



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

SAUL RODRIGO DA COSTA BARRETO

**PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: CONDIÇÕES E RESTRIÇÕES
REVELADAS PELAS TESES DEFENDIDAS NO BRASIL NA ÁREA DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE 2011 A 2021**

BELÉM
2023

SAUL RODRIGO DA COSTA BARRETO

**PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: CONDIÇÕES E RESTRIÇÕES
REVELADAS PELAS TESES DEFENDIDAS NO BRASIL NA ÁREA DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE 2011 A 2021**

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará (PPGECM/IEMCI/UFPA), como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Coorientador: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

BELÉM
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

B273p BARRETO, Saul Rodrigo da Costa.
Percurso de Estudo e Pesquisa : Condições e Restrições
reveladas pelas Teses defendidas no Brasil na área da
Educação Matemática de 2011 a 2021 / Saul Rodrigo da
Costa BARRETO. — 2023.
240 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Coorientador(a): Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de
Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas,
Belém, 2023.

1. PEP. 2. Caracterização. 3. Categorização. 4.
Revisão Sistemática. I. Título.

CDD 510.7

SAUL RODRIGO DA COSTA BARRETO

PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: CONDIÇÕES E RESTRIÇÕES REVELADAS PELAS TESES DEFENDIDAS NO BRASIL NA ÁREA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE 2011 A 2021

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará (PPGECM/IEMCI/UFPA), como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Coorientador: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes - Orientador

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, Membro interno - Local/UFPA

Prof. Dr. Marcos Guilherme Moura Silva, Membro interno - Local/UFPA

Profa. Dra. Teodora Pinheiro Figueroa, Membro externo - Local/UTFPR

Prof. Dr. Afonso Henriques, Membro externo - Local/UDESC

Prof. Dr. José Carlos de Souza Pereira, Membro externo – Local/SEDUCPA

“Na maioria das ciências, uma geração destrói o que outra construiu, e o que uma estabeleceu, outra desfaz. Apenas na matemática, cada geração acrescenta um novo andar à antiga estrutura”.

Hermann Hankel

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu SENHOR, que é o sustento espiritual em todos os momentos de minha vida, principalmente, neste, no qual precisei de sabedoria, paciência, determinação e coragem.

À minha mãe-avó, Ana Amaral, que incansavelmente lutou por mim, acreditando sempre em meu potencial, mesmo quando muitos não acreditavam.

À minha mãe, Maria Isabel (in memoriam) que do seu jeito me amou.

À minha esposa, Missilene Silva Barreto, pelo amor, incentivo, exemplo e compreensão nos momentos mais difíceis desta caminhada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes por compartilhar comigo seus conhecimentos e pela dedicação na orientação deste trabalho.

Ao meu Coorientador, Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud por me ajudar com seus conhecimentos e pelas contribuições neste trabalho.

Aos componentes da banca, Prof. Dr. Afonso Henriques, Prof. Dr. José Carlos de Souza Pereira, Prof. Dr. Marcos Guilherme Moura Silva e Profa. Dra. Teodora Pinheiro Figueiroa pela dedicação na leitura e contribuições importantes para este trabalho.

À Universidade Federal do Pará - UFPA pela oportunidade e promoção de minha formação continuada.

Aos demais familiares pelo carinho e incentivo de sempre.

Aos amigos de equipe e de curso, em especial ao Deusarino Oliveira Almeida Júnior. Vocês fazem parte da concretização desta conquista.

Aos demais amigos, colegas de profissão, que sonham com uma educação de qualidade colaboradora de mentes críticas.

BARRETO, S. R. C. Percurso de Estudo e Pesquisa: condições e restrições reveladas pelas teses defendidas no Brasil na área da Educação Matemática de 2011 a 2021. 2023. Tese (Doutorado em Educação, Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2023, 240 páginas.

RESUMO

Esta pesquisa configura-se uma tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Consiste numa pesquisa qualitativa de natureza bibliográfica. Para sua efetivação partimos das seguintes questões para a pesquisa “Quais as condições e restrições, mais evidenciadas, de quem aplicou um Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP? Quais os avanços e perspectivas do PEP no contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática? Com a finalidade de respondermos a tais questionamentos, realizamos uma revisão sistemática da literatura a partir de um protocolo de revisão sistemática e em seguida, realizamos a análise das pesquisas selecionadas a nível de doutorado no Brasil de 2011 a 2021, por meio de uma metassíntese qualitativa com enfoque em teses que fizeram uso do dispositivo didático metodológico PEP. Assumimos como hipóteses que: a) por meio dos estudos de pesquisas que utilizaram o PEP no Brasil, podemos identificar elementos característicos de pilotagem de um PEP, sendo possível revelar as condições e as restrições para seu desenvolvimento, bem como os avanços do PEP no que tange ao ensino e à aprendizagem da Matemática no Brasil; b) da caracterização dos PEP emanam perspectivas que nos permitem categorizá-los. Delineamos como objetivo geral: descrever as principais características da utilização do PEP a partir das teses na área de Educação Matemática defendidas no Brasil, no período de 2011 a 2021. Como objetivos específicos, definimos os seguintes: a) fazer um panorama das pesquisas com o PEP no Brasil a partir de sua caracterização; b) identificar os principais problemas de pesquisa das teses analisadas, buscando caracterizar os principais elementos que compõem um PEP; c) elaborar quadros comparativos de características do PEP e criar categorias. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard é a principal base estrutural da pesquisa, uma vez que seus elementos garantem um PEP consistente e nos fornecem subsídios para a análise desse dispositivo. Como resultados, foram elaborados quadros do estado da arte que revelam características principais que delineiam um PEP, tais como: classificação do PEP; composição dos sistemas do PEP; ponto de partida do PEP; surgimento da questão geratriz **Q**; dinâmica de surgimento e desdobramento da questão **Q**; dinâmica de construção da resposta **R^v** à questão **Q** a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de **R^o** (respostas às questões **Q**; geradas a partir da questão **Q**) e dos estudos das obras; particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese; princípios estruturantes do PEP e as dialéticas correspondentes. Assim, as análises de características nas pesquisas selecionadas, foram determinantes para revelar condições e restrições das intervenções didática e adidática por meio do dispositivo PEP, as quais contribuíram para delinear um panorama do PEP no Brasil e mais precisamente, auxiliou na categorização dos tipos de PEP.

Palavras-chave: PEP. Caracterização. Categorização. Revisão Sistemática.

ABSTRACT

This research is a doctoral thesis of the Graduate Program in Science and Mathematics Education (PPGECM) of the Federal University of Pará (UFPA). It consists of qualitative bibliographical research. For its accomplishment we started from the following research questions: "What are the conditions and restrictions of those who applied a Study and Research Path - SRP? What are the advances and perspectives of SRP in the context of mathematics teaching and learning? To answer these questions, we conducted a systematic review of the literature using a systematic review protocol, and then we conducted an analysis of selected doctoral research in Brazil from 2011 to 2021, through a qualitative meta-synthesis focusing on theses that made use of the didactic methodological device SRP. We assume as hypotheses that: a) through the studies of research that used the SRP in Brazil, we can identify characteristic elements of manipulation of a SRP, being possible to reveal the conditions and constraints of its development, as well as the advances of the SRP regarding the teaching and learning of Mathematics in Brazil; b) from the characterization of SRP emanate perspectives that allow us to categorize them. The general objective of this study was to describe the main characteristics of the use of SRP in Mathematics Education theses defended in Brazil, from 2011 to 2021. As specific objectives, we defined the following: a) to make a panorama of researches with SRP in Brazil from its characterization; b) to identify the main research problems of the analyzed theses, seeking to characterize the main elements that compose a SRP; c) to elaborate comparative charts of SRP characteristics and to create categories. Chevallard's Anthropological Theory of Didactics (ATD) is the main structural basis of the research, since its elements guarantee a consistent SRP and provide us with subsidies for the analysis of this device. As results, state-of-the-art tables were elaborated that revealed main characteristics that delineate a SRP, such as: classification of the SRP; composition of the SRP systems; starting point of the WBS; emergence of the generating question Q ; dynamics of emergence and unfolding of the question Q ; dynamics of construction of the answer R^\heartsuit to the question Q from the study, deconstruction, questioning and reconstruction of R^\diamond (answers to the questions Q_i generated from the question Q) and from the studies of the works; particularities of the production functions: chronogenesis, mesogenesis and topogenesis; structuring principles of the SRP and the corresponding dialectics. Thus, the analyses of characteristics in the selected research, was determinant to reveal conditions and restrictions of didactic and adidactic interventions through the SRP device, which contributed to reveal a panorama of SRP in Brazil and more precisely, assisted in the categorization of the types of SRP.

Keywords: PEP. Characterization. Categorization. Systematic Review.

RÉSUMÉ

Cette recherche est une thèse de doctorat du programme de troisième cycle en éducation en sciences et mathématiques (PPGECM) de l'université fédérale du Pará (UFPA). Il s'agit d'une recherche qualitative de nature bibliographique. Pour sa réalisation, nous sommes partis des questions de recherche suivantes : "Quelles sont les conditions et les restrictions de ceux qui ont appliqué un parcours d'étude et de recherche - PER? Quelles sont les avancées et les perspectives du PER dans le contexte de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques ? Afin de répondre à ces questions, nous avons effectué une revue systématique de la littérature à l'aide d'un protocole de revue systématique, puis nous avons analysé les recherches sélectionnées au niveau du doctorat au Brésil entre 2011 et 2021, par le biais d'une méta-synthèse qualitative axée sur les thèses qui ont utilisé le dispositif méthodologique didactique PER. Nous supposons que : a) à travers les études de recherche qui ont utilisé la PER au Brésil, nous pouvons identifier les éléments caractéristiques de la manipulation d'une PER, étant possible de révéler les conditions et les contraintes de son développement, ainsi que les avancées de la PER concernant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques au Brésil ; b) de la caractérisation des PER émanent des perspectives qui nous permettent de les catégoriser. L'objectif général de cet article est de décrire les principales caractéristiques de l'utilisation de la PER dans les thèses d'enseignement des mathématiques soutenues au Brésil, de 2011 à 2021. Comme objectifs spécifiques, nous avons défini les points suivants: a) faire un panorama des recherches avec la PER au Brésil depuis sa caractérisation; b) identifier les principaux problèmes de recherche des thèses analysées, en cherchant à caractériser les principaux éléments qui composent une PER ; c) élaborer des tableaux comparatifs des caractéristiques de la PER et créer des catégories. La Théorie Anthropologique de la Didactique (TAD) de Chevallard est la principale base structurelle de la recherche, puisque ses éléments garantissent une PER cohérente et nous fournissent des subsides pour l'analyse de ce dispositif. En guise de résultats, des tableaux de l'état de l'art ont été élaborés, révélant les principales caractéristiques qui délimitent une PER, telles que: classification du PER; composition des systèmes du PER; point de départ du PER; émergence de la question génératrice Q ; dynamique d'émergence et de déroulement de la question Q ; dynamique de construction de la réponse R^v à la question Q à partir de l'étude, de la déconstruction, du questionnement et de la reconstruction de R^o (réponses aux questions Q_i générées à partir de la question Q) et des études des ouvrages; particularités des fonctions de production: chronogenèse, mésogenèse et topogenèse; principes de structuration des PER et dialectiques correspondantes. Ainsi, l'analyse des caractéristiques des recherches sélectionnées a été déterminante pour révéler les conditions et les restrictions des interventions didactiques et adidactiques à travers le dispositif PER, ce qui a contribué à révéler un panorama de la PER au Brésil et, plus précisément, a aidé à la catégorisation des types de PER.

Mots clés: PER. Description. Catégorisation. Revue Systématique.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Níveis de codeterminação didática.....	36
Figura 2: Fluxograma de revisão sistemática	56
Figura 3: Cenário nacional de polos de pesquisas do PEP.....	60
Figura 4: MER em Santos Júnior (2017)	63
Figura 5: Polo GEDIM de pesquisa em TAD e PEP no Estado do Pará.	68
Figura 6: Sistemas didáticos de Ferreira (2020).....	132
Figura 7: Desdobramento de Q_0 em Ignácio (2018).....	158
Figura 8: Desdobramento de Q_0 em Rodrigues (2019).....	164
Figura 9: Desdobramento de Q_0 em Santos (2019).....	165
Figura 10: Desdobramento de Q_1 em Santos (2019)	165
Figura 11: Desdobramento de Q_2 em Santos (2019).....	166
Figura 12: Desdobramento de Q_3 em Santos (2019).....	166
Figura 13: Desdobramento de Q_4 em Santos (2019)	167
Figura 14: Desdobramento de Q_5 em Santos (2019)	167
Figura 15: Desdobramento de Q_0 em Silva (2021).....	169
Figura 16: Construção de R em Benito (2019).....	179
Figura 17: Construção de R em Damasceno (2019).....	180
Figura 18: Resposta a R em micro-PEP P1 e P2 em Santos (2019)	183
Figura 19: Resposta a R em micro-PEP P3 em Santos (2019).....	184
Figura 20: Resposta a R em micro-PEP P4 em Santos (2019).....	184
Figura 21: Resposta a R em micro-PEP P5 em Santos (2019).....	185
Figura 22: Resposta a R em micro-PEP P6 e P7 em Santos (2019)	185
Figura 23: Construção de R em Ferreira (2020).....	187
Figura 24: Cenário internacional de polos em destaque em pesquisa com o PEP	227

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Lista dos temas relativos aos TPO em vigor para as classes iniciais das séries gerais	38
Quadro 2: Teses publicadas na maior cidade do Brasil, São Paulo.....	61
Quadro 3: Teses publicadas no polo GEDIM/IEMCI/UFPA.....	69
Quadro 4: Teses publicadas na Bahia, Pernambuco e Mato Grosso do sul. ..	76
Quadro 5: Teses para caracterização	119
Quadro 6: PEP abertos, semiabertos e fechados	123
Quadro 7: Modelos de Ensino nos PEP analisados	136
Quadro 8: Ponto de partida dos PEP	141
Quadro 9: O surgimento da questão Q	147
Quadro 10: Questões derivadas da pergunta "para que ensinar quadriláteros?"	170
Quadro 11: Questões derivadas da pergunta "para que ensinar quadriláteros?"	170
Quadro 12: Primeira Matriz de análise do sexto encontro.....	190
Quadro 13: Matriz da Diversidade MD ₅	191
Quadro 14: Categorização de tipos de PEP.....	198
Quadro 15: Categorização dos modelos	205
Quadro 16: Teses publicadas em território francês de 2011 a 2021	229
Quadro 17: Teses publicadas em território espanhol de 2010 a 2021	232
Quadro 18: Teses publicadas em território argentino de 2010 a 2021.....	234

