



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

CARLOS EVALDO DOS SANTOS SILVA

JOGOS DE LINGUAGEM NA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

Belém – PA

2021

CARLOS EVALDO DOS SANTOS SILVA

JOGOS DE LINGUAGEM NA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará para a defesa de tese como requisito para a conclusão do curso em nível de doutorado, orientado pela Professora Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira (*In memoriam*).

Belém – PA
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586j Silva, Carlos Evaldo dos Santos.
Jogos de linguagem na alfabetização matemática / Carlos
Evaldo dos Santos Silva. — 2021.
112 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^ª. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2021.

1. Jogo de linguagem. 2. Wittgenstein. 3. Epistemologia do
uso. 4. Alfabetização matemática. I. Título.

CDD 510.7

CARLOS EVALDO DOS SANTOS SILVA

JOGOS DE LINGUAGEM NA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará para a defesa de tese como requisito para a conclusão do curso em nível de doutorado, orientado pela Professora Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira (*In memoriam*).

Defesa: Belém-PA, 10 de agosto de 2021.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira (*In memoriam*)
Orientadora – IEMCI/UFPA

Profa. Dra. Cristiane Maria Cornélia Gottschalk
Membro externo – FEUSP

Profa. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Membro externo – UENP

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Membro interno – IEMCI/UFPA

Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva
Membro interno – IEMCI/UFPA

Dedico este trabalho:

À Noêmia e João, meus pais amados (*in memoriam*).

À Odilene, Eduardo, Ricardo e Eduarda.

Agradeço:

À minha esposa Odilene e aos meus filhos Eduardo, Ricardo e Eduarda, que pacientemente me acompanharam nessa jornada e compreenderam minhas ausências em momentos de lazer.

Aos meus irmãos e irmã: Henrique, Heraldo, Marcos, Patrícia, Fabrício e Ronison pela torcida e pelo apoio.

À minha querida orientadora professora Marisa Rosâni por mais uma vez ter confiado em meu trabalho. A ela todo o meu respeito e minha consideração. Este trabalho contém suas digitais.

À professora Cristiane Gottschalk por ter me permitido participar do FELP para aprofundamento de minhas compreensões sobre a filosofia de Wittgenstein.

Aos meus colegas do GELIM pelas contribuições teóricas, pelas críticas e pelas orientações relevantes.

À Cilene Valente, ex-coordenadora do Centro de Formação de Professores, pelo apoio num dos momentos mais difíceis que passei, sem sua intervenção este trabalho não seria possível.

Ao meu colega do GELIM, que se tornou um grande amigo, Luciano Melo, pelos longos papos sobre tudo.

À minha mais nova colega de estudos, Daniana Costa, pelos instigantes momentos de reflexão sobre a filosofia de Wittgenstein.

A todos e todas as colegas do doutorado que percorreram comigo este caminho e que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

“Não abandonarei vocês.”

Peço licença a todas as leitoras e a todos os leitores que tiveram o interesse despertado pelo tema que apresento nesta tese, para falar um pouco da professora Marisa, minha orientadora.

Minha caminhada com Marisa começou em 2013 quando fui orientado por ela no mestrado. O tema da linguagem matemática não me era interessante, porque eu estava terminando uma especialização em Didática da Matemática e intencionava continuar na mesma linha. Cheguei a propor a ela que fizéssemos uma relação entre linguagem e didática, mas ela, direta e enfática, disse que não seria possível. Foi a decisão mais acertada, porque Marisa fez eu me apaixonar pelo tema da linguagem e pela filosofia de Wittgenstein.

No doutorado, ao continuar com a parceria, tivemos momentos ricos de discussões sobre os temas que envolviam minha pesquisa, mas, infelizmente, ela não pode me acompanhar até aqui. Em 2019, ela foi diagnosticada com um câncer, que a obrigou a se afastar de suas atividades, mas, de longe e contrariando as recomendações médicas e de familiares, ela estava sempre em contato com seus orientandos, interagindo por meio de um grupo de mensagens instantâneas.

Em abril de 2021, depois de muita luta e de ter enfrentado três fortíssimos tratamentos de quimioterapia, Marisa nos deixou. Quatro dias antes de seu falecimento, ela mandou uma mensagem nos informando que seria novamente internada. O grupo ficou preocupado e lhe desejou força, coragem e um pronto restabelecimento. Às mensagens de apoio do grupo, ela respondeu: “*Não abandonarei vocês*”. Pareceu-me uma despedida e foi.

Marisa não era somente uma orientadora, ela conseguia nos envolver de forma tão afetiva, que fazia sentirmo-nos de sua família. Talvez o fôssemos. Essas últimas palavras ecoam a cada lembrança que tenho dela e a cada linha que escrevia desta tese. A saudade enche o coração de tristeza, mas a conclusão desta tese me enche de alegria, porque, mais do que nunca, ela é a materialização das últimas palavras de Marisa.

Obrigado, professora Marisa!

Marisa, presente!

Nosso erro é procurar uma explicação lá onde deveríamos ver os fatos como “fenômenos primitivos”. Isto é, onde deveríamos dizer: joga-se esse jogo de linguagem.

Wittgenstein (IF, § 654)

Sumário

Introdução.....	11
1 Alfabetização e Alfabetização Matemática	20
2 Wittgenstein e suas Filosofias	25
Wittgenstein e a Linguagem Significativa.....	25
Wittgenstein e os Jogos de Linguagem	30
Wittgenstein e a Terapia Filosófica	30
3 Linguagem Matemática e Ensino de Número	41
Linguagem Matemática	41
Conceito de Ensino.....	44
4 Epistemologia e Ensino de Número	52
Epistemologias Genéticas.....	53
a) Epistemologia Psicogenética.....	53
b) Epistemologia do Uso	58
Conceito de Número.....	62
Ensino de Número	66
5 Jogos de Linguagem para Ensinar Número.....	72
Conceito de Número na Alfabetização.....	89
Ensino de Número na Alfabetização	99
Considerações Finais	102
Referências	107

RESUMO

O objetivo desta tese foi compreender o funcionamento da linguagem, a partir do conceito de *jogo de linguagem* de Wittgenstein, o seu papel na aquisição do conhecimento e sua relevância para o ensino de número na alfabetização. Para isso, realizou-se uma investigação por meio das práticas de ensino de uma professora da alfabetização a respeito do conceito de número. Essa investigação foi baseada em pressupostos teórico-filosóficos apoiados nas reflexões do segundo Wittgenstein, mais precisamente sobre a terapia filosófica do próprio Wittgenstein e da Epistemologia do Uso de Moreno, também de inspiração wittgensteiniana. Assim, discorreu-se sobre o papel da linguagem na constituição do conceito de número e sobre as concepções epistemológicas de número em duas perspectivas, uma piagetiana e outra moreniana, e como elas podem modificar significativamente a prática da professora alfabetizadora. A pesquisa empírica, que forneceu os dados para as análises, foi realizada com uma professora alfabetizadora de uma escola pública municipal de Belém do Pará e consistiu em observações de uma aula sobre a escrita numérica no Sistema de Numeração Decimal Indo-Arábico. A conclusão a que se chegou e que se anuncia nesta tese é que a compreensão do funcionamento da linguagem, a partir do conceito de *jogo de linguagem* e de que as primeiras relações do sentido linguístico já são atividades epistêmicas, coloca a linguagem no centro do processo educativo e aponta para outras possibilidades, diferentes das hegemonicamente presentes no campo da Educação Matemática, de conceber o ensino da matemática, que podem ter desdobramentos importantes em relação às práticas de ensino do professor que ensina matemática e ao aprendizado dos alunos e das alunas, especialmente na alfabetização.

Palavras-chave: Jogos de linguagem; Epistemologia do uso; Terapia filosófica; Conceito de número; Alfabetização matemática.

ABSTRACT

The objective of this thesis was to understand the functioning of language, based on Wittgenstein's concept of *language game*, its function in the acquisition of knowledge and its relevance for teaching numbers in literacy. For this, an investigation was carried out through the teaching practices of a literacy teacher regarding the concept of number. This investigation was based on theoretical-philosophical assumptions supported by the reflections of the second Wittgenstein, more precisely on Wittgenstein's own philosophical therapy and Moreno's Epistemology of Use, also inspired by Wittgenstein. Thus, it was discussed the function of language in the constitution of the concept of number and the epistemological conceptions of number in two perspectives, a Piagetian and a Morenian, and how they can significantly modify the practice of the literacy teacher. The empirical research, which provided the data for the analyses, was carried out with a literacy teacher from a municipal public school in Belem do Para and consisted of observations from a class on numerical writing in the Indo-Arabic Decimal Numbering System. The conclusion reached and announced in this thesis is that the understanding of the functioning of language, based on the concept of *language game* and that the first relations of the linguistic sense are already epistemic activities, places language at the center of the process educational and points to other possibilities, different from those hegemonically present in the field of Mathematics Education, of conceiving the teaching of mathematics, which may have important consequences in relation to the teaching practices of the teacher who teaches mathematics and the learning of students, especially in literacy.

Keywords: Language games; Epistemology of use; Philosophical Therapy; Number concept; Mathematical literacy.

Introdução

A alfabetização matemática tem sido o objeto de nossos estudos desde 2011, quando fomos convidados a trabalhar no Centro de Formação de Professores da Secretaria Municipal de Educação de Belém. Esse centro promovia a formação continuada das professoras¹ alfabetizadoras da rede municipal e fazia o acompanhamento do desenvolvimento dos alunos e das alunas nos três primeiros anos do ensino fundamental com o objetivo de que as crianças chegassem ao final desse período completamente alfabetizadas.

Desde então, nosso interesse por esse assunto tem aumentado cada vez mais, levando-nos a desenvolver uma pesquisa, em nível de mestrado, com o título: *Concepções de significado: implicações no ensino da matemática na alfabetização* (SILVA, C., 2015). Nessa pesquisa, propomo-nos investigar a concepção de linguagem da professora alfabetizadora e as implicações que essa concepção poderia ter no ensino da matemática na alfabetização. Com isso, desenvolvemos uma discussão sobre as possíveis implicações que uma determinada concepção de linguagem pode ter no ensino da matemática. Nessa ocasião, contrapomos a concepção de linguagem do segundo Wittgenstein à concepção que a professora alfabetizadora demonstrou ter, revelada em sua prática e em falas que fez durante a entrevista. A professora, recorrentemente, também demonstrou de forma inequívoca, sua filiação teórica ao construtivismo piagetiano, embora pouco se desse conta disso. Mostramos também na dissertação que a teoria piagetiana tem fortes traços da concepção referencial da linguagem, ao pressupor entidades extralinguísticas, as quais seriam os fundamentos últimos do significado conceitual que, no caso dessa teoria, estariam nas estruturas mentais.

As conclusões a que chegamos apontaram para algumas confusões conceituais que uma concepção referencial de linguagem pode produzir e para as possíveis implicações que essas confusões podem ter no ensino da matemática, como: a redução do papel da linguagem ao uso descritivo, eclipsando sua função normativa na constituição do sentido; a não distinção dos jogos de linguagem, característicos dos sistemas linguísticos e objetos de ensino na alfabetização, levando a confusões entre as regras e as técnicas de cada sistema; e a adoção de uma concepção de aprendizado que descaracteriza

¹ Optamos pelo uso do termo no feminino por ser este o gênero predominante que atua no ciclo da alfabetização e, em geral, na educação.

o papel da professora alfabetizadora em sua função de ensinar (SILVA, C., 2015, p. 67-68).

Após a conclusão da pesquisa em 2015, decidimos continuar nossa investigação nesta mesma abordagem, no contexto da alfabetização, e ao ingressar no doutorado, escolhemos olhar especificamente para um dos três pontos apontados acima, justamente o que trata dos jogos de linguagem presentes no ensino de número, relativamente ao sistema de numeração decimal, conteúdo matemático central na alfabetização, buscando um aprofundamento da discussão e uma ampliação da compreensão do problema abordado. Por isso, decidimos utilizar o mesmo material produzido na pesquisa empírica por meio da observação da aula da professora alfabetizadora. Portanto, as análises foram realizadas sobre alguns episódios da aula observada que apresentavam jogos de linguagem relevantes, envolvendo o ensino de número.

Os pressupostos teórico-filosóficos adotados como base para as análises estão ancorados na terapia filosófica do austríaco Ludwig Wittgenstein e em algumas sistematizações conceituais que o filósofo brasileiro Arley Ramos Moreno fez dessa terapia filosófica, que são base para sua proposta teórica denominada *Epistemologia do Uso* (MORENO, 2005; 2010; 2012; 2015). Ressaltamos que as reflexões de Wittgenstein, consideradas aqui, são relativas à sua segunda filosofia, quando assemelhou o funcionamento da linguagem à atividade dos jogos, daí *jogo de linguagem* ser o conceito-chave de sua filosofia tardia. Essas reflexões têm como um dos objetos o sentido que atribuímos aos enunciados pertencentes aos mais variados sistemas simbólicos. Embora Moreno tenha como um de seus referenciais teóricos as ideias centrais de Wittgenstein, os trabalhos desenvolvidos por esses autores se diferenciam nos propósitos: a Wittgenstein interessava apenas desfazer as confusões conceituais do pensamento dogmático sem apresentar teses e a Moreno, apresentar a tese de que o conhecimento se constitui já nas primeiras relações de sentido estabelecidas na prática linguística desde a construção do signo. Apoiamo-nos ainda nos trabalhos da professora Gottschalk (2007; 2012; 2014; 2015), que desenvolve suas pesquisas na linha da filosofia da educação, com foco em problemas pedagógicos e conceituais advindos do uso metafísico de conceitos psicológicos no contexto escolar.

Assim, entendemos que as reflexões acima podem ser relacionadas ao ensino da matemática, embora não de maneira trivial, uma vez que a matemática possui uma linguagem peculiar, que atua diretamente na constituição dos conceitos matemáticos trabalhados pela escola. Essa linha de pesquisa já vem sendo desenvolvida pelo Grupo de

Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática (GELIM) do programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, capitaneado, desde 2007, pela saudosa professora doutora Marisa Silveira², que se dedicou a estudar os problemas de ensino e de aprendizado da matemática por uma perspectiva da linguagem, trazendo-a para o centro da discussão pedagógica no campo da Educação Matemática. A partir dessa perspectiva, a linguagem deixa de ser uma coadjuvante na relação epistemológica, cujo papel era de mera representação dos conceitos, para ser a protagonista dessa relação, como elemento constituinte dos conceitos por meio de suas diversas manifestações. Para isso, focaremos no conceito de *jogo de linguagem*.

Por meio do *jogo de linguagem*, Wittgenstein procura mostrar que os conceitos são constituídos na *práxis* da linguagem como resultado do complexo processo de uso das palavras (MORENO, 1993, p. 27). Nesse sentido, não convém reduzir a linguagem à sua função designativa, como propunha o próprio Wittgenstein em sua primeira filosofia, mas considerar também sua função normativa na significação, como condição de possibilidade para os diversos usos dos conceitos. “Que isso assim aparece aos homens é o critério destes para o que assim é.” (WITTGENSTEIN, 2009, § 98³, grifo do autor).

Assim, para Wittgenstein, a significação ocorre nos diversos usos da palavra em contraposição a uma imagem hegemônica de linguagem, que entende que a função exclusiva da linguagem seria apenas a designativa. Essa forma de ver a significação é denominada por Wittgenstein de referencial, pois estabelece que o significado da palavra está no objeto que ela designa, criando, “assim me parece, [escreve Wittgenstein], uma determinada imagem da essência da linguagem humana.” (WITTGENSTEIN, 1999, § 1).

Wittgenstein foi duplamente vítima dessa imagem quando postulou, em seu livro *Tractatus Lógico-Philosophicus*, primeiro, que entidades extralinguísticas eram condições necessárias para a significação e segundo, que havia uma ligação imediata entre signo e objeto. Wittgenstein procurou se libertar dessa imagem, por meio do que ele chamou de uma terapia filosófica, que consiste em descrever a *gramática* dos usos das

² Marisa Rosâni Abreu da Silveira foi professora da Universidade Federal do Pará de 2006 a 2021. Suas pesquisas abrangeram os temas sobre a linguagem matemática no ensino a partir de uma perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein. Ela orientou nossa pesquisa de mestrado e doutorado, mas infelizmente não pode ver os resultados de seus últimos esforços. Seremos sempre gratos pelas suas orientações e por sua incansável dedicação e seu incondicional amor à educação matemática.

³ As referências aos textos de Wittgenstein, principalmente quando se tratar das *Investigações Filosóficas*, do *Da Certeza* e do *Tractatus Lógico-Philosophicus*, são relativas ao número do aforismo (§) e não ao da página, salvo se o texto não tiver sido organizado dessa forma. Consideramos essa forma de referenciar os textos de Wittgenstein mais prática e objetiva, possibilitando ao leitor encontrar o texto referido com maior facilidade, independentemente da versão, edição ou tradução.

palavras, evitando a ideia de uma ligação imediata entre linguagem e mundo e considerando as diversas práticas ligadas à linguagem como *meio* em que são estabelecidas as ligações entre signo e objeto (MORENO, 1993, p. 25).

Assim, a terapia filosófica mostra que o uso referencial de uma palavra ou de uma expressão linguística não esgota todas as suas aplicações. Considerar apenas o uso referencial é uma concepção reducionista de ver as funções da linguagem. Em oposição a essa concepção, Wittgenstein apresenta uma perspectiva *pragmática* do significado, ou seja, o significado de uma palavra está no *modo* como a *usamos* e não no objeto a que supostamente se refere, como no exemplo dado no § 2 das *Investigações Filosóficas* no jogo de linguagem dos pedreiros.

Para isso, Wittgenstein elabora o conceito de *jogo de linguagem*, compreendendo que, tanto no jogo quanto na linguagem, as regras são condições de sentido dos lances que são efetuados, seja no jogo, seja na aplicação de nossas palavras. Dois interlocutores só poderão compreender o que um diz ao outro, se ambos estiverem imersos nos jogos de linguagem que se estabelecem no ato comunicativo.

Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. Uma palavra só adquire significado quando se opera com ela, portanto, dentro de um jogo de linguagem, que seria para Wittgenstein, a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais vem entrelaçada. (GOTTSCHALK, 2014, p. 78).

Portanto, são os jogos de linguagem que determinam o modo de uso de uma palavra ou seu significado. Só saberemos movimentar a peça de um jogo com sentido, se tivermos aprendido suas regras e soubermos jogá-lo. Por isso, há a necessidade de se distinguir os vários jogos de linguagem quando a linguagem está em curso, em movimento, para não confundir o sentido do enunciado. Dar ordem, contar piadas, orar, fazer saudações etc... são exemplos de jogos de linguagem (WITTGENSTEIN, 2012, § 23).

O conceito *jogo de linguagem*, assim posto, contrapõe-se à concepção agostiniana de que a essência da linguagem seria sua função designativa, ou seja, que “as palavras da linguagem denominam objetos” (WITTGENSTEIN, 1999, § 1). Essa imagem não nos permite ver que “a linguagem desempenha inúmeras outras funções”

(GOTTSCHALK, 2015, p. 302), ou seja, sua função não se reduz ao mero papel de descrever as coisas ou o mundo (uso empírico), mas também de norma (uso gramatical). As proposições descritivas ou empíricas são contingentes, há sempre a possibilidade de ser diferente do que enunciemos, ou seja, elas são passíveis de verificação. Por exemplo, o enunciado: “*esta cadeira é azul*” é uma proposição descritiva, porque podemos imaginar uma cadeira vermelha, ou então, uma mesa azul ao invés de uma cadeira. Já as proposições normativas ou gramaticais são necessárias, elas não podem ser falseadas pela realidade. O enunciado: “*cadeiras existem*” ou o “*azul é uma cor*” são exemplos de proposições normativas, porque não conseguimos imaginar que cadeiras não existam ou que azul não seja uma cor. São estas proposições que vão dar sentido àquelas, em outras palavras, só vemos sentido na proposição “*esta cadeira é azul*” porque temos certeza de que cadeiras existem e que azul é uma cor.

Da mesma forma, as proposições matemáticas se distinguem das proposições das ciências empíricas. As proposições matemáticas são normativas e as das ciências empíricas, descritivas. Por exemplo, a proposição *dois mais dois é igual a quatro* não descreve nada, trata-se apenas de uma regra que aprendemos a seguir, e que nos possibilita afirmar que se juntarmos duas maçãs com duas maçãs obteremos quatro maçãs. Só dizemos que duas maçãs mais duas maçãs são quatro maçãs porque a norma matemática assim o diz. Não é o fato empírico que justifica ou fundamenta a proposição matemática, nem a experiência que lhe dá sentido. Por serem normativas, as proposições matemáticas não podem ser confirmadas e nem negadas pelo fato empírico, porque, como norma, são regras a serem seguidas. A proposição *dois mais três é igual a cinco* não pode ser falseada e nem verificada pela experiência. Wittgenstein exemplifica essa afirmação da seguinte forma:

Dois homens que vivem em paz entre si e três homens que vivem em paz entre si não fazem cinco homens que vivem em paz entre si. Mas isso não significa que $2 + 3$ não seja mais 5; é apenas que a adição não pode ser aplicada dessa maneira. (WITTGENSTEIN, 2003, p. 264).

O que Wittgenstein quis dizer nessa passagem é que a proposição matemática é independente dos fatos. Ela não precisa deles para ter sentido, mas o contrário, são elas que dão sentido a eles quando os descrevemos. As proposições matemáticas prescindem de uma correspondência com a realidade para sua validade, como no caso exemplificado acima pelo filósofo, isso não a invalida: “ $2 + 3$ ” continua sendo igual a “5”.

No entanto, a natureza gramatical das proposições matemáticas não impede que, em determinados contextos, tenham um uso empírico (descritivo) como, por exemplo, quando contamos objetos. Não há uma relação estática – “essencial” – entre o enunciado e os objetos a que ele se refere. A maneira como usamos nossas proposições é que lhes dá sentido. (GOTTSCHALK, 2014, p. 80).

Destarte, as proposições matemáticas podem ter *uso* normativo ou descritivo tal como os enunciados da linguagem natural⁴. Se tivermos clareza desse fato, então, algumas confusões pedagógicas, comumente observadas na prática escolar, tendem a desaparecer. Como por exemplo, quando a professora, ao ensinar a contagem, deixa de dizer ao aluno que o número *quatro* vem depois do *três* por achar que a sequência numérica tem uma estrutura lógica subjacente e que a criança quando perceber isso aprenderá. Para isso, ela não dá respostas, mas faz, repetidamente, perguntas com o intuito de que o aluno veja as supostas relações lógicas presentes na sucessão dos números. Ora, a sucessão dos números é convencional e arbitrária, e como tal passa a ser uma norma a ser seguida, o que nos leva à conclusão de que *deve* ser ensinado ao aluno e não que ele construa mentalmente. Ao entendermos o caráter normativo do conhecimento matemático, poderemos evitar sérios equívocos no ato de ensinar. Em especial no que diz respeito à constituição de conceitos matemáticos na alfabetização.

Portanto, é no interior de um jogo de linguagem que as proposições se revestem de sentido. Para ser introduzido neles, é necessário recorrer a certas técnicas de apresentação dos conceitos que, segundo Wittgenstein, são condição de *significação*.

Para Wittgenstein, a constituição de sentidos não é imediata, mas sim intermediada por técnicas linguísticas, como o gesto ostensivo, objetos e sensações que passam a ser empregados como amostras ou paradigmas de uso das palavras, criação de novas analogias e comparações, entre outros recursos que a linguagem dispõe como condições para a constituição dos sentidos que atribuímos aos fatos do mundo. (GOTTSCHALK, 2015, p. 310).

As técnicas linguísticas apresentadas por Wittgenstein são mediadoras da significação. Gestos ostensivos, objetos, sensações, tom de voz, expressões faciais são técnicas utilizadas no ato de ensinar, seja fora da escola ou no seu interior, seja de forma intencional ou não. São essas técnicas e muitas outras, que nos possibilitam participar dos

⁴ O sentido de *natural* atribuído à linguagem que estamos adotando não é de inatismo ou de oposição ao cultural, mas o de se adquirir algo por já estar imenso em uma determinada cultura. Por exemplo, podemos dizer que falar português ou Libras é algo natural para alguém que nasce no Brasil. Com isso, usaremos a expressão *linguagem natural* como sinônima da expressão *língua materna*. Nesse sentido, entendemos que a linguagem codificada da matemática não é uma linguagem natural, mas artificial, uma vez que ninguém usa o “matematiquês” por pertencer a uma comunidade de matemáticos.

diversos jogos de linguagem presentes no fazer pedagógico. Portanto, compreender suas funções na constituição dos conceitos pode ser relevante para o trabalho da professora alfabetizadora e dos professores em geral.

Da mesma forma que uma concepção de linguagem implica na forma como compreendemos o sentido linguístico, uma concepção de conhecimento implicará na forma como compreendemos a constituição dos conceitos. Por isso, recorreremos às reflexões morenianas sobre a gênese do processo epistemológico, uma vez que partimos do pressuposto de que toda prática pedagógica se apoia em alguma teoria do conhecimento, e assim sendo, tal teoria implicará diretamente no processo pedagógico.

A *Epistemologia do Uso* de Moreno é uma proposta teórica, que vem sendo construída ao longo das últimas décadas, de tripla inspiração: kantiana, grangeriana e wittgensteiniana. Em Kant, Moreno se inspira no conceito da *função transcendental* para mostrar o caráter apriorístico das regras de uso das palavras, cuja necessidade, contrariamente a Kant, deixa de ser universal, uma vez que não estará mais localizada no ambiente puro do entendimento, para ser convencional, sujeita às circunstâncias de usos das palavras e construída a *parte post* (MORENO, 2015, p. 92).

De Granger⁵, Moreno se apropria dos conceitos de *obra* e de *trabalho*, compreendidos como “um produto que se mantém na existência concreta e se oferece tanto à observação quanto ao uso de outros sujeitos, além do criador” (MORENO, 2008, p. 95) e como atividade prática objetivada em obras (MORENO, 2005, p. 41), respectivamente. Esses conceitos, segundo o filósofo brasileiro, podem ser aplicados às *regras da gramática* (obra) e às *operações de pensamento* (trabalho) (MORENO, 2008, p. 96), uma vez que estas produzem aquelas.

Assim, a partir da terapia filosófica de Wittgenstein, Moreno vê as regras de usos como uma obra que exerce uma função transcendental na construção do signo e na constituição do sentido linguístico. Portanto, a *Epistemologia do Uso* faz uso da terapia wittgensteiniana como método de esclarecimento “da atividade epistêmica de *constituição* da significação, através do trabalho com a linguagem e elementos do mundo extralinguístico” (MORENO, 2012, p. 74, grifos do autor), o que leva a uma ampliação

⁵ Gilles-Gaston Granger (1920-2016), orientador de doutorado de Moreno, foi um filósofo francês que se dedicou a estudar a epistemologia das ciências humanas. Sua vasta obra extrapola a epistemologia, estendendo-se para os temas mais gerais da tradição filosófica ocidental, desde os antigos gregos como Euclides, Platão e Aristóteles até os grandes filósofos contemporâneos como Carnap e Wittgenstein (MORENO, 2008, p. 8). Granger compôs a missão cultural francesa que esteve no Brasil na década de 1950 e foi um dos responsáveis pela consolidação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo. Morre no dia 24 de agosto de 2016, aos 96 anos.

do conceito de atividade epistêmica, que deixa de estar limitada à elaboração de modelos cognitivos para ser considerada como constitutiva da significação em geral.

Por isso, ao considerarmos que as atividades pedagógicas são constituídas por atividades epistêmicas e que, a partir de uma perspectiva da Epistemologia do Uso, as atividades epistêmicas envolvem os processos de significação linguística, *ensinar* passa a ter seu conceito ampliado, “não diz respeito à transmissão de significados extralinguísticos, mas, essencialmente, pressupõe treinamento e apresentação de técnicas envolvidas com a linguagem” (GOTTSCHALK, 2015, p. 311), haja vista que essas técnicas são atividades preparatórias do sentido. Como consequência disso, ensinar o *conceito* de número para crianças da alfabetização independe de uma suposta compreensão de processos cognitivos internos, mas, constitui-se, na compreensão do funcionamento da linguagem usada no ambiente da sala de aula, embasada nos diversos jogos de linguagem ali presentes.

Assim, ao partirmos dos pressupostos de que ensinar é uma atividade linguística e de que o conceito de número é constituído linguisticamente, entendemos que o conceito de *jogo de linguagem* será uma ferramenta essencial para a compreensão dos meandros dessa atividade e que pode apontar para novas possibilidades para o ensino da matemática escolar, de um modo geral, e para o ensino de número na alfabetização de modo muito particular.

Diante disso, se o sentido linguístico está na prática da linguagem e não fora dela, então podemos colocar algumas questões relacionadas aos jogos de linguagem presentes no ensino de número: 1. Que *jogos de linguagem* estão presentes no ensino de número na alfabetização? 2. Que papel desempenham os *jogos de linguagem* na aquisição do conhecimento matemático? 3. Em que medida o conhecimento sobre *jogo de linguagem* pode mudar a forma de ensinar matemática? 4. Como uma concepção de linguagem, que considera sua *práxis*, contribui para o ensino?

Dessa forma podemos então enunciar nossa questão de pesquisa:

Como a compreensão do funcionamento da linguagem, a partir do conceito de *jogo de linguagem*, pode contribuir para o ensino de número na alfabetização?

Consideramos a questão apresentada relevante, por compartilharmos com a concepção wittgensteiniana de que o sentido é constituído dentro da própria linguagem e

não fora dela. Diante desses questionamentos, propomo-nos atingir os seguintes objetivos:

Objetivo Geral:

Compreender o funcionamento da linguagem, a partir do conceito *jogo de linguagem*, o seu papel na aquisição do conhecimento e sua relevância para o ensino de número na alfabetização.

Objetivos Específicos:

- Recorrer ao conceito de *jogo de linguagem* para compreender o funcionamento da linguagem matemática e apontar as possíveis implicações dessa compreensão no ensino do conceito de número;
- Destacar a relevância da *práxis* linguística na constituição do conhecimento matemático;
- Fazer a descrição gramatical do conceito de número a partir dos *jogos de linguagem* presentes na aula da professora alfabetizadora.

Nesse contexto, este texto está organizado da seguinte forma: Primeiro, fazemos uma abordagem sobre a abrangência e as características das pesquisas em alfabetização matemática e as confrontamos com a alfabetização da língua materna. Em seguida, apresentamos alguns aspectos da vida e da obra de Wittgenstein, destacando os aspectos mais relevantes, segundo nossa compreensão, que podem nos dar uma noção de sua importância para a filosofia contemporânea. Também explicamos por que sua filosofia tardia era considerada, pelo próprio filósofo, como uma terapia do pensamento dogmático. Logo em seguida, apresentamos nossa compreensão sobre a linguagem matemática e seu papel na constituição do conceito de número. Discutimos também o conceito de ensino como atividade humana e os diversos jogos de linguagem que a constitui e seus graus de complexidade. Na sequência, confrontamos as epistemologias *Psicogenética* de Piaget e do *Uso* de Moreno, e suas fundamentações para o conceito de número e que implicações essas concepções podem ter no ensino desse conceito. Por último, fazemos as análises do material empírico da pesquisa e discutimos os resultados apresentados, considerando o referencial teórico-filosófico adotado. Assim, descrevemos a aplicação do conceito de número e suas possíveis confusões e mostramos as contribuições que a Epistemologia do Uso pode dar ao ensino de número na alfabetização.

