade ocorrer de forma diferente da tradicional usada diariamente em sala. Para a autora, foi evidenciado de forma geral, uma melhor aprendizagem, mas a forma como os estudantes interagiram nesse OA não foi unânime, para ela esse fato pode variar de acordo com o conteúdo e a maneira como ele é conduzido. Entendeu também a importância de dar continuidade às pesquisas que contribuam para o melhoramento do AO em alguns aspectos técnicos.

Apesar disso, Zoppo afirmou que o objetivo da pesquisa foi atingido, pois pode evidenciar momentos de interação, motivação, interesse, inteligência coletiva e trabalho colaborativo, além do aprendizado referente ao tópico matemático medidas de comprimento, pois segundo ela, agregar a tecnologia digital à aprendizagem pode auxiliar na compreensão de conteúdos matemáticos abstratos, uma vez que essa ferramenta permite a visualização, a experimentação e a simulação. Além disso, a autora ressaltou que o OA quando manipulado dentro de um contexto, com objetivos e planejamento bem delineados, pode facilitar a compreensão de um saber novo, cabendo ao professor saber fazer a escolha.

Meireles (2017), objetivou investigar em sua dissertação intitulada "Desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem de Matemática Usando o *Scratch*: da elaboração à construção", as etapas de elaboração e construção do objeto de aprendizagem utilizando o *Scratch* em uma equipe multidisciplinar de pesquisa. No entanto, inicialmente a questão para a qual a autora estava buscando resposta era saber se o *Scratch* poderia ser usado como objeto de ensino ou como ferramenta de ensino[20]. Em suas pesquisas em sites, fóruns e outros trabalhos acadêmicos, percebeu que as duas possibilidades são viáveis, a depender do planejamento e dos objetivos que o professor, ou o usuário tem.

Além disso, antes de elaborar seu estudo principal, Meireles queria saber se o *Scratch*, poderia ser concebido como um OA, o que foi verificado através do estudo das características que o classificava como tal. Para investigar as etapas de elaboração do OA, a autora usou a Pesquisa Qualitativa com foco na Pesquisa de Design Educacional, que tem como características: Pesquisa preliminar, Fase da prototipagem e Fase da avaliação. A autora teve como pergunta norteadora desta pesquisa: "Quais são as etapas que devem ser contempladas na elaboração e construção de um OA, para ser usado em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental I, utilizando-se do *Scratch*?"

Desse modo, fundamentou-se principalmente em Resnick (2007, 2009, 2012, 2013). Lévy (1993), Tikhomirov (1981), Kenski (1999, 2007), e buscou responder tal questão. Segundo a autora, o OA foi relacionado a conteúdos nos quais os alunos tivessem mais dificuldade, assim foi escolhido o tema "Sistema de Medidas de Comprimento", baseado no assunto de matemática que provocou baixo desempenho de uma turma do 5º ano do ensino fundamental I, na Prova Brasil. Neste trabalho, Meireles (2017), relatou dificuldades, afirmando que por ser a primeira experiência

[20]Ao trabalhar com o objetivo de ensinar as ferramentas do *Scratch,* este será objeto de ensino. Entretanto, ao ser utilizado para ensinar algum conteúdo, matemático ou não, ele será uma ferramenta de ensino (Meireles, 2017)

desta equipe no desenvolvimento de um OA, foi um processo demorado e muito trabalhoso.

Após o término percebeu que algumas melhorias poderiam ser feitas, como por exemplo, aumento do número de questões, pois diminui a chance de o usuário receber o mesmo desafio para responder. Outra melhoria, segundo a autora, seria a disponibilidade de ícone para o acesso de links com tutoriais nas telas. Apesar das observações, a autora ressalta que as fases de execução deste material digital propiciaram um saber colaborativo, evidenciando a interação e o compartilhamento entre a equipe. Ressaltou ainda, que a construção do um OA usando o *Scratch* promoveu um aprendizado significativo, sanando muitas dúvidas que ela tinha com relação a ferramenta. No entanto, assinala que é necessário aprofundar a respeito do *Scratch*, para que possa construir um AO de qualidade.

As modificações, sugeridas por ela para uma próxima versão, tem o intuito de que o OA possa ajudar pedagogicamente professores em sala de aula e os auxiliem nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática.

Guerra (2016), em seu trabalho dissertativo cujo título “Exploração de situações de aprendizagem da matemática através do *Scratch*: Um estudo de caso no 4º ano de escolaridade”**,** realizou uma investigação com uma turma do 4º ano de uma escola particular da cidade do Porto (Portugal), com o objetivo de explorar as situações de aprendizagem da matemática através das possíveis potencialidades da linguagem de programação *Scratch*. Para tal, o autor usou como aporte teórico-metodológico o Estudo de Caso, fundamentando-se principalmente em Bassey (1981*)* e Bell (1999)*.* Assim, teve como objetivos principais, perceber o potencial que esta ferramenta possui em desenvolver a capacidade de resolução de problema, bem como, de estimular o desenvolvimento do cálculo mental dos alunos e a capacidade de avaliar os problemas resolvidos.

Deste modo, através desta pesquisa qualitativa, o autor, dividiu o trabalho em duas partes, na primeira destinou-se a apresentar aos alunos a ferramenta, constatando que estes ainda não tinham tido contato com ela, mostrando-lhes sua interface e um estudo mais detalhado do objeto. Na segunda fase, o autor introduz gradativamente os alunos na resolução dos problemas no *Scratch*. Em suas análises, afirmou que em relação a resolução de problemas, os resultados foram positivos, havendo uma significativa desenvoltura dos alunos. Ressaltou também que estes mostraram aprendizado e manuseio bastante satisfatórios, evidenciando interesse, espírito colaborativo entre os pares e empenho ao longo do estudo.

Segundo Guerra (2016), o estudo mostrou as potencialidades do *Scratch*, defendendo a ideia que tem um forte apelo pedagógico, sendo capaz de subsidiar o ensino e aprendizagem na área da Matemática. Para ele, o *Scratch* é capaz de motivar os alunos na realização das atividades. Ressaltou ainda que os alunos aprenderam com rapidez ao experimentar e explorar os projetos, descrevendo que o *Scratch* é uma ferramenta que pode ser usada no desenvolvimento de capacidades avaliativas, onde os alunos podem ver os procedimentos que usaram para resolver o problema e refletir sobre eles. Nesse sentido, o software pode promover o desenvolvimento de conceitos matemáticos de um modo construtivo, permitindo que os alunos reformulem as suas próprias resoluções ao detectarem os erros.

Para esse autor, o tempo foi um fator negativo, no entanto, foi possível obter um estudo significativo a ponto do *Scratch*, a partir do ano seguinte, com os resultados de seu trabalho, fazer parte definitivamente do currículo de TIC da escola onde o projeto foi desenvolvido, a partir do 3º ano e, mantendo a continuidade no 4º ano.

Na dissertação de Brandt (2019), intitulada “Programação nos Anos Iniciais: Uma contribuição para a aprendizagem da Matemática”, a autora baseando-se no construcionismo de Seymour Papert (1985,1994), e nas concepções de Piaget e Inhelder (1993), usou a teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1993,1996), investigou como a programação *Scratch* pode influenciar no ensino e aprendizagem da matemática, mais especificamente, quanto à localização e movimentação espacial. Nesse contexto buscou responder a seguinte questão: De que forma a programação pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem nos conceitos relacionados à localização e à movimentação espacial? Nesse contexto, a autora envolveu-se em uma pesquisa de caráter qualitativo realizada em uma turma multisseriada dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de quarto e quintos anos, e lá desenvolveu atividades usando, tanto o espaço físico, em que foram elaboradas atividades usando o *google earth* outras dinâmicas em sala de aula, bem com o, o software *Scratch*.

Brandit (2019), usou para a coleta de dados, gravação de todos os encontros, por meio de fotos, registros das falas dos alunos, e através das construções realizadas no software *Scratch*. Segundo Brandit (2019), a análise dos resultados mostrou que ambas as formas de programação, tanto no espaço físico, quanto através do *software*

Scratch, potencializaram a compreensão dos alunos e contribuíram para o desenvolvimento de conceitos relativos à localização e à movimentação espacial. No entanto, a autora descreve também momentos conflitantes nos dois modelos de programação, quando em determinados momentos os alunos sentiam dificuldades, sobre conceitos matemáticos ou sobre a programação. Esses momentos são entendidos por ela como momentos em que os alunos necessitavam refletir sobre as suas ações, ou seja, pensar sobre o pensar, como é abordado por Papert (1985)

Ressaltou ainda que os alunos apresentaram bons resultados sobre conceitos relacionados, números inteiros, ângulos, lateralidade e as quatro operações fundamentais. Segundo ela, a programação no software possibilitou aos alunos o contato com muitos conceitos matemáticos além daqueles relacionados à localização e à movimentação no espaço. Nesse sentido, sinalizou que o *Scratch* pode ser um aliado no ensino de conceitos matemáticos.

No trabalho de Leitão e Castro (2018), com o título “A Construção de Recursos Digitais de Matemática: uma experiência de autoria com o *Scratch”* as autoras realizaram uma formação que envolveu 14 pessoas, dentre as quais, estudantes de pedagogia, de matemática, professores de matemática e alunos de pós-graduação, através de oficinas com uso de ferramenta *Scratch*, com o tema “Desenvolvendo Recursos Digitais para o Ensino de Matemática com o *Scratch*”. Como procedimentos metodológicos de investigação, usaram a Pesquisa Qualitativa, de natureza descritiva e explicativa, elegendo como coleta de dados, a observação e a análise de conteúdo, retirados a partir de oficinas realizadas com a ferramenta digital. Trouxeram como referenciais principais, Lakatos e Marconi (2001), Seymour Papert (2008), Lévy (1993) e Castro et al 2017, desse modo conduziram os participantes na produção de 9 recursos digitais para o ensino de matemática e disponibilizaram 7 desses objetos de aprendizagem na plataforma *Scratch*. Para análise de dados foram usados 2 trabalhos como referência.

Leitão e Castro (2018), objetivaram compartilhar as experiências do processo de construção do recurso digital (RED) por professores e estudantes da área da educação a partir da oficina para apresentar discussões sobre o uso pedagógico do *Scratch*, além de contribuir com os recursos desenvolvidos, uma vez que os próprios alunos foram desafiados a produzirem seus próprios recursos. As autoras inspiraram seu trabalho em Bressan e Amaral (2015) que realizaram oficinas com crianças e adolescentes de uma escola municipal de Araucária, com o objetivo de verificar se a utilização da ferramenta poderia contribuir para o desenvolvimento do pensamento criativo por meio da aprendizagem baseada em problemas.

Segundo as autoras, os dados analisados foram coletados por meio de observações realizadas durante a oficina através de diários de campo; gravações de áudios com entrevistas não estruturadas e recursos digitais produzidos. Embora a maior parte dos participantes tenha tido dificuldade com a instrumentação, para as autoras, as discussões mostraram-se profícuas e sinalizaram mudanças em posturas pedagógicas. Nos trabalhos propostos com os conteúdos como: álgebra, padrões, medidas antropométricas, gráficos e situação de multiplicação, foram observados envolvimento, entusiasmo, troca de experiências entre os participantes do grupo, além de boas expectativas relacionadas ao uso pedagógico do *Scratch* como recurso no ensino da matemática.

As autoras afirmaram que apesar de seu trabalho ter sido desenvolvido para um público diferente daquele usado no trabalho de Bressan e Amaral (2015), puderam constatar o potencial de aprendizagem do *Scratch* e da abordagem Construcionista. Para elas, a ferramenta foi capaz de trazer empoderamento docente, a construção e reflexão teórica e conceitual metodológica da matemática.

Janz, Motta e Kalinke (2018), em seu artigo “Construção de Objetos de Aprendizagem para a Educação Básica por Meio de um Curso Sobre o *Scratch* para Estudantes de Licenciaturas” promoveram o curso de extensão “Aprendendo a utilizar a ferramenta educacional *Scratch*”. Baseando-se em (GODOY, 1995), usaram como metodologia a Pesquisa Qualitativa, pois segundo as autoras, havia mais preocupação com o caminho percorrido do que com os resultados obtidos durante a aplicação dos instrumentos metodológicos. Assim sendo, a formação foi realizada no contexto presencial (20h) e não presencial (40h), para um grupo multidisciplinar de licenciandos, de cursos presenciais ou semipresenciais de um centro universitário particular de Curitiba.

Os autores, acreditam através de suas observações, que há falta de conhecimento e manuseio de tecnologias em sala de aula e que apesar do *Scratch* ser uma ferramenta bastante divulgada nos meios de comunicação digital, grande parte dos participantes tiveram o primeiro contato com a ferramenta no próprio curso.

Desse modo, para descobrir se de fato o *Scratch* poderia ser usado como uma ferramenta capaz de contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos futuros professores, os autores subsidiaram as equipes que desenvolveram assuntos diversos, como foi o caso de uma dupla que desenvolveu um Objeto de Aprendizagem (AO) para ser utilizado em turmas da Educação infantil, com o intuito de trabalhar números múltiplos. Neste trabalho a programação exigia que o estudante encontrasse os múltiplos de 2. Outra equipe que programou um OA que envolvia o reconhecimento das vogais, voltado também para o ensino em turmas do Ensino Fundamental I, bem como, outra equipe que desenvolveu um OA que contemplava as noções de equação do 1° grau, voltando as atividades para o ensino fundamental maior.

Em suas análises Janz, Motta e Kalinke (2018), destacaram, mediante os resultados que é possível capacitar professores em formação para a utilização do *software Scratch*, seja em qualquer componente curricular ou nível de ensino. Os autores acreditam que os cursos de licenciaturas precisam promover o uso das Tecnologias Digitais (TD) de forma significativa, de maneira que esta utilização faça sentido aos futuros profissionais da educação. Nesse contexto, o *Scratch* poderá ser um instrumento capaz de potencializar os conhecimentos e as praxeologias destes profissionais envolvidos na formação.

Silva, Szmoski e Bassani (2019), em seu artigo “A linguagem da Programação como Ferramenta Facilitadora no ensino de Matemática: Aprendendo as Formas Geométricas com o *Scratch*” abordaram uma proposta em caráter Qualitativo e Descritiva, fundamentando-se em Creswell (2007) e Triviños (2008), Papert (1994,1986), Resnick (2007) e Moran (2000), conduzindo assim, uma formação continuada. Os autores, objetivaram apresentar aos professores das séries iniciais, o ensino de matemática, com o uso do *Scratch*, abordando o conteúdo da geometria. Desse modo, apresentaram um jogo sobre formas geométricas no formato de perguntas e respostas que traziam atividades de forma interativa no contexto da matemática ativa.

Silva, Szmoski e Bassani (2019), sugeriram, que outra forma de abordar o conteúdo, seria o professor utilizar com os alunos novos comandos e criar ou modificar o projeto, explorando a programação, a matemática e suas relações interdisciplinares com outros conteúdos.

Em suas considerações, os autores acreditam que o uso da ferramenta *Scratch* como abordagem metodológica, pode dinamizar o ensino e potencializar o processo de aprendizagem da matemática. Para eles, o *Scratch* pode ser inserido no contexto de sala de aula para os alunos, já que a ferramenta é de fácil acesso e manuseio e, por tratar-se de uma linguagem em blocos, criada especialmente para crianças e jovens em idade escolar. Assim sendo, esses autores afirmam haver uma forte ligação entre o pensamento lógico matemático e essa ferramenta, podendo ser um forte aliado na contribuição para despertar o interesse dos alunos, dando mais significado às aulas de Matemática no aspecto do estudo geométrico.

Pauli, Rosalen (2020), no artigo, “Formação de Professores, Lógica de Programação e Matemática: Uma Somatória Possível?”, buscaram objetivara formação profissional tecnológica com o uso do *Scratch* para4 professores do ensino fundamental I de 4º e 5º anos de uma escola municipal de São Bernardo dos Campos, e verificar se o trabalho desenvolvido pela Professora de Suporte a Projetos Pedagógicos relacionados à tecnologia (PAPPTEC), utilizando a lógica de programação, promoveu uma ação formativa com os professores com relação aos objetos matemáticos. As autoras buscavam saber o quanto os professores foram influenciados pela formação da PAPPTEC com relação às metodologias ativas, em especial a projetos desenvolvidos com o *Scratch* e se os princípios da aprendizagem criativa são suficientes para que ocorra uma aprendizagem matemática efetiva.

Nesse contexto, foi utilizada uma pesquisa qualitativa, tendo como metodologia o estudo de caso, utilizando-se para a coleta de dados, questionários, entrevistas, observação no laboratório de informática e a análise do Projeto Político Pedagógico da unidade escolar. Fundamentaram-se em termos teóricos e metodológicos principalmente em Craft (2000), Moran (2019). No aspecto teórico da tecnologia digital, ancoraram-se principalmente em Papert (1985) e Mitchel Resnick (2017).

Segundo as autoras, as professoras das turmas e a professora de Suporte a Projetos Pedagógicos (PAPPTEC) concordaram em participar da pesquisa, sendo que esta última decidiu fazer a formação das professoras simultaneamente à formação dos alunos e alunas. As análises mostraram que como o planejamento foi realizado exclusivamente pela PAPPTEC, ele não foi relacionado e agregado às necessidades formativas, tanto das docentes quanto dos alunos e alunas. Assim, foi possível constatar que o modelo utilizado para a formação docente dos professores regulares de sala de aula não conseguiu êxito no objetivo proposto.

As professoras das turmas que participaram da pesquisa, destacaram que não tiveram formação específica para a utilização da lógica de programação *Scratch*, e não relacionaram a proposta de aprendizagem desenvolvida no laboratório a nenhum conhecimento a ser desenvolvido em sala de aula. A formação não conseguiu êxito no objetivo proposto da utilização da lógica de programação, em conjunto com os seus alunos e alunas, pois, não compreenderam como uma ferramenta pode ser relevante para o aprendizado sistematizado dos objetos matemáticos e, portanto, não associaram o uso das tecnologias, em especial a lógica de programação *Scratch* aos conceitos matemáticos para o desenvolvimento das habilidades e competências apresentadas, tanto pela proposta curricular quanto pela BNCC.

As autoras destacaram ainda que, para as professoras que participaram da formação, o uso da lógica de programação como proposta para o aprendizado dos objetos de conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento das habilidades, não são estratégias importantes para que a aprendizagem ocorra. Nos anos iniciais do ensino fundamental, a pesquisa não evidenciou que seja necessária que a lógica de programação deva ser introduzida aos alunos e alunas com a finalidade de promover a compreensão dos objetos matemáticos e desenvolver as habilidades propostas pela BNCC.

Nesse sentido, Pauli, Rosalen (2020) destacaram a necessidade de rever o uso de equipamentos tecnológicos para alunos dos primeiros anos da educação básica, pois o efeito pode ser contrário ao desejado, especialmente quanto ao desenvolvimento do pensamento matemático, em outras palavras, as autoras destacam que as ações desenvolvidas com o uso das ferramentas digitais devem estar fundamentadas por uma proposta pedagógica sólida, para que dessa forma haja um aprendizado significativo.

No artigo "Utilização do recurso digital *Scratch* na articulação entre as ciências e a matemática na formação de professores", as pesquisadoras *do Instituto de Educação, Universidade de Lisboa (UIDEF),* Santos e Correia (2018), fizeram uma experiência didática de utilização da ferramenta *Scratch* com futuros professores da educação básica em contexto de formação inicial. Utilizaram uma pesquisa de cunho Qualitativa, fundamentando-se em Resnick et al (2009), Kordaki (2012), Calao, Moreno-León, Correa & Robles (2015) e Calder (2010). As autoras articularam duas unidades curriculares (UC): A Matemática, com introdução a teoria dos números e, de Ciências física e química (CFQ). Nesse contexto, buscaram verificar se o estudo dessas UC na perspectiva de programação *Scratch* traziam benefícios didático-pedagógicos para o ensino de crianças, bem como, relevância profissional para os 45 participantes da formação.

O experimento resultou em um Recurso Educativo Digital (RED) envolvendo as duas unidades curriculares. Segundo as autoras, embora mais 80% dos participantes tenham tido dificuldades nos conceitos de lógica, por não ter contato anterior com o *Scratch*, relataram que cerca de 84% reconheceram que as atividades foram motivadoras. Destacaram ainda que cerca de 73% admitiram que a formação contribuiu para a aprendizagem. Segundo as autoras, as análises feitas através de questionários mostraram que as opiniões dos estudantes sobre essa experiência didática e as perspectivas que desenvolveram foram relevantes para o seu futuro profissional.

Santos e Correia (2018), evidenciaram ainda que os resultados obtidos com a experiência foram positivos, embora alguns tenham sentido dificuldade quanto ao uso da tecnologia e outros acharem que seria difícil para o aprendizado de crianças. A maioria dos participantes destacou a importância da programação *Scratch* para alunos na idade escolar, nesse sentido, as autoras consideram relevante o envolvimento de futuros educadores em experiências didáticas interdisciplinares que integre a tecnologia à formação docente, bem como, sobre a reflexão dessas experiências. Assim sendo, elas fomentam as abordagens inovadoras nas práticas de futuros profissionais.

Calder (2018), em seu artigo intitulado *"Using Scratch to facilitate mathematical thinking"* analisou por meio da Hermenêutica Contemporânea, o quanto a mídia pedagógica digital[21] é importante para o ensino e aprendizagem. Para isso, buscou entender como esses recursos podem influenciar na aprendizagem, delineando os fenômenos matemáticos envolvidos na tecnologia, bem como, as influências que o pensamento computacional traz ao pensamento matemático. O autor usou como referência Calder e Brown (2010); Borba e Villareal (2005); Calder (2009, 2011); Laborde (1998); Ng e Sinclair (2015); Gallagher (1992). A pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano e a professora da turma durante duas semanas. O projeto dado aos alunos, implicava que cada dupla, deveria criar um jogo para seus colegas do 1º ano, no contexto da matemática daquela turma.

Segundo o autor, os alunos do 6º ano fizeram blogs digitais diários, informando seus avanços. Alunos e professores foram entrevistados e, as entrevistas, fotografadas e gravadas. Cada dupla entrevistou seus dois colegas do 1º ano. Os alunos compartilhavam seus trabalhos realizados cada dia ao final da sessão e cada grupo explicava o que estava fazendo e as características de sua programação.

[21]Mídia pedagógica digital - termo usado pelo autor para identificar mídia digital usada no processo de ensino e aprendizagem.

Calder, relata que a abordagem hermenêutica contemporânea sustentou a aprendizagem no processo, assim como também, a análise dos dados. Segundo ele, o *Scratch* mostrou-se uma ferramenta interativa, motivadora e com potencialidade para desenvolvimento do pensamento computacional e matemático.

O autor, buscou examinar a maneira pela qual o pensamento matemático surge quando as crianças trabalham com a linguagem de programação *Scratch*, ressaltando que embora essa ferramenta não tenha sido projetada especificamente para facilitar o pensamento conceitual em uma área matemática específica, havia indicações claras de que as crianças se envolviam com ideias matemáticas. Para ele, duas formas de pensamento matemático surgiram quando os participantes criaram jogos matemáticos para facilitar a compreensão dos conceitos numéricos com a turma mais jovem. Uma foi a evolução da lógica e do raciocínio que se desenvolveu através da resolução criativa de problemas durante o processo de programação, enquanto a outra envolveu a área conceitual da geometria.

Nesse sentido, para ele a ferramenta configurou-se importante, pois os alunos usaram abordagens criativas para resolver problemas usando a codificação, afirmando que o processo pode evidenciar o pensamento lógico, geométrico e de resolução de problemas. Destacou ainda que o software se mostrou um espaço atraente e relativamente fácil de usar para a solução de problemas. Além disso, os resultados indicaram que era um meio eficaz para incentivar a comunicação e colaboração. Segundo o autor, até certo ponto, o pensamento matemático dos alunos foi aprimorado com o uso do *Scratch* no desenvolvimento dos objetos de aprendizagem.

Ressaltou que embora uma das intenções do estudo fossem as considerações matemáticas, ele foi predominantemente constituído como uma investigação aberta evidenciando o potencial em várias áreas do conhecimento e, portanto, sugere que uma pesquisa focada exclusivamente na matemática poderá ter resultados ainda melhores.

No artigo *“Improving Geometry Teaching with Scratch”* de Momcilovic (2020), o autor examinou através de uma pesquisa-ação, com características qualitativas e quantitativas, de modo experimental, a diferença existente entre alunos que fizeram o estudo de formas geométricas básicas através do método de aprendizagem, usando formas geométricas em modelos e corpos e, aqueles que usaram o programa *Scratch* com a mesma finalidade. O autor fundamentou-se em Resnick et al (2009); Maloney et al (2010); Batista e Baptista (2014); Schmidt-Thieme (2009); Foerster (2015, 2016); Koschitz e Rosenbaum (2012) e outros.

Desse modo, o objetivo principal era examinar a eficácia da aplicação do Scratch em matemática, para determinar se existiam diferenças na aprendizagem de formas geométricas básicas em ensino tradicional e usando Scratch. O experimento incluiu 106 alunos da terceira série do ensino fundamental, divididos em duas turmas. Para Momcilovic (2020), existe uma diferença estatística considerável entre os estudantes submetidos ao método tradicional e os que estudaram por meio de um projeto implementado no *Scratch.* Para ele, essa ferramenta digital torna o ensino da matemática mais interessante para os alunos.

O teste de conhecimento foi criado com base na taxonomia Blum unidimensional, que inclui seis níveis de realização, segundo Krathwohl (2002): conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação. O autor elaborou, definiu e testou 6 tarefas em que os resultados obtidos mostraram larga vantagem para o grupo que usou o *Scratch* como ferramenta de ensino. Ele afirmou ainda que tal ferramenta é capaz de proporcionar a criatividade, colaboração, pensamento crítico e comunicação, fatores essenciais para a expressão do letramento digital. Acreditando que o uso do *Scratch* no ensino de matemática proporciona alta eficiência em diferentes domínios como criatividade, motivação e capacidade de resolver problemas, ele relatou que os alunos obtiveram melhores resultados no teste final em geometria quando as aulas foram realizadas com a ajuda do programa *Scratch*.

Detectou também através das análises, uma correlação entre o sucesso escolar e o desempenho no teste final daqueles que usaram o *Scratch* para o ensino da geometria. As análises dos dados evidenciaram que a turma que usou o *Scratch*, teve um desempenho geral de 13% melhor do que os alunos que estudaram de forma tradicional. Para ele, o desenvolvimento de jogos, que está presente no *Scratch*, permite maior interseção e motivação para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Além de compreender programação e conceitos da matemática, segundo Momcilovic (2020), os alunos podem desenvolver estratégias de resolução de problemas, organizar projetos ao desenvolverem suas ideias.

O artigo ***"iProg*: Iniciação à Programação Estudo piloto em duas escolas do ensino básico"** de Almeida et al (2017), realizou uma pesquisa qualitativa e quantitativa, pautada em um projeto, itinerário pedagógico - o projeto de Iniciação à

Programação (*iProg*). Assim sendo*,* iniciaram nos anos de 2015, 2016 e 2017 um estudo cujo objetivo principal era melhorar o rendimento escolar dos alunos de 5 turmas do 4º ano de duas escolas, na cidade de Coimbra, Portugal. Para isso fundamentaram-se principalmente em Papert (1997), Resnick et al. (2009), Felleisen e Krishnamurthy (2009). Nesse contexto, os autores optaram pela utilização da linguagem de programação *Scratch*, com o intuito de promover o sucesso dos discentes na disciplina de matemática e na língua materna.

A pesquisa fez parte de um projeto piloto, alcançado pelo ministério de educação de Portugal em 2015, que introduziu nos currículos escolares daquele país, o ensino das TICs, nas escolas do 1º ciclo da educação básica (que corresponde ao ensino fundamental I). Visando estudar o desempenho dos alunos desse ciclo, o projeto teve a finalidade de interligar os saberes teóricos escolares com os saberes práticos, desse modo, os autores, com a intenção de promover uma melhoria geral nas aprendizagens de matemática e do desenvolvimento da língua materna, intencionavam através da tecnologia digital melhorar as aprendizagens dos alunos nas referidas disciplinas integrando os saberes numa leitura crítica e reflexiva.

Nesse contexto, os autores desenvolveram o projeto de intervenção tendo o apoio de uma equipe multidisciplinar, visando estimular o pensamento computacional dos jovens, e ao mesmo tempo combater o insucesso na disciplina de matemática e do português, utilizando a plataforma *Scratch*. Segundo os autores, no ano letivo 2015-2016, o projeto alcançou cinco turmas do 4º ano, em duas escolas da educação básica, contabilizando nesse primeiro momento 106 participantes. No ano letivo 2016-2017 a oferta foi ampliada para mais uma turma de uma das escolas, atingindo um total de seis turmas nas duas escolas com 136 participantes envolvidos.

Segundo os autores, a metodologia promoveu diferentes projetos de jogos, histórias e animações em *Scratch* em várias fases de seu desenvolvimento, possibilitando uma grande diversidade de trabalhos, realizados por alunos e para alunos, desenvolvendo diversas competências, não apenas em programação, mas também relacionado diretamente com as suas áreas curriculares, à medida que programavam, jogavam e utilizavam os seus projetos e os partilhavam com os seus colegas.

As análises de resultados revelaram que houve uma melhoria no percentual de aprendizagem entre 2016-2017, em relação ao ano anterior, demonstrando que as alterações realizadas ao plano estratégico surtiram o efeito desejado, e que a equipe multidisciplinar presente em sala de aula pode ter causado alguns enviesamentos à investigação. Os autores, sinalizam que sendo este um projeto piloto, ainda possui informações e estudos escassos e relatam a necessidade e a importância de estudos mais profundos e objetivos. Nas análises de dados, os autores tiraram algumas conclusões, apesar do trabalho não estar concluído. Para eles, o *Scratch*, é capaz de promover aprendizagem, uma vez que apresenta em sua plataforma um ambiente motivador, em que os alunos através de seus projetos, promovem conhecimentos e aprendizagem objetiva.

Ventura e Ramalho (2017), em seu artigo "O potencial do *Scratch* no Ensino – Aprendizagem da geometria" usaram referencial teórico Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) que integra o conhecimento de conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. Assim sendo, realizaram uma pesquisa mista, de natureza Qualitativa e Quantitativa, priorizando os aspectos qualitativos, com dezoito alunos, sendo nove meninas e nove meninos, com idades entre sete e oito anos, ambos frequentado pela primeira vez a turma do 2º ano do 1º ciclo da educação básica (CEB). Os autores, fundamentaram-se principalmente em Jonassen (2000); Jonassen, Peck e Wilson (1999); Wing (1996). Para coleta de dados da pesquisa, lançaram mãos a notas de campo e questionários. As atividades através da linguagem de programação *Scratch* foram desenvolvidas de forma a intensificar o pensamento computacional e o ensino da matemática.

Ventura e Ramalho, investigaram o uso da ferramenta digital para o ensino da geometria, focando os conceitos de Figuras e os ângulos internos de polígonos. Em suas análises, chegaram à conclusão de que o *Scratch*, promove a motivação e a aprendizagem da geometria, reflexão, capacidade crítica e o raciocínio lógico. Para eles o *Scratch* possibilitou que os alunos associassem as propriedades das formas geométricas desenvolvendo novos conhecimentos e competências. No entanto, ressaltam que nem todos os alunos sentiram-se à vontade com a ferramenta, não tendo certeza se gostariam de manter o *Scratch* nas próximas aulas, segundo o autor, provavelmente pela falta de segurança, em arriscar e recorrer à prática de exercitação, caso cometessem erro. Todavia, Ventura e Ramalho (2017) ressaltaram que todos os alunos gostaram das atividades em que o *Scratch* foi utilizado e, que de maneira geral, esta ferramenta teve um impacto positivo no processo de ensino e aprendizado da geometria.

Silva (2020), em sua dissertação “Em busca de Possibilidades Metodológicas para uso do *software Scratch* na educação básica” objetivou analisar no Portal Dia-a-Dia Educação[22]. As produções dos professores, em busca de identificar as possibilidades metodológicas utilizadas quando se usa o *software Scratch* na Educação Básica. No intuito de responder a questão: O que os trabalhos publicados no Portal Dia a Dia Educação apresentam como possibilidades metodológicas para o uso do *software Scratch*?, para isso, lançou mão à uma Pesquisa Qualitativa e, conduziu por meio da Análise de Documentos, obtidos em consultas à base de dados, para encontrar nas produções, as metodologias de ensino que fizessem relações com as tecnologias digitais, e que visassem desenvolver o fazer matemático com o *software Scratch* e com o processo de programação.

Segundo o autor, análises evidenciaram que a proposta de uso do *software Scratch* contribui para que possíveis situações-problemas envolvendo a matemática podem ser construídas, no entanto, não se percebeu, nos trabalhos analisados, indicações sobre os procedimentos metodológicos adotados para o uso do *Scratch* em atividades de Matemática, uma vez que a maioria das produções encontradas faziam referências somente às Tecnologias Digitais (TD) e não às metodologias com as quais elas foram utilizadas. Neste sentido, ele ressalta que as produções indicam que entre as tendências metodológicas, o uso da modelagem matemática foi a única identificada, em um único projeto, que envolveu situações-problemas, aplicações matemáticas, programação e o *software Scratch*.

Nesse sentido, Silva (2020), mostrou a necessidade de discussão e aprofundamento sobre o uso do *Scratch* como possibilidade metodológica voltada ao ensino da matemática. Ressaltou ainda, que apesar de estar em evidência, o software é pouco utilizado nas escolas como ferramenta de ensino, destacando que as TD que já são realidade na maioria das escolas daquele estado, não são aproveitadas como recurso didático-pedagógicos adequados, faltando desse modo, uma apropriação e aceitação melhor pelas comunidades escolares.

A dissertação “Mapeamento do Pensamento Computacional por meio da Ferramenta *Scratch* no Contexto Educacional Brasileiro: Análise de Publicações do Congresso Brasileiro de Informática na Educação entre 2012 e 2017” realizada por

[22]Este portal disponibilizado pelo Governo do Estado do Paraná, tem por objetivo oferecer recursos didáticos e pedagógicos, além de serviços de informação e comunicação ao professor, aluno, comunidade e gestores escolares(SILVA, 2020).

Massa (2019), objetivou fazer um mapeamento de artigos publicados nos anais do Congresso Brasileiro de Informática na Educação, entre 2012 e 2017, relacionados ao ensino-aprendizagem do pensamento computacional (PC) com o *Scratch.* Usando a Análise quantitativa como metodologia, a autora selecionou e analisou trinta artigos referente ao tema, através do software *Iramuteq*, fazendo a *a*nálise de conteúdo destes. A autora evidenciou que o público-alvo com maior incidência, refere-se a faixa etária de 6 a 17 anos, com participação do ensino fundamental e médio. No entanto, ressaltou que o uso do *Scratch* ocorre desde o fundamental menor até o ensino superior, bem como, no público extraescolar.

Sua pesquisa evidenciou ainda, que o ensino e o aprendizado do PC aliado ao *Scratch* contribuiu para mudanças culturais significativas nos locais onde os projetos foram implementados, mostrando que os alunos envolvidos adquiriram entusiasmo em aprender programação de jogos e outras atividades de forma divertida e colaborativa, pois permitiu que os alunos ou grupos de alunos interagissem sugerindo ideias e dando opiniões. Mostrou também que os professores que participaram da formação utilizando tal ferramenta viram que não é tão difícil e enxergaram nela a possibilidade de ensino-aprendizagem a ser levado a sala de aula.

Diversos trabalhos analisados mostraram a potencialidade que o uso do *Scratch* aliado ao PC traz no contexto do ensino interdisciplinar, podendo ser explorado na matemática, química, física, biologia, geografia, inglês e outras. A análise da autora revelou ainda que os trabalhos foram desenvolvidos de forma extracurricular, necessitando desse modo que sejam introduzidos na matriz curricular de ensino (como já vem acontecendo em alguns países desenvolvidos (como Austrália, Reino Unido, Portugal, Coréia do Sul e outros). Segundo a autora, problemas relacionados a poucos computadores ou até mesmo de acesso, não foram motivos para a não realização de trabalhos ligados à aprendizagem do PC com *Scratch*, pois o software funciona de forma desplugada e pode ser usado em aplicativos móveis.

Sua pesquisa revelou ainda que a formação de professores relacionadas aos conceitos e fundamentos computacionais no Brasil é difundida de forma precária e possui problemas como evasão dos cursos de formação, desânimo, e a falta de profissionais qualificados e, alerta para Sociedade Brasileira de Computação (SBC), dos Institutos Tecnológicos de Educação e de gestores de educação do país, quanto ao fortalecimento de políticas públicas de formação de docentes a fim de valorizar e enriquecer o trabalho profissional de quem atua na área de informática e educação.

Já o trabalho dissertativo de Rocha (2018), intitulado "Análise de Projetos do *Scratch* Desenvolvidos em um Curso de Formação de professores" foram analisados trabalhos que usam a tecnologia na educação, em busca de evidenciar se aqueles desenvolvidos com o software *Scratch*, possuíam característica construtivistas e ergonômicas[23] no ensino e aprendizagem. Nesse contexto, em relação à primeira característica, foi usado como base os critérios de interatividade, tratamento ao erro, dinamismo e simulação, já para análise ergonômica, considerou-se aspectos relacionados à legibilidade, documentação e navegabilidade.

Neste trabalho de natureza Qualitativo, a autora ancorou-se em Kalinke (2003) e Balbino (2016) e, analisou os dados referentes aos trabalhos de 14 professores, coletados durante a realização de um curso de formação, através da observação participante ou observação ativa, com uso de questionário respondido pelos cursistas, e análise dos projetos desenvolvidos por estes, disponibilizados posteriormente no repositório do *Scratch*. A formação teve duração de 42 horas, sendo 21 presenciais e 21 de forma remota.

Em suas análises a autora destacou que em relação ao aspecto Construtivista, todos os projetos atenderam aos critérios de interatividade, bom tratamento de erro, situações de simulação, no entanto ressalta que para isso existe a necessidade de programações longas e critérios técnicos, com vários cuidados diferenciados por parte do programador, destacando que a escolha apropriada de ferramentas, a previsão de possibilidades de ações por parte do usuário e a atenção às trocas de cenários são alguns exemplos desses cuidados que mostram a complexidade na programação.

Para ela, o critério dinâmico foi atendido em seis projetos, o que mostra a possibilidade de criações dinâmicas com a ferramenta. Em aspectos ergonômicos, a autora destaca que a legibilidade foi bem mais evidenciada em cinco projetos, ressaltando que a este critério de navegabilidade tem maior destaque em projetos mais curtos. O critério de documentação foi atendido na maioria dos projetos, uma vez que o repositório oficial possibilita orientações apropriadas a professores interessados em utilizar projetos.

[23]Manuais informativos e facilitadores para professores e alunos, disponibilizados em site, no intuito nortear planejamentos, indicar que conteúdos são abordados e especificar aspectos técnicos das ferramentas disponíveis

Rocha (2018), descreve que todos os critérios podem ser atendidos a partir de programações no software, mesmo que alguns exigiam mais conhecimentos, mais prática ou mais tempo na elaboração dos objetos de aprendizagem. Contudo, afirma que a pesquisa demonstrou que apesar dos projetos oferecerem possibilidades de abordagens construtivistas e que estejam sintonizados com características ergonômicas, se projetos no *Scratch* não forem trabalhados de forma adequada, podem não possuir um aspecto ergonômico apropriado. Além disso, não existem garantias de recursos construtivistas, pois isso depende da especificidade de cada projeto e das abordagens de sala de aula, revelando que essas mudanças são de responsabilidades do professor.

Na dissertação de Santos (2014), intitulada “Aprendizagem Mediada por linguagens de Autoria: O *Scratch* na visão de três pesquisadores”, a autora trouxe, a análise sobre a visão de três autores e seus trabalhos dissertativos: Marques, (2009); Oliveira, (2009) e Pinto (2010), objetivando conhecer de maneira geral as contribuições e limitações da ferramenta digital *Scratch* no ensino. Dessa forma, em uma abordagem metodológica Qualitativa, através da pesquisa bibliográfica, usou os bancos de dados de teses e dissertações em um recorte temporal de 2014 a 2017, para obtenção de dados sobre o objeto de estudo. Ancorou sua pesquisa nos referenciais de Marconi e Lakatos (2001) e após análise, identificou um diálogo convergente entre os autores, no entanto, sua pesquisa desvela que o *Scratch* por si só não é garantia de aprendizado para o aluno, evidenciando a importância do professor no processo de ensino e aprendizagem.

Santos (2014), ressaltou também que dois trabalhos evidenciam autonomia, e que todos apresentam características de raciocínio lógico, mostrando que o *Scratch* tem um apelo pedagógico significativo, pois permite que os alunos façam feedback em seus projetos, ressaltando que o erro é visto como algo positivo no uso dessa ferramenta, pois permite que os discentes redefinam e melhorem seus projetos, possibilitando desse modo o aprendizado. No entanto deixa claro que o objeto ainda precisa ser bastante discutido, e deixa em aberto a discussão para futuros trabalhos.

Mediante o exposto retratado na pesquisa bibliográfica acima, dentre outras características diferenciáveis, este trabalho busca distanciar-se dos demais por apresentar a proposição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), voltado a formação continuada de professores do ensino fundamental I, sobre o estudo do Sistema de Numeração decimal e operações de soma e subtração. As atividades propostas terão o intuito de trabalhar o entendimento da estrutura do SND e o aprendizado conceitual dos objetos matemáticos com o desenvolvimento de jogos construídos no *Scratch*, sendo alguns adaptados de projetos disponíveis para remixagem na plataforma.

Por outro lado, a revisão trouxe para este trabalho contribuições importantes ao mostrar que o *Scratch* pode promover aos envolvidos um aprendizado de forma motivada, colaborativa, com autonomia, concentração, pensamento crítico, e que objetos de aprendizagens construídos por intermédio dele, podem propiciar um aprendizado significativo, caso sejam bem construídos e possuam uma proposta pedagógica conforme destacaram Castro (2017), Zoppo (2017), Meireles (2017). Além disso, corrobora também ao evidenciar que essa ferramenta digital possui potencialidades e um forte apelo pedagógico, sendo capaz de subsidiar o ensino e aprendizagem, promovendo a construção e reflexão teórica e conceitual metodológica da matemática. (GUERRA, 2016; BRANDIT, 2017; BRANDIT; LEITÃO; CASTRO, 2018).

