



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS  
NATURAIS DA AMAZÔNIA - PRODERNA

Hamilton Pessoa Picanço

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE PÁS DE  
TURBINAS HIDROCINÉTICAS CAVITANTES  
SOB EFEITO DIFUSOR**

Belém

2022

Hamilton Pessoa Picanço

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE PÁS DE TURBINAS  
HIDROCINÉTICAS CAVITANTES SOB EFEITO  
DIFUSOR**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia - PRODERNA, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de doutor em engenharia de recursos naturais.

Universidade Federal do Pará

Orientador: Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz

Coorientador: Prof. Dr. Erb Ferreira Lins

Belém

2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)  
autor(a)**

---

P585o PICANCO, HAMILTON.  
OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE PÁS DE TURBINAS  
HIDROCINÉTICAS CAVITANTES SOB EFEITO DIFUSOR /  
HAMILTON PICANCO. — 2022.  
106 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz  
Coorientador(a): Prof. Dr. Erb Ferreira Lins  
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Recursos Naturais na Amazônia, Belém,  
2022.

1. turbina hidrocínética. 2. difusor. 3. otimização. 4.  
cavitação. 5. dinâmica dos fluidos computacional. I.  
Título.

CDD 620.1064015118

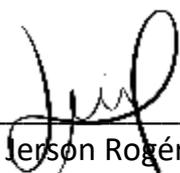
---

## "OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE PÁS DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS CAVITANTES SOB EFEITO DIFUSOR"

Hamilton Pessoa Picanço

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS DA AMAZÔNIA - PRODERNA/ITEC/UFPA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS.

Aprovada por:



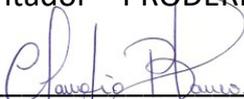
---

Prof. Dr. Ierson Rogério Pinheiro Vaz  
(Orientador – PRODERNA/UFPA)



---

Prof. Dr. Erb Ferreira Lins  
(Co-orientador – PRODERNA/UFPA)



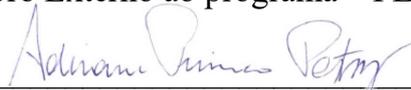
---

Prof. Dr. Claudio José Cavalcante Blanco  
(Membro Interno – PRODERNA/UFPA)



---

Prof. Dr. Prof. Dr. Hito Braga de Moraes  
(Membro Externo ao programa – FENAV/UFPA)



---

Profa. Dra. Adriane Prisco Petry  
(Membro Externo à Instituição – PROMEC/UFRGS)

Belém, PA - Brasil  
Novembro de 2022

*À Ondina, Lília, Elizângela, Mariana e Natsu.*

# Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados aos professores Jerson Rogério Pinheiro Vaz, Erb Ferreira Lins, Claudio José Cavalcante Blanco, Hito Braga de Moraes e à professora Adriane Prisco Petry pelas contribuições e oportunas sugestões ao trabalho. Agradeço muitíssimo ao professor Adry Ferreira de Lima pelo valioso auxílio na modelação numérica e a todos aqueles que contribuíram para a produção dessa tese.

Agradecimentos especiais à Elizângela, pela companhia, paciência e dedicação, e às queridas Mariana e Natsu, pela inspiração.

O autor agradece à ANTAQ, CNPq, CAPES, PROCAD e PROPESP/UFPA.

*“As palavras têm a leveza do vento e a força da tempestade.”*

*(Vitor Hugo, 1802)*

# Resumo

A tecnologia de difusores alocados em torno de rotores de turbinas hidrocínéticas objetiva melhorar a conversão da energia do fluido em potência mecânica, embora as pás de turbinas sob efeito difusor sejam suscetíveis à cavitação, o que pode comprometer o aumento da eficiência do sistema. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de modelo de otimização geométrica aplicado à pás de turbinas hidrocínéticas aumentadas por difusor. O modelo proposto leva em conta o possível surgimento de cavitação nas pás do rotor. A principal contribuição desta proposta de trabalho para o estado-da-arte é o desenvolvimento de um procedimento de otimização que considera os parâmetros da eficiência do difusor,  $\eta_d$ , e o empuxo no difusor,  $C_{Td}$ , na formulação do problema. O modelo é baseado no Teoria do Elemento de Pá para a busca da geometria otimizada, resultante da distribuição das cordas e ângulos de torção que minimizem ou eliminem a ocorrência de cavitação. O critério do mínimo coeficiente de pressão é usado para avaliar a cavitação nas pás. Além disto, uma investigação por meio de Dinâmica dos Fluidos Computacional é conduzida para validar o modelo com base na formulação das Equações Médias de Navier-Stokes, usando o modelo  $\kappa$ - $\omega$ -SST de turbulência e o modelo de cavitação de Rayleigh-Plesset na geração de cavitação, conforme a produção de vapor de água nas pás. Tal metodologia foi aplicada no projeto de um rotor hidrocínético com diâmetro de 10m, potência nominal de 250 kW em uma corrente d'água de 2,5 m/s. Uma análise do modelo proposto com e sem difusor foi realizada a fim de avaliar a influência da cavitação em uma geometria otimizada em termos da distribuição de cordas e ângulos de torção ao longo da pá. Como resultado, verifica-se que a turbina hidrocínética aumentada por difusor dobra a ocorrência de cavitação quando comparada com a turbina sem difusor. Além disso, considerando o efeito do difusor, o modelo de otimização se mostra capaz de captar e permitir o ajuste da geometria das pás no sentido de remover a ocorrência de cavitação, sendo, portanto, uma boa alternativa para o projeto de turbinas hidrocínéticas com pás livres de cavitação.

**Palavras-chave:** Difusor, turbina hidrocínética, cavitação, otimização, Dinâmica dos Fluidos Computacional.

# Abstract

Diffuser technology placed around hydrokinetic rotors may improve the conversion of the fluid's kinetic energy into shaft power. However, rotor blades are susceptible to the phenomenon of cavitation, which can impact the overall power efficiency. This paper presents the development of a new optimization model applied to hydrokinetic blades shrouded by a diffuser. The proposed geometry optimization takes into account the effect of cavitation inception on the rotor blades surface. The main contribution of this work to the state-of-the-art is the development of an optimization procedure that takes into account the effects of diffuser efficiency,  $\eta_d$ , and thrust,  $C_{Td}$ . The model uses the Blade Element Momentum Theory to seek optimized blade geometry in order to minimize or even avoid the occurrence of cavitation. The minimum pressure coefficient is used as a criterion to avoid cavitation inception. Also, a Computational Fluid Dynamics investigation was carried out to validate the model based on the Reynolds Averaged Navier-Stokes formulation, using the  $\kappa$ - $\omega$  Shear-Stress Transport turbulence and Rayleigh-Plesset models, to estimate cavitation by means of water vapor production. The methodology is applied to the design of a 10 m diameter hydrokinetic rotor, rated at 250 kW of output power at a flow velocity of 2.5 m/s. An analysis of the proposed model with and without a diffuser is carried out to evaluate the changes in the optimized geometry in terms of chord and twist angle distribution. It is found that the flow around a diffused-augmented hydrokinetic blade doubles the cavitation inception relative to the unshrouded case. Additionally, the proposed optimization model can completely remove the cavitation occurrence, making it a good alternative for the design of diffuser-augmented hydrokinetic blades free of cavitation.

**Keywords:** Diffuser, hydrokinetic turbine, cavitation, blade optimization, Computational Fluid Dynamics.

# Lista de ilustrações

Figura 1.	Geração de energia elétrica de fontes renováveis 2019-2020 e 2020-2021, [TWh]). Fonte: IEA (2021). . . . .	21
Figura 2.	Oferta interna de energia elétrica por fonte em 2020. Fonte: MME (2021).	22
Figura 3.	Turbina hidrocínética de eixo axial. Fonte: Verdant (2011) . . . . .	22
Figura 4.	Esquema visual da metodologia adotada no trabalho. Fonte: Autor . . . . .	29
Figura 5.	Turbina hidrocínética com difusor. Fonte: Guinard (2021) . . . . .	30
Figura 6.	Linhas de corrente do fluido ideal através de turbina com difusor. Fonte: Adaptado de Hansen, Sørensen e Flay (2000). . . . .	31
Figura 7.	Condição de pressão estática em uma seção da pá na <i>DAHT</i> . Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017). . . . .	38
Figura 8.	Ilustração simplificada das velocidades através de uma <i>DAHT</i> ideal. Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2018). . . . .	39
Figura 9.	Diagrama de velocidades no elemento da pá. Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2018). . . . .	42
Figura 10.	Geometria do Difusor: (a) Vista na linha de centro e (b) Vista frontal. [Dimensões em mm]. Fonte: Autor. . . . .	46
Figura 11.	Domínio computacional e condições de contorno aplicados na simulação numérica do escoamento sobre a <i>DAHT</i> . Fonte: Autor, adaptado de Silva et al. (2017). . . . .	50
Figura 12.	(a) Semi domínio exterior. Região escura no centro da imagem corresponde ao local onde ficam o difusor e o rotor da turbina. (b) Malha próxima ao difusor (malha do domínio exterior e região cilíndrica MRF foram suprimidas). Fonte: Autor. . . . .	53
Figura 13.	(a) Corte na região cilíndrica MRF que envolve o rotor. (b) Visualização da malha 3-D em seção próxima à raiz da pá. Fonte: Autor. . . . .	53
Figura 14.	(a) Vista da malha não-estruturada em uma seção de pá. (b) Visualização do perfil do hidrofólio próximo ao bordo de ataque. Fonte: Autor. . . . .	53

Figura 15.	Resultado do modelo de otimização: (a) Corda e (b) distribuição do ângulo de torção ao longo da pá. Note-se que o termo <i>sem difusor</i> refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e <i>com difusor</i> refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor. . . . .	55
Figura 16.	Resultado do modelo de otimização: Fator de perda de Prandtl sob efeito do difusor. Note-se que o termo <i>sem difusor</i> refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e <i>com difusor</i> refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor. . . . .	56
Figura 17.	Resultado do modelo de otimização: (a) Efeito da cavitação na distribuição da corda ao longo da pá. (b) Velocidades relativas e de cavitação em função da posição radial. Note-se que o termo <i>sem difusor</i> refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e <i>com difusor</i> refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor. . . . .	57
Figura 18.	Resultado da aplicação do critério de cavitação ( $c_{pmin} + \sigma$ ) [Eq. 3.1] na pá das turbinas. Note-se que o termo <i>Turbina sem difusor</i> refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e <i>Turbina com difusor</i> refere-se ao modelo proposto de otimização, sem correção, e sob efeito difusor. Fonte: Autor. . . . .	59
Figura 19.	Resultado de razões de velocidade ( $V_x/V_0$ ) experimental e de <i>CFD</i> com difusor isolado. Fonte: Autor, adaptado de Barbosa et al. (2015). . . . .	60
Figura 20.	Resultados da simulação <i>CFD</i> . Fração volumétrica de vapor d'água ( $r_v$ ) no bordo de sucção da pá: (a) turbina sem difusor; (b) turbina com difusor; (c) turbina com difusor e pás corrigidas. Fonte: Autor. . . . .	65
Figura 21.	Resultados da simulação <i>CFD</i> . Linhas de correntes em cores pela velocidade do escoamento e contorno de pressão na superfície da pá não-corrigida. (a) lado de pressão. (b) lado de sucção. Fonte: Autor. . . . .	65
Figura 22.	Resultados da simulação <i>CFD</i> . (a) Linhas de correntes em cores pela velocidade do escoamento. Lado de pressão. (b) Contorno de pressão na superfície da pá corrigida. Lado de sucção. Fonte: Autor. . . . .	66

Figura 23. Resultados da simulação *CFD*. Contorno de pressão a uma distância radial de 4.9 m a partir do centro do rotor. (a) Turbina sem difusor. (b) Turbina com difusor. (c) Turbina com difusor e pás otimizadas (corrigidas). Fonte: Autor. . . . . 66

Figura 24. Resultado do modelo de otimização. Coeficiente de Potência ( $C_P$ ) em função da razão de velocidade ( $TSR$ ) na turbina hidrocínética com pás otimizadas (corrigidas). Considerando a potência de 325 kW, apresentado na Tabela 8, o  $C_P$  da simulação *CFD* com as pás otimizadas tem valor de 0,54. Fonte: Autor. . . . . 67

# Lista de tabelas

Tabela 1.	Dimensões do difusor. Fonte: Autor. . . . .	45
Tabela 2.	Constantes do material e condições para o modelo de Rayleigh-Plesset a 25°C. Fonte: Autor. . . . .	49
Tabela 3.	Distribuição original da corda e ângulo de troço das pás do perfil NACA 65(3)-618. Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017). . . . .	50
Tabela 4.	Parâmetros usados na simulação da <i>DAHT</i> . Fonte: Autor. . . . .	51
Tabela 5.	Condições de Contorno. Fonte: Autor. . . . .	51
Tabela 6.	Parâmetros de otimização do difusor. Fonte: Autor. . . . .	55
Tabela 7.	Cálculos da aplicação do critério de cavitação na pá. Fonte: Autor. . .	58
Tabela 8.	Refinamento de malha - turbina com difusor. Fonte: Autor. . . . .	60
Tabela 9.	Resultados da Metodologia <i>GCI</i> para os pares de malhas. Fonte: Autor. . . . .	62
Tabela 10.	Parâmetro <i>GCI</i> da simulação numérica. Fonte: Autor. . . . .	62
Tabela 11.	Quociente de checagem de convergência de malha. Fonte: Autor. . . . .	63
Tabela 12.	Resultados da produção de vapor na pá. Fonte: Autor. . . . .	63

# Lista de abreviaturas e siglas

<i>BEMT</i>	Blade Element Momentum Theory (Teoria do Elemento de Pá)
<i>CECS</i>	Current Energy Conversion Systems (Sistema de Conversão de Energia de Correntes)
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
<i>DAHT</i>	Diffuser-augmented Hydrokinetic Turbine (Turbina Hidrocinética Aumentada por Difusor)
<i>GCI</i>	Grid Convergence Index (Índice de Convergência de Malha)
<i>HT</i>	Hydrokinetic Turbine (Turbina Hidrocinética)
<i>MME</i>	Ministério de Minas e Energia
<i>MRF</i>	Moving Reference Frame (Malha com Movimento de Referência)
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation (Simulação em Escala de Grandes Vórtices)
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes (Equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds)
<i>TSR</i>	Tip Speed Ratio (Razão de Velocidade de Ponta)
<i>USD</i>	Dólares americanos
<i>VOF</i>	Volume of Fluid Method (Método de Volume de Fluido)

# Lista de símbolos

$a, a'$	Fatores de indução de velocidades axial e tangencial
$a_b, a'_b$	Fatores de indução axial e tangencial nas pás
$A$	Área do disco do rotor ( $\text{m}^2$ )
$A_3$	Área da seção na saída do difusor ( $\text{m}^2$ )
$c$	Corda da pá (m)
$c^{uc}, c^{co}$	Cordas não-corrigida e corrigida (m)
$C_l, C_d$	Coefficientes de Sustentação e Arrasto
$C_P$	Coefficiente de Potência
$c_{p3}$	Coefficiente de pressão na saída do difusor
$c_{pmin}$	Coefficiente de pressão mínimo
$C_n$	Coefficiente de força normal
$C_T$	Coefficiente de empuxo
$C_{Td}$	Coefficiente de empuxo do difusor
$D$	Diâmetro da turbina (m)
$D_i, D_e$	Diâmetro de entrada e de saída do difusor (m)
$dP$	Elementar de potência (W)
$D_r$	Força de arrasto (N)
$f$	Termo fonte adicional ( $\text{m s}^{-2}$ )
$f_s$	Fator de segurança

$F$	Fator de Prandtl
$F_c$	Constante empírica do modelo de cavitação
$g$	Aceleração da gravidade ( $\text{m s}^{-2}$ )
$h, H$	Distâncias entre as posições radial e central do rotor até a superfície livre (m)
$\dot{m}_l, \dot{m}_v$	Taxas de transferência de massa por unidade de volume em líquido e vapor
$L_1, L_2$	Extensões do difusor a montante e a jusante ao plano do rotor (m)
$L_d$	Comprimento total do difusor (m)
$L_i$	Força de sustentação (N)
$N$	Número de pás
$N_B$	Número de bolhas por unidade de volume de mistura
$p$	Pressão local (Pa)
$p_{atm}$	Pressão atmosférica (Pa)
$p_0$	Pressão externa do escoamento (Pa)
$p_2$	Pressão a jusante da turbina (Pa)
$p_3$	Pressão na saída do difusor (Pa)
$p_v$	Pressão de vapor (Pa)
$r$	Posição adial no plano do rotor (m)
$R$	Raio do rotor (m)
$r_*$	Posição radial relativa
$r_l, r_v$	Frações volumétricas de líquido e vapor

$r_{nuc}$	Fração volumétrica de nucleação
$R_B$	Raio da bolha (m)
$S_{ij}$	Tensor médio da taxa de deformação
$\bar{u}_i, u'_i$	Componentes de velocidade média e flutuações da velocidade média
$\overline{u'_i u'_j}$	Tensor de tensões de Reynolds
$t_d$	Espessura da parede do difusor (m)
$V_x$	Componente x da velocidade do escoamento na linha de centro do difusor ( $\text{m s}^{-1}$ )
$V_0$	Velocidade do escoamento livre ( $\text{m s}^{-1}$ )
$V_1, V_2$	Velocidade axial no rotor ( $\text{m s}^{-1}$ )
$V_3, V_4$	Velocidade axial na saída do difusor e na esteira ( $\text{m s}^{-1}$ )
$V_{CAV}$	Velocidade mínima de cavitação ( $\text{m s}^{-1}$ )
$X$	Posição longitudinal na linha de centro do difusor (m)
$W$	Velocidade relativa do fluido
$\alpha$	Ângulo de ataque (rad)
$\beta$	Razão de área seccional
$\Delta_y$	Distância da parede (m)
$\epsilon$	Dissipação da energia cinética por unidade de massa ( $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ )
$\epsilon_1$	Razão de velocidade
$\epsilon_4$	Razão de velocidade na esteira
$\eta_d$	Eficiência do difusor
$\gamma$	Razão de aceleração do difusor

$\kappa$	Energia cinética das flutuações turbulentas por unidade de massa ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ )
$\mu$	Viscosidade dinâmica ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )
$\nu$	Viscosidade cinemática ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )
$\omega$	Taxa de dissipação específica
$\Omega$	Velocidade angular do rotor da turbina ( $\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	Massa específica do fluido ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\rho_l, \rho_v, \rho_m$	Massas específicas do líquido, vapor e mistura ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\sigma$	Número de cavitação
$\sigma_s$	Solidez local
$\sigma_{st}$	Coefficiente de tensão superficial
$\phi$	Ângulo do escoamento (rad)
$\phi_d$	Ângulo de abertura do difusor (rad)
$\tau_{ij}$	Tensor de Reynolds ( $\text{m}^2 \text{s}^2$ )
$\theta$	Ângulo de torção (rad)

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>20</b>
1.1	Considerações gerais e motivação do trabalho	20
1.2	Justificativa	25
1.3	Hipóteses adotadas no trabalho	26
1.4	Objetivos	27
1.4.1	Objetivo geral	27
1.4.2	Objetivos específicos	27
1.5	Estrutura e organização do trabalho	28
1.6	Esquema da metodologia	29
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>30</b>
2.1	Aspectos gerais	30
2.2	Estudos recentes sobre cavitação, pás otimizadas e efeito difusor	33
<b>3</b>	<b>O MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA PÁS HIDROCINÉTICAS AUMENTADAS POR DIFUSOR COM CAVITAÇÃO</b>	<b>37</b>
3.1	Critério de cavitação em rotores hidrocinéticos	37
3.2	O modelo proposto de otimização geométrica das pás	38
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM <i>CFD</i></b>	<b>44</b>
4.1	Geometria do difusor	45
4.2	Simulação de escoamentos com cavitação	45
4.3	Esquema numérico-computacional	49
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>54</b>
5.1	Resultados do modelo de otimização	54
5.1.1	Cavitação a partir do modelo proposto	57
5.2	Resultados da simulação <i>CFD</i>	59

5.2.1	Validação numérica e estudo de convergência de malha . . . . .	59
5.2.1.1	Índice de Convergência de Malha . . . . .	61
5.2.2	Cavitação a partir da simulação numérica . . . . .	63
<b>5.3</b>	<b>Resultados do Coeficiente de Potência . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>6.1</b>	<b>Aspectos gerais . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>6.2</b>	<b>Limitações . . . . .</b>	<b>70</b>
<b>6.3</b>	<b>Sugestões para trabalhos futuros . . . . .</b>	<b>70</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>72</b>
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGO FONTE . . . . .</b>	<b>77</b>
	<b>APÊNDICE B – ARTIGO PUBLICADO . . . . .</b>	<b>85</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações gerais e motivação do trabalho

Nos últimos anos, o cenário energético tem apresentado acentuada instabilidade em função de uma série de transformações que estão em curso em âmbito mundial. Um dos principais desafios que se apresenta é a iminente necessidade de transição entre as fontes de energia não-renováveis para as fontes renováveis. Fontes de energias renováveis trazem benefícios quanto aos problemas de esgotamento dos combustíveis fósseis, quanto à necessidade de redução dos níveis de emissão de CO<sub>2</sub> e de poluição, e mostram-se como alternativas adequadas na busca de metas de sustentabilidade ambiental.

De modo geral, são renováveis as fontes eólica, solar fotovoltaica, hidráulica, geotérmica e de biomassa. Cada uma dessas fontes tem suas peculiaridades, limitações e seus desafios tecnológicos específicos. A energia eólica e a solar sofrem com a intermitência da fonte e com altos custos de implantação e armazenamento. A energia elétrica de fonte hidráulica ou a geotérmica dependem, ainda, de condições geológicas específicas e seus elevados impactos ambientais. A energia de biomassa requer esquemas sofisticados de processos de conversão para o aproveitamento eficiente (IBRAHIM et al., 2021).

A despeito do cenário energético com inúmeros desafios, a geração de energia elétrica de fontes renováveis tem crescido nos últimos anos, embora a desejável transição para fontes renováveis esteja ainda aquém das necessidades globais. Dados da Agência Internacional de Energia (do inglês, IEA) mostram o crescimento da geração de energia de fontes renováveis (Figura 1). No total, a participação dessas fontes renováveis já alcança cerca de 29% na demanda mundial de geração de eletricidade.

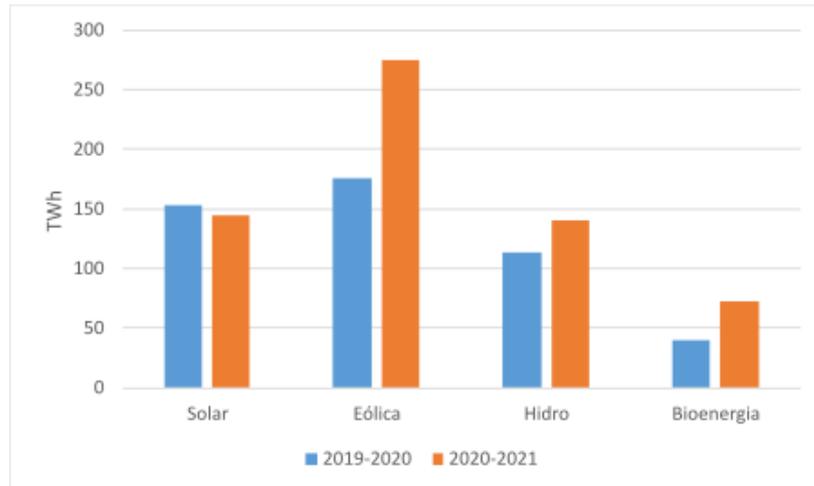


Figura 1. Geração de energia elétrica de fontes renováveis 2019-2020 e 2020-2021, [TWh].  
Fonte: IEA (2021).

O Brasil é uma economia com demanda crescente de energia elétrica. Estimativas do Ministério das Minas e Energias (MME, 2021) indicam um crescimento médio de 3,5% no consumo de energia elétrica entre os anos de 2016 a 2026. Apesar de o País dispor de uma matriz energética de origem predominantemente renovável, problemas de oferta interna de energia elétrica têm sido frequentes. Em um cenário de crise hídrica persistente, de retomada das atividades econômicas pós-pandemia e da política de preços de combustíveis fósseis empregados em termelétricas, o atendimento a essas demandas crescentes de energia mostra-se como grande desafio a ser enfrentado.

Segundo o Balanço Energético Nacional (BEN) apresentado pelo Ministério de Minas e Energia em 2020, as fontes renováveis representaram 80,4% na repartição da Oferta Interna de Energia (OIE) em 2020, sendo a fonte hidráulica a primeira mais expressiva com 65,2%, no entanto, com redução de 0,4% na geração de energia hídrica no Brasil entre 2019 e 2020 (MME, 2021). A Figura 2 mostra a estrutura da oferta de eletricidade no Brasil em 2020.

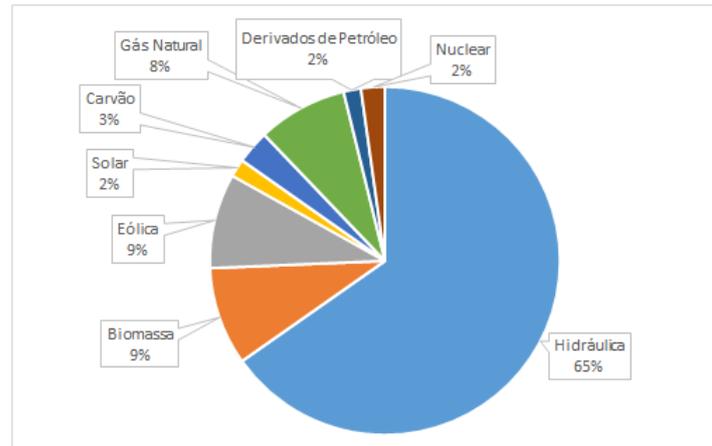


Figura 2. Oferta interna de energia elétrica por fonte em 2020. Fonte: MME (2021).

Considerando as tecnologias de fontes renováveis, mais especificamente àquelas de natureza hídrica dos rios (do inglês, Current Energy Conversion Systems – CECS), as turbinas hidrocínéticas são aparatos concebidos para a conversão da energia cinética de escoamentos livres de água em potência mecânica e energia elétrica, por meio de geradores elétricos (Figura 3)



Figura 3. Turbina hidrocínética de eixo axial. Fonte: Verdant (2011)

As turbinas hidrocínéticas podem ser classificadas quanto a disposição do eixo em: eixo axial ou de eixo cruzado; e quanto à potência gerada em: pequeno, médio ou grande porte (NIEBUHR et al., 2019). Nesses sistemas hidráulicos não convencionais, via de regra, o conversor de energia é instalado no curso natural de um rio e, a princípio,

podem funcionar sem a necessidade de grandes volumes de água em reservatórios ou de obras civis para desvio de cursos d'água.

Nas últimas décadas, as turbinas hidrocínéticas têm sido de interesse da pesquisa científica e tecnológica por mostrarem-se bastante promissoras na geração de energia limpa e sustentável. Quando instaladas em cursos d'água perenes, as turbinas hidrocínéticas têm reduzidos os problemas de intermitência da fonte em comparação com turbinas eólicas ou a geração solar fotovoltaica. São especialmente úteis em áreas remotas sem acesso à rede de distribuição de eletricidade, pois evitam o uso de geradores movidos a combustíveis fósseis.

No Brasil, do ponto de vista do desenvolvimento econômico e estrutural, há inúmeras localidades isoladas que apresentam potencial de implantação e viabilidade econômica para o emprego de turbinas hidrocínéticas para geração de energia em complementação ou substituição a geradores termelétricos. Percentual significativo dessas localidades está localizado na região norte do País (MME, 2021).

A análise técnico-econômica para a implantação de sistemas de geração de energia hidrocínética tem complexidade envolta em diversos fatores que compõem o problema. Nesse cenário estão inseridas desde as características otimizadas de rotores que efetivamente extraem a energia do meio hídrico até as linhas de distribuição que são responsáveis por levar a energia ao consumidor final. Nesse sentido, o sistema estruturado de avaliação da viabilidade técnica e econômica de micro plantas hidrocínéticas desenvolvido por Blanco, Secretan e Mesquita (2008) supriu uma lacuna existente do projeto conceitual desse tipo de instalação.

Em recente estudo (OLIVEIRA, 2021), também realizado em relação à maior bacia hidrográfica do País, foram apresentadas informações relevantes sobre a atratividade econômica e viabilidade técnica da implantação de sistemas isolados de geração de energia hidrocínética em dois trechos específicos do Rio Amazonas: Óbidos e Macapá. No estudo, foram calculados indicadores médios de geração entre 23,2 GWh/ano/km<sup>2</sup> e 36,9 GWh/ano/km<sup>2</sup>, respectivamente, em projeto de turbinas hidrocínéticas de 10m de diâmetro, o que corrobora a assertiva de existência e possibilidade de exploração desse

largo potencial hidrocínético com vistas ao desenvolvimento econômico sustentável da Região.

Embora sejam tecnologias que se desenvolveram muito nos últimos anos, principalmente com base na experimentação, há entraves e obstáculos a vencer no desenvolvimento das turbinas hidrocínéticas e consolidá-las para uso em grande escala. Tais desafios dizem respeito à redução de custos de implantação, otimização de sistemas individuais e das grades de distribuição, além do equilíbrio entre a extração de energia e os impactos ambientais (NIEBUHR et al., 2019). As principais barreiras para o amplo emprego dessas turbinas estão relacionados ao custo por kW gerado em rios que fluem, a rigor, com baixas velocidades, abaixo de 3 m/s. Outro fator relevante diz respeito à limitação natural de profundidade necessária para acomodar turbinas de diâmetros maiores, mais eficientes e com poder de geração maior. Alguns desses fatores são exaustivamente explorados por Kirke (2019), motivo pelo qual deixamos de reapreciá-los no presente trabalho.

Do ponto de vista do projeto geométrico de rotores de turbinas hidrocínéticas, o aumento de diâmetro das pás das turbinas – que melhora a extração de energia, mas acaba por lidar com o aumento das velocidades do escoamento – traz consigo o aparecimento da cavitação com fenômeno deletério da performance do sistema. Segundo Barber e Motley (2016) e Buckland et al. (2013), os principais efeitos da cavitação são a perda de potência, a fadiga precoce do material e a necessidade de manutenções mais frequentes. Nesse sentido, evitar a cavitação é imperativo para a viabilidade técnica e econômica do projeto de turbinas hidrocínéticas.