1 Alfabetização e Alfabetização Matemática

O conceito de alfabetização tem sido utilizado de forma bastante abrangente. Hoje, fala-se em alfabetização artística, alfabetização científica, alfabetização tecnológica, alfabetização matemática etc. O termo apresenta pelos menos dois sentidos: um como sendo o aprendizado inicial numa determinada área do conhecimento; e o outro, como o aprendizado do conhecimento em determinada área no início da escolarização. No entanto, em geral, o termo alfabetização é comumente usado para se referir à aquisição das primeiras técnicas de leitura e de escrita da língua materna e as primeiras noções das ciências, incluindo a matemática⁶ (DANYLUK, 2010). Conquanto o conceito apresentado inclua habilidades matemáticas, na prática, ele é associado somente às habilidades linguísticas de leitura e de escrita da língua materna, onde, de fato, origina-se o termo.

Aqui, esclarecemos que adotamos o termo *alfabetização* no sentido de domínio de técnicas de codificação e de decodificação do sistema de escrita da língua materna (SILVA; SILVEIRA; ZERI, 2019) e, nesse sentido, diferencia-se do termo *letramento* que é “o conjunto de conhecimentos, atitudes e capacidades envolvidos no uso da língua em práticas sociais e necessários para uma participação ativa e competente na cultura escrita” (SOARES; BATISTA, 2005). Assim, essa diferença é mantida quando esses termos são associados a processos similares na educação matemática. Aliás, já se tem ensaiado usar termos como *numeramento* e *numeracia* (FAYOL, 2012; FONSECA, 2007; VOTO, 2016) para substituir o termo *letramento matemático*, mantendo-se o paralelismo dos sentidos entre eles.

O uso restrito do conceito *alfabetização* nas habilidades linguísticas, também aparece no campo das pesquisas acadêmicas sobre o tema, pelo menos no Brasil. Por exemplo, realizamos uma busca pelo termo alfabetização no banco de teses da Capes (BRASIL, 2018a), em trabalhos publicados no período de 2012 a 2016, a pesquisa restringiu-se às teses de doutorado publicadas no portal, classificadas na área de conhecimento pertencentes à educação, ao ensino e à interdisciplinaridade. As análises também ficaram restritas aos títulos das teses, uma vez que o título é indicativo dos limites do assunto abordado, pois nele o tema *deve* estar bem especificado (LÉTOURNEAU, 2011, p. 253) e ser fiel ao conteúdo do trabalho (VOLPATO, 2011, p. 246). Das 273 teses

⁶ Considera-se aqui a matemática como uma ciência exata distinta das ciências empíricas como a física, a biologia e a química.

da plataforma que utilizam a palavra *alfabetização*, somente 140 têm como tema explícito ou implícito no título a expressão “alfabetização”. Essas teses tratam sobre os mais variados aspectos e elementos da alfabetização que foram categorizados de acordo com o objeto da pesquisa identificado no título. Ressaltamos que essa categorização não é exclusiva, ou seja, um mesmo trabalho pode pertencer a duas ou mais categorias de acordo com o que sugere o título. O quadro 1 apresenta o percentual das teses analisadas em algumas dessas categorias:

Quadro 1 – Distribuição percentual de teses que versam sobre a alfabetização por categoria

Objeto de Pesquisa	Descrição	Percentual
<i>A professora alfabetizadora:</i>	Teses que versam sobre a prática da professora alfabetizadora, sua formação, suas concepções e saberes, a modalidade de ensino em que atua, sua atuação profissional e suas histórias.	24,3%
<i>O aluno</i>	Teses em que aparecem o processo de aprendizagem, a alfabetização de crianças e de adultos, os saberes e as necessidades especiais dos alfabetizandos.	38,6%
<i>O objeto de conhecimento</i>	Teses que têm o foco nos conteúdos estudados na alfabetização. Somente quatro áreas do conhecimento foram encontradas: a língua portuguesa, com destaque à escrita, à leitura e à oralidade; a matemática; as ciências e o ensino das artes.	37,8%
<i>O processo de alfabetização</i>	Teses que têm como foco o processo de alfabetização em si, as práticas, os materiais didáticos, a avaliação e os métodos utilizados.	38,6%
<i>Temas diversos</i>	Teses que procuram estabelecer uma relação de temas que não estão diretamente relacionados com a prática da alfabetização, tais como: o currículo, a organização escolar, as políticas públicas, a história, outras concepções etc.	60,8%

Fonte: Elaboração do Autor.

Se nos detivermos somente nas quatro primeiras categorias, as que têm como foco o processo de alfabetização, professores e alunos, perceberemos um certo equilíbrio entre elas, com percentuais muito próximos a 38%, pouco mais de um terço, com exceção da primeira categoria, a que tem como objeto de pesquisa a professora alfabetizador, com cerca de 24%.

Dentre as cinco categorias apresentadas, a categoria que agrupa os trabalhos que têm como objeto de pesquisa o *objeto de conhecimento*, trabalhado na alfabetização, revela a área do conhecimento que mais interessa os pesquisadores quando se trata de alfabetização. As áreas do conhecimento encontradas nesses trabalhos são: a língua

portuguesa, a matemática, as ciências e as artes. Dos 37,8% das pesquisas que compõem essa categoria, um pouco mais de 75% têm como tema a língua portuguesa, com ênfase na escrita, na leitura e na oralidade. As demais: 13% abordam a matemática, 9% as ciências e cerca de 2% as artes. Com isso, constata-se que, quando se trata do objeto de conhecimento trabalhado na alfabetização, existe uma predominância exacerbada das abordagens sobre a língua portuguesa em detrimento das demais áreas do conhecimento.

Os 13% que abordam a matemática correspondem a sete teses. No entanto, somente duas dessas teses têm a *alfabetização matemática* como tema central, a saber: *Alfabetização matemática: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras*, defendida em 2013 por Madeline Gurgel Barreto Maia na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e *Alfabetização matemática: uma concepção múltipla e plural*, defendida em 2016 por Valeria Risuenho Marques na Universidade Federal do Pará. Esses dados nos mostram o quanto a alfabetização matemática tem sido relegada nas pesquisas acadêmicas e dentro da própria Educação Matemática.

O trabalho de Maia trata de alguns aspectos do processo de Alfabetização Matemática encontrados em pesquisas brasileiras e em publicações governamentais de 1996 a 2012. Maia percebeu que essas publicações são apoiadas, predominantemente, em autores como Ole Skovsmose, Ubiratan D'Ambrósio, Ocsana Danyluk e Maria da Conceição Ferreira Reis. Ela considerou também que as publicações trazem os conteúdos matemáticos, o domínio de códigos e símbolos e a leitura e a escrita da linguagem matemática como aspectos fundamentais ao processo de Alfabetização Matemática vinculados aos vários contextos de aprendizagem (social, cultural, político, econômico, cognitivo ou matemático). Segundo Maia (2013), as ideias apresentadas nessas publicações veem a alfabetização e o letramento como um processo integrado entre a Matemática e a Língua Materna. Essa integração ocorre num sentido mais restrito, no domínio de códigos e símbolos, no processo de aquisição da leitura e da escrita em ambas as linguagens. Porém, a autora entende que a Alfabetização Matemática não deve ser reduzida e limitada ao aprendizado de técnicas, pois suas características estariam próximas das propostas de Alfabetização na perspectiva do Letramento da língua materna, em que o conteúdo deve ser trabalhado dentro de um contexto que, no caso da matemática, pode ser o contexto matemático, cultural, social ou político (MAIA, 2013).

Já a tese de Marques reflete sobre o percurso investigativo de alfabetizações que se constituem em ambientes extraescolares. Ela caracteriza a alfabetização matemática

como múltipla e plural, ao apresentar elementos do aprendizado das crianças externos às práticas de sala de aula. Sua pesquisa foi desenvolvida com crianças ribeirinhas com idade entre sete e oito anos. Por meio das manifestações pictóricas ou orais das crianças, Marques categorizou os elementos do aprendizado relativos à alfabetização (intra e extraescolar) do contexto cultural dessas crianças e os relacionou com a matemática (vivenciada na escola ou não). Baseada em Edgar Morin (racionalidade aberta), Mia Couto, D'Ambrosio, Conceição Almeida (aprendizagem pela cultura) e Teresa Vergani, Marques defendeu a tese de que a alfabetização matemática é múltipla e plural, e se constitui numa relação dialógica e complementar entre os saberes aprendidos na escola e os saberes aprendidos em ambientes informais das vivências e experiências das crianças (MARQUES, 2016).

Ambas as teses consideram a linguagem matemática como objeto de ensino na alfabetização, no entanto, analisam somente sua relação com os saberes presentes no processo ou com as atividades de leitura e de escrita dos códigos, sem desenvolver um estudo mais aprofundado relativo à significação dessa linguagem e seu papel na formação de conceitos matemáticos. A relação da linguagem matemática com os saberes, de fora ou de dentro da escola, constituintes do processo de alfabetização, em geral, é caracterizada como uma relação simbiótica, especialmente, com a língua materna.

Essa simbiose, no entanto, parece não ser reconhecida ou parece não ter importância no meio acadêmico pelo que apresentamos na proporcionalidade das teses destinadas aos estudos da alfabetização matemática de um modo geral e à linguagem matemática, em particular, em relação aos estudos sobre a alfabetização da língua materna.

A discrepância entre a quantidade de trabalhos sobre o conhecimento matemático e a língua materna na alfabetização, já havia sido percebida, na década de 1980, por Danyluk (2002, p. 26), educadora gaúcha que se preocupou em estudar o processo de aquisição da escrita matemática pela criança. Esse fato pode ser um sintoma da concepção corrente e predominante de que a pessoa alfabetizada é aquela que domina somente as técnicas de leitura e escrita da língua materna. Entretanto, compreendemos ser necessário voltar os olhares, igualmente, para o domínio das técnicas que envolvem o conhecimento matemático nessa fase, principalmente no que se refere à compreensão do funcionamento da linguagem matemática, pois pode estar aí a raiz de alguns problemas que envolvem o ensino dessa disciplina.

Ao se enfatizar mais a alfabetização da língua materna em detrimento da

matemática, revela-se uma dicotomia entre esses saberes que, a nosso ver, não tem sentido, pois há uma impregnação mútua entre a língua materna e a matemática (MACHADO, 2011), com alguns paralelos nas funções de comunicar e de expressar. Essa impregnação entre esses dois sistemas linguísticos é percebida quando, na fala ordinária do dia a dia, usamos expressões que são peculiares da matemática, como exemplo: “Chegar a um *denominador comum*”; “Dar as *coordenadas*”; “Aparar as *arestas*”; etc. (MACHADO, 2011, p. 103) e na dependência que a matemática tem da língua materna. Como uma linguagem formal, a matemática não comporta oralidade, pois é caracterizada como um sistema simbólico exclusivamente escrito, por isso, a oralidade lhe é emprestada pela língua materna (MACHADO, 2011, p. 136).

Por não podermos desvincular ambas as linguagens, entendemos que deva haver uma mudança de rumos nos estudos relativos à alfabetização em direção a uma concepção mais holística do processo, uma vez que a relação entre essas linguagens é mais íntima do que parece. Na alfabetização, os processos de aquisição dessas linguagens estão imbricados e, portanto, não devem ser dissociados, sob pena de causarmos grandes prejuízos na educação dos alunos iniciantes; e esses prejuízos são bem maiores no que concerne ao aprendizado da matemática.

2 Wittgenstein e suas Filosofias

A filosofia tem sido uma ferramenta que promove a reflexão sobre os problemas dos mais variados campos do saber, desde os aparentemente irrelevantes, comuns na vida cotidiana ou no senso comum, até os mais sofisticados e complexos problemas científicos. Historicamente, as questões filosóficas giraram em torno do Ser, do Conhecimento e da Linguagem. Em relação à filosofia da linguagem, Bertrand Russell, Gottlob Frege e o primeiro Wittgenstein podem ser apontados como os expoentes da vertente “semântica clássica”. Já em outra vertente, a chamada “filosofia da linguagem ordinária” ou “virada linguística”, despontam os filósofos George Moore, Gilbert Ryle, John Austin e o segundo Wittgenstein (MARCONDES, 2004). Embora haja controvérsias em relação ao enquadramento da segunda filosofia de Wittgenstein, o que não se pode negar é sua importância para essa nova forma de fazer filosofia.

Wittgenstein e a Linguagem Significativa

Ludwig Josef Johann Wittgenstein nasceu em 26 de abril de 1889, na cidade de Viena, Áustria, e faleceu em 29 de abril de 1951, aos 62 anos, em Cambridge, Inglaterra. O caçula de oito filhos de uma das famílias vienenses mais ricas da época parecia ter nascido para a filosofia. Aos oito ou nove anos de idade, parou no vão da porta de sua casa para considerar a questão: *Por que dizer a verdade se for pessoalmente vantajoso mentir?* Esse episódio foi considerado por ele como uma experiência decisiva para sua futura maneira de viver ou, pelo menos, uma mostra da característica de sua natureza. (MONK, 1995, p. 19).

Wittgenstein teve uma educação rigorosa, sendo educado em casa até os 13 anos de idade. Sua primeira escola foi um liceu em Linz, Áustria, a qual daria a ele uma formação técnica, que, segundo seus pais, seria sua vocação. No início de sua juventude, mudou-se para Berlim para estudar engenharia mecânica, concentrando seus estudos na ciência aeronáutica, conforme desejo de seus pais. Mas, seu interesse pela filosofia já havia germinado, e suas primeiras reflexões foram produzidas em forma de verbetes datados.

Ao ser mandado para Manchester, para estudar aeronáutica, Wittgenstein se tornou um estudante-pesquisador e teve seu interesse pela matemática despertado nos seminários do matemático Horace Lomb, que se dispunha a considerar os problemas propostos por seus alunos. Também, nesse período, ele passou a frequentar as palestras

de Littlewood sobre a teoria da análise matemática e a estudar os problemas relativos ao estabelecimento de fundamentos lógicos para a matemática, que o levaram a ler o livro *The principles of mathematics*, de Bertrand Russell (MONK, 1995, p. 42-43).

A leitura do livro de Russell despertou ainda mais o interesse do jovem Wittgenstein pela filosofia da matemática. Ao encontrar no final do livro, um desafio do autor para que fosse apresentada uma solução para o seu paradoxo, que fosse melhor do que a do próprio Russell, o jovem filósofo viu a oportunidade de dar uma grande contribuição nessa área. Assim, o iniciante Wittgenstein, dedicou-se, durante seis meses, a buscar a tal solução, chegando a pensar que havia logrado êxito. No entanto, ao enviar para um amigo de Russell, Jourdain, sua proposta de solução para o paradoxo recebeu um parecer de que a solução não diferia muito da de Russell, e que por isso Russell não poderia aceitá-la. (MONK, 1995, p. 44-45).

Aos 22 anos, já convicto de sua aptidão para filosofia, tentou escrever um livro de argumentação filosófica. Procurou Frege para discutir suas ideias e obteve do velho mestre considerações que o levaram a desistir do projeto, porém, Frege o encorajou a buscar a orientação de Russell em Cambridge, pois via no jovem austríaco muito potencial. (MONK, 1995, p. 48).

Em Cambridge, já sob a tutela de Russell, Wittgenstein teve contato com os mais eminentes matemáticos ingleses da época, como Keynes, Hardy, Littlewood, Whitehead e Thompson, este último o descobridor do elétron. Segundo o próprio Russell, era esperado que o próximo grande passo, em filosofia, fosse dado por Wittgenstein. Tal reconhecimento se deu quando Wittgenstein contava apenas com 23 anos. Descartes, Leibniz e Mill, embora tivessem também começado cedo, tiveram reconhecimento bem mais tarde e entre os que foram reconhecidos ainda jovens, como Hume e Schopenhauer, o reconhecimento foi bem mais modesto. (PEÑA, 1993, p. 134).

Desde Cambridge, em 1912, até Salzburgo, em 1918, o jovem Wittgenstein se dedicou à elaboração de um livro com suas reflexões sobre a natureza da lógica e dos enunciados éticos e estéticos: o *Tractatus Logico-Philosophicus*. (MONK, 1995, p. 134-150). Seu intento, nesse livro, era “demonstrar que todos os problemas filosóficos podem ser resolvidos e dissipados quando se compreende, adequadamente, o correto funcionamento da lógica da linguagem.” (ARRUDA JÚNIOR, 2017). Embora o livro estivesse concluído desde 1918, foi somente em 1921 que ele o publicou.

No *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein defendia que a filosofia era crítica da linguagem e que sua função era “alcançar a real forma lógica das proposições,

ao analisar a estrutura lógico-formal da linguagem por meio do instrumental técnico lógico-analítico advindo da lógica moderna.” (ARRUDA JÚNIOR, 2017, p. 32). Assim, expôs uma concepção em que linguagem e mundo possuem uma estrutura lógica subjacente comum.

A concepção de linguagem que Wittgenstein expôs no *Tractatus* pode ser caracterizada como referencial, na medida em que compreendia haver uma relação semântica entre linguagem e mundo por meio da forma lógica. A linguagem teria a função específica de descrever o mundo, numa relação de natureza lógico-isomorfa, ou seja, a estrutura lógica da linguagem seria a mesma encontrada no mundo.

Para Wittgenstein, os nomes estariam numa relação de correspondência com os objetos, que se materializariam pela designação; pelas proposições elementares, representadas pelo estado de coisas; e pelas proposições complexas, representadas pelos fatos. Em ambos os casos, as proposições teriam autonomia em relação às subsistências dos estados de coisas e dos fatos. O quadro 2 ilustra a relação isomorfa entre esses dois domínios, sendo que o fato seria uma composição de estado de coisas e o estado de coisas uma composição de objetos, todos elementos do mundo. Essa mesma relação seria encontrada na linguagem. Os nomes comporiam as proposições elementares e as proposições elementares comporiam as proposições complexas por meio de conectivos lógicos.

Quadro 2 - Gráfico sobre os conceitos filosófico-linguísticos básicos do *Tractatus Logico-Philosophicus* de Wittgenstein.

Linguagem	Mundo	Relação
 Nomes	 Objetos Simples	O nome designa o objeto.
 Proposição Elementar	 Estado de coisas existente	Se o estado de coisas existir, a proposição elementar será verdadeira, se não existir, a proposição elementar será falsa.
	 Estado de coisas inexistente	
 Proposição Complexa	 Fato (=situação existente)	Se a situação existir, (isto é, se ela for um fato), a proposição complexa será verdadeira, se não existir, a proposição complexa será falsa.
	 Situação inexistente	

Fonte: (BUCHHOLZ, 2009, p. 56, adaptado)

Na concepção tractariana de linguagem, a proposição é definida como sendo um enunciado significativo, que é aquele ao qual se pode atribuir um valor de verdade. Em outras palavras, a proposição é um enunciado que tem como critério de validade o mundo. Por exemplo, “Esta cadeira é azul” é uma proposição, porque é passível de verificação, ou seja, podemos dizer se a cadeira que está diante de nós é azul ou não. Assim, este enunciado é considerado com sentido, independentemente de seu valor de verdade. Os enunciados aos quais não se pode atribuir um valor de verdade e não são logicamente possíveis (não pertencem ao espaço lógico) são considerados pseudoproposições, portanto, fora da linguagem significativa. Nesse conjunto, encontram-se os enunciados éticos, estéticos, religiosos, lógicos, filosóficos etc. (MORENO, 2019, 27). Em outras palavras, a linguagem significativa é a totalidade das proposições com sentido, tendo o espaço lógico sua condição de possibilidade (DALL’AGNOL, 2012, p. 18).

Desse modo, o sentido dos enunciados está garantido pela *forma lógica*, comum ao mundo e à linguagem, assim como o seu conteúdo cognitivo, que é submetido ao mundo, o qual decidirá sobre sua verdade ou falsidade (MORENO, 2019, p. 27). Nesse caso, sentido e conteúdo dos enunciados se diferem substancialmente pela dependência do mundo. Enquanto o sentido é autônomo aos fatos do mundo, o conteúdo necessita do mundo para se tornar conhecido. E são, segundo Wittgenstein, os enunciados com conteúdo cognitivo que compõem a ciência natural (WITTGENSTEIN, 1968, § 4.11).

Ao estabelecer uma definição para os enunciados significativos, Wittgenstein traçou os limites da linguagem, ou seja, para ele, nem tudo pode ser dito, e o que não pode ser dito, pode apenas ser mostrado (WITTGENSTEIN, 1968, § 4.1212). Para esclarecer essa afirmação, o filósofo enuncia uma teoria *Pictórica da Linguagem*, que consiste em estabelecer uma função *figurativa* para os enunciados significativos, que seriam as proposições. Se a proposição descreve um fato ou estado de coisas, então ela é uma figura desse fato ou estado de coisas. “Nesse caso, a figuração (proposição) é o que representa o afigurado (fato)” (ARRUDA JÚNIOR, 2017, 57). Com isso, Wittgenstein chega à conclusão de que “deve haver algo idêntico na figuração e no afigurado a fim de que um possa ser a figuração do outro.” (WITTGENSTEIN, 1968, § 2.161). E ele aponta que essa identidade é encontrada na forma lógica, que é comum à linguagem e ao mundo.

Wittgenstein, então, assevera que o “pensamento é a figuração lógica dos fatos” (WITTGENSTEIN, 1968, § 3). O pensamento é uma imagem que temos dos fatos ao ouvirmos enunciados significativos ou que a proposição é uma expressão sensível e perceptível do pensamento (WITTGENSTEIN, 1968, § 3.1). Nesse sentido, as

pseudoproposições são considerados *místicos* pelo filósofo, isto é, *inefáveis* (WITTGENSTEIN, 1968, § 6.522). Assim, estabelece-se uma clara distinção entre os enunciados *científicos* (proposições) e os enunciados *místicos*. Com isso, Wittgenstein não despreza as pseudoproposições, embora fora da linguagem significativa, ele apenas recusa o estatuto de cientificidade para a moral, a arte e a religião. Ele quer “salvaguardá-las do *cientificismo*, isto é, da tentativa de reduzir tudo à ciência crendo que somente ela pode nos apresentar uma visão adequada do mundo.” (DALL’AGNOL, 2012, p. 22, grifo do autor).

Os problemas filosóficos, portanto, são fruto, segundo Wittgenstein, da tentativa de dar à filosofia um estatuto de ciência. Por isso, o remédio proposto para uma cura definitiva de tais problemas seria: “o que não se pode falar, deve-se calar.” (WITTGENSTEIN, 1968, § 7).

Após a finalização do *Tractatus*, Wittgenstein decide abandonar a filosofia, acreditando ter dado cabo a todos os problemas filosóficos. Ele passou cerca de dez anos se dedicando às mais diversas atividades, desde a jardinagem até a docência. Ele foi professor em vilarejos campestres no sul da Áustria, onde passou a ensinar crianças do ensino primário. Esse período como professor primário foi especialmente marcante na vida de Wittgenstein e parece ter influenciado suas reflexões filosóficas sobre a linguagem (GOTTSCHALK, 2012). Embora tenha desempenhado a função docente por algum tempo e em seus escritos tardios ter feitos muitas alusões ao ensino e ao aprendizado, Wittgenstein não fez filosofia e nem teoria da educação. No entanto, suas observações filosóficas sobre a linguagem, a matemática e a psicologia podem ter implicações importantes para o campo da educação, como asseveramos nesta tese.

Após esse recesso, ao retornar a Cambridge, em 1929, Wittgenstein retomou a atividade filosófica como estudante avançado, pois pleiteava uma vaga no doutorado, título que alcançou ao apresentar o *Tractatus* como sua “tese” a uma banca formada por Ramsey⁷ e Russell. Ramsey foi muito importante para a consolidação da nova forma de pensar de Wittgenstein. Suas críticas e objeções o levaram a reconhecer os equívocos do *Tractatus* e que sua solução para os problemas filosóficos havia sido insuficiente. Mas foi Piero Sraffa, um brilhante economista italiano, quem provocou as mais profundas mudanças no pensamento do filósofo austríaco. Sraffa levou Wittgenstein a abordar os

⁷ Frank Ramsey era um promissor matemático do *King’s College* responsável pela primeira tradução do *Tractatus* para o inglês. (MONK, 1995, p. 194).

problemas filosóficos de outra perspectiva, por uma ótica antropológica, traço distintivo entre sua obra madura, as *Investigações Filosóficas*, e o *Tractatus Logico-Philosophicus*.

[...] enquanto o *Tractatus* lida com a linguagem desvinculada das circunstâncias em que ela é usada, as *Investigações Filosóficas* enfatizam repetidas vezes a importância da “corrente da vida” que confere aos enunciados linguísticos seu significado: um “jogo de linguagem” não pode ser descrito sem menção às atividades e ao modo de vida da “tribo” que o joga. (MONK, 1995, p. 240, grifos do autor)

Além da percepção de que não poderia desvincular a linguagem das circunstâncias em que é empregada, Wittgenstein compreendeu que a concepção adotada por ele, de que a linguagem tinha como principal função *descrever os fatos do mundo*, privilegiava os enunciados verificáveis, característicos dos enunciados epistêmicos, enquanto excluía da linguagem todos os demais. A mudança no pensamento do filósofo ao trazer para a linguagem significativa os enunciados outrora excluídos foi marcada pela crítica exaustiva que fez ao modelo referencial. Essa crítica se torna o eixo do desenvolvimento de sua nova filosofia.

Wittgenstein e os Jogos de Linguagem

Foi longo o caminho que Wittgenstein percorreu ao sair do *Tractatus* até consolidar sua nova forma de pensar a significação linguística. Durante esse percurso, ele passou por um processo de mudança gradual, escreveu um manuscrito datilografado que posteriormente foi publicado com o título *Observações Filosóficas* que, embora as ideias contidas nesse manuscrito já diferissem das do *Tractatus*, elas também foram abandonadas (MONK, 1995, p. 272-279). No entanto, suas reflexões proliferavam e, à medida que consolidava seus novos pensamentos a respeito dos conceitos de significado, de compreensão, de proposição, de lógica, dos fundamentos da matemática, dos estados da consciência, dentre outros, escrevia-os em forma de notas ou aforismos, que posteriormente seriam organizados em um livro, ao qual preferiu chamar de álbum, dada a sua organização peculiar.

Nasce, então, as *Investigações Filosóficas*, fruto de um longo processo de alterações, revisões e sistematizações. Embora sua finalização tenha ocorrido em 1945, o livro só foi publicado em 1953, dois anos após sua morte, pelos seus testamentários: G. E. M. Anscombe, G. H von Wright e R. Rees. Essa obra é o marco da derradeira fase de seu pensamento, assim como o *Tractatus* foi o da primeira. Essas são as únicas publicações organizadas por Wittgenstein, no entanto, sua obra é vastíssima, atingindo

um acervo com cerca de vinte mil páginas manuscritas e datilografadas em cadernos e fichas.

Portanto, é nas *Investigações Filosóficas* que Wittgenstein apresenta sua nova forma de pensar a significação e seu fundamento. Se no *Tractatus* a proposição era uma representação isomorfa dos fatos, nas *Investigações* ela deixa de ser um modelo exato da realidade para ser apenas uma hipótese, mais ou menos adequada, de representação, sujeita a reformulações, passando a depender das circunstâncias de sua utilização, por exemplo, de comunicação ou de expressão (MORENO, 2000, p. 46).

Assim, a significação é condicionada ao uso da linguagem e não mais à forma lógica. Essa mudança de perspectiva mostra a profunda transformação que o projeto wittgensteiniano sofreu, de pretender *estabelecer*, num fundamento fixo e estável, a significação das proposições, a forma lógica, para apenas *esclarecer*, por meio da descrição gramatical, os usos das expressões na *práxis* da linguagem dentro de uma forma de vida. Se era a forma lógica que legitimava o uso das expressões linguísticas, agora é o próprio uso das expressões que legitima sua significação.

Wittgenstein propõe uma mudança de critério para a significação linguística, substituindo a noção de *forma lógica* pela noção de *forma de vida*. *Forma de vida*, expressão que aparece apenas três vezes nas *Investigações Filosóficas*⁸, é um conceito não explicitado por Wittgenstein, que pode ser compreendido como um “entrelaçamento entre cultura, visão de mundo e linguagem” ou “uma formação cultural ou social, a totalidade das atividades comunitárias em que estão imersos os nossos jogos de linguagem” (GLOCK, 1998, p. 173 e 174).

Nesse contexto, o novo pensamento de Wittgenstein sobre a significação linguística faz surgir um novo conceito: *jogo de linguagem*. Com isso, o filósofo austríaco quer destacar a importância da *práxis* da linguagem, que tem como elemento *constitutivo*, a multiplicidade de atividades nas quais a própria linguagem está inserida (MORENO, 2000, p. 47).

Se a linguagem era considerada como um mecanismo essencialmente referencial, então, a partir do momento em que a significação for concebida como independente do modelo referencial, os fatos não mais são relevantes para a explicação desse mecanismo; a significação linguística torna-se, por princípio, independente dos fatos, e a referência, ainda que virtual, isto é, por mais abstrata e formal que seja, não mais terá privilégio sobre outros mecanismos possíveis. Assim, a linguagem passa a ser considerada do ponto de vista da multiplicidade

⁸ § 19, 23 e 241.

de usos que podem ser feitos das palavras e enunciados, e o mecanismo referencial será, então, relativizado e situado em seu justo lugar: corresponderá a um dos usos possíveis. (MORENO, 2000, p. 50).

Compreender a independência dos enunciados dos fatos é fundamental para a compreensão do pensamento maduro de Wittgenstein. A partir desse critério, a linguagem deixa de ter a função única de descrever os fatos, privilegiando somente os enunciados que podiam ser testados por parâmetros mundanos, as proposições significativas do *Tractatus*, para desempenhar funções outras, trazendo para o seu arcabouço todo e qualquer enunciado possível de ser usado na *práxis* da própria linguagem.