LISTA DE ABREVIATURAS

EP: Equipamento Praxeológico

GEDIM: Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas

IEMCI: Instituto de Educação Matemática e Científica

MER: Modelo Epistemológico de Referência

MDR: Modelo Didático de Referência

MED: Modelo Epistemológico Dominante

OM: Organizações Matemáticas

OD: Organizações Didáticas

ODM: Organizações Didático-Matemáticas

PEP: Percurso de Estudo e Pesquisa

PPGECM: Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas

TAD: Teoria Antropológica do Didático

UFPA: Universidade Federal do Pará

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD) E O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA (PEP)	22
2.1 O SURGIMENTO E O DESENVOLVIMENTO DA TRADIÇÃO DA DIDÁTICA FRANCESA.....	22
2.2 FUNDAMENTOS DA TAD	30
2.3 A GÊNESE DO PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA	37
2.4 O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA	39
3 PERCURSO METODOLÓGICO	45
3.1 REVISÃO SISTEMÁTICA.....	45
3.2 METASSÍNTESE QUALITATIVA.....	49
3.3 IDENTIFICAÇÃO E SELEÇÃO DAS PESQUISAS.....	52
4 O PANORAMA DO PEP NO BRASIL	59
4.1 METASSÍNTESE QUALITATIVA DAS PESQUISAS SELECIONADAS .	59
4.1.1 <i>Pesquisas (Teses) em São Paulo – SP</i>	60
4.1.1.1 Aspectos teórico-metodológicos	62
4.1.2 <i>Pesquisas (Teses) no Pará – PA, destaque para o GEDIM/IEMCI/UFP</i> A.....	68
4.1.2.1 Aspectos teórico-metodológicos	70
4.1.3 <i>Pesquisas (Teses) em outros estados brasileiros – MS, PB, BA</i>	76
4.1.3.1 Aspectos teórico-metodológicos	77
4.2 SISTEMATIZAÇÃO DOS DADOS	78
5 CARACTERIZAÇÃO DOS PEP EM ANÁLISE	119
5.1 CLASSIFICAÇÃO DO PEP (ABERTO, SEMIABERTO E FECHADO) .	121
5.2 COMPOSIÇÃO DOS SISTEMAS DO PEP	125
5.3 DINÂMICA DE MODELO DE ENSINO	135
5.4 PONTO DE PARTIDA DO PEP (GATILHO).....	141
5.5 SURGIMENTO DA QUESTÃO Q	147
5.6 DINÂMICA DE DESDOBRAMENTO DA QUESTÃO Q	153
5.7 DINÂMICA DE CONSTRUÇÃO DE R* A PARTIR DO ESTUDO, DESCONSTRUÇÃO E RECONSTRUÇÃO DE R* E DO ESTUDO DAS OBRAS	174
6 CATEGORIAS DE PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA (PEP)	195
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	211
7.1. IMPORTÂNCIA DA METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS ADOTADOS.....	211

7.2. PAPEL DA REVISÃO DA LITERATURA	211
7.3. RELEVÂNCIA E O PAPEL DO REFERENCIAL ADOTADO	212
7.4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA, QUANTO AO OBJETIVO GERAL, AOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS, ÀS HIPÓTESES TECIDAS E À QUESTÃO DE PESQUISA.....	212
7.4.1 Aspectos metodológicos (construídos e/ou revelados pela pesquisa) – o papel dos critérios de análise dos achados.....	215
7.4.2 Principais resultados de pesquisa. Diferencial em relação a outras pesquisas correlatas revisitadas	216
7.4.3 Contribuição para a área do ponto de vista metodológico e construtos teóricos e/ou resultados inéditos.....	218
7.5. IMPLICAÇÕES E LIMITAÇÕES DA PESQUISA - PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS	218
REFERÊNCIAS.....	220
APÊNDICE A – PANORAMA DE PESQUISAS INTERNACIONAIS: PEP E O ENSINO DE MATEMÁTICA.....	227
Pesquisas (Teses) na França: Precursora do PEP	228
Aspectos teórico-metodológicos	229
Pesquisas (teses) na Espanha	231
Aspectos teórico-metodológicos	232
Pesquisas (teses) na Argentina	234
Aspectos teórico-metodológicos	235
APÊNDICE B – FORMULÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO DE PEP	237

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa se configura uma tese de doutorado, em que nos propomos a analisar as perspectivas didáticas e metodológicas do dispositivo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP¹, em português; PER², em francês e REI³, em espanhol e SRP⁴, em inglês) contidas em pesquisas a nível de doutorado (teses) defendidas no Brasil, com o intuito de caracterizar esses percursos a fim de compreender as nuances de suas dimensões para, por fim, revelar condições e restrições apresentadas por diretores de estudo durante a aplicação ou composição desses dispositivos.

Para compreensão de nossa escolha, ressaltamos que o percurso acadêmico realizado trata de uma amostragem da nossa linha de investigação em didática da matemática. O interesse pela temática de investigação da prática do professor de Matemática se deu desde a época de minha Graduação, quando elaborei um modelo de ensino sobre a “Implementação de métodos numéricos para a solução de equações diferenciais ordinárias, utilizando o *software* MATLAB”.

Dando continuidade, no curso de Especialização em Educação Matemática, procurei expandir a investigação da prática docente na sala de aula, elaborando o trabalho “Geometria no Espaço: uma proposta de atividade usando o GeoGebra para o Volume do Prisma e da Pirâmide”. Nesse trabalho, discentes da 2ª série do Ensino Médio foram envolvidos na construção via GeoGebra de seus próprios aplicativos (aplicações que rodam apenas na plataforma GeoGebra em formato ggb.) para o estudo do prisma e da pirâmide.

Todas as disciplinas cursadas na especialização foram de grande valia à consolidação de meus conhecimentos, mas quero chamar a atenção em especial para a disciplina Tópicos de Matemática, na época ministrada pelo Professor Doutor Pedro Franco de Sá; o que fora estudado na ocasião me permitiu compreender a Matemática no viés do ensino, algo que é muito diferente do viés da pesquisa somente. Trazer a matemática para o território do ensino e

¹ Chevallard (2011).

² *parcours d'étude et de recherche* (CHEVALLARD, 2009b, 2009c; MARIETTI; CHEVALLARD, 2009). Neste projeto de pesquisa a sigla PER estará em consonância com a sigla PEP.

³ *Recorridos de Estudio e Investigación* (FONSECA; CASAS; BOSCH; GASCÓN, 2009).

⁴ *Study and Research Path*.

aprendizagem requer por parte do professor um conhecimento da necessidade de um processo de Transposição didática, que leve em consideração aspectos intrínsecos do saber a ser ensinado, em meio as relações pessoais e institucionais.

O foco na prática docente em contexto educacional continuou no curso de Mestrado em Ensino de Matemática, no qual elaborei uma sequência didática voltada para a utilização de tecnologias digitais, mais especificamente de tecnologias móveis, com a intenção de envolver alunos do ensino médio, em ambiente educacional, na customização de seus próprios aplicativos móveis a partir do *App Inventor* (plataforma gratuita de desenvolvimento *Web*). No campo profissional, tinha atuado, desde 2004, também dando ênfase a essa temática, buscando proporcionar a aprendizagem discente por meio de uma análise mais aprofundada da prática do professor.

Nesse contexto acadêmico-científico, me foi proporcionado aprofundar ainda mais meus conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, a partir de minha imersão nos campos teóricos que se associam ao ensino de Matemática, como por exemplo, a Teoria dos Campos Conceituais de Vernaud (1990); a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986); a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1991). Além do mais, pude conhecer e aprofundar meu entendimento acerca de determinadas tendências para o ensino de Matemática, dentre as quais cito o ensino por atividade, o ensino por meio de jogos em sala de aula, o ensino por meio de tecnologias digitais, a Resolução de Problemas, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática.

Apoiado na formação do Mestrado, passei a compor o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas (GEDIM) do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI); assim, diante desse novo contexto de estudo, passei a vivenciar novas experiências que me permitiram conhecer um quadro teórico e metodológico para o desenvolvimento de pesquisas. Trata-se da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da Engenharia do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP); tal percurso (PEP) se apresenta, como uma metodologia para pesquisas científicas, no que diz respeito a um procedimento metodológico alternativo para o ensino e para a aprendizagem de matemática em salas de aulas regulares, e bem como um dispositivo de formação inicial e continuada de professores.

Nesse contexto, buscamos desenvolver uma pesquisa focalizada na análise qualitativa de teses que fizeram uso do PEP, a fim de compreendermos as diversas concepções dessa metodologia. Dito isso, em nossa tese doutoral, lançamo-nos na caracterização dos PEP aplicados em teses de doutorado realizadas no Brasil. Ao caracterizar esses percursos, visamos estudar as condições e restrições inerentes aos PEP analisados. Diante de tal caracterização, poderemos revelar as reais condições e restrições mais comuns na aplicação do PEP e, dessa forma contribuir para o campo da pesquisa que permite o delineamento das nuances da aplicação de um determinado PEP.

Portanto, para o desenvolvimento do PEP, podemos elencar alguns aspectos principais, os quais um diretor de estudo (professor/pesquisador) deve levar em consideração, a saber: o controle teórico e metodológico – para se ter uma compreensão sólida das teorias e métodos para a área de estudo, o que significa conhecer os principais conceitos, modelos e abordagens para investigar o objeto de estudo, bem como estabelecer uma metodologia clara e coerente para orientar à pesquisa; a organização matemática do objeto em jogo – deve-se definir com precisão o objeto de estudo e identificar suas principais características e propriedades. A OM do objeto pode envolver a criação de modelos e representações formais que permitam a análise e a compreensão mais aprofundada do objeto; a análise epistemológica do objeto – para compreender a natureza do conhecimento produzido sobre o objeto de estudo e as implicações epistemológicas de sua investigação, esse tipo de análise pode ajudar a esclarecer os objetivos e as implicações da pesquisa, bem como fornecer uma base para a reflexão crítica sobre a natureza do conhecimento produzido.

[...] após o estudo de domínios da proposta curricular sobre um ou vários níveis (setor, tema e tópicos) e mesmo de níveis superiores, cabe ao professor fazer a análise de sua organização matemática, ou seja, das praxeologias habituais que lhe são associadas, e pesquisar um ou grandes questões que respondem a este domínio por meio de uma pesquisa epistemológica e histórica (DIAS E SANTOS JÚNIOR, 2018, p. 556).

Diante do exposto, destaca-se a importância do professor fazer uma análise crítica da organização matemática da proposta curricular que está sendo utilizada em sua prática pedagógica, a fim de identificar as praxeologias (ou seja,

as práticas e saberes associados) que estão sendo reproduzidas e, possivelmente, questioná-las. Além disso, o docente deve realizar uma pesquisa epistemológica e histórica para responder às questões que surgem a partir dessa análise e, por conseguinte pode ajudá-lo a compreender como a matemática se desenvolveu ao longo do tempo e como isso influencia suas práticas atuais, bem como, ressalta a relevância dos professores se envolverem em um processo contínuo de reflexão sobre a organização da matemática em sua prática e sobre a busca por conhecimentos mais amplos para enriquecer essa reflexão.

A análise crítica da organização matemática é importante para que o professor possa compreender e questionar as práticas e saberes que estão sendo reproduzidos em sua prática pedagógica. Isso lhe possibilita poder identificar as limitações e os desafios presentes na organização matemática e, a partir disso, buscar novas estratégias e abordagens mais adequadas para o ensino da disciplina. Dessa forma, ao pilotar um PEP, o professor pode testar novas abordagens e estratégias pedagógicas e avaliar sua eficácia no ensino de conceitos matemáticos. Essa abordagem lhe permite ter uma visão mais clara das necessidades e dificuldades de seus alunos e poder adaptar sua prática pedagógica de acordo com essas demandas.

Nesta pesquisa, temos a intenção de propiciar uma caracterização dos PEP, no sentido de contribuir com a identificação dos principais problemas de pesquisa relacionados à aplicação de PEP tanto em salas de aula da educação básica, como na formação do professor, buscando caracterizar os principais elementos que compõem um PEP e, discutir as contribuições desses estudos para auxiliar outros pesquisadores da área da Educação Matemática, uma vez que o PEP pode contribuir para um ensino e aprendizagem mais efetiva, em que o aluno atue como protagonista da situação didática, seja na Educação Básica como em cursos de formação do professor.

Além disso, ao se caracterizar os principais elementos do PEP, podemos contribuir para o avanço do conhecimento teórico e prático sobre esse dispositivo didático-metodológico e, conseqüentemente, auxiliar pesquisadores na área de educação matemática. Esta caracterização também permite que sejam identificados os desafios e possibilidades da utilização do PEP em diferentes contextos educacionais, e que sejam criadas novas abordagens para melhorar sua eficácia e aplicabilidade. Além do mais, também pode fornecer informações

relevantes para a formação de professores, que podem utilizar esses conhecimentos para aprimorar sua prática pedagógica e promover uma educação matemática mais engajadora e crítica.

Assim, delineamos o objetivo geral da pesquisa, a saber: descrever as principais características do PEP, a partir das teses na área de Educação Matemática defendidas no Brasil, no período de 2011 a 2021 disponibilizadas nos principais repositórios de acesso livre. Como objetivos específicos, propomo-nos a: a) fazer um panorama das pesquisas com o PEP no Brasil a partir de sua caracterização; b) identificar os principais problemas de pesquisa das teses analisadas, buscando caracterizar os principais elementos que compõem o PEP de cada uma das pesquisas; c) elaborar quadros comparativos de características do PEP, tais como: classificação do PEP (Aberto, semiaberto e fechado); composição dos sistemas didáticos do PEP; ponto de partida do PEP (gatilhos); surgimento da questão **Q**; dinâmica de surgimento e desdobramento da questão **Q**; dinâmica de construção da **R** a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de **R** e dos estudos das obras; particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese; princípios estruturantes do PEP e as dialéticas correspondentes.

Para a efetivação deste estudo, partimos dos seguintes questionamentos: Quais as condições e restrições reveladas explicitamente ou identificadas de forma explícita dos PEP pesquisados? Com a finalidade de respondermos a tais questionamentos, realizamos uma metassíntese qualitativa em teses de doutoramento publicadas de 2011 a 2021 no Brasil com enfoque na utilização do dispositivo didático e metodológico PEP.