O presente trabalho propõe um novo procedimento de otimização para a definição geométrica de pás de rotores livres de cavitação, aplicado às *DAHT*'s. A principal contribuição do trabalho é a demonstração de que os parâmetros de eficiência do difusor,  $\eta_d$ , e de coeficiente de empuxo do difusor,  $C_{Td}$ , podem impactar a condição de cavitação em uma *DAHT*. Ademais, a otimização proposta pode corrigir as distribuições das cordas e ângulos de torção da pá, no propósito de evitar o início da cavitação e melhorar a eficiência da turbina. O coeficiente de pressão mínimo é usado como critério para verificar a cavitação no modelo *BEMT*. Para aferir o modelo proposto, são realizados estudos

comparativos com trabalhos da literatura em turbinas com geometrias otimizadas com e sem difusor. Um modelo de simulação numérica com turbina hidrocínética de 10 m de diâmetro também é utilizado para avaliar os efeitos dos parâmetros do difusor sobre a cavitação. Cálculos de Dinâmica dos Fluidos Computacional são conduzidos no sentido de investigar as características do escoamento sobre as pás da turbina, incluindo a produção de vapor e a pressão do fluido na condição de cavitação.

Como resultado, o procedimento de obtenção de geometria otimizada se guia a demonstrar que a cavitação aumenta sob o efeito difusor, sugerindo que tal fenômeno deva ser considerado no projeto das *DAHT's*. O método de otimização propõe corrigir a distribuição da corda da pá por meio da análise da variação da taxa de produção de vapor d'água entre as geometrias de pá corrigida e não corrigida, no sentido de neutralizar a produção e efeitos da cavitação. Mesmo exigindo validação experimental, espera-se que a metodologia proposta possa ser utilizada em aplicações reais do projeto de turbinas hidrocínéticas.

## 1.2 Justificativa

Em uma perspectiva com foco na região amazônica, podemos inferir que a disponibilidade de energia elétrica proveniente de grandes hidrelétricas costuma ser direcionada principalmente aos centros urbanos maiores ou aos enclaves industriais que servem à produção mineral. Em muitas áreas distantes de centros consumidores regionais e das redes de distribuição, o fornecimento de energia elétrica é ainda precário e uma alternativa sustentável, por meio de unidades hidrocínéticas de pequeno porte, pode contribuir para a solução do problema de fornecimento de energia elétrica.

Estudos de viabilidade de plantas hidrocínéticas mostram que diversas localidades da Região apresentam potencial para a implantação desses sistemas. Santos et al. (2019) indica que os custos típicos de implantação de sistemas hidrocínéticos na Amazônia estão na faixa de 80 a 125 USD/kWh, e que aplicações de sistemas isolados e ribeirinhos na bacia amazônica têm maior viabilidade econômica quando comparados a plantas Diesel

ou fotovoltaicas. No mesmo sentido, Oliveira (2021) atesta a viabilidade de sistemas hidrocinéticos em algumas áreas propícias à implantação de turbinas hidrocinéticas na Região, com velocidades do escoamento e profundidades viáveis ao regular aproveitamento do potencial hídrico, coletando informações que orientam e contribuem para projetos efetivos de turbinas hidrocinéticas na Amazônia.

O projeto de turbinas hidrocinéticas possui desafios quanto à produção de energia com custos mais baixos por kW, o que impõe a otimização dos componentes do equipamento para níveis de eficiência os mais elevados possíveis. Os difusores são dispositivos instalados em torno dos rotores da turbina que objetivam aumentar a vazão em massa do fluido e, conseqüentemente, elevar a extração da energia cinética e a eficiência da turbina. Velocidades de escoamento mais elevadas em decorrência do uso de difusores permitem até mesmo ultrapassar o limite de eficiência de Betz-Joukowski e obter um significativo aumento da produção de energia, uma vez que a potência elétrica gerada tem variação cúbica com a velocidade do escoamento, justificando o emprego desses aparatos, ainda que sujeitos a níveis mais elevados de cavitação.

O presente trabalho se justifica por apresentar uma nova abordagem matemática aplicada ao projeto de turbinas hidrocinéticas com difusor, utilizando a teoria *BEMT*, que visa a otimizar a geometria das pás do rotor, considerando o uso de difusores e o fenômeno de cavitação no escoamento. O método, de forma original, é construído sobre parâmetros ainda não avaliados sob o ponto de vista da literatura técnico-científica atual, podendo trazer benefícios quanto ao aumento da energia produzida em turbinas hidrocinética e apontar para o emprego mais amplo dessas tecnologias úteis para resolver problemas de geração de energia elétrica em cursos de água.

### 1.3 Hipóteses adotadas no trabalho

No modelo matemático de otimização – onde são estabelecidas as expressões para os fatores de indução axial e tangencial, considerando os termos de eficiência do difusor,  $\eta_d$ , e coeficiente de empuxo,  $C_{Td}$ , no balanço de energia –, as seguintes hipóteses são adotadas:

- Escoamento sobre o rotor é ideal, unidimensional, incompressível e em regime estacionário;
- Escoamento com restrição devido à presença do difusor;
- Campo de velocidade uniforme na entrada do volume de controle analisado no problema; e
- Os elementos da pá do rotor são independentes, ou seja, não há interação de escoamento entre as seções da pá.

Nas simulações do modelo *CFD*, as seguintes hipóteses são adotadas:

- Escoamento tridimensional, incompressível e em regime estacionário;
- Modelação pelas equações de Navier-Stokes;
- Modelo de turbulência  $\kappa$ - $\omega$ -SST;
- Modelo de cavitação de Rayleigh-Plesset;
- Escoamento sem superfície livre em domínio retangular de dimensões e profundidade constantes.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo geral

Desenvolver um modelo matemático de otimização, aplicável ao projeto de turbinas hidrocínéticas (podendo também ser empregada para turbinas eólicas) com difusor e sob efeito de cavitação, que incorpore os parâmetros de eficiência ( $\eta_d$ ) e coeficiente de empuxo ( $C_{Td}$ ) do difusor.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Incluir a eficiência e o empuxo do difusor na teoria *BEMT*;

- Desenvolver um método de otimização com novas expressões para o fator de indução axial, considerando a eficiência e o coeficiente de empuxo do difusor na teoria aplicada à turbina com difusor, sujeitos à cavitação;
- Avaliar a geometria obtida pelo método de otimização de pás de turbinas hidrocínéticas e eólicas de eixo horizontal sob o efeito de difusores e livres de cavitação.

## 1.5 Estrutura e organização do trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

O Capítulo 2 apresenta uma breve apresentação sobre o estado-da-arte referente aos modelos de otimização geométrica de turbina hidrocínéticas e eólicas.

O Capítulo 3 mostra o modelo matemático proposto de otimização da geometria de pás de turbinas hidrocínéticas aumentadas por difusor com cavitação, considerando as novas expressões dos parâmetros principais de projeto de rotores. O modelo aplica a teoria do momentum axial sob efeito difusor, explicitando uma nova expressão para os fatores de indução axial e tangencial e para correções por causa da perda na ponta da pá, incluindo os parâmetros de eficiência,  $\eta_d$ , e empuxo do difusor,  $C_{Td}$ , em pás livres de cavitação.

O Capítulo 4 apresenta a modelagem de Dinâmica dos Fluidos Computacional empregada para análise numérico-computacional do escoamento sobre a turbina proposta neste trabalho. É apresentada a geometria do rotor e do difusor, o esquema numérico-computacional aplicado na simulação e a modelação do escoamento com cavitação. A formulação do método de Rayleigh-Plesset de modelação da cavitação é apresentada.

No Capítulo 5, encontram-se os resultados e discussões sobre o modelo de otimização da geometria desenvolvido, com análise de sensibilidade da teoria *BEMT*. Além disso, apresenta os resultados e discussões sobre o modelo de *CFD*, com estudo de convergência de malha e validação numérica, além dos resultados sobre o efeito de cavitação em pás hidrocínéticas aumentadas por difusor.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões, as limitações do presente trabalho e eventuais

sugestões de trabalhos futuros.

## 1.6 Esquema da metodologia

De modo a apresentar uma breve descrição da organização do trabalho, temos o seguinte esquemático da metodologia, mostrado na Figura 4.

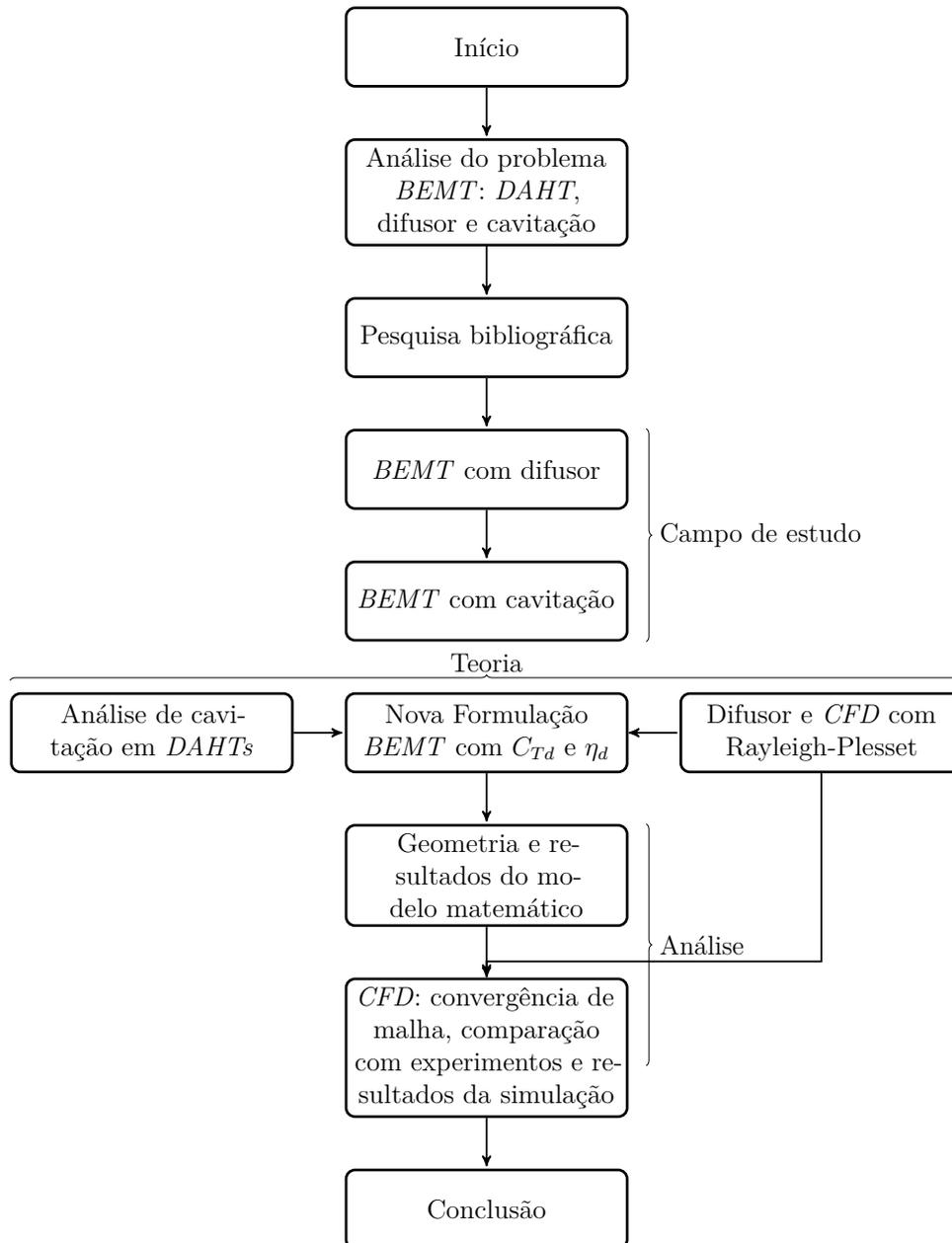


Figura 4. Esquema visual da metodologia adotada no trabalho. Fonte: Autor

## 2 Referencial teórico

### 2.1 Aspectos gerais

O emprego de difusores em torno de rotores de turbinas hidrocínéticas pode compensar os efeitos de um dos principais desafios desse tipo de tecnologia que é a operação em baixas velocidades do escoamento dos cursos d'água. A Figura 5 mostra uma turbina de geração de energia elétrica por meio de rotor hidrocínético sob efeito difusor.



Figura 5. Turbina hidrocínética com difusor. Fonte: Guinard (2021)

De fato, o difusor faz com que os vetores de velocidade aumentem de magnitude no plano do rotor da turbina, conseqüentemente, aumentando a diferença de pressão entre as faces de montante e de jusante das pás e, então, a eficiência da turbina.

Em teoria, o trabalho de De Vries (1979) foi um dos pioneiros na análise de escoamentos em turbinas equipadas com difusores. No estudo, o autor anuncia os diversos parâmetros relevantes na análise e indica que a teoria do momento axial não é conveniente para o estudo dos difusores devido à dificuldade de avaliação do escoamento exterior. Nesse caso, os parâmetros de eficiência do difusor,  $\eta_d$ , e força axial do difusor,  $T_D$ , são preferíveis. O autor mostra ainda que o efeito da sustentação criada por anéis de vórtices (Lei de Biot-Savart) é indicado para induzir o aumento da velocidade do escoamento sobre as pás (Figura 6). Assim, conforme atestado por Hansen, Sørensen e Flay (2000), a presença de difusor pode fazer com que a turbina exceda o limite teórico de eficiência de Betz-Joukowski, dado pelo coeficiente de potência  $C_{p,max} = 16/27$ , para turbinas sem

difusor. Nesse caso, haverá significativo ganho na conversão de energia e na eficiência do sistema hidrocínético.

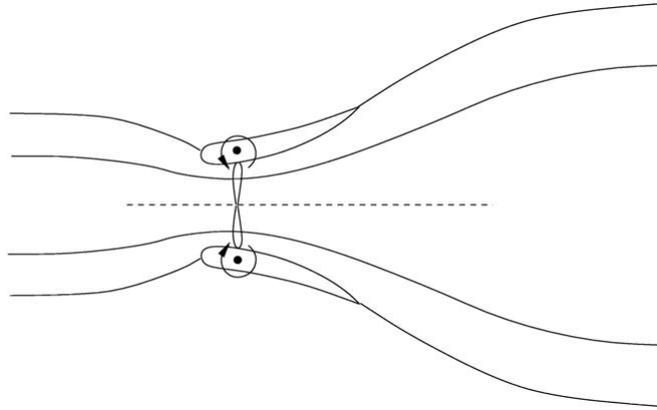


Figura 6. Linhas de corrente do fluido ideal através de turbina com difusor. Fonte: Adaptado de Hansen, Sørensen e Flay (2000).

Em contrapartida à melhoria de eficiência que é resultante da presença do difusor, se a pressão do fluido cai abaixo da pressão de vapor do líquido na face posterior das pás do rotor, ocorre o fenômeno de surgimento e colapso de bolhas no fluido, fenômeno esse denominado *cavitação*. A cavitação tem efeito deletério na eficiência da turbina e pode eliminar as vantagens do uso de difusores. Um dos primeiros trabalhos sobre cavitação advém do início do século XX, no trato de pás de propulsores marítimos (RAYLEIGH, 1917), no qual o autor fez uma análise teórica detalhada do fenômeno. Outro trabalho não menos importante é o trabalho de Plesset e Prosperetti (1977), que desenvolveu um modelo teórico de análise da formação e colapso de bolhas de cavitação em fluidos.

Os desafios tecnológicos das turbinas hidrocínéticas e eólicas são semelhantes do ponto de vista teórico. Turbinas hidrocínéticas aumentadas por difusor (do inglês, *DAHT's*) podem superar o limite de eficiência de Betz-Joukowski com um invólucro adequadamente projetado, de modo a aumentar a vazão em massa sobre as pás do rotor e, assim, melhorar a eficiência de geração de energia como um todo (HANSEN, 2015). Entretanto, à medida que aumenta a velocidade do fluido sobre as pás do rotor, o aparecimento da cavitação pode diminuir a vantagem obtida com o emprego do difusor.

Em se tratando de cavitação, podemos inferir que o número de cavitação,  $\sigma$  (Eq. 3.4),

e a  $TSR = \Omega r/V_0$ , são os adimensionais mais importantes para o tratamento do problema, ambos relacionados à velocidade do escoamento ( $V_0$ ). A  $TSR$  relaciona a velocidade de rotação da turbina ( $\Omega$ ) com a velocidade do escoamento incidente, conforme a posição radial de uma seção da pá ( $r$ ). Elevando a  $TSR$ , temos maior possibilidade de ocorrência de cavitação. Como correlação entre o número de cavitação,  $\sigma$ , e a cavitação, adotamos que: se  $\sigma < 0,4$ , há cavitação severa; e se  $\sigma > 1,34$ , tem-se ausência de cavitação. Segundo Bajah et al. (2007) e Guo, Zhou e Wang (2015), a cavitação aparece tipicamente em condição de  $TSR$  acima de 7,0 e leva a significativa redução do Coeficiente de Potência,  $C_P = \frac{P}{1/2\rho AV_0^3}$ , e do Coeficiente de Empuxo,  $C_T = \frac{T}{1/2\rho AV_0^2}$ , de uma turbina hidrocínética; onde  $P$  e  $T$  são a potência e o empuxo na turbina,  $\rho$  é massa específica do fluido e  $A$  é a área de seção transversal do rotor. Para  $TSR = 7,5$  e  $\sigma = 0,64$ , Bajah et al. (2007) reportou a ocorrência de até 15% de cavitação no dorso da pá de um turbina hidrocínética.

Em projetos de turbinas hidrocínéticas para a região amazônica, a escolha de  $TSRs$  que estejam dentro das características prováveis das condições dos escoamentos presentes na Região é salutar para a representação mais realista das condições de operação. Velocidades de superfícies até 3,0 m/s são comuns e profundidades limítrofes de 10,0 m estão dentro do espectro das características hidrológicas e morfológicas dos rios da Região. Outros aspectos regionais relevantes para a modelação do problema de projeto de turbinas hidrocínéticas, tais como o transporte de sedimentos pelos rios, a variação do perfil de velocidades em função da profundidade, as condições de existência de superfície-livre com geração de ondas ou a inversão de correntes por efeito de maré não fizeram parte do escopo deste trabalho, mas certamente são propostas para a ampliação dos conhecimentos relativos a esse tipo de engenho de geração de energia.

Nesse contexto, o desenvolvimento de pás não-cavitantes para *DAHT's* é importante para a indústria de energia renovável, pois contribui para a viabilidade de projetos hidrocínéticos pelo uso de rotores mais eficientes.

## 2.2 Estudos recentes sobre cavitação, pás otimizadas e efeito difusor

Recentemente, muitos trabalhos relataram o uso de difusor em turbinas hidrocinéticas ou de maré (ZHU et al., 2020; SILVA et al., 2018; DO RIO VAZ; VAZ; SILVA, 2018), entretanto, poucos estabeleceram a implementação de projetos otimizados de pás não cavitantes com difusor. Por exemplo, no trabalho de Do Rio Vaz, Vaz e Silva (2018) foi desenvolvida uma metodologia de otimização de pás de turbinas hidrocinéticas sob efeito difusor livres de cavitação. O trabalho mostra que a cavitação é extremamente sensível ao coeficiente de aceleração do fluido (do inglês, *TSR*) e que esse parâmetro deve ser considerado no projeto de pás hidrocinéticas. No entanto, não foi feita nenhuma menção à eficiência do difusor,  $\eta_d$ , ou ao coeficiente de empuxo,  $C_{Td}$ .

No trabalho de Batten et al. (2008), uma metodologia com emprego da Teoria do Elemento de Pá (do inglês, *BEMT*) para o projeto hidrodinâmico de turbinas de correntes marítimas foi implementada. No modelo, foi realizada uma investigação sobre a cavitação nas extremidades das pás operando próximas à superfície da água. Verificou-se que a cavitação poderia ser evitada com o dimensionamento adequado de seções 2D do perfil. Embora o trabalho apresente algumas reflexões interessantes sobre a cavitação, estudos sobre a otimização de pás hidrocinéticas livres de cavitação não foram elaborados de fato.

No trabalho de Silva et al. (2017), apoiado por uma investigação de dinâmica dos fluidos computacional, foi desenvolvida uma abordagem de otimização baseada em *BEMT* para turbinas hidrocinéticas de eixo horizontal, considerando os efeitos da cavitação. O modelo foi aplicado apenas às turbinas sem difusor, usando o coeficiente de pressão mínimo como critério do modelo de otimização. O trabalho mostrou que a região de ocorrência de cavitação pode ser reduzida por meio de uma correção na geometria da pá.

Como extensão do modelo apresentado por Vaz e Wood (2016) para turbinas eólicas aumentadas por difusor, encontramos um trabalho que inclui um critério de análise de cavitação para hidroturbinas (DO RIO VAZ; VAZ; SILVA, 2018). O método do trabalho emprega o coeficiente de pressão mínimo como critério para manter a pressão da extremidade da pá acima da pressão de vapor de água, incluindo o efeito difusor. Para

obter a geometria otimizada da pá, a corda é determinada usando a razão de aceleração do difusor como a variável manipulável para avaliar a corda corrigida e o ângulo de torção em cada seção da pá. O empuxo e a eficiência do difusor não foram considerados naquele procedimento.

Como nas turbinas eólicas, o aprimoramento da *performance* da *DAHT* depende das geometrias do difusor e do rotor. No caso dos difusores, os parâmetros de projeto são indicados, em regra, pelo diâmetros de entrada e saída, comprimento, ângulo de entrada, eficiência, relação de área e coeficiente de empuxo. Os três últimos parâmetros influenciam no desempenho da turbina, mas não há registro na literatura atual que analise o impacto de tais parâmetros em relação à cavitação. O conceito de um bom projeto para as *DAHT's* deve considerar os efeitos de cada um desses parâmetros relativos ao difusor sobre o desempenho da turbina.

A cavitação pode levar à redução da *performance* do rotor hidrocínético uma vez que os pulsos ou flutuações locais da pressão fluida podem contribuir significativamente para a formação de bolhas de vapor, causando ruído, vibração ou erosão das pás (TASKAR; STEEN; ERIKSSON, 2017; PENNINGSS et al., 2015; WANG; SAMPSON, 2015). Vários métodos de *CFD* tem sido desenvolvidos nas últimas décadas no sentido de permitir a investigação numérica da cavitação. Nesses métodos, o líquido e o vapor são usualmente tratados como uma mistura homogênea com densidades variáveis. O método de duas fases usa uma relação empírica de transferência para a fração volumétrica e, assim, a interação entre água e vapor pode ser calculada.

Em Morgut, Nobile e Bilus (2011), os autores investigaram a cavitação para três modelos diferentes de transferência de massa em escoamentos cavitantes em torno de hidrofólios, incluindo o modelo Zwart (ZWART; GERBER; BELARMI, 2004), presente no programa ANSYS/CFX. Eles aplicaram uma estratégia de otimização para sintonizar apropriadamente os coeficientes empíricos de cada modelo. Os autores concluíram que os resultados são praticamente os mesmos para os três modelos estudados, em concordância com os dados experimentais.

O comportamento da cavitação é observado de modo diferente nos escoamentos.

De acordo com Chen et al. (2016), a cavitação pode ser de regime inicial, de cisalhamento, de folha, de nuvem ou supercavitante, dependendo do número de cavitação. Os autores conduziram uma investigação numérica sobre a transição entre os regimes de folha e nuvem em um hidrofólio tipo NACA0012 em oscilação. Eles usaram um método barotrópico para prever numericamente a transição entre os regimes de folha e de nuvem em grandes ângulos de ataque. Concluíram que as componentes de oscilação do hidrofólio têm as mesmas frequências das nuvens de vapor produzidas por cavitação.

As simulações tipo *Large Eddy Simulation (LES)* – que removem em grande parte as informações de escala das equações de Navier-Stokes, tornando-as de solução mais práticas para problemas de engenharia – têm sido usadas recentemente para analisar o comportamento dinâmico de fluidos em torno de hidrofólios. Em Movahedian, Pasandideh-fard e Roohi (2019), os autores investigaram o comportamento transiente da cavitação de folha e de nuvem em torno de um perfil NACA com torção tridimensional por meio de *LES* e da técnica de Volume de Fluido (do inglês, *VOF*), sendo essa uma técnica aplicável à solução das equações de Navier-Stokes com problemas com interface no fluido. Os autores ilustraram a dinâmica de evolução da cavitação por meio da representação do crescimento da bolha e espriamento da nuvem de cavitação, até o colapso da bolha. Os jatos de cavitação nas direções radial e lateral decorrentes de efeitos tridimensionais também foram analisados e mostrados.

Em Pendar, Esmailifar e Roohi (2020), os autores estudaram por meio de *LES* o comportamento dinâmico da cavitação em hidrofólios tridimensionais com perfis tipo NACA 634-021 com bordo de ataque de geometria ondulada. Eles mostraram que os hidrofólios geometricamente modificados no bordo de ataque apresentaram significativa redução das flutuações nas forças dinâmicas.

Em síntese, são diversas as nuances que caracterizam e envolvem o estabelecimento da geometria das pás de um rotor hidrocínético. O problema comporta a presença do difusor como elemento de mudança do escoamento em torno do rotor, no sentido de buscar melhor eficiência do conjunto como um todo. De modo contrário ao benéfico efeito difusor, a existência de cavitação nas pás repercute de modo destrutivo nessa conversão de energia

e deve ser levada em consideração. O emprego de modelos numéricos de transferência de massa para a solução do complexo problema da cavitação se mostra necessário. O trato numérico do problema requer, portanto, a solução em condições de escalas compatíveis com o tamanho do rotor e, também, na micro escala de geração de bolhas no escoamento cavitante, o que dificulta sobremaneira a solução numérica.

Por uma questão de organização do texto, aspectos teóricos adicionais sobre a formulação do critério de cavitação e da otimização geométrica das pás de rotores hidrocínéticos foram deixados para as seções 3.1 e 3.2, especificamente. Na seção 4.2 encontra-se a formulação do modelo de simulação numérica de escoamento com cavitação.

## 3 O modelo de otimização para pás hidrocínéticas aumentadas por difusor com cavitação

### 3.1 Critério de cavitação em rotores hidrocínéticos

De acordo com Adhikari, Vaz e Wood (2016) e Goundar, Ahmed e Lee (2012), a cavitação é um grande problema para turbinas hidrocínéticas que dá origem a vibração, danos à superfície da pá e perda de desempenho, principalmente para grandes e médios rotores onde a velocidade relativa do escoamento é elevada. Esses problemas devem ser considerados nos estágios iniciais dos projetos de hidrorrotores (SILVA et al., 2017).

Como leciona Lauterborn e Ohl (1997), durante o terceiro regime dos escoamentos líquidos, os escoamentos cavitantes, uma grande quantidade de líquido vaporiza, formando bolhas de vapor que tornam a pressão e a velocidade significativamente diferentes daquelas em escoamentos não-cavitantes. A condição para ocorrer a cavitação é que a pressão local  $p$  caia abaixo da pressão de vapor da água. Para rotores hidrocínéticos com difusor, o difusor aumenta a velocidade das partículas fluidas no plano do rotor. Essa característica pode levar a uma condição severa de cavitação que aumenta o efeito adverso na força de sustentação produzida nas pás. Em fluidos não-cavitantes, o critério de cavitação que relaciona o número de cavitação,  $\sigma$ , e o coeficiente pressão mínima,  $c_{pmin}$ , deve ser:

$$c_{pmin} + \sigma \geq 0, \quad (3.1)$$

onde  $c_{pmin}$  é o mínimo valor do coeficiente de pressão  $c_p$ , definido por

$$c_p = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2}\rho W^2}, \quad (3.2)$$

sendo  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $p$  e  $p_{atm}$  são as pressões local e atmosférica, respectivamente. A velocidade relativa do fluido em cada seção de pá,  $W$ , é definida em Vaz e Wood (2016) como:

$$W = \sqrt{[V_0(1 - a_b)]^2 + [\Omega r(1 + a'_b)]^2}, \quad (3.3)$$

onde  $V_0$  é a velocidade do escoamento livre. Os parâmetros  $a_b$  e  $a'_b$  são as componentes axial e tangencial do fator de indução de velocidades nas pás, respectivamente.  $\Omega$  e  $r$  são a velocidade angular e a posição radial na turbina. A expressão do número de cavitação,  $\sigma$ , é descrita por Silva et al. (2017), na forma:

$$\sigma = \frac{p_{atm} + \rho g H - p_v}{\frac{1}{2} \rho W^2}, \quad (3.4)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $H$  é a submersão e  $p_v$  é a pressão de vapor. Substituindo a Eq. 3.4 na Eq. 3.1, obtém-se  $V_{CAV} \geq W$ , onde a velocidade de cavitação é:

$$V_{CAV} = \sqrt{\frac{p_{atm} + \rho g H - p_v}{-\frac{1}{2} \rho C_{pmin}}}. \quad (3.5)$$

$V_{CAV}$  denota a velocidade mínima na qual a cavitação ocorrerá para uma posição radial específica na pá do rotor. A Figura 7 ilustra a condição de pressão estática em uma seção da pá de uma *DAHT*.

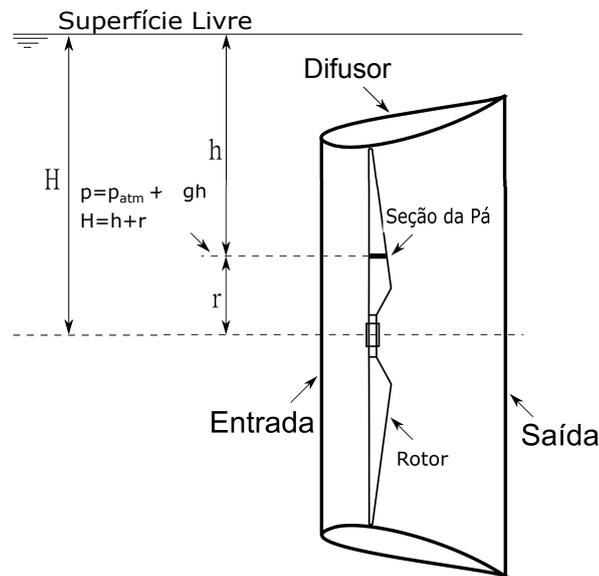


Figura 7. Condição de pressão estática em uma seção da pá na *DAHT*. Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017).

## 3.2 O modelo proposto de otimização geométrica das pás

Conforme reportado por Vaz e Wood (2018), para modelar as perdas de energia em um escoamento com difusor é necessária uma abordagem semelhante àquela usada para

determinar as características do escoamento em um duto na presença de perdas. Em regra, supõe-se que o fluido em torno do rotor não tem atrito e a componente de velocidade devida à rotação é desprezada. As linhas tracejadas na Figura 8 mostram o volume de controle usado para analisar o desempenho da turbina aumentada pelo difusor.