Jogo de linguagem é o conceito mais importante na filosofia madura de Wittgenstein. Embora nunca tenha dado uma definição explícita desse conceito, ele forneceu uma lista de exemplos:

Ordenar e agir segundo as ordens –
Descrever um objeto pela sua aparência ou pelas suas medidas –
Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –
Relatar um acontecimento –
Fazer suposições sobre o acontecimento –
Levantar uma hipótese e examiná-la –
Apresentar um resultado de um experimento por meio de tabelas e diagramas –
Inventar uma história e ler –
Representar teatro –
Cantar cantiga de roda –
Adivinhar enigmas –
Fazer uma anedota: contar
Resolver uma tarefa de cálculo aplicado –
Traduzir de uma língua para outra –
Pedir, agradecer, praguejar, cumprimentar, rezar. (WITTGENSTEIN, 2012, § 23)

Além da apresentação de exemplos, como mostrado acima, Wittgenstein afirma que os jogos de linguagem também podem ser considerados como a “totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada” (WITTGENSTEIN, 2012, § 7). Isso significa que qualquer tentativa de se elaborar uma definição precisa para o conceito *jogo de linguagem*, que comporte sob seu guarda-chuva todos esses exemplos listados nesse aforismo e mais os que não foram, mas que aparecem ao longo do livro e de outros escritos, é assumir o risco de expor sua própria ignorância a respeito do conceito, como escreveu o próprio Wittgenstein em diálogo com seu interlocutor virtual:

Tens de levar em conta que o jogo de linguagem é, por assim dizer, algo imprevisível. Quero dizer: ele não é fundamentado. Não é razoável (ou despropositado).

Ele está aí – como nossa vida. (WITTGENSTEIN, 1990, § 559)

A imprevisibilidade dos jogos de linguagem ocorre porque seu fundamento está na *práxis* da linguagem, que está ancorada em uma forma de vida e não em razões teóricas que os justifiquem. Assim, os jogos de linguagem são passíveis de mudanças, de acordo com a dinâmica da prática da linguagem, além de poderem desaparecer ou mesmo surgir.

A aproximação dos conceitos *jogo* e *linguagem*, feita por Wittgenstein, mostra claramente a diferença de visão do filósofo das *Investigações* em relação ao do *Tractatus*, sem que haja uma ruptura, em que as questões centrais permaneçam as mesmas. Enquanto no *Tractatus* o conceito de *conceito* tinha seus limites bem definidos, nas *Investigações Filosóficas* o conceito traz a marca da vagueza e inexatidão, características dos usos imprecisos e “impuros” da linguagem cotidiana, oriunda das diversas formas de vida. (MORENO, 2000, p. 53).

Outra semelhança apontada entre esses dois conceitos é que tanto no jogo quanto na linguagem são as regras que condicionam o sentido, embora não o determine. Nos jogos de linguagem, as palavras ou as expressões são como as peças de um jogo. Qual o significado de uma peça de um jogo? Por exemplo, como vou explicar o que significa o cavalo no jogo de xadrez? Não tenho como explicar. Apenas descrevo sua função no jogo por meio das regras que regem seu movimento. Só mostro como ele é *usado*. Assim, ao se perguntar pelo significado de uma palavra, a “explicação” será mostrar o uso que fazemos dela. Trata-se apenas de descrever tais e tais usos, isso basta. Portanto, a atividade filosófica consistirá numa *descrição gramatical*, ou seja, descrição das regras que orientam os usos das palavras e enunciados nos jogos de linguagem. (MORENO, 2000, p. 55).

Com isso, o ato de designar os objetos com nomes é concebido como apenas *um* uso da palavra-nome, dentre os muitos outros usos possíveis, ou seja, a designação é apenas *um* jogo de linguagem. Por exemplo, o que significa a palavra *socorro*? Perguntar pelo significado de uma palavra fora do seu uso não faz sentido. Não temos condições de dizer o significado da palavra *socorro* se não conhecemos o uso que dela fazemos. Nesse caso, não estamos falando de uso como a aplicação no contexto empírico, mas como uso na prática linguística ou nos jogos de linguagem.

Por trás de todo jogo de linguagem há uma gramática dos usos, um sistema de proposições consideradas evidentes e certas, que foram sendo constituídas numa *práxis*, em uma *forma de vida* (GOTTSCHALK, 2014, p. 78). Nas formas de vida, é que são

instituídas as regras de uso das palavras que compõem os jogos de linguagem. Portanto, é no jogo de linguagem que as palavras e as expressões adquirem significado. Se mudamos o jogo, mudamos o significado. *Socorro!* Poderá significar um pedido de ajuda, caso alguém esteja se afogando em um riacho. Mas poderá ser apenas um alerta de atenção para uma pessoa que chama Socorro, que deseja atravessar uma rua. Ou um sinal de atenção em uma brincadeira. Ou um verso de uma música.

Assim, quando uma pessoa que não conhece o jogo de xadrez, organiza as peças no tabuleiro e as movimenta diferentemente das regras do xadrez, estará a jogar outro jogo, ou nenhum, mas não o xadrez. Não basta que as peças sejam do jogo de xadrez para se dizer que se está jogando xadrez, porque o sentido do jogo não está nas peças em si, mas nas regras que orientam seus movimentos. Se as regras mudarem, pode-se mudar o jogo. Por outro lado, se o jogo for mudado, fica evidente que as regras mudarão, pelo menos um número significativo delas.

Wittgenstein e a Terapia Filosófica

As duas filosofias de Wittgenstein podem ser distinguidas pelas concepções de linguagem e, também, pelos métodos de investigação adotados. No entanto, pode-se apontar alguns aspectos que estão presentes em ambas: a importância da compreensão do funcionamento da linguagem como compreensão dos problemas filosóficos. No *Tractatus*, ele afirma que seu livro “Trata de problemas filosóficos e mostra [...] que o questionar desses problemas repousa na má compreensão da lógica de nossa linguagem.” (WITTGENSTEIN, 1968, Prefácio) e nas *Investigações*, fala de “uma má-compreensão da lógica da linguagem” (WITTGENSTEIN, 2012, § 93) que nos induz a mal-entendidos.

Como já dito, em sua primeira filosofia, Wittgenstein assumiu uma concepção referencialista de linguagem, quando partia da definição de que o significado de uma palavra seria o objeto que ela designava e aplicou um método que consistia em descobrir os segredos da proposição, como forma de dar uma *explicação* definitiva sobre os fundamentos da linguagem, o que podemos chamar de *método científico*. Isso o levou a definir a linguagem significativa como composta somente pelos enunciados descritivos, ou seja, aqueles em que se pudesse atribuir valores de verdade. Uma consequência dessa forma de pensar é que a significação fica localizada fora da linguagem, atribuindo-lhe a função de significante, cujo papel é de mera representação ou substituição.

Uma consequência dessa definição é que todos os enunciados que não se encaixavam como descritivos estariam banidos da linguagem significativa e, assim,

seriam considerados absurdos ou sem sentido. Com isso, impôs-se um limite à linguagem, que, nesse contexto, foi credenciada como a única que pode *dizer* algo e tudo o que não atendesse a esse critério somente poderia ser *mostrado*, ou seja, pertenceria ao campo do inefável, como já foi dito.

Já em sua segunda filosofia, como vimos, Wittgenstein reelabora sua concepção de linguagem, trazendo para a significação os enunciados proscritos pela concepção tractariana e passa a aplicar um método que consiste em *descrever* a gramática dos usos dos conceitos, sem a pretensão de explicar seus fundamentos, por meio da análise dos diversos usos das palavras, nos diversos jogos de linguagem, o que podemos chamar de *método terapêutico* (SPANIOL, 1989, p. 87-88). Esse método, visa a cura do pensamento confuso, resultado de mal-entendidos gramaticais. Ao contrário do que possa parecer, esses mal-entendidos não são decorrentes de um uso errôneo da linguagem (SPANIOL, 1989, p. 89), mas de uma ilusão provocada pelas imagens que construímos ao interpretar mal as expressões que usamos no cotidiano e ao “tirarmos as mais estranhas conclusões” (MORENO, 1993, p. 33).

Uma dessas imagens, a que Wittgenstein se refere (WITTGENSTEIN, 2012, § 115), está relacionada ao uso referencial da linguagem (WITTGENSTEIN, 2012, § 1). Ao nomearmos objetos, estabelecemos uma conexão entre a palavra proferida e o objeto nominado. Esse objeto passa a ser, então, um modelo para a aplicação dessa palavra e assume um papel de paradigma de uso. Ao desempenhar a função de modelo, tal objeto passa a fazer parte da linguagem, tornando-se *regra* ou *norma* para o uso da palavra. (MORENO, 1993, p. 18). Assim, o paradigma é uma técnica que, junto com outras, possibilita a ligação entre a palavra e o objeto na nomeação. Com isso, o significado da palavra não está no objeto a que ela se refere (uso referencial), este uso apenas prepara a constituição do sentido da palavra em questão (WITTGENSTEIN, 2012, § 26).

Uma concepção exclusivista da linguagem, como a que é atribuída a Agostinho, reduz a significação ao nível da nomeação, em que o significado “é o objeto que a palavra substitui” (WITTGENSTEIN, 1999, §1). Essa forma de ver a significação linguística, para Wittgenstein, é parcial porque apresenta apenas um aspecto preparatório da significação, ou seja, ainda não é nenhum lance no jogo de linguagem da descrição, assim como, colocar as peças nas suas devidas posições no tabuleiro do xadrez, não é nenhum lance do jogo, mas apenas uma preparação para jogar. (MORENO, 1993, p. 27).

Assim, o significado deixa de ter seus fundamentos últimos em elementos extralinguísticos para ser o próprio uso que se faz da expressão linguística. Uma

consequência disso é a impossibilidade lógica de se determinar o sentido de uma palavra isolada, fora do seu contexto de uso. Outra consequência, é que a palavra passará a ter múltiplos significados de acordo com a multiplicidade de seus usos. Assim, o conceito de uma palavra não será mais determinado por uma essência hipotética que estaria presente em todos os usos de uma palavra, mas no conjunto de usos que fazemos da palavra nos mais diversos jogos de linguagem.

O exemplo clássico dado por Wittgenstein é o próprio conceito da palavra jogo.

Ele diz:

Considere, por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo *deve* ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’”, - mas *veja* se algo é comum a eles todos. – Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! – Considere, por exemplo, os jogos de tabuleiro, com seus múltiplos parentescos. Agora passe para os jogos de cartas: aqui você encontra muitas correspondências com aqueles da primeira classe, mas muitos traços comuns desaparecem e outros surgem. Se passarmos agora aos jogos de bola, muita coisa comum se conserva, mas muitas se perdem. – São todos ‘recreativos’? Compare o xadrez com o jogo da amarelinha. Ou há em todos um ganhar e um perder, ou uma concorrência entre jogadores? Pense nas paciências. Nos jogos de bola há um ganhar e um perder, mas se uma criança atira a bola na parede e a apanha outra vez, este traço desapareceu. Veja que papéis desempenham a habilidade e a sorte. E como é diferente a habilidade no xadrez e no tênis. Pense agora nos brinquedos de roda: o elemento de divertimento está presente, mas quantos dos outros traços característicos desapareceram! E assim podemos percorrer muitos, muitos outros grupos de jogos e ver semelhanças surgirem e desaparecerem. (WITTGENSTEIN, 1999, § 66) [grifos do autor].

Como pode ser observado, há uma dificuldade de se traçar precisamente o conceito de jogo, porque há uma gama de usos dessa palavra a tal ponto que a busca por uma essência do que seja jogo é impossível. Notemos que Wittgenstein faz uma advertência importante: “Não diga: ‘Algo *deve* ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’’, - mas *veja* se algo é comum a eles todos.” A advertência consiste em não elaborarmos hipóteses sobre o conceito de jogo, mas descrever o uso efetivo que fazemos da palavra jogo. Ora, ao se argumentar que há uma essência do que é jogo, porque essas atividades são todas chamadas assim, mostramos estar contaminados pela concepção referencialista da linguagem, uma vez que essa suposta essência seria a referência da palavra jogo e em consequência seu significado. Não nos damos conta de que o que há

são apenas semelhanças entre as aplicações da palavra jogo, denominadas por Wittgenstein de semelhanças de família.

Wittgenstein nos convida a *olhar* para os usos que fazemos das palavras e *ver* seu significado. Com isso, a necessidade de um conceito ser exato desaparece e é revelada toda sua vagueza, o que não impede que o usemos em nossas formas de vida. Dessa forma, o conceito será formado, segundo Wittgenstein, não a partir de uma suposta essência comum a *todos* os usos de uma palavra, mas pela multiplicidade de seus usos. Com isso, o conceito passar a ser dinâmico, uma vez que terá seu sentido modificado a cada novo uso institucionalizado ou a cada uso deslegitimado. Também haverá uma relativização quanto a abrangência do conceito, já que ele poderá assumir diversos sentidos, dependendo da forma de vida em que se encontra. Ao privilegiarmos um único uso para o sentido de um conceito, deixaremos de fora todos os outros usos que dele fazemos. Essa foi uma das armadilhas em que o jovem Wittgenstein caiu.

O uso privilegiado ou dogmático que fazemos dos conceitos são imagens que nos levam ao engano, porque não permite que vejamos o real emprego de nossas palavras e conceitos. Para combater o uso dogmático das imagens, Wittgenstein desenvolveu sua terapia filosófica porque, para ele, “a filosofia é uma luta contra o enfeitamento de nosso intelecto pelos meios de nossa linguagem” (WITTGENSTEIN, 2012, § 109).

Por isso, Wittgenstein desenvolveu um método filosófico que objetiva a cura das confusões conceituais decorrentes de uma dieta unilateral da significação linguística. Um dos principais “remédios” da terapia são os jogos de linguagem, que devem ser compreendidos como ferramentas de comparação entre os usos de uma palavra ou de um conceito.

Assim, a terapia filosófica de Wittgenstein se dirige aos efeitos que o uso dogmático das imagens produz no intelecto. Um deles é a necessidade de os conceitos serem exatos, como se houvesse uma única aplicação para eles, inequívoca, determinada, normalizada. Daí, a impressão de não podermos pensar o contrário daquilo que a imagem nos sugere (MORENO, 1993, p. 35), o que nos leva a um dogmatismo de sua aplicação, como se fora única. No entanto, não é contra as imagens que Wittgenstein direciona sua terapia, mas contra as aplicações dogmáticas que delas fazemos. “É possível conservar as imagens e ao mesmo tempo evitar as confusões filosóficas que elas podem criar, se admitirmos, segundo Wittgenstein, que a significação é o conjunto dos usos que fazemos da linguagem.” (MORENO, 1993, p. 40).

Um fator importante para a geração de confusões conceituais na filosofia é descrito por Wittgenstein da seguinte forma: “uma causa principal das doenças filosóficas – dieta unilateral: alimentamos nosso pensar só com uma espécie de exemplos.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 593). Uma dieta unilateral consiste em conceber que há uma única maneira legítima para o uso dos conceitos, uma interpretação unilateral da significação. Numa perspectiva agostiniana, diz Wittgenstein, o significado

é o objeto que a palavra substitui. Santo Agostinho não fala de uma diferença de espécie de palavras. Quem descreve o aprendizado da linguagem dessa forma, pensa, acredito eu, primeiramente, em substantivos como ‘mesa’, ‘cadeira’, ‘pão’ e em nomes de pessoas. Somente em segundo plano, em nomes de certas atividades e qualidades e nas restantes espécies de palavras como algo que se irá encontrar.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 1).

Pensar a linguagem como a nomeação de objetos é deixar de fora ou diminuir a importância de palavras como os adjetivos, os numerais, os dêiticos etc. Essa maneira de ver a linguagem, leva-nos, indubitavelmente, à ideia de que todas as palavras devem funcionar como substantivos. Assim, números, cores, atividades são coisificados e conhecer tais conceitos seria o resultado de uma busca, como na busca de algo que está oculto, como se procurássemos um objeto perdido e, ao encontrá-lo, bastar-nos-ia descrevê-lo precisamente. Eis a confusão conceitual a qual nos submete tal dieta unilateral da significação da linguagem.

Assim, a terapia filosófica visa a cura do uso dogmático das imagens que enfeitam o intelecto por meio da linguagem. Portanto, cabe ao filósofo, ao invés de buscar explicar ou resolver os problemas filosóficos, apenas descrever os usos que são feitos das palavras que levam a tais problemas. Sua tarefa é fazer uma investigação pelas formas de uso dos conceitos, procurando descortinar a gramática que rege esses usos e assim, simplesmente colocar as coisas, sem deduzir nada e sem concluir nada (WITTGENSTEIN, 2012, § 126).

A filosofia, então, é vista por Wittgenstein como uma atividade terapêutica. Cada problema filosófico requer uma terapia própria, um método próprio. “Não existe *um* método em filosofia, o que existe são métodos, por assim dizer, diferentes terapias.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 133, grifos do autor). Embora não possua um único modelo a ser aplicado aos problemas filosóficos, a terapia segue algumas regras: a) verificar como usamos a palavra correspondente ao conceito em suas diversas aplicações – na matemática, na filosofia, na psicologia, no cotidiano etc.; b) colocar essas palavras em

situações primitivas de uso, como foram inicialmente ensinadas e aprendidas e como foram definidas; c) inventar usos intermediários possíveis, diferentes dos usuais, imaginar novos jogos de linguagem para apreender as múltiplas ligações analógicas desses usos, com o intuito de sair dos jogos habituais e possibilitar a criação de novas imagens e assim se libertar do pensamento dogmático. (MORENO, 2000, p. 61).

A terapia filosófica consiste em aplicar a palavra nos diversos jogos de linguagem, usuais e inusitados, que serão “*objetos de comparação*, os quais, por semelhança e dissemelhança, devem lançar luz nas relações de nossa linguagem.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 130, grifos do autor). Os jogos de linguagem fazem o papel de modelo, considerado “como aquilo que é, como objeto de comparação – por assim dizer, como medida; e não como preconceito ao qual a realidade *tem que* corresponder. (O dogmatismo, em que caímos tão facilmente ao filosofar.)” (WITTGENSTEIN, 2012, § 131, grifos do autor).

Uma das principais fontes de nossa falta de compreensão é que não *dominamos com uma clara visão o uso de nossas palavras*. – Falta à nossa gramática uma *disposição clara*. Uma exposição de conjunto transmite a compreensão, que consiste exatamente em ‘ver conexões’. Daí a importância de se achar e de se inventar *conectivos*. (WITTGENSTEIN, 2012, § 122, grifos do autor).

Com isso, Wittgenstein propõe que se coloque o máximo de jogos de linguagem na mesa para que se tenha uma visão panorâmica do conjunto de jogos, e assim se veja melhor as conexões entre eles. Uma visão panorâmica possibilita nos libertar do dogmatismo a que somos induzidos pela “dieta unilateral”. O conjunto de jogos de linguagem não é limitado e nem segue um padrão. Não há legitimidade ou pertinência entre eles, todos são igualmente pertinentes e legítimos. (MORENO, 2000, p. 63). Portanto, somos livres para criarmos os mais diversos jogos de linguagem, exercício necessário para a cura do pensamento dogmático que, por meio da exemplificação analógica, permitir-nos-ão ver as ligações de sentido das palavras e possibilitarão a compreensão de que a significação de um conceito é o conjunto aberto de seus usos (MORENO, 1993, p. 38).

A terapia filosófica de Wittgenstein desempenha um papel importante em nossa investigação, uma vez que pretendemos esclarecer os usos do conceito de número na alfabetização matemática de crianças no contexto dos jogos de linguagem praticados pela professora alfabetizadora nas atividades de ensino. Uma descrição gramatical dos usos da palavra “número” e dos numerais será a tarefa por nós assumida para clarificar esse

conceito e assim apontar outras possibilidades, outros jogos, igualmente legítimos e pertinentes aos que estão presentes no dia a dia da sala de aula e, como foi discutido nesta seção, ao sedimentarem como imagens cristalizadas, semelhantemente à atividade filosófica, podem levar a confusões conceituais com implicações importantes para o aprendizado do conceito de número pela criança.

3 Linguagem Matemática e Ensino de Número

Linguagem Matemática

A linguagem matemática, como objeto de estudo e pesquisa, está se tornando um tema que tem sido alvo da preocupação de muitos educadores matemáticos, uma vez que essa linguagem tem sido apontada como um obstáculo para o aprendizado (FAYOL, 2012; DEVLIN, 2008), principalmente, dos estudantes da educação básica. Embora incipientes esses estudos focam nas relações que a linguagem matemática tem com outras linguagens, principalmente com a língua materna em contextos de aprendizagem (FRANCHI, 1995; COELHO, 2017; KALINKE, 2009; MAIA, 2013; SILVEIRA, 2005; MELO, 2018; SILVA, P.; 2016).

O Grupo de Estudos e Pesquisa em Linguagem Matemática (GELIM) da Universidade Federal do Pará (UFPA) tem produzido, nos últimos anos, pesquisas inovadoras no campo da Educação Matemática com foco na linguagem matemática, a partir das filosofias da linguagem e da matemática de Wittgenstein. Essas pesquisas investigam como a atividade matemática é produtora de conceitos matemáticos, o papel das regras na significação, a constituição de conceitos matemáticos, a tradução entre linguagens etc.

Por exemplo, Silveira tem pesquisado sobre o processo tradutório, assim definido por ela, que existe entre as linguagens matemática e ordinária nas aulas de matemática e a produção de sentidos que os estudantes atribuem a essa linguagem (SILVEIRA, 2005; 2011; 2014; 2018; 2020). Nessa mesma linha, mas envolvendo a linguagem matemática e a Língua Brasileira de Sinais (Libras), Moreira (2015) e Costa (2019) têm buscado compreender as nuances da comunicação entre surdo e ouvinte nas aulas de matemática e como esses alunos atribuem significado aos símbolos matemáticos. Pode parecer que não haja novidade nesses temas, mas o diferencial dessas pesquisas está na abordagem dos problemas, que passam a ser vistos a partir de uma concepção pragmática ou wittgensteiniana da constituição do sentido no interior desses sistemas linguísticos.

Aliás, essa é a tônica e o diferencial das pesquisas do GELIM/UFPA em relação às que predominam no campo da educação matemática em relação ao tema *linguagem matemática* que, em geral, fazem abordagens mais centradas em processos cognitivos. Ora, não é que uma perspectiva wittgensteiniana negue a existência de processos mentais, ela somente situa na linguagem as condições de possibilidades de atribuição do sentido

linguístico, uma vez que a linguagem é concebida, em Wittgenstein, como um sistema de proposições com funções diversificadas, tais como, comunicar, expressar, descrever, representar, dar ordem, normatizar etc. (WITTGENSTEIN, 2012, § 23; MORENO, 2003, p. 134).

Assim, os conceitos: *jogo de linguagem*, *seguir regras*, *ver e ver-come*, *gesto ostensivo*, *semelhanças de família* etc. são objetos dos estudos e pesquisas do grupo, como ferramentas que auxiliam na compreensão do funcionamento da linguagem matemática e situação de ensino em todos os níveis e modalidades de ensino. No entanto, dentre esses conceitos, *jogo de linguagem* é o que tem sido utilizado com maior frequência.

Talvez essa prevalência se justifique porque os jogos de linguagem se constituem como a “totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais elas vêm entrelaçadas” (WITTGENSTEIN, 2012, § 7), o que implica que esse conceito está na base de todos os processos de significação de qualquer sistema simbólico: na tradução, na compreensão, na interpretação, na leitura, na escrita, na oralidade, nos gestos etc. É a partir dessa perspectiva que realizamos nossa investigação.

Nesse contexto, o conceito *jogo de linguagem* pode possibilitar uma melhor compreensão dos usos da linguagem em geral e em particular da linguagem matemática, que, neste trabalho, é concebida como uma linguagem peculiar, exclusivamente escrita e codificada, que busca apoio oral na linguagem natural. Ela é constituída por símbolos, gráficos, formas geométricas, diagramas e expressões algébricas, que lhes são peculiares, e por um vocabulário que tem naturalmente uma relação de interdependência com a língua materna.

Dessa forma, podemos dividir, por razões didáticas, a linguagem matemática em dois tipos de enunciados: o *codificado* – composto por símbolos próprios da matemática: sinais (\leq , \geq , \div , \times , $\sqrt{\quad}$, etc.); algarismos indo-arábicos (0, 1, 2, 3, etc.); e por símbolos emprestados de outros sistemas linguísticos: letras do alfabeto grego (β , Σ , π); letras do alfabeto português (a, b, c, x, y, z etc.); sinais gráficos das línguas maternas ocidentais (!, -, (), [], ~, etc.) (SILVEIRA, 2014, p. 48); e o *vocabular* – composto por palavras e expressões da linguagem natural que podem ser agrupadas de acordo com os significados atribuídos a elas: a) palavras ou expressões, embora aparentadas, são usadas em ambas as linguagens com significados muito distintos; b) palavras ou expressões próprias da linguagem natural que aparecem no discurso matemático com o objetivo de contextualizar os enunciados; c) palavras ou expressões da linguagem natural que são usadas para se referir, especificamente, a objetos matemáticos (LEE, 2010, p. 40).

Desse modo, é perceptível a dependência da linguagem matemática, principalmente em seu aspecto vocabular, da linguagem natural, o que poderá provocar interferências na compreensão dos enunciados matemáticos. Com isso, há uma complementaridade entre essas duas linguagens, cujas relações precisam ser estudadas, para que se dissolvam os possíveis problemas conceituais oriundos da má compreensão de suas funcionalidades.

Portanto, ter consciência dos diferentes usos das palavras ou expressões pode ser útil ao professor de matemática que perceberá algumas confusões que os alunos fazem ao lerem os enunciados de situações-problema propostos nas aulas e nas avaliações. Acontece que, muitas vezes, essas confusões são resultado do uso que o próprio professor faz da linguagem. Por exemplo, quando as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental procuram evitar o uso dos termos específicos da linguagem matemática, substituindo-os por palavras que julgam ser mais “fáceis” para os alunos, por pensarem que as crianças, nessa idade, não conseguirão entender o significado desses termos. Essas professoras, porém, esquecem que essas mesmas crianças, nessa fase, estão em processo de apropriação da linguagem e que a significação das palavras acontece nos diversos usos que elas fazem na práxis linguística. Termos como algarismo, algoritmo, esfera, operação etc. são termos comumente evitados nos anos iniciais do ensino fundamental.

Também é o caso da palavra hipotenusa que não é usual na linguagem corrente e que o aluno só vai ter contato com ela nas aulas de trigonometria do triângulo retângulo, caso o professor decida usar outra expressão, “lado maior”, por exemplo, por julgar ser próximo da realidade linguística de seu aluno, estará produzindo uma lacuna no repertório linguístico-matemático, que implicará na constituição dos conceitos de triângulo retângulo, das razões trigonométricas, além de se tornar um obstáculo ao ensino desses conceitos nos anos posteriores.

Logo, a decisão de evitar o uso de termos específicos da linguagem matemática se mostra um equívoco por parte do professor, que tem a possibilidade de enriquecer a bagagem linguística de seus alunos, procurando sempre deixar claro o sentido que está dando às palavras, principalmente daquelas que são usadas frequentemente em ambas as linguagens, a comum e a matemática.

Ademais, a linguagem matemática é uma linguagem abreviada e especializada, que comporta em si um modo peculiar de expressar suas ideias, constituindo o que chamamos de escritos matemáticos. Sua estrutura gramatical própria, sua formalidade e sua impessoalidade resultam num modo de expressão evidentemente matemático que

devem ser considerados (LEE, 2010, p. 35). Os aspectos dessa linguagem, aqui apresentados, muitas vezes, são razões das dificuldades no aprendizado da matemática. No entanto, é necessário que se compreenda o caráter gramatical das proposições matemáticas, sua natureza e processos de significação, além da relação que essa linguagem mantém com a linguagem natural, para que o ensino da matemática seja mais efetivo.

Conceito de Ensino

Segundo o dicionário, *ensinar* significa: 1. Instruir, educar; 2. Adestrar; 3. Fazer conhecer; 4. Mostrar, sugerir; 5. Castigar; 6. Dar aulas, lecionar. (AMORA, 2008). Os significados apresentados pelo dicionário são uma amostra da diversidade de conceitos que fazem parte do conceito de ensino e todos igualmente vagos. Ensinamos quando falamos a um grupo de aprendizes sobre um determinado assunto. Também ensinamos quando, sem mesmo proferirmos palavras, mostramos com exemplos comportamentais ou atitudinais o que esperamos que o discípulo aprenda. Planejamos e nos preparamos para ensinar e ensinamos sem qualquer planejamento ou preparação. O que está sob o guarda-chuva do conceito de ensino?

O conceito de ensino não tem limites definidos. Expressões como “ensino-aprendizagem”, “ensino/aprendizagem”, “ensino e aprendizagem”, mostram algumas formas de conceber o ensino e sua relação com a aprendizagem. “Ensino-aprendizagem” é usado para definir ensino como um processo que é indissociável do processo de aprendizagem, numa relação de implicação (ensino \rightarrow aprendizagem): só há ensino quando há aprendizagem. “Ensino/aprendizagem” apresenta a ideia de que ensino e aprendizagem são sinônimos. Diferentemente da expressão “ensino-aprendizagem”, em que ensino e aprendizagem são concebidos como *processos* distintos, mas indissociáveis, aqui esses conceitos são concebidos como um único processo, podendo ser chamado por uma ou outra palavra, mudando apenas a perspectiva que se quer enfatizar, por exemplo: “eu sei equação porque me ensinaram” equivaleria a “eu sei equação porque aprendi”. Por último, “Ensino e aprendizagem” são apresentados como conceitos distintos sem que um implique, *necessariamente*, no outro ou sem que um seja *necessariamente* resultado do outro. Nessa última expressão, o conceito de ensino pode denotar processo ou atividade.

A diferença entre essas três formas de apresentar os termos ensino e aprendizagem mostram apenas alguns modos de usos dessas palavras e como são

relacionadas. Essas formas estão longe de serem definições de ensino e/ou de aprendizagem. No entanto, elas são reveladoras de alguns elementos que podem ser apontados como constituintes desses conceitos e suas relações.

Passmore (2001), em seu artigo *O Conceito de Ensino*, inicia sua reflexão sobre o conceito de *ensino* com a seguinte pergunta: “O que é ensinar?” Como resposta, ele apresenta uma definição de Scheffler em que o ensino seria uma atividade que *visa* promover a *aprendizagem*, *respeitando* a integridade intelectual do aluno e sua autonomia. (PASSMORE, 2001, p. 1). Essa definição parece concordar com as duas primeiras expressões sintetizadas nos parágrafos anteriores. Ela ressalta dois pontos importantes: a intencionalidade e a consequência.

Mas seria o ensino intencional e sua consequência o aprendizado? Vejamos alguns usos do termo para vermos se a definição de Scheffler é precisa. Começemos pelo segundo ponto: o ensino implicaria o aprendizado. O enunciado “Fulano me *ensinou* a nadar” traz o sentido de que ensinar implica em aprender. Ficaria muito estranho alguém dizer “ele me ensinou a nadar, mas eu não aprendi”. Nesse sentido, uma vez que alguém ensinou outro a nadar, então este *deve* saber nadar. Ele pode até nadar mal, mas sabe nadar. No entanto, pode ser que um professor diga “eu ensinei equação por mais de um mês e a turma não aprendeu”. Nesse caso, o ato de ensinar não implica necessariamente o aprendizado, mas uma tentativa de levar alguém a aprender.