Para a escolha das teses, levamos em consideração as pesquisas que aplicaram ou propuseram o PEP no Brasil, por meio de busca nos principais programas de pós-graduação (PPG) em nível de doutorado. Assim, foi realizada uma revisão sistemática nos principais indexadores de trabalhos acadêmicos, levando em conta o recorte temporal de 2011 a 2021.

A partir dos objetivos traçados e dos questionamentos levantados, assumimos as seguintes hipóteses: a) por meio dos estudos de pesquisas que usam o PEP no Brasil, podemos identificar elementos característicos de pilotagem de um PEP, sendo possível revelar as condições e as restrições de seu desenvolvimento, bem como os avanços do PEP no que tange ao ensino e

à aprendizagem da Matemática no Brasil; b) da caracterização dos PEP emanam perspectivas que nos permitem categorizá-los.

Segundo Santos (2020), pesquisas com a tipologia bibliográfica em geral são chamadas de revisão sistemática e são denominadas de estado da arte, metanálise, metassíntese qualitativa, estado do conhecimento etc. Dessa forma, têm como objetivo realizar um estudo em um determinado conjunto de trabalhos de uma área de conhecimento, de modo a promulgar uma interrelação entre elas, com a finalidade de identificar caminhos e direções que as pesquisas invocam, quais os temas, as contribuições, lacunas, condições oferecem, quais restrições e procedimentos metodológicos são utilizados. A saber, busca-se relação entre elas a assinalar respostas para questões pré-concebidas.

Nesse sentido, temos a intenção de promover um panorama de pesquisas Nacionais em nível de doutorado, ou seja, de teses que fizeram uso do PEP, seja com alunos da educação básica, seja com professores em formação inicial, seja com professores em formação continuada, e, para tanto, apoiamo-nos na caracterização de pontos chaves da aplicação de um PEP, bem como na metassíntese qualitativa em teses publicadas no Brasil, em um período temporal que compreende 2011 a 2021.

Portanto, nesta pesquisa, defendemos a seguinte tese: o estudo de pesquisas que aplicaram ou propuseram o PEP no Brasil, proporciona a identificação de elementos característicos da pilotagem de um PEP, bem como a descrição e a discussão do estado atual do PEP no Brasil, e contribui, para uma produção de conhecimento no campo da Educação Matemática.

Estruturamos nosso trabalho em sete capítulos, iniciando por esta introdução, em que apresentamos as nossas motivações para se trabalhar o tema proposto; ademais, definimos a problemática, as hipóteses, a tese e os objetivos da investigação.

No segundo capítulo, realizamos um estudo sobre a influência da didática francesa na pesquisa em Educação Matemática, bem como o surgimento e o desenvolvimento da tradição da didática francesa, em que discutimos a respeito dos fundamentos de um dos pilares da didática francesa, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), assim como sobre o dispositivo didático-metodológico, objeto chave desta pesquisa, o PEP.

No terceiro capítulo, discorremos sobre a análise de pesquisas qualitativas em Educação Matemática, no que tange ao percurso metodológico da pesquisa. Dessa forma, foi realizado um protocolo de revisão sistemática para buscas nos principais repositórios, além de tratarmos das principais revisões sistemáticas da literatura, e destacando a pesquisa de análise qualitativa chamada de metassíntese qualitativa.

No quarto capítulo, apresentamos um panorama de pesquisas nacionais que utilizaram o PEP como fundamento teórico-metodológico, em nível de teses de doutorado desenvolvidas no Brasil de 2011 a 2021. Assim, colocamos em evidência o contexto brasileiro, no que se refere às pesquisas sobre a TAD e o PEP.

No capítulo cinco, realizamos a análise/caracterização dos percursos presentes nas teses, dentre os elementos analisados destacamos: o PEP é aberto, semiaberto ou fechado? Como estão compostos o sistema principal e os auxiliares? Como se deu dinâmica dos modelos de ensino (MER, MED, MPR, MPA etc.)? Qual o gatilho (ponto de partida) do PEP? A questão geratriz foi imposta ou surgiu no desenvolvimento do PEP? Qual a dinâmica de surgimento das questões derivadas? Como se construiu R^* a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de R^\diamond e do estudo das obras? Quais as particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese? Quais os princípios estruturantes dos PEP e as dialéticas correspondentes?

No capítulo seis, agrupamos os PEP em categorias que emergem das caracterizações realizadas no capítulo anterior. Por fim, temos as considerações e perspectivas da pesquisa em que elencamos nossas percepções acerca da pesquisa realizada. É importante destacar que nos apêndices A e B, estão um panorama do PEP em países que se destacam em pesquisas com o dispositivo e o formulário de caracterização dos PEP, respectivamente.

Na próxima seção, trataremos do estudo sobre a influência da didática francesa na pesquisa em Educação Matemática, bem como o surgimento e o desenvolvimento da tradição da didática francesa, e apresentaremos os constructos da TAD e do PEP que fundamentam nossa pesquisa.

2 A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD) E O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA (PEP)

O cerne deste capítulo é a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) admitidos como base teórica da nossa pesquisa. Como preâmbulo, descrevemos aspectos significativos relacionados a origem e ao desenvolvimento histórico da tradição da didática francesa cuja evolução repercutiu inclusive no contexto educacional de outros países.

Posteriormente, reportaremos os três pilares teóricos (a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD)) que estruturaram a base da didática francesa enfatizando dentre eles, a TAD e seus principais fundamentos teóricos. No âmbito da TAD, tratamos da gênese do PEP e sua viabilidade como dispositivo didático e/ou metodológico no ensino e na formação inicial e continuada de professores.

O enfoque final neste capítulo é destinado à engenharia do PEP em que discutimos aspectos específicos da sua construção. Para avançarmos, discorreremos na próxima seção sobre a origem, o desenvolvimento histórico da tradição da didática francesa.

2.1 O SURGIMENTO E O DESENVOLVIMENTO DA TRADIÇÃO DA DIDÁTICA FRANCESA

A origem e o desenvolvimento histórico da tradição da Didática francesa, podem ser compreendidos analisando-se quatro fatores relevantes do contexto francês a partir do século XVIII: a tradição de engajamento de matemáticos franceses em questões educacionais; a criação de teorias em campo próprio de pesquisas científicas; a inovação no design de pesquisas científicas educacionais e o relevante papel das pesquisas empíricas desenvolvidas nesse período.

O primeiro fator, denota o envolvimento ativo de matemáticos nas decisões educacionais estratégicas do país, enfatizado em acontecimentos ao longo do tempo. No final do século XVIII, no ápice da Revolução Francesa marcada por diversas modificações políticas, sociais e econômicas, o Marquês

de Condorcet⁵ presidiu o Comitê de Instrução Pública que propunha instrução pública, gratuita, obrigatória, universal e laica para todos sem distinção de classe, raça ou gênero. Da mesma forma, notórios matemáticos da época como Lagrange, Laplace, Monge e Legendre, empenharam-se no propósito de responder a demanda feita aos matemáticos da época para se interessarem pela educação matemática dos jovens naquele período de instabilidade social.

Na virada do século XX por ocasião da reforma de 1902, o papel dos matemáticos foi significativo e marcante. Nesse período de grande efervescência política, econômica e social, Darboux⁶ presidiu uma comissão de revisão do currículo educacional francês, direcionando ações estratégicas para atender o plano de desenvolvimento em vigor na época. A comunidade de matemáticos empenhou-se no movimento de reforma, produzindo livros, sugerindo coleções de livros didáticos, e disseminando conhecimentos por meio de palestras proferidas por matemáticos notáveis como Borel⁷ e Poincaré⁸.

No século XX, André Lichnerowicz geômetra diferencial, matemático e físico francês foi um dos principais atores da reforma da Matemática Moderna em que diversos matemáticos contribuíram com a escrita de livros que possibilitavam, por exemplo, contrastar diferentes perspectivas acerca do ensino de geometria presentes nas obras de Choquet (1964) e Dieudonné (1964).

Ademais, no decurso dos acontecimentos foram implementados cursos de formação de professores pela Associação dos Professores de Matemática do Ensino Público (*Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public – APMEP*) por meio da criação dos Institutos de Pesquisa em Ensino de Matemática (*Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques – IREM*) que reúne diversos estudiosos (matemáticos

⁵ Filósofo, matemático, economista, político, cientista político, biógrafo(a), sociólogo(a), escritor de nacionalidade francesa.

⁶ Jean-Gaston Darboux foi um matemático francês. Foi eleito membro da Royal Society em 1902. Em 1861. Candidatou-se simultaneamente à admissão na Escola Normal Superior de Paris e à École Polytechnique, tendo ficado em primeiro lugar em ambos os concursos.

⁷ Félix Édouard Justin Émile Borel foi um matemático e político francês. Foi palestrante plenário do Congresso Internacional de Matemáticos em Cambridge (1912) e Bolonha (1928), e palestrante convidado do Congresso Internacional de Matemáticos em Zurique (1897), Paris (1900), Heidelberg (1904), Roma (1908) e Oslo (1936).

⁸ Jules Henri Poincaré foi um matemático, físico e filósofo da ciência francês. Ingressou na Escola Politécnica em 1873, continuou seus estudos na Escola de Minas sob a tutela de Charles Hermite, e se doutorou em matemática em 1879. Foi nomeado professor de física matemática na Sorbonne, posto que manteve até sua morte.

universitários, professores, formadores de professores, didatas, historiadores de matemática) que coletivamente produzem novos conhecimentos desenvolvendo pesquisa-ação, sessões de formação de professores com base em suas atividades e produção material de ensino e formação de professores.

Essa organização estrutural favoreceu decisivamente o desenvolvimento da pesquisa matemática francesa, possibilitou efetivar relações institucionais e científicas entre didáticos e matemáticos e valorizou a abordagem histórico-epistemológica defendida pela comunidade didática no âmbito das pesquisas educacionais.

Atualmente a comunidade de matemáticos franceses ainda continua atuando ativamente em questões educacionais, como por exemplo, promovendo a popularização da matemática por meio de associações como a *Animath*⁹ e o ambiente virtual *Images des Mathématiques*¹⁰ do Centro Nacional de Pesquisa Científica (Centre National de la Recherche Scientifique – CNRS), de modo que a inserção desses projetos no meio virtual coopera para disseminar conhecimentos produzidos nas áreas da matemática e didática da matemática ao mesmo tempo que evidencia a tradição de engajamento de matemáticos franceses em questões educacionais.

O segundo fator, relacionado ao desenvolvimento da tradição da didática francesa, refere-se à criação de teorias em campo próprio de pesquisa científica, alargando seus limites para além dos campos específicos de aplicação como a matemática e a psicologia. Para isso, foi necessário investir em teorias e metodologias específicas focadas na compreensão das complexidades inerentes à aprendizagem e ao ensino de matemática na perspectiva de concepção de sistemas didáticos.

A propensão de considerar a dimensão didática em questões educacionais, decorre em parte das decepções geradas anteriormente com a implementação do movimento da matemática moderna. Nesse contexto, destaca-se a implementação de novos campos de pesquisa caracterizados pela estreita relação com a pesquisa empírica como parte essencial da compreensão dos fenômenos que envolvem a aprendizagem e o ensino.

⁹ <https://www.animath.fr> - (acesso em 10/12/2022)

¹⁰ <http://images.math.cnrs.fr/?lang=fr> - (acesso em 10/12/2022)

Neste caso, pode-se destacar os três pilares da didática francesa: a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) oriunda da expansão da Transposição Didática (TD). Esses pilares, serão abordados brevemente a seguir, enfatizando que a TAD contará com uma seção específica em nosso estudo.

A TSD, desenvolvida por Brousseau¹¹ surge a partir da investigação das condições limitantes para um experimento na pedagogia de matemática, denominado posteriormente de epistemologia experimental, diferenciando-a da epistemologia cognitiva piagetiana. Para Brousseau, a realização de experimentos em sala de aula torna-se essencial para compreender o que acontece a partir das condições que envolvem o experimento e os efeitos das decisões tomadas durante o processo.

Assim, na TSD prioriza-se a ideia de que o objeto central da pesquisa didática deveria ser a situação e não o aluno. Essa situação didática é representada por um triângulo didático que representa um sistema de interação entre os polos: alunos, professor e saber matemático.

A situação didática proposta deve proporcionar que o conhecimento matemático surja a partir das interações dos alunos com o meio oportunizado no contexto da sala de aula permitindo que seja possível observar e analisar os efeitos dessas implementações pelo professor/pesquisador e, a partir destas interações, o saber possa ser instituído. Nesse caso, vale mencionar que estas situações didáticas foram planejadas a partir de uma Engenharia Didática a qual foi uma metodologia de design original amplamente utilizada nas pesquisas empíricas.

Os principais conceitos que constituem a TSD referem-se às situações didáticas e situações adidáticas, ao conceito de meio, ao contrato didático, aos conceitos de devolução e institucionalização, às dialéticas de ação, à formulação e validação e à distinção fundamental entre conhecimento e saber (*connaissance* et *savoir*) no âmbito da teoria. A partir das pesquisas

¹¹ Guy Brousseau, educador matemático francês, é um dos pioneiros da didática da matemática. Desenvolveu uma teoria (TSD) para compreender as relações que se operam na sala de aula, onde educadores e educandos são atores da relação ensino-aprendizagem. A Teoria das Situações Didáticas se baseia na ideia de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação.

desenvolvidas e da análise dos resultados obtidos, tais conceitos são aprimorados promovendo a evolução gradativa da Teoria das Situações Didáticas.

A TCC, desenvolvida por Vergnaud¹² privilegia a aprendizagem matemática como campo de pesquisa e admite um conceito de situação, relativamente diferente da perspectiva de Brousseau. Para Vergnaud, o processo de aprendizagem ocorre por meio do confronto de um sujeito com um conjunto de situações”. Tal perspectiva, possibilitou o desenvolvimento da Teoria dos Campos Conceituais, em que esses campos são admitidos como “um espaço de problemas ou situações cujo processamento envolve conceitos e procedimentos de vários tipos em estreita conexão” (VERGNAUD, 1981, p. 217).