Outros dados relevantes que contribuíram para este trabalho mostraram que capacitação de professores é possível de ser realizada dentro de qualquer componente curricular ou nível de ensino, enfatizando o envolvimento de futuros educadores em experiências didáticas interdisciplinares que integre a tecnologia à formação docente, bem como, sobre a reflexão dessas experiências (JANZ; MOTTA; KALINKE, 2018; SANTOS; CORREIA, 2018). Contribuiu também ao trazer informações de que projetos, na prática, podem ser criados e/ou modificados, explorando a programação, a matemática e suas relações interdisciplinares com outros conteúdos, indicando que o uso da ferramenta *Scratch* como abordagem metodológica, pode dinamizar o ensino e potencializar o processo de aprendizagem, melhorando o pensamento matemático, criatividade, motivação e capacidade de resolver problemas quando os alunos desenvolvem objetos de aprendizagem (SILVA; SZMOSKI; BASSANI, 2019; MOMCILOVIC, 2020; CALDER, 2018; MOMCILOVIC, 2020, ALMEIDA et al., 2017).

Da mesma forma, os trabalhos colaboraram ao evidenciar em Massa (2019), Rocha (2018) Santos (2014), o lado dinâmico e a potencialidade que o uso do *Scratch* aliado ao PC podem trazer um contexto de ensino interdisciplinar, evidenciando que o *Scratch* possui um apelo pedagógico significativo à medida que o erro é visto por eles como algo positivo, permitindo que o usuário faça *o feedback,* corrija os erros, faça remixagem em seu projeto, melhorando seu trabalho e a capacidade de resolver problemas.

O próximo capítulo trará aos aspectos metodológicos deste trabalho pondo em foco o problema didático e suas dimensões que serão conduzidos à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e seus elementos constitutivos.

4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

A investigação desenvolvida neste trabalho é uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa, tendo como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), sendo motivada a partir de um problema docente surgido em sala de aula, e como já mencionado, trata-se de uma proposição prospectiva cujo principal objetivo é a construção de um Modelo Epistemológico de Referência a partir dos estudos e análise dos modelos de Sierra (2006) e Brandit (2005).

Na TAD, um problema docente pode se transformar em um problema de investigação a partir do questionamento do Modelo Epistemológico Dominante (MED) por meio da indagação “sobre o que ensinar”, “porque ensinar” e “como ensinar”. No entanto, segundo Gascón (2013), faz-se necessário adicionar ao problema docente pelo menos as três dimensões do problema didático: A **Epistemológica**, ligada diretamente ao estudo da obra (representada nesta pesquisa pelo estudo do SND e das operações de soma e subtração). A dimensão **Econômico-Institucional**, que permite identificar características do Modelo Didático Dominante (MDD) subjacente ao Modelo Epistemológico Dominante (MED), pois essa dimensão está relacionada às praxeologias ou Organizações Matemáticas (OMs) e Organizações Didáticas (ODs) institucionais. E a dimensão **Ecológica** que estuda as condições e restrições que afetam o desenvolvimento dessas praxeologias. (FARRAS; GASCÓN; BOSCH; 2013).

Almouloud e Figueroa (2018), alinhados a esse pensamento, descrevem que um problema didático é definido como uma formulação, contendo as três dimensões fundamentais, as relações entre elas e algumas questões novas que não aparecem em nenhuma das dimensões anteriores. Asseveram ainda que o estudo da dimensão econômica, por intermédio da análise institucional, serve para revelar o MED vivenciado pela instituição de referência. Nesse sentido, essa dimensão visa entender como as praxeologias relacionadas ao SND se comportam em uma determinada instituição, como por exemplo, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nos livros didáticos, em documentos nacionais, regionais e municipais. Sendo, portanto, necessário, estudar nessa dimensão, as questões relativas às condições que regulam a organização e o funcionamento de tais praxeologias na instituição de referência.

Como já mencionado anteriormente, o problema docente desta pesquisa surgiu a partir de observações feitas em sala de aula com alunos das turmas de 6º ano (recém-chegados do 5º ano) de uma escola do Município do Acará no início de 2019, onde foi possível constatar por intermédio de testes de sondagens o baixo rendimento escolar daqueles discentes. Com o intuito de saber a razão daquele descompasso, houve o interesse em dialogar de maneira discreta e informal com alguns professores dos anos iniciais daquela região (Baixo Acará), sobre as abordagens metodológicas da matemática que estes usavam em sala de aula. Com base nos relatos surgiu a desconfiança de que as lacunas existentes eram de natureza matemática e didática e que provavelmente tais lacunas poderiam ser oriundas, dentre outros fatores, da má formação inicial a qual foram submetidos aqueles profissionais. Além disso, alguns deles relataram que os livros didáticos muitas vezes mostravam-se desinteressantes para o ensino em sala de aula.

Desse modo, mediante tais informações e algumas pesquisas realizadas (CURI, 2004), (ALVES e CAVALCANTI 2017), foi possível conjecturar que a formação inicial daqueles profissionais foi insuficiente causando obstáculo didático que por sua vez refletia no ensino e aprendizagem dos alunos. Gascón (2001), afirma de fato, que a formação inicial de professores, traz lacunas de aspectos teórico-metodológicos que refletem de forma negativa e atrapalham o ensino e a aprendizagem, dificultando o avanço do aluno. Segundo esse autor, tais lacunas podem deixar à mostra problemas da formação inicial do professor, relacionados ao modelo epistemológico da matemática anunciada na instituição formadora.

Para Chevallard (2009a), esse modelo pode ocasionar limitações praxeológicas, as quais incidem diretamente na relação pessoal desse professor com os tipos de objetos estudados na área da matemática provocando incompletudes. Neste contexto especificamente, estima-se que a incompletude observada, pode estar relacionada a diversos fatores, dentre os quais destaca-se, a desarticulação do objeto matemático (SND e Operações fundamentais) motivada pela epistemologia dominante nas instituições. À vista disso, supõe-se que os cursos de graduação para professores do ensino fundamental menor ofertados àqueles docentes, não dão conta de uma formação matemática adequada. Aliado a isso, os materiais didáticos (livros) que muitas vezes não correspondem às expectativas, potencializam as dificuldades de compreensão dos docentes com relação aos objetos matemáticos, desencadeando uma série de restrições que dificultam a aprendizagem dos alunos.

Todo esse contexto, foi a mola propulsora para se buscar na TAD o apoio e considerar a possibilidade de que as dificuldades encontradas no ensino dos objetos matemático em questão, estejam de fato relacionadas a má formação profissional, tal e qual, a maneira como os temas muitas vezes são propostos nos livros didáticos. Nessa direção, esta pesquisa evidencia o problema didático referente aos objetos matemáticos em questão e propõe a construção do MER híbrido, subsidiado pela dimensão Epistemológica, para responder à questão de pesquisa **Q: Quais praxeologias matemáticas devem ser mobilizadas na constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) Para o Sistema de Numeração Decimal Voltado ao Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch?**

O estudo e análise dos trabalhos de Brandt (2005) e Sierra (2006), serão fundamentais e contribuirão para a constituição do Modelo Epistemológico de Referência híbrido, que possibilitará questionar e propor tarefas a partir dele e, futuramente por meio de um estudo mais detalhado sobre a dimensão Econômica Institucional, analisar as relações institucionais existentes em torno do ensino do SND e das operações de soma e subtração, mediante análises de alguns livros didáticos que constam como referências básicas para o uso institucional, bem como, em análise no Plano Municipal de Ensino do município do Acará-PA, no Plano estadual de Ensino e na BNCC, pois o sistema de ensino do município em questão, encontra-se alinhado a esses documentos.

Para Sierra e Gascón (2018), o estudo da dimensão Epistemológica, é central, pois condiciona fortemente as outras dimensões do problema didático, permitindo questionar o modelo vigente, no entanto, as OMs sábias devem legitimar epistemologicamente o processo de construção do MER com autonomia, mantendo um certo distanciamento, para que a pesquisa didática exponha seu próprio ponto de vista. Nessa direção, os Modelos Epistemológicos de Sierra (2006) e Brandt (2005), serão as principais Organizações Matemáticas sábias que servirão de base para a modelização do MER que conduzirá esta pesquisa dissertativa à análise das outras dimensões, permitindo o direcionamento do problema didático rumo a identificação e questionamento do Modelo Epistemológico Dominante (MED).

De antemão, a dimensão econômica institucional nesta pesquisa, limitar-se-á a uma breve análise sob a ótica da BNCC, evidenciando o estudo do SND e suas operações que constituem a unidade temática “Números”. Segundo esse documento, essa temática tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento numérico nas crianças, destacando que o aluno deve apresentar maneiras de quantificar atributos de objetos, de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. A BNCC assinala também que no contexto dos números naturais para os anos iniciais, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações, bem como, o desenvolvimento de habilidades referentes à leitura, escrita e ordenação de números. Os discentes devem apresentar nessa fase a capacidade de resolverem problemas envolvendo as operações fazendo inferências sobre os resultados encontrados, no entanto, para esse documento, o uso de registros, significados e operações está diretamente relacionado ao conhecimento da estrutura do SND.

A Base Nacional Comum Curricular, afirma que “todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano” (BRASIL 217 p. 269). Desse modo, o documento destaca a importância de uma leitura integrada das habilidades, de forma que não haja fragmentação, pois há de se considerar que os conteúdos ligados às temáticas devem ser abordados de forma conectada com os anos anteriores. Assim, no contexto numérico:

> A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL 217 p. 276).

Nesse sentido, observa-se por exemplo, que a base comum curricular aborda a composição e decomposição de números naturais desde o primeiro até o quarto ano, havendo também indicações indiretas desta habilidade no quinto ano, considerando que deve haver uma sequência com um grau crescente de complexidade, fato observado nas habilidades (EF01MA07), (EF02MA04), (EF03MA02), (EF04MA02) que tratam de composição e decomposição de números naturais indicando abordagens de numerais com duas, três, quatro e cinco ordens respectivamente, levando em conta que os números podem ser escritos por meio de adições e multiplicações, por potências de dez, tornando compreensível para o aluno a estrutura do sistema de numeração decimal, conforme descrito também no estudo epistemológico desta pesquisa.

Portanto, percebe-se que tais habilidades descritas na BNCC são fundamentais e estão interligadas com outras que versam sobre comparações, leituras, escrita, e ordenação de números, tópicos relevantes para a compreensão das características do Sistema de Numeração Decimal, como por exemplo, o valor posicional e o papel do elemento zero, assim como, para as operações de soma e subtração, contribuindo desta forma para a percepção de características do sistema de numeração decimal e para o desenvolvimento de estratégias de cálculo.

Vale ressaltar que o Plano Municipal de Ensino do Acará é um documento novo, ainda em fase de ajustes, estando diretamente relacionado ao Documento Curricular do Estado do Pará (2018), e é subdividido em: Eixo, Subeixo, Objetivos de aprendizagem, Habilidades e objeto do Conhecimento, conforme ilustra a Figura 15.

Figura 15: Temática "Números"

ACARÁ

ESTADO DO PARÁ
PREFEITURA MUNICIPAL DE ACARÁ
SECRETÁRIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

SEMED
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

		estatístico e probabilístico para compreensão do contexto sociocultural	elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais	
CULTURA E IDENTIDADE	1. Os saberes e as práticas matemáticas existentes em diferentes grupos sociais	1.1 Compreender a construção do sistema de numeração, de grandezas e de medidas como uma representação de diferentes culturas	**(EF01MA01PA)** Reconhecer a constituição do sistema de numeração, de grandezas e medidas como representação dos diferentes saberes matemáticos existentes em diferentes culturas	**Saberes matemáticos sobre o sistema de numeração, de grandezas e medidas**

1º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA 4º BIMESTRE				
EIXOS	**SUBEIXOS**	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**	**HABILIDADES**	**OBJETOS DE CONHECIMENTOS**
LINGUAGEM E SUAS FORMAS COMUNICATIVAS	1. A Matemática como linguagem para a compreensão da realidade	1.1 Empregar a linguagem numérica para argumentar e demonstrar sua estratégia na resolução de problemas	**(EF01MA04)** Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros	**Leitura, escrita e comparação de números naturais; Reta numérica**
			(EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo	**Composição e decomposição de números**

Fonte: Retirado do Plano Municipal de Ensino do Acará (2022).

Segundo esse documento, as escolas devem assumir o princípio de uma política educacional baseando-se no respeito às diversas culturas Amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo; na Educação para a Sustentabilidade Ambiental, Social e Econômica e na Interdisciplinaridade no processo de ensino-aprendizagem, trazendo para suas práticas curriculares aspectos inerentes aos costumes e modos de vida dos povos que vivem na Amazônia Paraense com suas riquezas cultural e econômica distribuídas nas mais diversas regiões do Estado.

Vale ressaltar, portanto, que a breve análise da dimensão econômica institucional referente à temática números, revelou que em anos anteriores havia um certo descompasso entre os planos de ensinos destinados às escolas do município e a BNCC, pois tratando-se de habilidades relativas à composição e decomposição numérica, foi detectado que os planos anteriores apresentavam uma descontinuidade de tais habilidades, sendo abordado no primeiro ano, mas sem haver nem uma referência para o segundo ano. Já no terceiro, o tópico voltava a ser referendado novamente, no entanto não aparecia como habilidade, mas sim como objeto de conhecimento do componente curricular ou como proposta de atividade. aparecendo novamente como habilidade no quarto ano. Essa distorção ocorria provavelmente pelo fato do município, até o ano de 2021, não possuir em definitivo, um Plano Municipal de Ensino.

A vista disso, verificou-se que tal distorção era agravada quando cada escola fazia sua própria adaptação do plano, pois cada equipe não destacava essa habilidade de forma contínua em todas as etapas do ensino, o que leva a conjecturar que a ausência dessa habilidade poderia estar ocasionando restrições no ensino e aprendizagem do SND. Já no novo Plano de Ensino Municipal apresentado em março de 2022, pode-se perceber um certo ajuste, sendo inserido essa habilidade desde o primeiro até o quarto ano, apresentando uma continuidade em nível de complexidade crescente, conforme as recomendações da BNCC.

Outra observação importante revelada pelo estudo da dimensão econômica tem relação com a leitura e escrita de números naturais, enfatizado em todos os anos do fundamental menor. No entanto, em nem um momento o documento trata que o aprendizado deve levar em conta o aspecto da linguagem, não havendo referência da relação da escrita alfabética com a arábica, ignorando o uso de prefixos e sufixos das palavras para a compreensão da estrutura do SND, bem como, a relação da linguagem como meio de expor a estrutura operacional dos números, conforme destacado em Brandt (2005). Fatos como estes leva-se a presumir que os livros didáticos utilizados no município em questão, não trazem tais abordagens em suas organizações didáticas, deixando de lado subsídios importantes para melhorar a percepção sobre os objetos matemáticos supracitados.

Características mais detalhadas sobre a dimensão econômica institucional serão efetivadas em estudos futuros, momento em que será dada a continuidade da análise do Plano de Ensino educacional do Município do Acará, bem como, em alguns livros textos, para saber de forma aprofundada, como esses objetos matemáticos existem nessa instituição, buscando evidenciar o Modelo Epistemológico Dominante (MED) do município. Nesse aspecto, o foco será identificar com mais clareza, através das OMs e ODs a importância dada ao estudo do SND e das operações fundamentais, e saber como se constituem as relações institucionais dos sujeitos com esses objetos matemáticos: R (O, X) e $R_I(O)$ (onde **O** são os objetos matemáticos SND e as operações fundamentais de soma e subtração, **X** os professores dos anos iniciais e **I** a instituição investigada).

Nesta pesquisa será dada, de forma breve, uma ênfase também, a Dimensão Ecológica do problema didático, pois Segundo Farras, Bosch e Gascón, (2013), Almouloud e Figueroa (2018), ela é o resultante de um olhar sobre as outras duas dimensões a fim de responder à questão central, pois ela se preocupa com o estudo da ecologia institucional das praxeologias matemáticas e didáticas. Seu principal objetivo é saber: Por que as coisas (OM e OD) são como são na Instituição e, que condições são necessárias para fazerem de outra forma, dentro do que é possível? Quais condições e restrições permitem ou impedem mudanças que podem ser definidas pela qualidade do material didático utilizado na instituição, pelos saberes de alunos e docentes, recursos tecnológicos, e tempo para o estudo? Em outras palavras, a dimensão ecológica, busca identificar a "Razão de Ser" dos objetos matemáticos nas instituições, em especial, nas instituições de ensino, podendo também, atribuir, assumir ou constituir novas razões para esses objetos.

Nesse contexto, a dimensão ecológica retoma a análise sobre a dimensão econômica e epistemológica para poder observar se existem dificuldades na compreensão do SND e das operações fundamentais a fim de responder o porquê de as coisas serem como são, qual o motivo da incompletude, e se essa incompletude tem relação com uma transposição didática inadequada ou ineficiente. Desse modo, para responder tais questões na TAD "É imperativo levar em consideração os dados empíricos de todos os estágios de transposição, das instituições produtoras de conhecimento para as instituições educacionais" (FARRAS; BOSCH; GASCÓN, 2013 p. 20).

Dito isso, este estudo dissertativo, limita-se à construção do MER híbrido, e em algumas inferências sobre a dimensão econômica e ecológica mas posteriormente, pretende mergulhar de forma mais aprofundada no estudo da dimensão econômica institucional, trazendo as análises dos principais livros didáticos utilizados no município, retomando novamente a análise sobre a dimensão ecológica do problema didático para conduzir o estudo rumo à construção do Modelo Epistemológico Alternativo (MEA), que dar-se-á mediante ajustes nas atividades sobre sistema de numeração decimal, a partir do MER híbrido, no qual serão abordadas as atividades que envolverão ordens numéricas, composição e decomposição de numerais, valores posicionais, bem como, operações de soma e subtração, remodeladas também com o uso do *software Scratch*, por meio da dialética das Mídias e *Milieux*. Assim sendo, em estudos futuros, mediante as análises do MER e daquilo que for relevante oriundo do MED, buscar-se-á fazer emergir o MEA com o auxílio da ferramenta digital *Scratch*.

O próximo capítulo dará o início à abordagem teórico-metodológica a qual fundamenta-se este trabalho, iniciando com um breve histórico que remonta o surgimento da Teoria da Transposição Didática (TD), com o sociólogo Michel Verret (1975), até a retomada desse conceito por Chevallard (1985). Trará também as principais noções a respeito da Teoria da Transposição Informática (TI), de Balacheff (1994), e na sequência, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e seus elementos constitutivos, pondo em foco a Dialética das Mídias e Milieux a qual se fundamenta essa pesquisa.

5. DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA (TD) E INFORMÁTICA (TI) À TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

5.1. Transposição Didática (TD)

A Transposição Didática (TD) foi abordada primeiramente pelo sociólogo Michel Verret (1975), o pioneiro na descrição desse conceito. As ideias de Verret, foram posteriormente retomadas por Yves Chevallard (1985), que expandiu a teoria da transposição didática a partir de contribuições, bem como, de muitas críticas, sendo estas propulsoras para que o autor aprimorasse ainda mais seu trabalho, inserindo à TD uma visão antropológica, contribuindo posteriormente para o surgimento da “Teoria Antropológica do Didático" (TAD) (MENDOZA, 2005).

Segundo Chevallard (1999), a transposição didática é um processo no qual um conteúdo do saber (saber sábio) sofre um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar lugar entre os objetos de ensino (saber ensinado). Nesse aspecto, o autor destaca que:

> “Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O ‘trabalho’ que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.” (CHEVALLARD, 1991, p.39, tradução nossa).

Para ele, a TD, fundamenta-se nas praxeologias que correspondem aos blocos práticos e teóricos (Práxis e Logos), considerados como os pilares que fundamentam o processo de transposição didática. Nesse sentido, as organizações Praxeológicas são os fundamentos da Transposição Didática e consequentemente da Teoria Antropológica do Didático. Almouloud (2017) descreve que na TAD, as noções de (tipos de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria permitem modelar práticas sociais em geral e, em particular, a atividade matemática.

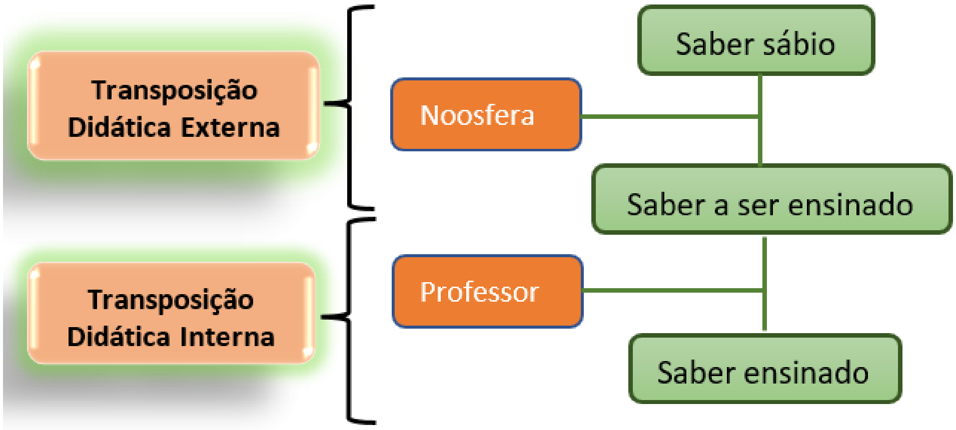
Em um sentido amplo, para Chevallard (2009), o saber sábio não se restringe apenas ao saber científico, haja vista que, a maioria dos saberes nascem de processos culturais e são constituídos a partir de experiências e práticas sociais que são introduzidos na academia e posteriormente transpostos. Sendo assim, vale ressaltar que quase nenhum objeto matemático, teve sua origem na academia, a exemplo disso destacam-se os sistemas de numerações, estudados e discutidos em capítulos posteriores. Em um sentido restrito (no âmbito acadêmico), o autor aponta que a Transposição Didática, pode ser entendida como a passagem do saber científico ao saber ensinado, no entanto, essa transformação supõe um processo complexo, que desvela outros conhecimentos no decorrer desse movimento. Portanto, não se trata de uma simples adaptação ou simplificação do saber, mas de um trabalho capaz de transformar um saber existente na esfera científica, à fins de ensino e divulgação através de adaptações didáticas. Nesse sentido, um modelo adequado deve corresponder a um sistema didático que integre os saberes fragmentados, introduzindo um corpo de discurso que prevê a apresentação de objetos do saber de forma ordenada e em um tempo didático (MENDOZA, 2005).

Mendoza (2005) afirma ainda que a transposição implica um trabalho de separação, transformação e seleção. Nesse trabalho de separação e transposição, a distância é necessariamente instituída entre a prática da transmissão e a prática da invenção. Nesse âmbito, para Chevallard (1991), o saber deve ser inicialmente desestruturado, separado do contexto original e depois fragmentado em partes para que posteriormente seja reestruturado novamente, renascendo como um novo saber, constituído pela subjetividade dos elementos envolvidos nesse movimento. Desse modo, para o autor, não existe hierarquização de saberes, não se trata do saber sábio (científico) ter mais importância que o saber a ser ensinado, mas sim, de diferenças linguísticas entre eles, uma vez que esse último, sofreu adaptações didáticas para tornar-se um objeto de ensino.

Chevallard (1991), assevera que o “funcionamento didático” do saber escolar não é impulsionado pela necessidade de solução de problemas, mas sim pela “contradição antigo/novo”. Essa dialética surge pela necessidade de os objetos de ensino dependerem daquilo que já é conhecido pelo aluno, porém esse conhecimento deve parecer ao mesmo tempo uma novidade, ou seja, é o conhecimento novo e não o antigo que traz sentido e justificação para a relação didática. No entanto, se o aluno não puder realizar algum tipo de reconhecimento ou identificação com os saberes que já domina, torna-se inviável o aprendizado, pois estes emergem de forma conectada com saberes antigos.

Para Chevallard (1999), a Transposição Didática é externa e interna. O primeiro caso de transposição ocorre na região chamada de noosfera, onde os atores (Técnicos do Ministério da Educação, pedagogos, especialistas, Editoras de livros didáticos, professores, pais de alunos etc.) discutem os conteúdos que serão introduzidos no ensino e, nesse caso, o saber sábio é transposto para o saber a ser ensinado. A segunda transposição ocorre no ambiente escolar, em sala de aula, em que se destacam: o professor, o aluno e o saber. A essa tríade, o autor chamou de: **Sistema Didático.** Nesse momento, ocorre a passagem do saber a ser ensinado ao saber ensinado, através da mediação didática do professor e a interação com o *Milieu*. A Figura 15 traz o esquema da TD, descrita por Chevallard.

Figura 16: Transposição Didática

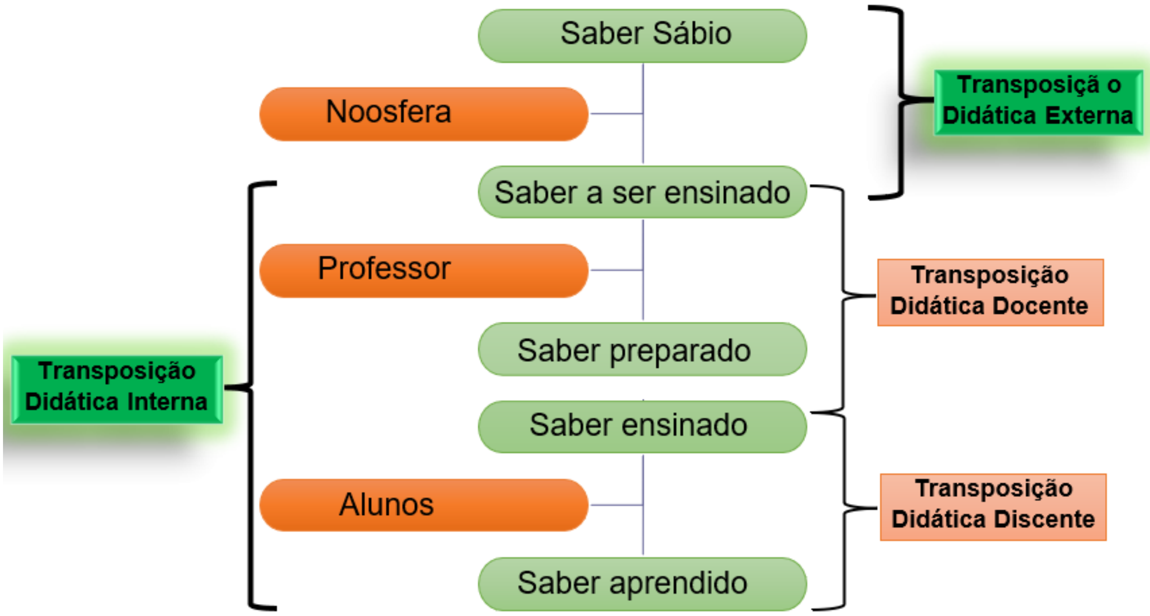


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A partir das ideias de Chevallard, diferentes pesquisadores discutiram e expandiram a transposição didática interna, descrevendo outros saberes, como por exemplo, o **saber preparado** (RAVEL, 2003), localizado entre o "saber a ser ensinado" e o "saber ensinado" . Para Ravel (2003), o "saber preparado" está ligado diretamente ao plano de ensino do professor, contendo as expectativas e inferências docentes, geradas no momento que estes introduzem no planejamento suas opiniões, reorganizando os conteúdos a serem ministrados. Nessa direção, o "saber a ser ensinado", ganha uma nova roupagem, constituída por ideias e gestos pessoais do professor, que assume neste momento o protagonismo, caracterizando essa fase como transposição didática docente.

Bosch e Gascón (2006), evidenciaram também o saber aprendido. Para esses autores, a partir das ações docentes em sala de aula, o saber aparece na forma de saber ensinado, o qual, na interação com os alunos, transforma-se em saber aprendido, de modo que subsidiado pelo milieu didático, caracteriza a segunda fase da transposição didática interna, denominada transposição didática discente, destacando o aluno como ator principal nos processos de ensino e de aprendizagem. O saber aprendido mobiliza saberes antigos e novos, e vai além do que é ensinado em sala de aula pelo professor, contém outras relações de aprendizagem, geradas por diferentes fontes que o aluno usa para transformar este saber, como por exemplo, a família, a comunidade em que vivem, a igreja e outros. A Figura 16, ilustra a Transposição Didática expandida.

Figura 17: Transposição Didática Expandida



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Silva (2019), detalha ainda mais a Transposição Didática interna (TDI), ao investigar em sua tese, a construção do conhecimento matemático-didático de uma professora em uma turma multisseriada do Ensino Fundamental em um município do estado do Pará, distinguindo duas fases da Transposição Didática docente. Para o autor, a primeira, está localizada entre o saber a ser ensinado e o saber preparado. Nessa fase, o aluno é hipotético e a professora (re)constrói a Organização Matemática Didática no "texto de saber". Para esse autor, os valores das variáveis: história de vida e as relações pessoais da professora se fazem presentes e corroboram para evidenciar as variáveis epistemológicas, que conformam o *milieu* da professora nessa fase de TDI.

Já, a segunda fase da TDI, existente entre o saber preparado e o saber **ensinado,** o aluno é real e a professora (re)constrói em sala de aula a Organização Matemático-Didática contida no "texto de saber". Segundo Silva (2013), nesse momento foi possível identificar as variáveis institucionais e epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora, revelando a relação desta com o saber em jogo.

Como visto, a dinâmica no entorno da Transposição Didática, objetiva, por meio de transformações adaptativas, a condução de um saber sábio até um saber aprendido. No âmbito acadêmico, essa conversão ocorre a partir de um saber científico que será transposto em um objeto de ensino e aprendizagem. Na próxima seção discute-se a transposição informática, trazendo suporte e justificação do uso do *software Scratch* como uma ferramenta relevante ao ensino e aprendizagem escolar.

5.2. Transposição Informática (TI)

A Transposição Informática (TI), também denominada de Transposição computacional, surge a partir da necessidade de se transpor conhecimentos a serem ensinados por meio da utilização de dispositivos computacionais (computadores, *smartphones*, calculadoras, tabletes, etc.), pois implementação de ambientes de aprendizagem baseados em computadores tem ganhado atualmente um papel de destaque nas instituições de ensino, levando a necessidade de embasamento teórico para se compreender como ocorrem as principais características da transposição computacional, ou seja, o processo de transformar o conhecimento a ser ensinado. Nessa direção Balacheff (1994), afirma que a adaptação dos saberes ao meio digital é importante para a aprendizagem, mediante a criação e utilização de softwares ou de dispositivos de inteligência artificial.

A Transposição Didática, proposta por Chevallard (1991), visava à Didática da Matemática, novos paradigmas formados pela incorporação de recursos computacionais em sala de aula, surgindo, por sua vez, um novo problema para esse Campo. Nessa direção, a Transposição Informática sugerida por Balacheff (1994), cuja teoria busca analisar as mudanças causadas pelo computador em sala de aula, enfatiza as interações entre professor, aluno e computador, para que dessa forma o ensino e a aprendizagem sejam mais bem compreendidos por meio dos recursos digitais.

Para Balacheff (1994), a Transposição Informática é um processo integrado à dimensão didática, uma vez que as restrições e implementações das restrições de Modelagem Computacional, de Software e mídia, de produção de hardware, são adicionadas, ou melhor, combinadas à quelas da Transposição Didática. Nesse sentido, essa integração objetiva o favorecimento de um novo olhar da prática pedagógica docente, evidenciando atividades e recursos didáticos por meio de tecnologias digitais em sala de aula. No entanto, para Balacheff (1994), a TI questiona o modelo de “informatização” no ensino, uma vez que esta não se constitui como uma simples transliteração, pelo contrário, ocorre em um movimento em que os ambientes digitais de aprendizagem são resultados de uma construção onde ocorrem novas transformações dos objetos de ensino.

Balacheff (1994), descreve a existência de requisitos bem específicos quando se trata de modelagem computacional, haja vista que a TI propõe o uso do computador sob três aspectos denominados: universo interno, a interface e o universo externo. Nesse aspecto a teoria surge com a implementação autônoma de um modelo simbólico por um dispositivo informático em que a mudança de representação provoca uma transformação de um modelo matemático de referência para um modelo representado no dispositivo informático a ser manipulado por um usuário.

Segundo esse autor, O universo interno é tudo aquilo vinculado à máquina, corresponde aos componentes eletrônicos e a linguagem de programação escolhida (hardware e software). A interface corresponde ao elo entre o universo interno e o usuário, é a “tela” do computador, o ambiente de comunicação e interação entre o indivíduo e o dispositivo informático, é o local onde o sujeito se comunica com o programa e realiza as operações que ele possibilita. Já o **universo externo** é o espaço do usuário (professor e aluno), é o meio onde os conhecimentos são mobilizados, região em que o professor organiza as estratégias e intervenções. É o local de representação das construções realizadas pelos participantes, a partir das interações com os dispositivos informáticos.

Para Abar (2020, p.33) a transformação ocorrida no processo da transposição didática:

> (...) pode ser dirigida pelo professor a partir de resultados de pesquisas, que apresentem os obstáculos que possam surgir, ou na elaboração de materiais pedagógicos”. Da mesma forma que, na transposição didática, o saber a ser ensinado sofre modificações, os objetos de ensino são transformados em saberes implementados ao serem modelados computacionalmente na transposição informática.

Nesse contexto, o “saber preparado” descrito por Ravel (2003) é evidenciado, à medida que o docente busca as tecnologias digitais adequadas e as insere no processo didático com a finalidade de ensinar os objetos matemáticos. Segundo Abar (2020), com a organização e inferências por meio de adaptações no plano de aula do professor, o “saber aprendido” (GASCÓN, 2003) é propiciado pela interação do aluno com o dispositivo tecnológico, haja vista que, o desenvolvimento das tecnologias digitais e a inserção destas no ambiente escolar são acompanhados de determinados fenômenos, tais e quais ocorrem na transposição didática.

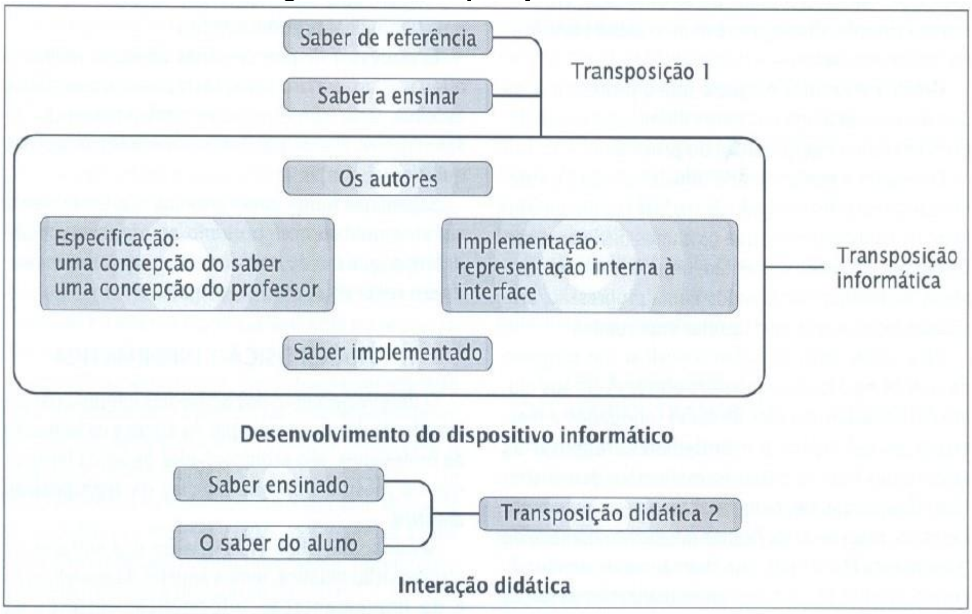
No processo de TI, os micromundos se revelam como ambientes de aprendizagem por meio da interação entre o aluno e a interface do computador, onde o discente tem a possibilidade de construir conhecimentos científicos, permitindo a (re)construção de objetos cujas propriedades serão manifestadas por manipulações. Balacheff (1994) se interessa pelos micromundos uma vez que esses ambientes proporcionam um aprendizado interativo com possibilidade de f*eedback* propiciando ao discente a (re)modelagem do conhecimento. Nessa direção, a utilização de tecnologias digitais no âmbito do saber científico pode contribuir para a compreensão da evolução de um objeto matemático por meio das ideias e conceitos descobertos que evoluíram à medida que eram pesquisados.

Portanto, as tecnologias digitais possibilitam a compreensão de conceitos matemáticos permitindo sua transformação de forma dinâmica, facilitando o aprendizado. Nesse sentido, este trabalho aponta o uso do *scratch* como possibilidade de potencializar a aprendizagem dos alunos, uma vez que esses discentes são considerados nativos digitais, motivados à uma aprendizagem constituída por atividades manipuladas por essas ferramentas em tempo real. Assim como na TD (ou na TAD), o movimento constituído pela TI, mobilizará a articulação do saber “antigo” com o “novo” clarificando melhor o conteúdo antigo, ao passo que este agrega validade ao novo, na medida em que as atividades que visam a (re) construção do SND e das operações de soma e subtração serão desenvolvidas. Essa dialética do antigo e do novo, segundo Chevallard (1991), constitui-se de processos cíclicos, nos quais os conhecimentos antigos dos alunos são utilizados como suporte servindo de base para o desenvolvimento de novos saberes.

Almouloud (2005) descreve que a utilização do computador e mídias digitais podem ser ferramentas relevantes, ajudando o aluno a tornar-se mais autônomo direcionando-o na organização de sua aprendizagem. Além disso, segundo esse autor, tais ferramentas promovem em tempo real a avaliação discente, integrando numerosas informações multidimensionais. Desse modo, Almouloud (2005), alinha-se às ideias anteriores, ao declarar que a Transposição Informática está situada no processo de Transposição Didática e, que se um saber a ser ensinado estiver identificado, resta especificar o ambiente computacional de aprendizagem, realizando em seguida uma implementação do conhecimento considerando as nuances ligadas às características do dispositivo informático trabalhado (saber preparado), objetivando o aprendizado do aluno (que perpassa do saber ensinado ao saber aprendido)

Nesse intuito, ao considerar os três aspectos preditos por Balacheff , Almouloud (2005) afirma que são os processos de transformações entre o universo interno e o universo externo que se caracteriza como transposição informática, e nesse movimento, a manipulação direta por meio da interface permitem observar comportamentos reveladores de suas propriedades, ou seja, o conceito de TI é usado por Balacheff (1994) para caracterizar as transformações do saber a ser ensinado com a mediação do computador, sendo essa teoria considerada não apenas como complemento da TD, mas como um processo de transposição didática integrando explicitamente a dimensão informática desde o início. Na Figura 17, é ilustrado o processo de Transposição Informática, em que se enfatiza o saber implementado no processe da transposição.

Figura 18: Transposição Informática



Fonte: Almouloud (2005, p. 54)

Para Almouloud (2005), a especificação dos modelos dos conhecimentos, sua formalização e sua representação simbólica é um problema associado ao desenvolvimento de ambientes informatizados de ensino. A transformação dos conhecimentos na representação no ambiente informático é fundamental, uma vez que as interações que lhe são associadas são susceptíveis e se combinam de maneira complexa aos da Transposição didática. Nesse âmbito, o professor deve continuar o processo da Transposição Didática e Informática preparando e adaptando o “saber a ser ensinado” até que este seja conduzido efetivamente ao ”saber aprendido”.

Como destacado por Balacheff (1994), a implementação da informática no ensino escolar pode apresentar restrições gerais da computação, tais como, limitações da “modelagem computável” e limitações de softwares e de materiais de apoio digital à realização das atividades, dificultando ainda mais o processo de Transposição Informática. O software scratch, como visto ao longo desse estudo, apresenta boas condições que possibilitam o ensino e aprendizagem não apenas em programação, mas em outras disciplinas escolares, nesse caso específico, no ensino e aprendizagem da matemática. No entanto, vale destacar também algumas restrições a priori, tais como:

1. **Limitação do tempo e do conhecimento sobre o software –** Mesmo que o scratch seja um software de programação em blocos, quase intuitivo e de fácil aprendizagem, o professor que pretende construir atividades “bem elaboradas”, precisa levar em consideração um certo tempo de dedicação para obter um relativo conhecimento e domínio da ferramenta digital, pois esta será adaptada e conduzida na reconstrução dos objetos matemáticos. No entanto, a elevada carga de trabalho docente, na maioria das vezes, dificulta esse processo.

2. **Limitação das funções do software –** Embora quase não exista diferenças entre as duas versões, algumas funções ou comandos no *scratch* possuem desigualdades ou restrições no editor *offline* em relação ao *online*, como por exemplo, a “mochila”, uma ferramenta muito importante que possibilita de forma rápida e prática, copiar e colar *scripts* de um projeto para ser utilizado na “*remixagem*” de outro. No entanto, esse recurso encontra-se disponível apenas para o usuário *online,* tornando mais trabalhosa a execução de uma atividade, caso este não esteja logado, o que por sua vez interfere de forma direta na restrição descrita no item anterior. Portanto, em comparação ao ensino tradicional com uso de papel e lápis, é razoável aferir que o tempo pode ser um fator restritivo à elaboração de tarefas com a ferramenta digital.

Na próxima seção discutir-se-á a TAD, trazendo seus elementos estruturantes, abordando em especial a nona dialética, ou Dialética de conjectura e prova, também chamada de “Dialética das Mídias e Milieux”, que fundamentam esse trabalho dissertativo.

5.3. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) e A Dialética das Mídias e Milieux

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), segundo Yves Chevallard (1999) situa a atividade matemática e o estudo em matemática em um conjunto de atividade humana e de instrumentos sociais. Em especial, a TAD estuda o homem frente ao saber matemático, e mais especificamente, frente às situações matemáticas. Chevallard (2009a), traz os conceitos fundamentais dessa teoria, descrevendo, as noções primitivas de Objeto (O), como sendo qualquer entidade, material ou imaterial, que existe para pelo menos um indivíduo. Nesse sentido, qualquer prática em particular, ou seja, todo produto intencional da atividade humana é um objeto.