A expressão otimizada para turbinas revestidas vem das equações da quantidade de movimento, considerando as velocidades de rotação das partículas no escoamento (PHILLIPS et al., 2003; SILVA et al., 2018). De acordo com Do Rio Vaz et al. (2014), para turbinas modernas, é necessário considerar o efeito do fator de indução tangencial,  $a'$ . O torque elementar pode ser obtido diretamente a partir da equação de energia cinética aplicada à superfície de controle mostrada na Figura 8, na qual a área infinitesimal no plano do rotor é  $dA = 2\pi r dr$ , levando ao coeficiente de potência,  $C_P$ , à seguinte forma (VAZ; WOOD, 2018):

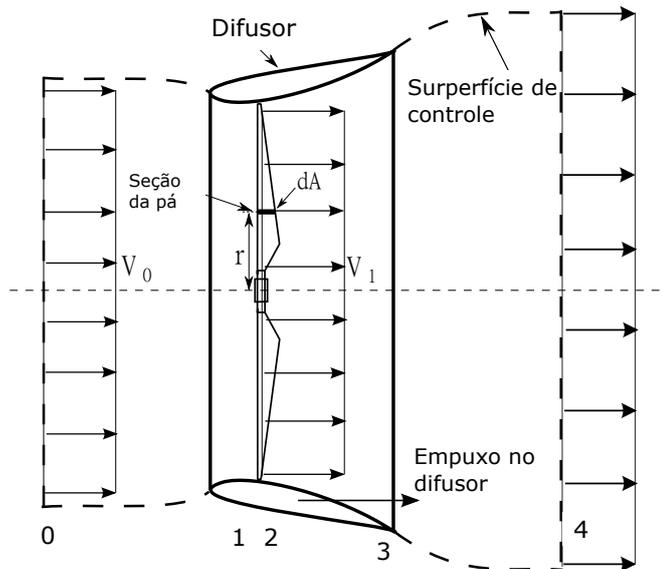


Figura 8. Ilustração simplificada das velocidades através de uma *DAHT* ideal. Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2018).

$$C_P = \varepsilon_1 \left[ 1 - \varepsilon_4^2 - (1 - \eta_d) (1 - \beta^2) \varepsilon_1^2 \right], \quad (3.6)$$

onde  $V_4$  é a velocidade na esteira distante,  $\varepsilon_4 = V_4/V_0$  é a velocidade adimensional da esteira,  $\varepsilon_1 = V_1/V_0$  é a razão de velocidade, e  $V_1 = V_2$  é a velocidade no plano do rotor. O parâmetro  $\beta = A/A_3$ , onde  $A$  é a área seccional do difusor no plano do rotore  $A_3$  é a área

seccional no plano de saída do difusor. A eficiência do difusor,  $\eta_d$ , é definida na forma:

$$\eta_d = \frac{p_3 - p_2}{\frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_3^2)}, \quad (3.7)$$

onde  $p_2$  e  $p_3$  são as pressões estáticas no plano do rotor e na saída do difusor, enquanto  $V_2$  e  $V_3$  são as velocidades correspondentes. O coeficiente de pressão,  $c_{p3}$ , na saída do difusor é:

$$c_{p3} = \frac{p_3 - p_0}{\frac{1}{2}\rho V_0^2}, \quad (3.8)$$

onde  $p_0$  é a pressão estática no escoamento livre. O empuxo é obtido dividindo-se  $C_P$  por  $\varepsilon_1$ , o que resulta em  $C_T = C_P/\varepsilon_1$  (HANSEN; SØRENSEN; FLAY, 2000).

De acordo com Sørensen (2016) e posteriormente demonstrado por Bontempo e Manna (2016),  $C_P$ ,  $C_T$  e  $c_{p3}$  são fortemente dependentes de  $\varepsilon_4$ . Vaz e Wood (2018) apresenta uma expressão para  $\varepsilon_4$  com avaliação da quantidade de movimento no interior do volume de controle mostrado na Figura 8 que resulta em:

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_1 - \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)}, \quad (3.9)$$

onde  $C_{Td}$  é o coeficiente de empuxo do difusor, que é importante mesmo se não existirem perdas no difusor ( $\eta_d = 1$ ). Observe que, resolvendo as Eqs. (3.6) e (3.8), e fazendo  $C_T = C_P/\varepsilon_1$  para empuxo da turbina em termos de  $\varepsilon_4$ , chegamos em:

$$C_P = 2\varepsilon_1^2 \left[ 1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{Td}}{2\varepsilon_1} \right], \quad (3.10)$$

$$c_{p3} = \varepsilon_1^2 (2 - \beta^2) - 2\varepsilon_1 \left[ 1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} \right] + 1 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d), \quad (3.11)$$

e

$$C_T = 2\varepsilon_1 \left[ 1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{Td}}{2\varepsilon_1} \right]. \quad (3.12)$$

Os valores ótimos para  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_4$ , são determinados maximizando  $C_P$  na Eq. 3.6, o que resulta em (VAZ; WOOD, 2018):

$$6\varepsilon_{1,opt}^3 \left[ \beta^2 (1 - \eta_d) + \eta_d \right] - C_{Td}\Delta + 4\varepsilon_{1,opt} (1 + C_{Td} + \Delta) - 2\varepsilon_{1,opt}^2 (5 + 3\Delta) = 0 \quad (3.13)$$

onde  $\varepsilon_{1_{opt}} = 1 - a_{b_{opt}}$  e

$$\Delta = \sqrt{1 + C_{Td} + \varepsilon_{1_{opt}} \left\{ -2 + \varepsilon_{1_{opt}} [\beta^2 (1 - \eta_d) + \eta_d] \right\}} \quad (3.14)$$

. Deste modo, a solução da Eq. 3.13, por meio da escolha de uma de suas 3 raízes, possibilita definir o valor de  $\varepsilon_1$  e iniciar o procedimento de otimização da geometria da pá. Note-se que o efeito do difusor é considerado neste procedimento de otimização por meio de três parâmetros importante:  $\eta_d$ ,  $\beta$  e  $C_{Td}$ . Depois de determinar  $\varepsilon_{1_{opt}}$ , a velocidade na esteira distante,  $\varepsilon_{4_{opt}}$ , é obtida por meio da Eq. 3.9.

Em um volume de controle anular de raio  $r$ , considerando a independência ao empuxo do difusor, o coeficiente de empuxo elementar é:

$$\frac{dC_T}{dr_*} = 4\varepsilon_1 (1 - \varepsilon_4) r_*, \quad (3.15)$$

onde  $r_* = r/R$ . O fator de perda da extremidade de Prandtl,  $F$ , é incluído em  $\varepsilon_4$  a partir da Eq. 3.9 com  $a = a_b F$  sendo medido no fluxo médio, o que resulta em (VAZ; WOOD, 2018):

$$\varepsilon_4 = 1 - a_b F - \sqrt{(a_b F)^2 - (1 - a_b F)^2 (1 - \beta^2) (1 - \eta_d) + C_{Td}}, \quad (3.16)$$

Da Teoria do Elemento de Pá, o coeficiente de empuxo elementar em cada seção é:

$$\frac{dC_T}{dr_*} = 2\varepsilon_1^2 \frac{\sigma_s C_n r_*}{\sin^2 \phi}, \quad (3.17)$$

onde  $\sigma_s = Nc/(2\pi r)$  é a solidez local,  $C_n = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi$  é o coeficiente de força normal e  $\phi$  o ângulo de incidência, definido na Figura 9 como:

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{1 - a_b}{x(1 + a'_b)} \right], \quad (3.18)$$

onde  $x = \Omega r/V_0$ . Portanto, conforme Do Rio Vaz, Vaz e Silva (2018), a corda otimizada corrigida para cada seção da pá é dada por:

$$c_{opt}^{co} = c_{opt}^{uc} \left[ \frac{W}{(1 - f_S)V_{CAV}} \right]^2, \quad (3.19)$$

onde  $f_S$  é um fator de segurança e a corda não corrigida é:

$$c_{opt}^{uc} = \frac{4\pi r_* (1 - \varepsilon_{4_{opt}}) \sin^2 \phi}{NC_n \varepsilon_{1_{opt}}}. \quad (3.20)$$

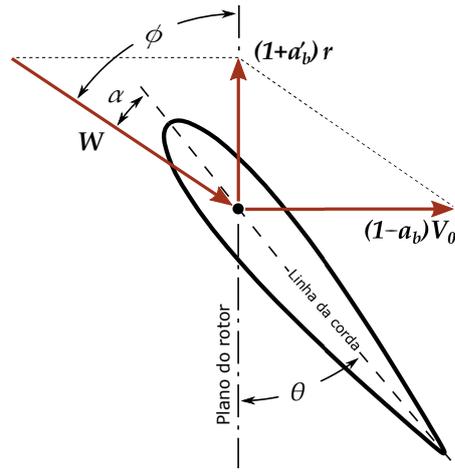


Figura 9. Diagrama de velocidades no elemento da pá. Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2018).

A correção na distribuição das cordas passa a ser importante porque a presença do difusor aumenta a velocidade axial no plano do rotor, o que conseqüentemente aumenta o ângulo de ataque sobre a pá e leva à necessidade de analisar a condição de cavitação por meio da condição,  $W \geq V_{CAV}$ .

A Eq. 3.19 é a mesma para a turbina sem difusor. Essa é uma constatação importante porque foi obtida por Silva et al. (2017) para turbinas hidrocínéticas sem difusor, o que demonstra que, mesmo para turbinas com difusor, o termo  $\left[\frac{W}{(1-f_s)V_{CAV}}\right]^2$  pode ser aplicado para a corrigir a distribuição de corda otimizada, de modo a evitar a cavitação. Depois de obter  $\varepsilon_{1_{opt}}$  da Eq. 3.13, o valor otimizado  $a_{opt}$  pode ser facilmente calculado usando  $a_{b_{opt}} = 1 - \varepsilon_{1_{opt}}$ . O fator de indução tangencial,  $a'$ , como função de  $\varepsilon_{1_{opt}}$  é encontrado pela conservação de energia, o que resulta na potência otimizada do elemento de pá:

$$dP_{opt} = \frac{1}{2}\rho V_0^3 \left[ \varepsilon_{1_{opt}} (1 - \varepsilon_{4_{opt}}^2) - \varepsilon_{1_{opt}}^2 (1 - \beta^2) (1 - \eta_d) \right] dA. \quad (3.21)$$

Além disso, aplicando a equação da quantidade de movimento angular na seção da pá, temos:

$$dP_{opt} = 2\rho V_0 a'_b \varepsilon_{1_{opt}} \Omega^2 r^2 dA. \quad (3.22)$$

Combinando a Eq. 3.21 e a Eq. 3.22, chegamos a:

$$a'_{b_{opt}} = \frac{2\varepsilon_{1_{opt}}(1 - \varepsilon_{4_{opt}}) - C_{Td}}{4x^2}, \quad (3.23)$$

com  $\varepsilon_{4_{opt}}$  dado por:

$$\varepsilon_{4_{opt}} = \varepsilon_{1_{opt}} - \sqrt{(1 - \varepsilon_{1_{opt}})^2 + C_{Td} - \varepsilon_{1_{opt}}^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)}. \quad (3.24)$$

De fato, a Eq. 3.23 e a Eq. 3.24 merecem ser destacadas, pois têm a capacidade de sintetizar o modelo proposto de otimização da geometria, uma vez que congregam os parâmetros relevantes para de caracterização do problema: as características do difusor  $C_{Td}$ ,  $\eta_d$  e  $\beta$ . Assim, permitem a definição da geometria otimizada da pá por meio da corda e do ângulo de torção em cada seção.

Em consequência da Eq. 3.23, o ângulo de incidência ideal,  $\phi_{opt}$ , pode ser determinado por meio da Eq. 3.18. Para calcular uma dada pá da *DAHT* livre de cavitação, a metodologia é descrita no Algoritmo 1, no qual é mostrado o procedimento iterativo para o cálculo da corda otimizada e do ângulo de torção em cada seção radial.

---

**Algoritmo 1** : Otimização de corda e ângulo de torção do elemento de pá

---

**Entrada:**  $r$ ,  $\Omega$ ,  $C_L(\alpha_{opt})$ ,  $C_D(\alpha_{opt})$  e  $V_0$

**Entrada:**  $C_{Td}$ ,  $\eta$ ,  $\beta$  (características do difusor)

Calcula  $\varepsilon_{1_{opt}}$ , da Eq.(3.13),  $\varepsilon_{4_{opt}}$ , da Eq. 3.9 e  $C_{P_{opt}}$ , da Eq. 3.6

**De**  $i = 1$  até  $Ns$  (número de seções) **faça**

Calcula  $a_{b_{opt}}$  e  $a'_{b_{opt}}$ , usando Eqs. (3.13) e (3.23)

Calcula  $\phi_{opt}$ , usando a Eq. 3.18 para  $a_{b_{opt}}$  e  $a'_{b_{opt}}$

Calcula  $F$  a partir de  $\phi_{opt}$  e raios

Calcula  $C_n = C_l \cos \phi_{opt} + C_d \sin \phi_{opt}$  e  $C_t = C_l \sin \phi_{opt} - C_d \cos \phi_{opt}$ , obtidos com  $\alpha_{opt}$  no máximo de  $C_l/C_d$

Calcula a velocidade relativa,  $W$

Calcula  $c_{opt}^{uc}$ , usando a Eq. 3.20 e  $\theta_{opt} = \phi_{opt} - \alpha_{opt}$

Calcula  $V_{CAV}$ , usando a Eq. 3.5

**se**  $W > V_{CAV}$  **então**

Calcula  $c_{opt}^{co}$ , usando Eq. 3.19

**fim se**

**fim De**

Obtém a geometria da pá corrigida

Integra Empuxo e Torque ao longo das pás para obter  $C_T$  e  $C_P$

---

## 4 Simulação numérica em *CFD*

Uma simulação numérica utilizando *CFD* (ANSYS-CFX) foi elaborada para investigar o escoamento através da *DAHT*, verificando a ocorrência de cavitação nas pás do rotor em comparação com os resultados experimentais apresentados por Silva et al. (2017) e Vaz e Wood (2016).

Em ligeira síntese, a modelação numérica resolve, no domínio fluido, sob condições de contornos específicas, a equação da continuidade e as equações médias em Reynolds de Navier-Stokes (do inglês, *RANS*) para fluido incompressível em domínio tridimensional, com o emprego de duas equações adicionais do modelo de turbulência  $\kappa$ - $\omega$ -SST. Ademais, para a verificação da cavitação, é empregado o modelo de cavitação de Rayleigh-Plesset (PLESSET; PROSPERETTI, 1977).

A simulação *CFD* foi conduzida em três abordagens distintas. No primeiro caso, apenas o difusor é posto no domínio do fluido e uma simulação é realizada a fim de comparar a razão de aceleração no escoamento em decorrência da presença do difusor,  $\gamma$ , com os resultados apresentados por Barbosa et al. (2015).

A segunda abordagem foi conduzida com a solução do escoamento apenas sobre o rotor, sem difusor, a fim de validar os resultados de eficiência decorrentes da modelação numérica apresentada por Silva et al. (2017), que inclui o fenômeno de cavitação e adota o modelo de Rayleigh-Plesset.

Por fim, o modelo final de simulação avaliou a cavitação de uma turbina hidrocínética com difusor (difusor e rotor). São estudados os efeitos da cavitação na potência do rotor, conforme os parâmetros da eficiência e do coeficiente de empuxo do difusor. A geometria otimizada da pá que foi obtida pelo procedimento descrito na Seção 3.2 pôde, então, ser avaliada e modificada (mudança das cordas e ângulos de ataque dos elementos da pá) em busca da mitigação dos efeitos da cavitação na turbina com difusor (geometria corrigida).

Note-se que o momento de inércia da turbina não foi levado em consideração neste

trabalho porque a hipótese é de regime contínuo e velocidade incidente constante de operação. O momento de inércia se torna relevante para condição de partida da turbina, conforme descrito por Vaz et al. (2018).

## 4.1 Geometria do difusor

Turbinas aumentadas por difusor têm sido discutidas e relatadas principalmente para rotores eólicos (IGRA, 1981; BET; GRASSMANN, 2003; OHYA et al., 2008). No presente trabalho, a geometria é modelada com um difusor cônico que envolve o rotor da turbina com  $L_d/D_i = 1,425$  e  $\phi_d = 4^\circ$ , como mostrado na Tabela 1. A Figura 10 mostra uma ilustração da geometria do difusor.

Tabela 1. Dimensões do difusor. Fonte: Autor.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Diâmetro de entrada do difusor ( $D_i$ )	10,50 m
Diâmetro de saída do difusor ( $D_e$ )	12,60 m
Distância de montante do rotor ( $L_1$ )	3,70 m
Distância de jusante do rotor ( $L_2$ )	11,263 m
Comprimento total do difusor ( $L_d$ )	14,963 m
Espessura da parede do difusor ( $t_d$ )	4,0 mm
Ângulo de abertura ( $\phi_d$ )	4,0 graus

## 4.2 Simulação de escoamentos com cavitação

O fluido que passa através da turbina hidrocínética aumentada com difusor é considerado incompressível, totalmente turbulento. O escoamento é tridimensional, estatisticamente estacionário e representado pelas equações de Navier-Stokes Médias de Reynolds e pela equação da continuidade, em um esquema de volumes finitos. Esta abordagem tem sido amplamente utilizada para simular turbinas eólicas, conforme apresentado em Benjanirat e Sankar (2003). Também, uma abordagem *CFD* semelhante foi adotada para analisar a curva de desempenho de uma turbina hidrocínética de maré (JO et al., 2012).

De fato, a técnica de decomposição de Reynolds das equações de Navier-Stokes aplica um tratamento no tempo de modo a reduzir a complexidade do sistema não-linear

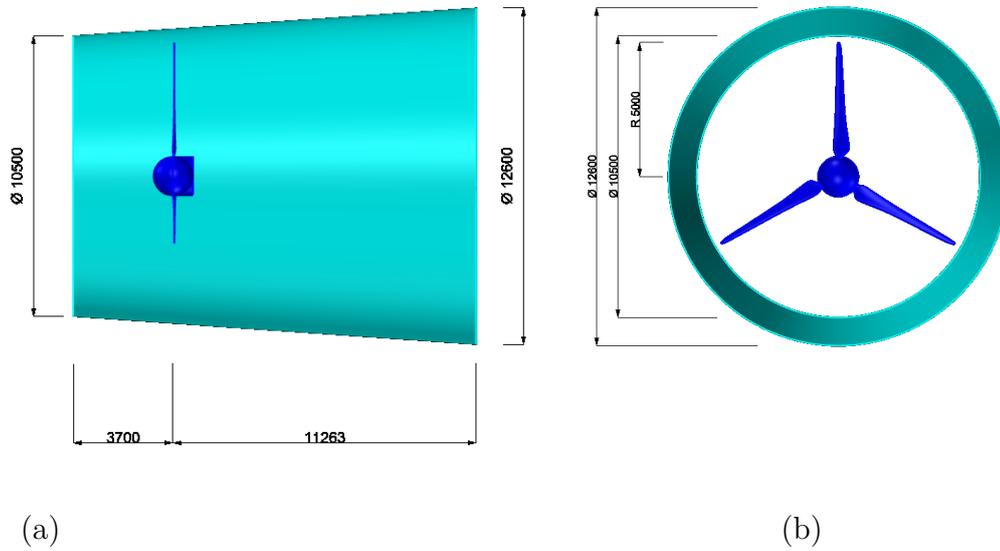


Figura 10. Geometria do Difusor: (a) Vista na linha de centro e (b) Vista frontal. [Dimensões em mm]. Fonte: Autor.

de equações decorrentes da variável temporal. As equações *RANS* usam uma solução que separa a descrição do escoamento em um termo médio independente do tempo,  $\bar{u}(x)$ , e outro termo temporal relativo às flutuações em torno do escoamento médio,  $u'(x, t)$ ; em notação tensorial, respectivamente,  $\bar{u}_i$  e  $u'_i$ .

Assim, a contribuição das flutuações da velocidade turbulenta,  $u'_i$ , sobre os campos de velocidade e pressão média é dada pelo tensor de Reynolds  $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$  (POPE, 2000). De modo a transportar a indeterminação do sistema do produto cruzado das flutuações turbulentas para a viscosidade turbulenta, um modelo de turbulência precisa ser empregado. No caso, o chamado modelo  $\kappa$ - $\omega$ -SST é usado (MENTER, 1994). Este modelo foi desenvolvido para lidar com fortes gradiente de pressão adverso, sendo possível prever o tamanho e o início da região de separação do escoamento causada pelo gradiente de pressão adverso. O modelo obtém o transporte de tensão de cisalhamento de turbulência pelo fluido e usa um tratamento automático para a condição na parede (JO et al., 2012), o que permite acurácia independente do  $y^+$  da malha (ver Seção 4.3, para definição de  $y^+$ ). De fato, o modelo de turbulência  $\kappa$ - $\omega$ -SST utiliza uma formulação que mescla os modelos  $\kappa$ - $\varepsilon$  e  $\kappa$ - $\omega$ , empregando-os conforme a distância da parede, sendo o modelo  $\kappa$ - $\omega$  substancialmente mais

preciso nas camadas próximas a paredes (MENTER; KUNTZ; LANGTRY, 2003). Nesse sentido, o modelo  $\kappa$ - $\omega$ -SST é uma escolha natural para simulação numérica de escoamentos em turbinas hidrocínéticas.

Quanto à descrição do fenômeno de cavitação, esse pode ser estabelecido por equações governantes da quantidade de uma mistura contínua de duas fases: água líquida e vapor. Desse modo:

$$\frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha u_i}{\partial x_i} = \dot{m}_\alpha, \quad (4.1)$$

onde  $u_i$  são as componentes de campo médio de velocidades,  $\rho$  é a massa específica e  $\dot{m}_\alpha$  representa a taxa de mudança de massa entre as fases de vapor e líquida, por unidade de volume da mistura, de modo que:

$$\dot{m}_v = -\dot{m}_l. \quad (4.2)$$

Os subscritos  $\alpha = (l, v)$  indicam, particularmente, as fases líquida ou de vapor; e  $r_\alpha$  é a fração volumétrica escalar para cada uma dessas fases. Com a abordagem de não-equilíbrio térmico entre as fases, a soma das duas frações volumétricas deve ser a unidade, isto é,  $r_l + r_v = 1$  (GERBER, 2002). Supondo que ambas as fases partilham a mesma velocidade, a equação de conservação da quantidade de movimento média é obtida pela substituição da massa específica do fluido  $\rho$  pela massa específica da mistura  $\rho_m = \rho_l r_l + \rho_v r_v$ , de modo que:

$$\rho_m \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \rho_m \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( 2\mu S_{ij} - \rho_m \overline{u'_i u'_j} \right) + \rho_m \bar{f}, \quad (4.3)$$

onde  $p$  é a a pressão média,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $f$  é um termo fonte (por exemplo, força gravitacional, de Coriolis ou centrífuga).  $S_{ij}$  são as componentes da parte simétrica do tensor de gradiente de velocidade. O tensor de Reynolds  $\rho_m \overline{u'_i u'_j}$  é fornecido pelo modelo de turbulência  $\kappa$ - $\omega$ -SST.

A Eq. 4.2 permite que os cálculos das duas fases sejam feitos resolvendo a equação da continuidade e a equação da quantidade de movimento escritas na forma da Eq. 4.3. A taxa de produção de vapor  $\dot{m}_v$  é obtida considerando a equação de Rayleigh-Plesset (PLESSET; PROSPERETTI, 1977). Assim, para uma bolha esférica nucleada no líquido

circundante, o crescimento dinâmico da bolha pode ser descrito como:

$$R_B \frac{d^2 R_B}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR_B}{dt} \right)^2 + \frac{2\sigma_{st}}{\rho_l R_B} = \frac{p_v - p}{\rho_l}, \quad (4.4)$$

onde  $R_B$  é raio de um sítio de nucleação,  $\sigma_{st}$  é o coeficiente de tensão superficial,  $p_v$  é a pressão no interior da bolha, assumida como sendo a pressão de vapor à temperatura do líquido, e  $p$  é a pressão no exterior da bolha.

Desprezando bolhas menores e a tensão superficial, como tratado por Plesset (PLESSET; PROSPERETTI, 1977), a aproximação de primeira ordem leva à Eq. 4.4:

$$\frac{dR_B}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (4.5)$$

A vazão em massa deve ser modelada para descrever a transferência de massa entre as fases de vapor e líquido, considerando os processos de vaporização e condensação, respectivamente. Definindo o número específico de bolhas por unidade de volume de mistura,  $N_B$  (note que,  $m_v = \rho_v \frac{4}{3} \pi R_B^3$ ), a taxa de variação de massa de vapor por unidade de volume é:

$$\dot{m}_v = N_B \rho_v 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (4.6)$$

A Eq. 4.6, em termos da fração volumétrica de vapor  $r_v = N_B 4\pi R_B^3 / 3$ , é dada por:

$$\dot{m}_v = \frac{3r_v \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (4.7)$$

A Eq. 4.7 trata apenas a vaporização, ou seja,  $\dot{m}_v > 0$ , uma vez que  $p_v - p$  é positivo. A Eq. 4.7 não consegue lidar com redução do raio ( $dR_B/dt < 0$ ) devido à condensação, que ocorre quando  $p > p_v$ . Ademais, o modelo original de Rayleigh-Plesset não leva em consideração o fenômeno de nucleação. A vaporização começa nos locais de nucleação e, à medida que a fração de volume de vapor aumenta, a densidade do local de nucleação diminui proporcionalmente. Assim, na expressão para vaporização,  $r_v$  é substituído por  $r_{nuc}(1 - r_v)$ , onde  $r_{nuc}$  é a fração de volume dos locais de nucleação (MORGUT; NOBILE, 2012). Finalmente, Bakir et al. (2004) propôs uma modificação que leva à Eq. 4.8, onde  $F_c$  é um coeficiente empírico adimensional para os processos de condensação e vaporização:

$$\dot{m}_v = F_c \frac{3r_{nuc}(1 - r_v)\rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_v - p|}{\rho_l}} \operatorname{sgn}(p_v - p). \quad (4.8)$$

Os coeficientes da Eq. 4.8 encontrados por Bakir et al. (2004) são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Constantes do material e condições para o modelo de Rayleigh-Plesset a  $25^\circ\text{C}$ .  
Fonte: Autor.

Quantidade	Valor
$F_c$	0,01 (Condensação) and 50 (Vaporização)
$\rho_l$	997 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_v$	0,02308 kg/m <sup>3</sup>
$r_{nuc}$	$5 \times 10^{-4}$
Diâmetro médio da bolha ( $R_B$ )	$1 \times 10^{-6}$ m
Pressão de vapor ( $p_v$ )	3,170 kPa

### 4.3 Esquema numérico-computacional

O presente trabalho adota um modelo geométrico inspirado naquele que foi desenvolvido por Silva et al. (2017) para o estudo da cavitação nas pás do rotor. A geometria da pá usa originalmente uma configuração de perfis NACA 65(3)-618 cuja distribuição é descrita na Tabela 3. Essa geometria foi empregada nas simulações sem difusor e nas simulações com difusor sem o procedimento proposto de otimização das pás. Note-se que o perfil NACA 65(3)-618 foi escolhido tão somente para desenvolver o procedimento de otimização, pois a seleção específica de perfil não está no escopo do presente estudo.

O domínio computacional é de  $31\text{m} \times 50\text{m} \times 150\text{m}$ , como ilustrado na Figura 11. As dimensões do domínio seguem o modelo adotado por Silva et al. (2017), construído a partir das informações contidas nos trabalhos de Mo e Lee (2012) e Yelmule e Anjuri (2013). O rotor está posicionado a  $2,5 D$  a partir da fronteira de entrada e a  $12,5 D$  para a fronteira de saída, de modo a reduzir a influência dessas fronteiras nos resultados. O centro do rotor e do difusor estão localizados a  $9,0\text{m}$  abaixo da superfície da água ( $H = 9 \text{ m}$ ).

Tabela 3. Distribuição original da corda e ângulo de torção das pás do perfil NACA 65(3)-618. Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017).

Raio $r$ (m)	Distância ( $r/R$ )	Corda (m)	Torção (graus)	Eixo(%corda)
0,793	0,148	0,27	24	30
0,949	0,189	0,56	20	30
1,185	0,237	0,55	16	30
1,400	0,280	0,51	13	30
1,635	0,327	0,47	11	30
1,860	0,372	0,43	10	30
2,086	0,417	0,39	8	30
2,311	0,462	0,35	7	30
2,536	0,507	0,33	6	30
2,761	0,552	0,30	5	30
2,985	0,597	0,28	5	30
3,210	0,642	0,26	4	30
3,432	0,686	0,26	4	30
3,657	0,731	0,26	3	30
3,880	0,776	0,26	3	30
4,101	0,820	0,25	2	30
4,328	0,865	0,26	2	30
4,550	0,910	0,26	2	30
4,776	0,955	0,26	2	30
5,000	1,000	0,11	1	30

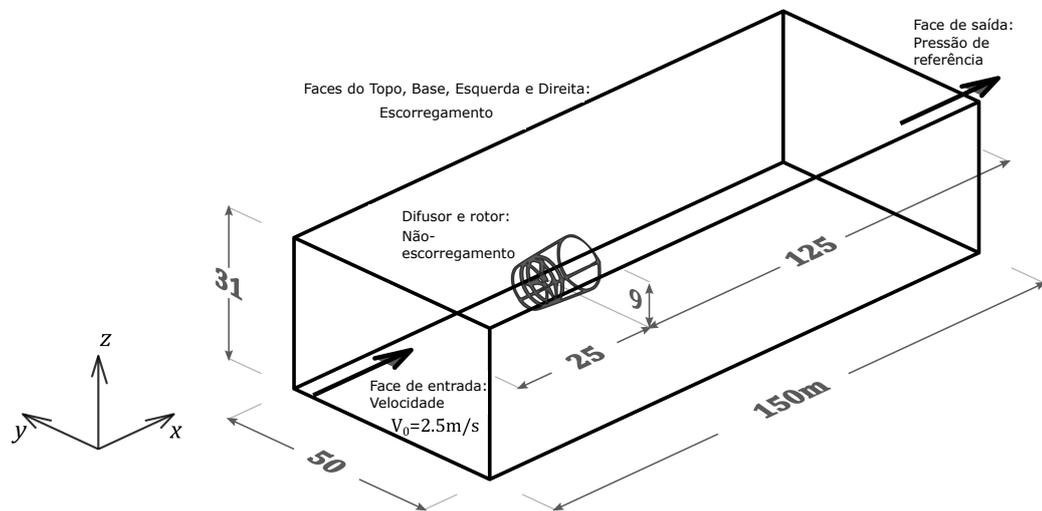


Figura 11. Domínio computacional e condições de contorno aplicados na simulação numérica do escoamento sobre a *DAHT*. Fonte: Autor, adaptado de Silva et al. (2017).

As condições de contorno são definidas com a seguir: uma velocidade uniforme ( $V_0$ ) de 2,5 m/s e um nível de turbulência de 5% de intensidade são aplicados na seção de entrada como uma condição de contorno de Dirichlet. Na fronteira de saída, uma condição

de contorno de pressão é especificada com uma pressão estática constante para evitar que ocorra retorno do escoamento. A condição de contorno de não-deslizamento é aplicada nas superfícies das pás e do difusor. A condição de deslizamento livre é satisfeita nas faces superior, inferior e lateral do domínio prismático. Uma velocidade angular de 35 rotações por minuto é imposta na zona de referência móvel. Os parâmetros principais são mostrados na Tabela 4. As condições de contorno estão descritas na Tabela 5.