Assim, podemos ver que ensinar assume pelo menos dois significados distintos: o aprendizado efetivo ou apenas a tentativa de efetivar o aprendizado. Parece-nos que o segundo sentido está mais próximo do conceito de ensino atribuído à atividade docente. Com isso, tentar estabelecer uma definição que esteja pautada na efetivação do aprendizado não se apoia na realidade do uso do termo, principalmente no ambiente educacional.

O segundo ponto tem a ver com a intencionalidade do ensino. Ensinar seria uma atividade intencional? Vejamos alguns exemplos. É perfeitamente concebível que alguém diga que aprendeu a tocar violão, somente olhando o outro tocar ou que alguém aprendeu a se comportar de determinada forma, apenas seguindo o exemplo de outro. Em ambos os casos, parece ter havido um *ensino* espontâneo ou involuntário. É notório que não houve intencionalidade na atividade exercida por quem serviu de exemplo: “eu ajo assim, porque meu pai me *ensinou* com seu exemplo”.

Nos exemplos acima podemos notar a falta de intencionalidade no ato de ensinar. Esse uso do termo ensinar, difere substancialmente do uso educacional, uma vez que o

ensino no ambiente educacional pressupõe planejamento, preparação, estudos, estabelecimento de objetivos e metas. O que não acontece no uso cotidiano do termo. Dessa forma, a definição proposta por Scheffler parece ter sido cunhada a partir da descrição dos usos que são feitos do termo no meio educacional, uma vez que aponta para uma concepção intencionalista e consecutivista, de que o ensino no ambiente educacional, em especial em sala de aula, deve ser planejado, preparado, visando o efetivo aprendizado do aluno.

Na gramática do verbo ensinar estão implícitas as regras: “existe *alguém* que ensina”, “existe *alguém* que é ensinado” e “existe *algo* a ser ensinado”, que leva a regra mais ampla “*alguém* ensina *algo* a *alguém* (PASSMORE, 2001). Assim também, à gramática do termo “dar” pertencem as mesmas regras, elas são aparentadas. Porém, no caso do uso do verbo “dar” essas regras são explícitas. Enunciados do tipo: “ele dá”; “ele deu um livro”; “ele deu a João”; são enunciados incompletos, que só terão sentido em jogos de linguagem muito específicos. Essas regras que estão na gramática de usos desse verbo, em jogos de linguagem mais gerais, precisam ser seguidas para que os enunciados tenham sentido, como por exemplo: “Ele deu o livro a João”.

Diferentemente do verbo “dar”, o verbo “ensinar”, embora seu sentido, nos jogos de linguagem, dependa das mesmas regras, pode ser usado sem que a tríade de regras mencionadas seja seguida explicitamente. O que não tira a importância de uma delas ou as anulem, mas apenas a ocultem, disfarçando sua presença. Enunciados do tipo “Ele ensina”; “Ele ensina matemática”; “Ele ensina a João” são enunciados perfeitamente compreensíveis, porém fica implícito a presença dos demais elementos da tríade.

Assim, na fórmula “alguém ensina algo a alguém” faz surgir uma gama de proposições significativas, todas expressando facetas do conceito de ensinar. Logo, podemos ter:

“O pai ensina ao filho jogar bola.”

“A professora ensina matemática a seu aluno.”

“A vida ensina as pessoas a serem pacientes.”

“A natureza ensina os pássaros a construir seus ninhos.”

“A prisão ensina o infrator a agir corretamente.”

A gramática do verbo “ensinar” permite que sejam colocados no lugar do “alguém” que ensina nomes de pessoas ou conceitos. Já na posição do “alguém” que é ensinado é permitido seres vivos, inteligentes ou não. Por fim, no lugar do “algo” a ser

ensinado é permitido atividades, conhecimentos, estados psicológicos, comportamentos, habilidades etc.

Na esfera educacional, os atores e objetos constituintes do conceito de ensino são facilmente identificados: professores e professoras que ensinam, alunos, alunas e o conhecimento historicamente sistematizado que são ensinados. É evidente que estamos sendo específicos, porque há claramente outras atividades de ensino em outras situações distintas das que acontecem em sala de aula, que envolvem as personagens que citamos acima. Aluno ensina aluna o dever de matemática; professor ensina professor um novo jogo pedagógico, aluno ensina professor uma gíria, e assim por diante. Mas nos interessa olhar para a tríade que está no cerne do conceito de ensino como atividade intencional em ambiente e situações “controlados”, em especial nas turmas de alfabetização.

O que é ensinado na alfabetização? Ler, escrever e operar com números, basicamente (DANYLUK, 2010, p. 29). Que jogos de linguagem estão envolvidos nessas habilidades? Se ensina a ler, a escrever e a operar com números (calcular) da mesma forma que se ensina um jogo de xadrez, por exemplo? Ler, escrever e calcular são atividades que exigem certo grau de domínio dos usos das regras que compõem os sistemas aos quais essas atividades estão relacionadas. No entanto, cabem as perguntas: o ensinar regras é suficiente para que a criança seja considerada alfabetizada? A escola deveria, para além do ensino dessas atividades, objetivar a excelência em cada uma delas? É possível ensinar uma criança a ser uma excelente leitora, ou escritora, ou calculadora?

Azanha (2006) faz uma análise sobre o ensino de regras e atividades em distintos jogos de linguagem, para contrapor a ideia de que competência⁹ pode ser ensinada na escola. O autor inicia sua análise apresentando as competências avaliadas na parte objetiva do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)¹⁰ e os propósitos do tal exame, que seriam:

Um deles é o de instituir um procedimento nacional de avaliação do ensino médio e o outro é a tentativa de sugerir a adoção, também nacional, de uma pedagogia de amplíssimas e vagas competências.” (AZANHA, 2006, p. 170).

⁹ O texto de Azanha (2006) é uma discussão sobre o uso do conceito de Competência na matriz de referência do Enem (BRASIL, 2019a) que, por sua vez, é baseada na Teoria das Competências de Perrenoud (RICARDO, 2010).

¹⁰ O ENEM é uma prova de larga escala aplicada pelo Ministério da Educação desde 1998, com o objetivo de avaliar o desempenho final dos alunos da educação básica. Inicialmente, foi aplicada em 184 municípios e hoje alcança todo o Brasil. Atualmente, o exame é porta de acesso às universidades federais, à boa parte de universidades estaduais e privadas (BRASIL, 2019b).

O autor observa ainda que a adoção dessa pedagogia deve mudar o foco do ensino, da preocupação na acumulação de conhecimento, para o desenvolvimento de competências. Essa mudança de foco tem como pano de fundo a concepção de que haveria uma correção de práticas a serem superadas, que privilegiam a memorização.

Azanha continua sua reflexão a respeito dos impactos da adoção da pedagogia das competências analisando o significado da palavra competência que teve sua origem no mundo jurídico, mas que teve seu significado ampliado no uso da linguagem corrente: de indicar prerrogativas de instituições ou pessoa para examinar e decidir sobre determinado caso, para indicar um alto grau no desempenho de atividades específicas. (AZANHA, 2006, p. 177). No entanto, o autor aponta que os reais problemas, ao se importar um termo como esse para a educação, surgem quando se pergunta “o que é competência?” assemelhando o seu significado ao de coisas como “pedra”, “rio”, “casa” etc. (AZANHA, 2006, p. 179). Na realidade, esse problema é a base da terapia filosófica de Wittgenstein, quando descreve a gramática dos usos de termos psicológicos.

Conceber a competência como correspondendo a “algo” a ser desenvolvido pela escola, pode levar a uma falsa dicotomia entre competência e conhecimento, como se alguém pudesse ser um competente músico sem conhecer música ou ser um competente matemático sem dominar o conhecimento matemático. Contrapondo-se a essa ideia, Azanha observa que a competência, na realidade, refere-se à excelência no desempenho de uma atividade e não a uma “coisa” que possa ser desenvolvida nas escolas de formação geral. (AZANHA, 2006, p. 181-182).

Nesse contexto, Azanha dá exemplo de alguns jogos de linguagem para ilustrar a ideia de que a competência está relacionada à excelência no desempenho de uma atividade específica. Ele começa conceituando o que chama de “atividade plenamente ensinável”, ou seja, atividade que envolve diretamente o ensino de regras e suas aplicações. Para isso, o autor exemplifica o conceito com o ensino do jogo de xadrez. O ensino do xadrez consiste basicamente na transmissão de um conjunto de regras. Assim, o professor poderá dizer que ensinou xadrez a uma turma se boa parte dos alunos conseguir jogar algumas partidas de xadrez sem violar sistematicamente as regras do jogo. Isso, no entanto, não quer dizer que todos os alunos jogam xadrez com a mesma habilidade. Essas habilidades serão diferenciadas dependendo do nível de “domínio” das técnicas que o aluno atingiu, podendo-se afirmar que alguns alunos “sabem jogar e jogam bem” e que outros “jogam muito bem.”

A conclusão que o autor faz de atividades plenamente ensináveis, como o xadrez, é de que o ensino coletivo tem uma função muito básica no desempenho dos aprendizes. A excelência do desempenho é atingida pelo esforço individual no treino. A partir de um certo patamar, o ensino coletivo perde o sentido e, caso o objetivo seja a excelência, então convém que o ensino seja individualizado e somente para aqueles que se destacaram na turma. Assim, conclui o autor, fica claro que em cursos de formação geral como são os ensinos médio e o fundamental, não convém estabelecer como objetivo o desenvolvimento de competências, tidas como um elevado grau de excelência no desempenho de atividades específicas. (AZANHA, 2006, p. 184-185).

A seguir, o autor busca dar um exemplo de atividades bem distintas das que ele chamou de “plenamente ensináveis”, são as atividades “problematicamente ensináveis”. Para isso, ele traz como exemplos as atividades de *raciocinar* e *operar* (no sentido cirúrgico). As atividades *problematicamente* ensináveis se diferenciam das *plenamente* ensináveis pela sua complexidade e seu desempenho nunca ser relativo ao conhecimento de regras e suas aplicações, como no xadrez. Para uma pessoa ser um cirurgião, não basta que ele tenha os conhecimentos básicos de medicina, ele precisa praticar a cirurgia, não como um jogador de xadrez faz, pois a aplicação prática das regras básicas da cirurgia é totalmente distinta da compreensão intelectual dessas regras. (AZANHA, 2006, p. 186-187).

Dessa forma, o autor estabelece, mesmo que metaforicamente, uma escala de complexidade do ensino, cujo nível mais elementar seriam as atividades *plenamente* ensináveis e no extremo oposto as atividades *problematicamente* ensináveis. Todas as atividades humanas ensináveis estariam num ponto dessa escala, segundo o autor. Ler e escrever, atividades ensináveis típicas da alfabetização, estariam num nível intermediário de complexidade ou *ensinabilidade*. (AZANHA, 2006, p. 187-188).

Assim, os níveis de *ensinabilidade* podem ser classificados da seguinte forma:
Nível 1 – (Atividades plenamente ensináveis – Jogar xadrez, jogar futebol, jogar cartas etc.) Consiste na transmissão de um certo conjunto de regras e no controle de suas aplicações. Nesse caso, o êxito da aprendizagem é a correta aplicação das regras e não somente sua enunciação. Nessas atividades, a prática é precedida de um conhecimento, numa clara dependência entre a prática e a teoria.

Nível 2 – (Atividades mais complexas que as do nível 1 e menos que as do nível 3 – nadar, cozinhar, dançar, ler, escrever etc.). Consiste em atividades em que há uma mistura complexa de habilidades físicas e de conhecimentos. Nesse nível, a prática não decorre

logicamente do conhecimento, prescinde deste, como no caso da natação. Para saber nadar, não há necessidade de um conhecimento teórico das técnicas de natação, assim como, para cozinhar e para dançar, diferentemente do nível anterior, como no caso do xadrez. O ensino aqui pode consistir somente em apresentar exemplos e desaprovações em caso de equívocos na imitação do modelo. Não há clareza na relação entre teoria e prática.

Nível 3 – (Atividades problematicamente ensináveis – Ensinar, argumentar, operar (cirurgia), diagnosticar, pesquisar, representar (no teatro)). Consiste em atividades, cujo domínio teórico das técnicas para sua efetivação é insuficiente para garantir o exercício das atividades. Há uma relação enigmática entre as atividades e as regras. Nos casos dos níveis anteriores, alguém pode *saber* jogar xadrez, mas joga mal, ou pode *saber* nadar, mas nada mal. No entanto, quem *sabe* ensinar só pode fazer isso se o faz bem. Não faz sentido dizer que alguém *sabe ensinar, mas ensina mal*. Nesse nível, a gramática do verbo *saber* indica que essas atividades são executadas com desempenho de excelência. Em outras palavras, só se fala que alguém *saber* fazer tal atividade se a faz bem. (AZANHA, 2006, p. 188-191).

Nesses três níveis de *ensinabilidade*, a excelência está fortemente atrelada ao desempenho individual. No entanto, nos casos dos níveis 1 e 2, há uma combinação entre ensino, treinamento e acompanhamento crítico, porém no nível 3 a excelência no desempenho é muito mais dependente do componente individual, que não pode ser substituído por nenhum desses fatores citados – ensino, treinamento ou acompanhamento crítico – embora necessários, são insuficientes.

Assim posto, no ambiente escolar, estão presentes esses vários níveis de ensinabilidade nas diversas atividades ensináveis que fazem parte da atividade professoral, e saber distingui-las é fundamental para que se alcance minimamente os objetivos educacionais. Acontece que

As situações tipicamente escolares e coletivas, no ensino fundamental e médio, não são propícias ao desenvolvimento individual de competências em nenhuma atividade, especialmente aquelas arroladas no Caso 3 [Nível 3]. (AZANHA, 2006, p. 192). [grifos do autor]

Portanto, conclui o autor, as características das atividades desenvolvidas na escola não são as que melhor possibilitam o desempenho excelente de nossos alunos, por toda a complexidade que essas atividades possuem.

Nesse contexto, ensinar na alfabetização tem um significado bem específico que envolve uma gama de atividades ensináveis dos diversos tipos de complexidade. Saber distingui-las é de suma importância para a professora alfabetizadora que queira ensinar seus alunos. Ensinar a ler, a escrever e a calcular, entre outras atividades do processo de alfabetização, são atividades que envolvem complexas relações entre o ensino de regras e o desenvolvimento dessas atividades. São os jogos de linguagem da alfabetização que precisam ser compreendidos, para que se potencialize o aprendizado das crianças, garantindo as condições básicas para o seu desenvolvimento.

4 Epistemologia e Ensino de Número

O que é o número? E qual é a sua natureza? Esse é um problema matemático-filosófico que tem repercussões importantes na prática pedagógica. A forma como concebemos a natureza epistemológica do número determinará, em certo sentido, a forma como vamos ensiná-lo à criança. Aliás, essa premissa é extensível a outros tipos de conhecimentos, em especial aos conhecimentos sistematizados e acumulados historicamente e que são trabalhados pela escola.

De um modo geral, é de se esperar que se um conhecimento sistematizado está ancorado em uma teoria epistemológica, então essa teoria pode influenciar significativamente as práticas pedagógicas usadas para o ensino desse conhecimento. Daí, as inevitáveis aplicações desse tipo de teoria na educação. Para os propósitos deste texto, nos reportaremos a apenas duas teorias epistemológicas: uma, por ser hegemônica no meio educacional e por ter influenciado significativamente a prática pedagógica nos mais variados sistemas de ensino no Brasil e no mundo; a outra, por apresentar uma proposta menos ortodoxa do conhecimento, mas que poderá ressignificar a prática docente.

A primeira teoria é uma das mais difundidas no meio pedagógico e é a que tem influenciado, de fato, a prática dos professores que ensinam matemática: a Epistemologia Psicogenética de Jean Piaget. Essa teoria concebe o conhecimento como uma construção cognitiva ancorada em estruturas mentais do sujeito que são desenvolvidas ao longo do tempo (MUNARI, 2010). Como consequência, o aprendizado é classificado em fases de desenvolvimento que se dão de acordo com a idade do aprendiz e está condicionado à maturação das estruturas mentais do indivíduo.

A segunda é uma proposta teórica do filósofo brasileiro Arley Ramos Moreno, denominada de *Epistemologia do Uso*, que foi desenvolvida com base nas reflexões filosóficas do segundo Wittgenstein e do filósofo e epistemólogo Granger. Nela, Moreno aponta que as condições de possibilidades do conhecimento estão na *práxis* da linguagem, ou seja, o fundamento epistemológico é linguístico, não havendo necessidade de se buscar fora da linguagem tais condições (MORENO, 2005; 2010; 2012; 2015). A Epistemologia do Uso pode ser uma interessante alternativa teórica para a compreensão de como podemos conhecer, e ela pode trazer importantes implicações para o ensino (GOTTSCALK, 2007), uma vez que oferece explicações menos especulativas para o aprendizado, já que está centrada num dos principais elementos presentes na prática pedagógica: a linguagem.

Epistemologias Genéticas

As dificuldades no ensino da matemática são um desafio que as várias vertentes da Educação Matemática têm tentado resolver. As diversas abordagens procuram apresentar propostas pautadas em estudos sociológicos, psicológicos, neurológicos, linguísticos etc. Uma teoria que tem permeado o campo da educação, em especial da Educação Matemática, é a Teoria Psicogenética de Jean Piaget. Na matemática, especialmente na aritmética, essa teoria tem como sua grande defensora a educadora Constance Kamii, que foi uma das colaboradoras de Piaget e que desenvolveu várias pesquisas que visavam a aplicação da teoria no ensino de número.

Ultimamente, a teoria piagetiana tem recebido severas críticas por partes de estudiosos da neurociência, que repetiram muitos dos experimentos que Piaget realizara e constatara que havia graves falhas em seus métodos (DEVLIN, 2008, p. 45-50). Se por um lado a Epistemologia Psicogenética de Piaget tem perdido sua força na academia, por outro lado, na escola ainda sua presença continua robusta.

Nesse sentido, sem desconsiderar os estudos nas áreas da psicologia e da neurociência ou em outra área qualquer, propomo-nos a fazer uma abordagem dos problemas relativos ao ensino da matemática sob uma perspectiva pouco convencional ou pouco conhecida nesse campo de pesquisa, a de uma *Epistemologia do Uso*, cunhada por Moreno (2005; 2010; 2012; 2015; 2019) a partir dos resultados da terapia filosófica de Wittgenstein.

a) Epistemologia Psicogenética

As políticas públicas educacionais adotadas no Brasil têm sofrido fortes influências da epistemologia psicogenética de Piaget, especialmente na alfabetização. Em 2012, por exemplo, foi lançado um programa de formação continuada pelo governo federal, que visava cumprir a Meta 5¹¹ do Plano Nacional de Educação (PNE), que estabelece a obrigatoriedade de “Alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o terceiro ano do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2014). Para atingir a meta do plano, esse programa teve como pilares principais a formação continuada de professoras¹² alfabetizadoras, coordenadores pedagógicos e gestores escolares e o acompanhamento e

¹¹ A meta 5 do Plano Nacional da Educação pode ser encontrada em (BRASIL, 2014).

¹² Neste trabalho, quando nos referirmos à pessoa que atua no ensino de crianças na alfabetização, usaremos os termos sempre no gênero feminino, por serem as mulheres a grande maioria a atuar na educação brasileira. (BRASIL, 2018b).

monitoramento do processo por meio de uma Avaliação Nacional da Alfabetização - ANA. (BRASIL, 2017a, p. 3 e 4).

As diretrizes que norteiam a ANA consideram a criança alfabetizada aquela que domina as competências de leitura e de escrita da língua portuguesa e os conceitos numéricos da matemática, deixando as demais áreas do conhecimento como temas transversais (BRASIL, 2013, p. 7). Os conceitos de alfabetização na língua portuguesa e alfabetização matemática, que embasam as diretrizes, são definidos, respectivamente, como “a apropriação do sistema de escrita, que pressupõe a compreensão do princípio alfabético, indispensável ao domínio da leitura e da escrita” (BRASIL, 2013, p. 9) e como “o processo de organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã.” (BRASIL, 2012, p. 60). Por ser uma política nacional de formação e monitoramento uniforme, pactuada por todos os membros federativos, é natural concluir que as concepções de alfabetização na língua e em matemática, definidas no programa, influenciarão diretamente os sistemas de ensino em todo o país e, conseqüentemente, a prática da professora alfabetizadora em sala de aula (CORREIA, 2003, p. 127).

Especificamente, na alfabetização matemática, a concepção piagetiana acaba nos impondo a imagem de que os conceitos matemáticos, em especial o de número, são construções mentais. De fato, segundo Kamii¹³, para Piaget existem três tipos de conhecimentos: o físico, o social e o lógico-matemático. O conhecimento físico seria compreendido como a *abstração empírica* das propriedades físicas dos objetos, como: extensão, forma, cor, peso, textura etc., para fazer essa abstração, a criança precisaria focar uma única propriedade e ignorar as demais. Assim, sua natureza seria empírica e seu caráter, universal. Já o conhecimento lógico-matemático seria uma *abstração reflexiva*, que consistiria na construção de relações, que o sujeito faz entre os objetos, tais, como: semelhanças, diferenças, quantidades etc. A natureza do conhecimento lógico-matemático é localizada na mente do sujeito e tem caráter universal por fazer parte das estruturas cognitivas comuns a todos os seres humanos e por ser determinado biologicamente. Por último, o conhecimento social seria construído por meio das relações sociais e ancorado na cultura. Seriam conhecimentos sociais as datas festivas, os nomes dos objetos, a divisão do tempo etc. Sua natureza estaria nas convenções socioculturais e

¹³ Constance Kazuko Kamii é uma psicóloga nipo-americana, que foi aluna e colaboradora de Jean Piaget. Suas pesquisas objetivam aplicar a teoria de Piaget na educação, mas especificamente na matemática.

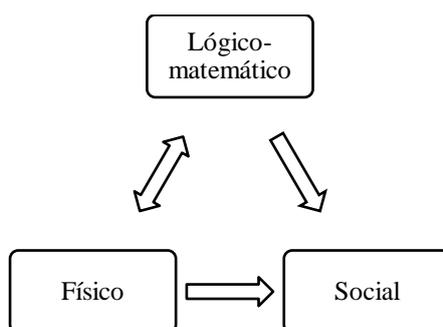
seu caráter totalmente arbitrário. Nesse sentido, o conhecimento social é essencialmente distinto dos outros dois por não ser universal. (KAMII, 2012, p. 19-27).

Vale ressaltar que, embora fizesse diferença entre as abstrações empírica e reflexiva, Piaget entendia que uma não podia existir sem a outra, pelo menos na realidade psicológica do indivíduo enquanto criança. Segundo Kamii, para Piaget

a criança não poderia construir a relação *diferente* se não pudesse observar propriedades de diferença entre os objetos. Da mesma forma, a relação *dois* seria impossível de ser construída se as crianças pensassem que os objetos reagem como gotas d'água (que se combinam e se transformam numa gota). Por outro lado, a criança não poderia construir o conhecimento físico se ele não tivesse um sistema de referência lógico-matemático que lhe possibilitasse relacionar novas observações com um conhecimento já existente. Para perceber que um certo peixe é vermelho, por exemplo, a criança necessita construir um esquema classificatório para distinguir o *vermelho* de *todas as outras cores*. Ela também precisa de um esquema classificatório para distinguir *peixe* de todos os outros objetos que já conhece. (KAMII, 2012, p. 20) [grifos da autora].

A relação de dependência entre esses dois tipos de conhecimentos é uma via de mão dupla. O conhecimento lógico-matemático não é possível sem o conhecimento empírico e vice-versa. A criança não pode, por exemplo, construir a relação de diferença entre as cores de dois objetos se ela não conseguir abstrair a cor. Do mesmo modo, a criança não pode ver a cor do objeto se ela não conseguir distinguir entre uma cor e outra. Assim, para Piaget, os conhecimentos físico e lógico-matemático estão intimamente relacionados e com isso passam a ter uma importância significativa para a teoria epistemológica. Por outro lado, o conhecimento social, por estar fora dessa relação e não condicionar os outros dois, não goza dos mesmos privilégios, uma vez que seu aprendizado não é uma construção cognitiva que pertence somente ao sujeito, mas uma imposição de convenções dos grupos sociais.

Figura 1- Diagrama das relações de dependência entre os conhecimentos lógico-matemático, físico e social.



Fonte: Elaboração do autor.

Embora seja apontada tal interdependência entre as abstrações, nos estágios sensório-motor e pré-operacional, a abstração empírica seria imprescindível para a abstração reflexiva, no entanto, quando o indivíduo atingisse estágios de desenvolvimentos cognitivos mais avançados, haveria uma espécie de independência da abstração reflexiva em relação à empírica. (KAMII, 2012, p. 21). Essa concepção tem implicações diretas no ensino de número, uma vez que, para as crianças menores, o uso de material concreto (objetos) seria *condição necessária* para a construção do conhecimento lógico-matemático.

Por exemplo, ao perceber duas fichas, uma verde e outra vermelha, sobre uma mesa diante de si, a criança mobiliza os três tipos de conhecimentos apontados por Piaget: o conhecimento físico, ao identificar as cores das fichas; o conhecimento lógico-matemático, ao perceber a diferença entre as cores ou tamanhos; e o conhecimento social, ao nomear as cores e os objetos. Dessa forma, saber a cor, a diferença e o nome dos objetos seriam construções cognitivas distintas de naturezas diversas que teriam implicações importantes na forma como adquirimos tais conhecimentos.

De que tipo de conhecimento, então, segundo Piaget, seria o número? O epistemólogo classificou o número como um conhecimento lógico-matemático, o que nos leva a conclusão de que ele não é uma propriedade dos objetos e nem uma convenção social imposta. Para o epistemólogo, o número é uma síntese de duas relações que a criança cria entre os objetos: a *ordem* e a *inclusão hierárquica*. Com isso, só seria possível a uma criança construir o conceito de número se ela conseguisse estabelecer uma relação de ordem entre os objetos, ou seja, ao contar oito objetos, por exemplo, a criança precisa organizar os objetos de tal forma que ela não conte o mesmo objeto mais de uma vez e não deixe de contar nenhum objeto. Essa ordenação não estaria restrita ao aspecto espacial dos objetos, mas à capacidade de a criança ordenar mentalmente. A inclusão hierárquica diria respeito à compreensão de que cada numeral¹⁴ pronunciado na contagem inclui o numeral anterior e que, portanto, ao ser pronunciado, o último numeral corresponderá à quantidade de objetos contados.

Nesse contexto, a linguagem, que pertence ao conhecimento social, passa, então, a desempenhar um papel coadjuvante na relação epistemológica entre sujeito cognoscente e objeto cognoscível de mera representação simbólica, como é evidenciado no excerto a seguir:

¹⁴ Estamos usando a palavra numeral como a classe de palavras relacionadas aos números (cardinal, ordinal etc.).

Somente quando a criança já tenha construído a ideia de ‘oito’ por meio da abstração reflexiva é que ela *poderá* representá-las com símbolos tais como ‘/////////’ e ‘o o o o o o o’, ou com signos tais como a palavra falada “oito” e a sua representação gráfica ‘8’¹⁵. (KAMII; DECLARK, 1995, p. 83, grifo nosso).

Desse modo, a linguagem teria sua função reduzida a somente representar a realidade, pela descrição, e o pensamento, pela expressão, ou seja, um significante que representaria um significado construído mentalmente pelo indivíduo. Sem essa construção, ficaria impossível representar na linguagem um conceito. Portanto, a linguagem assumiria, assim, um papel unicamente representativo ou expressivo do pensamento matemático. Ela apenas descreveria o objeto mental construído pelo sujeito em ação.

Pensado dessa forma, o número não pode ser transmitido pelo ensino (intencional ou não) uma vez que é uma construção mental do sujeito, por meio das relações que *ele* cria. Nesse contexto, as condições para o aprendizado do número estão nas estruturas mentais do sujeito que, dependendo de sua maturidade, possibilitariam a criação de relações entre os objetos, cabendo ao professor, somente, inserir o aprendiz em situações prolíferas dessas relações. Dessa forma, caberá à professora o papel de mediadora e impulsionadora da aprendizagem, não podendo nela interferir. Assim, pouco ou nada adiantaria a ela fazer longas explicações ou apresentar definições, se o aprendiz ainda não criou as relações necessárias para a construção do conceito. Sendo assim, descarta-se qualquer importância do papel da linguagem na construção do conceito de número, haja vista que a própria linguagem é concebida como apenas a representação daquilo que é construído mentalmente (KAMII, 2012, p. 39).

Podemos concluir que, segundo Piaget, o conhecimento matemático é construído fora da linguagem e independente dela. Então, qual o papel da linguagem na expressão ou representação do conceito construído mentalmente? As condições para o conhecimento são intrínsecas aos processos mentais do sujeito independentemente de sua forma de vida? Nossa tese, é a de que não poderiam tais condições ser construídas convencionalmente durante a prática linguística? Que implicações teriam no ensino da matemática uma mudança de sentido na via da conceitualização? Vejamos.

¹⁵ Na teoria de Piaget, *símbolo* é um significante que mantém uma semelhança figurativa com a coisa representada, ele pode ser uma representação privada, e *signo* é um significante convencional, que não mantém nenhuma semelhança figurativa com a coisa representada, ele é uma representação pública. (KAMII; DECLARK, 1995, p. 83).

b) Epistemologia do Uso

A Epistemologia do Uso é uma proposta teórica elaborada por Moreno, inspirada na terapia filosófica de Wittgenstein e na filosofia do estilo de Granger, que estabelece uma nova concepção de conhecimento, cujo fundamento está na *práxis* da linguagem. A concepção de conhecimento de Moreno se diferencia da concepção tradicional em que “todo conhecimento diz respeito a um conteúdo que deve passar pela prova dos fatos, ou cuja expressão proposicional deve poder ser falseada com sentido” (MORENO, 2015, p. 96).

Com isso, Moreno entende que a gênese do conhecimento se dá já nas primeiras construções das relações de sentido. Embora inspirado na terapia filosófica, Moreno sustenta um conceito de conhecimento distinto do de Wittgenstein, que entende essas relações como antecedentes e condicionantes do conhecimento, mas que ainda não poderiam ser consideradas atividades epistêmicas. Essa distinção não é irrelevante, porque não podemos atribuir a Wittgenstein qualquer construção de tese, uma vez que ele, para não incorrer numa atitude antiética, recusou-se a apresentar teses filosóficas. Portanto, para deixar bem claro, essa nova concepção de conhecimento é uma proposta de Moreno e não de Wittgenstein. A Wittgenstein interessava somente fazer a descrição gramatical dos usos das palavras, como forma de desfazer as confusões conceituais do pensamento, oriundas da má compreensão do funcionamento da linguagem, a Moreno, porém, a partir dos resultados da terapia, propor uma concepção de conhecimento que envolva as atividades linguísticas de preparação e constituição do sentido que levam a dominar a função e a aplicação do signo (MORENO, 2015, p. 97).