A TAD, desenvolvida por Chevallard¹³ é uma extensão da Teoria da Transposição Didática. Nessa teoria, um modelo geral para as atividades humanas, incluindo a matemática e as práticas didáticas foi desenvolvido em termos de praxeologias. As instituições e as relações institucionais com o conhecimento tornaram-se basilares sem desconsiderar a relatividade entre essas relações, ou seja, as diferentes perspectivas em relação às praxeologias.

Para compreender e analisar a dinâmica de uma praxeologia associada à sua condição de existência e evolução (ecologia), ou seja, como essas praxeologias “vivem” e “morrem” nas instituições, são considerados dez níveis diferentes de condições e restrições a que são submetidas. Esses níveis de codeterminação didática são: tópico, tema, setor, domínio, disciplina, pedagogia, escola, sociedade, civilização, humanidade.

A análise das praxeologias a partir desses níveis de codeterminação, possibilitou identificar aquelas que foram selecionadas para serem ensinadas e as que são efetivamente ensinadas. Do mesmo modo, podem revelar novas possibilidades de ensinar e aprender em diferentes ambientes institucionais, possibilitando a compreensão das limitações existentes, dos recursos disponíveis e das chances de se criar alternativas didáticas.

¹² Gérard Vergnaud, matemático, filósofo e psicólogo francês. Formado em Genebra, compôs o segundo conjunto de pesquisadores doutorados por Jean Piaget. Professor emérito do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS), em Paris. Vergnaud foi pesquisador em Didática da Matemática, tendo elaborado a Teoria dos Campos Conceituais.

¹³ Yves Chevallard é um educador matemático francês. Desenvolveu a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e é considerado uma das figuras emblemáticas da didática da matemática francesa, da mesma forma que Guy Brousseau, Gérard Vergnaud e Michèle Artigue.

Atualmente a TAD admite dois paradigmas: o primeiro, refere-se ao paradigma monumentalista de visita às obras e o segundo, diz respeito ao paradigma do questionamento do mundo. Para a TAD, é essencial um olhar da educação matemática na direção do primeiro para o segundo paradigma mencionados. Nesse âmbito, a TAD está inserida no contexto da engenharia didática caracterizada por um percurso de estudo e pesquisa que será abordado com mais detalhes posteriormente.

O desenvolvimento do estado de fluxo das três principais teorias mencionadas, desencadeou um processo de evolução teórica, permitindo por exemplo, a combinação de quadros teóricos para além desses três pilares e das possíveis combinações que se podem formar entre elas.

Diante de um cenário mais global para o campo da Educação Matemática, a partir do empenho de pesquisadores e com o avanço das pesquisas emergiram, por exemplo, possibilidades de articulação entre os recursos da ergonomia cognitiva e o campo da didática com todas as complexidades próprias da prática docente.

A partir das possibilidades de articulação, surge a Teoria das Representações Semióticas de Duval¹⁴ que evidencia os registros de representação semiótica, os tipos de representação e o papel central desempenhado pelas conversões de representações entre os diferentes tipos de registros semióticos na apreensão de um conceito.

O avanço das tecnologias digitais e suas implicações no contexto educacional favoreceram o surgimento de novas construções teóricas. A abordagem instrumental do didático interrelacionada aos recursos digitais disponíveis evidenciou a importância da gênese instrumental e de sua gestão em sala de aula (ARTIGUE, 2002). Como extensão dessa perspectiva soma-se o construto teórico relacionado a uma abordagem documental para a didática (GUEUDET & TROUCHE, 2009). Vale ressaltar que tais construtos preservam elementos dos três pilares da didática francesa.

¹⁴ Raymond Duval é filósofo, psicólogo de formação e professor emérito da Université du Littoral Côte d'Opale em Dunquerque, França. Duval investiga a aprendizagem matemática e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático.

A evolução teórica em questão, perpassa pela combinação dos pilares teóricos. Como exemplo, a Teoria da Ação Conjunta desenvolvida por Sensevy¹⁵ fundamenta-se na TSD e na TAD (CHEVALLARD & SENSEVY, 2014), e na teoria da ação do socio-construtivismo de Vygotsky. Outro fator essencial para o processo de evolução teórica é inerente à dialética entre a comunidade didática francesa e outras comunidades inseridas no campo da educação matemática.

O diálogo entre pesquisadores da didática da matemática e teóricos do campo da ergonomia cognitiva favoreceu, por exemplo, o desenvolvimento da teoria da atividade instrumentada por Rabardel¹⁶ a partir da utilização de recursos digitais disponíveis em contextos educacionais. A expansão da noção de esquema de ação instrumentada desenvolvida em ambientes favoráveis a dialéticas conceituais mútuas, impulsionou o surgimento da abordagem instrumental.

O terceiro fator relacionado à tradição da didática francesa está associado ao design de ambientes de ensino e aprendizagem, facilitado pela estrutura disponibilizada pelos IREM e pelos fundamentos epistemológicos adotados frequentemente nas pesquisas da área.

Influenciada pelo predomínio de pesquisas no âmbito da Teoria das Situações Didáticas, surge a engenharia didática como metodologia de pesquisa que desempenhou relevante função metodológica nas investigações desenvolvidas a partir de sua institucionalização.

A Engenharia Didática está estruturada em quatro fases principais: análises prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação, análise *a posteriori* e validação. As análises prévias são caracterizadas pelos aspectos epistemológicos da pesquisa. Como a validação ocorre internamente a partir do confronto entre as análises *a priori* e análise *a posteriori*, a Engenharia Didática

¹⁵ Gérard Sensevy é professor de ciências da educação na ESPÉ de Bretagne (Universidade da Bretanha Ocidental). Depois de ter feito trabalhos em didática da matemática desenvolveu a Teoria da Ação Conjunta em didática, dentro da qual procura em particular ligar a didática a outras disciplinas das ciências humanas e sociais (ciências cognitivas, filosofia, antropologia, sociologia, psicologia, linguística, história).

¹⁶ Pierre Rabardel, foi um cientista, escritor e escultor francês especializado em ergonomia e psicologia. Desenvolveu a abordagem instrumental que considera que um "artefato" se transforma em um "instrumento" durante um processo chamado "gênese instrumental", o artefato, portanto, evolui com a atividade do usuário.

diferencia-se das pesquisas que adotam comparativos entre grupos experimentais e grupos de controle.

O quarto fator alusivo à tradição da didática francesa e ao seu desenvolvimento refere-se ao relevante papel da pesquisa empírica que sempre desempenhou um papel expressivo no contexto da didática francesa.

No âmbito da Didática da Matemática, a pesquisa empírica é principalmente qualitativa de modo que as ferramentas estatísticas são frequentemente utilizadas mais para análise de dados que para inferências estatísticas. A Análise Estatística Implicativa – ASI (ALMOULOU, GRAS & RÉGNIER, 2014) que investiga correlações entre variáveis ou grupo de variáveis, representa um exemplo de um método estatístico para análise de dados em pesquisas empíricas de natureza qualitativa.

As pesquisas empíricas desenvolvidas em sala de aula e norteadas pela engenharia didática, evidenciaram a necessidade de se buscar uma melhor compreensão acerca dos fenômenos didáticos relacionados aos saberes docentes e às suas práticas em sala de aula.

O desenvolvimento da implementação e a análise das metodologias empíricas foram motivadas pelo avanço de estudos apoiados na Transposição Didática e na TAD desenvolvidos no IREM. Esses institutos ofereciam uma diversidade de fontes de pesquisa como livros didáticos, documentos curriculares etc., possibilitando o desenvolvimento de técnicas para análise dos processos transpositivos, identificação de objetos matemáticos e das praxeologias didáticas envolvidas nessas pesquisas.

As pesquisas empíricas são fortemente influenciadas pelo avanço tecnológico à medida que favorecem o uso crescente de recursos de gravação em áudio e vídeos, os quais podem ser utilizados para revelar aspectos relevantes das práticas desenvolvidas em sala de aula. Por meio dos recursos tecnológicos digitais, é possível realizar microanálises utilizando-se ferramentas adequadas para estudar com mais detalhes os processos semióticos e/ou linguísticos presentes nas pesquisas.

Nesse cenário, o trabalho colaborativo entre professores e pesquisadores em prol da produção de novos conhecimentos, representa o cerne do avanço do papel das pesquisas empíricas na tradição da didática francesa. De maneira geral, a origem e o desenvolvimento histórico da tradição

da Didática francesa, contempla os quatro fatores mencionados e justifica sua relevância e influência no contexto educacional de diversos países.

2.2 FUNDAMENTOS DA TAD

A Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard (1999) concerne a uma evolução da Transposição Didática e inclui a didática, no campo da Antropologia. Seu objeto de estudo é o didático e sua natureza antropológica refere-se à ruptura epistemológica provocada pela TAD no estudo desse objeto. Segundo Chevallard (2018, p. 23, tradução nossa)

Esta ruptura pode ser indicada do seguinte modo: enquanto as abordagens clássicas do *didático* tendem a fingir explicar o que acontece na sala de aula, em um determinado sistema didático, quase exclusivamente pelo que os alunos realizam e pelo que o professor desenvolve, pelas condições e restrições *endógenas*, a TAD coloca que é necessário, para isso, considerar também condições e restrições *alienígenas*. A esse respeito, o ponto de partida para a ruptura está na Teoria da Transposição Didática.

O estudo da didática compreende a análise de fenômenos didáticos cuja composição tem origem exterior ao ambiente de sala de aula, pois admite a existência de condições e restrições exteriores ao contexto escolar que devem ser analisadas, considerando-se as variadas instituições existentes em uma determinada sociedade a partir de um ponto de vista epistemológico. Chevallard (2008, p. 5, 6, tradução nossa), assevera que

o adjetivo “antropológico” indica que a finalidade da didática é estudar a didática em todos os lugares, em todas as instituições de uma dada sociedade (e não apenas naquelas que se apresentam como “escolas” por exemplo) e em todo o passado, sociedades presentes e futuras. Um vasto programa, sem dúvida! Mas uma teoria da didática que visa explicar a didática dessa maneira em todos os momentos, em todos os lugares, em todas as questões deve se esforçar para escapar dos mundos minúsculos onde às vezes pensamos que devemos encerrá-la; e libertando-se de qualquer provincianismo epistemológico, cultural e social, deve oferecer ferramentas praxeológicas suficientemente gerais e poderosas para dar conta da aparente diversidade “antropológica” da didática e dar sustentação, intelectual e prática, às condições de seu advento.

A abrangência da perspectiva antropológica insere o ensino e a aprendizagem da matemática no âmbito das relações humanas, de modo que o conhecimento matemático emerge de práticas humanas e é sensível a tudo que,

afetando essas práticas, influencia os meios de acesso, os conteúdos e as formas deste conhecimento (ARTIGUE, 2011).

Desse modo, no âmbito da perspectiva antropológica inerente à TAD, buscamos esclarecer o fenômeno da transposição didática no ecossistema da sala de aula, tomado como o lugar onde surge e se desenvolve um determinado sistema didático com ecologia própria. A ecologia dos saberes referente a um sistema didático atua como um meio de questionar a realidade à medida que possibilita indagar o que existe e por quê? Ou o que não existe e por quê? O que poderia existir e sob quais condições?

Os conceitos primitivos da TAD referem-se aos termos: Objeto O, Pessoa X, Instituições e relação pessoal e institucional. Tal como na Teoria dos conjuntos em que tudo é um conjunto, na TAD todas as coisas são objetos. Para Chevallard, a existência de tais objetos está associada ao seu reconhecimento por uma pessoa X ou por uma instituição I, por meio de uma relação pessoal ou institucional.

Um objeto O existe para uma pessoa X se existe uma relação pessoal $R(X, O)$, da pessoa X com o objeto O. Do mesmo modo, o objeto O existe para a instituição I se existe uma relação institucional, $RI(O)$, de I com O. Duplamente, diremos que X (ou I) conhece O se existe uma relação $R(X, O)$ de X com O (respectivamente, uma relação do $RI(O)$ de I com O). (CHEVALLARD, 1991, p. 161, tradução nossa)

A relação da pessoa X com o objeto O é representada por $R(X, O)$ e a relação institucional de I com o objeto O é caracterizado por $RI(O)$. Desse modo, é possível presumir que alguns objetos não existem (ou ainda não existem) para alguma pessoa(s) ou instituição(ões). Tais relações, por exemplo, podem ser reconhecidas nas relações de ensino e de aprendizagem em que determinados objetos de saber ainda não são conhecidos pelos alunos (pessoa), mas são de conhecimento do professor (instituição) e possibilitam gerar interrelações sujeito-objeto, sujeito-instituição, instituição-objeto concernentes ao contexto didático.

No contexto da TAD, o conceito de pessoa engloba diferentes perspectivas a partir de três estágios: o indivíduo, o sujeito e a pessoa, os quais estão associados à evolução das relações de X com o objeto O. A respeito dessa evolução, Chevallard menciona que

Bem entendido, no curso do tempo, o sistema das relações pessoais de X evolui; objetos que não existem para ele passam a existir; outros deixam de existir; para outros enfim a relação pessoal de X muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa (CHEVALLARD, 1999, 226, tradução nossa).

O estágio primário é o de indivíduo que não se sujeita nem modifica as relações rotineiras com objetos e/ou instituições. O indivíduo que se relaciona com alguma instituição I, sujeitando-se às suas normas, aos costumes, às convenções, é conceituado como um sujeito. A partir das variadas relações que o indivíduo estabelece com diferentes instituições, ou seja, é a respectiva coleção de sujeitos formada que irá constituir a pessoa.

Uma pessoa X está sujeita a uma série de instituições. Introduzo aqui o axioma segundo o qual uma pessoa não é, na realidade, mais do que a emergência de um complexo de sujeições institucionais. Aquilo que se chama de «liberdade» da pessoa surge então com o efeito obtido em consequência de uma ou de várias sujeições institucionais contra outras (CHEVALLARD, 1999, p. 227, tradução nossa).

De acordo com Chevallard (1988, p.1, tradução nossa), “uma Instituição pode ser quase o que quer que seja.” Um determinado objeto, como uma sala de aula, por exemplo, pode receber o status de instituição. As Instituições correspondem a dispositivos sociais que determinam maneiras de fazer e pensar intrínsecas a cada “tipo” ou “forma” de instituição, caracterizando-as como estruturas heterogêneas constituídas de diversas relações de pessoas com objetos O que compõem a instituição I. Sobre as relações institucionais entre objeto O e instituição I, Chevallard (1999) afirma que:

(...) A cada instituição I está associado um conjunto de objetos, chamado conjunto dos objetos institucionais (para I), que é o conjunto dos objetos O que I conhece, ou seja, para os quais existe uma relação institucional $R(O)$. Um objeto O é institucional para I ou, dito de outro modo, existe para I, quando I define uma relação (institucional) com O (CHEVALLARD, 1999, p 225, tradução nossa).