Tabela 4. Parâmetros usados na simulação da *DAHT*. Fonte: Autor.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Diâmetro de turbina ( $D$ )	10,0 m
Diâmetro do bosso	1,5 m
Número de pás ( $N$ )	3
Massa específica da água ( $\rho$ ) a 25°C	997 kg/m <sup>3</sup>
Submersão da turbina ( $H$ )	9 m
$p_{atm}$	$1 \times 10^5$ Pa
$p_v$	$3,17 \times 10^3$ Pa
Aceleração da gravidade ( $g$ )	9,81 m/s <sup>2</sup>
Velocidade angular do rotor ( $\Omega$ )	35 rpm
Tipo de seção do fólio	NACA 65(3)-618

Tabela 5. Condições de Contorno. Fonte: Autor.

<b>Região</b>	<b>Condição</b>
Entrada	$V_0 = 2,50$ m/s
Saída	$p =$ constante
Rotor	<i>No-slip</i> (não-eskorregamento)
Difusor	<i>No-slip</i> (não-eskorregamento)
Superfícies externas	<i>Slip</i> (eskorregamento)
Domínio rotacional	Malha de referência ( <i>Frozen rotor</i> )
Intensidade de turbulência	5%

De modo a permitir diferentes níveis de refinamento, a malha computacional é dividida em três zonas: uma fina região cilíndrica ao redor do rotor da turbina; uma outra região cilíndrica que envolve o difusor; e a região prismática que envolve as duas anteriores, até as fronteiras do domínio. Dentro do cilindro fino de 10,5 m de diâmetro e 2 m de comprimento, o problema numérico é definido em relação a um referencial móvel, onde as equações governantes são resolvidas levando em consideração a componente de Coriolis e a força centrífuga, em um enfoque de rotor parado (*frozen rotor*).

A discretização do domínio fluido impacta fortemente a solução numérica, e o refinamento deve obedecer à importância da geometria na representação física do escoamento. De fato, a parede do rotor, a parede do difusor e o interior do difusor são regiões onde o refinamento da malha deve ser feito com atenção. A resolução da malha na camada limite próxima às paredes do rotor é importante devido à queda de pressão no lado da sucção da pá do rotor e a consequente ocorrência de cavitação quando a pressão é inferior à pressão de vapor nos núcleos de bolhas. De acordo com o valor do parâmetro  $y^+$  (SCHLICHTING; GERSTEN, 2000), definido como:

$$y^+ = \frac{\Delta_y u^+}{\nu}, \quad (4.9)$$

onde  $u^+$  é a velocidade de cisalhamento na parede,  $\Delta_y$  a distância da parede e  $\nu$  a viscosidade cinemática, a região próxima à parede pode ser dividida em três regiões distintas: camada viscosa ( $y^+ < 5$ ), camada intermediária ( $5 < y^+ < 30$ ) e camada totalmente turbulenta ( $y^+ > 30$ ) (WILCOX, 2006).

Para resolver com precisão a subcamada viscosa, os valores de  $y^+$  devem ser menores que 5. No presente modelo numérico, a camada limite próxima à zona da parede do rotor foi definida usando 25 elementos de células, aumentando a escala espacial com um fator de 1,2 entre as camadas adjacentes. A espessura do primeiro elemento de malha foi definida para  $10^{-6}$  m, levando a  $y_{max}^+ = 1,01$ , que é apropriado para o modelo de turbulência  $\kappa$ - $\omega$ -SST.

A distribuição da malha entre as zonas de refinamento é mostrada na Figura 12 a Figura 14. Antes das simulações, um estudo de convergência de malha foi realizado com cinco diferentes malhas, a fim de verificar a disposição mais adequada, número de células e nós. Em todas as malhas, os valores de potência e do parâmetro  $y^+$  foram verificados. A análise encontrou que a partir de um refinamento de malha de  $20,5 \times 10^6$  células não havia mais variação de tais parâmetros. Então, essa distribuição foi adotada para todas as simulações. Mais detalhes sobre a avaliação são encontrados na Seção 5.2.1.

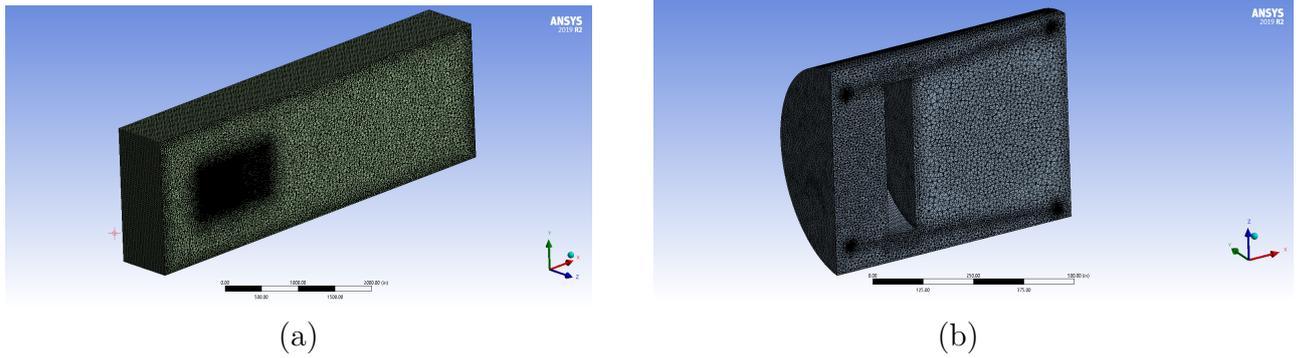


Figura 12. (a) Semi domínio exterior. Região escura no centro da imagem corresponde ao local onde ficam o difusor e o rotor da turbina. (b) Malha próxima ao difusor (malha do domínio exterior e região cilíndrica MRF foram suprimidas). Fonte: Autor.

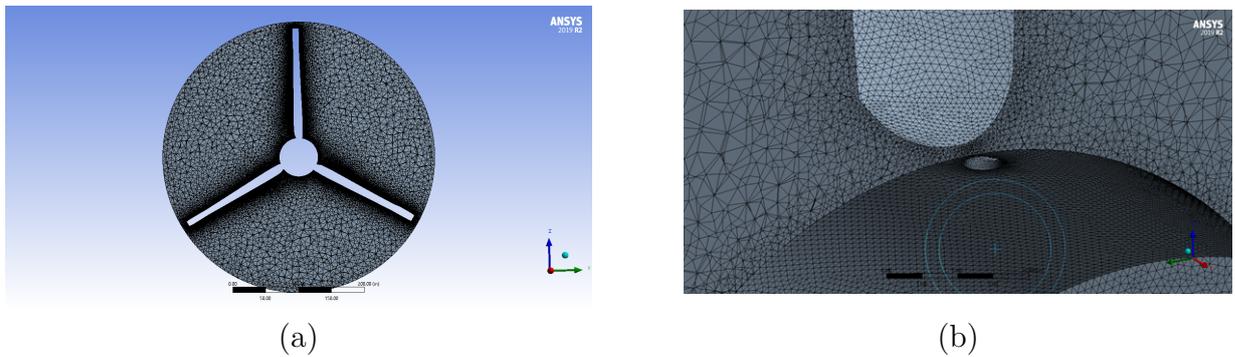


Figura 13. (a) Corte na região cilíndrica MRF que envolve o rotor. (b) Visualização da malha 3-D em seção próxima à raiz da pá. Fonte: Autor.

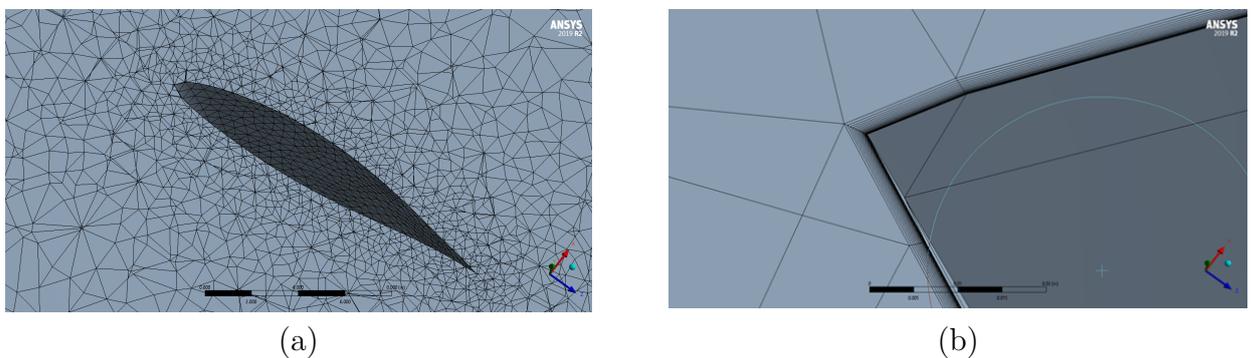


Figura 14. (a) Vista da malha não-estruturada em uma seção de pá. (b) Visualização do perfil do hidrofólio próximo ao bordo de ataque. Fonte: Autor.

## 5 Resultados e Discussão

Para avaliar os resultados obtidos com o modelo de otimização proposto, consideramos os parâmetros geométricos de projeto mostrados nas Tabelas 4 e 3 para todas as simulações. Os resultados estão divididos em duas fases: (i) o modelo de otimização é avaliado considerando a eficiência e o empuxo característicos do difusor e, (ii) simulações de *CFD* são feitas para verificar a otimização, a partir de um modelo de cavitação com base na fração volumétrica de vapor d'água.

### 5.1 Resultados do modelo de otimização

O procedimento de otimização analítico-numérico com e sem difusor apresenta as distribuições de cordas e ângulos de torção mostrados na Figura 15. Esses resultados são calculados para uma relação de área de difusor constante, apresentada na Tabela 6. A eficiência do difusor, a relação da área e o empuxo também são mostrados na Tabela 6, e foram obtidos a partir das dimensões e simulações feitas conforme a metodologia computacional descrita na seção 4.3. O difusor cônico usado aqui é escolhido apenas para fins de avaliação do comportamento do modelo. Este trabalho não pretende analisar qualquer variação da geometria do difusor.

A Figura 15 mostra que a turbina em efeito difusor não faz a corda local tender a zero na raiz e na extremidade da pá, como ocorre para turbinas sem difusor. Isso ocorre em função do fator de perda de Prandtl,  $F$ . Neste caso, a distribuição do ângulo de torção é fortemente impactada pelo difusor (Figura 15b). Tal como foi recentemente apontado por Vaz, Okulov e Wood (2020), em turbinas sem difusor, nos procedimentos de otimização usando o fator de Prandtl, a corda é sempre zero na raiz e na extremidade da pá, como mostrado na Figura 16. Isto acontece porque a velocidade na esteira distante,  $\varepsilon_4$ , dada pela Eq. 3.16, reduz-se para  $\varepsilon_4 = 1 - a_b F$  para o caso de turbina sem difusor, e então, se  $F \rightarrow 0$ ,  $c \rightarrow 0$ , como  $\varepsilon_4 \rightarrow 1$ . Para uma turbina com difusor, o termo extra na Eq. 3.16,

leva  $\varepsilon_4$  a ser sempre menor que a unidade, conseqüentemente tornando  $c > 0$ .

Este resultado demonstra que em qualquer otimização considerando o efeito do difusor, a corda nunca será zero na raiz e na extremidade da pá, mesmo usando modelos de perda nas extremidades. Conseqüentemente, o aumento da corda ao longo de toda a pá aumenta o torque produzido pelo rotor, o que é importante para o arranque da turbina, pois o comportamento de partida requer maior torque em baixa velocidade de corrente (VAZ et al., 2018; MOREIRA et al., 2020).

Tabela 6. Parâmetros de otimização do difusor. Fonte: Autor.

Parâmetro	Valor
$\beta$	0,7511
$\eta_d$	0,4712
$C_{Td}$	0,6458

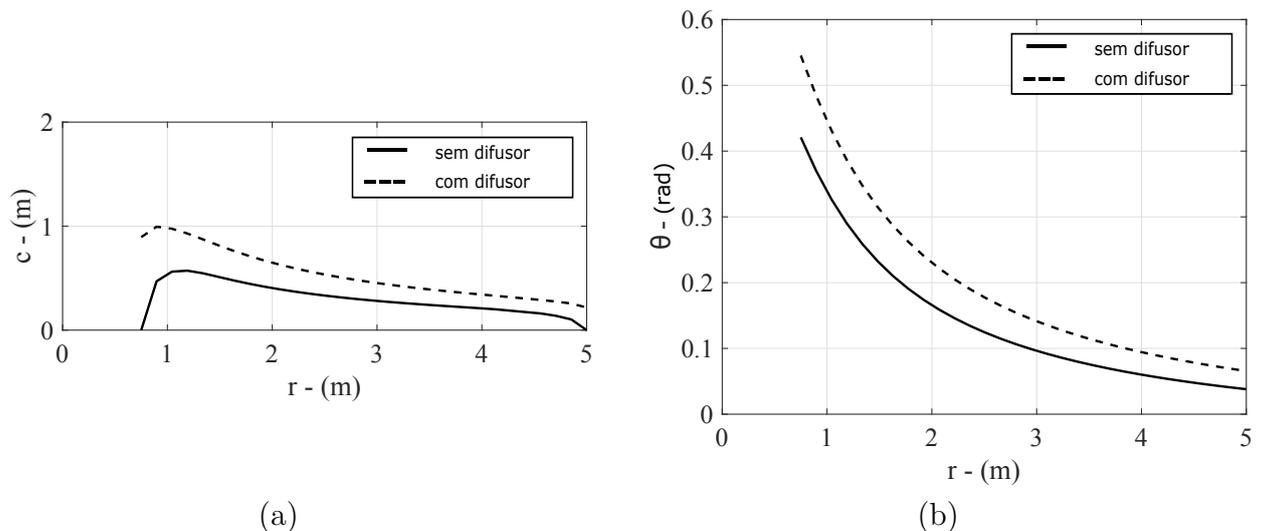


Figura 15. Resultado do modelo de otimização: (a) Corda e (b) distribuição do ângulo de torção ao longo da pá. Note-se que o termo *sem difusor* refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e *com difusor* refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor.

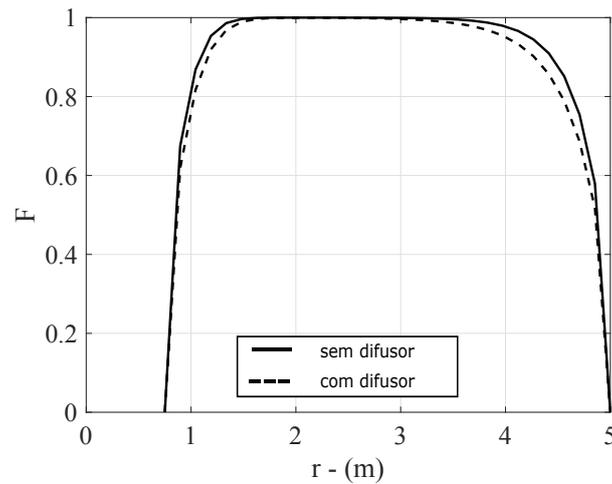


Figura 16. Resultado do modelo de otimização: Fator de perda de Prandtl sob efeito do difusor. Note-se que o termo *sem difusor* refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e *com difusor* refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor.

Para avaliar o desempenho do procedimento de otimização sob condição de cavitação para uma turbina com difusor, os parâmetros de projeto mostrados na Tabela 4 são levados em consideração. A distribuição da corda não corrigida e corrigida em relação à cavitação é mostrada na Figura 17a. Observe-se que a cavitação ocorre em aproximadamente 80% do comprimento da lâmina, e o modelo corrige a corda para evitá-lo. Quando  $W$  se torna maior do que  $V_{CAV}$ , o modelo impõe uma correção a fim de modificar a velocidade relativa, como mostrado na Figura 17b, para posições radiais  $r > 4,12$  m. A abordagem assume  $W$  sempre menor que  $V_{CAV}$ . Esta otimização da metodologia é semelhante à descrita por Do Rio Vaz, Vaz e Silva (2018), sendo a principal diferença a adição da eficiência do difusor e empuxo para a abordagem matemática, que não é relatada naquele trabalho. Para validar e comparar a otimização proposta com outros modelos disponíveis na literatura, simulações de *CFD* são realizadas na seção 5.2 usando duas turbinas, com e sem a disposição de difusor.

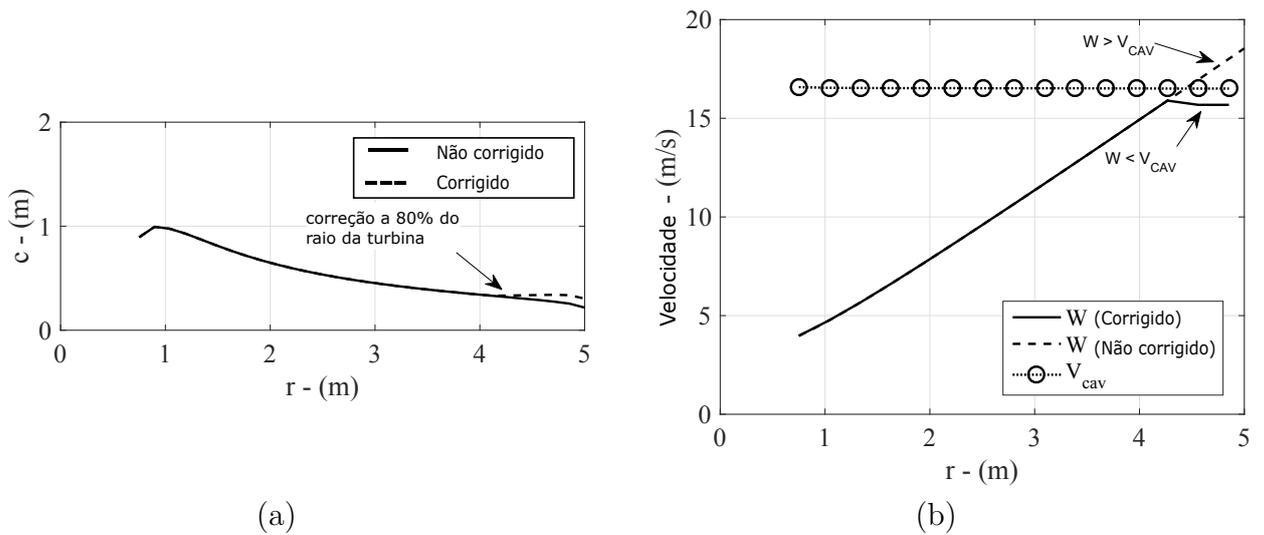


Figura 17. Resultado do modelo de otimização: (a) Efeito da cavitação na distribuição da corda ao longo da pá. (b) Velocidades relativas e de cavitação em função da posição radial. Note-se que o termo *sem difusor* refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e *com difusor* refere-se ao presente modelo de otimização da geometria das pás. Fonte: Autor.

### 5.1.1 Cavitação a partir do modelo proposto

A energia hidrocínética da água que passa pelo rotor é proporcional à vazão em massa. Envolver o rotor com um difusor é um método usual para aumentar a velocidade axial sobre o rotor e, conseqüentemente, o coeficiente de potência da turbina. No entanto, devido à mudança nos campos de velocidade e pressão, a cavitação pode ocorrer e afetar o desempenho do rotor. Uma geometria otimizada da pá deve ser capaz de mitigar esse efeito prejudicial.

A metodologia inicial de avaliação nessa etapa objetiva a comparação dos resultados de cavitação entre a turbina sem difusor e com difusor. Emprega-se a geometria original das pás apresentada no trabalho de Silva et al. (2017), sob o modelo analítico proposto no presente trabalho, embora sem a correção para a geometria otimizada.

A Eq. 3.1 mostra que a cavitação ocorre quando  $c_{pmin} + \sigma < 0$ . As turbinas com e sem difusor ficam sujeitas ao critério de cavitação que é aplicável em função da posição radial do elemento de pá, mostrado na Tabela 7.

De fato, a condição sem difusor mostra que a cavitação ocorre a partir de um raio acima de 3,50 m até a extremidade da pá. Esses resultados parecem estritamente consistentes com aqueles relatados por Silva et al. (2017).

Para o caso de turbina com difusor, a cavitação começa mais cedo, a partir de 3,00 m da posição radial da pá até a extremidade. A Figura 18 mostra o resultado da avaliação da cavitação na pá do rotor para as duas situações estudadas.

Tabela 7. Cálculos da aplicação do critério de cavitação na pá. Fonte: Autor.

$r$ [m]	Sem difusor			Com difusor		
	$W$ [m/s]	$\sigma$	$c_{pmin}$	$W$ [m/s]	$\sigma$	$c_{pmin}$
1,00	4,4366	17,9746	-4,4438	4,8882	14,8072	-4,5960
1,25	5,2192	12,8085	-3,8261	5,6089	11,0903	-4,2369
1,50	6,0395	9,4309	-3,1398	6,3809	8,4489	-3,6099
1,75	6,8841	7,1554	-2,8491	7,1868	6,5652	-3,4404
2,00	7,7450	5,5713	-2,4387	8,0165	5,2003	-3,0272
2,25	8,6173	4,4344	-2,2454	8,8635	4,1915	-2,8229
2,50	9,4979	3,5959	-2,1149	9,7230	3,4313	-2,5876
2,75	10,3847	2,9625	-2,0876	10,5926	2,8474	-2,5156
3,00	11,2762	2,4740	-1,9430	11,4700	2,3911	-2,2933
3,25	12,1714	2,0904	-1,7277	12,3537	2,0292	-2,0685
3,50	13,0695	1,7843	-1,7887	13,2425	1,7379	-1,7737
3,75	13,9700	1,5365	-1,5611	14,1354	1,5008	-1,5322
4,00	14,8724	1,3336	-1,3559	15,0299	1,3058	-1,3339
4,25	15,7764	1,1654	-1,1897	15,9229	1,1441	-1,1691
4,50	16,6818	1,0247	-1,0465	16,8117	1,0089	-1,0314
4,75	17,5882	0,9060	-0,9224	17,6833	0,8963	-0,9166
5,00	18,4957	0,8049	-0,8194	18,5221	0,8026	-0,8180

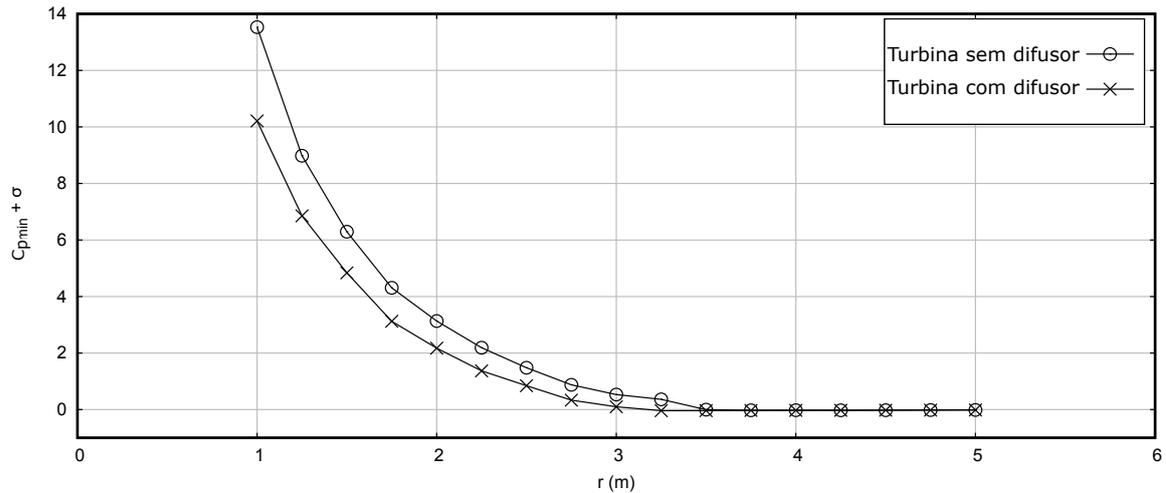


Figura 18. Resultado da aplicação do critério de cavitação ( $c_{pmin} + \sigma$ ) [Eq. 3.1] na pá das turbinas. Note-se que o termo *Turbina sem difusor* refere-se ao resultado do trabalho de Silva et al. (2017), e *Turbina com difusor* refere-se ao modelo proposto de otimização, sem correção, e sob efeito difusor. Fonte: Autor.

## 5.2 Resultados da simulação *CFD*

### 5.2.1 Validação numérica e estudo de convergência de malha

Para garantir resultados confiáveis e precisos, é imperativo que sejam feitos estudos de convergência de malhas e validações com resultados experimentais nas simulações numéricas. Para fins de validação numérica, a razão de aceleração ( $\gamma$ ) do difusor, obtida por simulação *CFD*, foi comparada com os dados experimentais obtidos por Barbosa et al. (2015).

As medições são realizadas com um difusor de 0,255 m de comprimento com 0,5 mm de espessura e 5 graus de ângulo de abertura. No modelo numérico, o difusor está vazio, nenhuma malha rotacional foi implementada no difusor interno. A camada limite próxima à parede é definida com 25 camadas, aumentando em um fator de 1,2 entre as células adjacentes. A Figura 19 mostra a razão de velocidade ( $V_x/V_o$ ) na linha central do difusor com a posição relativa ao longo do difusor ( $X/L_d$ ) e mostra uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais no pico da curva. Este ponto é importante porque é o local onde está posicionada a turbina.

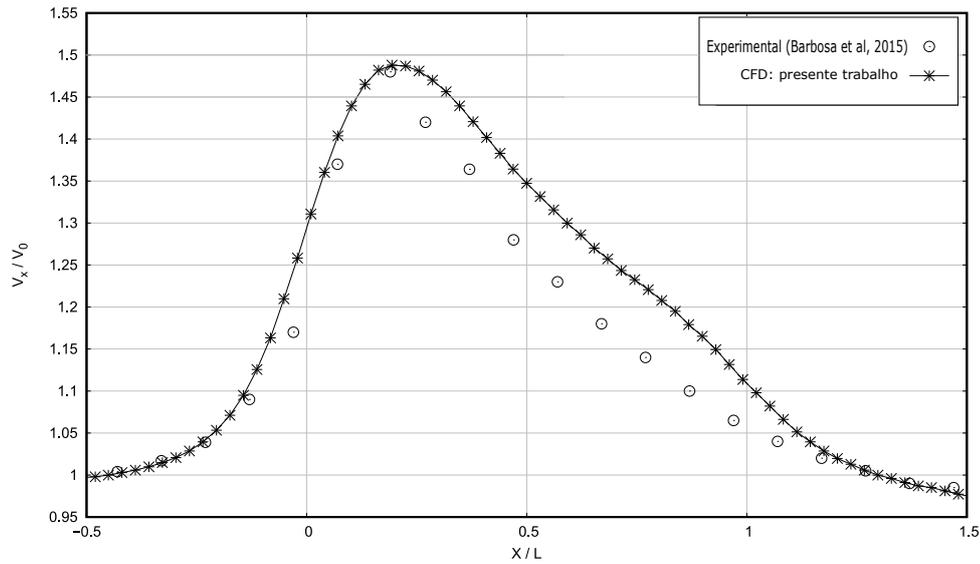


Figura 19. Resultado de razões de velocidade ( $V_x/V_0$ ) experimental e de *CFD* com difusor isolado. Fonte: Autor, adaptado de Barbosa et al. (2015).

Conforme discutido na Seção 4.3, a discretização do domínio do fluido impacta fortemente na solução numérica e o refinamento deve considerar a efetiva importância da geometria na representação física do escoamento. Um refinamento da malha foi aplicado nas regiões internas e circunvizinhas do difusor, a jusante e a montante do rotor, para avaliar a dependência da malha. Utilizou-se um critério de qualidade do refinamento da malha com base nos resultados da potência da turbina. Conforme mostrado na Tabela 8, mesmo com uma diferença de mais de um milhão de nós entre as Malhas D e E do caso com difusor, não há alteração significativa nos valores de potência mecânica, evidenciando a convergência da malha para os resultados numéricos. Estudo da convergência de malha pelo método *GCI* foi também elaborado e é mostrado na Seção 5.2.1.1.

Tabela 8. Refinamento de malha - turbina com difusor. Fonte: Autor.

Malha	Células [ $\times 10^6$ ]	$y_{max}^+$	Potência	Dif. [%]
A	16,2	1,32	388 kW	-
B	17,6	1,01	337 kW	13,1
C	18,4	1,15	333 kW	1,2
D	19,4	1,10	325 kW	2,4
E	20,5	1,11	324 kW	0,3

### 5.2.1.1 Índice de Convergência de Malha

A medida da incerteza da convergência dos resultados dos cálculos *CFD* pode ser determinada por uma metodologia que utiliza um parâmetro de estimativa denominado Índice de Convergência de Malha (do inglês, *GCI*) (ROACHE, 1994). O método *GCI* é uma medida da defasagem entre um valor numérico efetivamente obtido e um valor assintótico dentro de uma faixa de convergência da variável de mérito,  $f$ , associada ao objetivo da análise *CFD* e dependente do refinamento da malha.

Por meio de, no mínimo, duas soluções de malha – uma menos e outra mais refinada –, o método usa um parâmetro para estimar o erro de convergência de malha aplicando a teoria generalizada de extrapolação de Richardson. Pela aplicação do método, é possível obter o erro para a malha mais refinada, que se apresenta como um intervalo que pode conter a solução numérica assintótica de convergência (CELIK; ZHANG, 1995). Mais especificamente com a metodologia *GCI*, são obtidas as seguintes expressões:

$$GCI_{[refinada]} = F_s \frac{|\varepsilon|}{r^p - 1}, \quad (5.1)$$

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1}, \quad (5.2)$$

onde  $F_s$  é o fator de segurança do método,  $r$  é a razão de refinamento da malha e  $p$  é a ordem de convergência da solução numérica.

O fator de segurança,  $F_s$ , tem recomendação na faixa de 1 a 3 (CELIK; ZHANG, 1995). Um valor de 3 representa um fator conservador, relacionado a um nível de incerteza mais elevado para a estimativa do erro, usualmente com o emprego de apenas duas malhas. Valores menores podem ser empregados caso haja mais conhecimento do processo de geração e refinamento da malha. Um fator em torno de 1,25 é indicado por Roache (2003) com o emprego em três ou mais malhas para verificar se a solução numérica encontra-se no comportamento assintótico de convergência.

O índice *GCI* é uma medida percentual da defasagem entre o valor obtido em

uma simulação numérica específica e o valor assintótico de convergência. Em síntese, o índice indica quanto a solução numérica deve mudar em caso de refinamento adicional da malha. Um valor pequeno de  $GCI$  indica que os resultados numéricos estão em uma faixa assintótica de convergência.

No caso de três malhas, a checagem da convergência das soluções pode ser feita pela obtenção do quociente entre os índices ( $Q$ ), relativos aos respectivos pares de malhas:

$$Q = \frac{GCI_{23}}{r^p GCI_{12}}, \quad (5.3)$$

No presente estudo foram adotados os valores disponíveis na Tabela 8 para aplicação do método, considerando as três malhas mais refinadas.