Wittgenstein não estabeleceu uma teoria da linguagem porque, para ele, “não nos é permitido levantar qualquer teoria. Não é permitido haver nada de hipotético em nossas reflexões. Toda *explicação* tem que sair e em seu lugar entrar apenas descrição.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 109, grifos do autor). Como pode ser visto, seu objetivo era apenas fazer uma *descrição gramatical* dos usos das palavras sem pretensões de apresentar teses. No entanto, já no *Tractatus*, ele expressava a ideia de que “a teoria do conhecimento é a filosofia da psicologia.” (WITTGENSTEIN, 1968, § 4.1121), não como reflexão psicológica sobre os atos do pensamento relativos à lógica, mas como uma reflexão logicamente esclarecedora desses atos (MORENO, 2012, p. 73). Essa concepção continua após o *Tractatus*, porém, não como um sistema filosófico de teses, mas como

terapia do pensamento confuso gerado pelas imagens oriundas de uma aplicação unilateral do modelo referencial da linguagem (MORENO, 2010, p. 12).

Em toda sua trajetória, Wittgenstein manteve a concepção de que o sentido é autônomo em relação aos fatos do mundo. Contudo, sua elaboração percorre diferentes caminhos durante o desenvolvimento de seu pensamento. Um dos aspectos desse tema diz respeito à relação entre conhecimento e certeza, que se desdobra numa concepção sistemática do conhecimento, a partir de reflexões sobre conceitos psicológicos pautados numa descrição gramatical dos usos de termos como: saber, compreender, intencionar, querer dizer, reconhecer, estar certo, duvidar etc. Tal concepção poderia ser chamada de uma *epistemologia do uso* da linguagem, o que Wittgenstein nunca pretendeu fazer. (MORENO, 2010, p. 11).

Embora Wittgenstein não quisesse elaborar uma *teoria do conhecimento*, ela está implícita na sua terapia filosófica. Ao procurar se curar do dogmatismo, do qual foi vítima ao escrever seu primeiro livro – o *Tractatus* –, Wittgenstein empenhou-se em desenvolver um projeto de uma filosofia da psicologia (projeto epistemológico) *sem* apresentar *teses* epistemológicas. Tal projeto pode ser percebido na forma como Wittgenstein compôs o *álbum*, as *Investigações Filosóficas*. Nas palavras de Moreno:

sem propor novas teses a respeito do conhecimento, [Wittgenstein] procura dissolver completamente, embora não definitivamente, confusões envolvendo não somente os conceitos epistemológicos tradicionais da filosofia, mas, também, e talvez mesmo como uma condição prévia, as confusões que envolvem o pensamento de cada indivíduo quando este passa a filosofar sobre a natureza e a realidade a que supostamente se refere o sentido dos conceitos que ele utiliza em sua vida. (MORENO, 2010, p. 12-13)

Assim, a filosofia da psicologia é concebida como uma filosofia geral da significação linguística, tendo como uma de suas partes a teoria dos conceitos epistemológicos, de caráter *terapêutico*, diferenciando-se da epistemologia tradicional de caráter *estético* (MORENO, 2012, p. 74). Nesse caso, a filosofia da psicologia de Wittgenstein seria uma “teoria” terapêutica do conhecimento por meio dos usos da linguagem, uma epistemologia que, como já foi dito, Wittgenstein não quis fazer. (MORENO, 2010, p. 13)

A tarefa de desenvolver tal teoria foi assumida por Moreno, que a denominou, inicialmente, de uma *Pragmática Filosófica* (MORENO, 2005) e que posteriormente foi chamada de *Epistemologia do Uso*. (MORENO, 2010, 2012, 2015). A Epistemologia do Uso de Moreno parte da hipótese que a descrição terapêutica dos usos das palavras, por

meio de suas aplicações diversificadas, aponta para o conceito de *uso* como elemento esclarecedor da atividade epistêmica de *constituição* da significação. Essa

atividade epistêmica não se limitaria a elaborar modelos cognitivos, mas deveria ser entendida como constitutiva da significação em geral, sendo as formas cognitivas um capítulo apenas, ainda que importante, da atividade mais geral da significação que define o que é o objeto – ou melhor, define seu sentido. (MORENO, 2012, 74).

Assim, Moreno vê na descrição terapêutica dos usos das palavras de Wittgenstein, uma reflexão sobre as possibilidades de constituição dos conceitos. Traz para o campo linguístico as atividades epistêmicas como constituintes da significação. O objeto é então definido na gramática, no interior da linguagem, a partir dos diversos usos que fazemos do conceito. “A gramática diz que espécie de objeto uma coisa é.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 373). “Assim, é a gramática que define o que é o objeto, e não algo exterior ao uso das palavras.” (MORENO, 2012, p. 75).

Ao sugerir uma reflexão epistemológica a partir da concepção de uso das palavras, estamos retirando o foco da função terapêutica que o conceito de *uso* possui em Wittgenstein e centrando nossa atenção sobre a função epistêmica do processo de constituição da significação. Como consequência, introduzimos uma ideia de conhecimento que não é defendida como uma tese por Wittgenstein, embora esteja presente em todos os processos terapêuticos de descrição dos usos. Trata-se de conceber o conhecimento como o conjunto das *atividades correlativas* de construção de relações internas de sentido e de sua aplicação, sob a forma de regras. (MORENO, 2015, p. 95, grifos do autor).

Essa é a tese de Moreno, não de Wittgenstein. É importante ressaltar no trecho acima que a concepção de conhecimento de Moreno é diferente da concepção, a qual Wittgenstein diz estar presente nas aplicações usuais desse conceito, a saber: *p* expressa um conhecimento apenas se sua negação tiver sentido, ou seja, se *p* é falseável no contexto de sua aplicação. (MORENO, 2012, p. 76). O conceito de conhecimento, deste último ponto de vista, coloca as proposições (*p*) como descritiva de fatos, uma vez que, são falseáveis e contingentes, deixando de fora as proposições normativas e as relações de sentido. “Segundo Wittgenstein, as relações internas não são conteúdo de conhecimento, mas normas de sentido, que por assim dizer antecedem o conhecimento, por fornecer seu contexto conceitual e sua condição de sentido.” (MORENO, 2015, p. 97).

Moreno exemplifica da seguinte forma:

Ao ver a chuva lá fora, ou ao sentir dor na mão, não *sei*, propriamente, que vejo a chuva ou que sinto dor, mas, apenas, que atribuo sentido ao

que vejo e sinto aplicando o conceito de *chuva* e *dor* – conceitos cujos sentidos aprendi em um jogo de linguagem. Tudo o que *sei*, nestes casos, é aplicar adequadamente os conceitos; a partir deste ponto é que a chuva e a dor poderão tornar-se legítimos conteúdos de conhecimento, por parte, p. ex., do meteorologista e do médico. (MORENO, 2015, p. 97, grifos do autor)

Dessa forma, Moreno traz para o conceito de conhecimento as atividades constitutivas de sentido, que Wittgenstein deixou de fora. O que torna o objetivo de Moreno distinto do de Wittgenstein, embora baseados nos mesmos pressupostos. A Wittgenstein interessava somente descrever aplicações de palavras com fins terapêuticos, a Moreno, propor uma concepção de conhecimento a partir dessas descrições. Para Moreno, “*preparar e constituir linguisticamente* o sentido já são atividades epistêmicas.” (MORENO, 2015, p. 97, grifos do autor). Por isso, uma *pragmática filosófica*.

Ao propor tal desdobramento da terapia wittgensteiniana, Moreno pretende dar um passo a mais que Wittgenstein, não porque Wittgenstein não tenha percebido esta possibilidade, mas porque, de fato, não quis empreendê-la. Portanto, esses dois aspectos da atividade filosófica de Wittgenstein – a elaboração de conceitos teóricos e de um método, por um lado, e a aplicação de conceitos e do método terapêutico, por outro – podem ser considerados complementares – embora, numa leitura apressada e pouco refletida do pensamento wittgensteiniano, pareça haver certa contradição.

A epistemologia de Moreno e a terapia de Wittgenstein têm como solo comum a prática da linguagem, no entanto, apontam para finalidades bem distintas. A Wittgenstein interessava desfazer as confusões conceituais e a Moreno, revelar a função epistêmica que o processo de constituição da significação exerce. Com isso, o filósofo brasileiro estabelece uma nova concepção de conhecimento, mais ampla que a tradicional. Para ele, como já dissemos, as atividades de preparação na constituição do sentido já são atividades epistêmicas. Ora, essa forma de conceber o conhecimento revoluciona a epistemologia porque amplia significativamente o campo dos enunciados cognitivos, que tradicionalmente era tido como composto somente por enunciados descritivos, ou seja, aqueles a que se poderia atribuir um valor de verdade.

Wittgenstein esclarece que o sentido é constituído na própria linguagem condicionado pelas proposições *gramaticais*. Tais enunciados podem assumir uma função de norma de uso de uma palavra ou expressão linguística. Assim, a significação começa a ser constituída a partir do domínio de técnicas preparatórias do uso da linguagem como gestos, expressões, entonações, paradigmas, tabelas etc. Essas técnicas são aprendidas

nas *lições* em contextos de uso no interior dos jogos de linguagem. Ora, a nomeação é um jogo de linguagem que envolve várias dessas técnicas.

Com isso, a Epistemologia do Uso se diferencia substancialmente da teoria piagetiana, uma vez que esta funda o conhecimento em processos mentais no interior do sujeito cognitivo, vistos como processos ocultos e privados e aquela em práticas linguísticas instituídas pelas formas de vidas, de forma pública não necessitando de qualquer artefato ou artifício extralinguísticos para a sua fundamentação.

Conceito de Número

Uma concepção de conhecimento que se fundamenta na prática da linguagem pode trazer consigo importantes implicações pedagógicas e, ao mesmo tempo, divergir substancialmente da concepção piagetiana no campo da educação e, principalmente, no campo da educação matemática. No caso específico deste estudo, interessa-nos apontar as implicações que essa nova proposta teórica pode ter em relação ao aprendizado do conceito de número e como ela pode impactar na prática pedagógica da professora alfabetizadora.

As observações de Wittgenstein sobre os fundamentos da linguagem começam com uma citação de um trecho das *Confissões* do filósofo Agostinho (WITTGENSTEIN, 2012, § 1). Nessa passagem, Wittgenstein nos convida a fazer um exercício de imaginação para ver se de fato o sentido das palavras são os objetos que elas designam. Ele nos propõe pensar em uma situação corriqueira da vida cotidiana e nos chama à atenção para a forma como usamos as palavras na linguagem ordinária. Eis a sugestão dada por ele:

Pense agora no seguinte emprego da linguagem: eu envio alguém às compras. Dou-lhe uma folha de papel onde se encontram os signos: “cinco maçãs vermelhas”. Ele leva o papel ao comerciante. Este abre a gaveta sobre a qual está o signo “maçã”. Ele procura a palavra “vermelho” numa tabela e encontra defronte a ela uma amostra de cores. Ele diz a sequência dos numerais – suponho que ele a saiba de cor – até à palavra “cinco”, e a cada número tira da gaveta uma maçã que tem a cor da amostra. – Da mesma forma, operamos com palavras. – “Como ele sabe onde e como deve procurar a palavra “vermelho” e o que tem que fazer com a palavra “cinco”? – Ora, suponho que ele *aja* conforme descrevi. As explicações encontram um fim em algum lugar. – Qual é o significado da palavra “cinco”? – Aqui não se falou disso, mas somente de como a palavra “cinco” é usada. (WITTGENSTEIN, 2012, § 1, grifos do autor)

Podemos notar que, no exemplo proposto por Wittgenstein, a frase contém somente três palavras: “cinco maçãs vermelhas”. Em seguida, ele descreve algumas ações

possíveis do comerciante ao atender o pedido do cliente. Esse exemplo apresentado pelo filósofo austríaco visa fazer seu interlocutor agostiniano refletir sobre os significados dessas palavras. Se o significado é o objeto que a palavra designa, então que objeto é designado pela palavra “cinco”? A resposta aponta para uma concepção de uso: “– Aqui não se falou disso, mas somente de como a palavra ‘cinco’ é usada.”

Então o que seria o significado da palavra “cinco”? Seria a palavra “cinco” do mesmo tipo das palavras “vermelho” e “maçã”? Como atribuímos significados a essas palavras? Pela concepção agostiniana, cada palavra da frase deveria corresponder a um “objeto” no mundo. Assim, a palavra “maçã” corresponderia a uma fruta, “vermelho” a uma cor e “cinco” a um número. Com isso, somos levados a pensar que se as palavras precisam ter uma correspondência fora da linguagem para que tenha sentido, então “fruta”, “cor” e “número” *devem* corresponder a algo no mundo nomeados pelos signos “maçã”, “vermelho” e “cinco”. No caso da palavra “cinco”, o filósofo realista postula uma entidade ideal à qual esta palavra deve corresponder. No entanto, Wittgenstein prescinde de tais entidades, e simplesmente faz uma descrição dos usos dessas palavras, mostrando que operamos com elas de formas muito distintas, tal que cada palavra é regida por regras específicas que governam seus usos na linguagem.

À palavra “maçã”, por exemplo, o comerciante simplesmente encontra a fruta que está na gaveta que contém o mesmo signo “maçã” como uma etiqueta. Para a palavra “vermelho”, ele olha numa tabela de cores e vê o signo “vermelho” em uma coluna e a mancha de cor vermelha que lhe corresponde na coluna ao lado. Mas para o signo “cinco” não há uma gaveta etiquetada com objetos e nem uma tabela que lhe permita fazer qualquer correspondência, simplesmente o comerciante pronuncia as palavras “um”, “dois”, “três”, “quatro” e “cinco”, enquanto vai retirando da gaveta, cuja etiqueta é o signo “maçã”, um objeto de cor correspondente à mancha da tabela consultada, de tal forma que a cada palavra pronunciada é associado um objeto retirado da gaveta.

Assim, podemos observar, nesse exemplo dado por Wittgenstein, que temos três palavras que desempenham funções muito distintas para além da simples nomeação de objetos. Mais adiante, Wittgenstein (2012, § 3) afirma que possivelmente Agostinho, quando descreveu a essência da linguagem como sendo a nomeação das coisas, estava a descrever um sistema particular de comunicação. Só que nem tudo o que chamamos de linguagem cabe nesse sistema agostiniano.

Uma consequência dessa concepção de linguagem é que acabamos inventando entes metafísicos que *devem* satisfazer o critério agostiniano da significação. O caso do

número é emblemático, uma vez que não conseguimos apontar *o que* isto seria, como no caso da maçã e da cor vermelha, então dizemos que é um objeto ideal, que povoa um céu platônico ou que é “uma estrutura mental que cada criança constrói a partir de uma capacidade natural de pensar...” (KAMII; DECLARK, 1995, p. 23). Em contrapartida, Wittgenstein assevera que o sentido é constituído na *práxis* linguística, no interior de jogos de linguagem, e como tal, convencional e arbitrário, não há nada de natural, mas é aprendido por meio do treino. Assim, à pergunta pelo significado de “número”, a resposta de Wittgenstein é simples:

– O que os numerais significam; uma investigação do que significam é uma investigação da gramática dos numerais.

O que estamos procurando não é uma definição do conceito de número, mas uma exposição da gramática da palavra “número” e dos numerais. (WITTGENSTEIN, 2003, p. 253).

O que o filósofo, segundo sua concepção, está dizendo é que o conceito de número não se reduz a uma definição exata do que seja *o* número, como se pudéssemos descrever sua essência, mas abarca os diferentes usos dessa palavra no interior da gramática que orienta os usos da palavra “número” e dos numerais. Esse conjunto de usos que fazemos dessas palavras e que pode ser expresso sob a forma de regras de um sistema, é o que pode ser chamado de gramática dos números, assim como o conjunto de regras que orientam o uso de palavras como: vermelho, verde, amarelo etc., que constituirá uma gramática das cores. (MORENO, 2003, p. 116). Ressaltamos que o conceito de gramática, em Wittgenstein, difere substancialmente do conceito usual de gramática como norma de uma língua. Wittgenstein aponta essa diferença conceitual ao classificá-las como gramática profunda e gramática superficial, respectivamente. Nesse sentido, cabe-nos, ao investigar o significado de número, descrever a gramática profunda da palavra “número” e dos numerais, assim como ele começou a fazer no § 1 das *Investigações Filosóficas*.

O primeiro passo nessa investigação dado pelo terapeuta foi mostrar que usamos as palavras de forma distinta, dependendo do tipo de palavra. Essa distinção não é a mesma feita pela gramática da língua que organiza as palavras em classes. Se considerada a concepção agostiniana, podemos assegurar que, das três palavras do exemplo acima, a mais problemática, em relação ao sentido, é a palavra “cinco”, justamente porque não encontramos uma referência física a qual ela *devesse* designar.

Moreno observa que a referência a elementos extralinguísticos, que desempenham um papel importante serve de modelos para o uso de palavras. Assim, a

fruta maçã é um modelo para o uso da palavra “maçã”, manchas avermelhadas para o uso da palavra “vermelho” e a técnica de contagem para a palavra “cinco”. Dessa forma, os paradigmas assumem a função de norma no interior de uma gramática, por isso, os objetos físicos, as sensações, os comportamentos etc. são considerados elementos linguísticos (MORENO, 1993, p. 18). Ora, não só os paradigmas desempenham funções de norma, mas também as diversas técnicas linguísticas presentes nos mais variados jogos de linguagem, como gestos ostensivos, tabelas, listas, tons de voz, expressões faciais etc. É esse conjunto de normas que constituirá a gramática, que será o objeto de investigação na busca pelo sentido.

Com isso em vista, fica claro que a gramática dos números é diferente das gramáticas dos objetos físicos e das cores. Quais são, portanto, as normas que regem os usos dos numerais? Como é a gramática dos números? Que técnicas linguísticas fazem parte dos jogos de linguagem numéricos? Primeiro olhemos para algumas formas de como os numerais são usados na linguagem comum. Ao que parece, os primeiros numerais que aprendemos são aqueles que designam quantidades, ou seja, os números cardinais. Ressaltamos que a quantidade é *uma* das aplicações do conceito de número, mas não a única, pelo contrário, o conceito de número se expande à medida que aplicamos essa palavra nos mais variados jogos de linguagem.

A contagem se mostra como uma das técnicas que constituirá o conceito de número, inicialmente. Para contar, o aprendiz precisa conhecer primeiro os numerais: um, dois, três etc. e que essas palavras *devem* obedecer a uma determinada ordem e serem associadas aos objetos individuais que estão sendo contados, em uma correspondência biunívoca entre palavra e objeto, ou seja, cada palavra deve ser associada a um único objeto e cada objeto só pode corresponder a uma única palavra. Ao final, o aprendiz deve compreender que a cardinalidade do conjunto de objetos a serem contados corresponderá à última palavra proferida.

Essa descrição da técnica de contagem é apresentada por Kamii como a prova das sínteses das relações de ordem e de inclusão hierárquica, que, segundo ela, baseada em Piaget, são necessárias para a construção do conceito de número (KAMII, 2012, p. 21-23). No entanto, ordenação, correspondência, nomeação são técnicas aprendidas em jogos de linguagem no interior de uma forma de vida, portanto, convencionais. A contagem poderia nos levar a resultados diferentes, se diferentes fossem as regras definidas para tal, se decidíssemos ordenar, fazer correspondências ou nomear de forma diferente da usual.

Foi exatamente assim que procedeu o comerciante do exemplo de Wittgenstein. As regras aqui apontadas constituíram o conceito de número cardinal. Por muito tempo o conceito de número se restringiu à cardinalidade de um conjunto, e ainda é assim quando olhamos seu uso na linguagem comum. Quando esse conceito é usado na linguagem matemática, ele se amplia, porque novos usos foram instituídos para essa palavra: números inteiros, números racionais, números irracionais, transfinitos etc. Isso quer dizer que as técnicas da contagem não dão conta desses novos usos, implicando na criação de outras técnicas e regras que os regulem, ou seja, novos jogos de linguagem.

Pensado dessa forma, o sistema de números inteiros pode ser visto, não somente como uma ampliação dos naturais, mas como um novo jogo de linguagem, cujas regras incluem as dos naturais, mas não se limitam a elas. O mesmo pode ser dito a respeito dos demais sistemas numéricos, o que os diferenciam são as regras de possibilidade de usos inerentes a esses sistemas. Isso não quer dizer que não haja interseções entre um sistema e outro. As interseções podem existir, mas, é importante ressaltar, elas não são a expressão de uma suposta essência do que seria o número, e sim o resultado de escolhas que fizemos ao construirmos os sistemas numéricos, escolhas motivadas por “necessidades” práticas e teóricas do próprio sistema. Assim criamos os números negativos, os irracionais, os complexos etc. e ampliamos o conceito de número na matemática.

Com isso, podemos dizer que o conceito de número não é um conceito fechado, pois está sujeito a modificações à medida que são instituídos novos usos dentro ou fora da matemática. Essa forma de conceituar número terá implicações importantes no ensino desse tema na escola desde a alfabetização. Conceber o número como um conceito constituído por uma gramática peculiar, possibilita uma guinada na forma de se pensar as atividades didático-pedagógicas em sala de aula, podendo trazer resultados mais efetivos para o aprendizado do estudante.

Ensino de Número

Uma concepção de como conhecemos definirá a forma como ensinamos os conhecimentos trabalhados na escola. Talvez não se tenha uma consciência dessa concepção ou pode-se acreditar que não haja nenhuma teoria por trás das práticas desenvolvidas cotidianamente, mas é pouco provável que isto aconteça pelo fato de que, como professores, passamos por uma formação teórica que pode ter influenciado nossas práticas pedagógicas. Mesmo que não tenhamos seguido as orientações teóricas estudadas em nossa formação inicial ou continuada, podemos estar reproduzindo uma prática que

nos serve de modelo, porque julgamos que tal prática foi ou é exitosa para o ensino. Quem nunca se espelhou em uma professora ou professor que consideramos ter sido um bom exemplo na prática de ensinar determinado conteúdo?

A prática pedagógica é condicionada por diversos fatores intrínsecos à sala de aula, no entanto, a concepção, a natureza e a finalidade do conhecimento são elementos importantíssimos que influenciarão consideravelmente a forma que elegemos para ensinar. Não é de se esperar que ensinemos matemática da mesma forma que ensinamos artes, por exemplo. É evidente que alguns conteúdos, aqui e ali, poderão ser convergentes entre essas duas disciplinas, mas isso não pode ser razão para uma uniformização do ensino, talvez isso nem seja possível. Até mesmo entre conteúdo da própria matemática, geometria e aritmética não se pode dizer que haja tal uniformização.

Dessa forma, uma concepção da natureza do número vai definir a forma como vamos ensiná-lo ou não. O caso da teoria piagetiana defendida por Kamii é um exemplo significativo. Kamii aponta, a partir de uma concepção mentalista de número, que há uma impossibilidade no ensino desse conceito, uma vez que a conceitualização desse tipo de conhecimento, que ela, baseada em Piaget, classificou de lógico matemático, não pode ser ensinado, mas construído pela própria criança (KAMII; DECLARK, 1995, p. 35 e 36). Com isso, caberia ao professor somente mediar o processo, fornecendo à criança as possibilidades e os ambientes apropriados ao seu desenvolvimento cognitivo, como um agricultor que tem um papel importante na preparação do solo, na semeadura e no controle, quando possível, das condições climáticas adequadas ao desenvolvimento da planta, mas que não tem nenhum poder de fazê-la germinar, crescer ou frutificar, poder pertencente à natureza.

Ao contrário da concepção piagetiana, a proposta teórica de Moreno, ao ser aplicada na educação, faz-nos concluir que o professor tem uma função mais ativa no ensino de número, uma vez que tem a responsabilidade de introduzir a criança nos jogos de linguagem. Sendo assim, o conhecimento é considerado uma construção linguística, que começa a partir das primeiras atividades de preparação e constituição do sentido daquilo que se há de conhecer. Dessa forma, o aprendizado passa a ser condicionado pela prática da linguagem, sem nenhum prejuízo dos supostos processos mentais envolvidos na ação de aprender.

Conceber o número por uma perspectiva linguística e não como resultado de relações construídas mentalmente, trá-lo para um campo mais acessível do ponto de vista teórico e prático, uma vez que a prática linguística é pública e está diante de nós, enquanto

que os processos mentais seriam o conteúdo de uma “caixa preta”, como assinalou Perrenoud (1999), ou o “besouro” dentro da caixa, como comparou Wittgenstein (2012), que só podem ser acessados por hipóteses e especulações. Assim, ao invés de esperar que os alunos construam por si só o conceito de número, poderemos envolvê-los em práticas linguísticas, ou, segundo Wittgenstein, em jogos de linguagem próprios para o ensino desse conceito.

Pode-se pensar que uma nova concepção baseada em jogos de linguagem nos leve a jogar fora todo um arsenal didático-metodológico que se tem construído durante décadas na educação, mas não é esta nossa compreensão. Não vamos jogar fora a criança junto com a água do banho. Nossa defesa é que podemos ressignificar nossas práticas pedagógicas a partir de uma nova base teórica, menos especulativa, fundamentada nos jogos de linguagem presentes nas atividades pedagógicas e na compreensão da complexidade dessas atividades no ensino de número.

Assim, ao iniciarem a vida escolar, os primeiros contatos que as crianças têm com os conceitos da matemática sistematizada são os números. No Brasil, esse conceito está presente em 60% das habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular¹⁶ (BRASIL, 2017b) que os estudantes devem desenvolver na alfabetização matemática. Definir um grau de complexidade do ensino de número, mesmo que impreciso, requer um olhar mais detido nessa atividade.

Numa perspectiva epistemológica do uso, o conceito de número começa a se constituir já nas primeiras atividades em que os signos são apresentados às crianças. Portanto, os signos sonoros e gráficos, tanto os alfabéticos quanto os “algarísmicos”¹⁷, que a criança ouve ou vê, começam a ter sentido para ela quando são estabelecidas as primeiras relações numéricas. Uma delas é a relação de ordem que está na base da contagem e que Piaget considerava condição para a construção do conceito de número. Aqui, parece haver uma convergência entre Piaget e Moreno, no entanto, a divergência está na gênese dessa relação que, para Piaget, está nos processos mentais, mas para Moreno, na práxis da linguagem. Essas relações, precisamos entender, na maioria das vezes, não são estabelecidas somente na escola, mas também e principalmente, na

¹⁶ A Base Nacional Comum Curricular é o documento oficial que embasa o currículo das escolas brasileiras e tem como objetivo diminuir as diferenças curriculares entre as diversas regiões do país e manter um mínimo de conhecimento a ser ensinado no território nacional.

¹⁷ Estamos chamando de signos “algarísmicos” as grafias usadas para a escrita numérica, isso inclui todas as formas não alfabéticas de escrita, como por exemplo, os algarismos indo-arábicos, maias, romanos etc., até as formas menos convencionais e mais restritas.

convivência da criança com seus semelhantes. Logo, a criança, ao chegar na escola, já deve trazer consigo algumas condições para o aprendizado do conceito formal de número.

Mas é possível que algumas crianças cheguem à escola sem esses conhecimentos básicos. Então, caberá à professora proporcionar aos seus alunos essa vivência e fazer com que eles estabeleçam essas ligações de sentido entre signo e conceito. Talvez essa dificuldade seja mais frequente em relação aos signos gráficos e menos, nos sonoros¹⁸, uma vez ser possível e até mesmo comum que crianças não tenham acesso às escritas numéricas “algarísmicas”, por várias razões. A apresentação dos signos sonoros e gestuais, por fazerem parte da língua materna, é feita no uso da linguagem ordinária no rol de palavras mais comuns de uma determinada forma de vida.

Embora a criança já tenha aprendido alguns signos linguísticos em casa, é na escola que ela vai aprender a linguagem sistematizada da matemática. É nesse momento, diante das dificuldades das crianças, que a professora alfabetizadora tem a oportunidade de inseri-las nos jogos de linguagem da nomeação por meios das técnicas linguísticas de preparação do sentido. Esses jogos, normalmente, são ensinados de forma não intencional pelos adultos com quem a criança convive, mas na escola eles podem ser trabalhados intencionalmente pela professora, o que proporcionará um aprendizado mais acelerado do que o ensino espontâneo.

O ensino de número para crianças na escola exige que se estabeleçam jogos de linguagem que possibilitem essas conexões de sentido, que não são externas, ou seja, entre signos linguísticos e elementos extralinguísticos, mas são relações internas entre elementos da própria linguagem. A atividade matemática escolar é prolífera em introduzir paradigmas na linguagem, por exemplo,

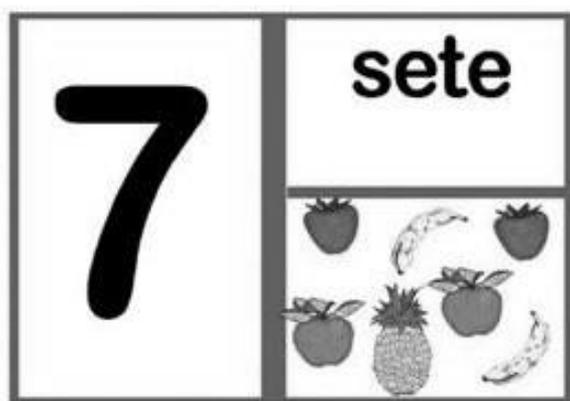
ao desenhar na lousa um quadrado proferindo-se simultaneamente a proposição “um quadrado é um polígono de quatro lados iguais”, o professor está introduzindo um paradigma na linguagem. O quadrado desenhado não é um objeto empírico qualquer, trata-se de uma amostra do que deve ser um quadrado na geometria euclidiana. (GOTTSCHALK, 2018, p. 115)

Da mesma forma, ao apresentar os algarismos (signos gráficos) e relacioná-los aos seus respectivos nomes (signos gráficos ou sonoros) a professora institui essa relação de sentido entre signos. Poderíamos classificar este jogo de linguagem como uma atividade plenamente ensinável, uma vez que basta a criança estabelecer uma ligação entre signos e, para isso, necessita somente fazer correspondências. Tal jogo é já

¹⁸ Aqui nos referimos aos alunos ouvintes.

dominado pela criança que foi treinada a fazer associações entre palavras e objetos, palavras e sensações, palavras e comportamentos etc. Assim, a criança já chega na escola sabendo as regras dos jogos de correspondência entre signos gráficos e sonoros ou entre signos gráficos. É muito comum na alfabetização o uso de material didático que objetiva fazer essas correspondências, porém, contaminados por uma concepção referencialista de linguagem, a professora acaba por apresentar outras relações, que lhe parecem necessárias, e talvez o sejam, mas não para os objetivos em tela. A figura 2 é um exemplo desse material.

Figura 2 – Apresentações do sete em material para a alfabetização.



Fonte: <https://pedagogiaaopedaletra.com/numeros-para-parede-da-sala-de-aula-0-9/>

Que propósito a professora alfabetizadora tem ao apresentar os algarismos dessa forma? Observamos que no cartaz acima há pelo menos três correspondências possíveis: a) entre algarismo e numeral; b) entre algarismo e objetos (frutas) e; c) entre numeral e objetos. Aparentemente, não há problemas em apresentar os algarismos assim, mas se o objetivo for fazer com que as crianças façam a relação entre signos, então a presença de figuras de objetos não vai ajudar a estabelecer a relação pretendida.