A relação institucional específica como determinado objeto O é instituído em determinada instituição I, de modo que para cada sujeito de I que ocupa determinada posição p existe uma relação institucional com o objeto O, representada por $RI(p, O)$.

A partir das condições e restrições inerentes à relação institucional desenvolve-se a relação pessoal de um indivíduo X com o objeto O. Isto é, representa todas as interações que X possa ter com O, constituindo a maneira

como X conhece O. As modificações da relação de um indivíduo X com O, referem-se ao desenvolvimento da aprendizagem desse indivíduo, pois surgem novas relações com o objeto, ou as relações que já existiam são modificadas.

Um indivíduo X pode ter, sobre um dado objeto do saber O apenas uma relação pessoal, a qual emerge de um sistema de relações institucionais (tal como a relação didática), relações ternárias nas quais o indivíduo X entra em relação com o objeto do saber O e com um ou mais agentes da instituição I. Dessa relação pessoal releva, em particular, tudo o que a gente acredita ordinariamente poder dizer - em termos de "saber", "saber-fazer", de "concepções", de "competências", de "domínio", de "imagens mentais", de "representações", de "atitudes", "de fantasias", etc... - de X sobre O. Tudo o que se pode afirmar - com ou sem razão, pertinente ou não - deve ser realizado (na melhor das hipóteses) sobre um aspecto da relação pessoal de X com O. O conceito de relação (pessoal) aparece para abranger aspectos fragmentários dos quais normalmente o dissociamos (CHEVALLARD, 1989, pp. 226-227, tradução nossa).

A relação com o saber posiciona a didática no campo da antropologia do conhecimento (antropologia cognitiva) onde "o conhecimento - e o saber como uma certa forma de organização do conhecimento - entra então em cena com a noção de relação: um objeto existe se há uma relação com esse objeto, ou seja, se um sujeito ou uma instituição o "(re)conhece" como um objeto", Bosch e Chevallard (1999).

Nesse contexto, o saber matemático é considerado uma forma particular de conhecimento proveniente da ação humana institucional à medida que é produzido, utilizado, ensinado e transposto no meio institucional. Para Chevallard (1999), seria primordial desenvolver um método para analisar as práticas institucionais com o intuito de descrever e estudar as condições de realização.

A evidência de questões relacionadas à descrição da relação institucional que condiciona a relação pessoal de um sujeito com um objeto do saber, possibilitou o surgimento do conceito-chave da TAD: o conceito de organização praxeológica ou praxeologia. Bosch e Chevallard (1999) propuseram um modelo de praxeologia como instrumento de descrição da relação institucional.

A relação institucional a um objeto para uma determinada posição institucional, é moldada e re-moldada por um conjunto de tarefas que devem cumprir, por meio de determinadas técnicas, as pessoas que ocupam essa posição. Assim, é o cumprimento de diferentes tarefas que a pessoa se vê levada a realizar ao longo de sua vida em diversas

instituições, nas quais ele é sujeito sucessivamente ou simultaneamente, que conduzirá a emergir sua relação pessoal ao objeto considerado. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85)

A organização praxeológica ou praxeologia, é formalmente definida como o sistema, mais ou menos integrado, formado por quatro componentes: um tipo de tarefas T ; uma técnica τ que é um modo de executar tarefas T ; uma tecnologia θ que justifica a técnica τ por meio de um discurso racional na intenção de justificá-la, legitimá-la e torná-la inteligível, e uma teoria Θ que contribui para gerar, legitimar e justificar a tecnologia θ .

(...) a ecologia das tarefas e técnicas são as condições e necessidades que permitem a produção e utilização destas nas instituições e a gente supõe que, para poder existir em uma instituição, uma técnica deve ser compreensível, legível e justificada (...) essa necessidade ecológica implica na existência de um discurso descritivo e justificado das tarefas e técnicas que a gente chama de tecnologia da técnica. O postulado anunciado implica também que toda tecnologia tem necessidade de uma justificativa que denominamos teoria da técnica e que constitui o fundamento último (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85-86, tradução nossa).

Assim, uma praxeologia \wp pode ser escrita como uma quadrupla: $\wp = [T, \tau, \Theta, \Theta]$ e pode ser representada pela união entre a *práxis* $\Pi = [T, \tau]$ referente ao bloco prático-técnico e o *logos* $\Lambda = [\Theta, \Theta]$ concernente ao bloco tecnológico teórico. Tal representação, permite que a praxeologia seja escrita da seguinte forma: $\wp = [T, \tau, \Theta, \Theta] = [T, \tau] \oplus [\Theta, \Theta] = \Pi \oplus \Lambda$.

Para Chevallard (1999), toda atividade humana implementa uma organização praxeológica, isto é, referenciando um princípio central da TAD, todas as ações humanas podem ser modeladas como uma sequência de tarefas t_1, t_2, \dots, t_n dos tipos T_1, T_2, \dots, T_n , executadas graças a uma sequência de praxeologias correspondentes $\wp_1, \wp_2, \dots, \wp_n$.

A noção de praxeologia foi seguida por um modelo específico para processos de ensino e aprendizagem em termos de momentos didáticos ou dimensões do processo de estudo (Chevallard 1999). A noção de momento está intimamente relacionada com a de praxeologia, uma vez que se refere à dinâmica de construção dos diferentes componentes praxeológicos a partir do estudo de uma questão problemática. Esta primeira descrição dos processos didáticos é posteriormente complementada com as noções solidárias de atividades e Percursos de Estudo e Pesquisa (Chevallard 2005, 2006 e 2007) (BOSCH, 2012, p. 30, tradução nossa).

A praxeologia $\wp = [T, \tau, \Theta, \Theta]$ é considerada uma praxeologia pontual relativa a um único tipo de tarefas e rara de se encontrar, por meio da qual emerge os conceitos de determinação matemática, co-determinação matemática e co-determinação didática.

Os níveis de determinação matemática contemplam os diferentes níveis que um determinado saber matemático pode ocupar em um currículo de estudo de uma determinada instituição. Assim, o nível *tema* em torno de uma tecnologia, relaciona-se às organizações matemáticas locais; o nível *setor* representa as organizações matemáticas regionais; o nível *domínio* concerne à organização matemática global. O nível *domínio* inclui o nível *disciplina* e o nível *assunto* refere-se a um tema que é estudado a partir de várias organizações matemática pontuais. Sobre as organizações pontuais, Chevallard (2002) afirma que:

A implementação de uma organização matemática pontual $[T/\tau/\theta/\Theta]$ pode ser encontrada durante estudos reais somente excepcionalmente: não há muitos temas de estudos θ que levam a um único tipo de tarefas. Sem dúvida essa abstração existe um pouco mais para o aluno porque, no estado atual das coisas, este é avaliado prioritariamente sobre tipos de tarefas T em que cada um define para ele um objeto de estudos em si quase independente dos outros. Mas, para o professor, a unidade de conta – não a unidade minimal, claro – é mais ampla: é em torno de uma tecnologia θ , que assume então o status de tema de estudo, que se reúne para ele um conjunto de tipos de tarefas T_i ($i \in I$) para cada uma das quais, segundo a tradição em vigor, no curso de estudo, a tecnologia θ permitirá associar uma técnica t_i . A organização matemática que o professor pretende implementar na classe não tem mais, assim, a estrutura atômica que exibe a fórmula $[T/\tau/q/\Theta]$: é um amálgama de tais organizações pontuais, que notaremos $[T_i /t_i /\theta/Q]_{i \in I}$ e que denominamos organização (matemática) local. E é de uma tal organização local que o aluno deverá então extrair, reconstruindo com a ajuda de seus colegas de estudos sob a orientação do professor (ou por conta própria), as organizações pontuais sobre as quais seu domínio será majoritariamente avaliado. O professor, por sua vez, deve gerenciar um fenômeno análogo, mas em um nível superior: a organização local $[T_i /t_i /\theta/Q]_{i \in I}$ correspondente ao tema de estudos deve ser extraída de uma organização mais vasta, que diremos regional, e que podemos olhar formalmente como o fruto do amálgama de organizações locais admitindo a mesma teoria Q , $[T_{ji}/t_{ji}/\theta_j /Q]_{j \in I, j \in J}$. Este nível, o de setor de estudos, não é de modo algum terminal. Constatamos, de fato, em geral, a existência de níveis superiores de determinação (de uma organização) matemática: o amálgama de várias organizações regionais $[T_{kji}/t_{kji}/\theta_j /Q]_{j \in I, j \in J, k \in K}$ conduz, assim, à uma organização global, identificável a um domínio de estudos; e o conjunto desses domínios é amalgamado em uma disciplina comum – para nós “a matemática” (CHEVALLARD, 2002, p. 42, tradução nossa).

Os distintos níveis de codeterminação anunciados por Chevallard (2002) representam as condições e as restrições de existência de uma organização matemática local.

No que se refere à praxeologia didática e seus níveis de codeterminação, Chevallard (2002) introduz uma escala que permite identificar as condições e as restrições existentes na disseminação de saberes e suas respectivas relações com os diferentes níveis de determinação, admitindo-se desta vez, níveis mais elevados (Figura 1). Cada nível ajuda a determinar a ecologia das organizações matemáticas e organizações didáticas pelos pontos de apoio que oferece e pelas restrições que ele impõe (CHEVALLARD, 2002, 10).

Figura 1: Níveis de codeterminação didática



Fonte 1: Chevallard (2002, p.10)

A disciplina é o nível de referência em cada escala, pois é onde encontramos as condições específicas de um conteúdo disciplinar, porém o nível da disciplina vive em constante interação com os outros níveis que compõem a escala. Nesse sentido,

pedagogia inclui condições que afetam a difusão de todas as disciplinas, o da escola onde encontramos o que é específico sobre o ensino e aprendizagem da disciplina escolar, e os níveis mais genéricos que são aqueles da sociedade e da civilização. Os subníveis do setor, domínio, tema e questão referem-se às diferentes divisões que estruturam as organizações matemáticas ensinadas de maneira

variada segundo as instituições de ensino consideradas (pela influência, em particular, dos níveis mais altos da escala), os quais introduzem aproximações ou, ao contrário, distinções (BOSCH, 2010, p. 19)

Para compreendermos as condições e as restrições institucionais sobre os sistemas didáticos é necessário identificar o nível correspondente na escala de codeterminação. Tal identificação deve favorecer inclusive a criação de infraestruturas matemáticas e praxeologias didáticas alternativas, associadas a organizações matemáticas, que sejam viáveis em determinada instituição.

A partir da identificação das organizações matemáticas, que constituem um modelo praxeológico do currículo de matemática presentes em programas curriculares e livros didáticos (BOSCH e GASCÓN, 2004), é possível reconstruir determinados modelos a partir da análise desses livros didáticos. A análise e compreensão dessas organizações matemáticas favorecem a concepção de um modelo epistemológico “praxeológico de referência” – MPR, que permite caracterizar e analisar praxeologias a ensinar.

2.3 A GÊNESE DO PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

A TAD apresenta em seu bojo de desenvolvimento, um dispositivo didático metodológico chamado de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), que teve origem nos liceus franceses, correspondente ao ensino médio no Brasil.

A gênese do PEP está associada à implantação de Trabalho Pessoal Orientado (TPO) nas instituições de ensino médio e técnico da França no ano letivo de 2000. Os TPO consistiam em atividades escolares obrigatórias em que os alunos realizariam atividades de pesquisa individual fora do ambiente escolar sob a orientação dos professores, encarregados de supervisionar e avaliar tais pesquisas.

A implementação dos TPO no sistema de ensino francês, foi imposta pelo Ministério educacional francês sem consulta prévia diante de um cenário de redução das horas de matemática, gerando grande insatisfação de professores e mobilizando a classe docente nas lutas referentes às pautas educacionais.

Nesse contexto, Andral *et al.* (2003, p. 97) percebem que por meio da realização dos TPO é possível despertar a “[...] aquisição de qualidades de análise e de síntese, que não são (ou pouco) trabalhadas no âmbito dos cursos

tradicionais”. Marcados pela descompartmentalização das disciplinas, os TPO propiciaram o desenvolvimento de diversos estudos no sentido de compreender todas suas potencialidades como dispositivo didático fortemente marcado pela interdisciplinaridade.

Chevallard (2001) escreve um artigo que trata dos TPO como problema didático, no qual discorre sobre a eficiência e as potencialidades desses trabalhos e sugere alguns questionamentos: Como pensar o surgimento dos TPO na cultura didática escolar e quais as implicações sobre a escola como instituição que propaga conhecimentos? Em quais condições esse tipo de ensino pode ocorrer? Qual destino ele promete a matemática na perspectiva de quem a ensina e daqueles que estudam a didática?

Para exprimir melhor um TPO, salientamos o que é determinado a partir de uma orientação nacional do Ministério Francês da Educação, o qual estabelece algumas temáticas que devem ser abordadas nas escolas em um período bienal. Essas temáticas são subdivididas em temas comuns e em temas específicos explicitados como exemplo no quadro a seguir:

Quadro 1: Lista dos temas relativos aos TPO em vigor para as classes iniciais das séries gerais

	Séries económicas e sociais	Séries literárias	Séries científicas
Temas comuns	Agindo para o seu futuro	Agindo para o seu futuro	Agindo para o seu futuro
	O aleatório, o incomum, o previsível	O aleatório, o incomum, o previsível	O aleatório, o incomum, o previsível
	Individual e coletivo	Individual e coletivo	Individual e coletivo
Temas específicos	Globalização	Fronteira(s)	Transportes e transfers
	Desigualdades	O jogo	Estruturas
	Dinheiro	Luz, luzes	Material e forma

Fonte: https://www.education.gouv.fr/bo/15/Hebdo27/MENE1513997N.htm?cid_bo=90682

O documento oficial que norteia os TPO para uso dos professores, descreve orientações importantes para compreensão e funcionamento dos TPO, dentre as quais destacamos: Os grupos de TPO serão constituídos de no máximo 4 alunos, devendo-se incentivar os alunos a privilegiarem a constituição de grupos com pelo menos dois alunos pois devem ser desenvolvidos em equipe e a avaliação reflete o trabalho desenvolvido em equipe; o TPO deve, obrigatoriamente, ser escrito em um dos temas nacionais fixados pelo ministério e utiliza-se um caderno de anotações que será utilizado para registrar minuciosamente o progresso de grupo e de cada aluno, como forma de facilitar

a orientação e a evolução da pesquisa; o TPO deve envolver obrigatoriamente no mínimo duas disciplinas, onde é esperado um equilíbrio entre elas nas ações desenvolvidas.