Para o autor, a relação pessoal (R) existente entre um indivíduo x e um objeto o, é configurado pelo sistema R (x; o), e representa as interações possíveis de x com o objeto o, e nesse sentido, o existe se a relação pessoal de x com o não for vazia, ou seja: R (x; o) ≠ ∅. Nessas circunstâncias, a noção fundamental de pessoa, é composta pelo indivíduo x e o sistema de relações pessoais R (x, o) em um dado momento da história de x, pois as relações pessoais evoluem, mudam no decurso do tempo. Nesse contexto, um objeto que não existia para ele passa a existir, e de forma contrária, aquele que antes existia, pode desaparecer. Desse modo, o invariante é o indivíduo, o que muda é a pessoa (CHEVALLARD, 2009a).

Sendo assim, o autor destaca que se um objeto o existe para uma pessoa x, ou ainda, se x conhece o, a relação R (x; o) específica como **x** conhece **o**, é denominado de **universo cognitivo de x**, ou seja: UC(x) = {(o, R (x; **o**)) / R (x; **o**) ≠ ∅}. O termo cognitivo no contexto da TAD não é concebido da forma usual, ou seja, não tem o sentido intelectualista. O universo cognitivo de uma pessoa é formado pelo conjunto de relações pessoais que ela tem com os mais variados objetos por ela identificados e reconhecidos. Nessa direção, Chevallard (2009a), descreve que o universo cognitivo relaciona-se diretamente a noção fundamental de **Instituição (I)**, sendo esta, um dispositivo social que impõe e permite em sua estrutura, diferentes posições *p* para seus sujeitos, "*colocando em jogo as maneiras de fazer e de pensar próprios - isto é, praxeologias*" (CHEVALLARD, 2009a p. 2).

Assim sendo, o Sistema Didático antes concebido por Chevallard na TD (Aluno - Professor- Saber - em referência ao sistema didático proposto por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas (TSD)), ganha outra dimensão na Teoria Antropológica do Didático, configurando-se um novo Sistema Didático:Sujeito-Instituição-Saber

(Almouloud, 2017). Em especial no sistema didático constituído para o ensino e a aprendizagem da matemática, sua condução é dirigida pelas praxeologias.

Artigue (2010) assinala que tais praxeologias na TAD, oferecem uma visão ousada da atividade humana, tendo como unidade mínima, um bloco prático (saber fazer) que apresenta como forma complementar um bloco teórico (saber). A vista disso, Chevallard (1999, 2009a), evidencia que o bloco prático (práxis) é descrito como os tipos de tarefa (T) e a técnica (τ):$[t, \tau]$ e em complemento a essa praxeologia, apresenta um correspondente bloco teórico (Logos), composto por tecnologia (θ) e teoria (Θ): $[\theta, \Theta]$.

Desse modo, a tecnologia descreve e explica o bloco prático, e a teoria, permite o raciocínio sistemático, justificando a tecnologia. Em outras palavras, toda tarefa exige pelo menos uma técnica, justificada pela tecnologia, que por sua vez é sustentada pela teoria (CHEVALLARD, 1999, 2009a). Para esse autor, normalmente uma tecnologia θ está relacionada a várias técnicas τ_i correspondente aos tipos de tarefas ti (1 ≥i ≤n), que ele denota pela praxeologia: [T_i/ τ_i/ θ /Θ].

Almouloud (2018), assevera que a TAD traz uma contribuição importante para a Didática da Matemática, pois além de ser uma evolução do conceito de transposição didática (TD), inserindo a didática no campo da antropologia, focaliza o estudo das Organizações Praxeológicas Didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de Organizações Matemáticas. E nesse sentido, as praxeologias modelam e organizam os saberes científicos transpondo-os de forma coerente, sem que haja a perda de sentido, tornando-os acessíveis ao ensino e à aprendizagem.

Nessa direção, Chevallard (2009a) descreve que os saberes sofrem alterações por meio da transposição didática, assim sendo, existem dois aspectos complementares a serem considerados, na atividade humana e, em especial escolar: o estrutural, evidenciado através das praxeologias e o aspecto funcional, analisado por meio dos seis gestos didáticos ou momentos didáticos (MD) e das 10 dialéticas. Desse modo, Chevallard deixa evidente que a TAD é um instrumento teórico e analítico que permite identificar as praxeologias e determinar quais técnicas, tarefas, tecnologias e teorias devem ser transpostas.

Os seis gestos didáticos descritos por Chevallard (1999), são: I) Primeiro momento de estudo: refere-se ao primeiro contato com a organização envolvida por meio de seus tipos de tarefas T; II)Segundo momento de estudo: é o momento em que ocorre a exploração do tipo de tarefa T e elaboração de uma técnica (τ); III)

Terceiro momento de estudo: refere-se a construção, ainda que embrionária, do bloco tecnológico-teórico$[\theta, \Theta]$ referente à T; IV) Quarto momento de estudo: evidenciado pelo retorno à técnica(τ) para melhorar sua eficiência, podendo-se também trabalhar na tecnologia θ; V) Quinto momento de estudo: refere-se a institucionalização da organização física elaborada, com o reconhecimento dos elementos que compõem definitivamente a organização física; VI) Sexto momento de estudo: corresponde a avaliação, em aproximação com o momento da institucionalização. Para o autor, essa avaliação deve ser centrada tanto nas pessoas quanto nas técnicas e tecnologias.

Almouloud et al. (2021), baseados em Chevallard (2009a), evidenciam que as 10 dialéticas são fundamentais e servem como princípio para a pilotagem de um Percurso de estudo e pesquisa (PEP): A primeira dialética: Dialética de estudo e pesquisa. Segunda: Dialética de perguntas e respostas. Terceira: Dialética do indivíduo e do coletivo. A Quarta: Dialética da análise (praxeológica e didática) e síntese. Quinta: Dialética do tema e fora do tema (também chamada de entrada e saída do tema). Sexta: Dialética do paraquedista e das trufas. Sétima: Dialética de caixas pretas e caixas claras. Oitava: Dialética da "descrição" textual e inscrição textual (também chamada leitura e escrita). A Nona: Dialética de conjectura e prova (também chamada de Mídias e *Milieux*). E a Décima: Dialética da difusão e recepção.

Neste trabalho o foco principal será a 9ª dialética descrita em Chevallard (2007, 2009), que conceitua a "mídia" como todo sistema de representação que tem o intuito de informar um determinado público. Ela corresponde a "qualquer sistema de representação de parte do mundo natural ou social para um determinado público: o "curso" do professor de matemática, um tratado de química, o diário de um apresentador de televisão, um diário regional ou nacional, um site etc." (CHEVALLARD, 2007, p. 344). Brousseau (2011), descreve que o Milieu é tudo que interage com o aluno de forma antagônica, ou seja, de forma a desafiar o aluno a encontrar respostas das situações problemas. Assim, o meio para Chevallard (2009a), se aproxima da definição dada por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas, ou seja, quaisquer sistemas sem intenção didática (sem intenção na resposta que o aluno pode dar, explícita ou implicitamente a uma questão determinada).

Nesse aspecto, Chevallard propõe o uso das mídias como dispositivos de interação com o meio, tendo a intenção de informar, sem que as justificativas para tanto, caiam em julgamentos de senso comum. Segundo o autor, uma mídia pode, sobre uma questão particular, ser considerada como um meio, e ser usada como tal.

Em Chevallard (2007 p. 344, tradução nossa), “a existência de uma dialética vigorosa (e rigorosa) entre mídia e milieu é uma condição crucial para que um processo de estudo e pesquisa não se reduza a cópia acrítica de elementos de resposta dispersos nas instituições da sociedade”. Portanto, no sentido da TAD, as dialéticas estão diretamente relacionadas às praxeologias, ou seja, ao saber fazer (bloco prático) ou ao saber (bloco teórico), pois para Chevallard (1999, 2009a), as organizações praxeológicas são constituintes das organizações matemáticas (OM) e organizações didáticas (OD). Nesse sentido, “uma praxeologia didática surge na intenção de ensinar uma Organização Matemática (OM)” (ALMOULOUD; FIGUEIROA, 2018 p.3). Tais praxeologias são consideradas também como gestos do estudo e da investigação durante um percurso de estudo, haja vista, que formam o produto de uma conjectura e como tal deve ser posta à prova, confrontado com o real (CHEVALLARD, 2009a).

Nesse pensamento, com base nas assertivas descritas, este trabalho apresenta como objetivo principal a constituição, por intermédio da dialética das Mídias e Milieux, de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), trazendo algumas inferências sobre a análise ecológica e econômica, possibilitando em estudos posteriores, uma pesquisa mais detalhado da dimensão econômica institucional, bem como, a aplicação do MER, fazendo emergir um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) em uma formação de professores do ensino fundamental I. Nesse sentido, espera-se melhorar as Organizações Matemáticas (OM) e Organizações Didáticas (OD) relativas ao ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND) e de operações aritméticas fundamentais de soma e subtração dos docentes envolvidos.

Na TAD, a definição de Mídia trazida em Chevallard (2007) é bastante ampla, aqui especificamente considera-se como as principais mídias: o software scratch, a internet, notebooks, tablets ou smartphones que poderão ser utilizadas como ferramenta que possibilitarão por meio do MER híbrido, a construção de tarefas com o auxílio do *Scratch*, a partir de estudos e de remodelagem de atividades e de ideias contidas em Sierra (2006) e Brandt (2005). Nessa direção, almeja-se que futuramente esse modelo possa ser transposto em um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) que venha acrescentar novos saberes ao equipamento praxeológico (EP) dos professores que participarem da formação.

Já o Milieu, segundo o autor, representa todo o ambiente formado e estruturado que dará auxílio a mídia. Pode-se aqui considerar como Milieux, dentre outros, o

Sistema de Numeração decimal e as operações fundamentais. Nessa direção, o Milieu dará suporte para que os objetivos do estudo sejam atingidos.

Chevallard (2007, p. 22) descreve que “os esclarecimentos teóricos e as adaptações tecnológicas são, assim, instrumentos essenciais para o progresso – ao mesmo tempo na civilização, na sociedade , na escola, na aula de matemática – da dialética das Mídias e Milieux”, assinalando ainda que essa dialética cria condições para questionar por meio das mídias, o modelo tradicional existente, enquanto o Milieu será a estrutura previamente organizada e extraída das mídias que darão suporte e possíveis respostas sobre as atividades, daí o termo dialética. Sendo assim, o software, a internet, notebook, são mídias que subsidiarão o estudo para a obtenção de respostas.

Nesse âmbito, a dialética indica que a mídia e o milieu influenciam-se mutuamente, uma vez que as mídias são os recursos produzidos fornecendo informações, e os meios são um sistema de objetos que produzem feedback sem qualquer intenção didática para com o aluno (milieu adidático), ou seja, o milieu contém as mídias e ambos se conectam fortemente para promover a constituição de organizações praxeológicas no desenvolvimento de uma pesquisa.

O próximo capítulo trará de forma breve um estudo sobre o Sistema de Numeração Decimal também conhecido como indu-arábico, rebuscando seu processo histórico e epistemológico, ao passo que evidenciará contribuições no processo de contagem e sua influência nas demais culturas existentes.

6. UM BREVE OLHAR HISTÓRICO E EPISTEMOLÓGICO DA CONTAGEM NUMÉRICA E DO SISTEMAS DE NUMERAÇÃO INDU-ARÁBICO

Registros histórico-culturais evidenciam que as primeiras práticas de contagem surgiram com o homem primitivo (na idade da pedra) e intensificou-se à medida que os povos começaram a distanciar-se do modo de vida com base na caça e na coleta, dando origem a outra forma de composição social, que envolvia modos primitivos de agricultura e domesticação de animais (idade do bronze e do ferro), passando pela transição de uma sociedade de caçadores a de pastores e agricultores (EVES, 2004). Desse modo, à medida que o homem se relacionava economicamente com outros grupos (por meio de troca de mercadorias), seu conhecimento sobre contagem aumentava gradativamente. Nesse sentido, Caraça (1951), afirma que maior ou menor conhecimento numérico está diretamente ligado a condições da vida econômica dos povos, ou seja, quanto mais ativa a troca comercial dentro e fora da tribo maior o conhecimento numérico dos povos.

Para contabilizar seus rebanhos, pastores utilizavam montes de pedras para equipará-las ao número de indivíduos de seus rebanhos e estabelecia a relação um a um (biunívoca), essa técnica era útil para o controle do número de animais, pois ao soltá-los separava uma pedra para cada um e, caso sobrassem pedras, era sinal de que faltavam animais, se faltassem pedras, o rebanho havia aumentado. Ao passar do tempo, essa primeira noção de contagem deu lugar a numeração escrita, devido à necessidade e o desejo que o homem tinha em manter de forma segura os registros que antes eram simbolizados por amontoados de pedrinhas ou riscos em varas, pois tais técnicas eram pouco confiáveis, no entanto, a ideia embora primitiva, foi importante para que posteriormente surgissem os números naturais.

Á vista disso, Ifrah (2005), Eves (2011), Caraça (1951), destacam que o homem historicamente desenvolveu e aprimorou sua forma de contagem e o modo de representar quantidades, mediante a necessidade tanto de garantir e preservar seu sustento e de seus dependentes, como também, de interagir economicamente com os outros. Assim, a contagem apresentava particularidades, pois a diversidade cultural influenciava na forma de representá-las, evidenciando, dois aspectos importantes, um deles proveniente de experiências sociais que ocorriam mediante o contato entre tribos diferentes, ou entre indivíduos de uma mesma tribo. Por outro lado, uma relação de experiência individual, destacando-se por exemplo, o ato de contar usando partes do corpo (dedos das mãos, o braço, cotovelo, o pé etc.), havendo de todo modo, a necessidade de estar sempre expressando quantidades e medidas.

Para Caraça (1951), à medida que o homem se relacionava com mais intensidade com os outros, a contagem impunha-se cada vez mais como uma necessidade importante e urgente, uma vez que não há condições de negociação sem que ambas as partes dominem relativamente bem esse processo. Nesse sentido, Ifrah (2005) destaca que a expansão comercial não permitia mais confiar todo o processo na memória ou em métodos de contagem por meio de objetos concretos arcaicos, havendo a necessidade de se guardar lembranças numéricas duradouras, fazendo surgir assim, uma forma de representação gráfica dos números por meio dos algarismos

Nesse contexto, Caraça (1951), afirma que os problemas relacionados a necessidade de contagem foram resolvidos a partir da invenção dos números naturais (1, 2, 3, 4, 5...), no entanto, essa noção não ocorreu de forma linear ou lógica, pois os números são provenientes de experiências humanas e de práticas sociais, ligadas em determinados momentos a questões culturais e religiosas. Portanto, a ideia de números foi construída lentamente ao longo de milênios mediante as experiências do dia a dia, até que diferentes povos criassem seus próprios sistemas de numerações, com características semelhantes ou distintas entre sí, mas que foram fundamentais para o surgimento da numeração moderna que é usada hoje.

De fato, levou muito tempo para que o homem associasse uma determinada quantidade a um símbolo, criando a ideia de número. E mais tempo ainda até a criação dos sistemas de numerações, que evoluíram a partir da criação da base, ideia diretamente relacionada a dois conceitos, o cardinal e o ordinal. Nesse sentido, Ifrah (2005, 2017), destaca que:

> O conceito que se pode qualificar de cardinal consiste em adotar desde o início um “símbolo padrão” como representando a unidade e em repetir este último tantas vezes quantas o número adotado contém as unidades; o outro que se pode classificar de ordinal, que consiste em atribuir a cada número um símbolo original e, portanto, em considerar uma sucessão de símbolos que não tem nenhuma relação uns com os outros (IFRAH 2017 p.46-47).

Desse modo, alguns sistemas foram constituídos por agrupamentos simples (aditivo), como é o caso do Egípcio, Grego ou Ático e o Romano. Outros por agrupamentos multiplicativos, como o indu-arábico, o chinês, ou híbridos, como o maia e o Babilônico.

Notoriamente, o processo histórico mostra que alguns Sistemas de numerações foram mais avançados e práticos que outros. Nesse contexto, evidenciam-se os sistemas posicionais, por terem a capacidade de utilizar um número limitado de símbolos para representar quantidades elevadas, o que os tornavam e economicamente mais viáveis e práticos, como é o caso do maia, do chinês, mas principalmente do Sistema de Numeração Decimal. Para Eves (2004, p.36), "Um sistema de numeração posicional é uma consequência lógica, embora não necessariamente histórica, de um sistema de agrupamentos multiplicativo". Assim sendo, os sistemas multiplicativos e os híbridos, embora tenham suas particularidades, foram sem dúvidas mais eficientes que os aditivos.

Na próxima seção pretende-se estudar de forma breve o Sistema de Numeração Decimal (SND), ou indu-arábico, trazendo à luz sua importância e contribuição para a evolução da matemática, da astronomia e das ciências, evidenciando sua relevância histórica, no contexto evolutivo cultural e social do homem.

6.1. Sistema de Numeração Decimal (SND) ou Indu-Arábico

O sistema de numeração Decimal (SND), também chamado de indu-arábico desenvolveu-se na Índia a aproximadamente no século V a.C pelos indús. É um sistema moderno que evoluiu ao longo do tempo até chegar à forma conhecida hoje. O termo indu-arábico, dá-se pelo fato dos árabes terem conhecido, analisado suas vantagens e superioridade, adotando-os e organizando-os, sendo estes seus maiores difusores, fazendo essa ferramenta ser conhecida em várias partes do mundo, seja pelo desenvolvimento mercantilista ou por guerras. Destaca-se nesse sistema, o conceito atribuído ao "zero" pelos hindus que, embora tardia, foi fundamentalmente importante e correta, uma vez que representava um valor numérico nulo, ao invés de apenas marcar um lugar "vazio", como em sistemas de numerações desenvolvidos por outras culturas.

Outra característica marcante é a posicional, garantindo a possibilidade da escrita numérca de qualquer valor potencialmente grande, bem como, a facilidade de se realizar todas as operações aritméticas. Ifrah (2017), destaca o SND como sendo posicional de segunda espécie, compreendido por nove algarismo, símbolos individualmente diferentes para cada número da base, acrescidos do zero: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Vale ressaltar que os sistemas de primeira espécie, eram aqueles posicionais que geralmente possuíam dois ou três unidades significativas para a primeira ordem, usados para formar a base do sistema por meio da combinação aditiva desses algarismos, como é o caso do babilônico, do chinês e do sistema maia de numeração.

Tais sistemas também possuíam o zero, no entanto, este não tinha valor operacional, impossibilitando que essas civilizações aproveitassem todo o potencial numérico. Todavia, foram povos que tiveram a capacidade de ir além em termos numéricos, quando comparados aos gregos e aos romanos por exemplo, que se utilizavam de sistemas de agrupamento simples (aditivos), permanecendo desse modo, por séculos, envolvidos em sistemas falhos que nem ao menos os possibilitavam fazer operações, a não ser por intermédio dos contadores e suas mesas de cálculo.

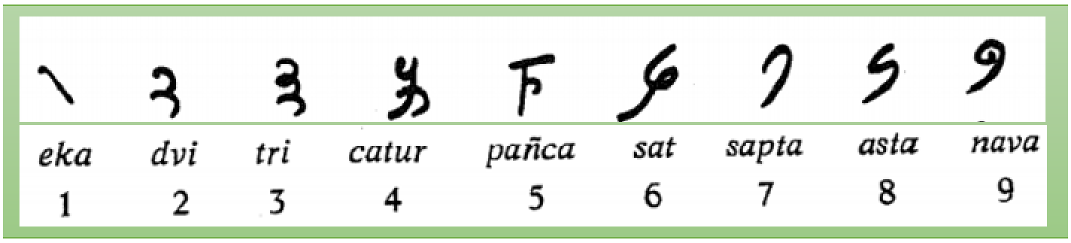
Ifrah (2017) afirma que essas culturas que desenvolveram o sistema de numeração de primeira espécie, embora tenham tido bastante êxito, não foram capazes de usufruir todo o potencial operacional como o que ocorre no sistema de numeração decimal indu-arábico, pois estes não possuíam as três características fundamentais raras, como no sistema de numeração indu-arábico, a saber:

> Dar aos algarismos de base sinais gráficos livres de qualquer intuição sensível, evocando visualmente apenas o número de unidades representadas; – adotar o princípio pelo qual os algarismos de base têm um valor que varia segundo o lugar que ocupam nas apresentações numéricas; –E, enfim, conceber um zero totalmente “operacional”, isto é que permita substituir o vazio das unidades faltantes e que tenha simultaneamente o sentido do “número nulo” (IFRAH, 2017, p. 690).

Desse modo, com tais características, o autor afirma que foi possível obter uma ferramenta prática capaz de conceber a humanidade a realização de operações, além de ter tornado possível, com sua forma perfeita, o desenvolvimento da matemática e das ciências.

Todavia, a numeração indu-arábica nem sempre teve tais característica, em sua fase arcaica, os indianos usavam nove símbolos que se assemelham com os modernos conhecidos hoje, conforme ilustra a Figura 19, mas ainda não conheciam o zero, além disso, não apresentavam um sistema posicional, mas sim aditivo. O que os hindus faziam inicialmente na verdade, era associar um símbolo especial a cada um dos números (IFRAH, 2005).

Figura 19: Forma primitiva dos algarismos indu-arábicos



Fonte: Ifrah (2005 p. 299).

Nesse sentido, segundo o autor, eram comportados algarismos especiais não apenas às unidades, mas também à cada dezena, centena, unidade de milhar e dezena de milhar e para formar um determinado número de ordem superior as unidades, os indianos usavam o princípio da justaposição dos algarismos especiais. Nesse ínterim, as operações realizadas com a escrita de símbolos eram ainda bastante limitadas, o que forçou os sábios hindus a utilizarem a escrita por extenso. Desse modo, escrevendo da direita para a esquerda, suprimiam os algarismos especiais correspondentes às potências de base dez e, mantendo ordem da escrita, os hindus descobriram a base posicional. Assim, para representar, por exemplo, 435, os sábios escreviam: *pañca tri catur* (Cinco. Três. Quatro) que correspondia a: 5 + 3 x 10 + 4 x 100.

Para representar a ausência de unidade na casa, ou seja, o valor "nulo", os sábios usaram a palavra *"sunya"* que significa o "vazio", desse modo, para representar 108, por exemplo, escrevia-se: *asta sunya eka* (Oito. Vazio. Um). A forma de escrever por extenso permaneceu por muito tempo, era conveniente para os sábios, pois evitava erros uma vez que desta forma a escrita e a pronúncia para cada algarismo é diferente uma da outra, evitando confusões, diferentemente da escrita por meio dos símbolos. No entanto, para efeitos práticos a notação numérica por extenso não era ideal, havendo a necessidade de uma notação mais eficiente.

A utilização de número escrito por meio de símbolo, teve forte influência da utilização do ábaco indiano em meados do século VI d.C., além disso, foi o motivo para o surgimento efetivo da simbologia do elemento "zero", à medida que os usuários do ábaco de areia representavam a ausência de unidade com um ponto, ou um pequeno círculo. Desse modo, nascia o zero dos tempos modernos. Assim, a escrita moderna do SND, passou a ser representada de maneira diferente da anterior, em que os números eram escritos da direita para a esquerda. Sendo modificada a partir de então por influência das práticas do ábaco, onde os números eram dispostos na ordem decrescente em relação às potências de base dez, escritos da esquerda para direita.

Os sábios hindus fizeram grandes mudanças e progressos nas técnicas operatórias. Ifrah (2005 p.292) destaca que “os hindus não apenas inventaram o cálculo e a numeração moderna como conseguiram tornar teoricamente possível a democratização da arte do cálculo – domínio que ficou confinado durante milênios nas mãos de uma casta privilegiada”. No entanto, segundo esse autor, até o final do século VI, o zero hindu ainda tinha apenas a função de preencher “o vazio” deixado pela ausência de ordem numérica, o que foi definitivamente resolvido pelos sábios da Índia, dando ao zero o status de um “número nulo”.

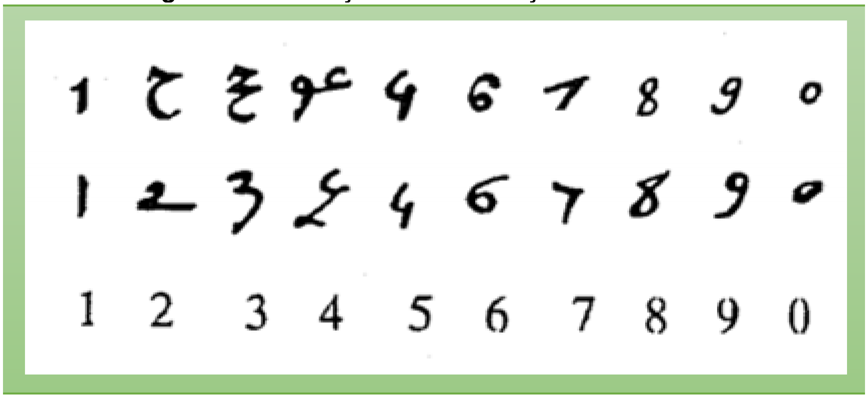
Para Ifrah (2005, 2017), a contribuição dos Árabes foi indispensável para o avanço da cultura e da ciência, contribuindo na divulgação do cálculo e da álgebra, uma vez que esse povo teve a incumbência de organizar e reestruturar não somente as obras da cultura árabe, mas também dos gregos e dos indianos, traduzindo para o árabe e divulgando para vários países do Oriente, Ásia e África, por intermédio de sua forte relação comercial e expansão religiosa. Portanto, ao se depararem com a matemática e a astronomia dos hindus a partir do final do século VIII, os árabes adotaram o sistema de numeração e a forma de cálculo deste povo. Nesse contexto destacou-se o importante matemático árabe, Mohammed Ibn Mussa al-Khowarizmi, do qual se derivou posteriormente o termo algarismo.

Nesse período, a Europa ainda vivia na completa escuridão científica, os velhos hábitos herdados durante séculos, a forma de fazer operações por meio da cultura matemática dos gregos e romanos, tornava impossível a evolução da ciência e dificultava o desenvolvimento da matemática. Somente a partir do século XV, com a influência dos árabes o velho continente pôde sair do obscurantismo quando os conhecimentos do novo sistema de numeração, do cálculo, da álgebra e da geometria revolucionou a forma de pensar e de calcular dos povos da Europa, dando ao cidadão, do mais simples ao mais erudito, a chance de aprender de forma fácil e prática os cálculos fundamentais aritméticos facilitando a vida cotidiana (IFRAH 2005, 2017).

Para esse autor, introdução do SND na Europa foi importante, pois na idade média as pessoas não tinham acesso às práticas de operações aritméticas, haja vista que seu ensino era difícil por ser utilizado o sistema de numeração greco-romano, desse modo, o ensino por meio dos ábacos era destinado a poucos privilegiados, contido basicamente nas mãos dos contadores que prestavam seus serviços a pessoas de posse ou a comerciantes que quisessem contabilizar seus rendimentos.

Segundo Ifrah (2005), os atuais algarismos usados hoje, foi parte de uma evolução ao longo do tempo que assumiram pouco a pouco a grafia bem diferente da escrita hindu, conforme mostra a Figura 20. Segundo esse autor, os algarismos de hoje são oriundos dos árabes ocidentais, que habitavam ao norte da África e parte da Espanha.

Figura 20: Evolução da numeração indu-arábica



Fonte: Ifrah (2005 p.302).

Uma característica importante do SND é que suas convenções de notações podem ser estendidas não apenas aos números inteiros, mas também aos fracionário e aos irracionais, graças ao princípio de posição, permitindo assim uma representação simples de qualquer número. A evolução histórica da civilização humana permitiu observar o desenvolvimento matemático e numérico dos povos e, nele o surgimento de sistemas de numerações com características semelhantes, embora tenham sido desenvolvidos por civilizações distintas e sem contato entre sí. Nesse contexto, como pôde-se especular, existe um destaque de três diferentes tipos de sistemas: aditivo, híbrido e multiplicativo.

Conforme mencionado por Ifrah (2017), o sistema aditivo é aquele em que seus algarismos possuem valores independentes de sua posição nas representações, por exemplo, os sistemas de numeração: egípcio, asteca, suméria. A numeração híbrida, possuindo características mistas, aditivas e multiplicativas ao mesmo tempo, como é o caso da numeração assírio-babilônica, fenícios, etíopes, chinês. A numeração posicional repousa no fato do algarismo possuir valores que dependem de sua posição na escrita numérica. Segundo destaca Ifrah (2017), historicamente falando, apenas quatro sistemas posicionais: O babilônico, o chinês, o maia e o sistema de numeração indu-arábico, foram criações originais.

Vale destacar que, em termos formais no sistema de numeração decimal posicional:

> Depois de se escolher uma base b, adotam-se símbolos para $0, 1, 2, \ldots, b - 1$. Assim, há no sistema b símbolos básicos, no caso de nosso sistema frequentemente chamados dígitos. Qualquer número N pode ser escrito de maneira única na forma, $N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \cdots + a^2 b^2 + a_1 b + a_0$ na qual $0 \leq a_i < b$, $i = 0,1,2 \ldots, n$. Por isso então representamos o número N na base b pela sequência de símbolos $a_n, a_{n-1}, a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0$. Assim, um símbolo básico em qualquer numeral dado representa um múltiplo de alguma potência da base, potência essa que depende da posição ocupada pelo símbolo básico (Eves 2005 apud PREREIRA 2012 p. 27).

Nesse sentido, para 5.505, por exemplo, os valores do algarismo 5, da esquerda para direita, correspondem respectivamente a 5.(10^3) = 5.000; 5.(10^2) = 500; e 5. (10^0) = 5. Vale também notar que o zero na segunda ordem, corresponde a ausência da dezena, ou seja, o valor nulo na segunda ordem. Assim, dentre as três categorias numéricas, o multiplicativo, foi de longe o mais inventivo e, o SND, foi descrito por Ifrah (2017), como uma das invenções mais brilhantes do homem, permitindo uma escrita numérica simples, uma execução de operações aritméticas de modo rápido e acessível a todos, universalizando as operações matemáticas elementares. Além de trazer avanços significativos à Ciência e a astronomia por intermédio de uma matemática moderna.

A vista disso, ressalta-se que o estudo histórico e epistemológico descrito neste capítulo torna-se relevante para esta pesquisa por descrever de forma aprofundada a razão de ser dos sistemas de numerações, sobretudo do SND, desvelando o surgimento destes a partir da necessidade humana de contar, medir e comparar. Sendo, a concepção de contagem associada inicialmente a valores discretos, haja vista que as necessidades humanas exigiam contabilizar a caça, a pesca e outros objetos enquanto os homens deslocavam-se como nômades de uma região a outra. No entanto, com o avanço da agricultura e da pecuária, houve de forma mais acentuada a necessidade de se utilizar as variáveis contínuas, uma vez que estas têm uma relação direta com a concepção de medida, como peso, altura, comprimento etc.

Tais concepções dialogam com os Modelos de Referências de Brandt (2005) e Sierra (2006) que serão estudados no capítulo a seguir, uma vez que a primeira autora aborda a necessidade de se conhecer a contagem mediante a compreensão da estrutura dos sistemas de numerações, sobretudo, do SND, levando em conta os aspectos operatórios contidos. Aborda também o aspecto linguístico que corrobora para o entendimento da concepção de contagem mediante as representações da escrita alfabética e numérica, importantes para o aprendizado das crianças.

Para o segundo autor, o estudo em destaque é notoriamente significativo, pois Sierra (2006), evidencia que a concepção de contagem pode ocorrer de forma gradativa e, nesse sentido, constrói essa ideia a partir de um modelo rudimentar, como aquele criado pelos homens primitivos que usavam riscos em bambus ou ossos, passando por um modelo aditivo, tal e qual ocorria, por exemplo, no sistema egípcio e romano. A partir de então, evolui ainda mais para um modelo híbrido, semelhante aos sistemas de numeração maia e babilônico, até chegar ao modelo posicional completo indu-arábico (SND), contribuindo desse modo, para a compreensão de tal concepção.

Assim sendo, o estudo em questão torna-se importante também para este trabalho dissertativo, já que este aborda a construção de um MER com o auxílio do Scratch, para tratar das operações de soma e subtração no contexto do Sistema de Numeração Decimal, com o intuito de contribuir para a construção de novas praxeologias docentes.

No próximo capítulo, dar-se-á início nas duas primeiras seções, ao estudo dos modelos de Brandt (2005) e Sierra (2006) que subsidiarão, neste mesmo capítulo, a construção do MER híbrido com o auxílio do *Scratch*.

7. MODELOS EPISTEMOLÓGICOS

7.1. O Modelo Epistemológico de Brandt (2005)

Segundo os estudos de Brandt (2005), o valor posicional (VP) existente no sistema de Numeração decimal indo-arábico não possui uma compreensão fácil por parte das crianças e não podem ser transmitida simplesmente, mesmo em convenções que exigem transmissão, como é o caso de culturas em que o sistema apresenta os nomes dos números associados a organização de uma estrutura de base e posição, como por exemplo, no francês que utiliza *quatre-vingt* para oitenta $(4 \text{ x } 20)$ e no japonês que utiliza as palavras *ni* para dois, *jyu* para dez e *ni jyu* para vinte $(2 \text{ x } 10)$ e *jyu ni* $(10 + 2)$ para doze. O sistema de numeração brasileiro é o indu-arábico, trazido por colonizadores europeus, descrito pela autora, como sistema posicional brasileiro.

Nele, a compreensão torna-se ainda mais difícil, pois a composição de seus numerais não se dá da mesma forma que a convenção usada na língua japonesa. Ele necessita das palavras: onze, doze, treze, quatorze, quinze e as palavras vinte, trinta, quarenta, cinquenta..., para duas dezenas, três dezenas, quatro dezenas, cinco dezenas. Fatos como esses corroboram com o capítulo anterior, mostrando que um sistema de numeração não é universal e nem único, mas sim resultado de produção humana, possuindo diferentes representações de registros e, portanto, precisa ser analisado mediante sua natureza arbitrária. Brandt (2005) ressalta ainda que dentre as diversas convenções de sistemas de numerações posicionais, a dos asiáticos como o chinês e o japonês, por exemplo, são as mais transparentes, e possuem dentre outras características, a interferência dos rótulos verbais à composição aditiva e o valor relativo das unidades, ajudando as crianças na compreensão da estrutura do sistema de numeração.

No entanto, Brandt (2005) assevera que nem toda cultura que adota o sistema de numeração decimal posicional, possui uma estrutura clara que possibilite em diversas situações a utilização dos nomes dos números e da escrita em contextos lógicos e corretos. Um exemplo disso é o caso do SND na cultura linguística brasileira, que contém distorções e/ou supressões de prefixos e sufixos. Nesse sentido, a autora destaca que é necessário compreender como ocorrem os processos pelos quais sucedem determinadas situações de contagem e chama a atenção às análises em contextos pedagógicos de sala de aula, evidenciando o professor como peça principal na promoção da compreensão das formas pelas quais os alunos constroem as noções essenciais presentes no SND.

Os fatos relevantes no estudo epistemológico de Brandt (2005) são de que a compreensão sobre o SND se fundamenta em padrões de organização das palavras e dos numerais que representam os números, bem como, nos problemas relacionados às dificuldades enfrentadas pelas crianças para compreender a estrutura do sistema de numeração e às formas de interpretação dessas dificuldades. Nesse âmbito, para ela, existem diferentes dimensões (psicológicas, neurológicas, metodológicas etc.) passíveis de observação, porém, segundo a autora, em contexto de sala de aula, há de se considerar, pelo menos a dimensão psicológica, que na TAD, assemelha-se a dimensão cognitiva ao se falar do objeto, e do conhecimento sobre o objeto. Assim sendo, para ela, buscar a compreensão do objeto matemático e a forma de acesso ao conhecimento, pode ser possível mediante a:

> (...) a organização de uma situação de ensino, compreendendo diversas tarefas, fundamentadas nas incompreensões dos alunos, nas suas dificuldades e nas suas formas de interpretação dos registros de representação de quantidades com utilização da palavra e da escrita arábica para que se possa promover a aprendizagem da estrutura do SND que se torna presente em diversos registros de representação transpondo a barreira de uma utilização mecanizada e sem atribuição de significação (BRANDT, 2005 p. 19).

Para isso, o estudo epistemológico realizado sobre o SND, proposto pela autora, buscou um olhar sobre diferentes idiomas que utiliza o Sistema de Numerações Decimal Posicional indu-arábico, destacando características e analisando as condições ou restrições, apresentando ainda, a análise da estrutura da linguagem e dos padrões de organização, tanto da palavra que expressa o número como a sua representação arábica, procurando entender até que ponto as diferentes representações exprimem a numerosidade subjacente e ultrapassam o significado de atribuição de um nome para cada número.

Nesse contexto, seu estudo trouxe dois pontos importantes sobre o estudo do SND, os referentes ao campo psicológico, que aponta os aspectos relativos à psicogênese da quantificação e, o campo linguístico que evidencia a forma de organização dos sistemas verbais e da escrita arábica. Assim sendo, o estudo buscou exibir um modelo que permitisse organizar processos que ajudassem os alunos compreenderem o SND quanto a forma de comunicação e de registro da medida de um conjunto, expressado por um número, e fosse capaz de atribuir sentido e significação aos registros de representação do número. Desse modo, Brandt (2005) buscou saber como as denominações numéricas e as escritas numéricas organizavam-se para dar sentido à numerosidade subjacente e, como essas organizações interferiam no aprendizado da estrutura do SND pelas crianças.

O estudo voltado a várias convenções linguísticas do sistema de numeração indu-arábico, foram importantes em possibilitar a verificação de como as composições na fala e na escrita destes idiomas, podem trazer condições ou restrições para o aprendizado. Como já foi dito, o sistema de numeração indo-arábico em línguas asiáticas, como o chinês-japonês, por exemplo, apresenta melhores condições de aprendizagem quando comparados aos de línguas europeias. A língua francesa, em particular, destaca-se sobre as de línguas inglesas no sentido de apresentar mais facilidade, e possui maior compreensão também do sistema, quando comparada a SND em língua portuguesa. Os estudos de Brandit (2005) mostram que:

> As expressões verbais são organizadas em torno de uma sintaxe elementar precisando recorrer a 3 tipos de termos: os termos que entram nas composições aditivas (denominados p), os termos que entram nas composições multiplicativas (denominados m) e os termos que designam apenas o número (denominados n). (p.26).

Nesse âmbito, o sistema em língua francesa, traz consigo uma denominação numérica que sugere uma decomposição aritmética aditiva e multiplicativa, como é o caso do termo *cent* assumindo a função de exprimir o próprio número 100, além de integrar composições aditivas e multiplicativas respectivamente, como, por exemplo, *cent et trois* $103 = 100 + 3$, e *trois cents* $300 = 3\text{x}100$. Diferentemente, da língua portuguesa que existem os termos duzentos, trezentos, e assim por diante, não necessitando entrar na composição multiplicativa. Desse modo, 100 exprime apenas o próprio número 100 e as composições aditivas, como é o caso de cento e dezoito $(118 = 100 + 18)$ (BRANDT, 2005).

Nesse sentido, o foco no estudo da congruência ou da não congruência semântica entre as palavras e os numerais que expressam os números mostraram-se fundamentais no trabalho dessa autora, pois evidenciam as dificuldades que as crianças apresentam para entender a estrutura do SND. Para ela, diferentemente da cardinalidade ou da ordinalidade compreendida nos números “a estrutura do SND pode ou não ser identificada nas palavras e nos numerais que expressam os números e pode ser identificada somente em uma das formas de representação ou em ambas”

(BRANDT, 2005 p. 97). Portanto, no contexto das representações semióticas de Raymond Duval, a qual ela se apoia, dependendo da relação de congruência existente entre as palavras e os números, a operação de conversão (passagem de uma representação a outra) pode apresentar um custo cognitivo.

Nesse contexto, seu estudo busca analisar a estrutura do SND que pode estar, ou não, explícita nos prefixos e sufixos das palavras, e nos numerais. Para a autora, a estrutura é evidenciada na posição ocupada pelo algarismo. Assim, na operação de conversão, as duas formas de representações (as palavras e os números) podem ter significados diferentes, mesmo referindo-se a um único objeto, portanto, o sucesso da conversão depende do grau de congruência das formas de representações, tornando-a mais ou menos complexa. Nessa direção:

> São dois tipos de registros de representação de naturezas distintas (um é multifuncional e o outro monofuncional[24]), com seus conteúdos próprios: a escrita em língua natural vai exigir a compreensão dos sufixos e prefixos e da forma como estão articulados entre si através de operações de adição e multiplicação; a escrita arábica vai exigir a compreensão do valor relativo das unidades de acordo com a posição dos algarismos no numeral e da potência de 10 que ele estará representando (BRANDT 2005, p.86).

Desse modo, para a autora, na escrita verbal, apresentam-se os sufixos e os prefixos que expressam as potências de dez e as quantidades básicas, bem como, a forma como estes articulam-se por meio de operações de adição e multiplicação. Já na escrita numérica, os algarismos, que podem expressar uma potência de dez ou um produto por uma potência de dez, também se articulam por uma adição. Com isso, seu trabalho mostrou a natureza discursiva e não discursiva[25], trazendo para a análise o Sistema de Numerações Decimal em contexto linguístico-cultural europeu, como é o caso do francês e do inglês. Asiática, exemplificado pelo chinês, e finalmente pelo contexto brasileiro.

O estudo de Brandt (2005) mostrou que vários idiomas europeus, obscureceram a estrutura do SND, causando dificuldade no entendimento devido abreviações ou trocas de consoantes por outras de sílabas breves. Tais omissões

---

[24] A característica dos registros plurifuncionais é que eles são utilizados em todos os domínios da via cultural e social e no caso dos registros monofuncionais eles são registros derivados e especializados em algum tipo de tratamento e apresentam uma característica formal. Esses dois tipos de registros são de naturezas diferentes: a palavra é um tipo de registro multifuncional cujos tratamentos não são algoritmizáveis e a representação por algarismos é um tipo de registro monofuncional cujos tratamentos são algoritmizáveis. Ambos são tipos de registros que se referem a representações discursivas (BRANDT,2005).