Mas seria um problema ensinar a correspondência entre signos dessa forma? Bem, numa concepção referencial talvez não. Mas observemos mais atentamente. O que se pretende com a correspondência entre signo e objeto (ou figura de um objeto)? A nomeação. E isso vale tanto quando se relacionam algarismo e objetos, quanto quando numeral e objetos. Mas há aí um problema. Na nomeação, apresentamos paradigmas candidatos a receber os nomes, isso faz sentido quando estamos definindo o uso de palavras. Nesse caso, os paradigmas serão um meio de apresentação dessas palavras, mas esses mesmos paradigmas servem como amostras dos usos das letras? Que paradigmas temos para a letra “a” ou “z”? Ora, parece-nos claro que os paradigmas de usos das letras são signos sonoros, ou seja, é estabelecida uma correspondência

entre signo sonoro e gráfico. Então, ao relacionarmos esses signos estamos num jogo de linguagem de correspondência entre signos, uma vez que o objetivo desse jogo é justamente fazer com que a criança estabeleça essa correspondência, logo não nos parece razoável que objetos (físicos ou figurativos) sejam paradigmas de usos desses signos, como, por exemplo, colocar a figura de uma abelha para ensinar que o som “a” corresponde à grafia “a”.

Comparativamente, ao se estabelecer um paralelo entre algarismos e letras, em termos de função que ambos exercem em suas respectivas linguagens, ou seja, de signos componentes das escritas de números e palavras, respectivamente, vemos que há um equívoco nesse tipo de material, pelo menos em relação aos propósitos a que se destina.

Uma justificativa piagetiana para essa atividade seria a de que para que a criança possa escrever o algarismo “sete”, ela tem que primeiro construir o conceito “sete” e isso somente será possível depois que ela conseguir criar as relações de ordem e de inclusão hierárquica para poder conservar a *quantidade*. No entanto, esquecem-se que há um conjunto de aplicações desse conceito, em que a quantidade é apenas uma delas. Não estamos, em hipótese alguma, condenando essa estratégia didática para a constituição linguística do conceito de número, estamos apenas apontando as dificuldades que uma concepção referencial da linguagem pode trazer para a compreensão do conceito, uma vez que alimenta o conceito com apenas uma única aplicação.

5 Jogos de Linguagem para Ensinar Número

Os dados empíricos, objeto de análise nesta tese, foram retirados das observações que realizamos numa aula sobre o ensino da escrita numérica numa turma de alfabetização de uma escola pública municipal de Belém do Pará durante nossa pesquisa de mestrado (SILVA, C., 2015). A opção pela utilização do mesmo material empírico se justifica pela constatação de que esse material ainda teria um potencial analítico, dentro da proposta de análise da tese.

A pesquisa consistiu em momentos de observação da aula da professora, que foram gravados em áudio e em vídeo, com o seu devido consentimento (cf. SILVA, C., 2015, Apêndices). Ao longo da aula, a professora alfabetizadora propôs alguns jogos de linguagem que continham atividades de ensino da escrita numérica. No entanto, os jogos de linguagem propostos, muitas vezes, não eram compreendidos pelos alunos e pelas alunas, levando-os a darem respostas distintas das esperadas pela professora.

Por isso, propomo-nos fazer uma descrição de alguns jogos de linguagem presentes nessa aula sobre a escrita do número, com o objetivo de compreender o papel da linguagem nessa atividade e fazer alguns esclarecimentos a respeito de algumas confusões resultantes da não compreensão desse papel. Defendemos que compreender a linguagem como constitutiva do sentido da experiência e compreender que ela desempenha múltiplas funções na vida humana, como preconiza Moreno em sua proposta teórica de inspiração wittgensteiniana, é uma alternativa interessante, que pode transformar a visão que o professor tem a respeito da linguagem e sua relação com o conhecimento que pode trazer bons resultados para o ensino da matemática, em geral, e da alfabetização matemática, em particular.

Assim, para melhor contextualizar as ocorrências dos episódios a serem analisados, passamos a descrevê-los. A aula começou com a professora informando à turma o objetivo da aula, que era ensinar a escrita de números maiores que *dez*. Para isso, ela fez uso de um material didático chamado *painel numérico* (figura 3). Esse material tinha o objetivo de fazer a criança aprender as regularidades da escrita numérica de *um* a *cem*.

Figura 3 - Painel Numérico.

PAINEL NUMÉRICO									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Fonte: (SILVA, C., 2015, p. 45)

O primeiro episódio aconteceu após a professora iniciar a rotina da aula, que consiste em escrever o cabeçalho na lousa e corrigir o dever de casa. Essa correção é feita individualmente, um aluno por vez, pela professora. Somente após a correção do dever de casa é que a professora começa a aula, propriamente dita. Vejamos alguns episódios ocorridos durante a aula sobre o ensino da escrita numérica.

Episódio 01 – João e José

Ao iniciar o diálogo com a turma a professora optou por usar um dos jogos de linguagem que mais predominam na atividade de ensino: o questionamento. Mas antes, ela faz um comentário à turma, como forma de provocação:

– *Eu descobri que vocês só sabem contar até dez. Isso é verdade?*

– *Não!* Responderam os alunos em uníssono.

Então, ela continuou:

– *Quem sabe depois do dez?"*

– *Eu*. - respondeu o aluno João¹⁹, acrescentando em seguida que um dia tinha conseguido fazer até *vinte*.

Então, a professora lhe solicitou que ele fosse até a lousa e “contasse”, no painel numérico, até *vinte*. O aluno se aproximou da lousa, passando a recitar a sequência dos números, apontando de longe com o dedo para o painel numérico. Nesse momento, a professora o interrompeu dizendo que ela não estava conseguindo ver onde ele estava contando e lhe pediu que “contasse” novamente, só que dessa vez apontando os números bem perto do painel. Em seguida, ela direcionou a pergunta para outro aluno:

– *José, onde é que “tá” o vinte? Vem apontar aqui “pra” mim, onde “tá” o vinte!?”*.

– *Embaixo do dez* - respondeu José.

Em seguida, ela perguntou como se escrevia o número vinte, ao que o José respondeu:

– *O dois e o zero*.

Nesse episódio, ao fazer perguntas a respeito do conhecimento dos alunos e das alunas sobre o que já sabiam em relação à escrita dos números, a professora parece compreender que as crianças, quando chegam à escola, já possuem certo domínio, mesmo que limitado, do conceito de número. A constituição do conceito de número pela criança se inicia quando ela ouve os primeiros numerais e a palavra número, em determinados contextos. O aprendizado do uso dessas palavras ocorre em jogos de linguagem em que fazem parte técnicas de ordenação, quantificação ou codificação, que são técnicas que vão constituir o conceito de número, como por exemplo, quando, ao subir uma escada, o adulto segura a criança pequena pela mão e a faz subir degrau por degrau, recitando o nome dos numerais, ou quando ao ver o controle de televisão ouve o adulto fazer a relação entre o número escrito e o falado, ou quando pede para que ela levante os dedos da mão para corresponder a sua idade. As situações de uso de numerais e da palavra número são variadas e elas estão presentes no rol das primeiras palavras aprendidas pela criança, assim como os nomes das cores, das sensações, dos objetos etc.

O repertório de palavras aprendidas pela criança que está chegando à escola está condicionado ao repertório de palavras da comunidade a qual está inserida, à diversidade de situações linguísticas a que tem acesso, ou seja, ao conjunto de jogos de linguagem vivenciado desde as primeiras lições a que foi submetida desde que ouviu a primeira palavra. Portanto, não se pode esperar que uma turma com pelo menos vinte crianças,

¹⁹ Para facilitar a leitura, estou mudando a forma de se referir aos alunos que participavam da aula. Na dissertação, os alunos foram identificados por letras maiúsculas do alfabeto, aqui, porém, receberão nomes próprios fictícios.

apresente um domínio mais ou menos homogêneo, relativamente à constituição do conceito de número. Além disso, na escola, a criança entrará em contato com outros jogos de linguagem, mais sofisticados e intencionais, que possibilitarão ampliar o conceito de número. Esses novos jogos de linguagem são constituídos por regras e técnicas, que talvez a criança ainda não tenha vivenciado. Por isso é importante que a professora saiba como introduzir as crianças nesses novos jogos de linguagem e compreender que nível de complexidade de ensino apresenta esse tipo de conhecimento (AZANHA, 2006).

Aprender o conceito de número envolve aprender algumas técnicas e regras que fazem parte da gramática desse conceito, como: a recitação ordenada de palavras, gestos ostensivos com as mãos ou olhos, ordenação espacial de objetos discretos, saber que a última palavra recitada é a cardinalidade do conjunto contado etc. Todas essas técnicas e regras podem ter sido aprendidas pela criança nos jogos de linguagem vivenciados por ela antes de chegar à escola, no entanto, caso isso não tenha acontecido, caberá à professora proporcionar essa vivência na escola.

No caso de João e José, podemos perceber que eles já compreendiam a escrita numérica acima do dez, no entanto, não é possível saber, por esse episódio, se suas respostas expressam o conhecimento das regras de escrita numérica indo-arábica ou se expressam apenas uma etiqueta daqueles símbolos expostos no painel numérico.

Episódio 02 – A turma

Continuando sua abordagem, a professora explicou que queria que seus alunos passassem a “contar” até *trinta*. Daí, passou a explorar a escrita do número *trinta*. Ela, então, perguntou à turma:

– *Onde está o trinta?*

– *Embaixo do vinte.* – respondeu a turma.

Então a professora perguntou:

– *Como se escreve o trinta?*

– *O três e o zero!* – respondeu novamente a turma.

A partir dessa exploração, a professora propôs à turma que fizessem a “contagem” dos números, junto com ela, até *trinta*. Porém, antes de iniciar, indagou:

– *Nós vamos começar a contar a partir do trinta?*

– *Nãããã!!! Temos que começar do um.* - responderam os alunos.

A professora, então, continuou apontando para os números no painel e os alunos foram recitando a sequência: *dois, três, quatro...* até chegar ao *trinta*.

Nesse episódio, como pode ser notado, a professora convida sua turma a “contar” até trinta os números no painel numérico. Esse convite, embora tenha uma aparência de normalidade, mostra um problema sério, que muitos professores e professoras, não somente de matemática, têm apresentado em suas aulas: a falta de cuidado com o sentido dos termos usados para explicar conceitos com certo grau de precisão. Esse fato pode parecer um pseudoproblema, uma vez que o sentido das palavras é institucionalizado pelo uso que uma determinada comunidade faz em uma forma de vida (WITTGENSTEIN, 1999). Com isso, o uso não poderia ser classificado como inadequado, desde que seja legitimado pelos usuários. No entanto, quando se trata do ensino formal de conhecimentos sistematizados, essa observação não é irrelevante, porque os termos usados no ensino, em sua maioria, não são meras palavras, mas conceitos bem delimitados (BARROS, 2016, p. 26).

Sendo assim, a escolha pelo uso de termos com significados definidos dentro da área do conhecimento que está sendo ensinado poderá fazer uma diferença significativa na constituição dos conceitos que deveriam ser aprendidos pelos estudantes. No caso da alfabetização, esse problema parece ser mais presente, haja vista a prática frequente de muitas professoras de usarem termos “alternativos”, muitas vezes no diminutivo, aos termos específicos, estes considerados mais complexos que aqueles. Ora, tal concepção se apoia numa compreensão cognitivista de construção de conhecimento, diferentemente do que é defendido nesta tese, pois defende-se que as palavras são apenas a expressão do conceito construído, logo, é de se esperar que o uso de termos específico seja usado somente quando o aprendiz já tenha consolidado a construção do conceito.

Contrariamente a essa tese construtivista, defendemos que as palavras já fazem parte da constituição do conceito e é uma das condicionantes de seu sentido. Dessa forma, portanto, é imprescindível que se apresentem os termos específicos o mais brevemente possível ao aprendiz, pois ele, à medida que for usando o termo, irá atribuindo sentido, e o melhor disso, o sentido adequado dentro da área de conhecimento em que é usado.

No caso do episódio 02, a professora usa o termo “contar” para se referir à leitura da escrita numérica. Talvez isso aconteça porque o conceito leitura parece ser específico da área da linguagem e não ser usual na matemática, no entanto, são conceitos muito distintos, uma vez que ler diz respeito ao domínio de técnicas de decodificação e contar, ao de técnicas de quantificação de objetos discretos. Essa diferença se reveste de certa

importância porque implicará diretamente no fazer pedagógico de sala de aula, principalmente na alfabetização. Um exemplo disso pode ser visto neste episódio, quando a professora propõe a leitura de número até trinta.

Por que ensinar a ler até trinta se os números com duas ordens vão até noventa e nove? Comparativamente, é como se o ensino de palavras devesse começar pelos monossílabos e somente depois, numa outra etapa, passasse para dissílabos e assim por diante. Não parece fazer muito sentido ensinar a ler palavras dessa forma, mas na matemática isso é recorrente. Inclusive, essa forma está prevista na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que orienta o ensino paulatino da escrita numérica: até cem no primeiro ano; até mil no segundo ano e até dez mil no terceiro ano (BRASIL, 2017b, p. 276-285). Ora, a escrita e a leitura de números nada tem a ver com a contagem. Para saber ler um número, não é preciso saber contar até ele, assim como, para saber ler uma palavra não é necessário saber seu significado. A leitura e a escrita de palavras e de números diz respeito ao aprendizado de técnicas de codificação e de decodificação, que obedecem às regras do sistema de escrita, alfabético ou numérico, independentemente de seus significados.

Não se trata aqui de desmerecer ou invalidar o ensino a partir do sentido das palavras e dos números e enaltecer um suposto ensino tecnicista e mecânico, fortemente criticado pela pedagogia atual, mas de esclarecer que ler números e contar objetos fazem parte de jogos de linguagem distintos, embora possam estar relacionados. Não é que a contagem deva ser proibida de ser usada no ensino da escrita e da leitura de números, mas que ela não deve condicioná-lo.

Episódio 03 – Maria

Durante a leitura dos números no painel numérico, e ao chegar no número *dez*, a professora parou a leitura para explicar que ali começava a “família” do *dez* e que essa “família” sempre começava com o “número” *um*. Então ela passou a apontar para o número *onze* e perguntou como ele se chamava.

– *Onze* - responderam todos.

– *E como é que se escreve o onze?* - perguntou a professora.

– *O um e o um* – responderam alguns.

– *O um e o onze* – responderam outros.

A partir daí, a professora continuou apontando para os números na sequência.

Ao retomar a leitura, a professora notou que a quantidade de alunos que a acompanhava era cada vez menor, então ela solicitou que todos “contassem”. Logo em seguida, ela dirigiu a pergunta a uma aluna especificamente:

– *Maria, que número é esse?*” - apontando para o catorze.

– *Quatro!* - respondeu a aluna.

– *É quatro?* – perguntou a professora à turma.

Uma parte da turma respondeu que sim e outra, quase no mesmo número, que não. Então a professora, continuou:

– *No catorze tem o quatro! Mas é o quatro?*

A resposta da turma não foi diferente, os alunos estavam divididos entre o sim e o não. Até que alguns alunos, aqueles que sabiam que o número apontado era o *quatorze*, passaram a falar, isoladamente e com o tom de voz mais elevado, enquanto os demais calaram.

A partir daí, a professora continuou a sequência apontando para o quinze.

– *Maria, que número é este?* – perguntou novamente a professora.

– *Cinco!* – respondeu Maria.

A partir da resposta de Maria, a professora direcionou a pergunta para a turma:

– *Este número é o cinco?*

– *Vinte e cinco* – respondeu um dos alunos.

Ao perceber que a turma estava apresentando dificuldade em identificar o número, a professora afirmou para eles que era o número *quinze*. Em seguida, os alunos conseguiram continuar a sequência corretamente: “*dezesesseis, dezessete, dezoito, dezenove*”.

Quando chegou no número *vinte*, os alunos apresentaram dificuldade em dizer o nome do número, mas conseguiram. A partir daí, recitaram os demais números, até o *vinte e nove* sem problemas. Ao chegar no número *trinta*, voltaram a apresentar a mesma dificuldade que tinham apresentado em relação ao número *vinte*. Alguns alunos até chegaram a falar *quarenta*. Então, a professora interrompeu a leitura para informá-los que a meta era aprender a “contar” até *cem*, mas, para naquele momento, iriam trabalhar até o *trinta*.

Nesse episódio, ficam mais evidentes as dificuldades que a turma apresenta em relação à leitura dos números acima do dez. Podemos perceber que a dificuldade não é a de falar o nome dos números, mas de associá-los à escrita numérica, mostrando que realmente ainda não dominavam o sistema. Ao particularizar o diálogo com Maria, a professora pode atentar para a dificuldade que a aluna estava apresentando e, de alguma forma, esclarecê-la a respeito da forma como se escrevem os números. No entanto, ao apontar para o número *quinze*, a professora teve como resposta de Maria que aquele

número apontado era o *cinco*. O que levou Maria a dar esta resposta? A resposta dela estava incorreta? Ao transferir a pergunta para a turma, a professora deixou de olhar mais detidamente para a resposta de Maria e não buscou as possíveis razões da suposta falta de compreensão da aluna. Por acaso não tem o *cinco* na escrita do *quinze*? Essa mesma situação se repetiu no episódio 04 com a aluna Carla, o que pode caracterizar que havia uma certa compreensão compartilhada pela turma, ou pelo menos por essas duas alunas, nesse quesito. Analisaremos melhor essa situação no próximo episódio.

O método socrático de perguntas e de respostas adotado pela professora revela sua concepção de como podemos “adquirir” o conhecimento matemático. Os jogos de linguagem por ela propostos aos alunos e às alunas, mostram sua concepção construtivista do conhecimento. Não podemos esquecer que a turma em questão é composta por crianças de seis anos de idade, em média, o que pode mostrar suas poucas vivências a respeito do uso do conceito de número até ali. Por isso, ao se perceber que a turma, ou parte dela, ainda não consegue fazer a associação entre a palavra falada e o número escrito, é imprescindível que a professora a faça, para mostrar às crianças que esta associação será mais uma regra de uso dessa palavra ou uma aplicação e vice-versa, ou seja, que a palavra também será uma aplicação daquela escrita que ela está aprendendo naquele momento ou que já a tenha aprendido, mas que ainda não havia relacionado um signo ao outro.

Episódio 04 – Carla

Em outro momento da aula, por conta das dificuldades que os alunos estavam apresentando para identificar os números acima de dez, a professora solicitou a uma de suas alunas, Carla, que fosse até a lousa e escrevesse o número *quinze*. Carla, ao invés de escrever o número *quinze*, escreveu o número *catorze*.

– *Quais foram os “números” que você fez? Que “número” é esse aí, primeiro?* – perguntou a professora.

Então a aluna apontou para o número *catorze* no painel numérico, que estava pendurado na lousa, mostrando que havia feito um número parecido com ele. Então, a professora perguntou para turma:

– *O um e o quatro formam o número quinze?*

Alguns alunos responderam que não, e acrescentaram que o número escrito por Carla era na verdade o número *catorze*. A professora, então explicou que o número *quinze* era formado pelos algarismos *um* e *cinco*.

Esse episódio mostra a tentativa da professora de eliminar as dificuldades que os alunos e as alunas estavam tendo a respeito da leitura dos números acima de dez. Ao

convidar a aluna Carla para ir à lousa e escrever o número *quinze*, que havia sido o número que as crianças apresentaram maior dificuldade de leitura, a professora detectou que o número escrito havia sido o *catorze*. A pergunta que a professora fez à Carla pode esclarecer a confusão que a aluna Maria havia demonstrado em sua resposta no episódio 03, ao perguntar se os “números” que Carla havia escrito correspondiam à escrita do *quinze*. Ora, que números Carla havia escrito se ela escreveu somente o número *catorze*? A pergunta seguinte demonstra que, na realidade, a professora, ao invés de usar o termo algarismo para se referir aos símbolos que usamos para escrever os números, ela os chamou de números. Mais uma vez, o uso descuidado ou impreciso de uma palavra pode ser inofensivo ou inconsequente em jogos de linguagem cotidianos, mas quando se trata de jogos de linguagem do ensino, essa diferença é importante. Podemos observar que, no episódio 03, ao perguntar à Maria que número estava sendo apontado, quando a própria professora apontava o *quinze*, a resposta de Maria pode ser considerada acertada quando ela disse ser o *cinco*, já que o número *quinze* é escrito com os “números” *um* e *cinco*.

Ao usar a mesma palavra para dois conceitos distintos, a professora pode ter causado a confusão nas crianças. Em uma das conversas informais que tivemos com a professora, indagamo-la sobre o porquê de ela não usar o termo algarismo quando ensinava a escrita numérica. Ela nos respondeu que achava o termo muito complicado e que as crianças ainda não conseguiriam entender. Eu perguntei o que ela considerava complicado no termo, ela não soube responder. Nossa hipótese é que o que a professora considera complicado no termo não é o conceito, mas a pronúncia.

Ora, a dificuldade na pronúncia se dá justamente pela falta de familiaridade com o termo, fruto da falta de regularidade no uso. É interessante destacar que a realização da pesquisa se deu justamente no período da Páscoa cristã e que a professora havia trabalhado o conceito de ressurreição com as crianças. A pergunta que fazemos é: será que o conceito *ressurreição* é menos complicado que *algarismo*? E quanto às pronúncias dessas palavras, não nos parecem ter o mesmo grau de dificuldade? Talvez *ressurreição* seja mais difícil. No entanto, a professora, segundo seu relato, não teve dificuldades em trabalhar esse conceito e usar essa palavra. A que poderíamos atribuir a falta de dificuldades da professora em trabalhar esse conceito? Ao uso, obviamente, porque podemos assegurar que o termo *ressurreição* tem um uso regular no cotidiano das crianças, haja vista o caráter religioso cristão da maioria dos brasileiros, o que não acontece com o termo *algarismo*.

Episódio 05 – A turma

Em momento posterior, ainda procurando sanar as dificuldades que os alunos apresentavam para ler os números maiores que *dez*, a professora usou a estratégia de associar os números às quantidades. Assim, ela se dirigiu aos alunos:

– *Se o número um tem uma bolinha, o número trinta vai ter quantas bolinhas?* – perguntou a professora.

– *Trinta* – responderam alguns alunos.

– *Quatro* – respondeu um aluno em particular.

Quando ouviu essa última resposta, a professora indagou a turma:

– *O número trinta tem quatro bolinhas?*

As respostas se misturaram e eles responderam aleatoriamente: “*trinta*”, “*dois*”.

Ao perguntar pela terceira vez, a mesma resposta confusa se ouviu, então a professora afirmou:

– *O trinta tem trinta bolinhas.*

Usando a mesma estratégia, perguntou:

– *E o número vinte e cinco, vai ter quantas bolinhas?*

– *Vinte e cinco.* - responderam os alunos.

– *E o número doze, vai ter quantas bolinhas?* – continuou a professora.

– *Doze.*

A partir daí, a professora propôs que os alunos escrevessem de *um* a *trinta*. Nesse momento, ela ocultou o painel numérico para evitar que eles copiassem os números.

O episódio 05 começa com uma pergunta interessante feita pela professora sobre o número: *Se o número um tem uma bolinha, o número trinta vai ter quantas bolinhas?* É interessante notar que a forma de implicação lógica que a professora usou em sua pergunta parece mostrar que a inferência é intrínseca ao sistema de escrita numérica em questão. Uma consequência disso, pode ser que a professora acredita que se a criança compreende que o número *um* tem uma correspondência com *uma* bolinha, logo essa criança deveria saber que o número *trinta* corresponderá a *trinta* bolinhas.

Quais foram, portanto, as respostas dos alunos? Uns responderam corretamente, outros não. A inferência faz parte de jogos de linguagem lógicos que, muitas vezes, ainda não foram apreendidos pela criança. Ao usar esse jogo de linguagem, a professora pressupôs que os alunos já o dominavam, no entanto, as respostas incorretas das crianças

mostram justamente o contrário. Daí, a professora deixou de fazer perguntas e passou a afirmar que o *trinta corresponde a trinta bolinhas*. Ao fazer essa afirmação, o que a professora fez, na realidade, foi estabelecer uma regra de correspondência entre os signos numéricos e a quantidade de bolinhas, em que a correspondência seria a equivalência entre as palavras usadas para nomear os números e quantificar as bolinhas: *trinta* ↔ *trinta*. Revelada a regra, o jogo de linguagem passou a ser compreendido pelos alunos, tanto é que, ao perguntar quantas bolinhas tinha o número *vinte e cinco* e o *doze*, eles prontamente responderam: *vinte e cinco* e *doze*, respectivamente.

Outra reflexão que podemos fazer a respeito deste episódio é sobre a necessidade de se recorrer ao conceito de quantidade para ensinar a escrita do número correspondente a essa quantidade. A pergunta que fazemos é: é pertinente usar tal estratégia para os propósitos da aula? A recorrência do recurso à quantidade, para ensinar a escrita numérica, mostra uma falta de compreensão a respeito dos jogos de linguagem envolvidos no ensino do sistema numérico e da complexidade do ensino da leitura em relação ao do ensino de correspondências e de associações. Os jogos de linguagem que usam técnicas de associações são praticados pela criança desde muito cedo, quando a criança aprende a falar e usar as palavras como etiquetas das coisas. Porém, os jogos da leitura e da escrita de palavras e de números, só serão apresentados à criança quando ela é enviada à escola, salvo quando aprendem esses jogos em casa.

Episódio 06 - Antônio

Enquanto a turma realizava a tarefa proposta, a professora aproveitou para dar atenção individualizada para alguns alunos que apresentavam mais dificuldades. Ao irem até a professora, esses alunos demonstravam ter dificuldades na escrita dos números a partir do *doze*. Como proposta didática, a professora não dava respostas prontas, mas indagava seus alunos sobre as hipóteses que eles tinham a respeito da escrita dos números em questão.

Numa situação em particular, um dos alunos que apresentavam dificuldades para escrever os números, Antônio, chegou até a professora com dúvidas sobre a escrita do número *doze*. A professora então perguntou:

– *O onze é o um e o um, então o doze será...?*

– *O um e o dois* - Antônio respondeu.

A professora continuou:

– *E o treze?*

– *O um e o três* – disse Antônio.

– *E como se escreve o catorze?* – perguntou a professora, pronunciando com mais ênfase à primeira sílaba da palavra.

Antônio respondeu:

– *O “cá”*.

– *O “cá”?* – indagou a professora.

– *“A”* – respondeu novamente Antônio.

Aí, a professora percebeu que Antônio estava falando da escrita do numeral *catorze* e entre risos exclamou:

– *Tu “tá” pensando como escreve!!*

Em seguida, ela esclareceu que estava solicitando a escrita do número com algarismos e passou a dar um exemplo:

– *O treze é o um e o três. E o catorze?*

Dessa vez, ao falar catorze, a professora procurou não pronunciar a primeira sílaba com tanta ênfase. Antônio, então, ficou pensativo e ao ouvir outro aluno sussurrar o “*um*”, repetiu:

– *O um... O um...*

A professora perguntou:

– *O um...?*

– *E o doze* - Antônio completou.

A professora explicou para Antônio que se ela juntasse o *um* e o *doze*, formaria o número *cento e doze*. Em seguida, voltou a perguntar como era o *catorze*. A resposta de Antônio foi:

– *“Cá”!*

Então, a professora passou a pergunta para outro aluno, que estava ao lado de Antônio, que também não soube responder.

Novamente, nesse episódio, a professora procura estabelecer uma relação lógica entre a escrita do número *onze* e a do *doze*. A relação existente entre a escrita desses números não se dá por uma relação lógica, mas por conta das regras do sistema de numeração indo-arábico que define uma regularidade na escrita numérica. Assim, essa regularidade gerará uma ordem sequencial dos números que corresponderá à ordem sequencial dos nomes dos números. Se o *onze* é escrito com *um* e *um*, o *doze* será o *um* e o *dois*, assim como, o *treze*, o *um* e o *três* e assim por diante.

Até o treze Antônio conseguiu responder à professora corretamente. No entanto, quando chegou no *catorze*, Antônio não foi capaz de continuar a sequência. O que

aconteceu para que Antônio de repente deixasse de responder corretamente à professora? Podemos observar que ao perguntar pela *escrita* do número catorze, a professora fez parecer a Antônio que mudara o jogo de linguagem que estava jogando com ele. O uso do termo *escrever*, muito utilizado na alfabetização da língua materna, fez com que Antônio fosse levado a pensar nas regras de escrita de palavras que outrora estava aprendendo, mais especificamente na formação de sílabas. As sucessivas respostas de Antônio demonstram que ele estava preso à tonicidade nas pronúncias das sílabas da palavra *catorze* e não na escrita numérica, o que levou a professora a se surpreender.

O uso recorrente do termo *escrever*, relativamente à escrita de palavras, e a falta do uso desse mesmo termo, relativamente à escrita numérica, mostra a importância do cuidado que o docente deve ter ao usar as palavras. O uso das palavras, como temos defendido, define seu sentido, portanto, é responsabilidade do professor fazer uso dos termos adequadamente, mesmo que lhe pareçam complexos, para que possibilite ao aluno compreender que as palavras transitam nos mais diversos jogos de linguagem, muitas vezes, preservando seu sentido, outras vezes, assumindo significados totalmente diversos.

Episódio 07 – Caio

O último episódio ocorreu quando a professora corrigia as atividades de alguns alunos, até que chegou junto a ela Caio, trazendo-lhe o caderno para que lhe ensinasse a escrever o número nove. Caio disse:

– *Me diz aí professora, que eu não vou saber assim!*

Ela lhe perguntou:

– *Se eu disser você vai aprender?*

– *Vou!* - ele respondeu – *Como é?* – perguntou.

Então, a professora falou:

– *Nove.*

– *Como ele é, o nove?* – Caio perguntou.

A professora devolveu a pergunta:

– *Como é o nove?*

Caio ficou pensativo e escreveu a letra “i” no caderno e perguntou:

– *É assim o nove?*

Como a professora estava atendendo outros alunos e não dava atenção a Caio, ele insistiu na pergunta até ser atendido. Ao olhar o que Caio escrevera, a professora indagou:

– *O nove é o “i”?* - e insistiu – *O “i” é número?*

– *O “s”!!* – foi a resposta de Caio

– *O “s” é número?* – retrucou a professora.

Caio passou então a dizer algumas letras que ele sabia, e a cada resposta dada a professora lhe devolvia sempre perguntando se o que ele havia dito era número. Até que Caio disse:

– *Então, me diz aí logo!!*

A professora, então perguntou a ele:

– *Eu começo: ‘i’, 2, 3, 4? ‘s’, 2, 3, 4? Eu começo assim a contar?*

– *Não!* - ele respondeu balançando a cabeça.

– *Então, qual é o primeiro número que começo a contar?* – perguntou a professora.