A partir da implementação e realização desses projetos nos diversos níveis de ensino francês, os TPO proporcionaram a concepção de um novo tipo de sistema didático. Segundo Chevallard (2009a), na criação desses sistemas didáticos escolares, por intermédio dos TPO, sucede-se a origem do PEP.

2.4 O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

O Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) e o Percurso de Estudo e Pesquisa para a formação do Professor (PEP-FP) são dispositivos didático-metodológicos importantes no contexto da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 2009a). De acordo com essa teoria, a aprendizagem é um processo social e culturalmente construído, no qual os estudantes (sujeitos participantes da investigação) e professores (diretores de estudo) interagem em um ambiente de sala de aula.

Como Percurso de Estudos e Pesquisas, um PEP é um processo investigativo que tem o intuito de obter uma resposta **R** para uma questão **Q** proveniente de uma inquietação pessoal ou de âmbito institucional proposta com uma determinada intencionalidade.

O PEP foi inicialmente concebido como uma metodologia de ensino codisciplinar, ou seja, que envolve a colaboração entre diversas disciplinas. Dessa forma, o objetivo era incentivar os estudantes a construírem conexões entre diferentes áreas do conhecimento e a desenvolverem uma compreensão mais ampla e integrada do mundo.

No entanto, ao longo do tempo, o PEP também foi assumido de forma monodisciplinar, ou seja, como uma metodologia de ensino que pode ser aplicada em uma única disciplina. Nesse contexto, o objetivo é incentivar os estudantes a desenvolverem um conhecimento mais profundo e abrangente dentro de uma área específica, por meio de um processo investigativo e reflexivo.

No Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), temos um sistema didático representado pela relação entre os sujeitos estudantes **X**, o diretor de estudo **Y** e a questão problematizadora **Q**. Esse sistema pode ser representado pela

expressão $S(X; Y; Q)$, cujo objetivo é formular uma possível resposta para Q . Os sujeitos estudantes (X) são o foco central do processo de aprendizagem no PEP, eles são incentivados a assumir um papel ativo e investigativo na construção de seu próprio percurso de aprendizagem.

O diretor de estudo Y (Y pode ser vazio, $Y=\{ \}$) é responsável por orientar e acompanhar os estudantes em seu percurso de aprendizagem. Ele atua como um facilitador, ajudando os estudantes a identificar as questões relevantes para a disciplina em estudo, a construir modelos e representações para entender essas questões e a integrar os conhecimentos adquiridos em um contexto mais amplo. Já a questão problematizadora Q carrega consigo o ponto de partida para a construção do percurso de aprendizagem no PEP. Ela é escolhida pelos estudantes em conjunto com o diretor de estudo e deve ser uma questão que desperte o interesse dos estudantes e que possa ser abordada de forma investigativa e reflexiva.

Assim, a constituição desse sistema didático S tem por objetivo estudar ou investigar Q , ou seja, procurar trazer à tona uma resposta R à questão Q que satisfaz certas condições. Os resultados do trabalho esperado de X , sob a ajuda de Y , pode ser representado por: $S(X; Y; Q) \mapsto R^\heartsuit$.

A elaboração da resposta R mobiliza saberes antigos e novos, geralmente, respostas de obras O (livros textos, artigos, dissertações, teses doutorais, etc.): R_1, \dots, R_n (CHEVALLARD, 2001). Esse tipo de investigação pode se valer de ferramentas de um único componente curricular (monodisciplinar), ou um conjunto de ferramentas de várias componentes (codisciplinar) na elaboração da resposta R .

Desse modo, segundo Chevallard (2009b), o PEP se configura à uma nova engenharia didática em que o autor introduz como didática de investigação codisciplinar; ainda em sua obra *La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder*, Chevallard (2009b) apresenta elementos de sua teoria para discutir a engenharia didática do PEP.

No sistema Herbartiano $S(X; Y; Q) \rightarrow R^\heartsuit$, o teórico esclarece que o expoente \heartsuit colocado no símbolo R indica que a resposta à Q foi constituída sob certas condições especificadas.

Na linha de raciocínio do estudioso (Chevallard, 2009b), para elaborar a resposta R^\heartsuit , de fato, é importante coletar e organizar um *milieu* didático de

trabalho, **M**, que engloba recursos novos e velhos que os aprendizes (X) irão usar; desse modo, o autor esclarece que esses recursos, agregam respostas já instituídas, que ele denota por R^\diamond .

A análise destas respostas deve fornecer materiais para a construção da resposta R, ela será denotada por R^\heartsuit . Outras obras “O” serão da cultura, qualquer que seja a “dimensão” cultural que fornecem ferramentas para a análise das respostas R^\diamond , e da construção da resposta esperada R^\heartsuit . As obras “O” serão parcialmente desenhadas em várias disciplinas, embora algumas sejam “disciplinas” não reconhecidas porque são emergentes ou culturalmente vilipendiadas. Chevallard apresenta o que ele chama de “esquema herbatien” que pode ser observado na seguinte forma condensada por $(S(X; Y; Q) \rightarrow M) \rightarrow R^\heartsuit$ e, da forma desenvolvida por: $[S(X; Y; Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \rightarrow R^\heartsuit$. (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 38)

Nesses termos, seja na formação de professores, seja em aulas de qualquer componente curricular e, mais especificamente, de matemática, poderíamos imaginar que o diretor de estudo Y instiga uma investigação sobre Q, numa dinâmica de estudos e/ou proposição de respostas R^\diamond candidatas a R^\heartsuit . A estrutura que dá suporte ao funcionamento de um PEP é denominada de *milieu*, que pode ser qualquer *milieu* M, elegível; nele, deve-se levar em consideração que a generalidade da questão estudada Q, é crucial para o desenvolvimento do percurso a possibilidade de Q gerar outras questões Q_1, Q_2, Q_3, \dots

No contexto da Teoria Antropológica do Didático (TAD), o PEP idealizado por Chevallard (2001) se apresenta como metodologia alternativa para o ensino e aprendizagem de matemática, como dispositivo de formação inicial e continuada de professores e como metodologia de pesquisa.

No contexto da TAD, o PEP dispõe de 3 dimensões: a teórica, a investigativa (metodologia de pesquisa) e a didática (dispositivo didático).

Na dimensão teórica, o PEP pode ser elaborado levando em conta paradigmas teóricos e seus elementos, como leis teóricas, postulados, princípios, generalizações, racionalizações, características abstratas que se somam as observações realizadas pelo docente quando considera seu aparato praxeológico (Farias *et al.*, 2019). Dentro desse conjunto, está uma série de perguntas oriundas do PEP (análise das características do PEP, dimensão teórica e sua aplicação na formação de professores) que o professor tenta resolver.

Nessa perspectiva, focamos a pesquisa na distinção dos elementos teóricos que compõem o PEP (paradigma, leis, modelos, esquemas, funções etc.); dentre esses elementos encontram-se as funções didáticas cronogênese, mesogênese e topogênese que tratam da relação do professor e do aprendiz com o conhecimento, bem como suas interferências no fazer didático.

- Topogenese – é a função que vincula como se ocupam os espaços dos grupos de alunos e do professor, o meio didático.
- Mesogenese – é a função do processo de construção desse meio, que se elabora para gerar respostas internas.
- Cronogenese – é a função que regula os tempos didáticos para os componentes distintos do sistema (FARIAS et al, 2019, p. 366).

Para a dimensão investigativa do PEP, conforme Farias *et al.* (2019), o percurso apresenta caráter investigativo em processos didáticos, pois no decorrer do processo de ensino de um dado objeto, são explicados elementos institucionais de entes ecológicos, como condições e restrições ao processo de ensino, nicho, habitat etc. As análises investigativas desses processos estão fundamentadas em teorias da didática da matemática e mais particularmente na TAD, assegurando o caráter investigativo e a cientificidade ao PEP.

Na sua metodologia estão previstos os momentos de estudo onde essas praxeologias se inserem. Esses momentos apoiam-se em elementos metodológicos semelhantes aos de outras metodologias como os das Engenharias quanto às análises que esta pode fornecer para a compreensão dos fenômenos didáticos (FARIAS et al., 2013, p. 369).

Na dimensão didática, segundo Farias *et al.* (2019), as análises didáticas dos PEP surgem nas praxeologias que aparecem dos modelos epistemológicos de referência (MER) e dos modelos didáticos de referência (MDR) para o ensino. As referidas análises didáticas nos oportunizam investigar os fenômenos sob a visão praxeológica, as relações institucionais, os níveis de codeterminação didática etc.

Nos postulados de Chevallard (2001), o PEP, cerne desta pesquisa, caracteriza-se como uma organização de conhecimento fomentada pela busca de respostas para perguntas determinantes relacionadas a fatos sociais ou intrínsecas à matemática; esses fatos sociais devem ser relevantes, uma vez que precisam dar conta de contribuir com o engajamento dos sujeitos nas ações

pretendidas à resposta considerada satisfatória, a qual deve conduzir a um novo conhecimento e a uma reestruturação do conhecimento anterior.

Assim, na elaboração das questões, Q_0 , Q_1 , e $Q_2 \dots$, convergiremos para a questão norteadora Q e, nesse contexto de PEP, temos uma questão Q inserida e um sistema didático $S(X; Y; Q)$ formado em sua volta; nesse sistema didático, o elemento fundamental é a questão Q cujo papel metodológico é o de permitir que X e Y formulem outras questões.

Para Chevallard (2001, p. 5, tradução nossa): “O funcionamento de $S(X, Y, Q)$ gera então **uma resposta R** , fragmento de uma organização em construção: $S(X; Y; Q) \rightarrow R$ ”. A elaboração da resposta R mobiliza saberes antigos e novos, geralmente, respostas de obras O (livros textos, artigos, dissertações, teses doutorais, etc.): R_1, \dots, R_n (CHEVALLARD, 2001). As obras O constituem um *milieu* [meio] para elaboração de R . Após essa breve explicação sobre um sistema didático S , podemos iniciar nossas discussões direcionadas a pedagogia e a metodologia do percurso de estudo e pesquisa (PEP) (CHEVALLARD, 2009a, 2009b, 2011) (MATOS et al., 2018, p. 7).

Desse modo, temos no sistema didático $S(X; Y; Q)$ o propósito de achar a resposta R para Q ; na busca por essa resposta, as questões auxiliares Q_0 , Q_1 , e Q_2, \dots , nos possibilitam a análise dos sistemas didáticos em volta destas questões: $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$ e $S_2(X; Y; Q_2) \dots$. As respostas às questões dos sistemas didáticos $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$ e $S_2(X; Y; Q_2), \dots$, dependem da organização de um *milieu* de trabalho, reunindo o conjunto de recursos antigos e novos que o grupo X irá utilizar e, entre esses recursos, alguns serão respostas já formuladas previamente para Q_0 , Q_1 , e Q_2, \dots , aprovadas pelas instituições, denominada por R^\diamond (CHEVALLARD, 2008, 2009b), assim, podemos obter, da análise das respostas, R^\diamond o cerne para construção da resposta R .

O PEP, de forma concisa, é determinado pela elaboração de uma questão geratriz Q capaz de gerar outras questões problemáticas Q_0 , Q_1 , Q_2, \dots , que precisam estar sob certas condições e restrições pedagógicas e específicas do saber envolvido e que resultarão em um conjunto de respostas a se constituir em uma sucessão de Organizações Matemáticas (OM) estruturadas entre si (CHEVALLARD, 2004, 2006, 2009a, 2009b, 2009c).

Diante do exposto, a respeito da TAD e do PEP, ressaltamos as noções de praxeologia que estão presentes nas instituições de ensino por meio das Organizações Matemáticas (OM) e das Organizações Didáticas (OD), as quais

são fundamentais nesta pesquisa, pois para o docente poder superar suas restrições vinculada à sua condição, ele precisa fazer mudanças em suas relações com o saber matemático em jogo, e como consequência disso precisará propor tarefas que permitam o uso de técnicas para que aconteçam novas construções de OM e OD, a fim de revelar a razão de ser dos saberes questionados na instituição.

No capítulo subsequente, faremos um apanhado geral sobre a análise de pesquisas qualitativas no âmbito da educação matemática, descrevendo o percurso metodológico desta investigação e as escolhas das pesquisas por meio do protocolo de revisão sistemática.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Uma revisão sistemática é uma metodologia de pesquisa que tem como objetivo responder a uma pergunta específica, reunindo e avaliando todas as evidências disponíveis na literatura científica sobre o assunto. A revisão sistemática é feita seguindo um protocolo pré-determinado, que inclui uma série de etapas, como a definição da pergunta de pesquisa, a busca sistemática de estudos relevantes, a seleção dos estudos, a avaliação da qualidade metodológica dos estudos incluídos e a síntese dos resultados.

Uma das etapas mais importantes da revisão sistemática é a síntese dos resultados, que pode ser feita de diferentes formas, dependendo da natureza dos estudos incluídos e da pergunta de pesquisa. A metassíntese qualitativa é uma técnica de síntese de resultados que combina os dados de diferentes estudos qualitativos para gerar novas interpretações e *insights*. A metassíntese qualitativa envolve uma série de etapas, como a extração de dados, a análise dos dados, a identificação de temas e padrões, e a interpretação dos resultados.

O protocolo de revisão sistemática é um documento que descreve detalhadamente o plano de pesquisa para a revisão sistemática. O protocolo inclui informações sobre a pergunta de pesquisa, os critérios de inclusão e exclusão dos estudos, as estratégias de busca, os métodos de seleção e avaliação dos estudos, e os métodos de síntese de resultados. O protocolo é uma etapa importante da revisão sistemática, pois ajuda a garantir a transparência e a replicabilidade da pesquisa.

Sendo assim, o percurso metodológico nesta pesquisa envolve revisão sistemática, metassíntese qualitativa e protocolo de revisão sistemática, que estão descritos nas próximas subseções.