O número de células ( $h$ ) em cada malha foi adotado para o cálculo da razão efetiva de refinamento, na forma:  $r_{ef} = (h_1/h_2)^{1/3}$ , de modo a considerar a tridimensionalidade do problema. A potência elétrica da turbina foi adotada como a variável de mérito da simulação numérica ( $f$ ).

Foram calculados a ordem de convergência, a extrapolação de Richardson para o refinamento máximo (zero de espaçamento da malha) e o índice  $GCI$ . A ordem de convergência é dada por Roache (1994):

$$p = \ln \frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1} / \ln(r_{ef}), \quad (5.4)$$

A Tabela 9 e Tabela 10 mostram os resultados da metodologia.

Tabela 9. Resultados da Metodologia  $GCI$  para os pares de malhas. Fonte: Autor.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Ordem de convergência	$p = 113, 11$
Estimativa de zero valor de malha	$f = 323, 85$
Fator de segurança	$F_s = 1, 25$

Tabela 10. Parâmetro  $GCI$  da simulação numérica. Fonte: Autor.

<b>Malha</b>	<b>Razão, <math>r</math></b>	<b><math>GCI</math> (%)</b>
1 - 2	1,018554	0,055115
2 - 3	1,017797	0,484170

Tabela 11. Quociente de checagem de convergência de malha. Fonte: Autor.

<b>Faixa entre malhas</b>	<b>Q</b>
1-2 a 2-3	0,910

Observando os dados da Tabela 11, notamos que o quociente  $Q$  está próximo à unidade, o que indica que as soluções estão dentro da faixa de convergência assintótica. Portanto, podemos inferir que a potência elétrica da turbina obtida numericamente tem valor estimado de 323,85 kW, com um erro de faixa de 0,055%. Esse resultado atesta a convergência da solução numérica com a malha mais refinada que foi adotada nas simulações.

### 5.2.2 Cavitação a partir da simulação numérica

De modo adicional, a produção de cavitação também foi avaliada pelos resultados das simulações *CFD* dos seguinte casos: (i) turbina sem difusor; (ii) turbina com difusor na geometria original e (iii) turbina com difusor e geometria otimizada.

Conforme discutido na Seção 4.2, o volume total de vapor é usado para quantificar a cavitação. Desta forma, considera-se que a cavitação ocorre apenas quando a fração de volume do vapor é maior que 0,01. Para a turbina sem difusor, a simulação indica um volume de vapor igual a 383,6 mℓ, enquanto para a turbina revestida indica 779,2 mℓ.

A turbina com difusor e pás otimizadas mostra produção insignificante de vapor (ver Tabela 12). Portanto, as simulações numéricas mostram que a turbina com difusor produz o dobro de vapor d'água em comparação com a turbina sem difusor, enquanto que o procedimento de otimização proposto neste trabalho mostra-se capaz de neutralizar a produção de vapor do sistema.

Tabela 12. Resultados da produção de vapor na pá. Fonte: Autor.

<b>Turbina</b>	<b>Valor[mℓ]</b>
Sem difusor	383,6
Com difusor não-corrigido	779,2
Com difusor corrigido	0,15

A Figura 20 (a) mostra a região da pá superior onde ocorre a cavitação, no lado

de sucção da turbina sem difusor. A Figura 20 (b) mostra a mesma região onde ocorre a cavitação para a turbina revestida com difusor. Esse significativo aumento na produção de cavitação ocorre porque a pá otimizada em Silva et al. (2017) não considera o efeito do difusor. Esse fato demonstra a necessidade de levar em conta, no processo de otimização da pá, as mudanças no escoamento ocasionadas pelo difusor.

O resultado da otimização da geometria da pás em função do efeito difusor e da cavitação, conforme apresentada na Seção 5.1, é mostrado na Figura 20 (c). A geometria corrigida da pá foi testada exatamente nas mesmas condições de simulação da configuração de turbina com difusor. As simulações numéricas foram conduzidas mantendo-se a distribuição da malha e os parâmetros usados para a Malha E. Pode ser observado que o resultado foi uma completa ausência de cavitação neste caso da geometria corrigida da pá do rotor, ou seja, a metodologia de correção da geometria é capaz de integralmente evitar o surgimento da cavitação. Isso ocorre em decorrência da técnica de otimização aplicada, que considera o aumento da corda e do ângulo de torção, como mostrado na Figura 15. O aumento da corda é uma consequência direta da Eq. 3.19, que mostra a extrema dependência entre a corda e a velocidade relativa do escoamento,  $W$ .

Na Figura 21, o contorno de pressão e as linhas de corrente para a turbina com difusor, considerando a geometria não-corrigidas das pás, são mostrados. Adicionalmente, na Figura 22, os mesmos dados são mostrados para a configuração de geometria de pás corrigidas da turbina com difusor. Para uma visualização mais detalhada do campo de pressão no fluido nas proximidades da ponta das pás, foi selecionada uma seção no raio de  $r = 4,9$  m. Os dados são mostrados na Figura 23, para todos os casos estudados. Após a correção da geometria das pás, não foi encontrada cavitação, pois os valores de pressão estão todos acima da pressão de vaporização do fluido.

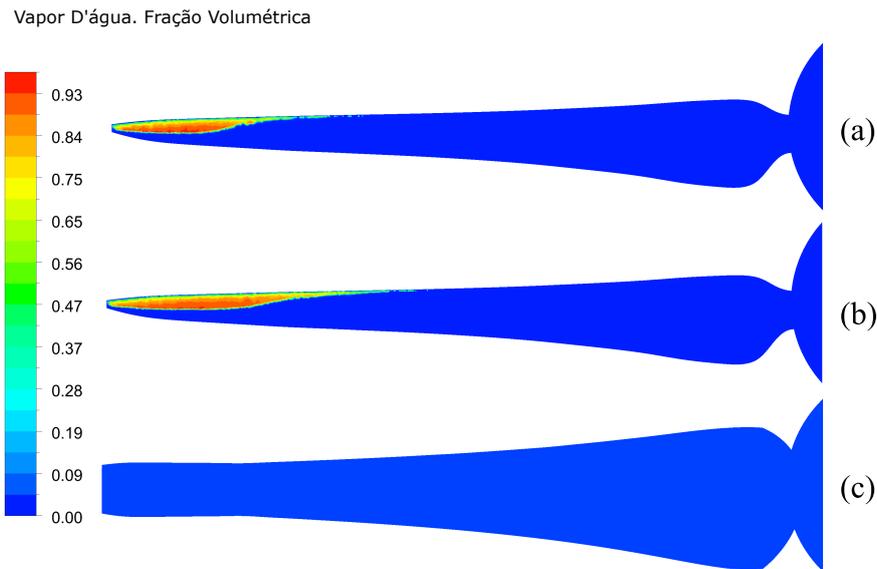


Figura 20. Resultados da simulação *CFD*. Fração volumétrica de vapor d'água ( $r_v$ ) no bordo de sucção da pá: (a) turbina sem difusor; (b) turbina com difusor; (c) turbina com difusor e pás corrigidas. Fonte: Autor.

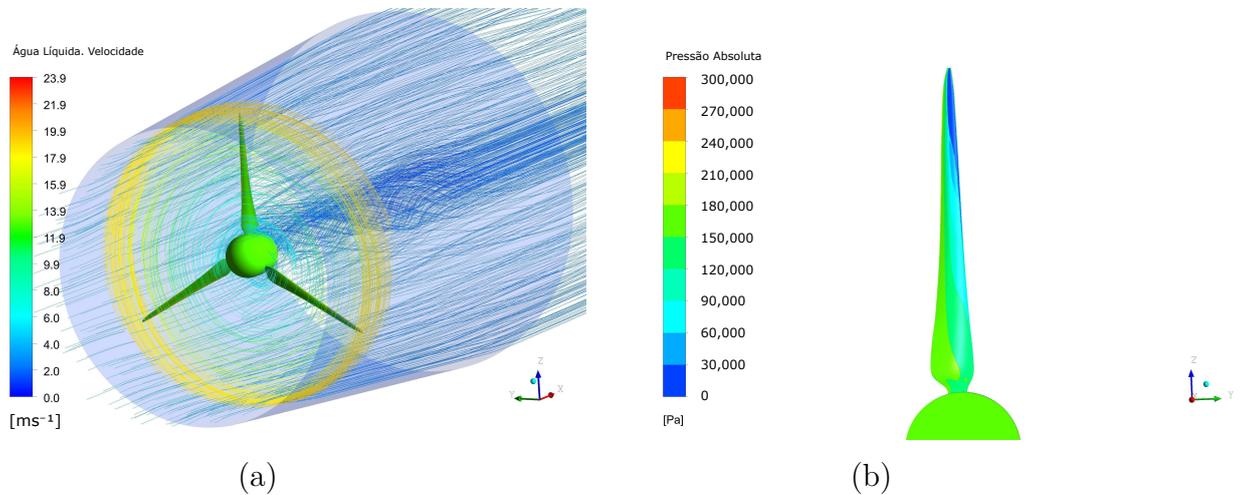


Figura 21. Resultados da simulação *CFD*. Linhas de correntes em cores pela velocidade do escoamento e contorno de pressão na superfície da pá não-corrigida. (a) lado de pressão. (b) lado de sucção. Fonte: Autor.

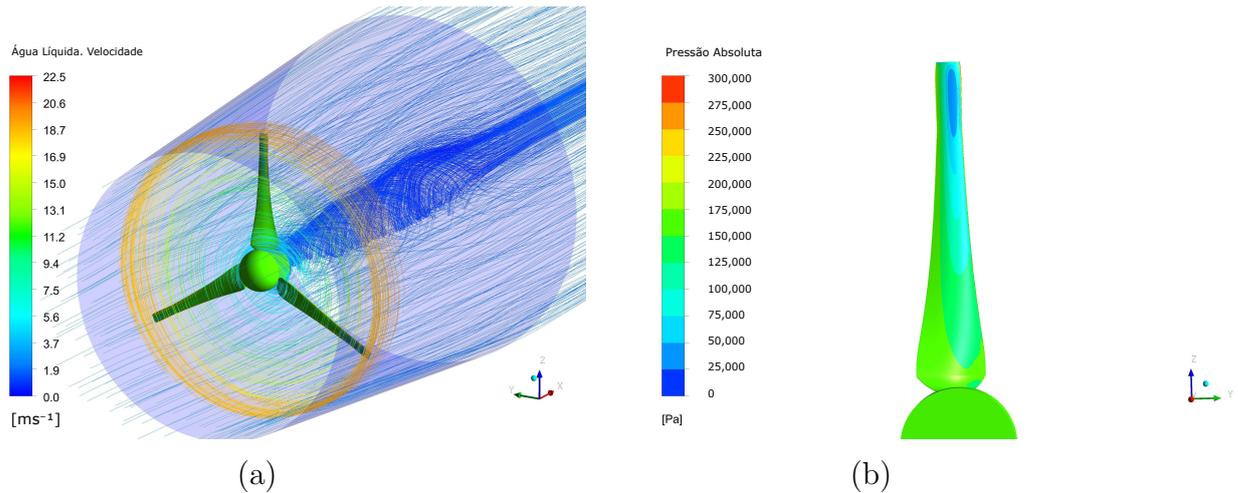


Figura 22. Resultados da simulação *CFD*. (a) Linhas de correntes em cores pela velocidade do escoamento. Lado de pressão. (b) Contorno de pressão na superfície da pá corrigida. Lado de sucção. Fonte: Autor.

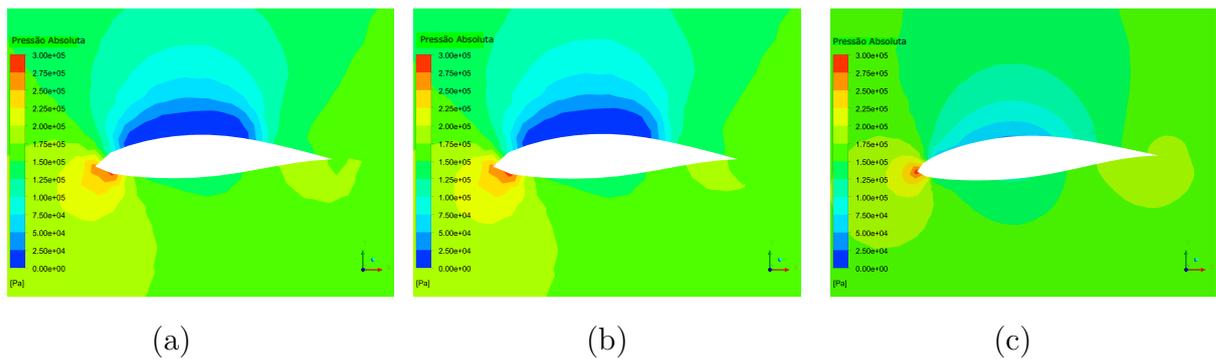


Figura 23. Resultados da simulação *CFD*. Contorno de pressão a uma distância radial de 4.9 m a partir do centro do rotor. (a) Turbina sem difusor. (b) Turbina com difusor. (c) Turbina com difusor e pás otimizadas (corrigidas). Fonte: Autor.

### 5.3 Resultados do Coeficiente de Potência

O coeficiente de potência da turbina em função da *TSR* da formulação do *BEMT* proposta no presente trabalho é mostrado na Figura 24. Note que a curva de  $C_P$  parece ser constante quando comparada com aquela apresentada por Silva et al. (2017). Esse comportamento foi também apontado por Vaz, Okulov e Wood (2020), no qual os autores sugerem que turbinas eólicas aumentadas por difusores têm curvas de potência praticamente constantes em comparação com turbinas sem difusores. Esta é uma constatação importante, pois implica em verificar que uma turbina com difusor tem a capacidade de sustentar uma

eficiência mais elevada para uma faixa mais ampla de condições operacionais.

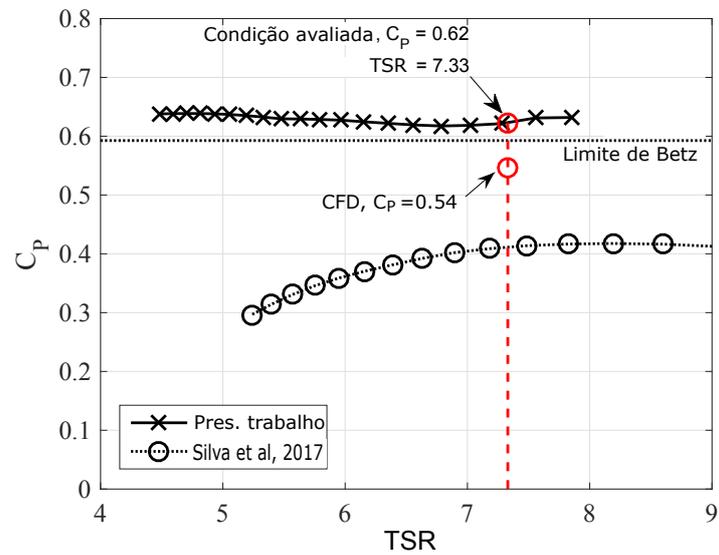


Figura 24. Resultado do modelo de otimização. Coeficiente de Potência ( $C_p$ ) em função da razão de velocidade ( $TSR$ ) na turbina hidrocínica com pás otimizadas (corrigidas). Considerando a potência de 325 kW, apresentado na Tabela 8, o  $C_p$  da simulação  $CFD$  com as pás otimizadas tem valor de 0,54. Fonte: Autor.

## 6 Conclusão

### 6.1 Aspectos gerais

O emprego de tecnologias hidrocínéticas para geração de energia elétrica em regiões de grande extensão territorial como a Amazônia contém grandes desafios relacionados aos custos de implantação de sistemas isolados. O propósito principal da presente pesquisa foi desenvolver uma ferramenta de análise capaz de facilitar a tarefa de concepção de pás de rotores hidrocínéticos, que, em última análise, se traduz em um modo de contribuir para a redução dos custos de construção e manutenção desse tipo de sistema.

O estabelecimento do modelo matemático de otimização desenvolvido no presente trabalho mostrou-se propício ao uso nos estágios iniciais do projeto de geometria das pás de turbinas hidrocínéticas aumentadas por difusor sob efeito de cavitação. A nova formulação, com hipótese de extensão da teoria do *BEMT* clássico, trata a influência do difusor por meio do coeficiente de empuxo,  $C_{Td}$  e eficiência do difusor,  $\eta_d$ , sendo aplicável à rotores hidrocínéticos ou eólicos de eixo horizontal, em um custo computacional menor quando comparado à simulações *CFD* ou em menor tempo e custo, quando comparado a métodos experimentais, o que plenamente justifica seu uso.

Ao inserir e considerar expressões independentes para os parâmetros do difusor, o modelo proposto mostra-se mais representativo do problema físico em questão quando comparado aos modelos desenvolvidos por Silva et al. (2017) e Do Rio Vaz, Vaz e Silva (2018). Em síntese, o modelo capta a intrínseca variação de dependência dos valores da corda e do ângulo de torção com  $W^2$  nas expressões, como é mostrado na Eq. 3.19, o que é relevante para o estabelecimento da geometria otimizada das pás, sob um processo iterativo de busca e avaliação em cada seção.

Em síntese, as expressões para o fator de indução axial,  $a'_{b_{opt}}$  (Eq. 3.23), e do fator de velocidade,  $\varepsilon_{4_{opt}}$  (Eq. 3.24), estabelecem um tratamento inédito para o problema e constituem a maior contribuição do trabalho para o estado atual da pesquisa. A primeira,

porque expressamente insere os parâmetros do difusor no modelo *BEMT*. A segunda, porque, além de trabalhar tais parâmetros, propicia o ajuste no fator de Prandtl que produz corda diferente de zero nas extremidades das pás.

Na avaliação da cavitação, o modelo analítico leva em consideração a contribuição do difusor no escoamento que atravessa a turbina hidrocínética. Em seu algoritmo, altera a corda e o ângulo de torção da geometria original da pá de modo a manter a velocidade relativa,  $W$ , sempre inferior à velocidade de cavitação,  $V_{CAV}$ , resultando em uma nova geometria na qual se busca a eliminação da ocorrência de cavitação.

A melhor representatividade física do modelo matemático desenvolvido também é percebida pelo fato de a turbina otimizada sob efeito difusor não tender a produzir corda de comprimento nulo nas pontas das pás e nas proximidades do bosso (Figura 15a), como acontece com os modelos anteriores que também empregam o fator de Prandtl,  $F$ . Tal resultado impacta diretamente nos aspectos construtivos e de vida útil das pás, da mesma forma como demonstra que o modelo captura a influência do aumento de velocidade do fluido, decorrente da presença do difusor, na distribuição dessas cordas e ângulos de torção da pá (Figura 15b).

Resultados quantitativos de aumento do coeficiente de potência,  $C_P$ , para sistemas hidrocínéticos aumentados por difusores ainda são escassos na literatura. Acréscimos de até 79% na eficiência em turbinas hidrocínéticas foram encontrados por Nunes et al. (2019). Kokasih e Tondelli (2012) relataram acréscimos de até 100% no  $C_P$  para turbinas com difusor, tendo encontrado valores de 77% para turbina sob *TSR* de cerca de 7,3. O presente modelo analítico, comparado com os resultados de simulação obtidos por Silva et al. (2017), apresenta valor de 51% de aumento na eficiência da turbina com difusor e pás otimizadas nessa faixa de *TSR*, o que mostra aderência aos valores de referência disponíveis.

Da simulação em *CFD*, podemos notar que o emprego da geometria otimizada das cordas foi capaz de reduzir significativamente a produção de vapor, como mostrado na Tabela 12. Ademais, houve redução da ocorrência de cavitação no lado de sucção das pás do rotor pelo uso das pás corrigidas, como mostrado na Figura 22. Comparando o valor de  $C_P$  da simulação da turbina otimizada com os resultados obtidos por (SILVA et al.,

2017), o acréscimo fica em torno de 32%. A predição da cavitação mostrou-se aderente aos estudos apresentados por Silva et al. (2017) e a vantagem da modificação da distribuição das cordas das pás, decorrentes do processo de otimização, pode ser percebida claramente nos resultados analíticos e na simulação numérica (Figura 24) .

## 6.2 Limitações

As principais limitações do presente modelo são:

- (a) Há necessidade de validação usando resultados experimentais, além da validação em condições diferentes daquelas empregadas no presente trabalho.
- (b) Há necessidade de validação com diversidade de geometrias de difusores;
- (c) O modelo não foi estudado para geometrias de pás mais complexas que apresentem variação do eixo de torção das seções, por exemplo.

## 6.3 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, propõe-se o seguinte:

- (a) ampliar a investigação para o estudo de outras geometrias de difusor;
- (b) realizar experimentos que adotem a geometria otimizada proveniente do presente método, considerando a ação do efeito da cavitação e a presença do difusor;
- (c) ampliar a investigação da geometria da pá com verificação da distribuição de cordas, ângulos de torção e *skew*, seja por avaliação experimental ou por meio de simulação computacional;
- (d) estender os resultados de simulação no sentido de considerar condições de operação mais realistas, onde possam ser avaliados efeitos de atrito no fundo e paredes, bem como efeito de superfície-livre nos contornos do modelo *CFD*.

- (e) estudo de viabilidade técnica e econômica da implantação de turbinas hidrocinéticas com difusores em face dos eventuais ganhos de eficiência pelo uso desse tipo de aparato.

## Referências

- ADHIKARI, R. C.; VAZ, J.; WOOD, D. Cavitation inception in crossflow hydro turbines. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 4, p. 237, 2016. Citado na página 37.
- BAJAH, A.; MOLLAND, A.; CHAPLIN, J.; BATTEN, W. Power and thrust measurements of marine current turbines under various hydrodynamic flow conditions in a cavitation tunnel and a towing tank. *Renewable Energy*, v. 32, p. 407–426, 2007. Citado na página 32.
- BAKIR, F.; REY, R.; GERBER, A.; T, B.; B, H. Numerical and experimental investigations of the cavitating behaviour of an inducer. *International Journal of Rotating Machinery*, 10:15-25, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- BARBER, R. B.; MOTLEY, M. R. Cavitating response of passively controlled tidal turbines. *Journal of Fluids and Structures*, v. 66, p. 462–475, 2016. Citado na página 24.
- BARBOSA, D.; VAZ, J.; FIGUEIREDO, S.; SILVA, M. E.; LINS, E.; MESQUITA, A. An investigation of a mathematical model for the internal velocity profile of conical diffusers applied to DAWTs. *Annals of The Brazilian Academy of Sciences*, 87(2):1133–1148, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 10, 44, 59 e 60.
- BATTEN, W.; BAHAJ, A.; MOLLAND, A.; CHAPLIN, J. The prediction of the hydrodynamic performance of marine current turbines. *Renewable energy*, Elsevier, v. 33, n. 5, p. 1085–1096, 2008. Citado na página 33.
- BENJANIRAT, S.; SANKAR, L. Evaluation of turbulence models for the prediction of wind turbine aerodynamics. *AIAA-2003-0517*, 2003. Citado na página 45.
- BET, F.; GRASSMANN, H. Upgrading conventional wind turbines. *Renewable Energy*, 28(1):71–78, 2003. Citado na página 45.
- BLANCO, C.; SECRETAN, Y.; MESQUITA, A. Decision support system for micro-hydro power plants in the amazon region under a sustainable development perspective. *Energy Sustainable Development*, 25:33, 2008. Citado na página 23.
- BONTEMPO, R.; MANNA, M. Effects of the duct thrust on the performance of ducted wind turbines. *Energy*, Elsevier, v. 99, p. 274–287, 2016. Citado na página 40.
- BUCKLAND, H.; MASTERS, I.; ORME, J.; BAKER, T. Cavitation inception and simulation in blade element momentum theory for modelling tidal stream turbines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, v. 227, p. 479–485, 06 2013. Citado na página 24.
- CELIK, I.; ZHANG, W.-M. Calculation of numerical uncertainty using Richardson extrapolation: Application to some simple turbulent flow calculations. *Journal of Fluids Engineering*, 117(3), 439, 1995. Citado na página 61.

- CHEN, Y.; CHEN, X.; GONG, Z.; LI, J.; LU, C. Numerical investigation on the dynamic behavior of sheet/cloud cavitation regimes around hydrofoil. *Applied Mathematical Modelling*, 000, 1-23, 2016. Citado na página 35.
- DE VRIES, O. Fluid dynamic aspects of wind energy conversion. *Advisory Group for Aeronautical Research and Development*, 243, 1979. Citado na página 30.
- DO RIO VAZ, D. A. T.; MESQUITA, A. L. A.; VAZ, J. R.; BLANCO, C. J. C.; PINHO, J. T. An extension of the blade element momentum method applied to diffuser augmented wind turbines. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 87, p. 1116–1123, 2014. Citado na página 39.
- DO RIO VAZ, D. A. T.; VAZ, J. R.; SILVA, P. A. An approach for the optimization of diffuser-augmented hydrokinetic blades free of cavitation. *Energy for Sustainable Development*, Elsevier, v. 45, p. 142–149, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 33, 41, 56 e 68.
- EATON, J.; BATEMAN, D.; HAUBERG, S.; WEHBRING, R. *GNU Octave version 5.2.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations*. 2020. Disponível em: <<https://www.gnu.org/software/octave/doc/v5.2.0/>>. Citado na página 77.
- GERBER, A. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *IMECE 2002, 17-22, IMECE2002-39315*, 2002. Citado na página 47.
- GOUNDAR, J. N.; AHMED, M. R.; LEE, Y.-H. Numerical and experimental studies on hydrofoils for marine current turbines. *Renewable energy*, Elsevier, v. 42, p. 173–179, 2012. Citado na página 37.
- GUINARD, E. *Hydrokinetic turbine 3.5kW*. 2021. Acesso em 11-11-2022. Disponível em: <<https://www.guinard-energies.bzh/en/our-products/p66-hydrokinetic-turbine-3-5-kw/>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 30.
- GUO, Q.; ZHOU, L.; WANG, Z. Numerical simulation of cavitation for a horizontal axis marine current turbine. *International Symposium of Cavitation and Multiphase Flow*, v. 72, p. 042–045, 2015. Citado na página 32.
- HANSEN, M. O. *Aerodynamics of wind turbines*. New York, US: Routledge, 2015. Citado na página 31.
- HANSEN, M. O. L.; SØRENSEN, N. N.; FLAY, R. Effect of placing a diffuser around a wind turbine. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, Wiley Online Library, v. 3, n. 4, p. 207–213, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 9, 30, 31 e 40.
- IBRAHIM, W.; MOHAMED, M.; ISMAIL, R.; LEUNG, P.; XING, W.; SHAH, A. Hydrokinetic energy harnessing technologies: A review. *Energy Reports*, 7:2021-42, 2021. Citado na página 20.
- IEA. *Renewable electricity generation increase by technology, 2019-2020 and 2020-2021*. International Energy Agency, 2021. Disponível em: <<https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/renewable-electricity-generation-increase-by-technology-2019-2020-and-2020-2021>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 21.

- IGRA, O. Research and development for shrouded wind turbines. *Energy Conversion and Management*, 21:13-48, 1981. Citado na página 45.
- JO, C.; YIM, J.; K.H, L.; RHO, Y. Performance of horizontal axis tidal current turbine by blade configuration. *Renewable Energy*, 42:195-206, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- KIRKE, B. Hydrokinetic and ultra-low head turbines in rivers: A reality check. *Energy for Sustainable Development*, 52, 1:10, 2019. Citado na página 24.
- KOKASIH, B.; TONDELLI, A. Experimental study of shrouded micro-wind turbine. *Procedia Engineering*, 49, 2012. Citado na página 69.
- LAUTERBORN, W.; OHL, C.-D. Cavitation bubble dynamics. *Ultrasonics sonochemistry*, Elsevier, v. 4, n. 2, p. 65–75, 1997. Citado na página 37.
- MENTER, F. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598-1605, 1994. Citado na página 46.
- MENTER, F.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Heat and Mass Transfer*, v. 4, 01 2003. Citado na página 47.
- MME. *Balanco Energético Nacional: Relatório 2021: Ano Base 2020*. Rio de Janeiro: Ministério de Minas e Energia - MME - EPE, 2021. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-601/topico-596/BEN2021.pdf>>. Citado 4 vezes nas páginas 9, 21, 22 e 23.
- MO, J.-O.; LEE, Y.-H. CFD investigation on the aerodynamic characteristics of a small-sized wind turbine of nrel phase vi operating with a stall-regulated method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(1), 81-92, 2012. Citado na página 49.
- MOREIRA, J. L.; MESQUITA, A. L.; ARAUJO, L. F.; GALHARDO, M. A.; VAZ, J. R.; PINHO, J. T. Experimental investigation of drivetrain resistance applied to small wind turbines. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 153, p. 324–333, 2020. Citado na página 55.
- MORGUT, M.; NOBILE, E. Numerical predictions of cavitating flow around model scale propellers by CFD and advanced model calibration. *International Journal of Rotating Machinery*, Article ID 618180, 2012. Citado na página 48.
- MORGUT, M.; NOBILE, E.; BILUS, I. Comparison of mass transfer models for the numerical prediction of sheet cavitation around a hydrofoil. *International Journal of Multiphase Flow*, 37:620-626, 2011. Citado na página 34.
- MOVAHEDIAN, A.; PASANDIDEHFARD, M.; ROOHI, E. LES investigation of sheet-cloud cavitation around a 3-d twisted wing with a naca 16012 hydrofoil. *Ocean Engineering*, 192, 106547, 2019. Citado na página 35.
- NIEBUHR, M. C.; DIJK, M.; NEARY, S.; BHAGWAN, N. A review of hydrokinetic turbines and enhancement techniques for canal installations: Technology, applicability and potential. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 113, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 24.