Os alunos que estavam juntos a eles na mesa responderam: “*Um!*”. E ela voltou a perguntar para Caio, que acompanhou seus colegas: “*Um!*”. Então a professora pediu que ele escrevesse o *um* no caderno. Depois que ele escreveu o *um* no caderno, a professora apontou para o número escrito no caderno e perguntou:

– *Que número é esse?*

– *O “um”!* – respondeu Caio com convicção.

Convencida que Caio havia entendido o que ela estava falando, a professora perguntou novamente:

– *E depois do “um”?*

Nesse momento, a professora resolveu usar os dedos da mão para que Caio associasse os números ditados à quantidade de dedos levantados. Assim, ao pronunciar o número *um*, a professora levantou o dedo indicador e logo em seguida, levantou o dedo médio junto com o indicador para que Caio dissesse *dois*, mas a resposta dele foi “*vê*”. Então, ela questionou:

– *Depois do “um” vem o “vê”?* “*Um*”, “*vê*” ... *Eu conto assim?* – questionou ela, ainda usando os dedos.

Ao que Caio respondeu de imediato:

– *Conta!*

Ela insistiu na pergunta:

– *Eu conto “um”, “vê”, “três” ...?*

Ele, então, não teve dúvidas e disse:

– Não!

– Não é assim! - ela reforçou.

Por fim, um aluno que estava próximo deles começou a recitar a sequência:

– “Um”, “dois”, “três” ...

Nesse episódio, enquanto a professora verificava as atividades dos alunos em sua mesa, aconteceu um diálogo entre ela e Caio sobre a escrita matemática dos números a partir do *um*. Caio chegou à mesa, solicitando à professora que lhe falasse como ele deveria proceder para realizar a tarefa. Caio demonstrava não saber como fazer o que havia sido pedido, então solicitou à professora que o orientasse. A ida de Caio à mesa em busca de orientação demonstrava que a explicação da professora na aula expositiva sobre a escrita matemática dos números não foi suficiente. Ao perguntar se Caio iria aprender, caso ela lhe dissesse como seria a escrita do número, obviamente, Caio respondeu que sim. Nesse momento, a professora propôs a Caio um jogo de linguagem, que ao que parece Caio já conhecia. Para Caio, a professora deveria dizer como ele deveria fazer, no entanto, a professora apenas disse o que ele deveria escrever: o número nove. Como as dificuldades de Caio eram profundas, ele não soube *o que* escrever e nem *como* escrever.

Assim, Caio se voltou para a professora em busca de alguma explicação a respeito de como ele deveria fazer. A resposta da professora foi novamente uma pergunta: *Como é o nove?* A pergunta da professora a Caio parece revelar, pelo menos, duas concepções suas: uma, relativa ao ensino e a outra, à aprendizagem. Ao devolver a pergunta a Caio, a professora parece conceber que, ao ensinar a turma, Caio deveria ter aprendido, logo, ele saberia fazer a tarefa, apenas ainda não se percebeu disso. A outra concepção, relativa à aprendizagem, parece revelar algo mais teórico. A professora demonstra acreditar que o conhecimento é construído a partir de processos internos, cabendo-lhe apenas fazer o aluno refletir sobre o objeto de conhecimento, que de alguma forma ele já possui, bastando que faça as relações necessárias para compreender o que está sendo pedido. No entanto, a sequência do diálogo mostra que a professora estava equivocada.

Então Caio entra num jogo de linguagem de perguntas e respostas em que a resposta da professora em forma de pergunta é um indicativo do seu erro, por isso, ao apresentar suas soluções e ouvir se o que havia escrito era número, logo dava outra resposta. A cada resposta negativa, Caio se sente frustrado, porque percebe que não consegue acertar o que a professora desejava, por isso exclamou: *Então, me diz aí logo!!*

A irritação de Caio se justifica porque a professora havia prometido lhe falar como deveria proceder e até então o que havia feito eram somente perguntas, que para ele, não havia sentido. Podemos perceber que a professora e Caio estavam jogando jogos de linguagem distintos, daí a confusão. Ao questionar um interlocutor, o inquiridor supõe que o inquirido saiba os conceitos envolvidos na pergunta. Essa é uma das regras desse tipo de jogo de linguagem. Não faz sentido perguntar a uma criança, por exemplo, qual é o nome do seu brinquedo, se ela não sabe o conceito de *nome* e nem o de *brinquedo*. Os jogos de linguagem necessários para a constituição desses conceitos já deveriam ter sido jogados. Por isso, as perguntas da professora foram ineficazes, uma vez que Caio não conseguia atribuir sentido ao que ela falava. Por outro lado, ao não compreender a dinâmica linguística estabelecida nesse episódio, a professora, por meio das reiteradas perguntas, intentava que Caio “visse” a conexão dos conceitos, que, para a professora, era evidente.

As conexões de sentido entre os conceitos não são independentes de nós. Elas são constituídas pelas técnicas linguísticas presentes nos jogos de linguagem, por meio do *treino*. É necessário que o aprendiz seja submetido a jogos de linguagem mais simples ou primitivos, como a nomeação que se efetiva pelo ensino ostensivo, para depois ser introduzido em jogos mais complexos, como a explicação. No dizer de Wittgenstein: “Quando aprende a falar, a criança emprega tais formas primitivas de linguagem. Ensinar a linguagem aqui não é explicar, mas treinar.” (WITTGENSTEIN, 2012, § 5).

Em resposta à súplica de Caio, a professora resolveu fazê-lo entender a diferença entre número e letra, por meio do uso que se faz desses signos nos seus respectivos jogos de linguagem. No entanto, ela não renuncia a seu método socrático, julgando que Caio sabe do que ela está falando. Então, a professora recita a sequência numérica, colocando no lugar do número *um* as letras que Caio havia dado como resposta. Ao fazer assim, a professora intencionava fazer com que Caio percebesse que as letras não se encaixariam naquela sequência numérica, o que foi percebido por Caio somente depois que colegas responderam por ele.

As tentativas da professora, para ensinar a escrita dos números a Caio, continuaram. Ela passou a utilizar os seus dedos, mostrando-os para Caio com o objetivo de fazê-lo entender que a quantidade de dedos levantados corresponderia ao número a ser escrito. Assim, a professora começa a estabelecer um novo jogo de linguagem com Caio, ela levanta o dedo indicador e pronuncia a palavra *um*. Em seguida, ergue o dedo médio

e mostra a Caio os dois dedos levantados esperando que sua resposta fosse *dois*. Qual não foi sua surpresa quando Caio respondeu: “*vê*”.

O que levou Caio a dar tal resposta? Não era óbvio que, se um dedo levantado correspondia ao número *um*, dois dedos levantados deveriam corresponder ao número *dois*? O sentido que a professora atribuiu aos dedos não foi o mesmo que Caio atribuiu. Para a professora, os dedos mostravam uma quantidade, para Caio, os mesmos dedos formavam uma letra.

Caio participava de vários jogos de linguagem no processo de alfabetização, no entanto, a transição de um jogo para outro não lhe era clara, talvez isso explique tanta confusão. A alfabetização é a fase da escolarização em que se estabelecem as bases dos sistemas de escritas alfabéticas e numéricos. Esses sistemas são apresentados concomitantemente e, por isso, é comum certas confusões, como as apresentadas por Caio nesse episódio. A compreensão dos jogos de linguagem presentes no ensino de número poderia ter levado a professora a evitar alguns equívocos perceptíveis nas intervenções que ela fez ao ensinar Caio e a turma.

Diferentemente dos demais alunos da turma, Caio não conseguia atribuir sentido aos signos apresentados pela professora. A sala de aula estava repleta de materiais didáticos relativos ao ensino dos códigos escritos da língua portuguesa e da matemática: letras e algarismos, assim como painéis, gravuras, textos, palavras etc., no entanto, esses signos necessitam ser colocados em conexão uns com os outros para que faça sentido para os alunos. Essas conexões de sentidos são constituídas linguisticamente, intencionalmente ou não, desde que os jogos de linguagem apropriados sejam jogados. A intencionalidade ou não dos jogos de linguagem propostos, por parte de quem ensina, implicará na velocidade do aprendizado dos conceitos ensinados, por parte de quem aprende.

Essa diferença é crucial para o tipo de conhecimento ensinado na escola. O tempo de aprender na escola é diferente do tempo de aprender na vida fora dela, e as condições também. Por isso, julgamos que a compreensão do funcionamento da linguagem nas atividades epistêmicas e concebida como um dos seus elementos constituintes, poderá potencializar a prática do professor no que tange ao ensino de um modo geral e em particular o ensino da própria linguagem na modalidade escrita.

A última parte do diálogo entre a professora e Caio é elucidador. Compreendemos, ou passamos a saber, ou conhecemos determinado conceito, quando conseguimos estabelecer relações internas de sentido entres os conceitos envolvidos na

constituição desse novo conceito, caso não seja um conceito primário. Assim, ao levantar os dedos e mostrá-los para Caio, a professora tentou estabelecer uma conexão de sentido entre a quantidade de dedos e o número, nesse caso o *dois*. No entanto, Caio pensava que a professora falava sobre o alfabeto da língua portuguesa, o que explica sua resposta “vê”. O espanto da professora se dá por não perceber isso. Jogos de linguagem distintos (alfabético e numérico) com semelhanças de regras, formam cenários propícios para a confusão conceitual.

Conforme apresentamos na seção 2.4, a Epistemologia do Uso parte do conceito de *uso* como elemento esclarecedor da atividade epistêmica de *constituição* da significação por meio da descrição terapêutica dos usos das palavras e suas aplicações diversificadas. Nela, o conhecimento é o conjunto das *atividades correlativas de construção de relações internas de sentido* e de sua aplicação, por meio das regras, isto é, é definido na gramática. Portanto, na Epistemologia do Uso “preparar e constituir linguisticamente o sentido já são atividades epistêmicas.” (MORENO, 2015, p. 97, grifos do autor), logo, os jogos de linguagem preparatórios, como nomear, por exemplo, e as próprias ações linguísticas envolvidas nessa atividade, como apontar, proferir o nome, apresentar o objeto nomeado como paradigma de uso, já fazem parte das atividades epistêmicas, expandindo assim o conceito de conhecimento para além da concepção de que uma proposição somente expressa um conhecimento se sua negação tiver sentido, ou seja, se a proposição for falseável no contexto de sua aplicação.

Assim, após a análise dos episódios descritos, buscaremos descrever essas atividades epistêmicas presentes nos jogos de linguagem, aos quais os alunos e as alunas participaram no decorrer da aula para ensinar número. Ao refletirmos sobre as diversas técnicas linguísticas presentes nesses jogos de linguagem em sala de aula, objetivamos compreender as diferentes funções que a linguagem desempenha na constituição do conceito de número pela criança aprendiz e assim possibilitar outras formas de compreensão do ensino desse objeto matemático, para além das teorias hegemônicas presentes na educação matemática e geral.

Conceito de Número na Alfabetização

Como a alfabetização é a etapa da escolarização que tem como principal objetivo o ensino inicial da escrita da língua materna e da matemática, nela estão presentes os mais variados jogos de linguagem, que envolvem os sistemas linguísticos dessas duas áreas. Assim, o ensino do sistema alfabético da língua materna e do sistema de numeração

decimal indo-arábico da matemática passam a ser o centro das atividades desenvolvidas pela professora alfabetizadora. O ensino concomitante desses dois sistemas tem provocado certa confusão no aprendizado das crianças, haja vista, muitas vezes, não se fazer uma distinção clara entre os jogos de linguagem que compõem esses dois sistemas.

Tal confusão é perfeitamente compreensível se levarmos em consideração que esses sistemas pertencem a linguagens que são mutuamente impregnadas. O ensino da língua materna acontece, inicialmente, com o aprendizado de palavras de uso comuns de uma determinada comunidade de falantes e, nesse rol de palavras, vamos encontrar aquelas que fazem referências aos números, seja para quantificar, ordenar, mensurar, codificar etc. O aprendizado dos numerais e da própria palavra *número* pela criança pequena acontece nos usos da linguagem ordinária que está sendo adquirida por ela. Durante esse aprendizado inicial, não é fornecida qualquer distinção entre as classes de palavras, mas somente entre os usos específicos de cada uma delas. Assim, a criança vai aprendendo a empregar corretamente as palavras nas mais diversas situações cotidianas.

Ao chegar à escola, a essa criança é apresentada uma nova forma de uso dessa linguagem: a escrita. A língua escrita, embora seja uma modalidade da língua materna, não obedece ao mesmo regramento da língua nas modalidades falada ou gesticulada. Isso implica dizer que a língua escrita alfabética consiste num complexo conjunto de jogos de linguagem que estão sujeitos a uma gramática própria, distinta, em alguns aspectos, da linguagem oral ou gestual. Daí, ser complexo o ensino dessa modalidade linguística, necessitando para isso certa capacidade da professora para ensinar.

Da mesma forma, podemos dizer que o ensino da matemática, concebido como uma linguagem peculiar, igualmente detentor de uma gramática própria, cuja apresentação se dá exclusivamente na modalidade escrita (MACHADO, 2011), e por isso, sua aprendizagem depender de um ensino intencional e direcionado, só pode ocorrer numa relação pedagógica. Nesse sentido, o papel da escola como espaço privilegiado do ensino de conhecimentos sistematizados e acumulados historicamente, como no caso da matemática, coloca-se como fundamental para o aprendizado das crianças, principalmente, quando o que está em jogo são as primeiras noções do conhecimento que são trabalhados na alfabetização.

Com isso, não estamos considerando que é somente na escola que a criança terá contato com essa modalidade da linguagem, uma vez que a escrita é um dos traços culturais mais importantes da sociedade contemporânea, mas, que é na escola que ela vai conhecer as nuances mais formais das gramáticas dessas linguagens. Isso implica dizer

que embora a criança esteja imersa em jogos de linguagem que envolvem signos escritos desde muito cedo, é somente na escola que ela terá condições de aprender a utilizá-la de forma plena ou pelo menos satisfatoriamente para atender as demandas de uma sociedade letrada.

Assim, cabe-nos reconhecer a importância do papel da linguagem na formação escolar de cada cidadão e cidadã, não somente no aprendizado dos diversos conhecimentos trabalhados na escola, mas, principalmente, no ensino dessas próprias linguagens como objeto de conhecimento. Por isso, ao recorrermos à filosofia de Wittgenstein, como ferramenta para compreensão do funcionamento da linguagem em geral, estamos persuadidos que os conceitos ali traçados podem contribuir significativamente para uma compreensão da atividade pedagógica em todas as áreas, especialmente na matemática.

Diante disso, elegemos o conceito de *jogo de linguagem* como instrumento de análise dos episódios ocorridos nas aulas de matemática, que visavam o ensino do conceito de número pela professora alfabetizadora. Essa análise, consiste numa descrição gramatical dos usos dos numerais e da palavra *número* usados pela professora e seus alunos no contexto da aula. A descrição gramatical de usos de palavras visa desfazer as confusões oriundas de certas imagens que cristalizamos por meio de usos privilegiados de significados atribuídos às palavras, por isso, essa descrição é chamada de método terapêutico. Portanto, faremos uma certa terapia do uso que são feitos dos numerais e da palavra *número* durante as aulas de matemática na alfabetização.

Durante os sete episódios selecionados da aula de matemática, que visava ensinar a escrita numérica, podemos destacar alguns jogos de linguagem que são esclarecedores de algumas confusões conceituais muito comuns na prática pedagógica em sala de aula e que, talvez, sejam as razões por que a matemática acaba sendo considerada um objeto de conhecimento de difícil aprendizagem (SILVEIRA, 2005). Mas antes disso, é preciso compreendermos que a alfabetização escolar, como está configurada no Brasil, considera que o aprendizado da língua materna deve acontecer concomitantemente com o da matemática. Esse fato nos levar a refletir sobre os jogos de linguagem presentes na alfabetização e como eles estão relacionados.

Ora, se a língua materna e a matemática têm sistemas de escrita distintos, é de se esperar que parte dos jogos de linguagem desses sistemas sejam distintos também. No entanto, essa distinção não é assim tão evidente e, além do mais, podemos notar algumas semelhanças entre eles. A compreensão dessas semelhanças e dessemelhanças são

importantes para quem deseja lograr sucesso no ensino dessas duas linguagens. Os jogos de linguagem da língua escrita são constituídos por regras de uso de signos que não regem os signos matemáticos, mas o conjunto de signos matemáticos tem símbolos da língua. No entanto, esses sistemas compartilham outras regras que podem levar o aprendiz a confundir o uso dos signos de cada sistema, fato registrado por Emilia Ferreiro e Ana Teberosky em suas pesquisas sobre a escrita infantil, quando algumas crianças confundiram letras com algarismos (E/3, L/7, S/2, S/5 etc.). (FERREIRO; TEBEROSKY, 1999, p. 55)

As semelhanças entre esses sistemas começam pela existência de um conjunto de símbolos gráficos (letras e algarismos), as unidades mínimas de escrita, que são combinadas para formar unidades semânticas (palavras e números) respectivamente. Além disso, há a própria similaridade entre a grafia desses símbolos, que pode ter sido a razão das confusões feitas pelas crianças pesquisadas por Ferreiro e Teberosky, citadas acima. Embora as combinações de letras e de algarismo para escrever palavras e números obedeçam a regras distintas, o aprendizado concomitante desses dois sistemas por si só já é potencialmente gerador de confusões, mas isso pode ser agravado, caso não fique claro para os alunos e para a professora, essas semelhanças e diferenças.

Outro aspecto importante a destacar nessas relações de semelhanças e de diferenças entre esses sistemas de escritas é o fato de que o aprendizado do conceito de número se dá por meio da língua materna, quando a criança aprende os nomes dos números (numerais) e a própria palavra *número*. Então, reconhecer os limites de cada sistema e suas interseções passa a ser uma necessidade teórica da professora alfabetizadora, para que consiga levar a cabo seus intentos pedagógicos de ensinar os aspectos formais das escritas relativamente a essas linguagens.

Por exemplo, no episódio 01, ao iniciar a aula, a professora inicia com uma pergunta sobre a escrita do número *dez*. Ora, a pergunta da professora está baseada na certeza de que os alunos e as alunas já sabem que *dez* é uma palavra usada nos jogos numéricos, ou seja, os alunos e as alunas sabem que *dez* é o nome de um número. Esse saber não é conceitual, o que quer dizer que ainda não é possível perguntar à criança pelo conceito *dez*, mas somente pelo seu nome. Os numerais são aprendidos como nomes, assim como as demais palavras, como as que se referem às cores, aos objetos, às pessoas, às sensações etc. Esse aprendizado acontece nos jogos da nomeação que são uns dos primeiros jogos ou preparatórios aos quais as crianças são submetidas ao aprender uma língua (MORENO, 1993, p. 21)

Nesse contexto, não podemos falar que o aprendiz já compreende o conceito de número, mas que está em processo de constituição do conceito. Diferentemente do que defendem Kamii e Declark (1995), que afirmam que a criança só é capaz de representar o *dez* se ela já tiver construído o conceito *dez*, compreendemos, apoiados na epistemologia do uso de Moreno (2010, 2012, 2015), de inspiração wittgensteiniana, que o nomear os números já é uma atividade epistêmica de constituição do conceito de número, que se amplia à medida que vai aprendendo outros usos da palavra. Na aula sobre a escrita numérica, o que a professora faz é introduzir a criança aprendiz em outros jogos de linguagem, em que são feitas novas aplicações dos numerais. Assim, ao compreender que os numerais podem ser aplicados de formas diversas daquelas que ela aprendeu até ali, outra lição está em curso: a criança aprende que as palavras não têm significados únicos e definitivos, lição importante para quem está aprendendo.

Outra lição importante implícita nesses jogos de linguagem é justamente a correspondência entre o signo escrito e o falado. Fazem parte desses jogos as técnicas de etiquetagem aprendidas desde cedo quando a criança aprende o nome dos objetos. Como já dissemos, essas técnicas são preparatórias do sentido linguístico, necessárias para que a criança participe de jogos de linguagem mais complexos. Com isso, podemos afirmar que o fato de a criança saber aplicar os numerais em determinados jogos de linguagem não garante que ela já domina o conceito de número, mas que estes usos são condições para a constituição desse conceito, o que lhe permitirá fazer outras aplicações em contextos diversos dos habituais, inclusive em contextos inusitados.

No episódio 06, quando a professora perguntou a Antônio como se escrevia o número *catorze*, e ao pronunciar com mais força uma das sílabas dessa palavra, a resposta do aluno foi “*cá*”. Ora, do que a professora estava falando? De escrita da palavra *catorze*, da sílaba da palavra ou da escrita algarísmica do número? Claro que poderíamos dizer que era óbvio que ela falava da escrita numérica por algarismo, mas essa obviedade não é evidente para o aluno. Daí a necessidade de a professora compreender que esse tipo de confusão é comum, uma vez que o aluno está imerso num complexo conjunto de jogos de linguagem, que ora se assemelham, ora se diferenciam, ora compartilham regras, ora possuem regras exclusivas. Só que se isso não for deixado claro para o aluno as confusões podem se multiplicar a ponto de a professora não compreender o que está acontecendo, o que não foi o caso da professora de Antônio que percebeu que as respostas dele mostravam que ele pensava se tratar da escrita alfabética e não numérica do número *catorze*.

A compreensão da professora da confusão que o aluno estava fazendo a respeito da escrita numérica, possibilitou que ela fizesse uma intervenção tempestiva e trouxesse de volta o aluno para o jogo da escrita numérica. Esse fato se repetiu no episódio 07 quando o aluno Caio respondeu com letras do alfabeto às perguntas da professora sobre a escrita do número *um*. Podemos inferir, mesmo com risco de estarmos enganados, que os alunos da alfabetização compreendiam que a palavra *escrever* devesse somente ser aplicada à escrita de palavras, e, talvez, não aos números. Isso pode ser mais um indício de como passamos a privilegiar certos usos de palavras, criando assim uma imagem de que as palavras têm significados únicos, independente do jogo de linguagem em que está inserida. Por isso que a linguagem empregada pelo professor durante as aulas deve estar sob constante vigilância e cuidado, para que não seja geradora de confusões conceituais no momento que ensina seus alunos.

A escrita numérica algarísmica sofre constantes interferências da língua materna, tanto na modalidade falada, quanto na escrita. A dependência que a linguagem matemática tem da língua materna, principalmente quando se trata do ensino, leva-nos a concluir que essas interferências, talvez, não poderão ser evitadas, por isso, a compreensão que o professor deve ter das relações entre essas linguagens se coloca como uma variável importante a ser considerada para o sucesso no ensino da matemática, especialmente na compreensão que o professor deve ter do papel da linguagem na constituição dos conceitos.

Nos episódios 01, 02, 03, 04 e 05, a professora usou recorrentemente os termos *números* e *contar* ao invés de *algarismo* e *ler* respectivamente. Os termos e expressões têm seus sentidos definidos dentro dos jogos de linguagem em que são usados, isso pode nos levar a pensar que, embora a professora não tenha utilizado o termo mais adequado, o sentido pode ter sido preservado e a comunicação ocorrida, o que poderia ser suficiente. No entanto, o uso recorrente do termo pode levar o aprendiz a cristalizar o sentido e aplicá-lo incorretamente em jogos de linguagem que exigem um uso específico. Isso, na realidade, aconteceu na aula da professora no episódio 03 quando ela apontou para o número catorze e perguntou para a aluna Carla que número estava sendo apontado. Ao responder *quatro*, Carla mostrou que não diferenciava os usos dos termos *número* e *algarismo*, uma vez que a professora também não fazia diferença. A professora informou à Carla que o *quatro* estava no *catorze*, mas que não era esse número. Nesse jogo de linguagem, o uso do termo específico *algarismo* usado de forma distinta do conceito de *número*, faria com que a aluna entendesse que, ao se referir ao algarismo *quatro*, a

professora estaria fazendo referência a conceitos distintos, logo, a compreensão de Carla poderia ser mais efetiva.

Dessa forma, *jogo de linguagem*, como conceito descritivo da atividade linguística humana, coloca-se como um conceito-chave de compreensão do funcionamento da linguagem, sendo essa a principal ferramenta do professor. Logo, podemos inferir que, se o professor compreende a linguagem como consistindo em jogos de linguagem, poderá ter elementos mais profícuos que podem contribuir efetivamente para a compreensão das incompreensões de seus alunos e assim poderia intervir mais efetivamente no processo de aprendizado deles.

No episódio 07, no diálogo travado entre a professora e o aluno Caio pode ser apontado como um exemplo da importância da compreensão do funcionamento da linguagem, por meio do conceito *jogo de linguagem*. Nesse momento da aula, podemos observar vários jogos sendo jogados entre professora e aluno. Um deles tem a ver com a forma como a professora ensina fazendo usos de perguntas e respostas. Esse tipo de jogo de linguagem é muito eficiente em contextos em que o aprendiz tem como refletir sobre o que o professor pergunta. Ora, essa condição do aprendiz só pode ser atingida quando ele já está habituado a jogos mais complexos, como os jogos conceituais.

Outro jogo de linguagem importante que queremos destacar acontece quando a professora utiliza os dedos como estratégia didática para que Caio possa associar a quantidade de dedos com a escrita do número. Este episódio e o episódio 05 mostram como a professora concebia o número: uma escrita representativa de certa quantidade. No entanto, o episódio com Caio evidencia o que temos destacado até aqui, que a falta de compreensão do jogo de linguagem que se está jogando faz com que a professora não consiga ver que a associação de quantidades com números traz mais confusão do que esclarecimento a respeito da escrita. Não estamos advogando que esta associação não deva ser feita, mas que ela não é uma regra para este tipo de jogo de linguagem. O jogo desse tipo de associação é outro.

Esse tipo de confusão também aparece nas discussões atuais sobre a alfabetização da língua quanto à significação das palavras. A busca pela aprendizagem significativa pode ser traduzida como ensinar a língua a partir de elementos linguísticos que tenham sentido para o aprendiz, como textos, frases e palavras. O sentido é aqui entendido como uma referência ao que a palavra designa ou o fato expressa em frases ou temas da vivência das crianças apresentadas em textos infantis, como história em quadrinhos, cantigas, contos etc. Por exemplo, para ensinar a escrita alfabética, pode-se

partir de textos, de frases ou de palavras, com a condição de a criança atribuir sentido a essas unidades linguísticas. Caso a professora resolva começar a ensinar a partir de uma palavra, ela deve escolher de preferência um substantivo que seja nome de um objeto, conhecido da criança, como a palavra BOLA. Mas qual a relação do objeto *bola* com a palavra BOLA? Não há uma relação de causalidade entre o signo linguístico e o objeto, uma vez que a relação estabelecida entre esses entes é puramente convencional.

Assim, ao relacionar objeto e palavra, a professora parte de uma concepção referencial da linguagem em que haveria uma relação de sentido entre elementos de domínios distintos, nesse caso, mundo e linguagem. Ora, segundo Wittgenstein, essa relação entre palavra e objeto é uma relação interna de sentido, ou seja, dentro da linguagem, instituída numa forma de vida, o que quer dizer que a palavra e o correspondente objeto desempenham funções linguísticas, estabelecendo-se uma regra nos jogos de linguagem aos quais estão inseridos.

Logo, a associação entre palavras e objetos, ou no caso da matemática, entre número e quantidade, apenas mostra uma forma de uso da palavra ou uma aplicação, que cumpre uma função importante na significação e na constituição dos conceitos matemáticos, mas não no aprendizado de regras de um sistema de escrita, como é o caso do sistema alfabético da língua e de numeração decimal. Num sentido estrito, ser alfabetizado nessas duas linguagens é dominar as técnicas de codificação e de decodificação desses sistemas. Lembramos que isso nada tem a ver com o letramento, tanto da língua materna quanto da matemática, uma vez que letramento e alfabetização são conceitos distintos, este diz respeito à aquisição do código escrito e aquele ao seu uso social.

Portanto, tentar caracterizar a relação entre a escrita numérica e a quantidade como uma regra, parece-nos um grave equívoco, que pode ter consequências importantes para o aprendizado da criança. Podemos observar no episódio 07, que a tentativa de ensinar a escrita do número *dois* a partir da quantidade de dedos mostrados para Caio, não surtiu efeito, pelo contrário, trouxe-lhe mais confusão. Os jogos de linguagem presentes no ensino da escrita numérica, em que Caio participava, tratavam do uso de regras específicas que regulam o uso dos símbolos do sistema e não sua aplicação em contextos externos, quando usamos o número para escrever a quantidade de objetos ou marcar a ordem de uma sequência ou simplesmente codificar um documento de identidade, por exemplo. Aprender a escrever número é uma atividade que envolve jogos

de linguagem distintos dos necessários para aprender a aplicá-los em contextos específicos.

Nessa linha de raciocínio, podemos observar no episódio 05 que a professora usou a mesma estratégia, quando propôs aos alunos e às alunas a associação entre o número *um* e *uma* bolinha. Esse episódio mostra que a professora não percebeu que as respostas confusas e descontraídas das crianças apontavam para a falta de sentido dessa relação nesse jogo. No entanto, a professora insistiu na estratégia, porque, muito provavelmente, entendeu que ela estava dando certo, uma vez que os alunos e as alunas começaram a responder corretamente, quando foram perguntados a respeito de quantas bolinhas “tinham” os números *vinte e cinco* e *doze*. Acontece que, antes deles começarem a acertar as respostas, a professora havia estabelecido a correspondência entre o número e a quantidade de bolinhas, quando afirmou à turma que o “*O número trinta tem trinta bolinhas.*” Nesse ponto, sem se dar conta, a professora acabou estipulando uma regra de associação, não do número com a quantidade, mas de palavras. Se o *trinta* tinha *trinta* bolinhas, então o *vinte e cinco* terá *vinte e cinco* bolinhas e o *doze*, *doze* bolinhas.

A correspondência entre as palavras usadas para numerar e para quantificar é uma regra do jogo de linguagem proposto pela professora que os alunos e as alunas compreenderam, já que foram capazes de segui-la. Isso pode ter levado a professora a acreditar que os alunos e as alunas compreenderam que essa associação seria uma regra do sistema, talvez, por isso ela repetiu a estratégia com o aluno Caio no episódio 07.

Outra observação importante é que a professora usa a forma de implicação lógica para estabelecer essas relações. No episódio 06, ao ensinar a escrita do número *doze*, a professora fez a seguinte pergunta: “*Se o número onze é o um e o um, então o número doze será...?*” Ao fazer a pergunta dessa forma, fica caracterizado que a docente entendia haver uma relação lógica entre a escrita de um número e seu sucessor, assim como, no episódio 05, entre a escrita do número e a quantidade que ele representa: “*Se o número um tem uma bolinha, o número trinta vai ter quantas bolinhas?*” Embora a implicação lógica possa ter uma vasta aplicação dentro da matemática, não é esse tipo de relação que existe entre as escritas dos números. A regra que estabelece a sucessão dos números é instituída na forma de vida (convecção) e não por uma inferência lógica.