[25]Segundo Raymond Duval, os registros discursivos utilizam uma língua e os não discursivos mostram formas ou configurações (BRANDT, 2005).

causadas com a intenção de facilitar a pronúncia, acabaram ocasionando dificuldades, pois dependendo da formação dessas palavras, a aprendizagem de sequência de números expressos pela recitação torna-se incompreensível para as crianças. Além disso, vale ressaltar que tais falhas culminaram em uma descaracterização da forma original do SND, como é o caso do sistema na língua inglesa, que utiliza, por exemplo, o emprego de "*thir*, em *thirteen* e em *thirty*, no lugar de *three* (três), e o emprego de *teen*, de 13 a 19, e de *ty*, de 20 a 90, no lugar de *ten* (dez)" (BRANDT 2005 p. 46).

A autora destaca que no contexto inglês nomeia-se os números até doze (*one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine, ten, eleven, twelve*), usando-se uma palavra para cada número até 12, mas promove muitas alterações nas sílabas a partir dele, usando palavras de duas sílabas que combinam as demais palavras alteradas até nove, como é o caso de treze e quinze (*thir**teen*** e *fif**teen***), em que o **ten** passa a ser "teen", o three passa a ser thir e o *five* passa a ser *fif.* Vale observar também que a partir do doze, o sistema traz uma ordem invertida à dos algarismos arábicos, a soma das unidades e dos agrupamentos de 10 que compõem o numeral arábico: thirteen $(3+10)$ para 13 (ao invés de $(10+3)$, fourteen $(4+10)$ para 14 (ao invés de $(10+4)$ e assim por diante, até o 19. As mudanças ocorrem todas compostas com palavras já existentes, *(**six**teen, **seven**teen)*. (BRANDT, 2005).

A partir de 20 até 90, ocorre certa regularidade no sistema inglês, em que são criadas palavras para essas dezenas exatas combinadas com aquelas já existentes de 1 a 9, sendo que de 20 a 50, as sílabas são alteradas para a dezena (*ty*) e para 2, 3, 4 e 5 (*twenty, thirty, forty, fiffy*), para o intervalo de 60 a 90, as palavras são compostas de sílabas de outras já existentes de 1 a 9, para 6, 7, 8 e 9 e com a sílaba alterada para a dezena (*ty*), (*sixty, seventy, eighty, ninety*). Neste caso, a ordem segue a mesma lógica dos algarismos arábicos, por exemplo, twenty (dois dez) para 20 $(2 \text{ x } 10)$, *twenty-one* (dois dez mais um) para 21 $(2 \text{ x } 10 \text{ mais } 1)$ e assim por diante (BRANDT, 2005).

As palavras das dezenas são dissílabas, constituindo deformações dos termos já existentes de 2 a 10, como por exemplo, *twenty* mostrando que *twen* é uma deformação de *two* e *ty*, uma deformação de *ten*. Tais alterações causam confusão e levam os alunos a repetirem sequências numéricas sem associarem, por exemplo, as sílabas *teen* e *ty* com dez, sendo essas trocas também observadas em outras línguas.

Para o SND no contexto francês, por exemplo, a autora evidencia que os números são nomeados até dez (*un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix*) e a partir de então, altera as sílabas que compõem as palavras de 11 a 16 *(onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize)*, sendo o "Ze", uma deformação do *dix* (dez). Nota-se que é usado uma palavra para cada número até 16, já para o intervalo de 11 a 16 são usadas palavras dissílabas que são deformações das já existentes, criadas para os números compreendidos de 1 a 6. Para 17 e 19 é usado a composição com sílabas de palavras já existentes 7, 8, 9 e 10 dix sept $(10 + 7)$, dix huit $(10 + 8)$, dix neuf $(10 + 9)$. Já os números 20 e 30 são criados *(vingt, trente),* e 40, 50 e 60 (quarante, cinquante, soixante) também são formados por composição de sílabas de palavras já existentes para 4, 5, 6 e 10. O número 70 é a composição silábica e aditiva dos números 60 e 10 (*soixante dix*).

Para o oitenta utiliza-se a combinação das palavras já existentes e o processo multiplicativo para 4 e 20 (*quatre vin*gt), e 90 é composto por palavras já designadas para o 80 e o 10 (*quatre-vingt-dix*). Para cem, foi criada a palavra *cent* ou *cen*, e para formar números acima da centena combina-se ela com as designações dadas aos números inferiores, como por exemplo 175 (*cen-soixante-dix-cinq).* Para o milhar criou-se a palavra *mille*, portanto 5.386, por exemplo, escreve-se *cinq mille trois cent quatre-vingt-six.* Nota-se, portanto, que o Sistema de Numeração Decimal em contexto francês, há a utilização do processo aditivo e multiplicativo na composição de palavras ou sílabas.

No mandarim chinês, Brandt (2005), destaca que as palavras são criadas para os números de 1 a 10 (*yi, er, san, si, wu, liu, qi, ba, jiu, shi*). Nota-se, portanto, uma palavra para cada número de 1 a 10, porém de 11 a 19, usa-se a combinação de palavras por intermédio da adição com a palavras criadas para o 10 (*shi*) e seguindo a mesma ordem da estrutura do sistema de numeração dos algarismos arábicos: *shi yi* $(10 + 1)$, *shi er* $(10 + 2)$, até 19 que é *shi jiu* $(10 + 9)$. Quanto as dezenas exatas, é feita a combinação do produto das mesmas palavras já criadas de 1 a 10, seguindo também a mesma ordem da estrutura do sistema de numeração decimal posicional, por exemplo, *er shi* $(2 \text{ x } 10)$ para 20, *san shi* $(3 \text{ x} 10)$ para 30 e assim sucessivamente. Para escrever 25, por exemplo, combina-se: *er shi wu* $(2 \text{ x } 10 + 5)$.

Vale notar que as palavras criadas para os números de 1 a 9 oscilam, à esquerda e à direita, da palavra criada para o 10, combinando-as através de produto e adição, respectivamente. Nesse sentido, para a autora, os números são escritos de forma simples, como em 12 (*shi er*), 20 (*er shi*), 85 (*ba shi wu*) e assim por diante.

Para elucidar melhor, o Quadro 3, apresenta os padrões dos diferentes sistemas de palavras-números.

Quadro 3: Padrões de sistemas de palavras-números inglês, francês e chinês

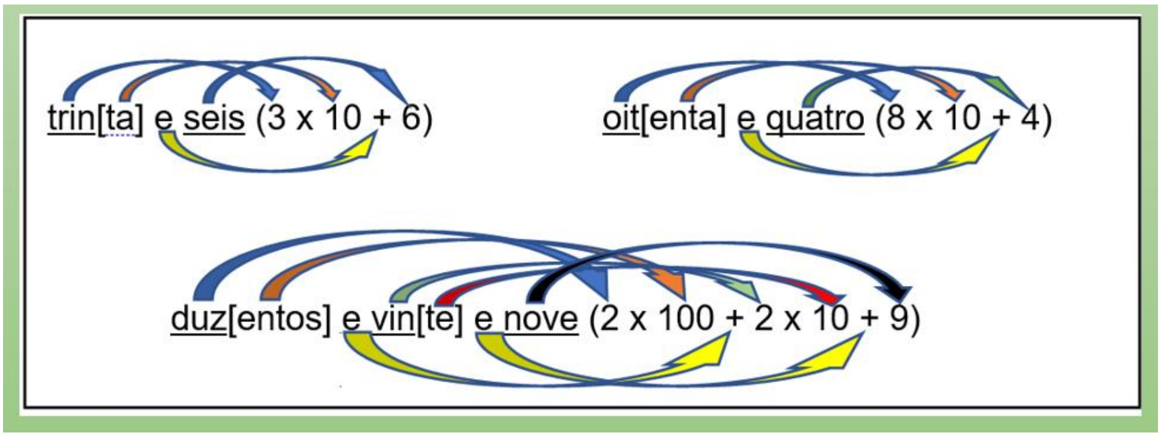
Nº	Inglês	Francês	Chinês
1	A (one)	a (un)	a (yi)
2	B (two)	b (deux)	b (er)
3	C (three)	c (trois)	c (son)
4	D (four)	d (quatre)	d (si)
5	E (five)	e (cinq)	e (wu)
6	F (six)	f (six)	f (liu)
7	G (seven)	g (sept)	g (qi)
8	H (eight)	h (huit)	h (ba)
9	I (nine)	i (neuf)	i (jiu)
10	J (ten)	j (dix)	j (shi)
11	K (eleven)	km (**onze**)	ja (**shi yi**)
12	L (twelve)	lm (dou**ze**)	jb (**shi er**)
13	mn (thir**teen**)	nm (tre**ze**)	jc (**shi son**)
14	dn (for**teen**)	om (quator**ze**)	jd (**shi si**)
15	on (fif**teen**)	pm (quin**ze**)	je (**shi wu**)
16	fn (**sixteen**)	qm (sei**ze**)	jf (**shi liu**)
17	gn (**seventeen**)	jg (**dix-sept**)	jg (**shi qi**)
18	hn (**eighteen**)	jh (**dix-huit**)	jh (**shi ba**)
19	in ((**nineteen**)	ji (**dix-neuf**)	ji (**shi jiu**)
20	pq (twen**ty**)	r (vingt)	bj (**er shi**)
30	rq (thir**ty**)	t (trente)	cj (**son shi**)
40	dq (for**ty**)	uv (quar**ante**)	dj (**si shi**)
50	oq (fit**ty**)	ev (**cinquante**)	ej (**wu shi**)
60	fq (**sixty**)	wv (soix**ante**)	fj (**liu shi**)
70	gq (**seventy**)	wvj (**soixante-dix**)	gj (**qi shi**)
80	hq (**eightty**)	dr (**quatre-vingt**)	hj (**ba shi**)
90	Iq (**ninety**)	drj (**quatre-vingt-dix**)	ij (**jiu shi**)
100	ar (**one** hundred)	x (cent)	ak (**yi** bay)
108	arh (**one hundred huit**)	xh (**cent-huit**)	Aklh (**yi bay** ling **qi**)
118	arhn (**one hundred eighteen**)	xjh (**cent dix-huit**)	Akjh (**yi bay shi ba**)
169	Arfqi (**one hundred sixty nine**)	Xwvj (**cent soixante-neuf**)	akfji (**yi bay liu shi jiu**)

Fonte: Brandt (2005, p. 125-126).

Brandt (2005), destaca que para o contexto brasileiro, o SND apresenta um padrão expresso como o ocorrido no chinês ou no francês, tornando mais difícil a compreensão, uma vez que não há uma facilidade com a qual as palavras individuais e os padrões são religados a um sentido cardinal.

Portanto, segundo (BRANDT 2005, p. 48) “as palavras que representam os números, que não trazem em si as mesmas características comuns aos números escritos em algarismos e não explicitam as centenas, dezenas e unidades”, são um potencial agravante de dificuldades na compreensão da estrutura do SND para as crianças, uma vez que as duas formas, a escrita e a representação numérica, não apresentam ligações entre sí. Assim, a linguagem com suas representações e organizações de sistemas verbais, são relevantes para o entendimento da representação numérica, ou seja, em termos ideais “a quantidade a ser expressa deve ser objeto de uma decomposição em uma expressão aritmética, envolvendo adições ou produtos, ou ainda os dois combinados juntos” (BRANDT 2005, p.49). A Figura 21, mostra o caráter operatório, embora distorcido, da palavra no sistema de numeração indu-arábico em contexto cultural linguístico brasileiro.

Figura 21: Caráter Operatório da Escrita Arábica e sua Relação com o Caráter Operatório da Palavra



Fonte: Brandt (2005, p.49).

Como observado em Brandt (2005), a lexicalização direta, ou seja, um nome para cada número, torna-se dispendiosa e limitada, pois não possibilita que uma criança consiga compreender a estrutura do SND. Na língua portuguesa, os prefixos e sufixos sofrem deformações, exigindo um esforço cognitivo maior por parte do sujeito em desenvolvimento, diferentemente da sintaxe elementar existente nos idiomas asiáticos por exemplo, que permitem que o sujeito associe a expressão verbal a numerosidade subjacente. Nesse sentido, no contexto brasileiro, o SND pode apresentar para a criança uma dissociação verbal/escrita, ou seja:

> Um sujeito pode enumerar corretamente a cadeia verbal de forma oral e errar na escrita (dissociação oral/escrita), ou pode compreender o valor relativo e absoluto dos números e ser capaz de efetuar as operações, mas manifestar dificuldades sobre o acesso aos fatos numéricos na memória (BRANDT 2005 p. 49-50).

Assim sendo, é relevante aliar a aprendizagem da estrutura do SND para expressar a medida de um conjunto, tanto na forma escrita, verbal ou numérica, pois uma aprendizagem baseada na lexicalização direta, e decorada de uma corrente numérica verbal, além de exigir esforço, torna-se limitada para a enumeração de uma coleção qualquer de cardinal desconhecido. Portanto, vale destacar que os aspectos linguísticos no emprego da numeração e a distinção léxico/sintaxe, deve ser levada em consideração na análise das condutas numéricas pelos sujeitos e que uma modelização deve levar em conta, tanto o processo como os aspectos linguísticos (BRANDT, 2005).

Como visto, o sistema de numeração decimal possui padrões de organizações das palavras que tornam possível identificar as potências de dez (sufixos), o número de vezes que essas potências de dez (prefixos) estão representadas, e o conectivo “e” que está associado à operação de adição. No entanto, em um determinado intervalo numérico a regra muda. Assim sendo, tornar possível a identificação, não significa que esse padrão esteja explícito de forma clara, pois as palavras sofrem alterações, deformando os prefixos e sufixos de grupos numéricos.

O sistema de numeração indo-arábico é posicional de base dez e possui suas regras próprias de formação. Nele, os hindus criaram a regra de formação adotando um procedimento de escrita que fazia o algarismo ser acompanhado pela palavra que expressava a potência de dez, mas que ao longo do tempo, foi suprimida fazendo com que o algarismo adquirisse um valor relativo de acordo com a posição por ele ocupada no numeral. Nesse sentido, com o intuito de resgatar essa memória, Brandt (2005) buscou evidenciar atividades que envolvessem unidades cognitivas pertinentes, organizou atividades com operação de conversão por meio de variações na posição dos algarismos do numeral e no valor absoluto dos algarismos, usando para isso, intervalos numéricos.

Desse modo, Brandt (2005), manuseou pilhas com intervalos numéricos de 1 a 10; de 11 a 15; com dezenas simples de 20 a 90; com as centenas exatas de 100 a 900; com milhares exatos (1000, 2000); dezena/unidade (16, 17, 18, 19, 21); centena/unidade (102); centena/dezena (118, 169); centena/particular (112); unidade/centena (200). Nesse movimento, foi percebido que a variação de posição dos algarismos (20 e 02 ou 32 e 23), bem como, a mudança dos valores absolutos destes, por exemplo, 11 e 12(em que foi alterado a unidade), e 11 e 21 (em que foi alterado a dezena), ocasionam referências a outros números pertencente ou não à mesma pilha, o que significa que a posição e o valor absoluto são unidades cognitivamente pertinentes que caso sofram variações passam a ter por referência outro objeto.

A autora descreve que a palavra escrita que representa o número, também sofre variações nos prefixos e sufixos, criando objetos matemáticos que ora pertencem a mesma pilha, como por exemplo, onze, doze, treze, quatorze; dezesseis, dezessete, e ora não, como é o caso de Doze e Vinte e um, que foram modificados os valores absolutos dos algarismos que representam as dezenas, e outras alterações ocorreram nos registros. Nesse caso, além de não pertencerem à mesma pilha, ocorre inversão e distorção. No caso 12 (Doze) e 21 (Vinte e um), observa-se uma distorção de “ze” para “te”. Em outros exemplos como 32 (Trinta e dois) e 42 (Quarenta e dois), ao ser alterado o algarismo que representa a dezena, observa-se a mudança de “ta” para “enta”. Todos esses exemplos evidenciam que a alteração dos prefixos e sufixos ocasionam não apenas trocas como na escrita arábica, mas também deformações e inversões.

Nesse sentido, os prefixos e os sufixos são as unidades cognitivamente pertinentes na palavra que expressa o número que ao sofrer variações têm por referência outro objeto matemático. (BRANDT, 2005). Nas dezenas exatas, por exemplo, os sufixos deixam de existir nas inversões, pois não representam mais base dez, apenas unidades simples: 20(vinte), 02 (dois); 30 (trinta), 03(três) e assim por diante. Nas centenas exatas, conforme mostra autora, as trocas de posições dos algarismos possibilitam duas variações que ocasionam deformações dos prefixos e os sufixos, ora representando grupos de cem, ora de dez e finalmente unidades simples, como por exemplo: 200 (duzentos), 020 (vinte), (002) dois.

A autora chama a atenção para o caso dos numerais que representam as centenas com unidades, centena com dezenas exatas e centenas com dezenas não exatas, haja vista que, todas possuem variações dos algarismos relativos às posições, evidenciando outro número, ora composto por dezenas e unidades e ora composto por centenas e dezenas (exatas ou não exatas), como é o caso de 150 (cento e cinquenta) que pode variar para 105 (cento e cinco), 015 (quinze), 051 (cinquenta e um), 510 (quinhentos e dez) 501 (quinhentos e um). Ou seja, a palavra é um indicador, podendo identificar em que momento o algarismo assume outro valor relativo mediante a mudança de posição, podendo ser observado que ora o algarismo representa unidades simples, ora grupos de dez e ora grupos de cem (BRANDT, 2005).

É constatado ainda, a relação entre o número de palavras e o número de algarismos existente no numeral, sendo esta, diretamente ligada ao tipo de número que se forma após a variação, por exemplo, numerais com “C/U(105), 2 palavras e 3 algarismos, C/D(exata)(210), 2 palavras e 3 algarismos, C/D(não exata) (345), 3 palavras e 3 algarismos, D/U (acima de 20) (27) , 2 palavras e 2 algarismos e D/U (de 11 a 19) (17), 1 palavra e 2 algarismos.” (BRANDT, 2005 p. 97), destacando que mesmo que o número de palavras não coincida com o número de algarismos é possível identificar os grupos de dez, de cem e das unidades, ora nas palavras por inteiro, ora nas sílabas (sufixos e prefixos) que compõem uma das palavras. O Quadro 4 apresenta o padrão das palavras que designam os números na língua portuguesa.

Quadro 4: Padrão das palavras que designam os números na língua portuguesa.

Número	Português	Número	Português
1	a (um)	18	jh (**dezoito**)
2	b (dois)	19	jsi (**dezenove**)
3	c (três)	20	r (vinte)
4	d (quatro)	21	rsa (**vinte** e **um**)
5	e (cinco)	29	rsi (**vinte** e **nove**)
6	f (seis)	30	t (trinta)
7	g (sete)	40	Uv (quar**enta**)
8	h (oito)	50	Ev (**cincoenta**)
9	i (nove)	60	wv (sess**enta**)
10	j (dez)	70	Zv (set**enta**)
11	km (on**ze**)	71	Zvsa (**setenta** e **um**)
12	lm (do**ze**)	80	Xv (oit**enta**)
13	nm (tre**ze**)	81	Xvsa **oitenta** e **um**)
14	om (quatore**ze**)	90	Yv (nov**enta**)
15	pm (quin**ze**)	91	Yvsa (**noventa** e **um**)
16	jsf (**dezesseis**)	100	O (cem)
17	jsg (**dezessete**)	101	Osh (cento e **oito**)
		118	Osjh (**cento e dezoito**)

Fonte: Brandt (2005, p. 126).

Desse modo, assim como o Quadros 3 mostrado anteriormente, o Quadro 4, evidencia características linguísticas do sistema de numeração indu-arábico, no contexto do idioma português. Nessa direção, conforme mostra a autora, é possível verificar que esse sistema em contexto brasileiro, francês e inglês, possuem similaridades. Por exemplo, a palavra “onze” no português, “onze” no francês e “eleven” no inglês, está contida nos dois algarismos do número arábico 11, no entanto, para o chinês, as palavras “shi yi’ estão contidas nos algarismos 1 da dezena e 1 da unidade do 11, respectivamente. Da mesma forma ocorre para “doze” em português, “twelve” no inglês e “douze” no francês, em que a palavra se encontra nos dois algarismos do número arábico 12, mas as palavras “shi er” no chinês correspondem nos algarismos 1 da dezena e no dois da unidade do 12, respectivamente.

Brandt (2005) descreve ainda que em relação ao prefixo “on” e o sufixo “ze” do número 11, na língua portuguesa, correspondem ao 1 da direita e ao 1 da esquerda, respectivamente, evidenciando uma inversão e uma deformação do prefixo e do sufixo. Observa-se que o mesmo ocorre para o 12 na língua portuguesa, ou seja, o prefixo “do” e o sufixo “ze” correspondem aos algarismos da escrita arábica em ordem invertida e com deformação, mostrando que no contexto chinês, o sistema possui de fato maior regularidade e facilidade de compreensão por parte dos sujeitos aprendizes de sua cultura numérica.

Segundo ela, as crianças aprendem tanto os números arábicos como as palavras que são usadas para quantificar coleções de natureza contínua ou discreta, no entanto, por ainda não possuírem o sentido de cardinalidade, na contagem de conjunto com muitos elementos (maior que dez), as palavras e os números arábicos podem adquirir para elas, somente o sentido de um lugar na sequência, não representando, portanto, o sentido de agrupamento ou agrupamento de agrupamento. Para a autora, a análise da organização das palavras que expressam os números é capaz de evidenciar em maior ou menor grau a relação dessa organização com a escrita arábica, podendo identificar a estrutura do SND na palavra escrita para os números superiores a dez.

Tais análises serviram para a organização das atividades com base nas unidades cognitivamente pertinentes para que fossem exploradas as operações de conversão e de tratamento a fim de se obter a compreensão da estrutura do SND, dos conteúdos das representações e para a diferenciação entre representante e representado. Nesse sentido, a autora destacou atividades distribuídas em cinco provas, a fim de que no primeiro momento fosse possível colher informações relevantes sobre o entendimento das crianças a respeito da estrutura do SND, para que no segundo momento, por meio de uma modelização, construísse atividades de ensino com questões remodeladas buscando meios de atender as dificuldades dos alunos e suprir as incompletudes relativas ao objeto matemático em questão.

Na primeira prova destinado às crianças, foi apresentado as palavras doze, vinte e dois, cem, trinta, cento e oito, cento e dezoito e cento e sessenta e nove. Estas foram escritos em numerais arábicos e evidenciou através da explicação das crianças, que as palavras foram identificadas nos algarismos de formas diferentes, conforme ilustram alguns exemplos a seguir. Em várias situações, os alunos não faziam relação com os prefixos e sufixos dessas palavras, mas sim, entre uma palavra e dois ou três dígitos, como é o caso das palavras cem (100), doze(12), dezoito (18), trinta (30), ou entre duas palavras e três algarismos, como por exemplo, cento e oito (108) e cento e dezoito (118), ou ainda, uma palavra para cada algarismo como é o caso do vinte e dois, cento e sessenta e nove, mas sem levar em conta os prefixos e sufixos.

Isso mostra que a identificação das palavras nos algarismos não significa o entendimento da noção de agrupamento e agrupamento de agrupamento por parte dos alunos, uma vez que os padrões de organização das palavras não os evidenciam claramente. Na palavra dezoito, por exemplo, é mostrado um grupo de dez somado com oito, no entanto, por ser uma palavra única, seu sentido ocorre como a demarcação de um lugar na sequência. Sabe-se, porém, que a ideia de cardinal é adquirida primeiramente em uma relação biunívoca no entorno de unidades idênticas e, caso a aprendizagem das palavras que compõem os números ocorra de forma mecânica, acaba por comprometer o entendimento da estrutura do SND nos algarismos arábicos, uma vez que só será possível garantir o sentido cardinal ou a sua posição numa sequência numérica (BRANDT, 2005)

Nesse âmbito, a autora buscou evidenciar na segunda prova, atividades didáticas no entorno dos padrões de organização das palavras-números e da estrutura do SND presente nos algarismos arábicos que pudessem combinar base e posição e as operações de adição e multiplicação, uma vez que, como já dito, o sistema de numeração e sua estrutura, não evidenciam os nomes dos números quando a cadeia verbal é utilizada para a obtenção da medida de um conjunto e, de certa forma, tal irregularidade provoca dificuldade de compreensão, criando uma barreira que impede o aluno enxergar os dígitos da representação por algarismos, os agrupamentos e agrupamentos de agrupamentos.

Para ela, a maioria dos alunos não foram capazes de identificar nas representações por algarismos, o valor relativo das unidades de acordo com a posição ocupada. Alguns não conseguiram identificar as dezenas que compõem as centenas, ou seja, os agrupamentos de agrupamentos, bem como, as unidades que compõem as dezenas e as centenas (agrupamentos). Enfim, as análises mostraram que poucos conseguiram notar, por exemplo, que em 169 há 16 dezenas e 169 unidades, em 108 tem 10 dezenas e 108 unidades, em 118 tem 11 dezenas e 118 unidades.

Na terceira prova, a autora trouxe uma operação de produção que envolveu adição e subtração utilizando estratégias para encontrar a solução dos problemas. Compreendeu também atividades que usava a palavra falada que exigia solução de sentido cardinal do número, caracterizando dessa forma uma operação de conversão. Segundo Brandt (2005), os resultados mostraram que tanto na operação de soma quanto na subtração as crianças em sua maioria lidam com as representações de quantidades como unidades idênticas, contadas uma a uma, fazendo o uso de contagem de sequência com o apoio dos dedos, quando confrontadas com problemas que exigem resolução mental. Na subtração os alunos procedem tanto por acréscimos, ou seja, procedimento por complemento, quanto por decréscimos, procedimento da diferença.

Para a autora a utilização dos dedos na contagem para a resolução da adição e da subtração compreendidas nos problemas, revela que o sentido quantitativo dos numerais não é interpretado a partir das dezenas e unidades que os compõem, ou seja, os alunos poderiam trabalhar com os valores a partir de sua decomposição em dezenas e unidades, como por exemplo: $15 = 10 + 5,\ 28 = 20 + 8,\ 66 = 60 + 6\ e\ 37 = 30 + 7$. No entanto isso só seria possível caso eles fossem capazes de atribuir corretamente o valor relativo das unidades de acordo com a sua posição na representação por algarismos. Os alunos utilizaram-se de um artifício trabalhoso e pouco econômico para a obtenção de respostas. A autora ressalta ainda que essa falta de sentido quantitativo é causada pelas irregularidades nos padrões de organizações das línguas europeias para o sistema, ocasionando muitas vezes distorções e inversões nas palavras que designam os números, dificultando a compreensão da estrutura do SND.

A prova quatro, compreendeu a operação de tratamento, pois foi realizado transformações do registro e representação no interior do próprio registro, exigindo dos alunos a compreensão da estrutura do SND que envolvia a base e a posição. Os alunos tiveram que explicar e justificar suas respostas, para que fosse possível identificar se o reconhecimento existiu de fato. Assim, por exemplo, na adição eles deveriam justificar por que vai “um”, e na subtração, justificar o “empréstimo” de uma unidade da ordem superior do minuendo quando este apresentava um valor menor do que o subtraendo.

Apesar da prova compreender a operação de tratamento, as análises das dificuldades das crianças levaram em conta também a conversão, pois quando a criança soma por exemplo: 9 com 5 e obtém 14 ela está utilizando dois tipos de registros de representações semióticas: a palavra falada (quatorze), cujo a representação é multifuncional e não são algoritmizáveis e a representação por algarismos (14), que é um tipo de registro monofuncional cujos tratamentos são algoritmizáveis, portanto segundo a autora, os alunos usam os dois tipos de transformações semióticas diferentes.

Além disso, quando a criança faz uma transformação de conversão e movimenta os dois tipos de registros (a palavra quatorze e o numeral arábico 14), ela lida com a dificuldade da não congruência, ou seja nesse caso, não existe correspondência semântica das unidades de significado, pois o quatorze é a combinação das palavras quatro e dez, que sofreram alterações "quator" ao invés de "quatro" e "ze" ao invés de "dez" e no registro de representação através dos algarismos arábicos 1 é 1 dezena ou 10 unidades e 4 é 4 unidades (BRANDT, 2005). Por outro lado, segundo a autora, ocorre uma inversão na ordem das unidades: quatorze significa quatro mais dez e 14 significa 1 d + 4 u ou 10 + 4. Nesse contexto, foi percebido que as dificuldades e os fracassos dos alunos nas tarefas propostas foram devido à falta da mobilização de dois registros diferentes que lhes possibilite reconhecer o mesmo objeto através de duas representações, pois a estrutura do SND tem que ser reconhecida tanto no algarismo arábico como na palavra escrita.

Na prova cinco, foi evidenciado o plano dos objetos, dos cardinais e das representações escritas. As tarefas exigiram dos alunos o reconhecimento do conteúdo do registro de representação de quantidades com a utilização do numeral arábico e da escrita, importantes para que por meio destes fosse possível a identificação da estrutura do SND nos dois tipos de registros e, portanto, o reconhecimento do objeto. A autora destaca que os significantes são representados pelos objetos desenhados, as palavras repetidas na contagem e as representações escritas por algarismos arábicos. Desse modo, as atividades propostas, tinham como objetivo a manipulação desses significantes por meio das operações presentes nas atividades com o intuito de permitir a passagem de um plano a outro. Nesse sentido, esperava-se que tal movimento fosse capaz de permitir a cada conjunto uma representação escrita que constituísse um significado, ou seja, uma relação dialógica entre o significante o significado, a fim de se obter a significação do objeto.

Assim sendo, mediante as análises das atividades propostas nessa prova, Brandt (2005) observou que os erros presentes nas respostas dos alunos tinham fortes indícios de estar relacionados ao fato de que a representação por algarismos era entendida por eles, como unidades singulares sem conexão com o valor relativo, uma vez que a maioria não foi capaz de realizar a passagem do plano dos cardinais dos conjuntos obtidos por contagem, ao plano das representações escritas. Em resumo, foi evidenciado que os significantes utilizados, expressos por palavras ou algarismos arábicos, não foram identificados em relação à estrutura do SND baseada em regras de base e posição.

À vista disso, mediante os resultados obtidos das cinco provas aplicadas aos alunos, Brandt (2005) elaborou a situação de ensino contendo atividades categorizadas levando em conta à compreensão da estrutura do SND pelas crianças tanto em relação ao objeto de conhecimento, ao conteúdo da representação e à operação de conversão no que diz respeito à identificação das unidades cognitivamente pertinentes na escrita e no numeral arábico. As atividades levaram em conta também, os padrões de organização e o caráter operatório, tanto das palavras que expressam os números como a representação desses através de algarismos, buscando organizar uma situação de ensino que levassem os alunos à compreensão dos registros de representação dos números no que diz respeito à estrutura do SND veiculada nesses registros.

Baseando-se nos estudos de Duval (1991), a autora buscou elaborar situações de ensino levando em conta: o plano dos objetos, o plano dos conjuntos, o plano dos cardinais dos conjuntos e o plano das representações escritas, mobilizando vários registros de representação. O estudo epistemológico permitiu a construção de atividades de situação de ensino que levaram em conta as falhas observadas em trabalhos e provas realizadas pelos alunos durante a empiria de sua pesquisa, havendo posteriormente, um melhoramento de tais atividades de modo que abrangessem questões que viessem favorecer o (re)conhecimento da estrutura do SND, criando assim um modelo epistemológico de referência.

Nesse sentido, o modelo epistemológico de Brandt (2005) torna-se importante por seu estudo aprofundado, fazendo emergir da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) fortes indícios de que a relação da palavra escrita e falada com a representação arábica no SND no contexto da língua portuguesa, escondem situações de aprendizagens que podem ser evidenciados mediante o estudo e exploração de sufixos e prefixos contidos nas palavras, pois como foi visto, dependendo da língua em que esse sistema de numeração esteja inserido, tal relação pode trazer condições ou restrições para o aprendizado das crianças.

Nessa direção, embora a autora não tenha desenvolvido sua pesquisa na TAD, as análises realizadas por ela podem ser vistas à luz das dimensões do problema didático evidenciados na teoria antropológica, uma vez que o estudo das representações semióticas na TRSS, mostram que as diferentes linguagens e suas representações são relevantes para o ensino e aprendizagem e, por conseguinte, são fundamentais para o sistema didático e para o estudo dessas dimensões destacados na TAD. As representações semióticas abordadas por Raymond Duval na TRRS, são no contexto da TAD, o equivalente a dialética dos objetos ostensivos e não-ostensivos, que em questões particulares são entes constitutivos das organizações matemáticas e elementos primários das praxeologias.

Em contextos mais gerais, a dialética dos ostensivos e não-ostensivos representam para o estudo das dimensões do problema didático, ferramentas importantes que permitem os inquéritos sobre as condições de existências dos objetos matemáticos, como estes se comportam nas instituições, bem como, as razões pelas quais esses objetos são como são. Chevallard (2007), afirma ainda que tais inquéritos são mediados pela dialética das Mídias e Milieux que permite analisar criticamente esses objetos, pois nesse contexto, o Milieu dá condições necessárias à Mídia para que esta busque de forma eficaz as respostas desejadas.

O estudo histórico e epistemológico exposto no capítulo seis deste trabalho, vem ao encontro das ideias da autora na medida em que corrobora com a concepção de que tais modificações ocorridas na escrita do sistema de numeração indu-arábico se deu ao longo do tempo mediante processos histórico-culturais de diversos povos, causando uma perda gradativa de termos na língua falada e escrita, provocando em várias culturas condições restritivas quanto a compreensão do SND, pois com a expansão desse sistema para outros povos, novas modificações foram inseridas, provocando distorções e inversões na escrita numérica, havendo em muitos casos, um distanciamento da fala e da escrita alfabética em relação a escrita arábica.

Como relatado por Brandt (2005), os povos asiáticos, de maneira geral, possuem uma estrutura linguística capaz de fornecer às crianças melhor compreensão do sistema posicional arábico, evidenciando que a linguagem com suas representações e organizações de sistemas verbais, são relevantes para o entendimento da representação numérica e para a compreensão da estrutura do SND.

Em consonância com as ideias dessa autora, destaca-se também o estudo teórico sobre as outras dimensões do problema didático (apresentado no capítulo quatro). Nesse sentido, a dimensão econômica institucional, vem ao encontro da abordagem realizada pela autora, uma vez que as problemáticas levantadas por ela, se olhadas à luz da TAD, evidenciam que os objetos matemáticos (SND e as operações de soma e subtração), vivem hoje nas instituições de ensino, sob condições restritivas, já que seu estudo revelou que o sistema de numeração apresenta em sua estrutura de linguagem, distorções e (ou) inversões, causando dificuldades no entendimento da contagem numérica e da compreensão da estrutura do sistema indu-arábico para as crianças.

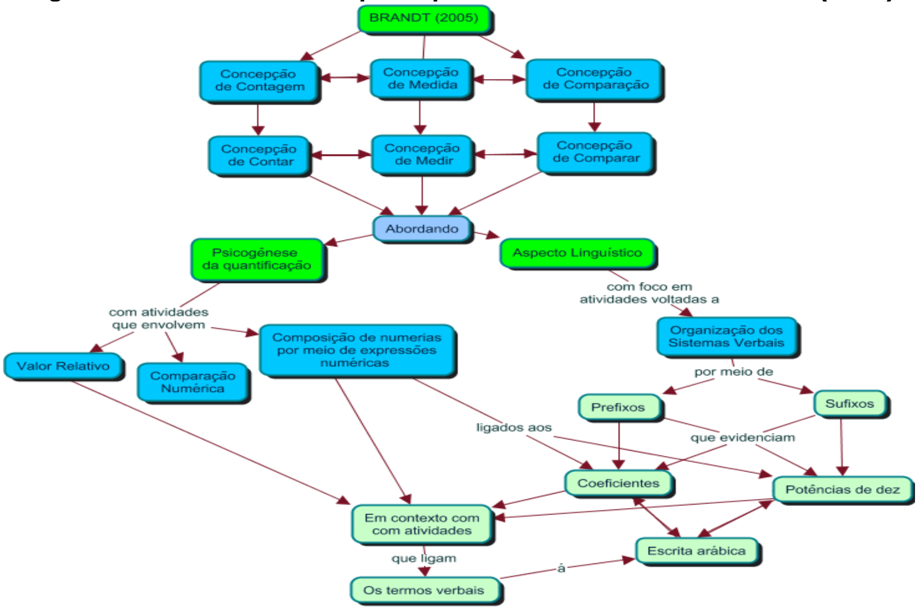
Além disso como evidenciado no capítulo anterior, na breve análise dessa dimensão sob a égide da BNCC, os planos de ensino do Município ainda em fase de ajustes, apresentavam uma descontinuidade em relação às habilidades que retratavam a composição e decomposição de numerais no ensino fundamental menor, tópico de grande importância, uma vez que expõe, por meio das operações de soma e multiplicação uma melhor compreensão da estrutura do SND. Nesse sentido, tal descontinuidade pode provocar falhas na elaboração dos planos de aula dos docentes que atuavam nesse nível de ensino, e por sua vez, causar restrições no aprendizado dos alunos.

De maneira semelhante, a teorização desta pesquisa sobre a dimensão ecológica, coaduna com as ideias de Brandt (2005), pois é capaz de lançar um olhar sobre as outras duas dimensões, deixando à mostra a razão de ser do problema didático, possibilitando mais compreensão para o enfrentamento da problemática desta pesquisa, uma vez que a autora propõe tarefas que ajudam a superação das restrições descritas anteriormente, demonstrando que tal dimensão é capaz de propiciar condições e possibilidades de implementação de um trabalho habilitado ao combate das dificuldades impostas aos objetos matemáticos. Nesse âmbito, para enfrentar o problema, a autora deixa claro que o aspecto linguístico pode assumir um papel relevante para compreensão da estrutura do SND.

Portanto, alinhado a esse pensamento, as atividades propostas nesta pesquisa com o uso do *Scratch*, trará, dentre outras tarefas, formas de organização dos sistemas verbais e da escrita arábica com questões que abordam os prefixos e sufixos da escrita numérica. No aspecto psicológico, que revelam situações relativas à psicogênese da quantificação, serão planejadas tarefas que evidenciam quantidades a serem expressas por meio de decomposição em expressões aritméticas, envolvendo a adições e produtos, deixando à mostra a estrutura do sistema de numeração decimal, pois como já foi mencionado, no contexto brasileiro, torna-se relevante a investigação de questões que envolvam o caráter operatório da palavra no sistema indu-arábico pra ir de encontro às restrições impostas pelo Modelo Epistemológico Dominante (MED) existente.

Nessa direção, as principais ideias de Brandt (2005) que ajudarão na construção do MER híbrido, podem ser configuradas por meio do mapa conceitual representado na Figura 22.

Figura 22: Modelo com as principais características de Brandt (2005)



Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

Nesse contexto, buscar-se-á na tese dessa autora, contribuições relevantes que sirvam de base para a composição das atividades com o *Scratch*, essenciais à complementação do modelo epistemológico de referência proposto neste trabalho dissertativo, a fim de responder à questão Q

Na sequência, será analisado o trabalho de Sierra (2006), evidenciando seu modelo construído a partir de três categorias de sistemas de numeração, o tipo I (aditivo), tipo II (híbrido) e o tipo III (posicional), com o intuito de que este complemente esta pesquisa e corrobore também na busca da resposta para a questão Q.

7.2. O Modelo Epistemológico de Sierra (2006)

Fundamentando-se na Teoria antropológica do Didático (TAD), Sierra (2006), buscou a construção de um modelo epistemológico híbrido, composto por uma sucessão evolutiva de diferentes tipos de sistemas de numeração, partindo de um modelo rudimentar inicial, ou organização matemática inicial(OM_i) à um modelo "aditivo", ao qual denominou de organização matemática aditiva (OM_a), interligando este, sequencialmente, aos modelos "híbrido", denominado por organização matemática híbrida (OM_h) e ao "posicional", ao qual intitulou de organização matemática posicional (OM_p). Portanto, trata-se de um sistema dinâmico construído a partir de uma sucessão de organizações matemáticas, em que a princípio, apresentava uma forma simples (OM_i) que foi expandida e cada nova OM, amplia e complementa a anterior, até conduzi-la a outra mais completa (OM_p), ou seja: $OM_i \rightarrow OM_a \rightarrow OM_h \rightarrow OM_p$.

Nesse contexto, Sierra (2006) considerou como ponto de partida a seguinte questão*:* "Como expressar o cardinal de uma coleção finita (ou seja, o número natural) por intermédio de uma representação escrita que seja um instrumento útil para o desenvolvimento da aritmética elementar?". Tal problemática gira em torno de organizações matemáticas compostas pelo bloco prático, contendo os tipos de tarefa (T) e a técnica (τ): $[t, \tau]$ que se complementam pelo bloco teórico (Logos), composto por tecnologia (θ) e teoria (Θ): $[\theta, \Theta]$ (CHEVALLARD; 1999, 2009), objetivando principalmente reconstruir a organização matemática posicional, por meio de tarefas que compõem as OM_s intermediárias, evidenciando "a razão de ser" do sistema de numeração (SN) utilizada hoje na educação básica.

Assim sendo, partindo de um modelo aditivo rudimentar e utilizando um único símbolo para representar quantidades, repetindo este quantas vezes fosse necessário, trouxe a ideia de uma representação biunívoca utilizada pelo homem primitivo, quando usava riscos verticais em ossos, bambus etc., evidenciando um SN que utilizava apenas um símbolo "I" para cada número. Desse modo, o 13, por exemplo, é descrito por: IIIIIIIIIIIII, em que cada número é representado por uma palavra distinta: um, dois, três, e assim por diante. Percebe-se, portanto, que esta técnica possui muitas limitações, pois embora permita a escrita de números por meio de símbolos sem ambiguidade, não garante uma escrita rápida, além de não permitir comparações simples entre dois números sem a utilização da relação um a um, tornando-se viável apenas para coleções pequenas, conforme afirma Sierra (2006).