- NUNES, M.; MENDES, R.; OLIVEIRA, T.; JUNIOR, A. B. An experimental study on the diffuser-enhanced propeller hydrokinetic turbines. *Renewable Energy*, 133, 2019. Citado na página 69.
- OHYA, Y.; KARASUDANIA, T.; SAKURAI, A.; ABEB, K.-i.; INOUE, M. Development of a shrouded wind turbine with a flanged diffuser. *Journal of Wind Engineering*, 96:524-539, 2008. Citado na página 45.
- OLIVEIRA, C. H. d. C. *Avaliação do Potencial Hidráulico com Turbinas Hidrocinéticas e sua Atratividade para Sistemas Isolados e Geração Distribuída em Localidades da Região Amazônica*. Tese (Doutorado) — UFRJ/COPPE, 2021. Disponível em: <[http://www.ppe.ufrj.br/images/publica%C3%A7%C3%B5es/doutorado/Tese\\_Carlos\\_Henrique\\_Oliveira.pdf](http://www.ppe.ufrj.br/images/publica%C3%A7%C3%B5es/doutorado/Tese_Carlos_Henrique_Oliveira.pdf)>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 26.
- PENDAR, M.-R.; ESMAELIFAR, E.; ROOHI, E. LES study of unsteady cavitation characteristics of a 3-d hydrofoil with wavy leading edge. *International Journal of Multiphase Flow*, 132, 103415, 2020. Citado na página 35.
- PENNINGS, P.; BOSSCHERS, J.; WESTERWEEL, J.; TERWISGA, T. van. Dynamics of isolated vortex cavitation. *Journal of Fluid Mechanics*, 778, 288-313, 2015. Citado na página 34.
- PHILLIPS, D. G. et al. *An investigation on diffuser augmented wind turbine design*. Tese (Doutorado) — University of Auckland New Zealand, 2003. Citado na página 39.
- PLESSET, M.; PROSPERETTI, A. Bubble dynamics and cavitation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9:145-185, 1977. Citado 4 vezes nas páginas 31, 44, 47 e 48.
- POPE, S. *Turbulent flows*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. Citado na página 46.
- RAYLEIGH, L. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Philosophical Magazine Series 6*, 1917. Citado na página 31.
- ROACHE, P. A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116, 405-413, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- ROACHE, P. Conservatism of the grid convergence index in finite volume computations on steady-state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 125(4), 731, 2003. Citado na página 61.
- SANTOS, I.; CAMACHO, R.; FILHO, G. T.; BOTAN, A.; VINENT, B. Energy potential and economic analysis of hydrokinetic turbines implementation in rivers: An approach using numerical predictions (CFD) and experimental data. *Renewable Energy*, 143, 2019. Citado na página 25.
- SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. *Boundary-Layer Theory*. Berlin, DE: Springer Berlin Heidelberg, 2000. Citado na página 52.
- SILVA, P. A.; VAZ, D. A. R.; BRITTO, V.; OLIVEIRA, T. F. de; VAZ, J. R.; JUNIOR, A. C. B. A new approach for the design of diffuser-augmented hydro turbines using the blade element momentum. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 165, p. 801–814, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 39.

SILVA, P. A. S. F.; SHINOMIYA, L. D.; OLIVEIRA, T. F. de; VAZ, J. R. P.; MESQUITA, A. L. A.; JUNIOR, A. C. P. B. Analysis of cavitation for the optimized design of hydrokinetic turbines using bem. *Applied energy*, Elsevier, v. 185, p. 1281–1291, 2017. Citado 20 vezes nas páginas 9, 10, 12, 33, 37, 38, 42, 44, 49, 50, 55, 56, 57, 58, 59, 64, 66, 68, 69 e 70.

SØRENSEN, J. N. *General momentum theory for horizontal axis wind turbines*. Switzerland: Springer, 2016. v. 4. Citado na página 40.

TASKAR, B.; STEEN, S.; ERIKSSON, J. Effect of waves on cavitation and pressure pulses of a tanker with twin podded propulsion. *Applied Ocean Research*, 65, 206-218, 2017. Citado na página 34.

VAZ, J. R.; OKULOV, V. L.; WOOD, D. H. Finite blade functions and blade element optimization for diffuser-augmented wind turbines. *Renewable Energy*, Elsevier, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 66.

VAZ, J. R.; WOOD, D. H. Aerodynamic optimization of the blades of diffuser-augmented wind turbines. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 123, p. 35–45, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 33, 37 e 44.

VAZ, J. R.; WOOD, D. H. Effect of the diffuser efficiency on wind turbine performance. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 126, p. 969–977, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 9, 38, 39, 40, 41 e 42.

VAZ, J. R.; WOOD, D. H.; BHATTACHARJEE, D.; LINS, E. F. Drivetrain resistance and starting performance of a small wind turbine. *Renewable energy*, Elsevier, v. 117, p. 509–519, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 55.

VERDANT, P. *Underwater turbine*. 2011. Acesso em 11-11-2022. Disponível em: <<https://eportfolios.macaulay.cuny.edu/hydrogeta/hydropower-in-the-nyc/rite/>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 22.

WANG, D.; SAMPSON, R. An experimental investigation on cavitation, noise, and slipstream characteristics of ocean stream turbines. *Journal of Power and Energy*, 221(2), 219-231, 2015. Citado na página 34.

WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. La Canada, California, US: DCW Industries, Inc., 2006. Citado na página 52.

YELMULE, M.; ANJURI, E. CFD predictions of nrel phase vi rotor experiments in nasa/ames wind tunnel. *International Journal of Renewable Energy Research*, 3(2), 2013. Citado na página 49.

ZHU, F.-w.; DING, L.; HUANG, B.; BAO, M.; LIU, J.-T. Blade design and optimization of a horizontal axis tidal turbine. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 195, p. 106652, 2020. Citado na página 33.

ZWART, P.; GERBER, A.; BELARMI, T. A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics. *ICMF 2004 International Conference on Multiphase Flow*, 152, 2004. Citado na página 34.

# APÊNDICE A . Código fonte

Código implementado em GNU Octave <sup>2</sup> (EATON et al., 2020).

```

close all; clear all; clc; format long;

%-----
% THIS PROGRAM USES THE BLADE ELEMENT THEORY (BET) EXTENDED TO DIFFUSER
% AUGMENTED WIND TURBINE (DAWT) IN ORDER TO DETERMINE A OPTIMUM ROTOR-BLADE.
% THE APPROACH IS DERIVED FROM THE ONE-DIMENSIONAL MOMENTUM ANALYSIS.
% THE CLASSICAL PRANDTL'S TIP-LOSS FACTOR IS USED AND CAVITATION CHECK IS
% CARRIED ON.
%
% IMPLEMENTED BY: %
% PROF. HAMILTON PESSOA PICANÇO AND PROF. DR. JERSON R. P. VAZ
%-----

%INPUT DATA
%-----
N = 30;                %NUMBER OF SECTIONS ALONG THE BLADE
B = 3;                %NUMBER OF BLADES
rho = 997;            % WATER DENSITY at 25oC - Kg/m^3
mu = 8.94e-4;        % DYNAMIC VISCOSITY OF WATER at 25oC - N.s/m^2
rt = 5.0;            % MAXIMUM ROTOR RADIUS - m
rh = 0.75;          % MINIMUM HUB RADIUS - m
CL = 0.991579;
CD = 5.871422346728224E-003;
AOA = 3*pi/180;
r = linspace(rh,rt,N);
H = 6;                % ROTOR DEPTH - m
Cpmin = [-1.135 -1.138 -1.140 -1.141 -1.141 -1.142 -1.142 -1.142 -1.142
...
-1.142 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.144 ...
-1.144 -1.144 -1.144 -1.145 -1.145 -1.145 -1.145 -1.145 -1.146];

%SET THE TIP-SPEED RATIO (TSR)
%-----
RPM = 35;            %RPM
OME = pi*RPM/30;    %ROTOR ANGULAR SPEED - rad/s
V0 = 2.5;           %wind speed - m/s

```

<sup>2</sup> Copyright ©1996-2022 The Octave Project Developers

```

X = OME*rt/V0; % Tip-Speed Ratio (TSR)

tic (); %Time counter

for j = N:-1:1
    LSR(j) = OME*r(j)./V0; % Local Speed Ratio (LSR)

[W(j),Wc(j),Vcav(j),FF(j),aa0(j),aal(j),c(j),tet(j),cpp3(j),CTT(j),CNN(j)] = ...
    optimumDAW_ROTOR(H,Cpmin(j),CL,CD,AOA,OME,V0,B,rh,r(j),rt);
end

[CQQ,TORQ] = TORQUE(rho,B,c,V0,W,CTT,r,OME);
[CTN,THRU] = THRUST(rho,B,c,V0,W,CNN,r,OME);
CP = X*CQQ
icav = I_CAV(N,W,Vcav)
c = chord(N,icav,r,c);

Re = rho*W.^2.*c/mu;
av_Re = trapz(r,Re)/(rt-rh)
X
    h = plot(r(1:2:end),Wc(1:2:end),'k-',r,W,'k--',r(1:2:end),Vcav(1:2:end),'ko:'); grid on;
    set(h,'LineWidth',1.5,'MarkerSize',10);
    set(gca,'FontSize',16,'FontName','times');
    xlabel('r - (m)');
    ylabel('Velocity - (m/s)');
    legend('W (corrected)', 'W (uncorrected)', 'V_{cav}', 'Location', 'Best');

    y = [r;c;tet];
    fid = fopen('chord_CORREC.txt','w');
    fprintf(fid,'%12.8f %12.8f %12.8f\n',y);
    fclose(fid);
    y = [r;c;tet];
    fid = fopen('shape_Hamilton.txt','w');
    fprintf(fid,'%12.8f %12.8f %12.8f\n',y);

```

```

        fclose(fid);

figure;
    h = plot(r,c,'k-'); grid on; axis equal;
    set(h,'LineWidth',1.5,'MarkerSize',10);
    set(gca,'FontSize',16,'FontName','times');
    xlabel('Radial position - (m)');
    ylabel('Chord distribution - (m)');
    %legend('Chord, c - (m)','Twist angle, \theta -
(rad)','Location','NorthEast');
    %axis([0 0.19 0 0.1]);
    return

figure;
    h = plot(r,tet,'k-'); grid on; %axis equal;
    set(h,'LineWidth',1.5,'MarkerSize',10);
    set(gca,'FontSize',16,'FontName','times');
    xlabel('Radial position - (m)');
    ylabel('Twist angle distribution - (^o)');
    %legend('Chord, c - (m)','Twist angle, \theta -
(rad)','Location','NorthEast');
    %axis([0 0.19 0 0.7]);

figure;
    h = plot(r,Re,'k-'); grid on; %axis equal;
    set(h,'LineWidth',1.5,'MarkerSize',10);
    set(gca,'FontSize',16,'FontName','times');
    xlabel('Radial position - (m)');
    ylabel('Local Reynolds number');
    %legend('Chord, c - (m)','Twist angle, \theta -
(rad)','Location','NorthEast');
    %axis([0 0.19 0 0.7]);

    y = [r;c;tet];
    fid = fopen('shape_DCO.txt','w');
    fprintf(fid,'%12.8f %12.8f %12.8f\n',y);
    fclose(fid);

```

```

toc

%-----
function [W,Wcav,Vcav,F,a0,a1,c,tet,cp3,CT,CN] =
optimumDAW_ROTOR(H,Cpmin,CL,CD,AOA,OMME,V,B,rh,r,R)

rho = 997;
h = H - r
g = 9.81;
patm = 1d5;
pv = 3.17d3;
fs = 0.05;

bet = 0.751111; %0.3587;
eta = 0.47116; %0.907;
Ctd = 0.645782; %0.456;

%OPTIMIZATION THROUGH EQUATION OF a0
%-----
x = OMME*r/V;

[e1opt,e4opt,CPopt] = CP_opt(Ctd,eta,bet); %Eq. 9
a1 = (2.*e1opt*(1-e4opt)-Ctd)/(4.*x^2); %Eq. 25
a0 = 1.-e1opt; %Eq. 13
fprintf('a1 = %d a0 = %d \n', a1, a0);

%COMPUTES THE FLOW ANGLE - PHI
%-----
PHI = atan((1.-a0)/((1.+a1)*x)); %Eq. 19

%COMPUTE CN AND CT
%-----
CN = CL*cos(PHI) + CD*sin(PHI);
CT = CL*sin(PHI) - CD*cos(PHI);

```

```

%THIS BLOCK USES THE PRANDTL'S TIP-LOSS FACTOR
%-----

F = PRANDTL_FACTOR(B,R,r,rh,PHI);
%F = 1.0;

W = sqrt((OMME*r*(1+a1))^2 + (V*(1-a0))^2); %Relative velocity
%fprintf('W = %d OME = %d \n', W, OMME);

e1 = 1.-a0;
ee1 = 1.-F*a0;
%fprintf('e1 = %d ee1 = %d \n', e1, ee1);

root = roots([1 -2*ee1 2*ee1-(Ctd-ee1^2*(1-bet^2)*(1-eta))-1]);
e4 = root(2);
%e4 = ee1-sqrt((1-ee1).^2+Ctd-ee1.^2*(1-bet^2)*(1-eta));
cp3 = e4^2 - bet^2*e1^2;
%fprintf('e4 = %d cp3 = %d \n', e4, cp3);

c = real(4.*pi*r*(1-e4)*sin(PHI)^2./(B*CN*e1));
tet = real(PHI-AOA);
%fprintf('c = %d tet = %d \n', c, tet);

Vcav = sqrt((patm+rho*g*h-pv)/(-0.5*rho*Cpmin)); %Eq. 5
%fprintf('patm = %d rho = %d g = %d H = %d pv= %d \n', patm, rho, g, h, pv);

fprintf('Vcav = %d\n', Vcav);
    Wcav = W;
if W > Vcav
    c = c*(W/((1-fs)*Vcav))^2;
    Wcav = (1.-fs)*Vcav;
end

end

%-----
function [e1opt,e4opt,CPopt] = CP_opt(CTd,nd,b)

```

```

elopt = fzero(@(e1) fCP(e1,CTd,nd,b),2./3); %Find roots of Eq. 13
    r = roots([1 -2*elopt 2*elopt-(CTd-elopt^2*(1-b^2)*(1-nd))-1]);
    e4opt = r(2); %Find roots of Eq. 9
CPopt = elopt*(1-e4opt.^2)-elopt.^3.*(1-nd)*(1-b^2);
fprintf('e1_opt = %d e4_opt = %d CP_opt = %d \n', elopt, e4opt, CPopt);
end

%-----
function [F] = PRANDTL_FACTOR(B,R,Ri,rh,PHI)
%THIS FUNCTION CALCULATE THE CLASSICAL PRANDTL'S TIP-LOSS FACTOR
    ftip = B*(R-Ri)/(2.0*Ri*sin(PHI));
    froot = B*(Ri-rh)/(2.0*rh*sin(PHI));
    Ftip = 2.0*acos(exp(-ftip))/pi;
    Froot = 2.0*acos(exp(-froot))/pi;
    F = Ftip*Froot;
    %F = 2.0*acos(exp(-f))/pi;
end

%-----
function [c] = chord(N,I_CAV,r,c)
%REAL(8) :: r(N),c(N),c1,c2,r1,r2
%INTEGER :: I,I_CAV,N

fprintf('T_CAV = %d \n', I_CAV);
if I_CAV == N
    return
end

c1 = c(N-2*(N-I_CAV));
c2 = c(I_CAV);
r1 = r(N-2*(N-I_CAV));
r2 = r(I_CAV);

for i = I_CAV:-1:N-2*(N-I_CAV)

```

```

        c(i) = c1+(c2-c1)/(r2-r1)*(r(i)-r1);
    end
    fprintf('C (i) = %d \n', c);
end

%-----
function [icav] = I_CAV(N,W,Vcav)

for i = 1:N
    if W(i) >= Vcav(i)
        %[W(i),Vcav(i)]
        icav = i;
        return
    else
        icav = N;
    end
end

%-----
function y = fCP(e1,CTd,nd,b)

y = 6*e1^3*(-b^2*(-1+nd)+nd)-CTd*sqrt(1+CTd+e1*(-2+e1*(b^2+nd-b^2*nd)))+...
    4*e1*(1+CTd+sqrt(1+CTd+e1*(-2+e1*(b^2+nd-b^2*nd))))-
    2*e1^2*(5+3*sqrt(1+CTd+e1*(-2+e1*(b^2+nd-b^2*nd))));

end

%-----
function [CQ,TOR] = TORQUE(rho,B,CHORD,V,W,CT,r,OME)

DQ = 0.5*rho*W.^2.*CHORD.*B.*CT.*r;
%TOR = trapz(r,DQ)-TQr;
TOR = trapz(r,DQ);
CQ = TOR/(0.5*rho*pi.*r(end).^3.*V.^2);

end

%-----

```

```
function [CT,THRU] = THRUST(rho,B,CHORD,V,W,CN,r,OME)

DT = 0.5*rho*W.^2.*CHORD.*B.*CN;
THRU = trapz(r,DT);
%THRU = THRU+Fdr;
CT = THRU/(0.5*rho*pi*r(end)^2*V^2);
end
```

# APÊNDICE B . Artigo publicado



Article

## Cavitation Inception on Hydrokinetic Turbine Blades Shrouded by Diffuser

Hamilton Pessoa Picanço \*, Adry Kleber Ferreira de Lima, Déborah Aline Tavares Dias do Rio Vaz, Erb Ferreira Lins and Jerson Rogério Pinheiro Vaz

Engineering of Natural Resources of the Amazon Graduate Program (PRODERNA), Institute of Technology, Federal University of Pará, Av. Augusto Correa, N 1, Belém 66075-900, PA, Brazil; adry@ufpa.br (A.K.F.d.L.); deborah.rio@gmail.com (D.A.T.d.R.V.); erb@ufpa.br (E.F.L.); jerson@ufpa.br (J.R.P.V.)

\* Correspondence: hppicanco@ufpa.br

**Abstract:** Diffuser technology placed around hydrokinetic rotors may improve the conversion of the fluid's kinetic energy into shaft power. However, rotor blades are susceptible to the phenomenon of cavitation, which can impact the overall power efficiency. This paper presents the development of a new optimization model applied to hydrokinetic blades shrouded by a diffuser. The proposed geometry optimization takes into account the effect of cavitation inception. The main contribution of this work to the state of the art is the development of an optimization procedure that takes into account the effects of diffuser efficiency,  $\eta_d$ , and thrust,  $C_{Td}$ . The authors are unaware of any other work available in the literature considering the effect of  $\eta_d$  and  $C_{Td}$  on the cavitation of shrouded hydrokinetic blades. The model uses the Blade Element Momentum Theory to seek optimized blade geometry in order to minimize or even avoid the occurrence of cavitation. The minimum pressure coefficient is used as a criterion to avoid cavitation inception. Additionally, a Computational Fluid Dynamics investigation was carried out to validate the model based on the Reynolds-Averaged Navier–Stokes formulation, using the  $\kappa - \omega$  Shear-Stress Transport turbulence and Rayleigh–Plesset models, to estimate cavitation by means of water vapor production. The methodology was applied to the design of a 10 m diameter hydrokinetic rotor, rated at 250 kW of output power at a flow velocity of 2.5 m/s. An analysis of the proposed model with and without a diffuser was carried out to evaluate the changes in the optimized geometry in terms of chord and twist angle distribution. It was found that the flow around a diffuser-augmented hydrokinetic blade doubles the cavitation inception relative to the unshrouded case. Additionally, the proposed optimization model can completely remove the cavitation occurrence, making it a good alternative for the design of diffuser-augmented hydrokinetic blades free of cavitation.

**Keywords:** diffuser; hydrokinetic turbine; cavitation; blade optimization; blade element momentum theory; Rayleigh–Plesset model



**Citation:** Picanço, H.P.; Kleber Ferreira de Lima, A.; Dias do Rio Vaz, D.A.T.; Lins, E.F.; Pinheiro Vaz, J.R. Cavitation Inception on Hydrokinetic Turbine Blades Shrouded by Diffuser. *Sustainability* **2022**, *14*, 7067. <https://doi.org/10.3390/su14127067>

Academic Editor: Zhengwei Wang

Received: 27 March 2022

Accepted: 12 May 2022

Published: 9 June 2022

**Publisher's Note:** MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



**Copyright:** © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

### 1. Introduction

Hydrokinetic turbines are attractive renewable technologies as they can harness the kinetic energy from rivers, estuaries, tidal and marine currents and convert it into electricity. The technological challenges of hydrokinetic and wind turbines are similar from a theoretical point of view. The classical Betz limit states that a maximum power coefficient of 16/27 for bare turbines in idealized flow conditions [1,2]. However, diffuser-augmented hydrokinetic turbines (DAHTs) can even overcome this limitation with a properly designed shroud that increases the mass flow over the rotor blades, improving power output. On the other hand, as the axial fluid velocity increases, cavitation reduces the advantage of the diffuser due to the appearance of cavitation bubbles. The development of non-cavitating blades for DAHTs is indeed important for the renewable energy industry, as it contributes to the efficient design of hydrokinetic turbines.

Although many papers have recently reported the use of diffusers on hydrokinetic or tidal turbines [3–5], only a few have established the implementation of optimized design of non-cavitating blades with a diffuser. For example, in [5], an optimization methodology for diffuser-augmented hydrokinetic blades free of cavitation was developed. Their work shows that cavitation is indeed sensitive to the diffuser speed-up ratio, and such a phenomenon needs to be considered in the design of shrouded hydrokinetic blades. However, no mention was made of diffuser efficiency,  $\eta_d$ , and thrust,  $C_{Td}$ .

In [6], the Blade Element Momentum Theory (BEMT) for the hydrodynamic design of marine current turbines was implemented. In that model, an investigation was carried out considering cavitation on shallow tip immersion. It was found that cavitation can be avoided with the suitable design of 2D blade sections. Although the work presented some interesting thoughts about cavitation, studies on optimization of hydrokinetic blades free of cavitation were not addressed.

In [7], supported by a Computational Fluid Dynamics (CFD) investigation, an optimization approach based on BEMT for horizontal axis hydrokinetic turbines, taking into account the effect of cavitation, was developed. The model was applied only to bare turbines, using the minimum pressure coefficient as a criterion in the optimization model. The research demonstrated that by modifying the blade geometry, the cavitation inception can be reduced even further.

In [5], the authors extended the optimization model presented in [2]. They developed a cavitation criterion for hydro turbines. Additionally, this work used the minimum pressure coefficient as a criterion to maintain the tip pressure above water vapor pressure, including the diffuser effect. To obtain the blade-optimized geometry, the chord is determined using the diffuser speed-up ratio as the manipulated variable to assess the corrected chord and twist angle for each blade section. The diffuser thrust and efficiency are not considered in the procedure.

As such, in wind turbines, the enhancement of DAHT's performance depends on the diffuser and rotor geometries. In the case of diffusers, the design parameters are inlet and outlet diameters, length, entrance angle, efficiency, area ratio and thrust coefficient. The last three parameters influence the turbine performance, but the authors are unaware of any work in the current literature showing the impact of them regarding cavitation. The concept of a good design for a DAHT must consider the effects of each of these parameters on the DAHT performance.

Cavitation may lead to a decrease in the hydrodynamic performance of a hydrokinetic rotor since pulses or fluctuations in local pressure significantly contribute to vapor bubble formation, also causing noise, vibrations and erosion of the blades [8–10]. Several CFD methods have been developed in recent decades to numerically investigate cavitation. Liquid and vapor are often treated as an homogeneous mixture with variable densities. This two-phase method uses an empirical transfer equation for the local volume fraction, and the interaction between water and vapor can be computed. In [11], the authors investigated two-dimensional sheet cavitation of three different mass transfer models for cavitating flows around hydrofoils, including the Zwart model, also in ANSYS/CFX. They applied an optimization strategy to properly tune the empirical coefficients of each model. They concluded that the results were nearly the same for the three models, in good agreement with experiments.

Different dynamics of cavitating behaviors can be observed in liquid flows. According to [12], incipient cavitation, shear cavitation, sheet/cloud cavitation and supercavitation regimes can be found depending on the nondimensional cavitation number. The authors carried out a numerical investigation into the dynamics of the transition between sheet and cloud cavitation regimes around the NACA0012 hydrofoil, in a study considering an oscillating hydrofoil. They used a barotropic law approach to numerically predict the cyclic transition between regimes at a large angle of attack. They concluded that the hydrofoil's main oscillation component has the same frequency as the shedding of a vapor cloud.

Large Eddy Simulation (LES) has been extensively used in recent works to investigate cavitation dynamics of fluid around hydrofoils. In [13], the authors investigated unsteady sheet-cloud cavitating flow around a twisted 3-D NACA foil, using LES and VOF techniques. They illustrated the detailed dynamics of cavitation evolution by depicting cavity growth, shedding and downstream collapse. The radial and lateral jet flows concerning the three-dimensional effects of a twisted wing were also reported. In [14], the authors studied the dynamic characteristics of cavitating flow around a sinusoidal wavy leading edge hydrofoil with a NACA 634-021 profile by means of multiphase modeling. They found that the geometrically modified hydrofoil, named the Wavy Leading Edge (WLE) hydrofoil, exhibits a significantly reduced level of unsteady fluctuations in dynamic forces.

Therefore, this paper proposes a new optimization procedure for the geometric definition of rotor blades free of cavitation applied to DAHTs. The main contribution of this work is the demonstration that  $\eta_d$  and  $C_{Td}$  can strongly impact the cavitation condition on a DAHT. Additionally, the proposed optimization can correct the chord and twist angle distributions, avoiding cavitation inception. The minimum pressure coefficient is used as the criterion to avoid cavitation in the BEMT model. A hydrokinetic turbine with a 10 m diameter was used to evaluate the effects of those diffuser parameters concerning cavitation. Comparisons with other models available in the literature are addressed. CFD calculations were carried out to investigate water vapor pressure over cavitating blades.

As a result, the proposed model shows that cavitation can increase under the effect of a diffuser, suggesting that such a phenomenon needs to be considered in the design of DAHT. In addition, the optimization method corrects the blade chord distribution, reducing the cavitation inception at the design condition when comparing the water vapor production rate for both corrected and uncorrected blade geometries. Even though it requires experimental validation, it is expected that the proposed methodology can be used in real applications.

This paper is organized as follows. The next section shows the optimization model for DAHTs. Section 3 presents the CFD methodology using the Rayleigh–Plesset cavitation model. In Section 4, the results and discussion are stated. Section 5 shows the conclusions of this study.

## 2. The Optimization for Hydrokinetic Blades Shrouded by Diffuser

### 2.1. Cavitation Criterion on Hydrokinetic Rotors

According to [15,16], cavitation is a major problem for horizontal axis marine current turbines, usually leading to vibration, blade surface damage and performance loss, mainly for large and medium rotors, where the relative velocities are higher. These issues need to be considered in the early stages of hydro rotor projects [7]. During the third regime of liquid flows (cavity flows [17]), a large amount of liquid vaporizes, forming vapor bubbles which make pressure and velocity fields significantly different from those in non-cavitating flows. The condition for cavitation to occur is that the local pressure  $p$  should have dropped to below the vapor pressure of water. For shrouded hydrokinetic rotors, the diffuser increases the flow axial velocity at the rotor plane. This characteristic can lead to a severe cavitation condition, having increasing adverse effects on the lift force generated at the blades. In non-cavitating flows, the cavitation criterion that relates the cavitation number  $\sigma$  and the minimum pressure coefficient  $c_{pmin}$  should be  $c_{pmin} + \sigma \geq 0$ , where  $c_{pmin}$  is the minimum value of the pressure coefficient  $c_p$ , defined by

$$c_p = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2}\rho W^2}, \quad (1)$$

where  $\rho$  is the fluid density,  $p$  and  $p_{atm}$  are the local and atmospheric pressures, respectively, and the relative velocity of water on each blade section is defined by [2] as

$$W = \sqrt{[V_0(1 - a_b)]^2 + [\Omega r(1 + a'_b)]^2}, \quad (2)$$

where  $V_0$  is the free-stream velocity. The parameters  $a_b$  and  $a'_b$  are the axial and tangential induction factors at the blades, respectively, while  $\Omega$  and  $r$  are the angular velocity and radial position of the turbine. The expression for the number of cavitation,  $\sigma$ , is described by [7] as:

$$\sigma = \frac{p_{atm} + \rho g h - p_v}{\frac{1}{2} \rho W^2}, \quad (3)$$

where  $g$  is the gravitational acceleration,  $h$  is the submerged distance and  $p_v$  is the vapor pressure. Another way to consider the cavitation at each blade section of a rotor is through Equation (4) [7], where the cavitation velocity is

$$V_{CAV} = \sqrt{\frac{p_{atm} + \rho g h - p_v}{-\frac{1}{2} \rho c_{pmin}}}. \quad (4)$$

$V_{CAV}$  denotes the minimum flow velocity at which cavitation will occur for a specific radial position on the hydrokinetic blade, i.e.,  $V_{CAV} \geq W$ . Figure 1 illustrates the static pressure condition on a DAHT blade section.

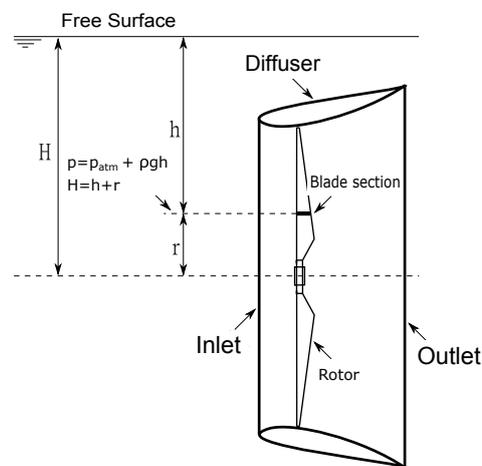


Figure 1. Static pressure condition on a DAHT blade section.

## 2.2. The Optimization Model

As reported in [18], to model a diffuser with losses, an approach similar to that used to determine duct flow in the presence of losses is required. It is assumed that the fluid surrounding the rotor is frictionless, and the rotational velocity component is ignored. The dashed lines in Figure 2 show the control volume used to analyze diffuser-augmented turbine performance. The optimum expressions for shrouded turbines come from the momentum equations with rotational velocities in the flow [4,19]. According to [20], for modern turbines, it is necessary to consider the effect of the tangential induction factor,  $a'$ . The elemental torque can be obtained directly from the momentum equation applied to the control surface shown in Figure 2, in which the infinitesimal area at the rotor plane is  $dA = 2\pi r dr$ , allowing the power coefficient as [18].

$$C_P = \varepsilon_1 \left[ 1 - \varepsilon_4^2 - (1 - \eta_d) (1 - \beta^2) \varepsilon_1^2 \right], \quad (5)$$

where  $V_4$  is the velocity in the far-wake,  $\varepsilon_4 = V_4/V_0$  is the dimensionless far-wake velocity,  $\varepsilon_1 = V_1/V_0$  is the velocity ratio, and  $V_1 = V_2$  the velocity at the rotor plane.  $\beta = A/A_3$ ,

where  $A$  is assumed equal to the diffuser area at the rotor,  $A_3$  is the cross-sectional area of the diffuser outlet and  $\eta_d$  is the diffuser efficiency. For a shrouded rotor, the power coefficient can be written using the pressure coefficient,  $c_{p3}$ , at the diffuser outlet, which is defined as

$$c_{p3} = \frac{p_3 - p_0}{\frac{1}{2}\rho V_0^2}, \quad (6)$$

where  $p_0$  is the static pressure in the freestream. The thrust is obtained by dividing  $C_p$  by  $\varepsilon_1$ , resulting in  $C_T = C_p/\varepsilon_1$  [21].  $C_p$ ,  $C_T$  and  $c_{p3}$  strongly depend on  $\varepsilon_4$ , as demonstrated by [22,23]. In [18], an expression for  $\varepsilon_4$  was demonstrated by applying the momentum equation to the control volume shown in Figure 2, resulting in

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_1 - \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)}, \quad (7)$$

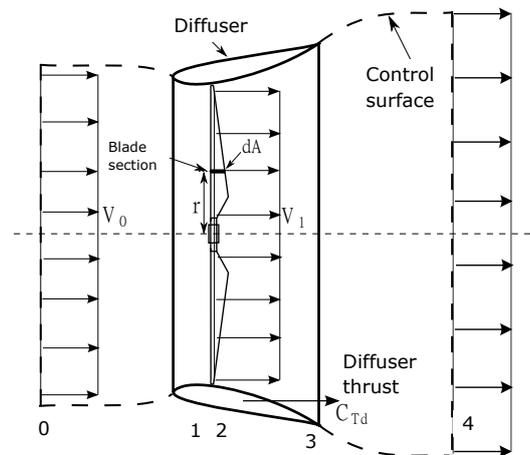
where  $C_{Td}$  is the diffuser thrust coefficient, which is important even if there were no losses in the diffuser ( $\eta_d = 1$ ). Note further that solving Equations (5) and (6), and making  $C_T = C_p/\varepsilon_1$  for the turbine thrust coefficient in terms of  $\varepsilon_4$ , yields:

$$C_p = 2\varepsilon_1^2 \left[ 1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{Td}}{2\varepsilon_1} \right], \quad (8)$$

$$c_{p3} = \varepsilon_1^2 (2 - \beta^2) - 2\varepsilon_1 \left[ 1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} \right] + 1 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d), \quad (9)$$

and

$$C_T = 2\varepsilon_1 \left[ 1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{Td} - \varepsilon_1^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{Td}}{2\varepsilon_1} \right]. \quad (10)$$



**Figure 2.** Simplified illustration of the flow velocities through an ideal DAHT. Control volume locations are: (0), free flow; (1) and (2), rotor plane; (3), diffuser end; and (4), far-wake.