3.1 REVISÃO SISTEMÁTICA

Os estudos bibliográficos (revisões sistemáticas) se acentuaram nos últimos anos e nas mais variadas áreas de investigação. Na Educação Matemática, tem sido ferramenta para mapear o que se tem estudado e produzido de conhecimento científico nessa área (ALENCAR; ALMOULOU, 2017). As revisões sistemáticas possuem várias ramificações metodológicas

como “estado da arte”, “estado do conhecimento”, metanálise e metassíntese qualitativa.

Reunir evidências de pesquisa para conduzir a empiria é uma das principais razões à condução de estudos que sintetizam a literatura, contudo não é unitária. As revisões sistemáticas foram cunhadas para serem metódicas, explícitas e modeladas, isto é, passíveis de reprodução. Dito isto, essa modalidade de estudo serve para nortear o desenvolvimento de projetos de pesquisa, apontando novos/outros caminhos para investigações futuras, realizando a identificação de quais métodos de pesquisa foram/são usados em uma dada área de atuação.

Para a completude do termo “Métodos”, podemos conjecturar que uma revisão sistemática demanda uma pergunta clara, uma estratégia de busca bem definida, a constituição de critérios de inclusão e exclusão de pesquisas e, especialmente, a análise criteriosa da qualidade da literatura a ser selecionada.

Dessa forma, o processo de desenvolvimento dessa modalidade de estudo de revisão visa caracterizar cada estudo selecionado, estimar sua qualidade, identificar conceitos chaves, cotejar as análises estatísticas desenvolvidas e finalizar sobre o que a literatura informa acerca de uma dada intervenção, revelando ainda problemáticas que demandam novos estudos.

Portanto, uma boa revisão sistemática é um recurso importante diante do crescimento acelerado e dinâmico da informação científica. Desse modo, esses estudos auxiliam a resumir a evidência disponível na literatura a respeito de uma dada intervenção, podendo auxiliar profissionais/pesquisadores das mais diversas áreas de pesquisa para o seu cotidiano de trabalho.

A RS [Revisão Sistemática] é um sumário de evidências provenientes de estudos primários conduzidos para responder uma questão específica de pesquisa. Utiliza um processo de revisão de literatura abrangente, imparcial e reproduzível, que localiza, avalia e sintetiza o conjunto de evidências dos estudos científicos para obter uma visão geral e confiável da estimativa do efeito da intervenção (BRASIL, 2012, p. 13, acréscimo nosso).

Segundo Sampaio e Mancini (2007), as revisões sistemáticas são muito úteis para incorporar as informações de um grupo de estudos realizados de forma independente sobre uma dada intervenção, que em seu bojo podem

apresentar resultados discrepantes e/ou equivalentes, como também, identificar temáticas que carecem de evidências, para, assim, auxiliar na orientação de futuros estudos (investigações).

Obviamente, uma revisão sistemática, tal como quaisquer outros tipos de estudo de revisão, refere-se a uma forma de pesquisa que faz uso da literatura sobre uma temática específica, como fonte de dados. Ou seja, essa modalidade de investigação disponibiliza uma síntese das evidências concernentes a uma estratégia de intervenção característica, mediante aplicação de métodos explícitos e sistematizados de busca, de parecer crítico e de síntese da informação escolhida.

Diante disso, cabe destacar que essa modalidade trata de uma investigação retrospectiva e secundária, ou seja, a revisão é usualmente cunhada e conduzida após a publicação de muitos estudos empíricos a respeito de um tema específico. Logo, uma revisão sistemática depende das virtudes da fonte primária (SAMPAIO & MANCINI, 2007).

De acordo com Sampaio e Mancini (2007), há fragilidade na terminologia usada para se descrever revisões sistemáticas, principalmente quando se considera aquela que inclui uma síntese estatística dos resultados dos estudos. As autoras declaram que revisões sistemáticas com metanálise são distintas de outras revisões por seu componente metanalítico.

Para as referidas autoras, a Metanálise é a análise da análise, isto é, trata-se de um estudo de revisão da literatura cujos resultados de vários estudos realizados separadamente, são combinados e sintetizados por meio de processos estatísticos, para que se produza um único prognóstico que caracterize o resultado de uma determinada intervenção. Dessa maneira, em investigações de metanálise, quando se associam amostras de diversos estudos, expande-se a amostra total, trazendo um melhor predicado estatístico da análise, tal como a precisão do prognóstico do efeito da prática.

[...] quando o revisor deseja reunir muitos estudos que testaram empiricamente a mesma hipótese, é necessária uma revisão quantitativa, denominada de metanálise. Assim, a meta-análise está preocupada com: a estimativa; o relato de resultados quantitativos semelhantes; o exame dos mesmos construtos e relacionamentos; ou seja, analisa os estudos que seguem o mesmo desenho de pesquisa quantitativa. (GALVÃO e RICARTE, 2019, p. 59)

Segundo Galvão e Ricarte (2019), a revisão sistemática é uma modalidade de pesquisa guiada por protocolos específicos, a qual busca compreender e dar alguma característica lógica a uma gama de *corpus* documental, para a partir daí verificar o que funciona ou não em um dado âmbito. Sendo assim, mantém-se focada no caráter de duplicidade por outros pesquisadores, mostrando explicitamente a base dos dados em que foram buscados, as estratégias de busca utilizados em cada base, o desenvolvimento de seleção das pesquisas científicas, os critérios de inclusão e exclusão e o desenvolvimento de análise de cada pesquisa.

Diante disso, esses autores, descrevem de maneira geral, que a revisão de literatura sistemática carrega consigo um ótimo nível de evidência e se estabelece como uma importante ferramenta documental para tomada de decisão em práticas sociais. Em outras palavras, a revisão sistemática, trata-se de uma pesquisa científica elaborada por seus próprios objetivos, problemas de pesquisa, metodologia, resultados e conclusão, e dessa forma não se trata apenas da introdução de uma pesquisa maior como, por exemplo, muitas revisões de literatura o fazem em pesquisas acadêmicas. (GALVÃO E RICARTE, 2019)

Em se tratando de revisões sistemáticas, vários autores têm buscado equilibrar os diversos tipos de revisão sistemática, sempre levando em consideração os diferentes campos do conhecimento. Segundo Siddaway, Wood e Hedges (2019), as revisões sistemáticas são classificadas como: metanálise; revisões sistemáticas narrativas; e revisões sistemáticas com metassíntese. Nesse sentido, os autores declaram que quando o revisor desejar juntar estudos que aplicaram empiricamente a mesma hipótese, ele deverá realizar uma revisão quantitativa, chamada de metanálise.

Para Siddaway, Wood e Hedges (2019), a metanálise se preocupa com a estimativa, a exposição de resultados quantitativos semelhantes, a análise de conceitos e conexões, isto é, verifica as investigações que seguem o mesmo design de pesquisa quantitativa. Por outro lado, uma revisão narrativa, de acordo com os autores, fica mais apropriada quando os estudos quantitativos manipulam diferentes metodologias ou até mesmo partem de diferentes conceituações teóricas ou construtos.

Sob a ótica desses autores, a metassíntese, também denominada de meta-etnografia ou metanálise qualitativa, fica bastante apropriada quando uma revisão pretende estabelecer-se a partir da pesquisa qualitativa. A metassíntese, traz em seu escopo o objetivo de sintetizar estudos qualitativos a respeito de determinado tópico com a finalidade de situar temas, conceitos ou teorias-chave que sustentem novas/importantes explicações para o acontecimento sob análise.

Ressaltamos que muitos pesquisadores vêm buscando construir revisões de sistemáticas da literatura de forma mais intensa, principalmente no que tange ao caráter misto da revisão, isto é, a revisão que identifica, seleciona, avalia e sintetiza simultaneamente pesquisas qualitativas, pesquisas quantitativas e pesquisas mistas.

Nesta pesquisa, assumimos como objeto de estudo Teses produzidas no meio acadêmico (programas de pesquisa) que fizeram uso do Percurso de estudo e Pesquisa (PEP) em nível nacional, em especial, no contexto local do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da UFPa, para assim, mais precisamente no GEDIM, realizarmos a metassíntese qualitativa em teses produzidas por seus membros. De forma geral, fizemos uso de um tipo de revisão sistemática chamada de metassíntese qualitativa por meio da qual realizamos a integração interpretativa dos achados qualitativos presentes nas teses selecionadas. Essa integração fornece novas interpretações dos resultados das obras, a partir das especificidades das análises desta pesquisa, que traz contribuições ao que já existe em repositórios primários, por se tratar de inferências provenientes de várias obras para se tornar uma única amostra.

3.2 METASSÍNTESE QUALITATIVA

No que diz respeito à metassíntese qualitativa, Alencar e Almouloud (2017) afirmam que é uma das modalidades de pesquisa que faz uso de revisão sistemática de investigações qualitativas, distintas de outras, como por exemplo, o estado da arte, o estado do conhecimento e a metanálise. O estado da arte e o estado do conhecimento, são revisões que mapeiam as obras produzidas em um dado período temporal, já a metanálise e a metassíntese qualitativa são revisões que avaliam e sintetizam as obras (ROMANOWSKI, 2014).

Sendo assim, a metassíntese qualitativa fica definida como integração interpretativa de achados qualitativos que é a reunião de sínteses das informações que vieram de estudos fenomenológicos fundamentada em dados. Com isso, vão além das adições de sínteses, uma vez que essas integrações fornecem uma nova interpretação dos resultados das obras. Essa nova interpretação dos resultados, amplia o que pode ser encontrada em repositórios primários, uma vez que se trata de inferências advindas de todas as obras, quando estas se tornaram uma amostra como um todo (Matheus, 2009).

“A metassíntese qualitativa é uma metodologia oriunda de pesquisas internacionais, sendo mais utilizada na área da saúde. Os estudos nas demais áreas surgiram especificamente em meados de 1998, pela Fundação Cochrane, que estabeleceu o “Qualitative Research Methods Working Group”, que dá orientações metodológicas a pesquisadores que utilizam as revisões sistemáticas de acordo com os padrões definidos pela instituição. Para isso, disponibilizam cursos *on-line*, apostilas e centros de cooperação internacional, como o “Sandbar Digital Library Project American”, criado para tal fim” (ALENCAR; ALMOULOUD, 2017, p. 207).

Percebemos assim, que a metassíntese qualitativa tem sua origem em pesquisas estrangeiras, sendo mais usada na área da saúde, contudo, cabe destacarmos aqui, sua crescente utilização no Brasil, como também a possibilidade de seu uso na Educação Matemática, uma vez que avaliar e sintetizar são práticas inerentes às pesquisas de ensino e aprendizagem.

A metassíntese qualitativa permite que investigações primárias sejam estudadas com maior profundidade, dando assim, maior precisão nas inferências acerca dos resultados obtidos nessas pesquisas. Segundo Alencar e Almouloud (2017), a metassíntese qualitativa apresenta o objeto de investigação com alto nível de abstração e compreensão, pois são desenvolvidas por meio de relações de comparações, de semelhanças e diferenças entre as obras analisadas.

Na metassíntese qualitativa é observada e preservada a conduta ética do pesquisador, pois os dados finais de investigação são apresentados sem criticar a eficiência dos resultados ou compará-los.

“Os dados das pesquisas primárias podem, assim, ser estudados, relacionados entre si, permitindo compará-los, buscando as convergências e diferenças, compondo uma nova síntese, em nível mais elevado de abstração e compreensão. Essa síntese tem o poder de incluir todos os significados das experiências encontrados nos estudos primários, porém, sem criticá-los ou compará-los, pois, essa é a conduta assumida quando o investigador faz uma revisão

bibliográfica ou uma sumarização de estudos sobre determinado tema” (MATHEUS, 2009, p. 544).

Segundo Fiorentini (2013), a metassíntese qualitativa, tem a intenção de produzir interpretações ampliadas de resultados ou achados qualitativos obtidos de estudos primários, os quais são selecionados com critérios de interesses específicos e intencionais do pesquisador em relação a um fenômeno a ser investigado e teorizado.

Desse modo, utilizamos a Metassíntese Qualitativa com a finalidade de descrever e sistematizar pesquisas que foram desenvolvidas em nosso território nacional em nível de doutorado em um dado recorte temporal no período de 2011 a 2021 - que têm como foco o uso do PEP.

Nesse sentido, com a intenção de alcançar o objetivo de nosso trabalho, fizemos uso da metassíntese qualitativa na seleção das teses, na agregação dos dados apresentados e/ou comparação dos dados e inferência de novas conclusões. Para tanto, fizemos a leitura e a releitura de todas as teses selecionadas com o propósito de realizar interpretações relevantes, no que tange à utilização do PEP em cada tese analisada, além de resumos e fichamentos a fim de deixar os resultados mais acessíveis e organizados.

Como estratégia de leitura das teses, utilizamos a ficha de leitura de teses (FARIAS; MENDES, 2019)¹⁷. A ficha é composta por: mês e ano da leitura, local do material, programa/instituição, ano da defesa, autor, orientador, coorientador, título, resumo, palavras-chave, foco temático, objeto de estudo, questões de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos, bases epistemológicas adotadas para a construção do objeto de pesquisa, método da pesquisa utilizado, principais resultados apontados e reflexões evidenciadas, e comentários pessoais.

Para melhor compreender como as teses abordam o PEP, apresentamos seus aspectos teóricos metodológicos, bem como seus benefícios e limitações. Inicialmente, realizamos uma revisão sistemática, seguida do mapeamento bibliográfico de teses de doutorado em pesquisas em âmbito nacional, uma vez que nossa intenção era encontrar pesquisas acadêmicas que utilizaram o PEP,

¹⁷ Nota de aula da disciplina Bases Epistemológicas da Pesquisa em Educação em Ciências e Matemáticas do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM – Doutorado) da universidade Federal do Pará

em estados, como São Paulo, Pará, Mato Grosso do Sul, Bahia e Pernambuco, que se destacam em pesquisas no campo da Didática da Matemática, em especial, a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Em seguida, realizamos uma metassíntese qualitativa nas pesquisas selecionadas que fizeram uso do PEP. A descrição completa de como foi realizada a busca, bem como seu local de busca e *links* que levam direto às teses, estão no capítulo 4, no qual tratamos dos panoramas nacionais de teses que usaram o PEP.

Na subseção seguinte, apresentamos um protocolo de revisão sistemática da literatura de teses publicadas em território nacional, assim como a identificação e a seleção das teses selecionadas para nossa pesquisa.

3.3 IDENTIFICAÇÃO E SELEÇÃO DAS PESQUISAS

Protocolo de Revisão Sistemática

Título da Pesquisa:

Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) em Teses no Brasil: uma revisão sistemática.