Dessa forma, no passo seguinte, o autor evoluiu a técnica, atribuindo um novo símbolo "V" a um agrupamento de cinco elementos "I". Nesse sentido o 13, transforma-se em uma nova escrita: "VV III", bem mais simples. Portanto, a técnica primitiva corresponde a um agrupamento constituído por um único elemento considerado como técnica inicial τ_1 e a primeira evolução desta, corresponde a substituição do agrupamento desses símbolos por outro previamente escolhido.

Na sequência foi considerada uma organização matemática no entorno de um sistema aditivo, destacando-se uma técnica τ_a com agrupamentos de primeira ordem, agrupamento de segunda ordem (agrupamento de agrupamento) e assim por diante. Nesta nova técnica, foi evidenciado agrupamentos de 10 unidades, semelhantes ao sistema de numeração egípcio e o romano, ilustrando os símbolos: I, A, B, C, D, E e F, como unidades sucessivas em que cada uma representa respectivamente dez vezes a anterior $(10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5)$. Desse modo, surgiu um novo sistema mais completo que o anterior, pois nele foi possível evitar uma escrita excessivamente longa e, além disso, a resolução das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão tornaram-se mais econômicas quando se trata de números relativamente pequenos.

Sierra (2006), mostra que somar na OM_a é um processo fácil, bastando para isso, ordenar os símbolos e juntar os semelhantes, atentando-se para o fato de que a cada "dez" elementos e uma ordem, corresponde a "uma" unidade da ordem superior, ou seja, cada grupo de dez "I", transforma-se em A, um grupo com dez "A" substitui-se por B, e assim por diante. Para ilustrar, o autor evidenciou o exemplo: $2.675 + 3.849$, em que é realizada as devidas substituições obtendo-se o resultado.

No processo subtrativo do sistema aditivo, tomando-se como exemplo os números anteriores descritos pelo autor e realizando a subtração: $3849 - 2675$, deve-se verificar primeiro, se em cada grupo de símbolos, o minuendo é maior que o subtraendo, caso não seja, transfere-se uma unidade da ordem imediatamente superior (do minuendo) à inferior que está faltando, a fim de torná-la igual ou maior que a ordem do subtraendo semelhante. Assim, após a realização a conversão de unidade, realiza-se as subtrações em cada agrupamento.

3849 { CCC BBBB AAAA IIIII
BBBB IIII

2675 { CC BBB AAAA IIIII
BBB AAA

3849 { CCC BBB AAAAA IIIII
BBBB AAAAA IIII
AAAA

2675 { CC BBB AAAA III
BBB AAA II

1.174 { C B AAAA IIII
AAA

Nota-se inicialmente que na composição do minuendo (3849) existem apenas quatro “A”, quanto que no subtraendo (2675), sete “A”, havendo, portanto, a necessidade de complemento. Desse modo, a seta indica que uma unidade de B foi transferida para A, adicionando-se mais dez unidades às quatro já existentes, tornando-se desse modo possível efetuar a subtração.

Ainda no sistema aditivo, o autor utilizou a duplicação sucessiva na multiplicação, tal e qual ocorria no sistema egípcio. Aqui no modelo epistemológico de Sierra (2006), é evidenciado o exemplo: $37\,x\,245$, e nele, o autor utiliza os símbolos já descritos anteriormente para representar as potências de base dez, além de usar também para o mesmo cálculo, o sistema indu-arábico, com o intuito de mostrar de forma mais simples as operações já efetuadas com os símbolos. Não há intenção aqui de evidenciar novamente a técnica com os algarismos indu-arábicos, uma vez que já foi exposto anteriormente no capítulo supracitado. Dito isso, mostra-se que o exemplo trazido por Sierra (2006) mostra o multiplicando 245 (BB AAAA IIIII), posto em uma coluna à direita, e a unidade (I), à esquerda.

A técnica consiste em dobrar simultaneamente as duas colunas até que apareça na coluna da esquerda o multiplicador 37(AAA IIIIIII), ou um número imediatamente menor que ele. Desse modo, com os símbolos já ordenados, dá-se início às operações. Neste exemplo, que será exposto no Quadro 5, as duplicações já convertidas e organizadas (Lembrando que, como cada símbolo de ordem superior representa um grupo de dez da ordem inferior, cabe, sempre que necessário, a transformação, por exemplo: um grupo de dez “I” deve ser convertido em uma unidade de “A”, dez unidades de “A” em uma unidade de “B” e assim por diante).

Por uma questão didática, os numerais arábicos serão colocados ao lado dos agrupamentos de símbolos para facilitar a compreensão. Nessa direção, ao iniciar as operações sucessivas, observa-se no Quadro 5 que após a quinta duplicação, aparece na coluna à esquerda, os símbolos correspondentes ao número 32, que representa o menor número natural inferior a 37.

Quadro 5: Multiplicação no Sistema Aditivo

I (1)	BB AAAA IIIII (245)
II (2)	BB AAAAA (490) BB AAAA
IIII (4)	BBBB AAAA (980) BBBBB AAAA
IIIIIII (8)	C BBBBB AAA (1960) BBBB AAA
A IIIII (16)	CCC BBBB AA (3920) BBBBB
AAA II (32)	CCC BBBB AAAA (7840) CCCC BBBB

Fonte: Sierra (2006, p.71) in Almouloud at al (2018, p. 350)

Nesse caso, a duplicação sessa, pois a próxima daria 64 na coluna à esquerda, ou seja, um número maior que 37. Assim, para se obter o resultado do produto de $37\ x\ 245$, é necessário o complemento dos $32\ x\ 245$ (ou seja 7840) até $37\ x\ 45$, com isso, procura-se na coluna da esquerda os números que somados a 32 resultem em 37 (ou seja, 4 e 1). Marca-se também com setas os elementos da coluna à direita correspondentes aos símbolos 1, 4 e 32. Na sequência soma-se os números assinalados na coluna da direita para obter-se o produto $37x\ 245$, resultando em 9.065, conforme mostrado a seguir.

7840	CCC BBBB AAAA CCCC BBBB
980	BBBB AAAA BBBBB AAAA
245	BB AAAA IIIII
9065	CCCCC AAA III CCCC AAA II

O autor mostra a divisão no sistema aditivo mediante a operação inversa da multiplicação. Aqui novamente não serão expostas as transformações de símbolos (de ordem inferior para os de ordem superior), mas apenas a descrição do processo considerando os valores já convertidos. Esta técnica de divisão sucessiva (assim como a de multiplicação no anterior Quadro 5), baseia-se em técnicas utilizadas pelos antigos egípcios. Será apresentado aqui também apenas as operações com os símbolos. Assim sendo, no exemplo trazido por Sierra (2006), a divisão de 1475 por 43, é ilustrada no Quadro 6.

Quadro 6: Divisão no Sistema aditivo.

I (1)	AAAA III (43)
II (2)	AAAA III AAAA III (86)
IIII (4)	B AAAA II (172) AAA
IIIIIIII (8)	BBB AAAA IIII (344)
A IIIIII (16)	BBB AAAA IIII (688) BBB AAAA IIII
AAA II (32)	C BBB AAAA III (1376) AAA III

Fonte: Sierra (2006, p.72) in Almouloud et a.l (2018, p.352).

Após ser colocado os símbolos referentes ao número arábico 43 (AAAA III) na coluna à direita e o símbolo do número (I) à esquerda, começa a duplicação sucessiva, até que se obtenha o dividendo (1475) ou o número imediatamente inferior a ele, nesse caso 1376, já que o próximo seria maior que 1475. A partir daí procura-se na coluna da direita os números que somados com 1376, resultem no valor do dividendo, ou o mais próximo possível dele. Nesse caso o valor 86.

Assim sendo:

1376	C BBB AAAA III AAA III
86	AAAA III AAAA III
1362	C BBB AAAA II AA

Observa-se que $1376 + 86 = 1462$, o que significa que ainda faltam 13 para alcançar 1475, portanto, o resto é 13. Na coluna da esquerda os números correspondentes: 2 e 32, somados equivalem a 34, ou seja, o quociente da divisão.

Com o exposto, o autor evidencia que as OMa promovem uma a técnica τ_a alinhada ao teorema fundamental dos sistemas de numerações, uma vez que qualquer número n pode ser escrito de maneira única, ou seja, o número *n* na base b (com b > 1) pode ser escrito na forma: $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \cdots + a^2 b^2 + a_1 b + a_0$,onde $0 < a_k < b,\ k = 0,1,2\ldots$, e os números $a_0,\ a_1,\ a_2, \ldots a_k$ correspondem aos restos sucessivos da divisão do natural n pelos quocientes sucessivos de b, até a primeira divisão em que o quociente seja nulo. Nesse sentido, o teorema fundamental dos sistemas de numerações é voltado não apenas à SN posicionais, podendo também ser aplicado à OM_a, uma vez que o teorema garante que todo natural que cumpra a condição: $n \leq (b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$, tem uma única representação no sistema aditivo com $(k+1)$ símbolos para as potências de base b_0, $b_1,\ b_2, \ldots b_k$, com $k \epsilon N$, sendo $(b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$, o maior número que se pode escrever na OM_a.

Nesse âmbito, para o autor, tornam-se válidas as questões relativas à escrita de números sem ambiguidades, mostrando também que as técnicas foram eficazes quando se trata de escritas numéricas não muito extensas, no entanto a técnica não é favorável quando se utiliza uma pequena quantidade de símbolo fixado de antemão, pois a técnica necessita de um símbolo para cada potência de base (SIERRA, 2006). A técnica τ_a mostrou-se favorável às tarefas associadas a comparação entre dois números (para números não muito grandes) através de suas expressões escritas, uma vez que a relação biunívoca garante essa comparação dos números no sistema aditivo. Porém, o sistema não garante uma comparação satisfatória quando se trata de números grandes, pois é preciso comparar os símbolos que têm maior valor em cada número e, em seguida a quantidade de símbolos dentro de cada um deles.

A técnica trouxe uma representação viável e simples para o algoritmo da adição, subtração, multiplicação e divisão, destacando que o que justifica as técnicas da adição e da subtração é o princípio da numeração de base 10, de modo que 10 unidades de uma ordem correspondem a uma unidade da ordem imediatamente superior. Entretanto, a subtração usa o processo inverso da soma, ou seja, elimina dentro de cada ordem os símbolos correspondentes, podendo nesse processo, aparecer o princípio da numeração decimal, caso sejam eliminados mais símbolos do que se dispõe (SIERRA, 2006). Como observado, o elemento teórico principal para a multiplicação e a divisão é o teorema fundamental dos sistemas de numerações, pois a técnica da multiplicação e da divisão por duplicações sucessivas, possibilitam expressar o produto de potência de base 2, além disso, as técnicas permitem a multiplicação e a divisão de qualquer par de números naturais, com a condição de que o dividendo seja maior ou igual ao divisor.

Assim sendo, percebendo as falhas no sistema aditivo, o autor, evolui a técnica de representações do sistema aditivo τ_a, uma vez que os cálculos mostraram que esta é pouco econômica à medida que se trabalha com números cada vez maiores, havendo, portanto, dificuldade de se expressar números naturais em sequências que não seja excessivamente longa. Uma possível saída, foi mesclar o sistema de numeração romano: I, V, X, L, C, D e M (que correspondem respectivamente à: $10^0, 5.10^0, 5.10^1, 5.10^2\ e\ 10^3$). Como visto, os sistemas aditivos sofrem historicamente modificações para adaptarem-se à novas situações na busca de praticidade e economia, diminuindo assim a quantidade de símbolos usados para representar os números, a exemplo disso, evidencia-se o sistema romano, que ao longo do tempo passou a usar determinados símbolos colocado à esquerda de outro de ordem superior, indicando que deve ser subtraído o maior do menor, como por exemplo: IX = 9 ou XC = 400.

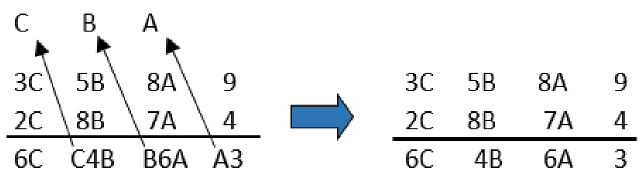
Essa evolução da técnica, agregada pelo sistema romano, resolve um problema, mas cria outro, uma vez que enquanto melhora a representação em escrita menores, inclui a posição para o valor atribuído a cada símbolo, tornando as técnicas de operações menos econômicas, conforme visto no capítulo supracitado, sendo destacado que para se realizar operações, os contadores romanos recorriam a ábacos. Nesse sentido, Sierra (2006) resume que a "razão de ser" dos sistemas de numerações aditivos é a representação simples dos números naturais de forma que não haja ambiguidade e que seja utilizado o menor número de símbolos, e não a simplificação dos algoritmos das operações aritméticas.

Nesse âmbito, é verificado a evolução da técnica do sistema aditivo, expresso por:$\tau_i \rightarrow \tau_a \rightarrow \tau'_a \rightarrow \tau''_a$, sendo τ_i a técnica inicial representando um único tipo de agrupamento, τ_a a técnica que representa agrupamento regular, τ'_a e τ''_a como sendo respectivamente, a primeira e a segunda evolução de τ_a, introduzidas pelo sistema romano de numeração. Tal evolução, segundo o autor, apresenta restrição de natureza operacionais, necessitando, portanto, ampliar o estudo de técnicas, modo que viabilize de forma confiável e econômica a realização de cálculos. Nesse sentido, é apresentado por ele, os símbolos híbridos como uma ampliação dos aditivos e, assim uma nova técnica τ_h, formada por um sistema aditivo-multiplicativo, ou do tipo II, semelhante ao sistema chinês ou ao sistema de numeração decimal oral brasileiro, evidenciado por:

$$\begin{array}{c} \tau_i \rightarrow \tau_a \rightarrow \tau'_a \rightarrow \tau''_a \\ \downarrow \\ \tau_h \end{array}$$

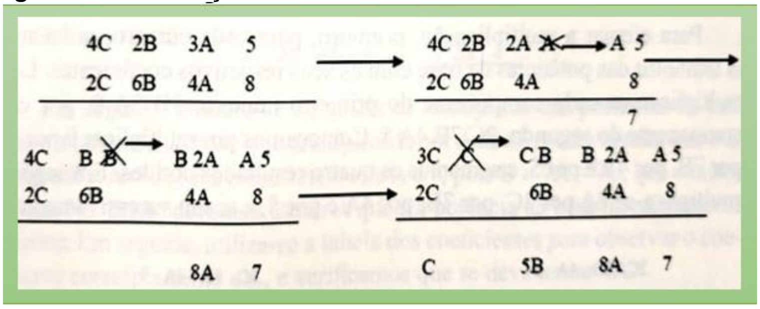
Esse esquema mostra a nova técnica τ_h combinada a anterior τ_a, antes de ser modificada ($\tau'_a \rightarrow \tau''_a$) com a atribuição de símbolos às potências da base ($I \rightarrow 10^0, A \rightarrow 10^1, B \rightarrow 10^2, C \rightarrow 10^3$ ...). Nessa nova evolução, o autor utilizou novos símbolos como multiplicadores dessas potências, ou seja, os símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9. Desse modo o número 586, por exemplo, é representado por “5B 8A 6”, tornando a escrita curta, uma vez que usa as letras que representam as potências da base, evitando, portanto, a repetição. Segundo Sierra (2006), no sistema híbrido, o algoritmo de comparação de dois números por meio de suas expressões escritas, torna-se mais eficaz e a efetivação de cálculo mostra-se mais econômica que no sistema aditivo.

Nota-se que a operação de soma no sistema híbrido é simples e consiste inicialmente em ordenar os números a serem somados de modo que os símbolos das potências das bases e seus respectivos coeficientes fiquem alinhados na mesma coluna. Depois disso, efetua-se a soma e, caso ultrapasse dez, substitui-se por uma ordem imediatamente superior, conforme ilustrado no exemplo 2.589 + 2.874 trazido por Sierra (2006):



Para subtrair no sistema híbrido, organiza-se também os símbolos das potências das bases com seus respectivos coeficientes um embaixo do outro, de modo a coincidir os elementos correspondentes. Caso o símbolo do minuendo seja menor que o subtraendo, faz-se o “empréstimo” de uma unidade de potência da ordem superior ao subtraendo em questão, adicionando-se a estas dez unidades, de modo que este fique sempre igual ou maior ao subtraendo. Assim, para elucidar operação de subtração na OM_h, Sierra (2006) trouxe o exemplo 4235 –2648, ilustrado na Figura 23.

Figura 23: Subtração de 4235 – 2648 no sistema híbrido



Fonte: Sierra (2006, p.83) in Almouloud et al (2018, p.359).

Para a realização da multiplicação do sistema híbrido, são apresentadas duas tabelas auxiliares em que uma contém o produto dos símbolos que representam as potências das bases e a outra os coeficientes, conforme a Figura 24.

Figura 24: Tabelas auxiliares para a multiplicação no sistema híbrido

Tabela de multiplicar dos coeficientes

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	A	A 2	A 4	A 6	A 8
3	3	6	9	A 2	A 5	A 8	2A 1	2A 4	2A 7
4	4	8	A 2	A 6	2A	2A 4	2A 8	3A 2	3A 6
5	5	A	A 5	2A	2A 5	3A	3A 5	4A	4A 5
6	6	A 2	A 8	2A 4	3A	3A 6	4A 2	4A 8	5A 4
7	7	A 4	2A 1	2A 8	3A 5	4A 2	4A 9	5A 6	6A 3
8	8	A 6	2A 4	3A 2	4A	4A 8	5A 6	6A 4	7A 2
9	9	A 8	2A 7	3A 6	4A 5	5A 4	6A 3	7A 2	8A 1

Tabela de multiplicar das potências da base

×	A	B	C	D...
A	B	C	D	E
B	C	D	E	F
C	D	E	F	...

Fonte: Sierra (2006, p.83) in Almouloud at al (2018, p.359).

Nesse sentido, segundo o autor, para multiplicar, por exemplo, 245×389, ordena-se para cada número, os símbolos das potências da base com seus respectivos expoentes. Nesse caso, se obtêm: 2B 4A 5 e 3B 8A 9 e a partir de então, cada componente do primeiro número multiplica todos os componentes do segundo. Após serem efetuados os produtos parciais, estes serão somados para a obtenção do resultado.

```
   3B 8A 9
x  2B 4A 5
----------
```

```
    3B 8A 9
x        5
-----------
      4A 5
   4B
C 5B
-----------
C 9B 4A 5
```

```
    3B 8A 9
x      4A
-----------
     3B 6A
   3C 2B
D 2C
-----------
D 5C 5B 6A
```

```
    3B 8A 9
x      2B
-----------
     C  8B
  D  6C
6D
-----------
7D  7C  8B
```

```
   C  9B  4A  5
D 5C  5B  6A
7D 7C  8B
---------------
9D 5C 3B      5
```

Portanto, o produto euclidiano de 245 por 389 na OM_h corresponde a 9D 5C 5B 5, ou seja, 95.305.

Segundo o autor, para a realização de uma divisão euclidiana na OM_h, assim como no exemplo anterior, coloca-se ordenadamente os símbolos de cada potência da base com seus respectivos coeficientes. Após isso, dispõe-se os números na forma de divisão e utiliza-se a tabela de multiplicação das potências de base. Desse modo, o autor faz a demonstração trazendo como o exemplo a divisão de 3589 por 74:

```
3C 5B 8A 9 |7A 4
```

```
 3C 5B 8A 9 |7A 4
 2C 9B 6A     4A
-------------
    6B 2A 9
```

```
 3C 5B 8A 9 |7A 4
 2C 9B 6A     4A 8
-------------
    6B 2A 9
    5B 9A 2
-------------
       3A 7
```

Na sequência, usou a tabela, procurando qual a potência de base que multiplicado por A dava C. Assim, o resultado foi B (pois: AxB = C). Como o coeficiente de A era 7, e B x 7A = 7C, que por sua vez, era maior que 3C, escolheu a potência de base imediatamente inferior a B, ou seja, A. Em seguida usando a tabela, observou que o coeficiente correspondente a “A” era 4A. Assim sendo, fazendo o produto (4A)x(7A 4), obteve 2C 9B 6A, e ao subtrair de 3C 5B 8A 9, obteve 6B 2A 9. Da mesma forma, procurou na tabela a potência da base que ao ser multiplicada por 7A 4, obtivesse um valor próximo a 6B 2A 9. Nesse caso, encontrou o número 8, pois 8 x (7A 4) corresponde a 5B 9A 2, que ao ser subtraído de 6B 2A 9, resulta no resto 3A

7. Portanto, a divisão de (3C 5B 8A 9) por (7A 4) dá como quociente “4A 8” e resto “3A 7”.

Para o autor, assim como no sistema aditivo, as OM_h trazem também como consequência do teorema fundamental dos sistemas de numerações, uma técnicaτ_h. Nesse sentido, o teorema garante que todo natural que cumpra a condição: $n \leq (b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$, tem uma única representação no sistema híbrido. Nesse caso sendo, $(b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$ o maior número que se pode escrever na OM_h, com $(k+1)$ símbolos para as potências de base b_0, b_1, $b_2, \ldots b_k$, com $k \in N$. Vale ressaltar a afirmação do autor, de que o grupo de símbolos acompanhados de seus respectivos coeficientes $a_0 b_0, a_1 b_1, a_2 b_2, \ldots\ a_k b_k$ não precisam necessariamente apresentar-se de forma ordenada, os pares devem permanecer juntos, no entanto, podem aparecer em qualquer ordem.

A técnica τ_h de representação permite expressar os números naturais através de símbolos sem que haja ambiguidade nas escritas numéricas, além disso, permite expressar a escrita de numerais com símbolos de forma curta. Traz como vantagens também, o modo de comparação de dois números, bem como, uma representação dos numerais de forma mais simples para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, não se mostrou eficaz para expressar números naturais com uma quantidade pequena de símbolos diferentes, fixados de antemão. Apesar disso, a técnica τ_h é mais econômica que a aditiva quando se trata de comparar dois números, não havendo a necessidade de contar quantas vezes o símbolo se repete (SIERRA, 2006).

Assim como nas OM_a, o que justifica a técnica de adição e de subtração é o princípio de numeração de base 10. No que tange a multiplicação, a técnica é análoga a distributividade da multiplicação em relação a soma, tal e qual se utiliza para a multiplicação de polinômios. Como visto no exemplo anterior, para a divisão, usa-se a técnica semelhante a divisão polinomial, mostrando que a técnica τ_h possibilita operações aritméticas de forma mais econômica que a aditiva, no entanto, ainda apresenta dificuldades pois exige a utilização de tabelas para somar os coeficientes e as potências de bases. Sem dizer que, embora a técnica tenha melhorado no quesito da representação numérica, ainda se torna impossível a escrita com um número finito de símbolos previamente fixados (SIERRA, 2006).

À vista disso, surgem os sistemas posicionais como uma ampliação dos sistemas híbridos, trazendo a perspectiva de que as OM_p realizem tarefas que as OM_h faziam, mas de forma mais econômica e eficaz, possibilitando a execução de outras tarefas que as organizações matemáticas anteriores não eram capazes de fazer. O autor tomou como ponto de partida para as tarefas geradoras da OM_p: A questão sobre "Como expressar números naturais com uma pequena quantidade de símbolos diferentes?", "Como representar os números naturais de modo que tornasse mais simples os algoritmos da multiplicação e da divisão euclidiana?" e "De que forma seria possível tornar mais simples a divisibilidade elementar, como múltiplos, divisores, mínimo múltiplo comum etc., sem tornar a soma complexa?".

Nesse contexto, foi destacado que a técnica representativa τ_p no entorno de um sistema posicional dá uma resposta definitiva à tarefa relativa à escrita de números naturais com a utilização de um número pequeno de símbolos, uma vez que tratando-se do sistema posicional, cada símbolo está associado a uma potência de base que dependendo de seu posicionamento no número, representa um valor diferente, possibilitando dessa forma, que se escreva valores grandes com uma quantidade pequena de símbolos, bastando para tanto usar a variação destes no número em questão, ou seja, os símbolos são coeficientes ou multiplicadores das potências de base, onde essas potências são indicadas pelas suas respectivas posições.

As assertivas anteriores evidenciam que a representação dos números no sistema posicional, torna-se extremamente simplificada, além de permitir que se escreva qualquer número, por maior que seja, com um número finito de símbolos previamente fixados. Sierra (2006), destaca inicialmente como exemplo de sistemas posicionais, o maia (base 20) e o babilônico (base 60), alinhando-se as ideias de Ifrah (2005), Eves (2011), ao afirmar que estes sistemas possuíam ambiguidades na representação de sua escrita, e embora esses sistemas fossem economicamente viáveis, apresentando apenas dois símbolos para representar as unidades de base, mostrando certa dificuldade em expressar determinados números sem que houvesse confusão, tornando ineficaz a representação numérica. Observou-se também no capítulo seis que, embora os maias e os babilônicos tenham usados de artifício para melhorar os problemas de ambiguidades e ainda terem criado o zero, estes sistemas apresentavam falhas, mesmo porque o zero não era operacional, pois não era usado como um número nulo, apenas marcava uma posição onde não havia elementos.

Portanto, dando continuidade na organização de seu modelo, Sierra (2006), descreve um sistema posicional completo com os símbolos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 para os coeficientes, e o 0 para indicar uma quantidade nula com ausência de elementos em uma dada posição, caracterizando dessa forma o sistema de numeração decimal completo, ou indu-arábico.

A técnica denominada por esse autor como τ_{pc}, relativa à organização matemática completa OM_{pc} traz uma resposta eficaz à comparação de dois números no sistema posicional, uma vez que para tal, basta observar a cadeia de símbolos, ou seja, quanto maior o comprimento, maior o número. Fato este diretamente ligado a grandeza numérica, podendo ser determinado de forma rápida. Quando se tratar de números com a mesma cadeia, deve-se observar qual deles têm primeiro algarismo da esquerda maior, caso ambos sejam iguais, verifica-se o segundo algarismos à esquerda, e assim por diante, de modo que, o maior número será aquele que apresentar o maior algarismo na ordem mais à esquerda possível.

Para analisar as respostas relativas à representação de números naturais que simplificassem a operação de soma na organização matemática posicional, o autor trouxe dois tipos de algoritmos. No primeiro, os números são dispostos em filas, de modo a coincidir em cada coluna, as respectivas unidades, dezenas, centenas etc. Curiosamente, neste método é mostrado uma resolução diferente da tradicional. Nela é somado de forma separada primeiramente as unidades, depois as dezenas, centenas, e assim por diante. Conforme evidencia o exemplo: $948 + 1796 + 81$.

	948
	1796
	81
Soma das unidades →	15
Soma das dezenas →	21
Soma das centenas →	16
Soma das unidades de milhar →	1
	2825

Após as somas parciais, volta-se a somar novamente a quantidade da primeira ordem com a quantidade da segunda ordem, com a da terceira, e assim sucessivamente, obtendo-se a soma final. Esse algoritmo evita o transporte de algarismo, ou seja, o “vai um”, dando mais fiabilidade ao processo, embora perca no excesso da escrita.

O segundo algoritmo da adição evidenciado pelo autor consiste tradicionalmente em colocar um embaixo do outro, alinhando-os de maneira que as unidades de ordens semelhantes coincidam, ou seja, unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena em baixo de centena etc., em seguida soma-se os termos de cada coluna à partir da direita, caso o total ultrapasse nove unidades, realiza-se o transporte das unidades excedentes para a ordem (coluna) imediatamente superior, conforme a resolução no exemplo a seguir:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 1 & \\ & 9 & 4 & 8 \\ 1 & 7 & 9 & 6 \\ & & 8 & 1 \\ \hline 2 & 8 & 2 & 5 \end{array}$$

Sierra (2006), evidenciou em seu trabalho quatro técnicas de subtração dentro das OM_p, para analisar a forma de representação mais simples possível dessa operação dentro do sistema posicional completo. Nessa direção, a primeira técnica, “pedir emprestado”, consiste em colocar os números alinhados da direita para a esquerda, um embaixo do outro, de modo a coincidir suas unidades de ordens e, caso o minuendo seja maior que o subtraendo, a subtração transcorre normalmente, ou seja, subtrai-se da direita para a esquerda cada elemento do minuendo pelo seu respectivo subtraendo de forma independente. Caso o minuendo não seja maior que o subtraendo, transforma-se os valores do minuendo até que seus elementos sejam maiores que seus subtraendos correspondentes.

Assim sendo, no exemplo 3.432 – 1.678, primeiramente transforma-se o minuendo 3.432 para 2 (13) (12) (12), daí então efetua-se:

$$\begin{array}{cccc} 2 & 13 & 12 & 12 \\ 1 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 7 & 5 & 4 \end{array}$$

Para Sierra (2006), essa técnica torna-se pouco econômica quando há cifras zeros no minuendo, é baseada na mudança de base da numeração decimal, como pode-se observar a técnica consiste em uma transformação aditiva de modo que seus subtraendos sejam maiores que os minuendos e depois simplificar os cálculos de cada coluna.

A próxima técnica trazida pelo autor, foi o algoritmo clássico de Fibonacci, que da mesma forma da técnica anterior, consiste em organizar os números primeiramente e, caso o minuendo seja menor que seu correspondente subtraendo, soma-se dez unidades dessa ordem ao minuendo e subtrai-se, em seguida adiciona-se uma unidade ao subtraendo da ordem seguinte, pois somando o mesmo número ao minuendo e ao subtraendo, não altera a diferença, já que dez unidades de uma ordem equivale a uma unidade da ordem superior (SIERRA, 2006). O autor trouxe como exemplo a subtração 2. 475 – 1.879. Desse modo, efetuou:

15 – 9 = 6, 17 – 8 = 9, 14 – 9 = 5, 2 – 2 = 0.

$$\begin{array}{cccc} 2 & {}_{1}4 & {}_{1}7 & {}_{1}5 \\ 1_{+1} & 8_{+1} & 7_{+1} & 9 \\ \hline 0 & 5 & 9 & 6 \end{array}$$

Destacou ainda que essa técnica não está relacionada à nem uma tecnologia, ela está ligada a uma prática de resolução mecânica. Sua justificação, baseia-se em uma propriedade da subtração que afirma que “se ao minuendo e ao subtraendo adiciona-se o mesmo número o resultado não varia”, ou seja, $se\ \boldsymbol{a}\ \ e\ \boldsymbol{b} \in N,\ \ e\ \ a \geq\ \ b \Rightarrow \forall\ \boldsymbol{c} \in N, a - b = (a + c) - (b + c)$.

Outra técnica enfatizada no trabalho de Sierra (2006), foi o “algoritmo por compensação” que assim como as anteriores, consiste inicialmente em organizar os elementos um embaixo do outro, alinhados à direita, mas neste caso, se houver algum minuendo menor que o subtraendo, transforma-se o minuendo em um número de tal modo que o primeiro elemento à esquerda continue o mesmo e os demais passem a ser nove, nesse caso, para que não haja alteração na operação, soma-se o mesmo número ao subtraendo e em seguida efetua-se a subtração. No caso do exemplo exposto por Sierra (2006): 2475 – 1879, tem-se:

$$\begin{array}{cccc} 2 & 4 & 7 & 5 \\ 1 & 8 & 7 & 9 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} (+524) \\ (+524) \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} 2 & 9 & 9 & 9 \\ 2 & 4 & 0 & 3 \\ \hline 0 & 5 & 9 & 6 \end{array}$$

A justificativa para essa técnica é a mesma do algoritmo de Fibonacci, no entanto como visto, ela aplica-se de maneira global e não de forma individualizada naquelas colunas que necessitam de modificações.

O autor descreve também a técnica do “algoritmo da adição com vazios” que se inicia da mesma forma que as anteriores, organizando-se primeiro os números. Em seguida, procura-se o número que somado ao subtraendo alcance o minuendo. No exemplo:

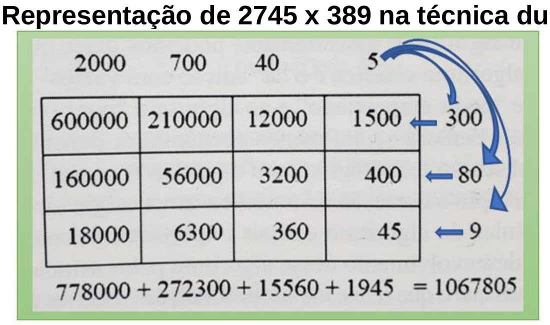
$$\begin{array}{cccc} 2 & 4 & 7 & 5 \\ 1 & 8 & 7 & 9 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} 2 & 14 & 17 & 15 \\ 1^{1} & 8^{1} & 7^{1} & 9 \\ \hline 0 & 5 & 9 & 6 \end{array}$$

Deve-se então da direita para esquerda, verificar quanto se deve acrescer a 9 para obter 15 (9 para 15, 6 vai 1), desse modo, 7+1 para 17, (8 para 17, 9 e vai 1), em seguida, 8+1 para 14 (9 para 14, 5 e vai 1), finalmente 1+1 para 2 que resulta em zero. O autor afirma que dos quatro algoritmos apresentados, os mais econômicos são o da subtração com “algoritmo clássico” e o da “adição com vazios”. No entanto, apesar do “algoritmo por compensação” e o “pedir emprestado” serem menos econômicos, possuem melhor praticidade, apresentando conceções entre o discurso tecnológico e a prática, o que segundo o autor, torna-se mais fácil encontrar e corrigir possíveis erros, além de serem interessantes para abordagem em sala de aula.

Além disso, é destacado que dentre todas as técnicas de subtração, a “adição com vazios” apresenta maior fiabilidade e economia e embora não seja muito difundida por questões culturais, mostra-se muito interessante, podendo inclusive ser aplicada a técnica da divisão clássica. Sua justificação baseia-se no fato de que a subtração é a operação inversa da soma, desse modo, integra-se na própria realização do algoritmo, pois ancora-se na equivalência: $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$, para $a \geq b$ e $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c} \in N$, ou seja, para calcular $a - b$ basta encontrar um número c de tal modo que $b + c = a$. Nesse sentido, a técnica exige que o indivíduo saiba apenas somar.

Para o estudo de respostas à tarefa relativa à simplificação do algoritmo da multiplicação na OMP, Sierra (2006) destacou três tipos de técnicas, trazendo o exemplo do produto: 2745 x 389 ilustrando a “A técnica de dupla entrada”, que consiste em dispor os números como se fossem as dimensões de um retângulo e em seguida fazer as decomposições canônicas dos números em questão, para a partir de então efetuar as multiplicações por partes, e em seguida somar os resultados parciais de cada coluna obtendo dessa maneira o resultado final, conforme o exemplo da Figura 25.

Figura 25: Representação de 2745 x 389 na técnica dupla entrada



2000	700	40	5	
600000	210000	12000	1500	⟵ 300
160000	56000	3200	400	⟵ 80
18000	6300	360	45	⟵ 9

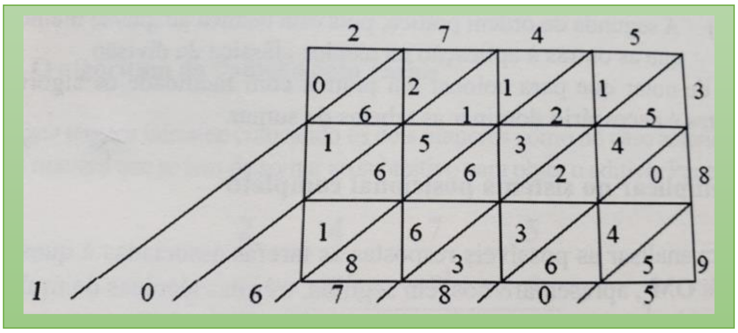
778000 + 272300 + 15560 + 1945 = 1067805

Fonte: Sierra (2006, p.100) in Almouloud (2018, p.372).

Observe que cada elemento acima do “retângulo” (da direita para a esquerda) multiplica todos os números que estão à direita (de cima para baixo), seguindo nessa ordem uma multiplicação sucessiva cujos valores parciais compõem as colunas (conforme indicado pelas setas que representam a sequência do produto por 5).

A segunda técnica “gelosia” consiste em um produto que se utiliza um quadro em que cada célula é dividida por uma diagonal que abrigará cada dezena (na parte superior da célula) e unidade (na parte inferior da célula). Para resolver a multiplicação, um dos fatores é colocado na parte superior do quadro e o outro à direita e, em seguida cada cifra da parte superior (da direita para a esquerda) é multiplicado individualmente por cada cifra localizada à direita do quadro (de cima para baixo), de modo que na parte superior de cada célula seja colocado a dezena e na inferior, a unidade, conforme ilustra o exemplo da Figura 26.

Figura 26: Representação de 2745 x 389 na técnica “gelosia”



Fonte: Sierra (2006, p. 101) in Almouloud at al (2018, p.372)

Após todo o preenchimento do quadro, o resultado é adquirido somando-se suas diagonais, sendo da direita para a esquerda, a unidade, dezena, centena e assim sucessivamente. Para o autor, esta técnica é mais fiável que a técnica utilizada no sistema híbrido, pois possibilita a realização de produtos parciais detectando ou evitando erros. Os benefícios não param, pois, exige um esforço menor da memória, uma vez que é possível interromper o cálculo e retomar o processo posteriormente haja a perda do raciocínio.

Já a técnica clássica, é a mais comum e amplamente utilizada na educação básica. No exemplo 2745 x 389, coloca-se os dois fatores alinhados da direita para a esquerda, de modo que o multiplicando (2745) fique cima do multiplicador (389) e a partir de então, cada dígito do multiplicador é multiplicado por cada dígito do multiplicando. Em seguida os produtos parciais são somados para se chegar ao resultado, conforme mostra o exemplo a seguir trazido pelo autor.

```
       2 7 4 5
    x    3 8 9
  ---------------
      2 4 7 0 5
    2 1 9 6 0
    8 2 3 5
  ---------------
  1 0 6 7 8 0 5
```

Dos três métodos descritos, o mais econômico é o “algoritmo clássico” e o menos econômico é o da “dupla entrada”. Já no quesito fiabilidade, ocorre o contrário, a “dupla entrada” apresenta maior fiabilidade, seguido pelo “gelosia” e por último o “algoritmo clássico”. Sierra (2006) destaca ainda que, estudos de Guy Brousseau evidenciaram que a “gelosia”, apresenta vantagens significativas em comparação ao algoritmo clássico para o ensino-aprendizagem de sala de aula, sendo considerada como uma boa técnica didática e não um processo mecânico. Para o autor, de maneira geral, a justificação para as três técnicas de multiplicação no sistema posicional completo, baseia-se na decomposição aditiva em que cada número possui um coeficiente que por sua vez multiplica sua respectiva potência, além disso, vale para essas técnicas a distributividade da multiplicação com relação a soma.

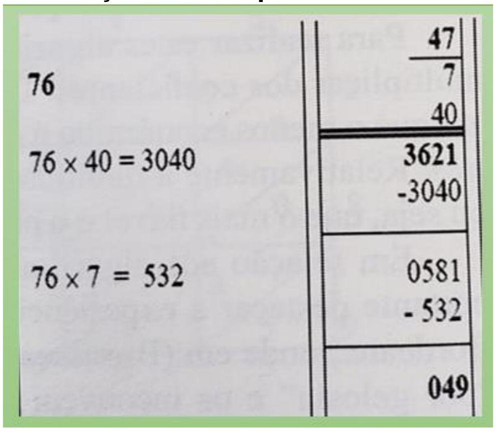
O estudo relacionado às questões capazes de simplificar o algoritmo da divisão dentro das OM_p foram discutidas pelo autor, dá-se no âmbito de três técnicas. A primeira foi “o algoritmo dos múltiplos úteis” descrita pelo exemplo 3621: 76. Essa técnica consiste em encontrar os múltiplos do divisor 76, menores (ou igual) ao dividendo 3.621 (ou seja: 76, 152, 228, 304, 380, 456, 532, 608, 684, 760, 1520,..., 2280,..., 3040). Nesse caso, 3040 (40x76) é o múltiplo mais próximo possível de 3621, já que o seguinte ultrapassa, portanto, coloca-se 40 no quociente e em seguida, subtrai-se 3040 de 3621, resultando em 581. Na sequência, procura-se o múltiplo de 76 mais próximo de 581, no caso, 532 (ou seja, 7x 76), daí soma-se mais 7 unidades ao quociente, e em seguida subtrai-se 581 de 582, resultando finalmente em 49 que é o resto da divisão. Portanto a divisão apresenta como quociente 47 e como resto 49.

```
  3. 621 | 76
 - 3040  |-----------
 ------- 40+7 = 47
   0581
 -  0532
 -------
     49
```

A segunda técnica descrita por Sierra (2006), corresponde a "anglo-saxônico" que utiliza os elementos em uma baliza de *Rugby,* mantendo o dividendo na parte inferior da barra da baliza e o quociente acima dela. Já na parte esquerda, fica o divisor e seus múltiplos que serão subtraídos até que por fim reste um número menor que o divisor. No exemplo 3. 621 dividido por 76, os múltiplos que serão utilizados são 3040 (76x40) e 532 (7x76), números imediatamente inferiores a seus respectivos dividendos. Desse modo, subtrai-se inicialmente do dividendo 3.621 por 3040 (resultando 581), desse modo, coloca-se o quociente 40 na parte superior da baliza, na sequência, subtrai-se novamente o próximo dividendo 581 por 532, resultando 49 (resto da divisão) e coloca-se o 7 na parte superior da baliza, finalmente soma-se 40+7, resultando no quociente 56.

Portanto na divisão em questão tem-se como dividendo 47 e como resto 49, conforme ilustra a Figura 27.

Figura 27: Representação de 3621 por 47 na divisão anglo-saxônica



Fonte: Sierra (2006, p. 104) in Almouloud at al (2018, p.374).

O que torna essa técnica interessante, segundo o autor, é que ela permite conhecer de antemão o número de cifras do quociente. Além disso, os cálculos intermediários evidenciam-se claramente evitando erros. A aprendizagem da técnica torna-se mais flexível uma ela é obtida progressivamente sem mecanizar o aluno.