The optimum values for  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_4$  are determined by maximizing  $C_p$  in Equation (5), giving [18]:

$$6\varepsilon_{1_{opt}}^3 \left[ \beta^2(1 - \eta_d) + \eta_d \right] - C_{Td}\Delta + 4\varepsilon_{1_{opt}}(1 + C_{Td} + \Delta) - 2\varepsilon_{1_{opt}}^2(5 + 3\Delta) = 0, \quad (11)$$

where  $\varepsilon_{1opt} = 1 - a_{bopt}$  and

$$\Delta = \sqrt{1 + C_{Td} + \varepsilon_{1opt} \left\{ -2 + \varepsilon_{1opt} [\beta^2(1 - \eta_d) + \eta_d] \right\}}. \quad (12)$$

Only the diffuser effect is considered in this optimization procedure, via three important parameters:  $\eta_d$ ,  $\beta$  and  $C_{Td}$ . After determining  $\varepsilon_{1opt}$ , the far-wake velocity,  $\varepsilon_{4opt}$ , is calculated using Equation (7). On an annular control volume at radius  $r$ , considering the non-dependency of diffuser thrust, the elemental thrust coefficient is:

$$\frac{dC_T}{dr_*} = 4\varepsilon_1(1 - \varepsilon_4)r_*, \quad (13)$$

where  $r_* = r/R$ . The Prandtl tip loss factor,  $F$ , is included in  $\varepsilon_4$  from Equation (7) with  $a = a_b F$  as the streamtube average, resulting in [18]

$$\varepsilon_4 = 1 - a_b F - \sqrt{(a_b F)^2 - (1 - a_b F)^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d) + C_{Td}}, \quad (14)$$

From the blade element theory, the elemental thrust coefficient at each blade section is

$$\frac{dC_T}{dr_*} = 2\varepsilon_1^2 \frac{\sigma_s C_n r_*}{\sin^2 \phi}, \quad (15)$$

where  $\sigma_s = Nc/(2\pi r)$  is the local solidity,  $C_n = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi$  is the normal force coefficient and  $\phi$  the flow angle (Figure 3), defined as

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{1 - a_b}{x(1 + a_b)} \right], \quad (16)$$

where  $x = \Omega r/V_0$ . Therefore, from [5] the optimum corrected chord,  $c_{opt}^{co}$ , for each blade section is given by:

$$c_{opt}^{co} = c_{opt}^{uc} \left[ \frac{W}{(1 - f_s)V_{CAV}} \right]^2, \quad (17)$$

where  $f_s$  is a safety factor, and  $c_{opt}^{uc}$  is

$$c_{opt}^{uc} = \frac{4\pi r_* (1 - \varepsilon_{4opt}) \sin^2 \phi}{NC_n \varepsilon_{1opt}}. \quad (18)$$

The correction on chord distribution is important because the diffuser increases the axial velocity at the rotor plane, consequently increasing the angle of attack, making cavitation relevant to be accounted for through the condition,  $W \geq V_{CAV}$ .

Equation (17) is the same as for a bare turbine. This is an interesting result because it is obtained by [7] for hydrokinetic turbines with no diffuser, demonstrating that, even for shrouded turbines, the term  $\left[ \frac{W}{(1 - f_s)V_{CAV}} \right]^2$  can be applied to correct the optimum chord distribution in order to avoid cavitation. After obtaining  $\varepsilon_{1opt}$  from Equation (11), the optimized  $a_{opt}$  can be easily calculated using  $a_{bopt} = 1 - \varepsilon_{1opt}$ . The tangential induction factor,  $a'$ , as a function of  $\varepsilon_{1opt}$  is found using conservation of energy, resulting in the optimum element power:

$$dP_{opt} = \frac{1}{2} \rho V_0^3 \left[ \varepsilon_{1opt} (1 - \varepsilon_{4opt}^2) - \varepsilon_{1opt}^2 (1 - \beta^2)(1 - \eta_d) \right] dA. \quad (19)$$

Additionally, applying the angular momentum equation to a blade section,

$$dP_{opt} = 2\rho V_0 a'_b \varepsilon_{1opt} \Omega^2 r^2 dA. \quad (20)$$

Equations (19) and (20) give

$$a'_{b_{opt}} = \frac{2\varepsilon_{1_{opt}}(1 - \varepsilon_{4_{opt}}) - C_{Td}}{4x^2}, \quad (21)$$

with  $\varepsilon_{4_{opt}}$  given by

$$\varepsilon_{4_{opt}} = \varepsilon_{1_{opt}} - \sqrt{(1 - \varepsilon_{1_{opt}})^2 + C_{Td} - \varepsilon_{1_{opt}}^2(1 - \beta^2)(1 - \eta_d)}. \quad (22)$$

Hence, the optimum flow angle,  $\phi_{opt}$ , can be determined through Equation (16). To compute a given DAHT blade free of cavitation, the methodology is described in the Algorithm 1, in which the procedure for the calculation of the optimum chord and twist angle at each radius is shown.

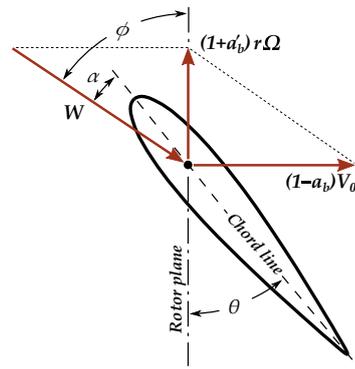


Figure 3. Blade element velocity diagram.

---

#### Algorithm 1 Chord and twist angle optimization

---

**Require:**  $r$ ,  $\Omega$ ,  $C_L(\alpha_{opt})$ ,  $C_D(\alpha_{opt})$  and  $V_0$

**for**  $i = 1$  to  $N_s$  (Number of sections) **do**

    Compute  $a_{b_{opt}}$  and  $a'_{b_{opt}}$  using Equations (11) and (21), respectively;

    Compute  $\phi_{opt}$  using Equation (16) for  $a_{b_{opt}}$  and  $a'_{b_{opt}}$ ;

    Compute  $C_n = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi$ , calculated for  $\alpha_{opt}$  obtained from maximum  $C_l/C_d$ ;

    Compute the relative velocity,  $W$ ;

    Compute  $c_{opt}^{uc}$ , using Equation (18) and  $\theta_{opt} = \phi_{opt} - \alpha_{opt}$ ;

    Compute  $V_{CAV}$ , using Equation (4);

**if**  $W > V_{CAV}$  **then**

        Compute  $c_{opt}^{co}$ , using Equation (18) or (17)

**end if**

**end for**

    Compute blade geometry.

---

### 3. Computational Fluid Dynamics Methodology

A numerical simulation using CFD (ANSYS-CFX) was carried out to investigate the flow through the DAHT to verify the occurrence of cavitation on the rotor blades, comparing the simulation to the results presented by [2,7]. Continuity and incompressible three-dimensional Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations (RANS) are solved with the two equations  $k$ - $\omega$  SST turbulence model.

CFD simulation has been considered in three different approaches. For the first case, only the bare diffuser is placed in the fluid domain and simulation is carried out in order to compare the diffuser speed-up ratio  $\gamma$  with the results presented by [24].

The second approach intends to validate the bare rotor's overall efficiency with the results presented by [7], including the cavitation phenomenon. The Rayleigh–Plesset cavitation model [25] is used.

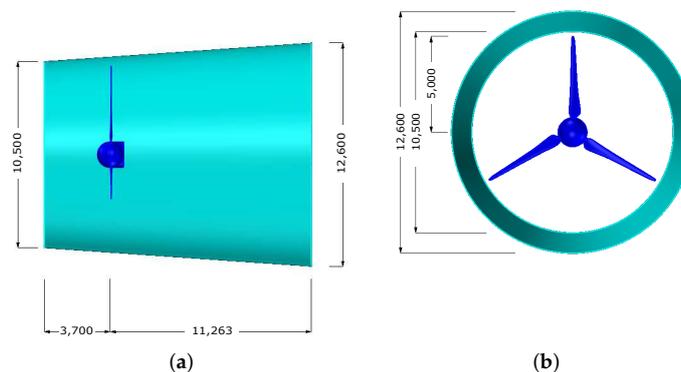
Finally, the cavitation model is applied to a diffuser-augmented hydrokinetic turbine (diffuser and rotor) so that the effects of cavitation in the rotor power and thrust coefficients can be achieved. Optimized blade geometry obtained by the procedure described in Section 2.2 was also simulated. The moment of inertia of the turbine was not taken into account in this paper because it is not important for the runaway condition of the rotor. It only becomes relevant during turbine starting for a constant flow velocity, as pointed out in [26].

### 3.1. Diffuser Geometry

Diffuser-augmented turbines have been published mainly for wind rotors [27–29]. In the present work, the geometry is modeled with a conical diffuser that encloses the turbine rotor with  $L_d/D_i = 1.425$  and  $\phi_d = 4^\circ$ , as shown in Table 1. Figure 4 shows an illustration of the diffuser geometry.

**Table 1.** Diffuser dimensions.

Parameter	Value
Inlet diffuser diameter ( $D_i$ )	10.50 m
Outlet diffuser diameter ( $D_e$ )	12.60 m
Diffuser upstream length ( $L_1$ )	3.700 m
Diffuser downstream length ( $L_2$ )	11.263 m
Diffuser total length ( $L_d$ )	14.963 m
Diffuser thickness ( $t_d$ )	4.0 mm
Opening angle ( $\phi_d$ )	4.0 deg



**Figure 4.** Diffuser geometry: (a) Centerline section view and (b) Front view. (Dimensions in mm).

### 3.2. Cavitating Flow Simulation

The fluid which passes through the diffuser-augmented hydrokinetic turbine is assumed to be incompressible and fully turbulent. The flow is three-dimensional, statistically stationary and represented by the Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS) equations and the continuity equation in a finite volume scheme. This approach has been largely used to simulate wind turbines, as presented in [30]. Additionally, a similar CFD approach has been used to analyze the performance curve of a tidal current turbine [31].

The Reynolds Stress Tensor  $\tau_{ij} = \rho \overline{u'_i u'_j}$  gives the contribution of the turbulent velocity fluctuations  $u'_i$  to the time-averaged velocity  $\overline{u}_i$  components and mean pressure  $\overline{p}$  [32].

Thus, the so-called  $k-\omega$  Shear-Stress Transport (SST) model is applied [33]. This model has been developed to handle strong adverse pressure gradient flows so that it can predict the size and onset of flow separation caused by an adverse pressure gradient by calculating the transport of turbulence shear stress using an automatic wall treatment [31]. In this sense, the SST model is a natural choice for numerical simulation of flows through hydrokinetic turbines, which show physical similarity to wind turbines.

The cavitation process can be described by governing equations that assume a two-phase continuum mixture of liquid water and vapor. Thus:

$$\frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha \bar{u}_i}{\partial x_i} = \dot{m}_\alpha, \quad (23)$$

where  $\rho$  is the density and  $\dot{m}_\alpha$  represents the rate of change of mass between the vapor and liquid phases, per unit of mixture volume.

$$\dot{m}_v = -\dot{m}_l. \quad (24)$$

The subscript  $\alpha = (l, v)$  indicates the particular liquid or vapor phase, and  $r_\alpha$  is the volume fraction scalar of each phase. With a thermal non-equilibrium approach between phases, the sum of the two volume fractions must equal one, i.e.,  $r_l + r_v = 1$  [34]. Assuming that both phases have the same velocity, the mean momentum conservation equation is derived by replacing the fluid density  $\rho$  with the mixture density  $\rho_m = \rho_l r_l + \rho_v r_v$ , as shown below

$$\rho_m \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \rho_m \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} (2\mu S_{ij} - \rho_m \overline{u'_i u'_j}) + \rho_m f, \quad (25)$$

where  $\mu$  is the dynamic viscosity,  $f$  is the additional momentum source (e.g., the gravitational, Coriolis and centrifugal forces).  $S_{ij}$  are the components of the symmetric part of the velocity gradient tensor. The Reynolds Stress Tensor  $\rho_m \overline{u'_i u'_j}$  is supplied by the  $k-\omega$  SST turbulence model.

Equation (24) allows the two-phase calculations to be performed by solving the continuity equation and the momentum equation written in the form of Equation (25). The rate of vapor production  $\dot{m}_v$  was calculated using the Rayleigh–Plesset Equation [25]. Thus, the dynamic growth of a spherical nucleated bubble can be described as:

$$R_B \frac{d^2 R_B}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR_B}{dt} \right)^2 + \frac{2\sigma_{st}}{\rho_l R_B} = \frac{p_v - p}{\rho_l}, \quad (26)$$

where  $R_B$  is the radius of a nucleation site,  $\sigma_{st}$  is the surface tension coefficient,  $p_v$  is the pressure in the bubble, assumed to be the vapor pressure at liquid temperature, and  $p$  is the pressure outside the bubble.

Neglecting smaller bubbles and surface tension term as stated by [25], first-order approximation leads the Equation (26) to:

$$\frac{dR_B}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (27)$$

Mass transfer needs to be modeled to describe the interphase mass transfer between vapor and liquid considering vaporization and condensation processes, respectively. Defining the bubble density number,  $N_B$ , as being the number of bubbles per unit of volume of the mixture (note that  $m_v = \rho_v \frac{4}{3} \pi R_B^3$ ), the rate of change of vapor mass per unit of volume is:

$$\dot{m}_v = N_B \rho_v 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (28)$$

Equation (28), in terms of the vapor volume fraction  $r_v = N_B 4\pi R_B^3 / 3$ , is given by:

$$\dot{m}_v = \frac{3r_v \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (29)$$

Equation (29) only considers the vaporization, i.e.,  $\dot{m}_v > 0$ , once  $p_v - p$  is positive. Equation (29) cannot handle a radius decrease ( $dR_B/dt < 0$ ) caused by condensation, when  $p > p_v$ . In addition, the original Rayleigh–Plesset model does not take into account the nucleation phenomena. Vaporization begins at nucleation sites and, as the vapor volume fraction increases, the nucleation site density decreases accordingly. Thus, in the expression for vaporization,  $r_v$  is replaced by  $r_{nuc}(1 - r_v)$ , where  $r_{nuc}$  is the volume fraction of the nucleation sites [35]. Finally, [36] proposed a modification that leads to Equation (30), where  $F_c$  is dimensionless empirical coefficient for both the condensation and vaporization processes.

$$\dot{m}_v = F_c \frac{3r_{nuc}(1 - r_v)\rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_v - p|}{\rho_l}} \text{sgn}(p_v - p). \quad (30)$$

Coefficients of Equation (30) found by [36] are given in Table 2.

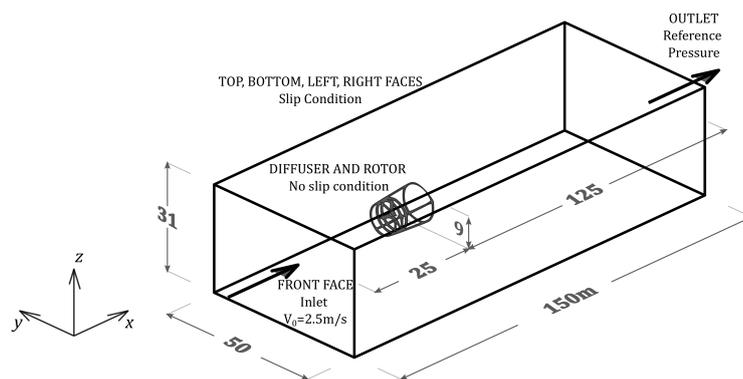
**Table 2.** Material constants and conditions for the Rayleigh–Plesset Model at 25 °C.

Quantity	Value
$F_c$	0.01 (Condensation) and 50 (Vaporization)
$\rho_l$	997 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_v$	0.02308 kg/m <sup>3</sup>
$r_{nuc}$	$5 \times 10^{-4}$
Mean bubble diameter ( $R_B$ )	$1 \times 10^{-6}$ m
Pressure of vapor ( $p_v$ )	3.170 kPa

### 3.3. Numerical Setup

The present work adopts a geometric model similar to that developed by [7] for cavitation study on the blade rotor. The blade geometry uses a NACA 65<sub>3</sub>-618 foil whose distribution is described in Table 3. It is worth noting that NACA 65<sub>3</sub>-618 was chosen only to assess the optimization process proposed here, and airfoil selection is not the focus of this study.

The computational domain is 31 m × 50 m × 150 m, as illustrated in Figure 5. The rotor is positioned at 2.5  $D$  from the inlet boundary and 12.5  $D$  to the outlet boundary. The diffuser and rotor center are located at 9 meters beneath the water’s surface ( $H = 9$  m).



**Figure 5.** General setup of the computational domain and boundary conditions.

**Table 3.** Blade chord and twist distributions for the NACA 65<sub>3</sub>-618 foil [7].

Radial Distance ( <i>r</i> ) [m]	Span Station ( <i>r/R</i> ) [–]	Chord Length [m]	Twist [deg.]	Twist Axis [% chord]
0.793	0.148	0.27	24	30
0.949	0.189	0.56	20	30
1.185	0.237	0.55	16	30
1.400	0.280	0.51	13	30
1.635	0.327	0.47	11	30
1.860	0.372	0.43	10	30
2.086	0.417	0.39	8	30
2.311	0.462	0.35	7	30
2.536	0.507	0.33	6	30
2.761	0.552	0.30	5	30
2.985	0.597	0.28	5	30
3.210	0.642	0.26	4	30
3.432	0.686	0.26	4	30
3.657	0.731	0.26	3	30
3.880	0.776	0.26	3	30
4.101	0.820	0.25	2	30
4.328	0.865	0.26	2	30
4.550	0.910	0.26	2	30
4.776	0.955	0.26	2	30
5.000	1.000	0.11	1	30

The boundary conditions are defined as follows. A uniform velocity ( $V_0$ ) of 2.5 m/s and a turbulence intensity of 5% are applied at the inlet section as a Dirichlet boundary condition. At the outlet region, a pressure outlet boundary condition is specified with a constant static pressure over the boundary mesh face to prevent inflow from occurring. A non-slip condition is applied to the blades and diffuser surfaces. The free slip condition is satisfied at the top, bottom and lateral faces of the prismatic domain. An angular velocity of 35 revolutions per minute is imposed on the moving reference zone. The main parameters are given in Table 4. Boundary conditions are given in Table 5.

**Table 4.** Design parameters used in the simulation of the DAHT.

Parameter	Value
Turbine diameter ( <i>D</i> )	10 m
Hub diameter	1.5 m
Number of blades ( <i>N</i> )	3
Free stream velocity ( $V_0$ )	2.5 m/s
Water density ( $\rho$ ) at 25 °C	997 kg/m <sup>3</sup>
Submergence of the turbine ( <i>H</i> )	9 m
$p_{atm}$	$1 \times 10^5$ Pa
$p_v$	$3.17 \times 10^3$ Pa
Gravity ( <i>g</i> )	9.81 m/s <sup>2</sup>
Angular velocity ( $\Omega$ )	35 rpm
Foil type	NACA 65 <sub>3</sub> -618

The domain was divided into three different zones: a thin cylindrical zone around the turbine rotor; a cylindrical zone that envelops the diffuser; and the remaining flow zone. All domains were defined as stationary except for a thin cylinder of 10.5 m in diameter and 2 m in length which encompasses the blades. Here, the domain was defined with respect to a moving reference frame where the governing equations are solved, taking into account the Coriolis and centrifugal forces components in the frozen rotor approach used by the CFD solver.

**Table 5.** Boundary conditions.

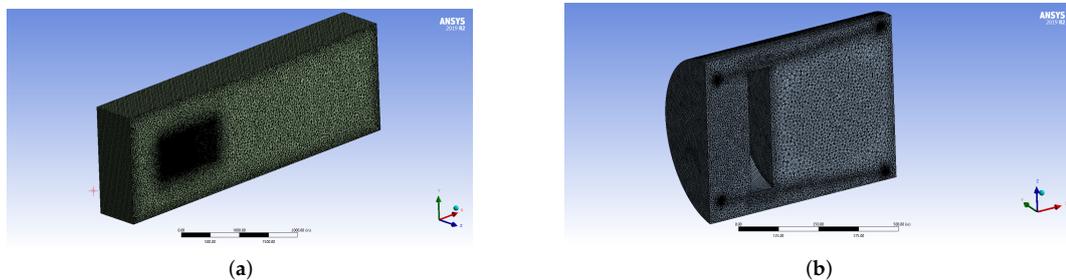
Region	Condition
Inlet	$V_0 = 2.50$ m/s
Outlet	$p = \text{constant}$
Blade surface	No-slip
Rotor surface	No-slip
Top, bottom and lateral surfaces	Slip
Rotatory domain	Frozen rotor
Turbulence intensity	5%

Discretization of the fluid domain heavily interferes with the numerical solution and refinement must obey the importance of the region in the representation of the flow physics. In fact, the rotor wall, diffuser wall and diffuser interior are regions where mesh refinement must be performed with care in the present case. The resolution of the mesh in the boundary layer close to the rotor walls is still important due to the pressure drop at the suction side of the rotor blade and the consequent occurrence of cavitation when pressure is lower than vapor pressure at the nuclei of bubbles. According to the value of the parameter  $y^+$  [37], defined as

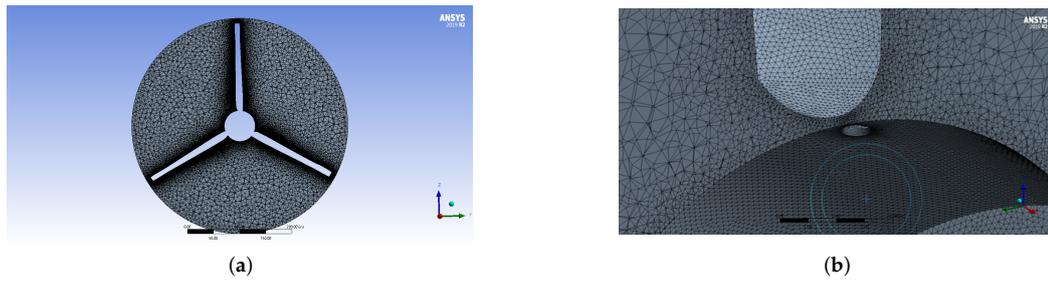
$$y^+ = \frac{\Delta_y u^+}{\nu} \quad (31)$$

where  $u^+$  is the wall shear velocity,  $\Delta_y$  the wall distance, and  $\nu$  the kinematic viscosity, the region close to the wall can be divided into three distinct layers: viscous layer ( $y^+ < 5$ ), buffer layer ( $5 < y^+ < 30$ ) and the fully turbulent layer ( $y^+ > 30$ ) [38]. To accurately solve the viscous sublayer, the values of  $y^+$  must be less than 5. In the present numeric model, the boundary layer near the rotor wall zone was defined using 25 cell elements, increasing the spatial scale by a factor of 1.2 between adjacent layers. The first mesh element was set to  $10^{-6}$  m, resulting in a  $y_{max}^+ = 1.01$ , which is appropriate for the  $\kappa - \omega$  SST turbulence model. The mesh distribution along the zones defined is shown in Figures 6–8.

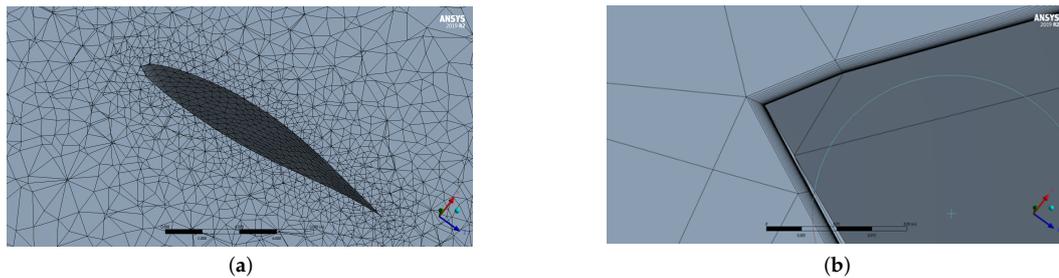
Before all simulations, a mesh convergence study using 5 different meshes was conducted in order to verify the most appropriate distribution, number of cells, and nodes. In all meshes, the value of power and the  $y^+$  variables were verified. This analysis discovered that a mesh with  $20.5 \times 10^6$  cells exhibits no variation in these variables with further refinement, so this distribution was used in all simulations. More details about this evaluation are shown in Section 4.2.1.



**Figure 6.** (a) Outer semi domain grid. Dark region in the center of the figure corresponds to the diffuser and rotor location. (b) Grid close to the diffuser (outer domain and MRF cylindrical meshes suppressed).



**Figure 7.** (a) Plan view in the cylindrical MRF grid surrounding the rotor. (b) 3-D close-up view near hub and blade.



**Figure 8.** (a) View of the unstructured grid at a blade section. (b) Close-up view of the hydrofoil profile near the leading edge.

#### 4. Results and Discussion

To assess the proposed optimization model, the design and geometric parameters shown in Tables 3 and 4 are used for all simulations. The results are divided into two phases: (i) the optimization model is evaluated considering the diffuser efficiency and thrust, and (ii) CFD simulations are performed to verify the optimization considering a model based on the volume fraction of water vapor.

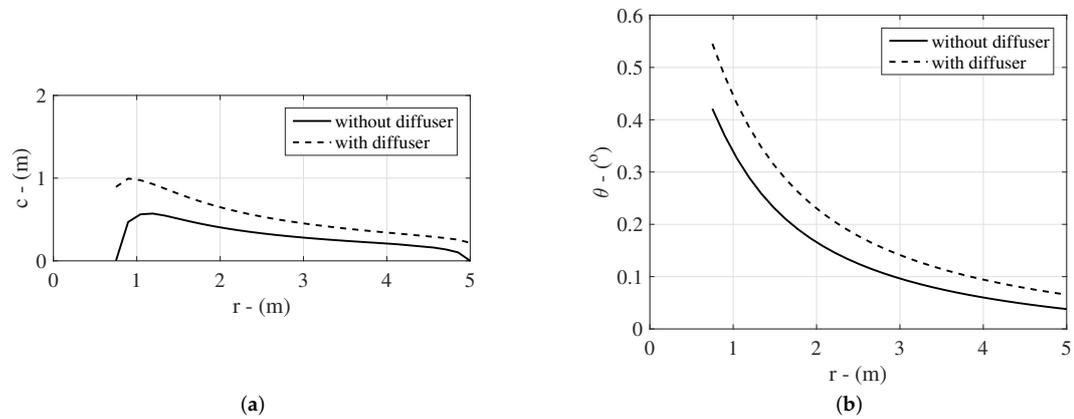
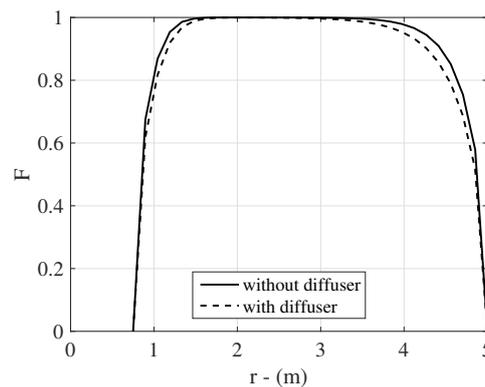
##### 4.1. The Optimization Model

To analyze the optimization procedure with and without a diffuser, chord and twist angle distributions are presented in Figure 9. These results are obtained for a constant diffuser area ratio according to Table 6. The diffuser efficiency, area ratio and thrust shown in Table 6 are calculated from the dimensions and simulations made according to the computational methodology described in Section 3. The conical diffuser used here was chosen only for the purpose of evaluating the model's behavior. This work does not intend to analyze the variation of diffuser geometry.

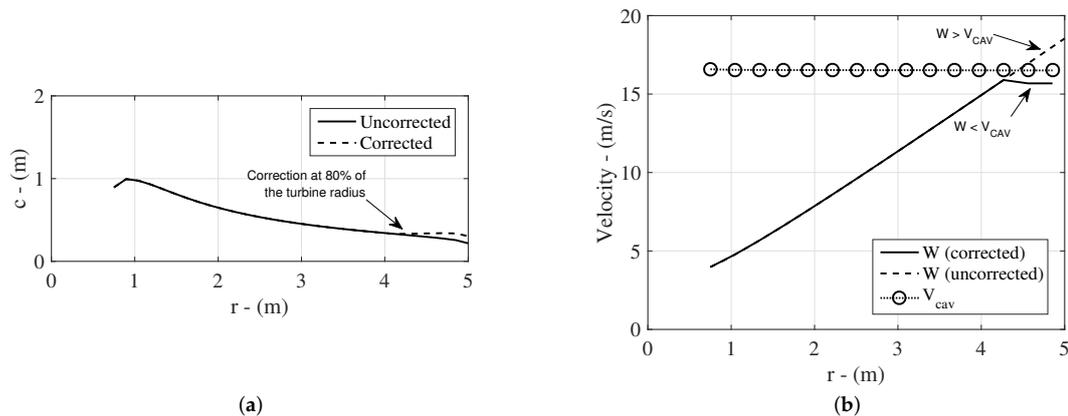
Figure 9a shows that when the turbine is under the effect of a diffuser, the local chord does not tend to zero at the root and tip of the blade, as it is for a bare turbine case using Prandtl tip/root loss factor,  $F$ . In this case, the twist angle distribution is heavily impacted by the diffuser (Figure 9b). As recently pointed out by Vaz, Okulov and Wood [39], for a bare turbine optimization procedure using the Prandtl loss factor, the chord is always zero at the root and tip of the blade, as shown in Figure 10. This is because Equation (14) reduces the far wake velocity,  $\varepsilon_4$ , to  $\varepsilon_4 = 1 - a_b F$  for a bare turbine, and then, if  $F \rightarrow 0$ ,  $c \rightarrow 0$ , as  $\varepsilon_4 \rightarrow 1$ . For a turbine with diffuser, the extra term in Equation (14), results in a value of  $\varepsilon_4$  that is always less than unit, causing  $c > 0$ . This result demonstrates that, even when using tip loss models, any optimization that takes the diffuser effect into account, the chord will never be zero at root and tip of the blade. Consequently, the increased chord along the entire blade increases the torque produced by the rotor, which is important for starting the turbine, as starting behavior requires higher torque at low stream velocity [26,40].