A escrita numérica poderia obedecer a outras regras se outra fosse a forma de vida da comunidade que a instituiu. A gramática da escrita do sistema decimal indo-arábico foi construída na ação humana ao longo da história, que pode ter tido sua gênese

em processos empíricos, mas que durante seu processo de instituição se tornou autônoma, passando a ser uma condição de sentido para a aplicação do simbolismo que rege.

A gramática do sistema de numeração decimal é constituída por um conjunto de regras implícitas e explícitas que precisam ser aprendidas pelos alunos e pelas alunas que estão sendo alfabetizados nessa linguagem. Apresentar o painel numérico (figura 3), em forma de tabela e a forma como está estruturado, é uma maneira de ensinar essas regras para as crianças. Podemos observar que a primeira linha tem a primeira célula vazia, porque, intencionalmente, a professora fez com que essa linha terminasse com o 9 e não com o 10. Essa forma de organizar a tabela permite a compreensão de que a escrita de números com dois algarismos obedece a uma regularidade: cada linha, a partir da segunda, é formada por números, em que o primeiro algarismo é sempre o mesmo, designando uma família, e o segundo, pelo algarismo da primeira célula da coluna correspondente.

Dessa forma, a criança aprendiz, que compreende essas regras, não no sentido piagetiano, é capaz de segui-las, sem muita dificuldade, até o 99. Podemos perceber que, se essas regras fossem extrapoladas para a escrita de números com mais de dois algarismos, as crianças poderiam escrever qualquer número, e assim, a limitação do aprendizado da escrita numérica por etapas, como preconiza a BNCC (BRASIL, 2017b), apenas retarda o aprendizado das crianças. O problema aparece quando se introduz ao jogo de linguagem da escrita dos números regras que não fazem parte desse jogo, como a associação do número à quantidade, por exemplo. Isso implica dizer que não é necessário que a criança saiba contar até *mil* ou *um milhão* para escrever esses números, mas que domine as regras de composição da escrita. Assim, associar número exclusivamente à quantidade pode ser um entrave para o aprendizado da escrita numérica.

Outro aspecto que devemos considerar no ensino de número, especificamente no ensino da escrita e da leitura, é a complexidade dessa atividade no ambiente escolar. Considerando a escala de Azanha, ensinar a ler e a escrever número estaria num nível intermediário, porque envolve o ensino regras, em que o aprendiz deve mostrar que as aprendeu aplicando-as, mas, também, envolve outras habilidades, mais complexas, como associar o signo gráfico ao sonoro, levando em consideração que não há uma correspondência ponto a ponto.

Faz parte desse contexto de complexidades as relações didático-pedagógicas presentes na sala de aula, em que se percebe uma complexa rede de jogos de linguagem cujo número de participantes varia a todo instante. Ensinar uma turma é distinto de ensinar

um ou dois alunos em particular, as regras do jogo mudam substancialmente nesses dois casos. No ensino coletivo, a comunicação é mais unilateral, predominantemente do professor para a turma, quando o sentido se inverte, em geral, percebe-se uma confusão maior, uma vez que toda a turma ouve a mesma pergunta feita pela professora, mas a professora não ouve, na maioria das vezes, a mesma resposta da turma, que são múltiplas e muitas vezes divergentes, como aconteceu nos episódios 03 e 05. Além do mais, quando a professora recebia respostas uniformes da turma, fica evidente que essas respostas não refletiam o entendimento geral da turma, mas somente da parte que sabe, senão os alunos não apresentariam as dificuldades que apresentaram nos episódios 06 e 07 quando tiveram diálogos particulares com a professora.

Todos esses fatores, e outros mais, influenciam no ensino do conceito de número, mas a complexa rede de jogos de linguagem presente nessa atividade parece desempenhar um papel singular no desempenho da professora e, conseqüentemente, nos resultados esperados por ela. Por isso, compreender essa trama de relações linguísticas, que envolvem interlocutores em diferentes linguagens, coloca-se como uma condição importante para o ensino da matemática.

Ensino de Número na Alfabetização

Ao olharmos mais atentamente os episódios ocorridos durante a aula da professora, podemos observar que há uma multiplicidade de jogos de linguagem que visam o aprendizado do uso dos signos gráficos destinados à escrita do número. Esse é um conhecimento que a criança começou a adquirir, quando passou a perceber que os adultos usavam certos signos (sonoros e gráficos), geralmente, mas não somente, com o objetivo de ordenar e de quantificar. A forma como esses signos são usados foi ensinada à criança em lições, cujo método pode ser descrito como um treino. Foi assim que aprendemos a obedecer a ordens, a seguir regras, a nomear objetos, a pedir comida, a reclamar de dores etc.

Nesse contexto, os signos usados para quantificar, ordenar, codificar, identificar foram sendo associados a técnicas, comportamentos e ações que fazem parte do cotidiano da criança e daqueles com quem ela convive. Como a forma de ensinar os usos desses signos é marcada pela ocasionalidade e espontaneidade, na escola, a criança vai ser introduzida em outro tipo ensino, mais sistemático e intencional, ou seja, ela participará de jogos de linguagem diferentes dos que ela estava habituada a participar. Isso não quer dizer que os jogos de linguagem que ela participou ou participa em ambientes

extraescolares não serão jogados na escola, mas que a escola lhe proporcionará jogos de linguagem mais direcionados, pois tem objetivos claros e por isso pressupõe certa intencionalidade e demanda planejamento e organização por parte do professor.

Se conhecer, segundo Moreno, é estabelecer relações de sentido no interior de um sistema linguístico, então podemos concluir que, ao fazer relações de sentido entre signos gráficos (algarismos) com signos sonoros (numerais falados), já estamos realizando atividades epistêmicas relativamente ao conceito de número. Ora, ao trazer para a sala de aula um cartaz com uma tabela, em que os números estão escritos, obedecendo a uma determinada ordem, que pode levar a criança a perceber certa regularidade na escrita algarísmica do número, a professora está fazendo com que seus alunos comecem a fazer relações de sentido entre os símbolos numéricos.

Acontece que, para que a criança entenda, minimamente, o que e como está escrito na tabela, é necessário que algumas técnicas já tenham sido aprendidas, como por exemplo: ler tabelas, identificar linhas e colunas, saber os nomes dos algarismos, saber localizar coisas no espaço etc. Essas técnicas podem ter sido aprendidas antes da criança chegar à escola, mas caso isso não tenha ocorrido, então é preciso que a professora alfabetizadora as ensine. Por isso que é importante sempre partir de uma avaliação diagnóstica para saber que conhecimentos as crianças trazem de casa e quais são necessários na escola.

O episódio 07 é ilustrativo desse fato. Quando a professora solicita a Caio que escreva o número *um* e Caio escreve a letra *i*, mostra que Caio ainda não fazia a relação entre o signo gráfico 1 com o sonoro *um*. As ligações entre signos sonoros e gráficos são comuns nos jogos de linguagem usados para ensinar a escrita da língua materna, uma vez que a escrita é uma *certa* representação da fala.

É interessante notar que o uso de letras do alfabeto da língua materna não é proibido na matemática, pelo contrário, só foi possível o desenvolvimento da matemática porque se optou por usar outros símbolos, além dos algarismos. E é claro que esses símbolos poderiam ser outros, mas se optou, por um motivo qualquer, por usar as letras, que, é bom esclarecer, desempenham funções distintas em ambas as linguagens. Talvez o uso compartilhado desses signos gráficos seja uma das razões por que os alunos e as alunas têm dificuldades em aprender álgebra ou ser alfabetizado na matemática, como exemplificado no caso de Caio. Daí a necessidade de o professor ou professora que ensina matemática compreender a linguagem como um conjunto complexo de jogos de linguagem, como está sendo proposto nesta tese, para que possa propor aos seus alunos e

alunos jogos mais assertivos no que diz respeito ao potencial que tais jogos podem ter para o ensino do conhecimento em questão.

Uma epistemologia que concebe as relações de sentido como pertencentes à gênese do conhecimento pode ter uma aplicação na educação, embora não seja trivial. Na medida em que o conhecimento é o objeto de ensino pela escola, essa concepção de conhecimento pode ser uma boa ferramenta para a compreensão do processo cognitivo do aprendiz, haja vista que, de certa forma, responde a uma das grandes questões da educação: como alguém aprende. Com isso, ela pode somar com as demais ferramentas teóricas que povoam o arsenal pedagógico contemporâneo, mesmo que contradizendo algumas ou se assemelhando a outras. O papel central atribuído à linguagem na constituição dos conceitos pode ser o grande diferencial dessa epistemologia, de inspiração wittgensteiniana, proposta por Moreno, além de fornecer novas possibilidades de ver e fazer a prática pedagógica em sala de aula. Essa foi a nossa pretensão.

Considerações Finais

A alfabetização, como a base da escolarização, é a fase mais importante do processo educativo formal. Nela, são lançadas, principalmente, as bases de compreensão dos sistemas de escrita alfabética e de numeração decimal, além das outras noções conceituais fundamentais que são necessárias para o sucesso do aprendiz ao longo de sua carreira estudantil. Com isso, coloca-se como condição necessária que o ensino, nessa fase, seja de excelência, mas, para isso, muitos fatores deveriam ser considerados: estruturas físicas e materiais adequados nas escolas; melhores condições de trabalho para os professores e as professoras; incentivo aos alunos e às alunas; formação teórico-prática dos profissionais da educação que lhes permitam dominar as técnicas de ensino que tenham melhores resultados no aprendizado dos estudantes etc.

Está claro que os fatores listados acima estão longe de esgotarem o conjunto de variáveis envolvidas no processo educativo que podem garantir o aprendizado efetivo e que atendam aos requisitos propostos pelos objetivos e metas da educação escolar. Também é sabido que muitos desses fatores estão fora do raio de atuação da escola e, especificamente, dos professores e das professoras. No entanto, o papel docente é central nesse processo, por isso, toda e qualquer formação que leve a professora e o professor a compreenderem sua prática e a agirem de forma consciente, que os façam dominar as técnicas de ensino de sua área de conhecimento, coloca-se como fundamental e indispensável.

Nesse sentido, todo o conhecimento produzido pela academia, em pesquisas e estudos voltados para a Educação, é válido para a melhoria da qualidade da formação docente. É nessa direção que apontam os resultados obtidos durante a realização desta pesquisa e que estão sistematizados neste texto. Esperamos que sejam contribuições pertinentes para reflexões de pesquisadores e de professores sobre o papel da linguagem no ensino da matemática, especialmente na alfabetização, ou, pelo menos, que suscitem indagações sobre os temas abordados para que outros estudos nessa mesma linha possam se desenvolver.

Diante disso, as reflexões e análises que desenvolvemos nesta pesquisa sobre a função da linguagem matemática no ensino de número na alfabetização, a partir de uma perspectiva da terapia filosófica de Wittgenstein, e de uma epistemologia do uso, como preconizado por Moreno, colocam a linguagem numa posição central no processo didático-pedagógico da sala de aula da alfabetização.

Por isso, defendemos que compreender o funcionamento da linguagem é fundamental para que o professor tenha consciência da natureza e da ordem das dificuldades de aprendizado que seus alunos apresentam. Nesse contexto, o *jogo de linguagem* é uma importante ferramenta conceitual que pode dar ao professor a possibilidade de diagnosticar melhor essas dificuldades e, assim, poder pensar em estratégias que possam sanar as dificuldades dos aprendizes.

Portanto, as linguagens envolvidas no ensino da matemática e as relações existentes entre elas precisam ser compreendidas pelo professor que ensina essa disciplina escolar, uma vez que a forma como o professor vê o papel da linguagem vai implicar diretamente na sua prática. Isso pode ser observado a partir da apresentação que fizemos das duas epistemologias no capítulo 3, a de Piaget e a de Moreno. Na concepção construtivista, a linguagem assume um papel de representação do conceito, o que pode levar o docente, como observamos na aula da professora alfabetizadora, a acreditar que a conceituação é inata no aprendiz, restando ao professor o papel de mediador entre o aluno e o conhecimento. Isso impacta diretamente na postura que o professor terá diante das dificuldades de seus alunos. Ora, se o conceito é uma construção mental condicionada às estruturas mentais do sujeito cognoscente, então basta que se faça os questionamentos adequados, como a professora alfabetizadora fez com alguns de seus alunos que eles irão construir as relações necessárias para a compreensão do conceito. Mas, como foi observado, isso não aconteceu como o previsto.

Contrariamente, a compreensão de que um conceito é constituído na práxis da linguagem, a partir de técnicas linguísticas aprendidas em jogos de linguagem a que são submetidos os aprendizes, pode levar o professor a encarar as dificuldades dos alunos de outra forma, sem esperar que eles construam os conceitos depois de uma série de perguntas estrategicamente elaboradas. Nessa forma de conceber a linguagem, o professor tem papel central no ensino, não como mediador, mas como promotor do aprendizado do conceito por ele ensinado.

A terapia filosófica de Wittgenstein, embora elaborada para a filosofia, pode muito bem ser usada no campo da Educação, uma vez que esse campo sofre de confusões semelhantes relativamente à constituição de conceitos e à significação linguística, que são pontos importantíssimos para a prática pedagógica. Assim, como concebemos neste trabalho (Capítulo 2), o significado não está numa referência extralinguística, seja ela mental, ideal ou empírica, mas nos diversos usos que fazemos da linguagem e nas atividades que a ela estão entrelaçadas.

A descrição terapêutica dos usos das palavras leva à compreensão do significado atribuído a ela no interior de um jogo de linguagem, logo, ao procurarmos olhar para os jogos de linguagem presentes no ensino, poderemos compreender a significação dos conceitos que intentamos ensinar. Ao recorrermos aos métodos filosóficos de Wittgenstein, possibilitamos uma reflexão sobre os conceitos de *ensino* e de *número*, a partir de uma visão distinta das que predominam no campo da Educação e mais precisamente da Educação Matemática. Os aspectos linguísticos aqui abordados, visaram criar condições de reflexão sobre o trabalho da professora alfabetizadora, principalmente em sua função de ensinar dois sistemas linguísticos simultaneamente, que desempenham funções distintas no emaranhado de enunciados que constitui o arcabouço linguístico de sua classe.

Nesse contexto, ensinar o conceito de número na alfabetização é ensinar os vários usos da palavra *número* e dos numerais e isso pressupõe treinamento de técnicas linguística nos diversos jogos de linguagem em que essas palavras são fundamentais. Muitas crianças já vêm de casa dominando algumas técnicas linguísticas aprendidas na interação com adultos de sua convivência e com isso já têm alguns rudimentos do conceito de número, talvez já usem a palavra *número* e os numerais como nome, condição para usarem em outros contextos. Ao chegarem à escola, por exemplo, caberá à professora ampliar e aprofundar esse conceito que está sendo constituído, apresentando a seus alunos outros usos, possibilitando novas aplicações. Quanto maior for a experiência linguística da criança com os numerais mais consolidado estará o conceito.

Reiteramos que o uso aqui proposto é o uso linguístico e este não está reduzido à aplicação do conceito no cotidiano ou ao uso social apenas, uma vez que o conceito será constituído nos vários jogos de linguagem estabelecidos em sala de aula e fora dela, desde os mais primitivos como a nomeação de objetos ou coisas, o ensino ostensivo das palavras, até os mais complexos, como as explicações, os debates, as provas e as demonstrações matemáticas.

A partir da compreensão que apresentamos ao longo deste trabalho, podemos concluir que o conceito de número não será completamente constituído na alfabetização, pelo contrário, a alfabetização é apenas o ponto de partida de uma jornada que provavelmente não terá fim. Se o conceito se amplia a cada novo uso aprendido e se não há previsão ou definição de um uso, uma vez que o uso se dá nos jogos de linguagem e os jogos são imprevisíveis (WITTGENSTEIN, 1990), então, haverá uma certa imprevisibilidade do conceito, já que não é definitivo.

Ainda nessa perspectiva, junto com a descrição gramatical dos usos de um conceito, compreender a aquisição do conhecimento a partir de uma epistemologia do uso pode fazer diferença na prática pedagógica do professor. Ora, essa epistemologia advoga que a atividade epistêmica já ocorre nas primeiras relações de sentido, instituídas no interior de uma forma de vida. Isso nos leva a olhar para as atividades constitutivas de sentido presentes nas aulas de matemática destinadas ao ensino de número, que é o objeto de conhecimento mais presente na alfabetização matemática e que pode ter seu ensino otimizado, caso a professora compreenda que ela pode e deve apresentar essas relações de sentido para seus alunos e suas alunas.

Um dos aspectos que diferencia o ensino escolar do não escolar é a intencionalidade. Por isso, a compreensão da professora alfabetizadora a respeito do funcionamento da linguagem e seu papel na constituição dos sentidos dos conceitos trabalhados na matemática é de suma importância. As atividades para o aprendizado do conceito de número, a partir de uma concepção epistemológica do uso, devem objetivar o estabelecimento dessas relações internas de sentido entre signos e suas aplicações nos usos dos conceitos.

Conceber o número como uma aquisição linguística e não como uma construção mental pode ser uma via mais rápida entre o ensino e o aprendizado desse conceito e ressignificar a prática pedagógica da professora alfabetizadora, podendo ter uma função importante no processo educativo. Por exemplo, no episódio 07, em que a professora pergunta para Caio como seria a escrita *nove* e ele lhe responde com a letra *i*, a postura dela foi de fazer perguntas reiteradamente como se Caio soubesse a escrita, mas não recordasse. No entanto, a sequência do diálogo mostra que realmente Caio não sabia, ou seja, ele não fazia qualquer relação de sentido entre a *palavra* nove e o *algarismo* nove. Essa relação precisa ser estabelecida pela professora e aprendida pelo aluno, e esse aprendizado será constatado se o aluno consegue aplicar em outras situações.

De maneira geral, ao apresentar os dez algarismos às crianças para que elas aprendam as primeiras escritas numéricas com algarismos, por uma perspectiva piagetiana, esta atividade só poderá ser apresentada a elas depois de terem construído o conceito de número, uma vez que a criança não conseguirá escrever o número com algarismo porque lhe falta o conceito, e se vier a fazê-lo, será uma escrita totalmente sem sentido para ela. Já numa perspectiva epistemológica do uso, essa apresentação e a própria escrita do número com algarismo, já são atividades de constituição do conceito de

número, mesmo que essa escrita não faça sentido para elas, e é bem provável que não faça, porque são atividades que estão estabelecendo as relações de sentido.

Ao considerarmos a constituição dos conceitos no interior da *práxis* da linguagem e não fora e anterior a ela, estamos propondo uma inversão de perspectiva relativamente à compreensão de como se dá a aquisição do conhecimento. Isso implica, também em uma inversão do papel que a professora alfabetizadora deve desempenhar em sala de aula: ao invés de ser somente uma mediadora na relação entre a criança e o conhecimento, ela passará a ser uma agente que estabelecerá as relações de sentido necessárias para a aquisição do conhecimento. Não se trata de uma educação bancária, segundo a concepção freiriana, em que a criança é considerada depósito de informações que deverão ser devolvidas quando lhe for solicitada, mas considerar o papel ativo, tanto da professora quanto da criança, no estabelecimento dessas relações de sentido.

Diante de tudo o que foi exposto, podemos concluir que: A compreensão do funcionamento da linguagem, a partir do conceito de *jogo de linguagem*, e de que as primeiras relações do sentido linguístico já são atividades epistêmicas, colocam a linguagem no centro do processo educativo e apontam para outras possibilidades, diferentes das hegemonicamente presentes no Campo da Educação Matemática, de conceber o ensino da matemática, especialmente na alfabetização.

Por fim, esperamos ter atingido os objetos a que nos propomos nesta pesquisa e, assim, contribuir para o enriquecimento dos estudos e das pesquisas na Educação Matemática. Os estudos sobre a linguagem matemática e seu papel no ensino escolar, especialmente a partir das concepções aqui adotadas, são um vasto e rico campo de pesquisas que se abre para as mais diversas investigações, potencialmente inovadoras, com implicações importantes para o ensino e a aprendizagem da matemática. Todos estão convidados.

Referências

- AMORA, Antônio Soares. **Minidicionário Soares Amora da língua portuguesa**. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2008.
- ARRUDA JÚNIOR, Gerson Francisco de. **10 Lições sobre Wittgenstein**. Petrópolis: Vozes, 2017. (Coleção 10 Lições).
- AZANHA, José Mário Pires. **A formação do professor e outros escritos**. São Paulo: Editora Senac, 2006.
- BARROS, José D'Assunção. **Os Conceitos: seus usos nas ciências humanas**. Petrópolis: Vozes, 2016. 204 p.
- BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Formação do Professor Alfabetizador**. Caderno de Apresentação. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, 2012.
- BRASIL. **Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA): documento básico**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**. 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: 10 jun. 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Documento Orientador**. 2017a. Disponível em: http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/doc_orientador/doc_orientador-versao_final.pdf. Acesso em: 10 jun. 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. 2017b. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 06 jun. 2019.
- BRASIL. Capes. Ministério da Educação. **Catálogo de Teses e Dissertações**. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>. Acesso em: 10 jul. 2018a.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo Escolar 2017: Notas Estatísticas**. Brasília: INEP, 2018b.
- BRASIL. Ministério da Educação. Inep. **Matriz de referência ENEM**. Disponível em: http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 16 jun. 2019a.
- BRASIL. Ministério da Educação. Inep. **ENEM**. Disponível em: <http://inep.gov.br/web/guest/enem>. Acesso em: 16 jun. 2019b.
- BUCHHOLZ, Kai. **Comprender Wittgenstein**. Tradução de Vilmar Schneider. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2009. (Série Comprender).

COELHO, Larissa Ferreira. **Vocabulário geométrico em livros didáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2017. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

CORREIA, Wilson. Piaget: que diabo de autonomia é essa? **Currículo Sem Fronteiras**, Campinas, v. 3, n. 2, p. 126-145, jul./dez. 2003. Semestral. Disponível em: <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol3iss2articles/correia.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2019.

COSTA, Walber Christiano Lima da. **O Modelo Referencial da Linguagem na Tradução-Interpretação da Linguagem Matemática pelos Surdos Usuários da Libras**. 2019. 100 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

DALL'AGNOL, Darlei (Org.). A vida e a obra de Ludwig Wittgenstein. In: DALL'AGNOL, Darlei; FATTURI, Arturo; SATTLER, Janyne (Org.). **Wittgenstein em retrospectiva**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2012. Cap. 1. p. 9-47.

DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização Matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, 2002.

DANYLUK, Ocsana. As Relações da Criança com a Alfabetização Matemática. In: BAUMANN, A. P. P., et al. **Maria em Forma/ação**. Rio Claro: IGCE, 2010. p. 28-33.

DEVLIN, Keith. **O gene da matemática**: o talento para lidar com números e a evolução do pensamento matemático. Tradução de Sérgio Moraes Rego. 4. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. 349 p.

FAYOL, Michel. **Numeramento**: aquisição das competências matemáticas. São Paulo: Parábola Editorial, 2012.

FERREIRO, Emilia; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da Língua Escrita**. Porto Alegre: Artmed, 1999. 304 p. Edição Especial Comemorativa de 20 anos de publicação.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Palestra**. Belo Horizonte: Sbem, 2007. p. 1-12. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Palestra/PalestraNumeramentoTexto.doc. Acesso em: 06 set. 2021.

FRANCHI, Anna. **Compreensão das situações multiplicativas elementares**. 1995. 201 f. Tese (Doutorado) - Curso de Supervisão e Currículo, Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

GLOCK, Hans-Johann. **Dicionário Wittgenstein**. Tradução de Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1998.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornélia. Uma concepção pragmática de ensino e

aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornélia. O conceito de compreensão: a mudança de perspectiva de Wittgenstein após uma experiência docente. **International Studies on Law and Education**, São Paulo, Mandruvá, n. 12, p. 49-56, 2012.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. **International Studies on Law and Education**, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 18, p. 73-82, set./dez. 2014.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornélia. A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional. Ixtli. **Revista Latinoamericana de Filosofía de la Educación**. v. 2 n. 4. 2015. p. 299-315.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem. **Revista Educação, Ciência e Cultura**, Canoas, v. 23, n. 1, p. 113-124, mar. 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18316/recc.v23i1.4192>.

KALINKE, Marco Aurélio. **A mudança da Linguagem Matemática para a Linguagem Web e as suas implicações na interpretação de problemas matemáticos**. 2009. 205 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação com escolares de 4 a 6 anos**. Campinas: Papyrus, 2012.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Campinas: Papyrus, 1995.

LEE, Clare. **El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas**. Madrid: Ediciones Morata, 2010.

LÉTOURNEAU, Jocelyn. **Ferramenta para o pesquisador iniciante**. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011.

MACHADO, José Nilson. **Matemática e Língua Materna**. São Paulo: Cortez, 2011.

MAIA, Madeline Gurgel Barreto. **Alfabetização matemática: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras**. 2013. 267 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

MARCONDES, Danilo. **Filosofia Analítica**. Rio de Janeiro: Jorge Zaver Ed., 2004. (Filosofia Passo-a-passo).

MARQUES, Valéria Risuenho. **Alfabetização matemática: uma concepção múltipla e plural**. 2016. 167 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

MELO, Luciano Augusto da Silva. **Tradução interna e jogos de imagens na matemática**. 2018. 208 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

MONK, Ray. **Wittgenstein: o dever do gênio**. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

MOREIRA, Ivanete Maria Barroso. **Jogos de Linguagem entre Surdos e Ouvintes na Produção de Significados de Conceitos Matemáticos**. 2015. 142 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, Belém, 2015.

MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein: Através das Imagens**. Campinas: Editora da Unicamp, 1993. (Coleção Repertórios).

MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein: Os labirintos da linguagem: ensaio introdutório**. São Paulo: Moderna, 2000. (Coleção Logos).

MORENO, Arley Ramos. Descrição Fenomenológica e Descrição Gramatical: ideias para uma pragmática filosófica. **Revista Olhar**, São Carlos, Ano 04, n. 07, p. 93-139, jul./dez. 2003. Disponível em: <http://www.ufscar.br/~revistaolhar/pdf/olhar7/olhar7.php>. Acesso em: 02 jul. 2021.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica**. Campinas: Unicamp, 2005.

MORENO, Arley Ramos (Org.). **Alguns Aspectos do Pensamento Formal: homenagem a Gilles-Gaston Granger**. Campinas: Unicamp, Centro de Lógica, Epistemologia e História, 2008. 123 p. (Coleção CLE, v. 50).

MORENO, Arley Ramos. Wittgenstein: Um projeto epistemológico? - Em direção a uma epistemologia do uso. In: MORENO, Arley Ramos (Org.). **Wittgenstein: Certeza?** Campinas: Coleção CLE, 2010. p. 11-47. (Coleção CLE).

MORENO, Arley Ramos. Introdução a uma epistemologia do uso. **Caderno CRH**, Salvador, v. 25, n. esp 02, p. 73-95, 2012. Disponível em: <https://portalseer.ufba.br/index.php/crh/article/view/19443/12569>. Acesso em: 10 set. 2017.

MORENO, Arley Ramos. **Por uma epistemologia do uso**. In: Wittgenstein e seus aspectos. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 2015.

MORENO, Arley Ramos. Wittgenstein e os Valores: do solipsismo à intersubjetividade. In: MARCOS, António; CADILHA, Susana. **Wittgenstein sobre Ética**. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa, 2019. p. 25-67. E-book. Disponível em: <https://www.ifilnova.pt/en/pages/wittgenstein-sobre-etica>. Acesso em: 28 maio 2019.

MORRE aos 96 anos o filósofo francês Gilles-Gaston Granger. **Folha de São Paulo**. São Paulo, 24 ago. 2016. Cultura. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/ilustrada/2016/08/1806701-morre-aos-96-anos-o-filosofo-frances-gilles-gaston-granger.shtml>. Acesso em: 02 jul. 2021.

MUNARI, Alberto. **Jean Piaget**. Tradução e Organização de Daniele Saheb. Recife: Massangana, 2010. 156 p. (Coleção Educadores).

PASSMORE, John. O conceito de ensino. In: POMBO, Olga (Org.). **Educar/Ensinar: Materiais de estudos**. Tradução de Olga Pombo. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2001. p. 1-18. (Cadernos de História e Filosofia da Educação). Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/hfe/cadernos/ensinar/passmore.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

PEÑA, Jairo Iván. Wittgenstein y el debate sobre la fundamentacion de las matematicas. **Ideas y Valores**, Bogotá, n. 92-93, p. 133-156, dez. 1993. Disponível em: <http://www.bdigital.unal.edu.co/30399/1/29210-104934-1-PB.pdf>. Acesso em: 24 maio 2019.

PERRENOUD, Philippe. **Construir as Competências Desde a Escola**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

RICARDO, Elio Carlos. Discussão acerca do ensino por competências: problemas e alternativas. **Cadernos de Pesquisa**, [s.l.], v. 40, n. 140, p. 605-628, maio/ago. 2010. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v40n140/a1540140.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

SILVA, Carlos Evaldo dos Santos. **Concepções de significado: implicações no ensino da matemática na alfabetização**. 2015. 97 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2015.

SILVA, Carlos Evaldo dos Santos; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; ZERI, Célia. Letramento e Letramento Matemático: uma reflexão teórico-filosófica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, Passo Fundo, v. 2, n. 2, p. 207-224, jul/dez. 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5335/rbecm.v2i2.9522>.

SILVA, Paulo Vilhena da. **Qual o sentido de estudar matemática na escola? O que dizem professores e alunos**. 2016. 148 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Produção e sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da Matemática**. 2005. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 36, n. 3, p. 761-779, set. 2011. Quadrimestral.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 47-73, 2014. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/15338>. Acesso em: 10 set. 2014.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Aprendizagem de Conceitos Matemáticos: tradução de códigos e aplicação de regras. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 162-174, 22 ago. 2018.

SILVEIRA, M. R. A. DA. Linguagem como Ferramenta para a Compreensão de Conceitos Matemáticos. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 32, p. 1-14, jul. 2020.

SPANIOL, Werner. **Filosofia e Método no segundo Wittgenstein**. São Paulo: Loyola, 1989. (Coleção Filosofia - 11).

VOLPATO, Gilson. **Método Lógico para redação científica**. Botucatu: Best Writing, 2011.

VOTO, Felipe Campos. O conceito de Numeramento: um estudo das concepções dos estudantes de um curso de pedagogia EaD. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: Ebrapem, 2016. p. 1-8. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7_felipe_voto.pdf. Acesso em: 06 set. 2021.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus Logico-Philosoficus**. Tradução de: José Arthur Giannotti. São Paulo: Companhia Editorial Nacional, 1968.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Da Certeza**. Lisboa: Edições 70, 1990. 363 p.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Os Pensadores).

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática Filosófica**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Anotações sobre as cores**. Tradução de: João Carlos Salles Pires da Silva. Campinas: Editora da Unicamp, 2009. (Coleção Multilíngue de Filosofia Unicamp - Série A - Wittgenstein I).

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Petrópolis: Editora Vozes, 2012.