O algoritmo "habitual abreviado" consiste em pegar os dígitos do dividendo a partir da esquerda, de modo que o número formado seja maior que o divisor. Desse modo, na divisão: 3621 por 76, por exemplo, considera-se inicialmente o 3, mas como este é menor que o 76, admite-se o 36, todavia, ainda é menor que 76, então concebe-se o 362. Após isso, busca-se dividir 362 por 76, procurando qual número que multiplicado por 76 resulte em outro que esteja o mais próximo possível de 362. Nesse caso é o 4. Portanto, 4x6 dá 24, para alcançar 32 faltam 8 e vão 3, 4x7 é 28 mais 3, 31 para 36 faltam 5. Em seguida abaixa-se o 1, formando o novo dividendo 581, assim, procura-se o número que multiplicado por 76, aproxime-se de 381, nesse caso, o 7. Assim sendo, 7x6 é 42, para 51 faltam 9 e vão 5; 7x7 dá 49 mais 5 é igual 54, para 58 faltam 4. Portanto, na divisão tem-se como quociente 47 e resto, 49.

$$\begin{array}{l|l} 3\ 62'1 & 76 \\ \cline{2-2} \quad 584 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l|l} 3\ 621' & 76 \\ \cline{2-2} \quad 581 & 47 \\ \quad\ 49 & \end{array}$$

De maneira geral, dados dois números naturais $a\, e\, b$ denominados respectivamente de dividendo e divisor, a divisão trata de encontrar um quociente ce um resto r que cumpram os seguintes requisitos: $a = b.c + r,\ e\ \ 0 < r < b$, de outra forma, $c$éum número ao qual deve-se multiplicar b para que seja obtido o maior múltiplo possível que seja menor ou igual que a. Vale ressaltar que as técnicas da divisão no trabalho de Sierra (2006) usam o mesmo princípio de retirar múltiplos do dividendo, diferindo-se apenas retirada destes múltiplos.

Desse modo, os múltiplos $(b.c)$ do divisor b que devem ser retirados do dividendo a até que seja obtido r, formam a soma $(b.c_1) + (b.c_2) + \cdots + (b.c_h)$ que coincidem com o maior múltiplo de b procurado. Desse modo que: $a - (b.c_1) = a_1$, $com\ = a_1 \geq b$; $a - (b.c_1) = a_2,\ com\ = a_2 \geq b$ ... até que $a_{h-1}, -(b.c_h) = r$, $com\ r\ < b$. Por outro lado, efetuando-se: $a - [(b.c_1) + (b.c_2) + \cdots + (b.c_h)] = a - [b(c_1 +\ c_2 + \cdots + c_h)] = a - (b.c) = r,$ em que c é o quociente e r é o resto (SIERRA, 2006).

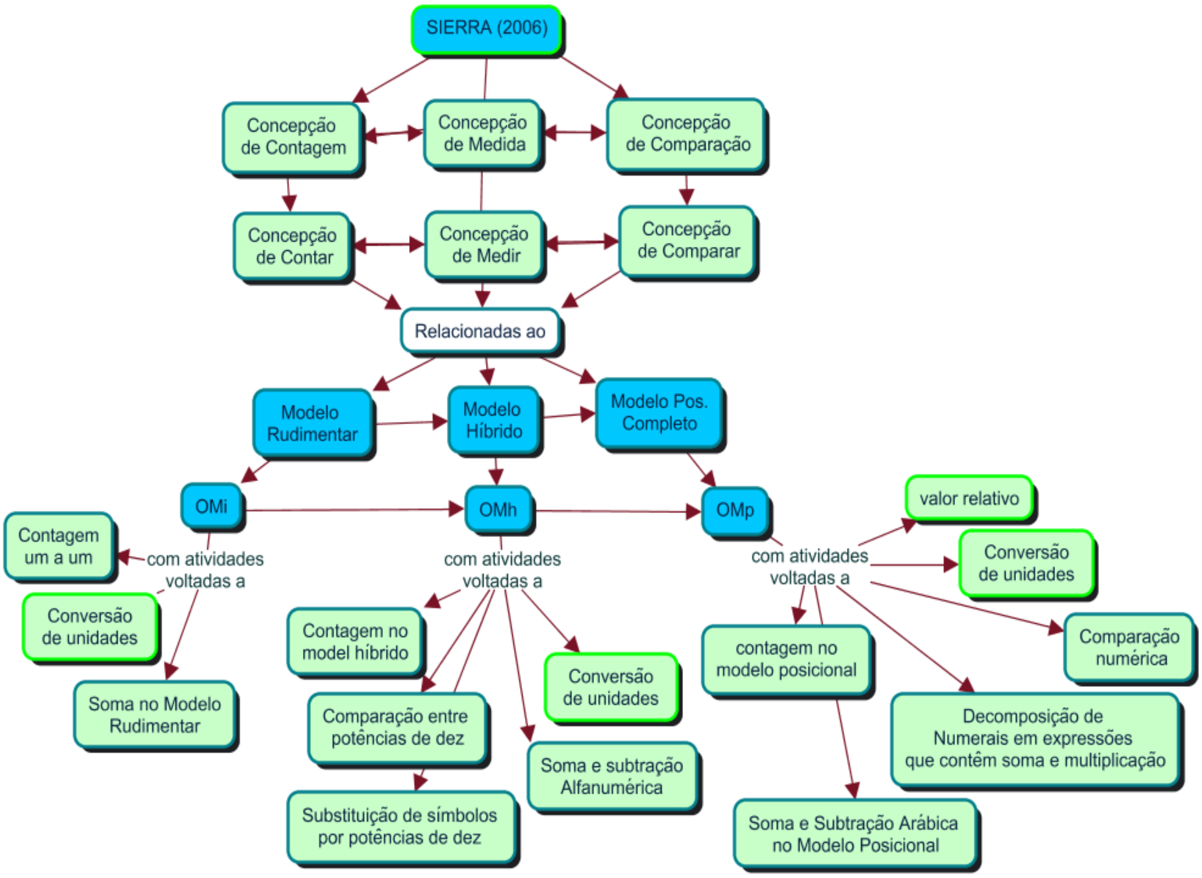
O estudo e as técnicas relativas à divisão no sistema posicional completo, evidenciaram algoritmos com excelente desempenho econômicos. Para o autor, dentre tais técnicas, o mais econômico é o algoritmo clássico ou habitual, já o menos econômico é o algoritmo dos “múltiplos úteis”, no entanto, com relação a fiabilidade, ocorre o inverso, o algoritmo dos “múltiplos úteis” apresenta-se com maior fiabilidade, depois o algoritmo “anglo-saxônico” e por último, o “algoritmo clássico”. Como visto, as técnicas permitem representar de forma mais simplificada a divisibilidade a partir de suas escritas, bem como, da decomposição em fatores primos, e da determinação do mínimo comum e máximo divisor comum.

Sierra (2006), assevera que o sistema de numeração posicional completo garante uma técnica τ_{pc} tal que todo e qualquer número pode ser escrito de forma única, e por ser um sistema contendo apenas símbolos multiplicadores das potências de base, essas potências são indicadas pelas posições que seus coeficientes ocupam no número. Organizados da direita para a esquerda, evidenciam por meio de suas ordens a potência desde o menor até o maior valor, ou seja, no SN posicional completo, a representação escrita surge de forma organizada como uma exigência de sua regra de funcionamento. Desse modo, todo número escrito nesse sistema não apresenta ambiguidade, além disso, é muito mais fácil e prático fazer a comparação entre dois números, bastando para isso comparar os coeficientes, uma vez que o tamanho da escrita na OM_p está relacionado ao tamanho do número, diferentemente do que ocorre nos sistemas aditivos e híbridos.

Sendo assim, a técnica do sistema posicional completo τ_{pc} dá respostas mais eficientes a todas as questões que apresentavam incompletudes nas técnicas τ_a e τ_h, relativas à ambiguidade da escrita numérica e a comparação de dois números, bem como, a representação de números que tornem simples o algoritmo da adição, subtração, multiplicação e divisão. Portanto, como mencionado inicialmente, seu modelo epistemológico reuniu qualidades que constituem uma sucessão evolutiva, partindo de uma OM inicial rudimentar e, por intermédio de complementações e ampliações foi capaz de chegar a uma OM posicional enfatizando o alcance, economia e fiabilidade dos mais variados algoritmos que compunham cada sistema de numeração.

A Figura 28, representa o mapa conceitual com as principais características retiradas do trabalho de Sierra (2006), que corroboram para composição do Modelo Epistemológico híbrido com o auxílio do Scratch.

Figura 28:Modelo com as principais características de Sierra (2006)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2022).

Nessa direção, ao propor a contagem numérica a partir de um modelo rudimentar, Sierra (2006) dialoga com Brandt (2005) uma vez que esse princípio inicial de contagens com símbolos “rudimentares” ajuda no estabelecimento de uma relação biunívoca por meio de uma contagem simples, além de corroborar para a comparação de coleções de conjuntos, na medida em que, em uma sequência evolutiva, trata de agrupamento e agrupamento de agrupamentos, importantes, para psicogênese da quantificação, descrita pela segunda autora, relevante no entendimento da numerosidade subjacente de coleções e seus valores cardinais de natureza discreta.

Para Sierra (2006), a Organização Matemática Posicional completa (OM_{pc}) evidencia uma resposta eficaz à comparação de dois números no sistema posicional, podendo ser determinado de forma rápida, bastando observar a cadeia de símbolos, ou seja, quanto maior o comprimento, maior o número, fato diretamente ligado a grandeza numérica. Nessa direção, observa-se em Brandt (2005), que além de ser enfatizada a cadeia numérica, a autora chama a atenção para a comparação entre pares numéricos com os mesmos algarismos, levando em conta a permutação de seus elementos, evidenciando que a alteração modifica seus valores relativos e causa distorção e inversão nos prefixos e sufixos (como por exemplo 12 e 21).

Os estudos de Sierra (2006) e Brandt (2005), mesmo tendo abordagens diferentes, apresentam importantes pontos de convergência. No sistema híbrido proposto pelo primeiro autor, em que é abordada a técnica τ_h que compõe termos alfanuméricos, mesclando símbolos alfabéticos (associados às potências de dez: $I \rightarrow 10^0, A \rightarrow 10^1, B \rightarrow 10^2, C \rightarrow 10^3$ ...) com algarismos (coeficientes: 1, 2, 3,..9). Pode ser formado, por exemplo, representações de numerais como 586 na forma “5B 8A 6”. Essa notação alfanumérica torna-se relevante para a construção de atividades, uma vez que Brandt (2005) ressalta que a compreensão do SND perpassa pela clareza que as crianças devem ter sobre a estrutura desse sistema.

Desse modo, tarefas com uso do *Scratch* que evidenciem de forma dinâmica uma organização praxeológica que vise a (re)construção da estrutura numérica, contendo por exemplo, uma escrita híbrida “5B 8A 6”, que ao dar lugar a forma 5x100+8x10+6, mediante a substituição dos termos alfabéticos pelas potências de dez, que as representam, exponha as expressões que contêm as operações de multiplicação e soma contidas nos números, relevantes para o entendimento da configuração do SND e consequentemente da ideia de numerosidade subjacente do número, conforme destacado em Brandt (2005). Pois além de evidenciar os valores relativos, possibilita a ligação dos prefixos e sufixos aos coeficientes e suas potências.

Vale ressaltar a importância desse tipo de tarefa com o uso do *Scratch*, pois Brandt (2005) afirma que a criança pode apresentar uma dissociação oral/escrita, ou seja, descrever corretamente a cadeia verbal de forma oral, mas errar na escrita, ou então, compreender o valor relativo e absoluto dos números e ser capaz de efetuar as operações, mas apresentar dificuldades sobre o acesso aos fatos numéricos na memória. Nesse aspecto, a transcrição de um numeral arábico à forma alfanumérica, possibilita que a criança veja e reconheça posteriormente, a posição dos coeficientes e das potências de dez dentro desse número, na medida em que nessa fase seguinte, a forma alfanumérica dê lugar a expressão numérica. Esse movimento pode ser um passo importante para o entendimento da estrutura do SND, pois como visto, o sistema indu arábico em contexto brasileiro, não tem o mesmo padrão expresso de uma sintaxe elementar, tal e qual ocorre em contextos asiáticos.

A compreensão do Sistema indu-arábico, torna-se, portanto, limitada em contexto brasileiro, já que na língua portuguesa, os prefixos e sufixos sofrem deformações e (ou) inversões, exigindo um esforço cognitivo maior por parte do sujeito em desenvolvimento, não permitindo assim, em determinados números a associação das expressões verbais ao sentido da numerosidade. Nesse contexto não há uma facilidade com a qual as palavras individuais e os padrões sejam religados a um sentido cardinal, levando a crer que muitas vezes as crianças podem recitar números de forma memorizada, sem entender de fato sua estrutura (BRANDT, 2005).

Portanto, na próxima seção será trabalhado o modelo epistemológico proposto, constituído a partir de ideias dos dois autores supracitados, subsidiado pela dialética das Mídias e Milieux para tratar do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações fundamentais de soma e subtração com o auxílio do *software Scratch*, diferenciando-se desses dois pesquisadores, por apresentar em sua composição do ente tecnológico digital com o acréscimo de novas ideias e elementos, evidenciando um conjunto de atividades compostas por organizações praxeológicas que se utilizam de manipulações dinâmicas com o objetivo de construir um dispositivo didático que traga melhor compreensão sobre os objetos matemáticos em questão.

Vale relembrar os principais objetivos que auxiliarão a construção do dispositivo, como: Identificar nos modelos de referências já existentes, as características que servirão para compor o modelo híbrido aqui proposto; construir a partir de tais características, atividades com o auxílio do software Scratch para a composição desse modelo híbrido; apresentar o MER como possibilidade de Modelização para o ensino do SND e as operações de soma e subtração com o auxílio da linguagem *Scratch*.

7.3. Modelo Híbrido com o Auxílio do Scratch

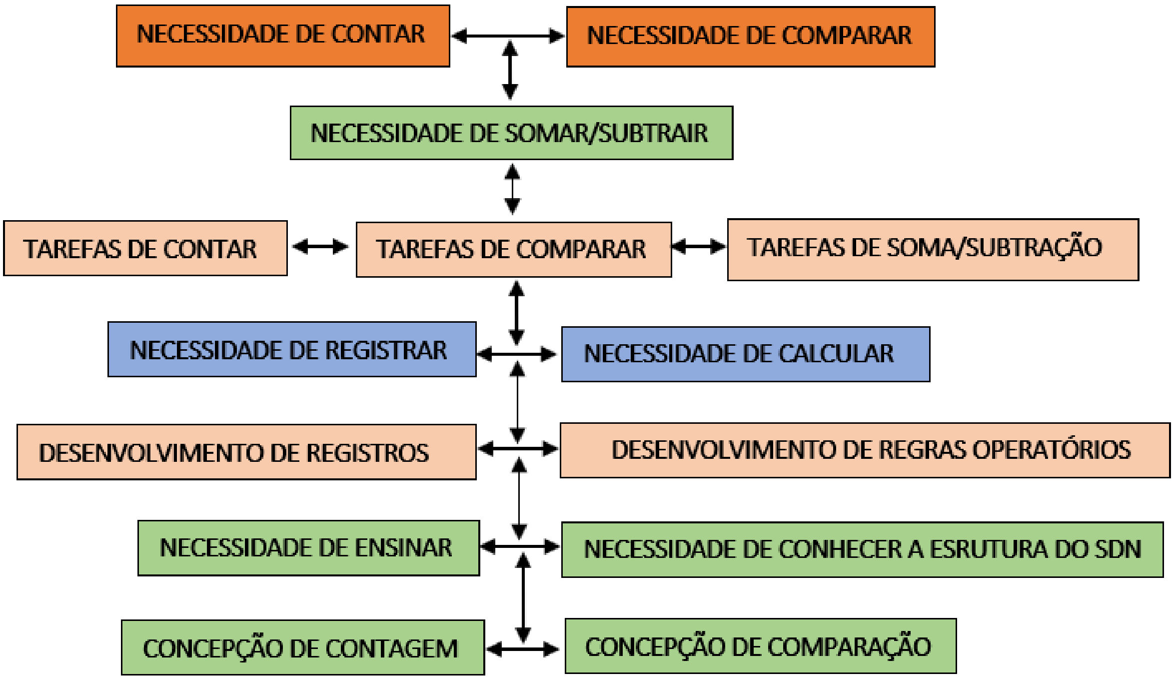
Mediante o estudo histórico e epistemológico descrito anteriormente, foi possível observar que as razões de ser do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações de soma e subtração estão relacionadas às concepções de contar, medir e comparar que mobilizam diretamente as concepções de contagem medida e comparação entre quantidades. Ressalta-se, no entanto, que a contagem estava associada inicialmente a valores discretos, uma vez que o homem no dia a dia lidava com situações que exigiam na maioria das vezes, apenas a contabilização de animais, de coletas de frutas, de objetos etc. Porém, ao passar do tempo, o avanço exigia a utilização de variáveis contínuas, pois surgia cada vez mais eventos ligados a medição, como peso, altura, comprimento etc.

Ao passo que o homem evoluía e se agrupava em comunidades deixando de ser nômade, crescia a necessidade de se apropriar de tais concepções, pois precisava comercializar dentro de sua comunidade e fora dela e, com isso, a aumentava a importância de registrar seus bens e rebanhos de forma mais eficaz, garantindo dessa forma sua sobrevivência.

Ao longo do tempo, como visto, a civilização humana cresceu e cada povo, de acordo com os costumes diários, sua cultura ou religião, construiu seu próprio sistema de numeração para solucionar situações ligadas à práticas sociais e problemas cada vez mais complexos, tanto no âmbito do comércio, como na agricultura e nas contabilidades de reis, nobres e faraós (tarefa restrita inicialmente a escribas e contadores), havendo a necessidade de ensino e de aprendizagem dos sistemas de numerações e de operações que garantisse uma sociedade mais eficiente e organizada.

Nessa direção, após ser constituído ao longo de todo o processo histórico-cultural da civilizações hindu, organizado e difundido pela cultura árabe, o sistema de numeração indo-arábico se instituiu como um sistema de numeração universal, acirrando a organização de uma aprendizagem mais global no entorno desse sistema, possibilitando que cada vez mais pessoas se tornassem capazes de conhecer e aplicar as operações matemáticas fundamentais conforme a necessidade. Nesses termos, habilidades que antes pertenciam exclusivamente a poucos privilegiados, poderia integralizar gradativamente a vida do cidadão comum. No entanto, como visto em Brandt (2005), para tornar mais prático esse ensino, vários povos lançaram mãos à abreviações ocasionando uma perda de sentido trazendo dificuldades no entendimento da estrutura do SND, o que por sua vez, dificultou também a compreensão das operações básicas por parte das crianças, uma vez que as situações que tratam de contagem, para serem resolvidas, dependem da mobilização da concepção de comparação e para isso, faz-se necessário conhecer a estrutura do sistema de numeração em jogo. Dito isso, em particular, este modelo preocupa-se diretamente com a contagem discreta e ilustra no infográfico a seguir (Figura 29), a noção da gênese dos números naturais e do SND que norteará o Modelo Epistemológico aqui proposto.

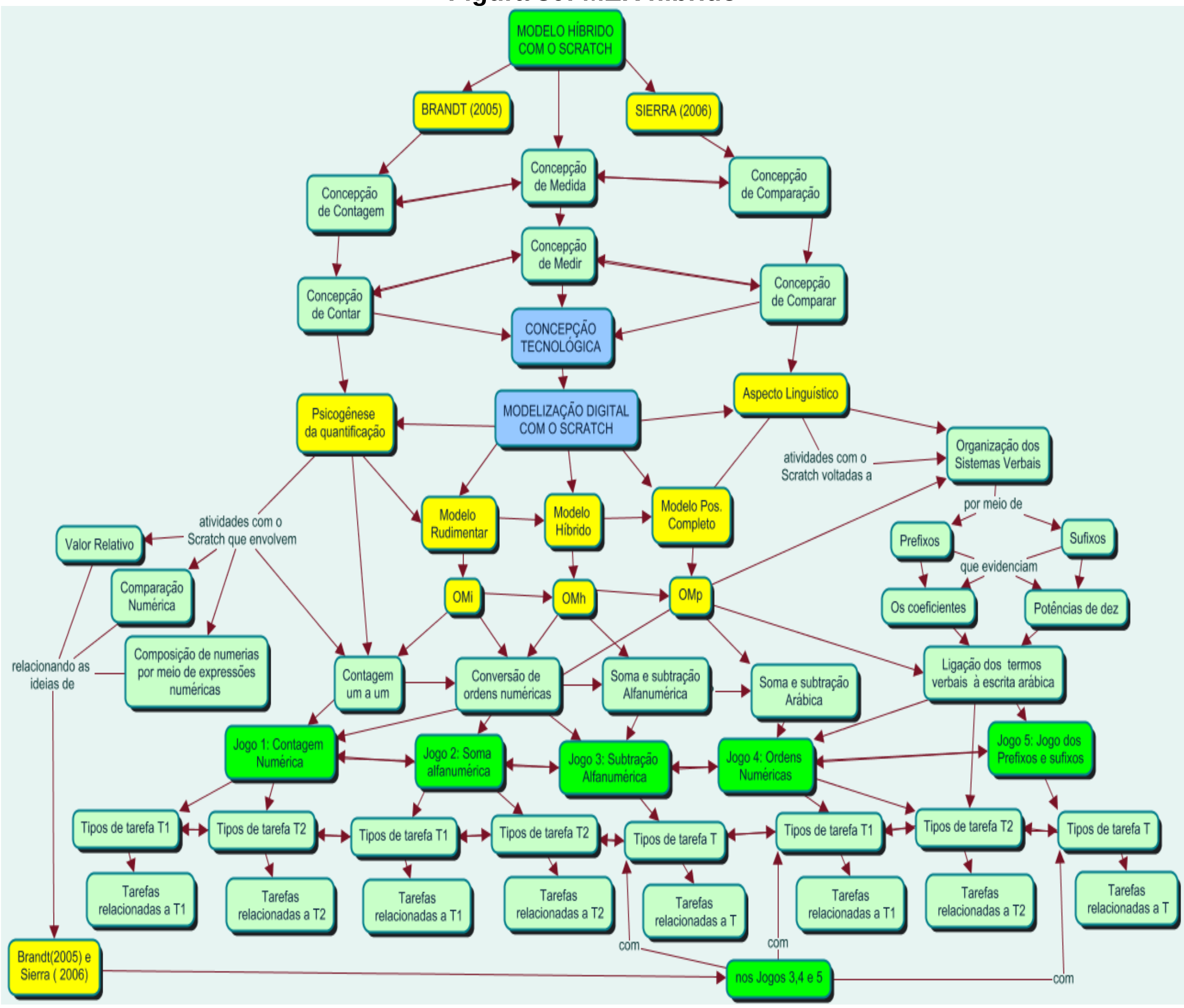
Figura 29: Esquema da Gênese histórica do SND



Fonte: Adaptado de Silva (2005, p.87).

Nesse contexto, no intuito de promover o conhecimento estrutural do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações de soma e subtração, este trabalho evidenciará o Modelo Epistemológico de Referência que permitirá a construção das organizações praxeológicas que constituirão os cinco jogos, modelizados pela ferramenta digital por meio da dialética das Mídias e Milieux, em uma sequência de tarefas com um grau crescente de complexidade, objetivando responder a questão de pesquisa **Q: Quais praxeologias matemáticas devem ser mobilizadas na constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) Para o Sistema de Numeração Decimal Voltado ao Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch?** Para auxiliar essa questão na busca da resposta adequada, a Figura 30, traz o mapa conceitual que representa o Modelo Epistemológico de Referência proposto, o MER híbrido, que possibilitará a construção das atividades a partir das principais ideias de Brandt (2005) e Sierra (2006).

Figura 30: MER híbrido



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Como já foi mencionado, a ideia é que a construção desse modelo, traga luz ao problema didático e contribua futuramente com as praxeologias dos professores em relação aos objetos matemáticos citados, agregando novos saberes aos seus equipamentos praxeológicos (EP).

Gascón (2011) destaca que os modelos epistemológicos dominantes permeiam as atividades docentes nas instituições de ensino tornando-se inquestionáveis, impedindo que os docentes tenham uma visão mais ampla sobre outros meios de organizar, estruturar e promover o processo de ensino e aprendizagem de uma dada Organização Matemática (OM). Nesse contexto, o autor assevera que o modelo epistemológico dominante (MD) influencia a OM impondo certas restrições à OD impossibilitando uma visão clara sobre o desenvolvimento da técnica que poderia ser desenvolvida normalmente por meio dela. Desse modo, para esse autor, faz-se necessário a modelização das OMs existentes nas instituições em um movimento capaz de reestruturar as OMs criando assim o Modelo Epistemológico de Referência (MER).

Nessa direção as organizações praxeológicas que comporão as cinco atividades desenvolvidas nos jogos com o *Scratch,* foram pensadas para a formação continuada de professores para que estes futuramente possam levá-las aos discentes do 4º e 5º ano do ensino fundamental menor. Nesse contexto, as três primeiras atividades têm como ideia central fazer com que o participante acompanhe e perceba por meio das manipulações, a evolução de um sistema rudimentar para um aditivo, depois de um híbrido ao posicional, entendendo inicialmente que símbolos apresenta um valor diferente, representando vários tipos de agrupamentos, em que cada símbolo está relacionado a posição das potências de base 10.

As duas últimas atividades, enfatizam mais diretamente o SND com tarefas que trazem dentre outras coisas, a contagem com transformação de unidades, operações de soma e subtração. Vale ressaltar que todos os jogos têm uma sequência em que cada um possui uma ligação com o anterior, retomando e ampliando a ideia deste. O objetivo dos jogos não é trazer competitividade entre participantes, por este motivo, não existe um critério de pontuação para promover o jogador à fase subsequente. Aqueles que possuem fases com animações, apresentam após estas, as intervenções, de tal modo que um personagem (ator) aparece e interage com os jogadores para o momento de perguntas e respostas. A manipulação direta dos símbolos, por meio do *click* e arraste (no segundo, terceiro e quarto jogos), são importantes para a familiarização e compreensão dos elementos e as potências de dez associadas a eles, tanto para a formação dos numerais, como também para operações de soma e subtração nas tarefas propostas.

Sierra (2006) assevera que o Modelo Epistemológico de Referência permite evidenciar possíveis condições que facilitam, ou que impedem o acesso ao estudo de uma dada OM, por meio de sua descrição e análise. Nesse aspecto a construção do MER com o auxílio do *Scratch*, vem ao encontro de tal afirmação, uma vez que as atividades iniciais alinham-se ao pensamento desse autor, pois parte da ideia de um sistema rudimentar para um sistema aditivo mais avançado, modelizado por meio de tarefas que vão se conectando até o momento de encontro com atividades que aproximam-se ao pensamento de Brandt (2005), ao ser destacado a decomposição das expressões aritméticas envolvendo adições e produtos contidas implicitamente no SND, bem como, questões sobre prefixos e sufixos que buscam a compreensão dessa estrutura por meio da linguagem.

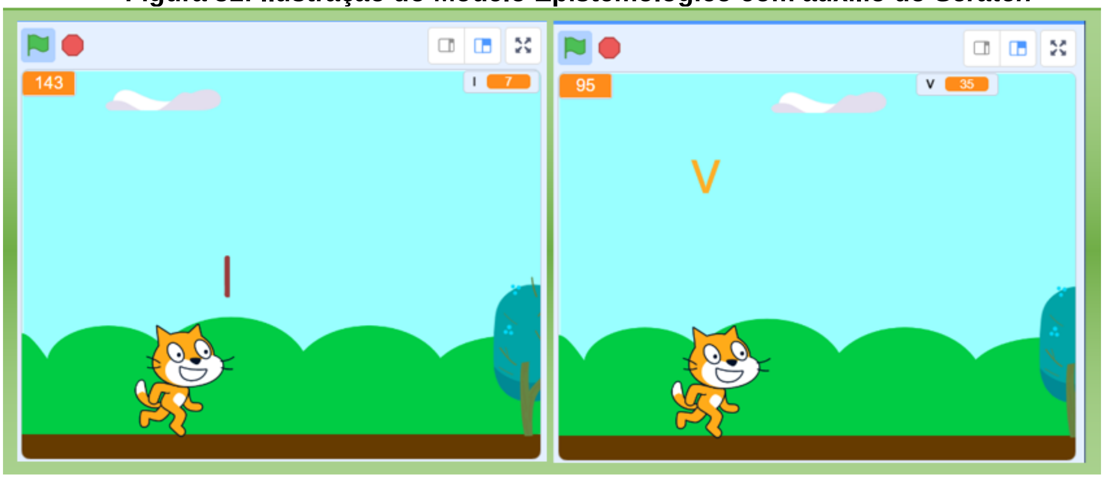
A próxima seção evidenciará as organizações praxeológicas que formam o grupo de atividades, constituídas a partir do MER híbrido ilustrado anteriormente.

7.3.1. Organizações Praxeológicas que constituem as Atividades com o *Scratch*

Atividade 01: Organização Praxeológica de Contagem Numérica (OPCN)

A primeira atividade corresponde ao jogo chamado “Contagem Numérica”. Para iniciar esse jogo, basta apertar com a ponteira do *“mouse”* na bandeira verde localizada no canto superior à esquerda do palco). Na abertura é mostrada a introdução com uma música inicial acompanhada do nome do jogo na tela e, em seguida aparece o ator (gato) que irá capturar os símbolos. Nesse momento, o temporizador (localizado no canto superior esquerdo da tela) que marca “zero” , muda para 270 segundos e para capturar os símbolos o participante deve usar o teclado dando um *click* na “seta para cima”, fazendo com que o personagem pule e capture um símbolo por vez, conforme ilustra a Figura 31. A ideia principal nessa primeira fase é fazer com que o jogador perceba que o símbolo bastão “I” vale uma unidade, pois o contador varia de uma em uma unidade, o “V” representa 5, já que o mostrador variará de 5 em 5 unidades, o “A” de 10 em 10, o símbolo “B”, de 100 em 100, e assim por diante.

Figura 31: Ilustração do Modelo Epistemológico com auxílio do *Scratch*



Fonte: *Softwares Scratch* (2021).

O jogo contém três fases. Na primeira, o participante, ou dupla de participantes (jogadores), irá capturar um grupo de símbolo por vez. Cada grupo de símbolos terá um tempo determinado (em média 30 segundos) para surgir de posições aleatórias da direita para a esquerda da tela. A cada elemento que o ator capturar, o marcador (que relaciona cada símbolo a um determinado valor), também localizado na parte superior da tela será alterado automaticamente, pois é adicionado o valor correspondente a cada símbolo em questão.

Esses símbolos vão de “I” à “D” sendo que este último, corresponde ao maior valor, ou seja, “10.000” unidades. Desse modo, nessa primeira fase, os participantes conhecerão cada conjunto de símbolos e os diferentes tipos de agrupamentos que eles representam, pois o mostrador revelará a quantidade de cada representação, uma após a outra. Pretende-se nesse jogo, de forma gradativa, evidenciar a evolução de um sistema inicial rudimentar (SIERRA, 2006) por meio do *Scratch*, trazendo a contagem inicial “um a um” com símbolo bastão “I”, na sequência, os símbolos “V” representando agrupamentos de 5 unidades, depois os símbolos “A” com 10 unidades (agrupamento simples), o “B” com os agrupamentos de 100 unidades (agrupamento de agrupamentos), e assim por diante.

O avanço para a segunda fase está diretamente relacionado ao temporizador, pois quando este marcar 79 segundos ocorrerá a mudança de cenário. Nessa nova fase do jogo, todos os símbolos (com exceção do V) surgem em movimentos aleatórios e devem ser capturados pelo jogador. Na parte superior da tela aparecerão os marcadores correspondentes a cada símbolo, colocados da direita para a esquerda, em ordem crescente em relação aos valores de cada potência de dez aos quais estes correspondem. A cada símbolo capturado será adicionado 1 unidade no seu visor correspondente (que marca de 0 a 9) conforme mostra a Figura 32.

Figura 32: Fase II do Jogo “Contagem Numérica”

Fonte: *Softwares Scratch* (2021).

A segunda fase terminará quando o temporizador for “zero” ou o mostrador do símbolo “D” apresentar 9 unidades. Quando um desses fatores ocorrer, o cenário mudará novamente dando início a terceira fase em que se destacam as tarefas relativas ao jogo. Nela, outro personagem se apresenta e interage com o participante em uma dinâmica de perguntas e respostas, conforme ilustra a Figura 33.

Figura 33: Fase III do Jogo “Contagem Numérica”

Fonte: ***Softwares Scratch*** **(2021).**

Desse modo, o jogador (ou dupla de jogadores) envolver-se-á de forma interativa com o personagem, que descreve de forma rápida que o conjunto de tarefas se relacionam em parte com às fases anteriores, chamando a atenção da dupla de jogadores sobre a importância de enviarem sua resposta após terem feito uma discussão prévia com o intuito de justificá-la. Vale ressaltar que nessa fase, ao lado direito do palco aparecerá também os valores parciais de cada grupo de símbolos que foram gerados durante a partida na segunda fase (a soma desses valores parciais corresponde ao placar geral indicado nos contadores na parte superior da tela) que servirão de parâmetros em tarefas solicitadas posteriormente pelo personagem.

Com o intuito de tornar possível o contorno de obstáculos, todas as tarefas possuem uma segunda chance, caso a dupla de participante erre da primeira vez a resposta. Desse modo, após a primeira tentativa, o personagem do jogo, interage e incentiva as duplas de jogadores a discutirem suas respostas com seus pares ou com professor, antes de formular novamente e enviar.

Assim, em cada tarefa o participante responderá escrevendo no local indicado (na parte inferior da tela) a resposta e enviará, clicando a tecla *“Enter”*. Caso a resposta esteja correta, o personagem dirá: “Parabéns você acertou!”, passando automaticamente para a próxima tarefa, caso contrário, expressará: Tem certeza?... verifique novamente sua resposta em parceria com seu colega ou com o professor. Já na segunda tentativa, caso a dupla erre novamente, pronunciará: “A resposta correta é”, dizendo em seguida a resposta certa. Além disso, dirá uma mensagem de incentivo: “Não desanime, na próxima você acerta!”. Esse ciclo de perguntas e respostas, com as chances de contornar obstáculos se repetem até que o jogo seja encerrado e o personagem agradeça o jogador dizendo “parabéns e obrigado por participar até o final.

Os símbolos (valores alfanuméricos) descritos nas tarefas são representados por letras maiúsculas (o bastão, por exemplo é representado pela letra “i” maiúscula), por isso as respostas devem ser respondidas em caixa alta.

Nesse contexto, a seguir serão representados os Tipos de tarefas $T_i^{(OPCN)}$ (i = 1, 2, 3,..., n) e as tarefas $t_{i,j}$ (i = indica o tipo de tarefas; j = 1, 2, 3,..., n) da Organização Praxeológica de Contagem Numérica (OPCN) que compõe a atividade 01.

TIPOS DE TAREFAS DA OPCN

$T_1^{(OPCN)}$: Representar os numerais utilizando os símbolos I, V, A, B, C, D.

Tarefas $t_{i,j}$ relacionadas a $T_1^{(OPCN)}$

$t_{1,1}$: O símbolo " I “representa quantas unidades?

$t_{1,2}$: Quanto representa cada símbolo " V”?

$t_{1,3}$: Que tipo de agrupamento é formado por " V “?

$t_{1,4}$: Quanto representa cada símbolo " A”?

$t_{1,5}$: Que tipo de agrupamento é formado por " A “?

$t_{1,6}$: Como você representa 14 usando apenas o símbolo " I "

$t_{1,7}$: Como você representa 14, usando a repetição dos símbolos " I " e “V "?

$t_{1,8}$: Como você representa 14 usando a repetição dos símbolos " I " e “A "?

$t_{1,9}$: Represente o número 47 usando a repetição dos símbolos " I", " V ", e " A “de forma que você possa utilizar a menor quantidade de símbolos possível.

$t_{1,10}$: Represente o número 89 usando a repetição dos símbolos "I", "V", e "A“ de forma que seja utilizado a menor quantidade de símbolos possível.

$T_2^{(OPCN)}$: Representar os numerais utilizando os símbolos I, V, A, B, C, D e os algarismos 1, 2, 3, 4 ,5, 6, 7, 8 e 9 (escrita Alfanumérica)

Tarefas $t_{i,j}$ relacionadas a $T_2^{(OPCN)}$

$t_{2,1}$: Encontre a representação alfanumérica de 375, usando os símbolos A e B

$t_{2,2}$: Agora, com os algarismos e os símbolos “A " e “B “e “C", represente o numeral 4286?

$t_{2,3}$: Observe na grade ao lado a somatória “A" e escreva a sua representação alfanumérica?

$t_{2,4}$: Agora, observe na grade ao lado a somatória “B" e escreva a sua representação alfanumérica?

$t_{2,5}$: Observe também a somatória "C", e diga qual sua representação alfanumérica?

$t_{2,6}$: Agora, observe na grade ao lado a somatória “D" e escreva a sua representação alfanumérica.

Atividade 02: Organização Praxeológica de Soma Alfanumérica (OPS+A)

A segunda atividade corresponde ao jogo “Soma Alfanumérica” trazendo não apenas um reforço, mas também uma continuação evolutiva da primeira, pois trata-se de um jogo contendo situações que levam o participante a manipular quantidades utilizando inicialmente os símbolos primitivos (por meio de repetições). No entanto, depois com o acréscimo dos símbolos de 0 a 9 a estes, são formados os termos alfanuméricos solicitados nas respostas, promovendo a ideia de transformação de ordens numéricas, pois permite que um conjunto de símbolos seja transformado em outros elementos de ordem superior, proporcionando uma escrita mais econômica conforme sugere Sierra (2006). A interface deste segundo jogo apresenta na tela inicial uma paisagem e na parte superior os símbolos (I, A, B, C e D), conforme mostra a Figura 34.

Figura 34: Apresentação do jogo Soma Alfanumérica

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Quando a bandeira verde for clicada, aparece o personagem que se apresenta e descreve de forma rápida as regras do jogo. Ele explica que a manipulação dos símbolos ocorre de forma simples e para isso, basta clicar, segurar e arrastar cada símbolo para o local desejado. Para facilitar essa manipulação, ao serem clicados, os símbolos emitirão um som e mudarão de cor, mostrando ao jogador que é o momento de arrastá-los. Esse jogo possui tarefas $\mathbf{t_{i,j}}$ e outras tarefas, entendidas como subtarefas de $\mathbf{t_{i,j}}$ ($t_{i,ja}$, $t_{i,jb}$,...,$t_{i,jz}$). Para cada pergunta feita pelo ator, o participante deverá escrever a resposta, (e antes de enviar, discutir com seu colega que forma a dupla). Da mesma forma que o primeiro, haverá uma a chance do aluno contornar obstáculos, sendo dado sempre a opção da discussão e envio novamente das respostas, caso a dupla erre da primeira vez.

Em todos os jogos, sempre que houver tarefas e subtarefas, depois do envio da primeira resposta e sua verificação, caso esteja correta, automaticamente aparecerá a subtarefa correlacionada que deverá ser respondida e enviada também. Após o envio desta última, o jogador deverá apertar a barra “Espaço” para limpar a tela (palco) e passar automaticamente para a próxima pergunta. A Figura 35, mostra a primeira tarefa.

Figura 35: Primeira tarefa do Jogo Soma Alfanumérica

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Nesta tarefa foi dado o número a ser representado por meio da manipulação do símbolo (bastão) e em seguida solicitado que este fosse reescrito no espaço para respostas e depois enviado. Nesse exemplo, após a tarefa e sua verificação, é pedido que o participante reescreva a quantidade solicitada utilizando os símbolos “A” e “I” dando ao jogador a possibilidade de interagir com transformações de unidades.

Tanto este quanto os outros jogos subsequentes trazem questões que expõem os participantes a situações de transformações de unidades. Explicitam em determinado momento que as quantidades descritas sejam compostas pela repetição de elementos, mas em tarefas (ou subtarefas) posteriores sejam reescritas por símbolos que representam ordens imediatamente superiores. Esse movimento facilitará posteriormente o reconhecimento da estrutura do SND, bem como, na fase de operações de soma e subtração, quando o aluno precisará da transformação de unidades. Nesta fase, os jogadores irão trocar por exemplo, dez “I” por uma unidade de “A”, clarificando o sentido do termo “vai um”, que ocorre com frequência em operações tradicionais de soma no SND, sendo que na maioria das vezes esse movimento não fica evidente para o aluno que reproduz uma ação puramente mecânica, ocasionando obstáculos na aprendizagem.

Vale ressaltar que uma das vantagens da modelização por meio do *Scratch* nas atividades, é a forma dinâmica de manipulação que essa ferramenta digital proporciona por meio da interação da interface entre o aluno e o computador, com o clique e arrasto dos símbolos, possibilitando mais clareza nessa substituição à medida que a interação acontece, conforme afirmam Almouloud (2005) e Balacheff (1984).

Nessa direção, a seguir serão apresentados os tipos de tarefas $\mathrm{T}_{\mathrm{i}}^{(\mathrm{OPSA})}$ e as tarefas $t_{i,j}$ (i = indica o tipo de tarefas e j = 1, 2, 3, ..., n) da Organização Praxeológica Soma Alfanumérica (OPS+A) que constitui a atividade 02 que se relacionam por meio da dialética das Mídias e o Milieux.

TIPOS DE TAREFAS DA OPS+A

$\mathrm{T}_1^{(\mathrm{OPS+A})}$: Representar os numerais utilizando os símbolos

Tarefas relacionadas a $\mathrm{T}_1^{(\mathrm{OPS+A})}$.

$t_{1,1}$: Usando a repetição do símbolo "I", represente o numeral 13, em seguida repita a resposta no espaço abaixo e envie

$t_{1,1a}$: Usando a representação alfanumérica reescreva o mesmo numeral com a repetição dos símbolos "A" e "I".

$t_{1,2}$: Usando a repetição dos símbolos "A" e "I”, represente o numeral 126.

$t_{1,2a}$: Agora, escreva a representação alfanumérica do mesmo numeral usando os símbolos "B", "A” e "I".

$t_{1,3}$: Utilizando os símbolos "B", "A" e "I" Represente o numeral 1023, em seguida escreva a resposta usando a repetição dos símbolos, e envie.

$t_{1,3a}$: Agora reescreva a representação alfanumérica do numeral encontrado usando os símbolos "C", "B", "A" e "I".