**Table 6.** Diffuser design parameters.

Parameter	Value
$\beta$	0.7511
$\eta_d$	0.4712
$C_{Td}$	0.6458

**Figure 9.** (a) Chord and (b) twist angle distributions along the blade under the effect of a diffuser.**Figure 10.** Prandtl tip loss factor under the effect of a diffuser.

To assess the performance of the optimization procedure under cavitation conditions for a turbine with a diffuser, the design parameters shown in Table 4 are taken into account. The uncorrected and corrected chord distributions in relation to the cavitation are shown in Figure 11a. Note that cavitation occurs at approximately 80% of the blade length, and the model corrects the chord to avoid it. When  $W$  becomes higher than  $V_{CAV}$ , the model imposes a correction in order to modify the relative velocity, as shown in Figure 11b for radial positions  $r > 4.12$  m. The method assumes  $W$  to always be lower than  $V_{CAV}$ . This optimization methodology is similar to that described in [5], with the main difference being the addition of diffuser efficiency and thrust into the mathematical approach, which is not reported in [5]. In the next section, CFD simulations are performed with optimized turbines with and without a diffuser.

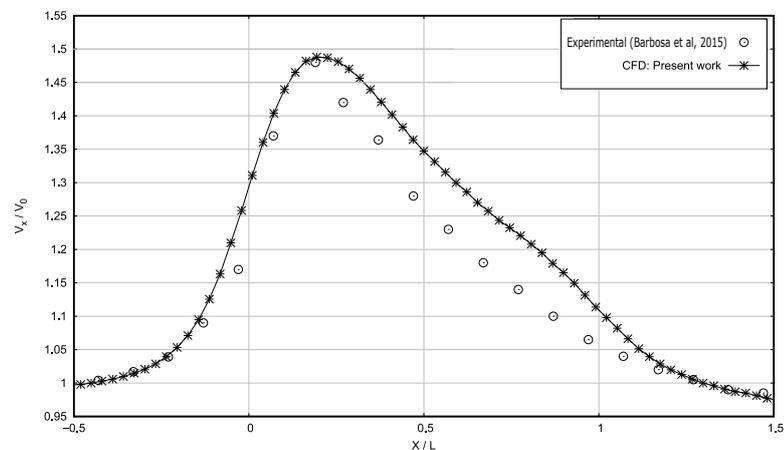


**Figure 11.** (a) Cavitation effect on the chord distribution along the blade. (b) Relative and cavitation velocities as functions of the radial position.

#### 4.2. CFD Simulations and Validation

##### 4.2.1. Verification of Optimal Point of Rotor Position and Mesh Independence Study

To ensure reliable and accurate results for the optimization model, mesh convergence studies and numerical validations must be carried out. The diffuser speed-up ratio obtained by CFD simulation was compared with experimental data obtained in [24]. Their measurements were performed with a 0.255-meter-long diffuser with a 0.5 mm thickness and a 5-degree opening angle. In the numerical model, the diffuser is empty; no rotational mesh has been implemented. The boundary layer near the rotor wall is defined with 25 layers, increasing by a factor of 1.2 between adjacent cells. The velocity ratio ( $V_x/V_0$ ) in the diffuser centerline is depicted with the relative position ( $X/L_d$ ) in Figure 12 and shows good agreement between the numerical and experimental results at the peak of the curve. This point is important because it is the location where the turbine is placed.



**Figure 12.** Comparative CFD-experimental velocity ratios on bare diffuser. Adapted from [24].

A grid refinement is applied in the interior and surrounding regions of the diffuser, downstream and upstream of the rotor, to assess the mesh dependence. As shown in Table 7, although there is a difference of one million between Meshes D and E for the

shrouded case, there is no significant change in values of mechanical power, evidencing the independence of the grid from the numerical results.

**Table 7.** Grid independence results—shrouded turbine.

Mesh	Cells [ $\times 10^6$ ]	$y_{max}^+$	Power
Mesh A	16.2	1.32	388 kW
Mesh B	17.6	1.01	337 kW
Mesh C	18.9	1.15	333 kW
Mesh D	19.4	1.10	325 kW
Mesh E	20.5	1.11	324 kW

#### 4.2.2. Numerical Simulation of Cavitation Effect on Diffuser-Augmented Hydrokinetic Blades

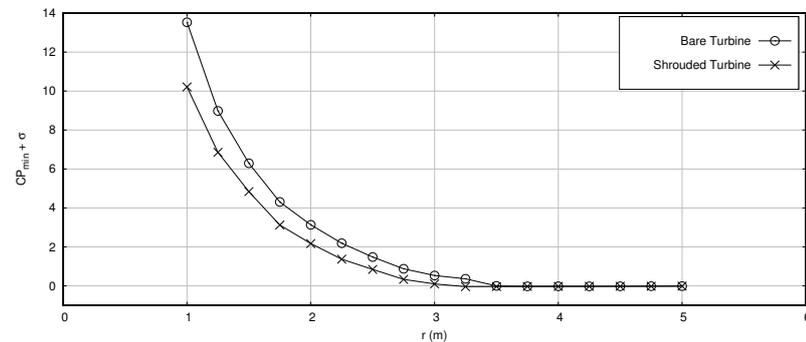
The hydrokinetic energy of the water passing over the rotor is proportional to the mass flow. Shrouding the rotor with a diffuser is a common method to increase the axial velocity and, consequently, the turbine power coefficient. However, due to the change in speed and pressure fields, cavitation can occur and affect the performance of the rotor. Optimized blade geometry should be able to mitigate this prejudicial effect. As previously described, cavitation occurs when  $c_{Pmin} + \sigma < 0$ . The bare and shrouded turbines were subjected to the cavitation criterion as a function of radial position, Table 8. Indeed, the bare condition shows that cavitation occurs beyond 3.50 m up to the tip of the blade. These results seem strictly consistent with those reported by [7]. For the case of shrouded turbine, cavitation begins earlier, from 3.00 m of the blade length up to the tip. Figure 13 shows the cavitation at the suction side of the upward blade of the rotor.

**Table 8.** Cavitation criterion at upward blade.

$r$ [m]	Bare Turbine			Shrouded Turbine		
	$W$ [m/s]	$\sigma$	$c_{Pmin}$	$W$ [m/s]	$\sigma$	$c_{Pmin}$
1.00	4.4366	17.9746	−4.4438	4.8882	14.8072	−4.5960
1.25	5.2192	12.8085	−3.8261	5.6089	11.0903	−4.2369
1.50	6.0395	9.4309	−3.1398	6.3809	8.4489	−3.6099
1.75	6.8841	7.1554	−2.8491	7.1868	6.5652	−3.4404
2.00	7.7450	5.5713	−2.4387	8.0165	5.2003	−3.0272
2.25	8.6173	4.4344	−2.2454	8.8635	4.1915	−2.8229
2.50	9.4979	3.5959	−2.1149	9.7230	3.4313	−2.5876
2.75	10.3847	2.9625	−2.0876	10.5926	2.8474	−2.5156
3.00	11.2762	2.4740	−1.9430	11.4700	2.3911	−2.2933
3.25	12.1714	2.0904	−1.7277	12.3537	2.0292	−2.0685
3.50	13.0695	1.7843	−1.7887	13.2425	1.7379	−1.7737
3.75	13.9700	1.5365	−1.5611	14.1354	1.5008	−1.5322
4.00	14.8724	1.3336	−1.3559	15.0299	1.3058	−1.3339
4.25	15.7764	1.1654	−1.1897	15.9229	1.1441	−1.1691
4.50	16.6818	1.0247	−1.0465	16.8117	1.0089	−1.0314
4.75	17.5882	0.9060	−0.9224	17.6833	0.8963	−0.9166
5.00	18.4957	0.8049	−0.8194	18.5221	0.8026	−0.8180

As discussed in Section 3.2, the total vapor volume is used to quantify cavitation. In this way, cavitation occurs only when the volume fraction of vapor is greater than 0.01. For the bare turbine, the simulation indicates a vapor volume equal to 383.6 mL, while for the shrouded turbine, it indicates 779.2 mL. In other words, the numerical simulations show that the shrouded turbine produces twice the amount of vapor as compared to the bare turbine. Figure 14a shows the top blade region where cavitation occurs on the suction side of the bare turbine. Figure 14b shows the same region where cavitation occurs for the shrouded turbine. This increase in cavitation occurs because the blade optimized by [7] did

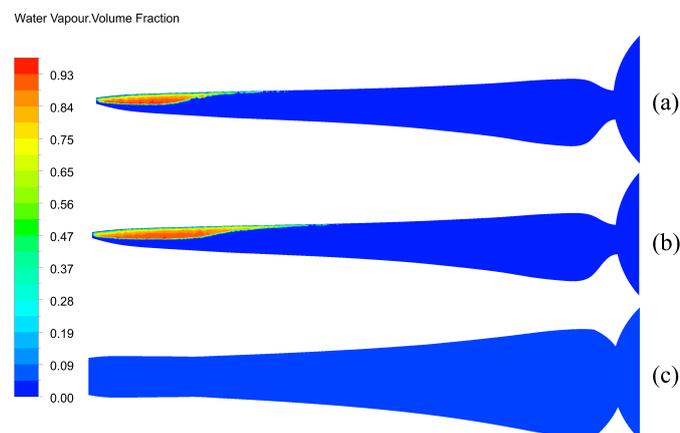
not consider the diffuser effect. This fact demonstrates the need to account for the changes promoted by the diffuser on the flow during the blade optimization process.



**Figure 13.** Cavitation criterion at upward blade (suction side).

The optimization due to the effect of the diffuser and cavitation correction were applied, as stated in Section 4.1, also shown in Figure 14c. The optimized blade was tested in the same simulation conditions applied to the previously shrouded configuration. It can be noticed that there is a complete absence of cavitation for the proposed optimized rotor blade. Note that the proposed methodology can integrally avoid cavitation inception. This occurs due to the optimization technique considering the increase in the axial velocity through the rotor blades, consequently increasing chord and twist angle distributions, as shown in Figure 9. This is a direct consequence of Equation (17), in which the chord is strongly dependent on the relative velocity,  $W$ .

After the correction of the blade geometry using the procedure shown in Section 2, the CFD simulation was carried out again, keeping the mesh distribution and data parameters used in Mesh E. In Figure 15, the pressure contour and streamlines for a shrouded, not corrected turbine are shown. Additionally, in Figure 16, the same data are shown for a shrouded turbine with blade correction. For a more detailed view of the pressure field in the fluid around the tip of the blade, a radial section at a radius  $r = 4.9$  m was selected. These data are shown in Figure 17, for all cases studied. After blade geometry correction, no cavitation is found because the pressure values are all above the water vapor pressure.



**Figure 14.** Volume fraction of water vapor at suction side: (a) bare turbine; (b) shrouded turbine; (c) corrected blade.

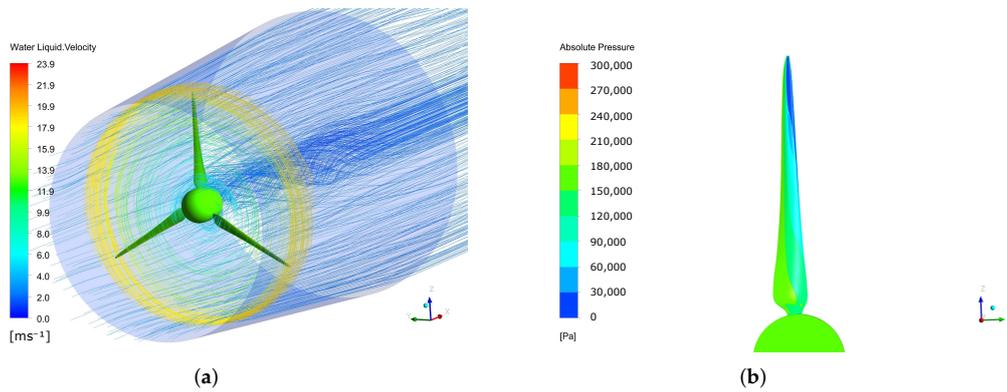


Figure 15. Streamlines colored by velocity magnitude and pressure contour in uncorrected blades surfaces. (a) Pressure side. (b) Suction side.

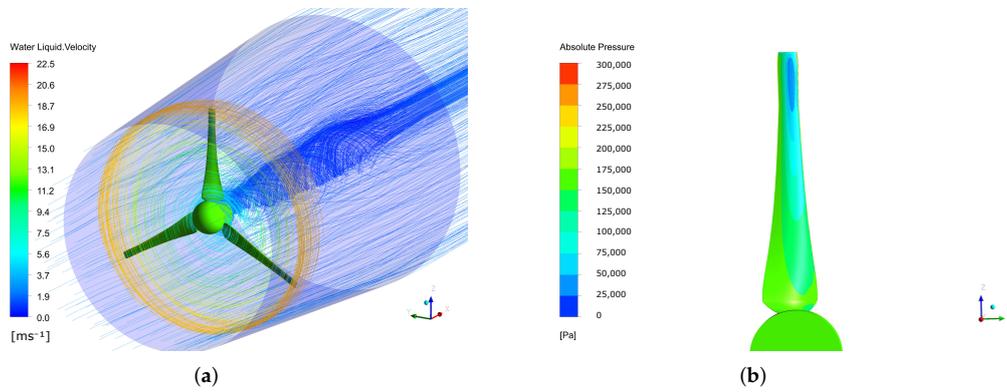


Figure 16. Streamlines colored by velocity magnitude and pressure contour in corrected blades surfaces. (a) Pressure side. (b) Suction side.

The power coefficient as a function of tip speed ratio, using BEMT, is shown in Figure 18. Note that the curve for  $C_p$  seems to be really flat when compared to that calculated by Silva et al. [7]. This behavior is also pointed out by [39], in which the authors suggest that diffuser-augmented wind turbines have much flatter power curves than bare turbines. This characteristic is important because it means that at any operating condition, a shrouded turbine tends to keep its efficiency higher.

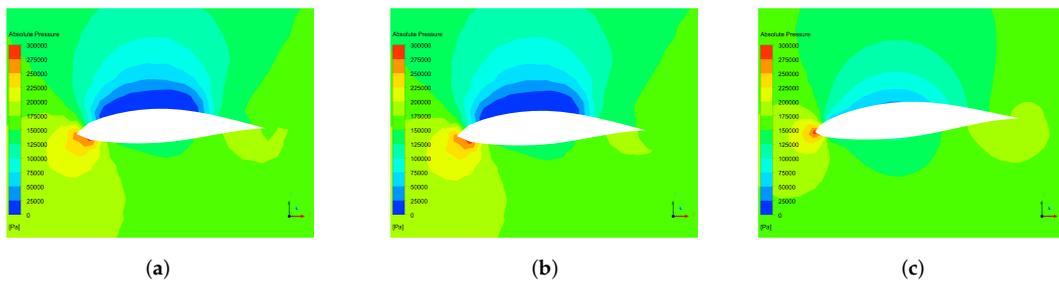


Figure 17. Pressure contour at a blade radius 4.9m from the rotor center. (a) Bare turbine. (b) Shrouded Turbine. (c) Shrouded optimized turbine.

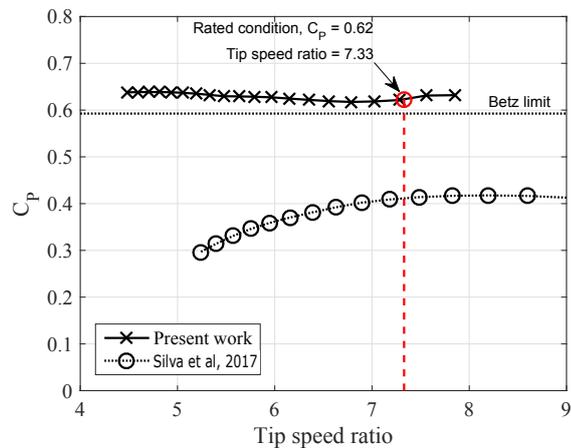


Figure 18. Power coefficient of the optimized blade with diffuser. Adapted from [7].

## 5. Conclusions

This work shows the development of a new optimization model applied to diffuser-augmented hydrokinetic blades, taking into account the effect of cavitation inception. The model demonstrates that diffuser efficiency,  $\eta_d$ , and thrust,  $C_{T,d}$ , directly impact the cavitation on shrouded hydrokinetic blades. Such an impact occurs through the optimum expressions to calculate chord and twist angle, which are dependent on  $W^2$ , as depicted in Equation (17). As shown in Figure 9, the optimization increases chord and twist angle distributions, altering the pressure condition at each blade section. To avoid cavitation inception, the results show that the model needs to account for the diffuser contribution to the flow passing through the rotor. As a result, the chord and twist angle change in order to keep the relative velocity  $W$  lower than the cavitation velocity  $V_{CAV}$  at all times. Another interesting result is that when the turbine is under the effect of a diffuser, the local chord does not tend to zero at the root and tip of the blade (Figure 9a), as it occurs for a bare turbine using the Prandtl tip/root loss factor,  $F$ , and the twist angle distribution is heavily impacted by the diffuser (Figure 9b). Even though the model presents good results, some limitations must be analyzed carefully. There is a need for model validation using experimental data, as well as analysis of the model in off-design conditions. Nevertheless, the work demonstrates that any optimization methodology needs to consider the diffuser as it can intensify the cavitation on hydrokinetic blades.

**Author Contributions:** Writing—review & editing, H.P.P., D.A.T.D.d.R.V., A.K.F.d.L., E.F.L. and J.R.P.V. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

**Funding:** This research received no external funding.

**Acknowledgments:** The authors would like to thank ANTAQ, CNPq, CAPES, PROPESP/UFPA and PROCAD/UFPA project (no. 88881.200549/2018-01) for financial support.

**Conflicts of Interest:** The authors declare no conflict of interest.

## Abbreviations

The following abbreviations are used in this manuscript:

BET	Blade Element Theory
CFD	Computational Fluid Dynamics
DAHT	Diffuser-augmented Hydrokinetic Turbine
DNS	Direct Numeric Simulation

HT	Hydrokinetic Turbine
MRF	Moving Reference Frame
LES	Large Eddy Simulation
RANS	Reynolds-Averaged Navier–Stokes
VOF	Volume Of Fluid Technique
<b>Arabic Symbols</b>	
$a, a'$	Streamtube average axial and tangential induction factors
$a_b, a'_b$	Axial and tangential induction factors at the blade
$A$	Area of the Disc ( $m^2$ )
$A_3$	Cross section at the diffuser outlet ( $m^2$ )
$c$	Chord (m)
$c^{uc}, c^{co}$	Uncorrected and corrected chord (m)
$C_l, C_d$	Lift and drag coefficients
$C_p$	Power coefficient
$c_{p3}$	Pressure coefficient at the diffuser outlet
$c_{pmin}$	Minimum pressure coefficient
$C_n$	Normal force coefficient
$C_T, C_{Td}$	Thrust coefficient and diffuser thrust coefficient
$D$	Turbine Diameter (m)
$D_i, D_e$	Inlet and outlet diffuser diameters (m)
$dP$	Elementary power (W)
$f$	Additional momentum source ( $m s^{-2}$ )
$f_s$	Safety factor
$F$	Prandtl's tip loss factor
$F_c$	Empirical constant of the cavitation model
$g$	Gravity ( $m s^{-2}$ )
$h, H$	Distance between free surface and turbine radial or center position (m)
$\dot{m}_l, \dot{m}_v$	Rate of change mass per unit of volume for liquid and vapor phases
$L_1, L_2$	Upstream and downstream diffuser lengths relative to rotor center plane (m)
$L_d$	Diffuser total length (m)
$N$	Number of blades
$N_B$	Number of bubbles per unit of mixture volume
$p$	Local pressure (Pa)
$p_{atm}$	Atmospheric pressure (Pa)
$p_0$	Pressure in the external flow (Pa)
$p_2$	Pressure in the turbine upstream (Pa)
$p_3$	Pressure in the diffuser outlet (Pa)
$p_v$	Vapor pressure (Pa)
$r$	Radial position at the rotor plane (m)
$R$	Radius of the rotor (m)
$r_*$	Dimensionless radial position
$r_l, r_v$	liquid and vapor volume fractions
$r_{nuc}$	Nucleation volume fraction
$R_B$	Bubble radius (m)
$S_{ij}$	Symmetric part of the velocity gradient tensor
$u_i, u'_i$	Mean velocity and fluctuations components ( $m s^{-1}$ )
$\overline{u'_i u'_j}$	Reynolds Stress Tensor ( $m^2 s^{-2}$ )
$t_d$	Diffuser thickness (m)
$V_x$	X-component of the flow velocity at the diffuser centerline ( $m s^{-1}$ )
$V_0$	Freestream flow velocity ( $m s^{-1}$ )
$V_1, V_2$	Axial velocity at the rotor ( $m s^{-1}$ )
$V_3, V_4$	Axial velocity at the diffuser outlet and at the wake ( $m s^{-1}$ )
$V_{CAV}$	Minimum cavitating flow velocity ( $m s^{-1}$ )
$X$	Longitudinal position at the diffuser centerline (m)
$W$	Relative velocity of fluid

### Greek Symbols

$\alpha$	Angle of attack (rad)
$\beta$	Cross sectional area ratio
$\Delta y$	Wall distance (m)
$\epsilon_1$	Velocity ratio
$\epsilon_4$	Far-wake velocity ratio
$\eta_d$	Diffuser efficiency
$\gamma$	Diffuser speed-up ratio
$\mu$	Dynamic viscosity ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )
$\nu$	Kinematic viscosity ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )
$\Omega$	Angular velocity of turbine ( $\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	Fluid density ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\rho_l, \rho_v, \rho_m$	Liquid, vapor and mixture densities ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\sigma$	Cavitation number
$\sigma_s$	Local solidity
$\sigma_{st}$	Surface tension coefficient
$\phi$	Flow angle (rad)
$\phi_d$	Diffuser opening angle
$\tau_{ij}$	Reynolds stress tensor ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ )
$\theta$	Twist angle (rad)

### Reference

- Mesquita, A.L.A.; Mesquita, A.L.A.; Palheta, F.C.; Vaz, J.R.P.; de Moraes, M.V.G.; Gonçalves, C. A methodology for the transient behavior of horizontal axis hydrokinetic turbines. *Energy Convers. Manag.* **2014**, *87*, 1261–1268. [\[CrossRef\]](#)
- Vaz, J.R.; Wood, D.H. Aerodynamic optimization of the blades of diffuser-augmented wind turbines. *Energy Convers. Manag.* **2016**, *123*, 35–45. [\[CrossRef\]](#)
- Zhu, F.w.; Ding, L.; Huang, B.; Bao, M.; Liu, J.T. Blade design and optimization of a horizontal axis tidal turbine. *Ocean Eng.* **2020**, *195*, 106652. [\[CrossRef\]](#)
- Silva, P.A.; Vaz, D.A.R.; Britto, V.; de Oliveira, T.F.; Vaz, J.R.; Junior, A.C.B. A new approach for the design of diffuser-augmented hydro turbines using the blade element momentum. *Energy Convers. Manag.* **2018**, *165*, 801–814. [\[CrossRef\]](#)
- do Rio Vaz, D.A.; Vaz, J.R.; Silva, P.A. An approach for the optimization of diffuser-augmented hydrokinetic blades free of cavitation. *Energy Sustain. Dev.* **2018**, *45*, 142–149. [\[CrossRef\]](#)
- Batten, W.; Bahaj, A.; Molland, A.; Chaplin, J. The prediction of the hydrodynamic performance of marine current turbines. *Renew. Energy* **2008**, *33*, 1085–1096. [\[CrossRef\]](#)
- Silva, P.A.S.F.; Shinomiya, L.D.; de Oliveira, T.F.; Vaz, J.R.P.; Mesquita, A.L.A.; Junior, A.C.P.B. Analysis of cavitation for the optimized design of hydrokinetic turbines using BEM. *Appl. Energy* **2017**, *185*, 1281–1291. [\[CrossRef\]](#)
- Taskar, B.; Steen, S.; Eriksson, J. Effect of waves on cavitation and pressure pulses of a tanker with twin podded propulsion. *Appl. Ocean. Res.* **2017**, *65*, 206–218. [\[CrossRef\]](#)
- Pennings, P.; Bosschers, J.; Westerweel, J.; van Terwisga, T. Dynamics of isolated vortex cavitation. *J. Fluid Mech.* **2015**, *778*, 288–313. [\[CrossRef\]](#)
- Wang, D.; Sampson, R. An experimental investigation on cavitation, noise, and slipstream characteristics of ocean stream turbines. *J. Power Energy* **2015**, *221*, 219–231. [\[CrossRef\]](#)
- Morgut, M.; Nobile, E.; Bilus, I. Comparison of mass transfer models for the numerical prediction of sheet cavitation around a hydrofoil. *Int. J. Multiph. Flow* **2011**, *37*, 620–626. [\[CrossRef\]](#)
- Chen, Y.; Chen, X.; Gong, Z.; Li, J.; Lu, C. Numerical investigation on the dynamic behavior of sheet/cloud cavitation regimes around hydrofoil. *Appl. Math. Model.* **2016**, *40*, 5833–5857. [\[CrossRef\]](#)
- Movahedian, A.; Pasandidehfar, M.; Roohi, E. LES investigation of sheet-cloud cavitation around a 3-D twisted wing with a NACA 16012 hydrofoil. *Ocean Eng.* **2019**, *192*, 106547. [\[CrossRef\]](#)
- Pendar, M.R.; Esmaeilifar, E.; Roohi, E. LES study of unsteady cavitation characteristics of a 3-D hydrofoil with wavy leading edge. *Int. J. Multiph. Flow* **2020**, *132*, 103415. [\[CrossRef\]](#)
- Adhikari, R.C.; Vaz, J.; Wood, D. Cavitation inception in crossflow hydro turbines. *Energies* **2016**, *9*, 237. [\[CrossRef\]](#)
- Goundar, J.N.; Ahmed, M.R.; Lee, Y.H. Numerical and experimental studies on hydrofoils for marine current turbines. *Renew. Energy* **2012**, *42*, 173–179. [\[CrossRef\]](#)
- Lauterborn, W.; Ohl, C.D. Cavitation bubble dynamics. *Ultrasound. Sonochem.* **1997**, *4*, 65–75. [\[CrossRef\]](#)
- Vaz, J.R.; Wood, D.H. Effect of the diffuser efficiency on wind turbine performance. *Renew. Energy* **2018**, *126*, 969–977. [\[CrossRef\]](#)
- Phillips, D.G. An Investigation on Diffuser Augmented wind Turbine Design. Ph.D. Thesis, University of Auckland, Auckland, New Zealand, 2003.
- do Rio, D.A.T.D.; Mesquita, A.L.A.; Vaz, J.R.P.; Blanco, C.J.C.; Pinho, J.T. An extension of the blade element momentum method applied to diffuser augmented wind turbines. *Energy Convers. Manag.* **2014**, *87*, 1116–1123.

21. Hansen, M.O.L.; Sørensen, N.N.; Flay, R. Effect of placing a diffuser around a wind turbine. *Wind Energy Int. J. Prog. Appl. Wind Power Convers. Technol.* **2000**, *3*, 207–213.
22. Sørensen, J.N. *General Momentum Theory for Horizontal Axis Wind Turbines*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2016; Volume 4. [[CrossRef](#)]
23. Bontempo, R.; Manna, M. Effects of the duct thrust on the performance of ducted wind turbines. *Energy* **2016**, *99*, 274–287. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
24. Barbosa, D.; Vaz, J.; Figueiredo, S.; E Silva, M.; Lins, E.; Mesquita, A. An investigation of a mathematical model for the internal velocity profile of conical diffusers applied to DAWTs. *Ann. Braz. Acad. Sci.* **2015**, *87*, 1133–1148. [[CrossRef](#)]
25. Plesset, M.; Prosperetti, A. Bubble dynamics and cavitation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **1977**, *9*, 145–185. [[CrossRef](#)]
26. Vaz, J.R.; Wood, D.H.; Bhattacharjee, D.; Lins, E.F. Drivetrain resistance and starting performance of a small wind turbine. *Renew. Energy* **2018**, *117*, 509–519. [[CrossRef](#)]
27. Igra, O. Research and Development for Shrouded Wind Turbines. *Energy Convers. Manag.* **1981**, *21*, 13–48. [[CrossRef](#)]
28. Bet, F.; Grassmann, H. Upgrading conventional wind turbines. *Renew. Energy* **2003**, *28*, 71–78. [[CrossRef](#)]
29. Ohya, Y.; Karasudania, T.; Sakurai, A.; Abeb, K.I.; Inoue, M. Development of a shrouded wind turbine with a flanged diffuser. *J. Wind. Eng.* **2008**, *96*, 524–539.
30. Benjanirat, S.; Sankar, L.; Xu, G. Evaluation of turbulence models for the prediction of wind turbine aerodynamics. In Proceedings of the ASME 2003 Wind Energy Symposium, Reno, NV, USA, 6–9 January 2003; Paper number WIND2003-517; pp. 73–83.
31. Jo, C.; Yim, J.; Lee, K.; Rho, Y. Performance of horizontal axis tidal current turbine by blade configuration. *Renew. Energy* **2012**, *42*, 195–206.
32. Pope, S. *Turbulent Flows*; Cambridge University Press: Cambridge, MA, USA, 2000. [[CrossRef](#)]
33. Menter, F. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.* **1994**, *32*, 1598–1605.
34. Gerber, A. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, LA, USA, 17–22 November 2002; Paper number IMECE2002-39315.
35. Morgut, M.; Nobile, E. Numerical Predictions of Cavitating flow around model scale propellers by CFD and advanced model calibration. *Int. J. Rotating Mach.* **2012**, *2012*, 618180. [[CrossRef](#)]
36. Bakir, F.; Rey, R.; Gerber, A.G.; Belamri, T.; Hutchinson, B. Numerical and experimental investigations of the cavitating behaviour of an inducer. *Int. J. Rotating Mach.* **2004**, *10*, 15–25.
37. Schlichting, H.; Gersten, K. *Boundary-Layer Theory*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2000.
38. Wilcox, D.C. *Turbulence Modeling for CFD*, 3rd ed.; DCW Industries, Inc.: La Canada, CA, USA, 2006.
39. Vaz, J.R.; Okulov, V.L.; Wood, D.H. Finite blade functions and blade element optimization for diffuser-augmented wind turbines. *Renew. Energy* **2020**, *165*, 812–822.
40. Moreira, J.L.; Mesquita, A.L.; Araujo, L.F.; Galhardo, M.A.; Vaz, J.R.; Pinho, J.T. Experimental investigation of drivetrain resistance applied to small wind turbines. *Renew. Energy* **2020**, *153*, 324–333.