$T_2^{(OPS+A)}$: Efetuar as somas dos agrupamentos por meio dos símbolos

Tarefas relacionadas a $T_2^{(OPS+A)}$

$t_{2,1}$:Efetue a soma dos agrupamentos e em seguida escreva seu valor alfanumérico.

$t_{2,2}$: Efetue a soma dos agrupamentos e em seguida escreva seu valor alfanumérico.

$t_{2,3}$: Efetue a soma dos agrupamentos e em seguida escreva seu valor alfanumérico.

$t_{2,4}$: Efetue a soma dos agrupamentos e em seguida escreva seu valor alfanumérico.

$t_{2,5}$: Efetue a soma dos agrupamentos e em seguida escreva seu valor alfanumérico.

Nas tarefas $t_{2,1}$, $t_{2,2}$, $t_{2,3}$, $t_{2,4}$, $t_{2,5}$, contidas em $T_2^{(OPS+A)}$, referentes a soma, os agrupamentos de símbolos são dispostos em ordem, um embaixo do outro. Antes de começar esse tipo de tarefa, o ator aparece e descreve que as transformações de unidades devem ocorrer sempre que a soma parcial de cada agrupamento exceder nove unidades. As transformações ocorridas em tarefas anteriores pela substituição de um grupo de elementos por outro símbolo de ordem imediatamente superior, trazem maior clareza a esta fase de operações de soma, haja vista que a repetição e manipulação dinâmica dos elementos gráficos com o uso do *Scratch* potencializam o entendimento por meio de uma contagem que não ocorre em uma operação tradicional de soma com o papel e o lápis.

Nessa direção, a quinta tarefa do segundo jogo, por exemplo, ilustrada pela Figura 36, o participante deve contar quantos símbolos há em cada agrupamento, em seguida fornecer as somas parciais para cada um deles, levando em conta que nas respostas parciais, em cada ordem representada pelos grupos de símbolos, a quantidade deles não pode exceder nove unidades.

Figura 36: Quinta tarefa do Jogo Soma Alfanumérica

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Neste caso específico as somas parciais contêm: Doze “I” que corresponde a: A II (ou seja, ficam dois “I” vai um “A”). Treze “A” que corresponde a: B AAA (ou seja, ficam três “A” e vai um “B”). E dez “B” correspondente a: C (fica “0B” vai “1C”). Desse modo, resolvendo da direita para a esquerda, a resposta alfanumérica corresponde a: 2I, 3A + 1A, 1B + 0B, 1C ou seja: 1C 1B 4A 2I. Observa-se aqui a operação de soma no modelo aditivo (SIERRA, 2006), e na sequência, a transformação do resultado para símbolos alfanuméricos, ou seja, para o modelo híbrido, descrito por esse autor.

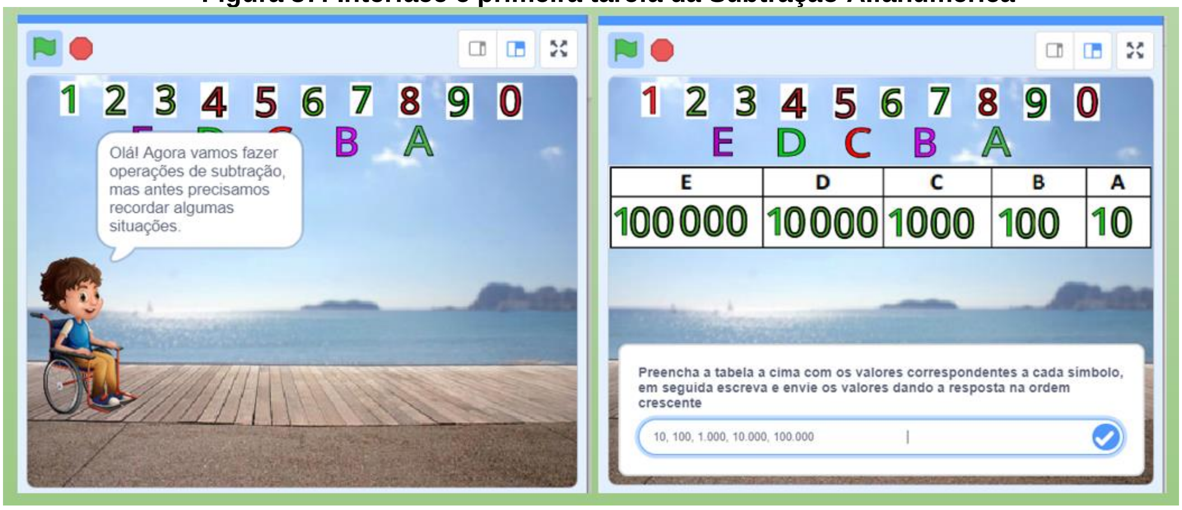
A ideia a partir de então, é também trabalhar a operação de subtração por meio do modelo híbrido, uma vez que a essa altura, já existe uma familiarização por parte dos participantes, com as transformações da forma aditiva para a forma híbrida proporcionada pela transformação de agrupamentos de símbolos em fases anteriores. Esse movimento ajudará posteriormente que os jogadores, por meio da manipulação dos entes digitais, construam o entendimento da estrutura do SND, fazendo emergir gradativamente a ideia das expressões que compõem as operações de soma e multiplicação contidas nos numerais.

Atividade 03: Organização Praxeológica de Subtração Alfanumérica (OPS-A)

Na terceira atividade “Subtração Alfanumérica”, a dupla de participantes deve levar em conta a regra básica, em que o minuendo deve apresentar sempre um valor maior que o subtraendo, caso contrário, ocorrerá o “empréstimo” de uma unidade da ordem imediatamente superior para a inferior que necessitar de complemento, tornando assim possível a realização da operação. No entanto, antes da subtração propriamente dita, serão abordadas questões que visam retomar os valores de base dez representados nos símbolos, fato importante para a compreensão do próximo jogo que trará essencialmente operações de soma e subtração no sistema posicional completo.

Tal e qual ocorreu na atividade anterior, este jogo traz algumas tarefas $\mathbf{t_{i,j}}$ que possuem outras tarefas, descritas como subtarefas de $\mathbf{t_{i,j}}$ ($t_{i,ja}$, $t_{i,jb}$,...,$t_{i,jz}$). Nesse movimento, leva-se em conta a abordagem transformações de símbolos em valores numéricos, dando a ideia das decomposições de um numeral em expressões aritméticas que contém a operação de adição ou multiplicação, ou as duas ao mesmo tempo, importantes para o entendimento da estrutura do SND. Desse modo, a Figura 37 ilustra a interface do jogo "Subtração Alfanumérica", mostrando a esquerda o momento em que o personagem se apresenta e descreve alguns aspectos da atividade, e a direita apresentação da primeira tarefa.

Figura 37: Interface e primeira tarefa da Subtração Alfanumérica



Fonte: ***Software Scratch*** **(2021).**

O jogo começa quando a bandeira verde for clicada, dando início as perguntas que serão respondidas tal e qual na atividade dois, ou seja, o participante deve manipular os símbolos por meio do clique e arrasto e, para facilitar a manipulação destes, ao serem clicados, mudam de cor e emitem um som para indicar o momento exato de arrastá-los. Após a manipulação dos símbolos, o participante (ou dupla de participantes) deve também reescrever as respostas na área inferior do palco e enviá-las na região de respostas apertando o "Enter". Da mesma forma que ocorria nos jogos anteriores, caso o participante responda corretamente, será conduzido automaticamente para a tarefa seguinte, caso contrário, terá a possibilidade de contornar o possível erro.

A seguir, serão destacados os tipos de tarefas $T_i^{(OPS-A)}$ e as tarefas $t_{i,j}$ (i = indica o tipo de tarefas e j = 1, 2, 3, ..., n) da Organização Praxeológica de Subtração Alfanumérica (OPS-A) que constitui a atividade três por intermédio da dialética das Mídias e Milieux.

TIPO DE TAREFAS DA OPS-A

$T_1^{(OPS-A)}$ Representar os valores de potência de base 10 contidos em cada símbolo.

Tarefas relacionadas a $T_1^{(OPS-A)}$

$t_{1,1}$: Preencha a tabela acima com os valores correspondentes a cada símbolo, em seguida escreva e envie os valores dando a resposta na ordem crescente.

$t_{1,2}$: Baseado na tabela compare os valores dos símbolos indicados.

$t_{1,2a}$: O símbolo B corresponde a quantas vezes o A?

$t_{1,3}$: Quantas vezes o símbolo B cabe dentro do C ?

$t_{1,4}$: Quantas vezes o símbolo A cabe dentro do C ?

$t_{1,5}$: Quantas vezes o símbolo B cabe dentro do D ?

$t_{1,6}$: Quantas vezes o símbolo A cabe dentro o símbolo E ?

$t_{1,8}$: Efetue a subtração dos elementos contidos na tabela acima, em seguida escreva a resposta e envie.

$t_{1,8a}$: Agora, substitua os valores numéricos correspondentes a cada símbolo da expressão: 5xB + 3xA + 3

$t_{1,9}$: Efetue a subtração dos elementos contidos na tabela acima, em seguida escreva a resposta e envie.

$t_{1,9a}$: Substitua os valores numéricos correspondentes de cada símbolo da expressão: 3xB + 5xA + 3

$t_{1,10}$: Efetue a subtração dos elementos contidos na tabela acima, em seguida escreva a resposta e envie.

$t_{1,10a}$: Substitua os valores numéricos correspondentes de cada símbolo da expressão: 4xD + 4xC + 4xB + 8xA + 5

$t_{1,11}$: Efetue a subtração dos elementos contidos na tabela acima, em seguida escreva a resposta e envie.

$t_{1,11a}$: Substitua os valores numéricos correspondentes de cada símbolo da expressão: 4xE + 8xD + 4xC + 3xB + 8xA+ 3.

Para as tarefas de subtrações alfanuméricas, serão utilizadas tabelas contendo os valores a serem operados. No entanto, antes de dar início às operações, o personagem aparece e informa que caso haja elementos da primeira linha (minuendo) com valores menores que seus correspondentes na segunda (subtraendo), o jogador deverá fazer transformações, para que o minuendo se torne maior ou igual ao subtraendo. Essa transformação é indicada por meio da manipulação em que o jogador deve retirar uma unidade do elemento que está à esquerda do símbolo que precisa ser aumentado, adicionando a esse último, dez unidades. Na sequência, em cima do coeficiente do símbolo alfanumérico que fez o “empréstimo” coloca-se outro algarismo com uma unidade a menos para representar essa operação.

A Figura 38, ilustra essa manipulação, mostrando (na Figura à esquerda) que o valor alfanumérico da segunda ordem “2A” é menor que seu correspondente (subtraendo) “4A” necessitando, portanto, de complementação. Nesse caso, o minuendo recebe uma unidade de “6B”, ficando com “12A” (10A + 2A), por outro lado, o valor (6B) que concedeu o “empréstimo”, fica, na nova configuração com uma unidade a menos (tornando-se 5B), conforme mostrado na Figura à direita. Vale ressaltar que das cinco subtrações trazidas nas tarefas, três ($t_{1,8}$, $t_{1,9}$ e $t_{1,10}$) são resolvidas de forma direta, sem a necessidade de empréstimos, já que os minuendos são maiores que seus respectivos subtraendos, a outra tarefa ($t_{1,11}$), por meio de transformações.

Figura 38: Subtração Alfanumérica tarefa (t_{11})

Fonte: *Software Scratch* (2021).

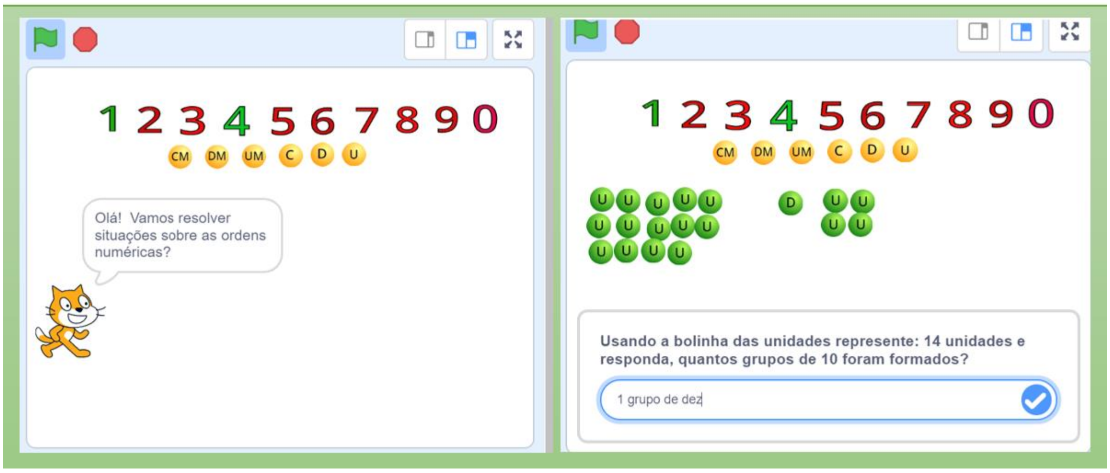
As subtarefas ($t_{1,8a}$, $t_{1,9a}$, $t_{1,10a}$, $t_{1,11a}$) contidas nesta atividade têm intuito de evidenciar as operações de soma e multiplicação contidas na estrutura do sistema alfanumérico, levando o participante a compreender mais tarde, a correlação deste com o sistema posicional completo, já que o SND (a ser evidenciado no próximo jogo) possui implicitamente essa particularidade em sua estrutura, porém, com a vantagem de apresentar um sistema mais eficaz e econômico.

Atividade 04: Organização Praxeológica de Ordens Numéricas (OPON)

A atividade quatro corresponde ao jogo “Ordens Numéricas” trazendo o modelo decimal posicional completo, evidenciado no estudo histórico e epistemológico dos números, no capítulo seis, bem como, nos estudos de Sierra (2006) e Brandt (2005). Nesse jogo chamado “Ordens Numéricas”, as tarefas evoluíram mantendo uma conexão com as ideias anteriores, no entanto, os símbolos alfabéticos que compõem os valores alfanuméricos, dão lugar aos algarismos que carregam implicitamente em suas posições, as potências de base dez. Nesse sentido, as proposições feitas no estudo da segunda autora, são mostradas nesta atividade por meio de tarefas que evocam questões sobre valores relativos, trazendo também relações entre os sistemas verbais e a escrita arábica, com tarefas que abordam os prefixos e sufixos da escrita numérica, explorando, situações relativas a quantificações, por meio dessas ligações, expondo o caráter operatório da palavra existente no SND.

Nesse sentido, a Figura 39 traz (à esquerda) a representação da interface inicial do jogo e a primeira tarefa (na ilustração à direita).

Figura 39: Representação da Interface e da primeira tarefa



Fonte: ***Software Scratch*** **(2021).**

Para realizar as tarefas desse jogo, deve-se clicar e arrastar cada elemento para baixo no intuito de formar os agrupamentos. Na parte superior da tela estão os algarismos e logo abaixo as bolinhas que correspondem as ordens numéricas (Unidade, Dezena, Centena, Unidade de Milhar, Dezena de Milhar e Centena de Milhar) que serão também manipulados. Na primeira tarefa, o jogador deve inicialmente representar o numeral pedido, usando apenas as bolinhas das unidades, no entanto, na sequência o participante deve lançar mão também a dezena e reconstruir o numeral com a manipulação das duas bolinhas (unidade e dezena).

De forma semelhante aos jogos anteriores, o participante deverá colocar a resposta no local indicado e enviar clicando o *“Enter”*. Sempre que houver necessidade, o jogador deverá realizar as transformações de unidades. Nesse caso, após tais transformações com uso das “bolinhas”, o jogador deve fazer na sequência, a representação destas por meio dos algarismos dizendo quantos grupos de determinada ordem foram formados, além de indicar o valor relativo destes. Como já foi mencionado, neste jogo, foram inseridas também tarefas envolvendo prefixos e sufixos da escrita de numerais para corroborar com a percepção das operações contidas na estrutura do SND.

A exploração desse tipo de tarefa tem o intuito de trazer aos participantes a percepção, por exemplo, que a variação dos algarismos que representam unidades e dezenas, provocam alterações tanto nos prefixos quanto nos sufixos dos elementos e, que o sufixo “enta” (correspondentes aos agrupamentos da segunda ordem) pertencem a pilha de números compreendidos entre os intervalos de 40 a 90, assim como os de sufixos “centos” (correspondentes aos agrupamentos de terceira ordem) estão relacionados aos agrupamentos pertencentes às pilhas: 400, 600, 700, 800 e 900. Desse modo a relação de sentido existente entre a escrita numérica e a fala pode ganhar mais espaço no entendimento do SND, haja vista que maioria das vezes essa relação aparece de forma não velada e precisam ser abordadas no contexto de ensino dos numerais, conforme destacado por Brandt (2006).

Vale ressaltar que futuramente, em primeiro plano, esse tópico deve suceder um estudo prévio para que os participantes da formação continuada entendam que as variações dos algarismos alteram os prefixos e sufixos nas escritas numéricas, havendo em alguns casos, não apenas inversões, mas também, distorções que podem provocar a falta de entendimento da estrutura do Sistema de Numeração

Decimal por parte dos alunos. Nesse sentido, como já foi mencionado, entender essas variações da língua falada e escrita, podem facilitar tal compreensão, tornando o estudo relevante para o aprendizado de novas praxeologias que podem auxiliar o professor na busca de ações práticas que corroboram para um ensino de qualidade.

Dito isso, apresentam-se os tipos de tarefas $T_i^{(OPON)}$ (i = 1, 2,3, ..., n), as tarefas $t_{i,j}$ (i = indica o tipo de tarefas e j = 1, 2, 3, ..., n) e subtarefas de $t_{i,j}$ ($t_{i,ja}$, $t_{i,jb}$,...,$t_{i,jz}$) da Organização Praxeológica de Ordens Numéricas (OPON) que estruturam a atividade quatro por meio da dialética das Mídias e Milieux..

TIPOS DE TAREFAS DA OPON

$T_1^{(OPON)}$:Representar os valores de potência de base 10 contidos em cada símbolo.

Tarefas associadas a $T_1^{(OPON)}$

$t_{1,1}$: Usando a bolinha das unidades represente o numeral treze e responda quantos grupos de 10 foram formados?

$t_{1,1a}$: Agora represente a quantidade formada usando também a bolinha da dezena, em seguida represente a quantidade com os algarismos e responda qual o valor relativo do algarismo da segunda ordem .

$t_{1,2}$: Usando a bolinha da unidade e da dezena represente 46 unidades e responda quantos grupos de dez foram formados?

$t_{1,3}$: Qual o sufixo da palavra que representa o número 46?

$t_{1,3a}$: Que valor o sufixo “enta” representa no número 46?

$t_{1,4}$: Usando a bolinha da unidade, dezena e centena represente 758 e responda, quantos grupos de cem foram formados?

$t_{1,4a}$: Quantos grupos de dez foram formados nesse numeral 758?

$t_{1,4b}$: Agora represente a quantidade formada usando os algarismos e responda qual o valor relativo do algarismo da segunda ordem ?

$t_{1,4c}$: Qual o valor relativo do algarismo da terceira ordem?

$t_{6,4d}$: Qual o sufixo da palavra que representa o 700?

$T_2^{(OPON)}$: Representar, somar e subtrair, relacionar os prefixos e sufixos.

Tarefas associadas a $T_2^{(OPON)}$

$t_{2,1}$: Faça a representação dos numerais a seguir usando as bolinhas e os algarismos, depois resolva a soma entre eles, ou seja, 38 mais 88.

$t_{2,2}$: Faça a representação dos numerais 69 e 57 usando as bolinhas e os algarismos, em seguida resolva a subtração entre eles.

$t_{2,3}$: Faça a ligação da expressão que compõe o numeral 285 com seus prefixos e sufixos. Em seguida responda que número corresponde ao sufixo "entos".

$t_{2,4}$: Faça a ligação da expressão que compõe o numeral 392 com seus prefixos e sufixos. Em seguida responda que número corresponde ao sufixo "enta".

$t_{2,5}$: Faça a ligação da expressão que compõe o numeral 439 com seus prefixos e sufixos. Em seguida diga quais numerais correspondem aos sufixos "centos" e "está" respectivamente.

$t_{2,6}$: Faça a ligação da expressão que compõe o numeral 3.471 com seus prefixos e sufixos. Em seguida diga quais numerais correspondem aos sufixos "mil", "centos" e "enta" respectivamente.

Vale lembrar que nesse jogo, as bolinhas que representam as ordens numéricas (abaixo dos algarismos) são na cor amarela, mas mudam para a cor verde e emitem um som sempre que clicadas, marcando o momento de serem movidas por meio do arrasto, formando desse modo grupos representativos de quantidades. Esse artifício usado para mover os elementos, criando um padrão de cores e emitido som, facilita para o participante, principalmente no momento de realização de operações de soma ou subtração. A Figura 40 ilustra duas subtarefas da tarefa $t_{1,4}$. Nesses exemplos, foi solicitado que o jogador usasse as bolinhas das unidades, dezena e centena para representar o numeral 783 e respondesse em seguida, qual o valor relativo do algarismo oito e qual o valor relativo do algarismo sete.

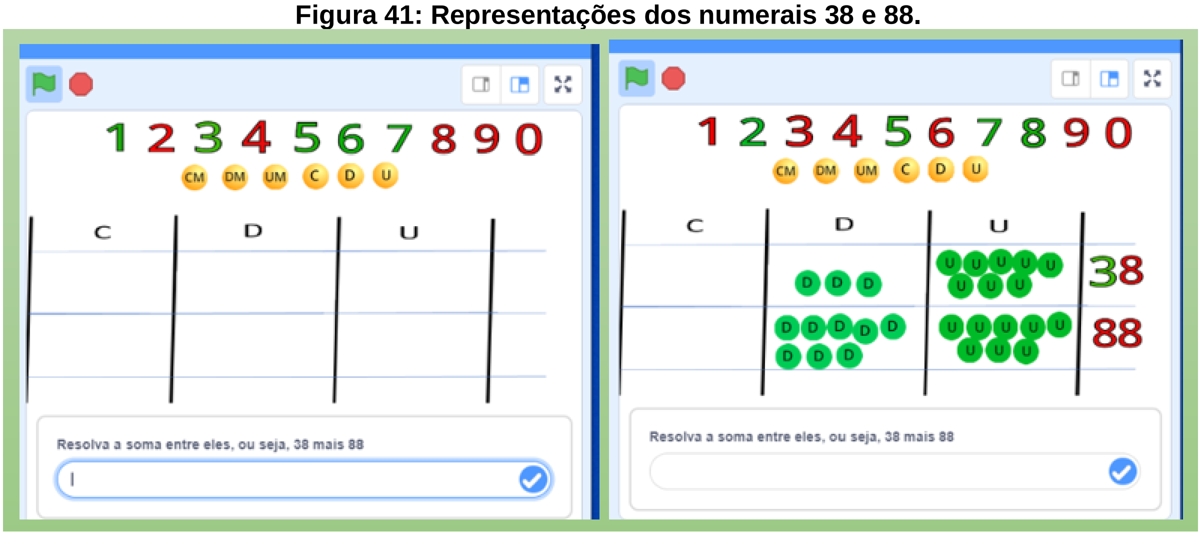
Figura 40: subtarefas $t_{1,4b}$ e $t_{1,4c}$ respectivamente

Fonte: *Software Scratch* (2021).

As tarefas relativas à soma e subtração ocorrem com o surgimento de uma tabela no palco que servirá para organizar melhor os elementos. Para fazer a representação preenchendo a tabela, basta clicar e arrastar cada elemento para seu respectivo local. Nesse aspecto, as bolinhas ao serem colocadas em suas devidas ordens (começando pela coluna das unidades) assumirão a cor verde, a partir de então, o jogador deverá verificar em cada coluna, se a quantidade delas ultrapassa nove unidades, caso isso ocorra, deverá conferir e retirar dessa coluna dez unidades. Para isso, basta clicar nas bolinhas (uma a uma), até completar essa quantidade. Nesse processo, ao serem clicadas novamente, elas mudarão para cor amarela, destacando-se das demais verdes dentro da coluna, sendo, portanto, esse grupo de “dez” elementos correspondente a “um” elemento da ordem imediatamente superior.

Nesse sentido, a conversão de unidades é feita de forma intuitiva e fácil, pelo participante. A exemplo disso, na tarefa $t_{2,1}$ ilustrada a seguir na Figura 41, é solicitado que sejam feitas as representações dos numerais 38 e 88 usando as bolinhas e em seguida, utilizando os algarismos. Na sequência, é pedido que seja feita a soma entre eles. Desse modo, os elementos devem ser representados nas colunas das unidades e das dezenas, observando-se a necessidade de conversão de unidades.

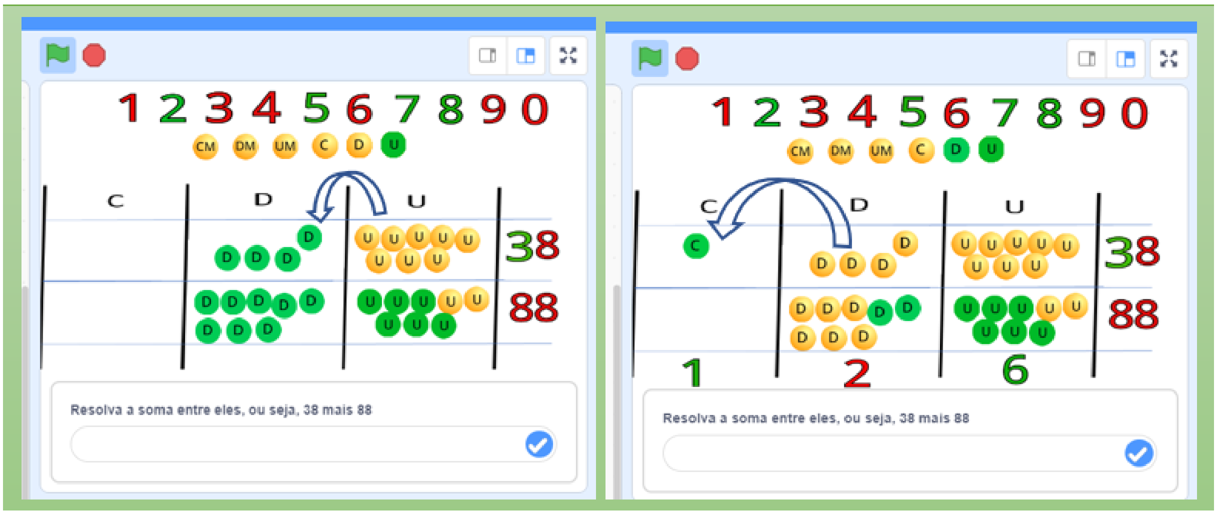
Figura 41: Representações dos numerais 38 e 88.



Fonte: *Software Scratch* (2021).

Nesse sentido, a Figura 42, na sequência, ilustra a continuação da tarefa, evidenciando o processo em que é feita a contagem na coluna das unidades (mostrada na primeira imagem à esquerda) contabilizando dezesseis unidades, ultrapassando a quantidade máxima de nove elementos permitidos por ordens.

Figura 42: Continuação da tarefa $t_{2,1}$ representando a operação de soma.



Fonte: *Software Scratch* (2021).

Assim sendo, foram marcadas dez unidades e substituídas por uma dezena, indicado pela seta, mostrando a transferência da dezena que representa o “vai um” no algoritmo tradicional da soma. Desse modo, para dar a resposta final, basta que o participante olhe para tabela e identifique quantas bolinhas “verdes” restaram. Nesse caso, apenas seis na coluna das unidades, duas na coluna das dezenas e uma na coluna das centenas, formando assim o numeral “cento e vinte e seis unidades”.

Na tarefa $t_{2,2}$, foi pedido de antemão a representação dos numerais 69 e 57 usando as bolinhas e os algarismos. Em seguida, foi solicitada a subtração entre eles, conforme ilustra a Figura 43. Assim, após ser representado o minuendo (69) e o subtraendo (57), começando pela coluna das unidades, iniciou-se a subtração dos elementos clicando alternadamente em uma bolinha do minuendo, e outra do subtraendo, até que não restasse nenhuma na cor verde no subtraendo. Do mesmo modo, se procedeu na coluna das dezenas, clicando-se de forma alternada, até que no subtraendo não restasse nenhuma verde.

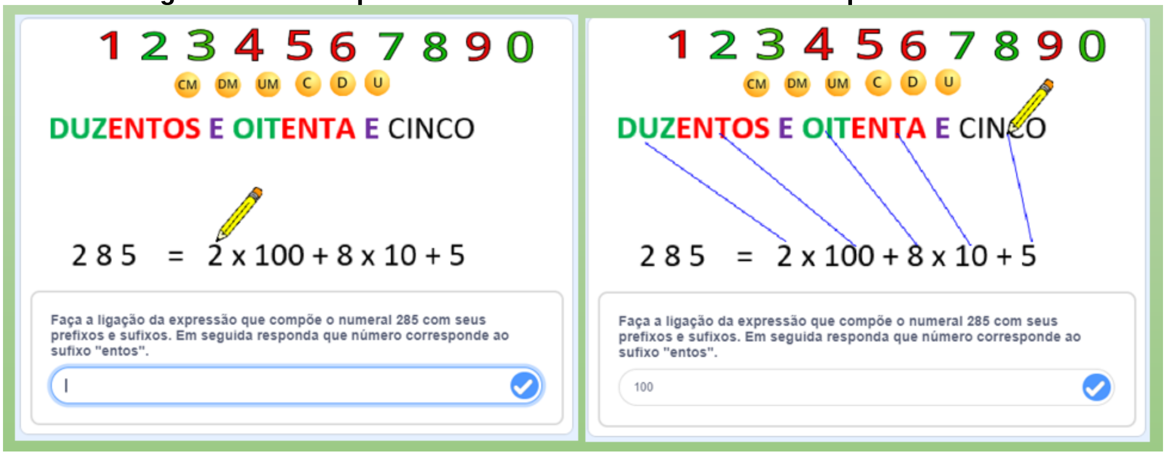
Figura 43: tarefa $t_{2,2}$: subtração entre 69 e 57.

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Assim sendo, o resultado é evidenciado por meio das bolinhas verdes que sobraram nas colunas da tabela, ou seja, nesse caso, uma dezena e duas unidades que foram representadas pelos algarismos colocados na última linha da tabela, formando o número doze. Vale ressaltar que na subtração, caso o minuendo seja menor que o subtraendo, será necessário fazer a conversão, transpondo da ordem superior deste, uma unidade, a fim de complementá-lo, tornando-o maior ou igual a seu respectivo subtraendo.

Nas tarefas que vão desde $t_{2,3}$ à $t_{2,6}$ são evidenciados tópicos que relacionam os prefixos e os sufixos dos numerais com a estrutura do SND, mostrando a expressão que representa decomposição dos numerais dentro do sistema indu-arábico, ilustrando seus coeficientes, bem como, suas potências de dez (que dependendo do número em questão, podem estar associadas aos prefixos ou aos sufixos). Nesse grupo de tarefas, o jogador, com o uso do lápis (que aparecerá no palco), deve fazer as ligações entre os algarismos e seus respectivos prefixos e sufixos, reconstruindo o sentido da relação existente entre a escrita numérica e a alfabética, conforme sugerido por Brandt (2005). Nessa direção, a partir da tarefa $t_{2,3}$, surge no palco a escrita do numeral por extenso na parte superior, e logo abaixo, seus respectivos numerais, conforme ilustra a Figura 44.

Figura 44: Correspondência entre o numeral 285 e seus prefixos e sufixos.



Fonte: *Software Scratch* (2021).

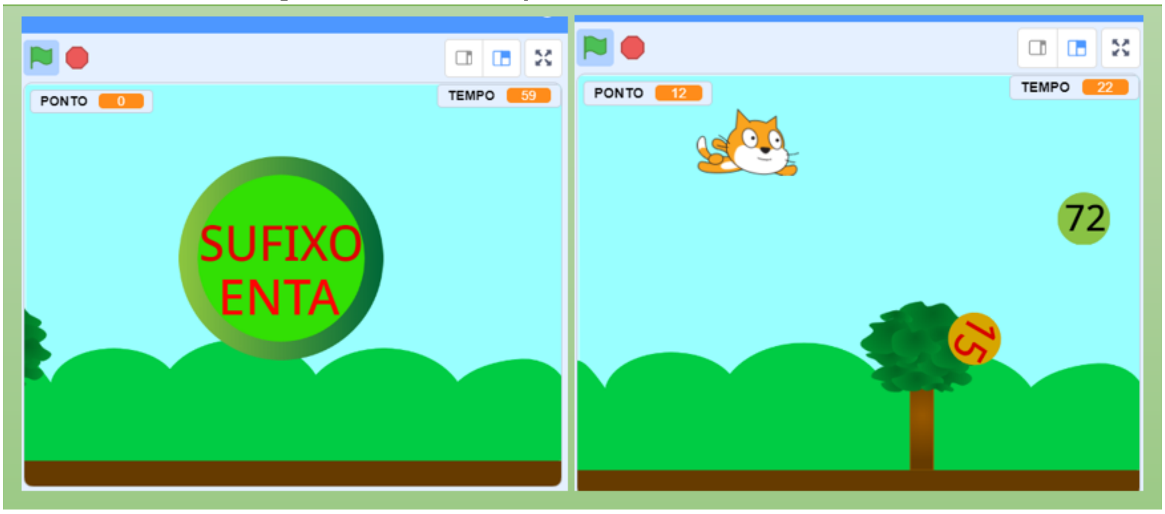
Portanto, para realizar as ligações, basta que o participante *click* com o ponteiro do *"mouse"* na direção da escrita que corresponde a esse algarismo e assim será marcada automaticamente a linha ligando os dois elementos. Para continuar com as ligações, basta clicar novamente na ponta do lápis segurar e esperar a emissão de um som curto, depois arrastá-lo para a direção do próximo algarismo e soltá-lo, na sequência, levar o ponteiro do mouse novamente para o próximo termo associado a este novo algarismo e clicar novamente, criando outra linha de ligação entre este novo algarismo a seu prefixo (ou sufixo). Desse modo, sucessivamente os elementos serão interligados de modo rápido e interativo.

Atividade 05: Organização Praxeológica do Jogo dos Prefixos e Sufixos (OPJPS)

A atividade cinco correspondente a um jogo com duas fases, na primeira fase, apresenta-se o "Jogo dos Prefixos e Sufixos" que surge como complementação à atividade anterior e conecta a segunda, que contém o "Jogo da Comparação Numérica". Nessa atividade, após cada animação, emergem as tarefas de intervenção. A primeira fase (jogo dos prefixos e sufixos), começa ao ser clicada a bandeira verde, ocorrendo inicialmente uma breve abertura com animação e música e, na sequência, aparece um alerta sonoro contendo a palavra "sufixo enta", para que o jogador fique atento ao início do jogo que consiste em capturar (por meio do gato voador), as bolas coloridas contendo os numerais. Para isso, o participante deve manusear as setas (para cima, para baixo, direita ou esquerda) do teclado do computador. As bolas que voam na direção do ator, contêm diversos numerais com duas ordens que representam ou não palavras com o sufixo “enta”, que ao serem capturados emitem dois tipos de sons.

Caso a captura da bola seja a correta será emitido um tipo de som, caso contrário, será emitido um som diferente. A figura 45 representa (à esquerda) o início do jogo com o sinal de alerta e a aparição do ator (à direita) que irá capturar os elementos.

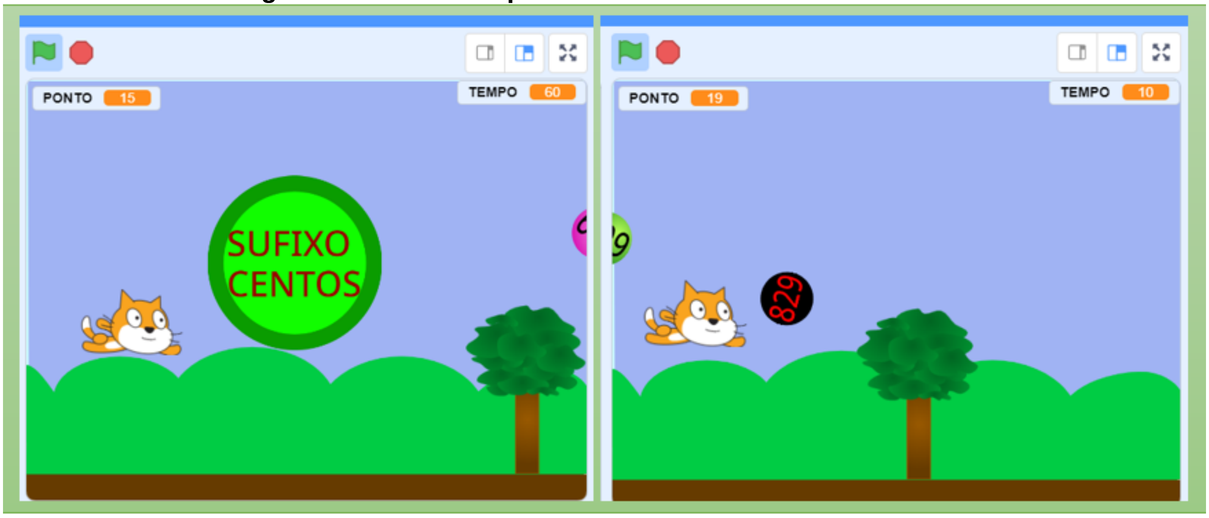
Figura 45: Alerta e captura de numerais com sufixo enta



Fonte: ***Software Scratch*** **(2021).**

As bolas com os numerais de duas ordens, surgem de posições aleatórias vindo na direção do “ator”. A cada bola capturada com o sufixo “enta”, será adicionado um ponto no marcador, caso o jogador capture outra com numeral que não represente esse sufixo, perderá um ponto. Após o tempo de 60 segundos, desaparecem as bolas contendo numerais com duas ordens, surge um novo alerta com a frase “sufixo centos”, a partir de então, do mesmo modo, aparecem na direção do “gato voador”, de posições aleatórias, bolas contendo numerais de terceira ordem, sendo necessário portanto, que o jogador capture aquelas que contém sufixo centos, podendo, deste modo, ganhar ou perder pontos. Vale ressaltar que neste jogo a pontuação não é requisito para a mudança de fase, pois a intenção não é criar competitividade entre os jogadores, mas motivá-los na busca do entendimento. A Figura 46, mostra (à esquerda) a animação de alerta e (à direita) a captura do numeral (oitocentos e vinte e nove) contendo o sufixo “centos”.

Figura 46: Alerta e captura de numerais com sufixo centos



Fonte: *Software Scratch* (2021).

Ao fim da animação, outro ator ("Lucas") apresenta-se na interface e começa interagir com os participantes, ocorrendo a primeira intervenção didática desse jogo, em que serão conduzidos os Tipos de tarefas $T_i^{(OPJPS)}$ (i = 1, 2, 3, ..., n) e as tarefas $t_{i,j}$ (i = indica o tipo de tarefas e j = 1, 2, 3, ..., n) da Organização Praxeológica do Jogo dos Prefixos e Sufixos (OPJPS) que constituem a primeira fase da atividade 05, no contexto da dialética das Mídias e Milieux.

TIPO DE TAREFAS DA OPJPS

$T_1^{(OPJPS)}$: Representar a posição dos algarismos nos numerais de sufixo enta e cento.

Tarefas associadas a $T_1^{(OPJPS)}$

$t_{1,1}$: Em que posição se encontra o algarismo com o sufixo "enta" no numeral 6.552

$t_{1,2}$: Em que posição se encontra o algarismo com o sufixo "enta" no numeral 12.474

$t_{1,3}$: Quantos grupos de dez podem ser formados pelos agrupamentos numéricos que contêm o sufixo "enta"?

$t_{1,4}$: Diga em ordem crescente, quais são os grupos de dez que podem ser formados pelos agrupamentos numéricos que contêm o sufixo "enta"?

$t_{1,5}$: Quantos grupos de dez podem ser formados com as palavras com sufixo "cento"?

$t_{1,6}$: Escreva a expressão com as operações contidas no número "dois mil quinhentos e cinquenta nove".

$t_{1,7}$: Que valor representa o sufixo "entos" na expressão "dois mil quinhentos e cinquenta nove"?

$t_{1,8}$: Escreva a expressão e suas operações contidas no número "seis mil e noventa".

$t_{1,9}$: Que valor representa o sufixo "enta" na expressão “seis mil e noventa".

A segunda fase da atividade 05, ocorre após serem realizadas as tarefas descritas acima, nesse momento ocorre a mudança de cenário e, o ator (“Gato saltador”), faz uma breve apresentação destacando que esta fase de animação corresponde a “Comparações de Numerais”. Ele descreve de forma breve como o jogo ocorre neste momento, informando que o participante deve usar as setas (para a direita, para a esquerda e para cima, caso queira que o ator dê um salto para capturar os objetos). A intenção é que dentre os pares de elementos que caem sincronizadamente de locais aleatórios, seja capturado aquele de maior valor.

As tarefas de comparações, dentre outras coisas, chamam a atenção para a percepção de que em relação a dois numerais contendo os mesmos algarismos, o maior deles é aquele que tem o algarismo com maior valor absoluto na maior ordem, ou seja, um desses algarismos determinará a maioridade. Essa noção, conforme destacou Brandt (2005), ajuda a criança na compreensão da estrutura do SND. Nessa direção, esta fase apresenta comparação entre pares numéricos com diversas possibilidades de formação, como por exemplo, entre numerais que contém os mesmos algarismos (123 e 132), apresentando apenas a permutação de seus elementos levando a alteração de seus valores relativos (o que por sua vez, dependendo do numeral, essa alteração causa também na linguagem, distorção e inversão nos prefixos e sufixos, como é o caso de 12 e 21).

A animação traz também tarefas que apresentam pares numéricos com quantidades diferentes de algarismos, apresentando algarismos significativos e não significativos. Nesse caso, a ideia é trazer a percepção de que um numeral com maior quantidade deles não significa necessariamente ter o maior valor (maioridade). Como já foi mencionado, as tarefas sobre comparações entre numerais com dois, três ou mais algarismos levam em conta a troca de posição ou a substituição de algarismos dentro do numeral. A Figura 47 destaca dois exemplos nesta fase do jogo.

Figura 47: Segunda fase: Jogo “Comparação de Numerais”

Fonte: *Software Scratch* (2021).

Nesse contexto, como alterações nos algarismos causam mudanças na escrita numérica, as tarefas descritas nesta fase do jogo, buscam desvelar a percepção da estrutura do Sistema de Numeração Decimal por meio da comparação de numerais ligadas à unidade de sentido da linguagem. Assim sendo, após a animação, as tarefas relativas a esse momento do jogo, ocorrem por meio da interação do ator. Da mesma maneira, em cada pergunta a dupla de participante deverá responder e enviar clicando o “Enter”, tendo sempre a possibilidade de contornar os erros ou obstáculos por meio da discussão com seus pares ou com o professor, no momento em que é dado uma segunda chance de resposta. A seguir serão evidenciados os Tipos de tarefas $T_i^{(OPCN)}$ $(i = 1, 2, 3, .., n)$ e as tarefas $t_{i,j}$ (i = tipo de tarefas; j = 1,2,3, ..., n) da organização praxeológica de “Comparação Numérica”, constituindo assim, por meio da dialética das Mídias e Milieux, a segunda fase da atividade 05.

TIPO DE TAREFAS DA OPCN

$T_1^{(OPJPS)}$: Representar a posição dos algarismos nos numerais de sufixo enta e cento.

Tarefas associadas a $T_1^{(OPJPS)}$

$t_{1,1}$:O que acontece se você adicionar um zero à esquerda de um número?...seu valor altera?

$t_{1,2}$:E se você adicionar um zero à direita de um número?...seu valor altera?

$t_{1,3}$: Se compararmos os numerais 425 e 325 qual algarismo determina o maior número?

$t_{1,4}$: Se compararmos os numerais 51 e 41, qual algarismo determina maioridade numérica?

$t_{1,5}$:Se você comparar os numerais 77 e 79, qual algarismo determina a maioridade numérica?

$t_{1,6}$: Na comparação dos numerais 432 e 422 qual algarismo determina a maioridade numérica?

$t_{1,7}$: Qual o prefixo da palavra que representa o numeral 51?

$t_{1.8}$: Se o número 51 for permutado para 15, qual será o seu prefixo?

$t_{1,9}$: Qual o sufixo do número 15?

$t_{1,10}$: Quanto representa o sufixo "ze”?

$t_{1,11}$: Qual o prefixo da palavra que representa o número 200?

$t_{1,12}$: Se o numeral 200 for invertido para 020, qual o seu prefixo?

$t_{1,13}$: Qual o sufixo da palavra que representa o número 20?

$t_{1,14}$: O sufixo "te" representa quanto?

Como visto, as tarefas $t_{i,j}$ associadas aos Tipos de tarefas T_i que constituíram as organizações praxeológicas contidas nas cinco atividades, buscaram a (re)construção do SND, enfatizando por meio da conexão entre elas, a estrutura do sistema, partindo da ideia de uma contagem simples e, em um grau crescente de dificuldade, chegando ao modelo posicional completo, com atividades interativas, aliando as ideias dos dois principais autores que subsidiaram a construção do MER híbrido. A próxima seção, faz uma breve discussão desse modelo, trazendo a justificação dos elementos teóricos e tecnológicos que o constituíram.

7.3.2. Uma Breve Discussão Sobre MER Híbrido

Os Tipos de tarefas T_i e as tarefas $t_{i,j}$ descritas nos jogos, foram pensadas para formação de professores, mas com o intuito de que estas sejam futuramente levadas a alunos do 4º e 5º anos do ensino fundamental I. Tais atividades, foram constituídas a partir do Modelo Epistemológico de Referência (MER), descrito aqui como MER híbrido e, como já mencionado em capítulos anteriores, esse modelo servirá como um dispositivo didático capaz de permitir a análise sobre as articulações entre as praxeologias matemáticas existentes nas instituições de ensino do Município do Acará (PA), possibilitando desvelar os modelos epistemológicos relativos ao SND existentes nas instituições de ensino daquele município.

Ressalta-se que este Modelo assume o bloco saber-fazer justificado pela TAD, tal e qual foi o modelo de Sierra (2006), que trouxe em seu estudo epistemológico um conjunto de técnicas que evidenciaram tarefas com ideias em uma contagem primitiva, destacando agrupamentos formados por um único elemento, evoluindo a outros mais completos. Baseadas no MER híbrido, a construção das atividades mostrou que tais agrupamentos evidenciaram-se principalmente mediante a manipulação realizada no primeiro jogo por meio do *Scratch*. Assumiu também na organização matemática (OM), a técnica inicial τ_1 que evoluiu com a substituição do agrupamento desses símbolos e, avançou para uma organização matemática no entorno de um sistema aditivo, destacando assim, uma técnica nova τ_a com agrupamentos e agrupamento de agrupamento.

Nessa nova técnica, foi exposto por meio das técnicas de manipulação do *Scratch*, agrupamentos de 10 unidades representados pelos símbolos: I, A, B, C, D e E, considerados como unidades sucessivas em que cada uma representava respectivamente dez vezes a anterior ($10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$). Com a manipulação do objeto digital, as atividades foram além, inserindo novos elementos e possibilitando às tarefas, características próprias. Assim, a evolução da técnica anterior deu lugar ao sistema de numeração híbrida, com notações de algarismos alfanuméricos no em torno uma técnica τ_h e posteriormente, às técnicas do modelo posicional completo τ_{pc}.

Nessa direção, as atividades mostram que as ideias de Sierra (2006) e Brandt (2005) se aproximam, pois as tarefas no entorno das operações de soma e subtração, evidenciam as ideias do primeiro autor, destacando a constituição do SND e sua estrutura por meio da construção gradativa de sistemas de numerações, corroborando com as ideias da segunda autora, que expõe o aspecto da psicogênese da quantificação, observada na manipulação de questões que envolvem a decomposição do SND em expressões aritméticas. Além disso, o modelo híbrido traz questões que manipulam tarefas envolvendo o caráter operatório da palavra no sistema indu-arábico expondo dessa forma, a estrutura do sistema de numeração decimal. Nesse sentido, os tipos de tarefas ti as quais estruturam as organizações praxeológicas descritas na seção 7.3.1, se agrupam na constituição de organizações praxeológicas locais (OPL) na perspectiva de uma organização praxeológica regional (OPR) (CHEVALLARD, 1999)

O teorema fundamental dos sistemas de numerações subsidiou a construção do MER híbrido proposto, dando as tarefas e técnicas não apenas a justificação dos sistemas posicionais, mas também os aditivos, pois o teorema garante que todo natural que cumpra a condição: $n \leq (b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$, tem uma única representação no sistema aditivo com $(k+1)$ símbolos para as potências de base$b_0,\ b_1,\ b_2, \ldots b_k$, com $k \epsilon N$, sendo $(b-1)b^0 + (b-1)b^1 + \cdots + (b-1)b^k$. De maneira geral, as atividades realizadas com o uso do *Scratch* que mobilizaram as Organizações Matemáticas: aditivas (OM_a), híbridas (OM_h) ou posicional (OM_{pc}), promovendo as técnicas τ_i justificam-se pelo teorema fundamental dos sistemas de numerações, haja vista que qualquer número n pode ser escrito de maneira única, ou seja, o número *n* na base b (com b > 1) pode ser escrito na forma: $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \cdots + a^2 b^2 + a_1 b + a_0$,onde $0 < a_k < b,\ k = 0, 1, 2$ ..., e os números $a_0,\ a_1,\ a_2, \ldots a_k$, conforme destacado em Sierra (2006).

As vantagens do elemento tecnológico digital ressoam à medida que a manipulação permite ao participante construir de forma interativa a ideia de contagem, possibilitando moldar o pensamento matemático sob uma nova perspectiva. Nesse pensamento, Balacheff (1994) assevera que o processo de construção do conhecimento ocorre por meio da Transposição Informática, mediante a interação entre o aluno e o computador, no entanto, a leitura da tela apenas, sem a manipulação e a exploração dos conteúdos matemáticos aliados a uma boa proposta pedagógica, torna-se irrelevante para a aprendizagem. Portanto a aliança adequada entre o software e a proposta possibilita o reconhecimento de tais conceitos permitindo melhor acesso à informação, por meio de novas formas de representação de objetos matemáticos, evidenciando a exploração dinâmica de situações matemáticas por intermédio da manipulação do usuário com a interface.

Nessa direção, o MER híbrido proposto, buscou potencializar por meio da Mídia, situações que simulam o real possibilitando, pelo Milieu, a construção de saberes a partir de tarefas desafiadoras para o aluno. Chevallard (2007), assevera que a dialética das Mídias e Milieux, permite uma análise crítica sobre os objetos matemáticos, pois nesse contexto, o Milieu dá condições necessárias para que a Mídia atue de forma efetiva na busca de respostas. Além disso, ao tratar das tecnologias digitais, esse autor destaca que as abordagens teóricas e as adaptações tecnológicas são instrumentos essenciais para o progresso da dialética das Mídias e

Milieux, em especial na escola e na aula de matemática, ressaltando que tais tecnologias, devem estar relacionadas a uma proposta pedagógica indissociavelmente ligada a uma evolução epistemológica capaz de afetar profundamente os objetos matemáticos a serem ensinados.

Nesse âmbito, as atividades constituídas a partir do MER híbrido, por meio da dialética das Mídias e Milieux vão ao encontro das ideias supracitadas e alinham-se também as afirmativas de Chevallard (2009) de que o MER deve conter um modelo mínimo de praxeologia correspondente aos tipos de tarefas T_i e as técnicas τ_i (descritas como modo de realizar as tarefas t) formando uma praxeologia ou organização praxeológica com um bloco prático-técnico [T_i/τ_i] (ou saber-fazer) e um bloco tecnológico-teórico [θ /Θ] (saber). Nesse aspecto, para o autor um MER deve possuir um discurso, mesmo que mínimo, sobre como se faz e por que se faz.

Assim sendo, no sentido da TAD, o MER híbrido possui o bloco prático-técnico justificado pelas técnicas dos algoritmos operatórios e o bloco tecnológico-teórico que tem sua justificação no teorema fundamental dos sistemas de numerações, e este por sua vez, é subsidiado pelo campo teórico da álgebra. Nesse sentido, indo ao encontro desse pensamento, e mediado pelas assertivas descritas anteriormente, este trabalho cumpre seu objetivo respondendo à questão Q.

As técnicas de manipulação do objeto digital para a realização das tarefas foram descritas em cada atividade. Os *"scripts"* resultantes da programação em bloco que alicerçou o MER híbrido, em estudos futuros farão parte de um *E-book* com o intuito de ser disponibilizados para utilização em atividades docentes ou pesquisas futuras a quem possa interessar, compartilhando com o pensamento de Chevallard (2009), pois traz uma intenção clara de corroborar, por meio das tarefas propostas, com uma organização praxeológica com potencial para melhor definir a organização didática presente no desenvolvimento do trabalho docente que gira no entorno de uma organização matemática.

No próximo capítulo, serão retratadas as considerações finais, sinalizando algumas análises sobre o estudo e a construção das atividades possibilitadas pelo MER híbrido nesta pesquisa, bem como, as expectativas futuras para o estudo da dimensão econômica institucional do problema didático, a retomada da análise da dimensão ecológica e o desenvolvimento de uma formação continuada

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho surgiu com a inquietude deste autor ao se deparar com situações de ensino em sala de aula e foi motivado pela preocupação com o aprendizado de alunos oriundos dos anos iniciais, fazendo suscitar questões referentes aos paradigmas existentes entre o saber e o saber-fazer docente. Nesse sentido, houve a necessidade de se pesquisar a causa do fracasso escolar dos discentes referentes ao aprendizado do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações fundamentais. A vista disso, a busca apresentou indícios que parte da problemática poderiam ser oriundas de falhas nas Organizações Didáticas (OD) dos docentes que atuam no fundamental menor, ocasionando dificuldades no processo de transposição didática, provocando desse modo, restrições no ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos.

Nessa direção, por meio do estudo epistemológico, esta pesquisa teve como objetivo principal a constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) considerando aspectos do trabalho de Brandt (2005) e Sierra (2006) que forneceram características importantes à composição desse modelo híbrido para tratar do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações fundamentais de soma e subtração, com o auxílio do *software Scratch*. O trabalho teve como base teórica a Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard que impulsionou a construção do MER, lançado neste primeiro momento como uma proposição prospectiva a fim de que em estudos futuros, este modelo ajude na percepção das praxeologias matemáticas existentes nos livros utilizados pelos docentes da rede municipal do município do Acará-PA, mediante um estudo mais aprofundado da dimensão econômica institucional (momento em que será retomado novamente a dimensão ecológica discutida de forma breve neste trabalho).

Por meio de análises da revisão da literatura foi possível observar uma forte relação entre o sucesso escolar e o desempenho de alunos que usaram o *Scratch* no ensino da matemática, mostrando que apesar de ainda haver resistências quanto ao uso das Tecnologias Digitais nos espaços de ensino, estes instrumentos tecnológicos já são realidade e mostram-se profícuos na construção do pensamento matemático.

Revelou ainda que o *Scratch* pode promover aos alunos um aprendizado motivador, colaborativo e autônomo, impulsionando o pensamento crítico, sendo capaz de subsidiar o ensino e a aprendizagem, por meio da construção e reflexão teórico-conceitual da matemática. Além de corroborar na capacitação de professores não apenas na matemática, mas em qualquer componente curricular ou nível de ensino, incentivando o envolvimento de futuros educadores em experiências didáticas interdisciplinares que integram a tecnologia à formação docente.

Evidenciou também que o *Scratch*, embora não seja muito explorado nas escolas brasileiras como instrumento de ensino, apresenta um grande potencial. No entanto, essa potencialidade precisa ser mais estudada e planejada com estratégias didático-pedagógicas adequadas para que haja uma boa apropriação e divulgação dessa ferramenta pelas comunidades escolares. Existe também a necessidade de discussão e aprofundamento sobre seu uso como possibilidade metodológica voltada ao ensino da matemática, pois mesmo que alguns projetos pesquisados tenham oferecido características ergonômicas e possibilidades de abordagens construtivistas, a garantia de sucesso, depende da especificidade de cada projeto e das abordagens de sala de aula, revelando que essas mudanças são de responsabilidades do professor.

A pesquisa proposta neste trabalho, diferencia-se das demais, por trazer como proposta a constituição de Modelo Epistemológico de Referência (MER), voltado a formação continuada de professores do ensino fundamental I, por meio de atividades modelizadas com o uso dessa ferramenta para tratar do Sistema de Numeração decimal e operações de soma e subtração. Não sendo detectado nas buscas realizadas em plataformas nacionais e estrangeiras, até o momento, nenhum trabalho com essa perspectiva, uma vez que as atividades propostas baseadas em Sierra (2006) e Brandt (2005), buscaram trabalhar de forma interligadas com tarefas que levam ao entendimento da estrutura do SND e das operações de soma e subtração.

O estudo epistemológico e a constituição do MER híbrido nesta pesquisa, foram os pontos chave do aspecto metodológico, pois possibilitaram uma análise da dimensão Epistemológica no Estudo do Sistema de Numeração Decimal, da dimensão econômica e ecológica do problema didático, que por sua vez conduziu a pesquisa à algumas inferências, detectando falhas relativas aos objetos matemáticos descritos, mostrando de forma parcial como esses objetos vivem nas instituições de ensino do Acará, percebendo possíveis distorções em relação a elaboração e execução de planos de ensino do município, como por exemplo, o problema de descontinuidades relativas aos tópicos matemáticos que tratam da decomposição de números naturais em expressões que evidenciam o caráter operatório dos numerais.

Portanto, mediante a natureza do estudo proposto neste trabalho. A forma breve e parcial a qual as dimensões econômicas institucionais e ecológicas do problema didático foram tratados, pretende-se, em estudos futuros, retomar novamente as análises em documentos oficiais, focando principalmente em alguns livros didáticos utilizados naquele município, para entender se estes possuem uma sequência lógica com um grau de complexidade crescente capaz de potencializar o entendimento sobre os objetos matemáticos supracitados, pois como já foi dito, foram encontradas falhas nos planos de ensino, uma vez que estes não traziam de forma contínua, tópicos importantes para o aprendizado da estrutura do SND. Nesse sentido, pretende-se saber também se o material didático utilizado pelos docentes apresenta descontinuidade causando descompasso no ensino e na aprendizagem.

Chevallard (2009), assevera que o livro didático corresponde na maioria dos casos a opção didática a qual o professor extrai os conteúdos a serem abordados em sala de aula. Destaca também que a prática docente é a maior fonte de aquisição de saber por parte dos alunos e, mesmo havendo fontes alternativas ligadas às tecnologias digitais, boa parte dos professores adotam o livro didático como o principal material de apoio. Portanto, reitera-se um estudo mais aprofundado da dimensão econômica institucional futuramente, a fim de perceber de forma mais eficaz as relações institucionais existentes no entorno do ensino do SND e as operações de soma e subtração, já que essa dimensão é capaz de revelar o Modelo Epistemológico Dominante (MED) nas instituições de ensino, além de mostrar como essas praxeologias vivem e se comportam nas instituições.

A vista disso, não é a intenção afirmar neste momento, de forma categórica aspectos e falhas nos materiais didáticos utilizados, no entanto, de antemão, pode se inferir mediante os estudos realizados até aqui, que há fortes indícios de que parte da problemática relaciona-se também a esses materiais utilizados por professores e alunos daquele município. O estudo das dimensões do problema didático, sobretudo, o epistemológico, subsidiado pelos trabalhos de Sierra (2006) e Brandt (2005), trazem indícios que tais materiais podem trazer falhas em suas organizações didáticas, não apresentando, por exemplo, a abordagem dos objetos matemáticos levando em conta o aspecto linguístico, bem como, uma organização que possibilite o processo de contagem a partir da evolução de um sistema rudimentar até o modelo posicional completo, fatores importantes para a compreensão da estrutura do SND.

O estudo epistemológico revelou que a razão de ser do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações de soma e subtração estão relacionadas às concepções de contar, medir e comparar. A contagem estava associada inicialmente a valores discretos, porém, ao passar do tempo o avanço exigiu a utilização de variáveis contínuas. Mas a evolução da contagem, a criação e a expansão do SND trouxeram dificuldades para a compreensão desse sistema e suas operações, pois às mudanças ocorridas ao longo de sua evolução histórica provocou mudanças à medida que o sistema indu-arábico era divulgado a outras culturas e ganhava características linguísticas peculiares de cada povo, provocando distorções e inversões.

Em tempos remotos, para os hindus a palavra escrita e oral traziam melhor compreensão sobre o SND, por se valer de um padrão de organização direta das palavras com os números, ou seja, as representações exprimiam a numerosidade subjacente em um significado de atribuição de uma palavra para cada algarismo que representava a potência de dez, dando mais sentido ao caráter operatório da palavra e sua relação direta com a escrita arábica.

No caso do Sistema de Numeração Decimal desenvolvido no contexto linguístico brasileiro, o entendimento de determinadas pilhas numéricas não é de fácil entendimento, devido as deformações e inversões existentes na escrita cursiva, havendo um custo cognitivo alto para os indivíduos em formação, tornando dificultoso a compreensão da estrutura do sistema numérico decimal, diferentemente do sistema apresentado em outras culturas, como os asiáticos, que possuem uma sintaxe elementar, permitindo a elaboração de expressões verbais aceitáveis que dão um melhor sentido à numerosidade.

A dimensão ecológica, sob a luz de alguns estudos (ALVES e CAVALCANTE, 2017; CURI, 2004), permitiu inferir que a formação continuada é fundamental para amenizar boa parte dos problemas relacionados à aprendizagem do SND e das operações fundamentais, uma vez que o curso de pedagogia ainda continua sendo o principal curso formador de professores que atuam no ensino fundamental menor, no entanto, apresenta incompletudes no que se refere ao ensino dos objetos matemáticos. Essas autoras asseveram que para agravar ainda mais a situação, boa parte dos alunos que procuram esse curso, buscam fugir da matemática.

Outro fato importante é que a “Razão de Ser” dos objetos matemáticos existentes hoje nas instituições, apresentarem-se da forma que são, estão relacionadas em parte a questões histórico-culturais ocorridas ao longo do tempo, fazendo com que houvesse redução/abreviações na linguagem, causando distorções e inversões na escrita arábica, o que por sua vez dificultou a compreensão da estrutura do SND (Brandt 2005). Além disso, algumas operações aritméticas de soma, como o “método de somas parciais”, e as operações de subtração, como o “algoritmo clássico de Fibonacci”, o “algoritmo por compensação” e o “algoritmo da adição com vazios”, evidenciados por Sierra (2006), não existem nas instituições de ensino brasileiro, fato que diminui o leque de possibilidades na aprendizagem dessas operações nos espaços escolares.

Aliado a isso, como mencionado anteriormente, o plano de ensino, os planejamentos e a execução destes, corroboram para o aumento das dificuldades na aprendizagem de tais objetos. Nesse contexto, a proposição do MER híbrido apresenta-se como possibilidade de resposta ao questionamento sobre as condições necessárias para tornar as organizações diferentes das existentes, na expectativa de amenizar as restrições impostas, pois as atividades contidas nesse dispositivo podem mobilizar saberes novos e antigos na busca da compreensão do SND e das operações de soma e subtração.

Os objetivos específicos auxiliaram esta pesquisa identificando nos modelos de referências de Brandt (2005) e Sierra (2006), características que serviram à composição do modelo híbrido com o auxílio do software *Scratch*.

A busca de tais objetivos apontou em Sierra (2006) que a compreensão da estrutura do SND, pode emergir por meio da (re) construção gradativa do princípio de contagem, partindo de um modelo rudimentar de contagem um a um, evidenciando a característica biunívoca com símbolos primitivos de “barras”, tal e qual descrevem Ifrah (2005) e Eves (2012), à um modelo aditivo semelhante aos sistemas egípcios, gregos e romanos. Progredindo ainda, ao modelo híbrido com a escrita alfanumérica, com características semelhantes aos sistemas de numerações chinês e Babilônico, trazendo a ideia de que os números podem ser formados por uma estrutura de coeficientes multiplicados pelas potências de base dez, conectados pela operação de soma.

Tais assertivas evidenciam-se nas organizações praxeológicas que constituem atividades 01 e 02, explorando ideias que envolvem situações de contagem simples, de agrupamentos e, agrupamento de agrupamentos, expondo situações que exigem mudanças de ordens numéricas, permitindo que o participante perceba a transformação de unidades que leva a compreensão do termo “vai um”.

Corroborou também com as organizações praxeológicas constituintes da atividade 03, na medida em que os símbolos e suas potências de base dez, são utilizados em tarefas de comparação, impulsionando o entendimento estrutural numérico, permitindo de forma gradativa que o participante tenha o domínio desses valores, observando as posições que cada um ocupa na formação alfanumérica, para que na sequência, em operações de subtração seja explorado seu caráter operatório, na medida em que os símbolos são substituídos por seus respectivos valores, como descrito na subtarefa $t_{1,8a}$ de $T_1^{(OPS-A)}$ que pede a substituição dos valores numéricos correspondentes a cada símbolo da expressão: 5xB + 3xA + 3", envolvendo o participante em uma situação que o faça perceber mais adiante, que um numeral decimal pode ser formado pela composição de expressões numéricas.

A busca pelos objetivos específicos tornaram possível o diálogo entre Brandt (2005), que mesmo em uma perspectiva diferente, alinha-se a ideia de Sierra (2006), uma vez que, a autora chama a atenção para o entendimento estrutural do SND por meio da linguagem, mediante a observação dos prefixos e sufixos contidos nos números, pois estes representam implicitamente os coeficientes e as potências de dez que formam as expressões contidas nos numerais, importantes para a compreensão da estrutura numérica. Em termos de comparação numérica, o segundo autor destaca que no sistema posicional, a cadeia de símbolos dá uma resposta eficaz à comparação de dois números, bastando observar quanto maior o comprimento dela, maior o número. Corroborando com Sierra (2006), Brant (2005), afirma que além disso, a comparação entre pares numéricos com mesmo número de algarismos, por meio da permutação, leva alteração de seus valores relativos, o que por sua vez, pode causar distorção e inversão nos prefixos e sufixos da linguagem.

Nessa direção, as organizações praxeológicas que constituem as atividades 04 e 05, agregam ideias desses dois autores e, dentre diversas tarefas, contidas nesses dois jogos, destacam-se, aqueles que abordam a escrita de numerais usando diferentes agrupamentos por meios de objetos que representam diferentes ordens numéricas. Além de tarefas que tratam de ligações de prefixos e sufixos contidos na escrita cursiva aos seus respectivos coeficientes e potências de dez que compõem as expressões matemáticas na escrita arábica, por intermédio da animação com o *scratch*, conforme descrito em "$t_{2,3}$" associada a $T_2^{(OPON)}$ da atividade 04, que pede a ligação da expressão que compõe o numeral 285 a seus prefixos e sufixos.

Vale ressaltar também no jogo 04, as tarefas de soma e subtração com uso das “bolinhas” que representam as ordens numéricas trazendo características dinâmicas que levam o participante, de forma quase intuitiva à manipulação e transformação das unidades na busca de solução dessas operações, ao passo que desvela o verdadeiro sentido do termo, “vai um”. Conforme destacado na organização praxeológica $t_{2,1}$, associada a $T_2^{(OPON)}$, que pede a representação dos numerais e 38 e 88 com o uso das bolinhas e dos algarismos e, em seguida a soma entre esses números, reforçando atividades anteriores.

Esses dois jogos, evocam a numerosidade subjacente dos números, abordando comparação de numerais, situações que circundam valores relativos, soma e subtração, assim como, decomposição numérica, possibilitando ainda mais a compreensão dos valores implícitos nas expressões matemáticas que compõem essas quantidades, conforme evidenciado em $T_1^{(OPJPS)}$ na tarefa $t_{1,7}$ da atividade 05, que pede a escrita da expressão matemática contida no número "dois mil quinhentos e cinquenta e nove".

Foi possível observar, portanto, que nos modelos de Sierra (2006) e Brandt (2005), os tipos de tarefa caracterizam-se pela contagem e comparação de valores discretos que mobilizam as concepções de contagem e comparação entre quantidades por meio de técnicas associadas à medição e à contagem. Nessas OMs, o que justifica a técnica de adição e de subtração é o princípio de numeração de base 10. E embora esses autores apresentem abordagens teóricas diferentes, ambos possuem um ponto em comum, a busca de percepção e clareza da estrutura do SND e das operações de soma e subtração.

Assim sendo, os objetivos específicos foram atingidos, pois as atividades modelizadas e interligadas entre si em um grau de complexidade crescente, constituídas nesta pesquisa a partir do MER híbrido, cumpriu o principal objetivo, respondendo à questão **Q: Quais praxeologias matemáticas devem ser mobilizadas na constituição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) Para o Sistema de Numeração Decimal Voltado ao Ensino de Soma e Subtração Aritmética Utilizando a Linguagem de Programação Scratch?** O MER híbrido, destaca-se por não possuir as limitações que o ensino tradicional mediado pelo quadro branco, papel e lápis apresentam, pois o ensino tradicional por vezes não auxilia o melhor entendimento de determinados objetos matemáticos pelo fato de não simularem a dinâmica que as representações gráficas do software promovem aos alunos. Balacheff (1994) e Papert (1984), asseveram que os recursos computacionais são capazes de ampliar e renovar outras reflexões, permitindo possíveis remodelações do pensamento matemático, haja vista que por meio desse recurso, o aluno é capaz de fazer suas próprias articulações entre o saber antigo e o novo (CHEVALLARD,1991) durante a exploração.

No entanto, vale ressaltar que Balacheff (1994), chama a atenção de que a implementação da informática no ensino escolar pode apresentar restrições gerais da computação, sejam em termos de limitações da “modelagem computável” ou limitações de softwares e de materiais de apoio digital à realização das atividades, dificultando o processo de Transposição Informática. Nesse sentido, cabe ao docente a escolha certa do dispositivo a ser utilizado. Em relação ao *Scratch*, pode-se afirmar que algumas funções ou comandos possuem restrições no editor *offline* em relação ao *online*, como é o caso da “mochila”, que pode possibilitar de forma rápida e prática, copiar e colar *scripts* de um projeto para outro, caso o usuário esteja *online*. No entanto, a execução de uma atividade pode tornar-se mais trabalhosa se este não estiver *logado*.

No caso do *Scratch*, em especial, apesar dessa ferramenta em blocos ser quase intuitiva e de fácil manuseio, se porventura o professor queira construir atividades “bem elaboradas”, precisa ter um certo domínio e levar em consideração um tempo dedicado ao projeto, o que nem sempre é possível, dada a carga horária que o professor em atividade docente possui. Portanto, em comparação ao ensino tradicional com uso de papel e lápis, pode-se dizer que o fator tempo apresenta-se como uma condição restritiva à elaboração de tarefas com a utilização do dispositivo digital.

Como visto, as atividades realizadas com esse instrumento, tiveram a intenção de criar ações no entorno da falta de compreensão do SND e das operações de soma e subtração, o que justifica a construção de tarefas de contagem, comparação de numerais, bem como, atividades que chamam a atenção para os aspectos da linguagem, para que seja possível o entendimento da estrutura do SND por meio da observação dos prefixos e sufixos contidos nos números.

Vale ressaltar a necessidade de um estudo a priori acerca da palavra, da escrita alfabética e arábica, para que seja revelada aos futuros participantes da formação, as nuances relativas ao caráter operatório das palavras, já que alterações nos algarismos causam mudanças nos prefixos e sufixos, ocorrendo em alguns casos, distorções e inversões simultaneamente, provocando a falta de entendimento por parte dos alunos, o que leva a crer que uma criança pode fazer a leitura de um número mediante um processo de memorização, sem ter a total compreensão da estrutura subjacente que traz a ideia de numerosidade, havendo desse modo, uma dissociação oral/escrita, ou seja, o ato de descrever corretamente a cadeia verbal de forma oral, mas errar na escrita, ou então, compreender o valor relativo e absoluto dos números e ser capaz de efetuar as operações, mas apresentar dificuldades sobre o acesso aos fatos numéricos na memória, conforme afirma Brandt (2005).

Os objetivos nesta fase da pesquisa foram cumpridos, pretendendo-se em estudos futuros, uma continuação investigativa mais aprofundada trazendo novas reflexões sobre o MER híbrido, no âmbito do estudo do SND e das operações fundamentais de soma e subtração, com a intenção de promover uma formação continuada de professores por intermédio de um PEP, almejando-se com isso, o surgimento de um MEA para tratar das OMs e ODs que possa adicionar novos saberes ao Equipamento Praxeológico (EP) dos professores participantes.

As possíveis contribuições que este trabalho traz ao Campo da Educação Matemática (EdM), gira em torno do estudo Epistemológico do SND e das operações de soma e subtração aliadas às Tecnologias Digitais, mais especificamente, ao *Software Scratch,* podendo ajudar outros pesquisadores que tenham interesse na temática em questão, uma vez que essa ferramenta é capaz de potencializar o ensino e aprendizagem de objetos matemáticos por meio de modelizações, dando ao ensino de sala de aula uma perspectiva diferente da tradicional, com uma metodologia dinâmica e motivadora aos discentes. Nessa direção, as atividades que foram construídas no dispositivo didático, por meio do *software* poderão revelar aos exploradores novas ideias e técnicas que serão importantes à outras construções.

Além disso, outra retribuição ao Campo, está relacionada ao fato deste estudo trazer viabilidades reais à formação continuada de professores por meio do *Scratch*, haja vista que essa ferramenta digital aliada a uma boa proposta pedagógica, como no caso desta pesquisa, possibilita a (re)construção de saberes e o resgate da memória didática, importantes para o aprendizado de novas praxeologias docentes. Finalmente, pode-se destacar que o estudo e a análise realizada no entorno dessa construção trouxe informações relevantes que poderão ser consultadas por outros investigadores que estão iniciando suas pesquisas à luz da Teoria antropológica do

Didático (TAD) e que precisam de um relativo entendimento sobre alguns de seus elementos básicos constitutivos retratados aqui.

Apesar de acreditar que esta pesquisa possa de algum modo contribuir com o Campo da Educação Matemática e de forma mais específica com trabalhos como este, que aborda questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de objetos matemáticos no âmbito das tecnologias digitais, pode-se afirmar a existência de alguns pontos de vista e questões que nele não foram contemplados mas que merecem aprofundamentos, como por exemplo, à experimentação e validação do MER híbrido proposto, conforme apontado ao longo desse texto, bem como, um estudo mais aprofundado sobre a dimensão econômica institucional.

Ainda que o MER híbrido tenha sido testado com alguns participantes, o teste limitou-se apenas em verificar a ergonomia e os possíveis contornos de obstáculos relativo às tarefas, não tendo sido posto à prova em termos de análise de aprendizagem, já que se trata de uma proposição prospectiva. Portanto, as atividades que compõem esse dispositivo, podem, em estudos futuros, sofrer alterações e adaptações, à medida que este for posto em evidência. A experimentação que se pretende realizar no decorrer do o PEP futuramente, poderá permitir essa verificação, além de contribuir com outras questões, inicialmente não previstas, mas que podem levar as atividades por outros caminhos e outras aprendizagens durante a condução do percurso.

9. REFERÊNCIAS

_____________. **La TAD face auprofesseur de mathématiques**. 2009a. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162>. Acesso em: 05 de dezembro de 2020.

______________. **L`analyse des pratiques enseignantes en théorieanthropologiquedu didactique, Recherches en didactiques des mathématiques**. Grenoble. La pensée Sauvage Éditions, v. 19.2, p. 221-265, 1999. >.Acesso em: 30 maio. 2021.

ABAR, C. A. A. P. **Teorias da Transposição Didática e Informática na criação de Estratégias para a Prática do Professor com a utilização de Tecnologias Digitais**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. ReviSeM. n. 1, p. 29-45, 2020.

ALMOULOUD, S. A.G; FIGUEROA, P. T. **Reflexões sobre um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático limites de funções**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.20, n.3, p. 72-96, 2018.

ALMOULOUD, S.A. **Informática e Educação Matemática**. Revista de informática aplicada, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - São

ALMOULOUD, S.A.**Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade.** Amazônia | Revista de Educação em Ciências e Matemática. v.13, n. 27, p. 05-35, Set. 2017.

ALVES, O.T.F; CAVALCANTE, B.R. **ENSINO DE MATEMÁTICA NO CURSO DE PEDAGOGIA: CONCEPÇÕES DOS GRADUANDOS SOBRE SUAS APRENDIZAGENS**. v. 6, n. 2, julho/dezembro, 2017.

BALACHEFF, N. **Didactique et intelligence artificielle**. Recherches en didactique des mathematiques (Revue), La Pensée sauvage, v. 14, p. 9-42, 1994.

BALBINO, J. **Objetos de aprendizagem: contribuições para a sua genealogia**.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Twenty-five years of the didactic transposition**. ICMI Bulletin. 58, p.51-65. 2006.

BRANDT, Célia Finck. Contribuições dos Registros de Representação Semiótica na Conceituação do Sistema de Numeração Decimal. Tese de Doutorado em Educação Científica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina. 246 f. 2005 .

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei Federal n° 9.394/96, de 20 de novembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br> Acesso em: mar. 2021.

Castro, A. **O uso da programação scratch para o desenvolvimento de habilidades em crianças do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017. 124 f.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoria antropológica de lo didáctico.** Recherches en Didactiques des Mathématiques, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Traducción de Ricardo Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Com la colaboración de Teresa Fernández García, Catedrática de Francés, IES Martinéz Montañes, Sevilla. Disponível em: < http://www.ing.unp.edu.ar/asignaturas/algebra/chavallard_tad.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2021.

CHEVALLARD, Y. **L' analise des pratiques enseignantes en théorieantropologiquedu didactique.** Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19.n.2, p.221-265, 1999.

CHEVALLARD, Y. **La tranposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado**. Traduzida por Claudia Gilman. Editora Aique: Buenos Aires. 1991.

CHEVALLARD, Y. **Unconcept en émergence : la dialectique des médias et des milieux.** Communication auSéminairenational de didactique des mathématiques le. mar. 2007.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese de Doutorado, São Paulo, PUC, 2004.

DELGADO, T. A. S. **Lo matemático em el disseño y análisis de organizaciones didáticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes.** Tesis doctorale, Universidad Complutense de Madrid. Madrid, 2006. In ALMOULOUD, S. A.G; FARIAS, L. M. S; HENRIQUES, Afonso. **A teoria antropológica do didático**: Princípios e Fundamentos. 1. Ed. – Curitiba, PR: CRV, 2018.

DELGADO, T. A. S.; GASCÓN, J. **Los recorridos de estudio e investigación para la formación del profesorado y la construcción de praxeologías matemáticas para la enseñanza. El caso de los sistemas de numeración**, Recherches en didactique des mathématiques. 2018.

Educação e Tecnologia, abr. 2007, p. 1-10. Disponível em: <http://www.dicas-l.com.br/educacao_tecnologia/educacao_tecnologia_20070423.php#.YLdUtflKhhs

FARRAS, B.B.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Las tres dimensiones del problema didáctico**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v.15, p.1-28, 2013.

GAMEFICAÇÃO NA EDUCAÇÃO: TUDO OQUE VOCÊ PRECISA SABER. Disponível em: <https://blog.lyceum.com.br/o-que-e-gamificacao-na-ducacao/#O_que_e_gamificacao>. Acesso em 25 de maio de 2021.

Gamificação na Educação: tudo o que você precisa saber. Blog Lyceum. Por Redação Lyceum. 29 de abr. 2019. Disponível em <https://blog.lyceum.com.br/o-que-e-gamificacao-na-educacao/.>. Acesso em 25 mai. 2021.

GASCÓN, J. **Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), v. 4, n. 2, p. 129-159. 2001.
GÓMEZ-MENDOZA, M. A. **LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA: HISTÓRIA DE UN CONCEPTO**. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), v. 1, n. 1, jul/Dez. p. 83-115. 2005.

GONÇALVES, T.V. O; MARTINS, F. F.; VIEIRA, P. P. **Redes de Informação e Inteligência Coletiva: bases epistemológicas para pensar a educação matemática ecientífica** - ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.5, n.2, p. 209-227, setembro, 2012.

MAJED, M. **APRENDA PROGRAMAR COM *SCRATCH*: Uma introdução visual à programação com jogos, arte, ciência e matemática**. Editor: Rubens Prates. Tradução: Lúcia Kioshita. Revisão gramatical: Marta Almeida de Sá. Editora Eletrônica: Karolina Kawabata. ISBN: 978-85-7522-312-3. Histórico de Impressões: prim. reimp jan. 2019.prim. ed. Jul. 2014

Matemática maia: Contando com os Dedos das Mãos e dos Pés. Imaginário Puro. Marcio Simões. 23 de jan. 2019. Disponível em<https://imaginariopuro.wordpress.com/2019/01/23/matematica-maia-contando-com-os-dedos-das-maos-e-dos-pes/ >. Acesso em: 11ago. 2021.

PAPERT, S. M. **LOGO: Computadores e Educação**. São Paulo, Ed. Brasiliense, 1985. Tradução e prefácio de José A. Valente, da Unicamp, SP.

PAPERT, Saymour: **Construcionismo vs. Instrucionismo**. Discurso para um público de educadores no Japão (1980). Disponívemem:http://www.papert.org/articles/const_inst/const_inst1.html. Acessado em 30 mai. 2021.

PARU, G. G. Y. M. (Eds), **Actesduséminairenational de didactique des mathématiques**. ARDM et IREM de Paris 7, Paris, p. 344-366. 2007.
Paulo, v. 1, n. 1, p. 50-60, jan./jun. 2005.

RAVEL, L. **Des programmes a la classe: etude de la transposition didactique interne. Ecole doctorale de Mathématiques et Informatique** – Sciences et Technologies de l'information, Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2003

RESNICK, M., RUSK, N., MALONEY, J., (2003). A Networked, Media -Rich Programming Environment to Enhance Technological Fluency at After- School Centers in Economically-Disadvantaged Communities. Proposal to the National **Science**

Foundation (project funded 2003-2007). Disponível em:<http://www.media.mit.edu/~mres/papers/*Scratch*-proposal.pdf>Acesso em: 30 maio 2021.

RESNICK, Mitchel et al. Scratch: programming for all. **MIT Media Laboratory**. v. 52, n.11, p. 60-67, 2009. Disponível em: <http://web.media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf >. Acesso em: 03 mai.2021.

RESNICK, Mitchel. Sowing the Seeds for a More Creative Society. **Learning and Leading with Technology**. Canada, p.18-22, dec./jan., 2007/2008. Acesso em: <http://web.media.mit.edu/~mres/papers/Learning-Leading-final.pdf>. Accesso em: 03 maio. 2021.

RODRIGUES, J. M. C. **Contributos da plataforma online ELIADEMY para o desenvolvimento de competências de produção escrita em Português Língua Estrangeira**. Universidade do Minho – Instituto de Ciências de Letras e humanas. URI. Dissertação de mestrado 2017

SCRATCH 3.0. Disponível em: <https://wiki.*scratch*.mit.edu/wiki/*Scratch*_3.0>. Acesso em: 01 mai. 2021

SCRATCH. *Imagine, program, share*. Disponível em: <http://*scratch*.mit.edu>. Acesso em: 01 mai.2021.

SEVERO, E. C. P. **JOGOS COM *SCRATCH*: Em projetos práticos com linguagem de blocos.** E-Book – wwww.casadocodigo.com.br. Edição: Carlos Felício, Vivian Matsui. Revisão: Bianca Hubert, Vivian Matsui. 2020.

SILVA, M. J. F. Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. Tese de doutorado. São Paulo: PUC-SP, 2005.

SOARES-LEITE, W. S.; NASCIMENTO-RIBEIRO, C. A. A inclusão das TICs na educação brasileira: problemas e desafios. magis, Revista Internacional de Investigación en Educación, v. 5, n. 10, p. 173-187. 2012.

VARELA, Helton.; PEVIANI, C.T.SCRATCH: Um jeito divertido de aprender programação. E-Book – wwww.casadocodigo.com.br. Edição: Adriano Almeida, Vivian Matsui. Revisão: Bianca Hubert, Vivian Matsui. 2018.