Questão de Pesquisa:

Quais as características dos PEP aplicados em pesquisas a nível de doutorado, no âmbito da Educação Matemática no Brasil?

Objetivo

Identificar os aspectos didáticos e metodológicos dos PEP evidenciados em pesquisas no campo da Educação Matemática.

Fontes

Foram consideradas as fontes de informação para o estudo, artigos científicos indexados nas seguintes plataformas de dados: Education Resources Information Center (ERIC); Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior - Ministério da Educação CAPES/MEC; Google Acadêmico. Além de outras fontes relacionadas a pesquisas obtidas via busca por citação.

Estratégia de busca

Para alcançarmos os melhores resultados, inicialmente fizemos uso da estratégia de busca de palavras-chave: “Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)”, “Ensino de Matemática” e “Teoria Antropológica do Didático”. Assim, para a realização de uma busca mais precisa, utilizamos os termos de busca “Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) e Ensino de Matemática” e “Teoria Antropológica do Didático e o Percurso de Estudo e Pesquisa” tanto em língua portuguesa como em língua inglesa, levando em consideração a sociabilidade das pesquisas brasileiras em nível de doutorado e de suas bases indexadoras, associadas aos operadores booleanos OR e AND, indicados pela seguinte expressão de busca (*“Study and Research Pathway” OR “Mathematics Teaching”*) AND (*“Anthropological Didactic Theory” OR “the Study and Research Path”*).

Tipos de Estudos a serem incluídos

Com a finalidade de contemplar os tipos de estudos a serem incluídos, precisamos identificar os aspectos metodológicos e teóricos/conceituais das perspectivas do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), para tanto, levamos em consideração os estudos qualitativos desenvolvidos no Brasil a nível de doutorado no âmbito da Educação Matemática. Dessa forma, buscamos incluir estudos que utilizaram o PEP num contexto empírico. Abaixo, apresentamos os critérios de inclusão e exclusão.

Critérios de inclusão e exclusão

Inclusão: Pesquisas que apresentam o termo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no título ou no resumo. Pesquisas sobre Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) desenvolvidas no Brasil a nível de doutorado no contexto da Educação Matemática ou da Didática da Matemática. Pesquisas sobre Teoria Antropológica do Didático (TAD) com dispositivo didático no título ou no resumo. Pesquisas sobre Teoria Antropológica do Didático (TAD) com dispositivo didático desenvolvidas no Brasil a nível de doutorado no contexto da Educação Matemática ou da Didática da Matemática. Teses revisadas pelos pares de acesso na íntegra de modo gratuito nas bases pesquisadas e da literatura cinzenta.

Exclusão: Pesquisas que não apresentam o termo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no título ou no resumo. Pesquisas sobre o dispositivo PEP que não envolvam especificamente a área de Ensino de Matemática; Pesquisas que não foram desenvolvidas no Brasil. Excluir teses que não tenham acesso online aberto.

Extração de dados

Com relação à extração de dados, primeiramente, realizamos uma busca ampla com base em três Teses sentinelas intituladas: A noção de Tarefa Fundamental como dispositivo didático para um Percurso de formação de professores: o caso da geometria analítica; A relação do professor com o Saber Matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática; Grandezas e Medidas: um Percurso de Estudo e Pesquisa para a prática profissional.

Justificamos a escolha das três teses, ao fato de serem as primeiras teses publicadas no Brasil que desenvolveram um PEP em suas pesquisas, uma vez que estão dentro do recorte temporal adotado nesta pesquisa.

Em seguida utilizamos a expressão de busca (*“Study and Research Pathway” OR “Mathematics Teaching”*) AND (*“Anthropological Didactic Theory” OR “the Study and Research Path”*), por fazer referência ao termo principal da nossa questão de pesquisa.

As buscas foram realizadas de forma independente nas bases ERIC, SciELO, Google Acadêmico, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e CAPES/MEC, utilizando a mesma expressão de busca. Os resultados encontrados foram organizados com o auxílio do Software de gestão de referências bibliográficas Mendeley. O software usado nos permitiu organizar o quantitativo de artigos por bases e auxiliou o processo de identificação de duplicatas. A exclusão das duplicatas encontradas foi realizada de forma não automatizada.

Após a identificação das duplicatas, foi iniciado a triagem a partir da análise das pesquisas por título e resumo, descartando as pesquisas em que foi notório identificar aquelas que não atendiam ao critério de inclusão. Iniciamos a leitura na íntegra das pesquisas selecionados para extrair dados básicos (autores, título, ano de publicação entre outros), foco temático, tipo de estudo,

teóricos de referência, aspectos conceituais e metodológicos do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), contexto formativo da pesquisa (sala de aula/Formação de professores, Educação Básica) e principais resultados. Nesta etapa, pesquisas puderam ser excluídas por não atenderem aos critérios de inclusão.

- Avaliação de risco de viés (qualidade)

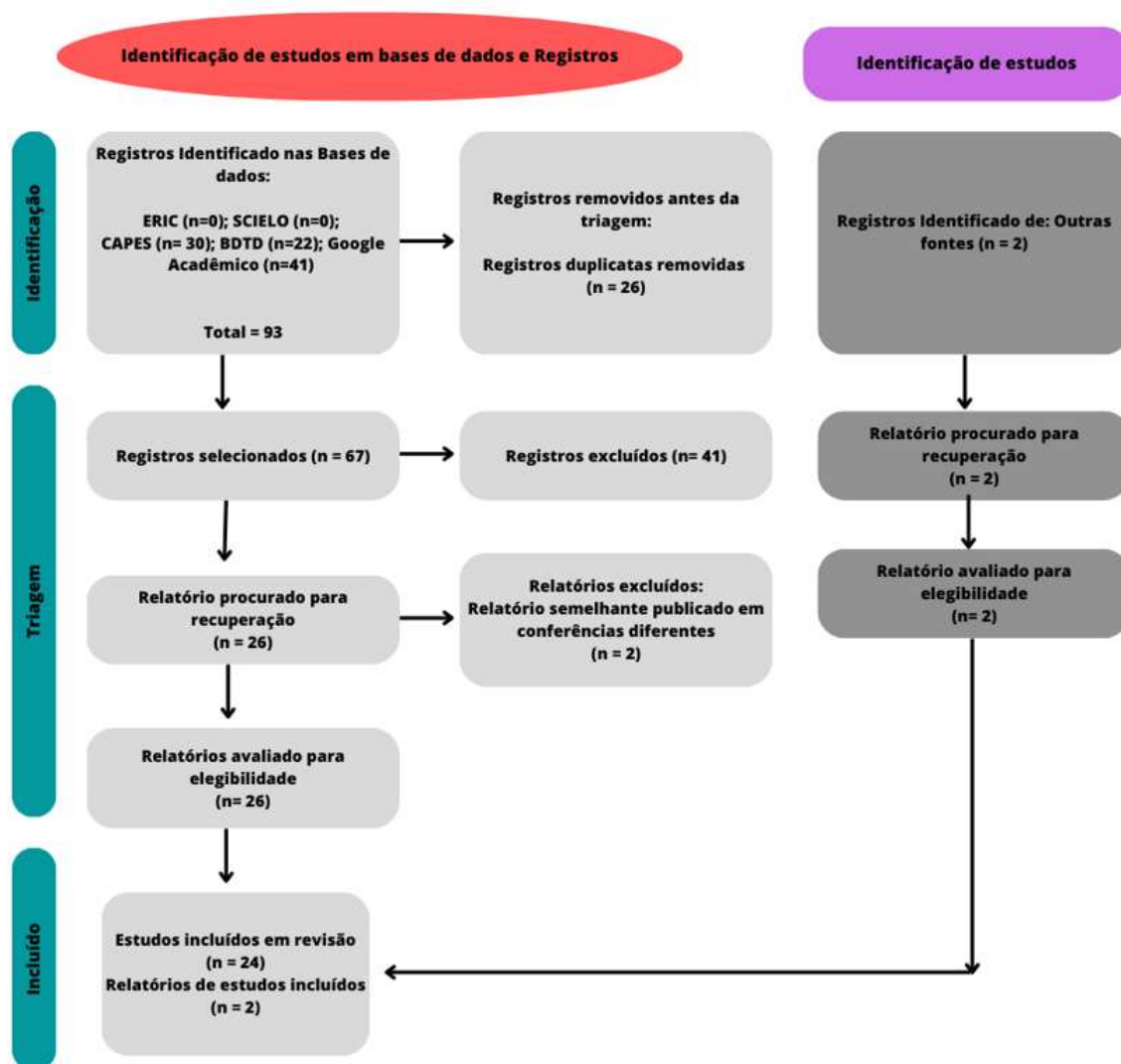
Nesta pesquisa, não houve divergência de análise. Logo, não foi necessário a opinião de um revisor externo.

- Estratégia para síntese de dados

A estratégia para a síntese de dados, ocorreu a partir da extração narrativa dos dados mediante a utilização de uma ficha de categorização elaborada especificamente para a extração desses dados, com o objetivo de evidenciar os principais elementos desses estudos e suas relações teórico-metodológicas com o tema em questão.

Nesta etapa, descrevemos e registramos todos os passos da pesquisa, a fim de apresentar as perspectivas, os aspectos conceituais e metodológicos dos PEP desenvolvidos no Brasil a nível de doutorado no âmbito da Educação Matemática, mais especificamente da Didática da Matemática.

Figura 2: Fluxograma de revisão sistemática



Fonte: autor, 2023.

Materiais e Métodos

Neste tópico, tratamos dos materiais e métodos relacionados à presente pesquisa proveniente do seguinte questionamento: Qual a forma de pensar e fazer do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) em pesquisas a nível de doutorado no contexto da Educação Matemática ou didática da Matemática no Brasil?

Assim sendo, delineamos os seguintes critérios para inclusão de pesquisas: Pesquisas que apresentam o termo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no título ou no resumo. Pesquisas sobre Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) desenvolvidas no Brasil a nível de doutorado no contexto da Educação Matemática ou da Didática da Matemática. Pesquisas sobre Teoria

Antropológica do Didático (TAD) com dispositivo didático no título ou no resumo. Pesquisas sobre Teoria Antropológica do Didático (TAD) com dispositivo didático desenvolvidas no Brasil a nível de doutorado no contexto da Educação Matemática ou da Didática da Matemática. Teses revisadas pelos pares de acesso na íntegra de modo gratuito nas bases pesquisadas e da literatura cinzenta.

Para exclusão de pesquisas, adotamos os seguintes critérios: Pesquisas que não apresentam o termo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no título ou no resumo. Pesquisas sobre o dispositivo PEP que não envolvam especificamente a área de Ensino de Matemática; Pesquisas que não foram desenvolvidas no Brasil. Excluir teses que não tenham acesso na íntegra de modo gratuito.

Nesse âmbito, consideramos como fontes do desenvolvimento do estudo as seguintes bases de dados: ERIC, SciELO, Google Acadêmico, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Banco de teses e Dissertações da CAPES/MEC, que representam importantes repositórios na área de Educação. Outrossim, consideramos também outros buscadores relacionados à pesquisa científica que foram obtidos via busca por citação. Essas pesquisas compuseram a literatura cinzenta de nossa pesquisa.

A posteriori, realizamos a extração de dados por meio da seguinte expressão de busca: (*“Study and Research Pathway” OR “Mathematics Teaching”*) AND (*“Anthropological Didactic Theory” OR “the Study and Research Path”*). Elegemos por utilizar os termos de busca em Língua Portuguesa e Inglesa, como maneira de assegurar a abrangência da pesquisa. Durante as buscas, adotamos em todas as bases, filtros específicos no que tange às teses de doutorados, na intenção de garantir a qualidade técnica e a relevância científica das pesquisas que foram selecionadas.

De acordo, com os critérios de inclusão e exclusão e, a definição das bases de busca, as mesmas foram acessadas pela última vez em 12 de dezembro de 2022.

As buscas foram realizadas de forma independente utilizando a mesma expressão de busca. Seguidamente, iniciamos a vistoria de duplicatas, com o auxílio do Software de gestão de referências bibliográficas Mendeley. Foram encontradas duplicatas entre várias bases consideradas, perfazendo com que o

número inicial de 93 pesquisas fosse reduzido para 67 teses. Dentre estas, 41 foram excluídas (Figura 2).

O processo de seleção das pesquisas que foram excluídas da revisão se deu a partir dos critérios de exclusão. Após a identificação das duplicatas, iniciamos a triagem a partir da análise das teses por título e resumo, descartando aquelas em que foi possível identificar as que não atendiam ao critério de inclusão. Após a leitura das teses, 24 foram selecionadas das bases consultadas e 2 referentes às outras fontes, perfazendo um total 26 pesquisas que foram incluídas na revisão sistemática.

No próximo capítulo, faremos um apanhado geral sobre a análise de pesquisas qualitativas no âmbito da Educação Matemática, descrevendo o percurso metodológico desta pesquisa, e as escolhas das pesquisas por meio do protocolo de revisão sistemática.

4 O PANORAMA DO PEP NO BRASIL

Nesse capítulo apresentamos o panorama de investigações no contexto brasileiro que estudam e pesquisam o PEP.

4.1 METASSÍNTESE QUALITATIVA DAS PESQUISAS SELECIONADAS

A metassíntese qualitativa é um método de análise de dados utilizados em pesquisa qualitativa. É um processo sistemático que visa integrar e interpretar os resultados de várias pesquisas qualitativas, com o objetivo de criar um entendimento mais profundo de um determinado tema.

O processo de metassíntese qualitativa envolve uma série de etapas, incluindo a busca e a seleção dos estudos relevantes, a avaliação da qualidade dos estudos, a extração de dados e a análise dos resultados. O objetivo é criar uma síntese que reflita a visão geral do tema a partir dos estudos analisados.

Dessa forma, conduzimos uma metassíntese qualitativa de pesquisas em nível de doutorado sobre a temática de desenvolvimento de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no âmbito da Educação Matemática. Buscamos e selecionamos estudos relevantes, avaliamos sua qualidade e extraímos informações relevantes. A partir daí, integramos e interpretamos os resultados desses estudos para criar uma síntese mais ampla do tema.

Durante nossa investigação, a fim de mapear as pesquisas brasileiras cujo foco é o PEP, nos deparamos com estados brasileiros em destaque com fluxo considerável de produção de pesquisas em nível de doutorado, dentre os quais sobressaem os estados do Pará e de São Paulo em razão da significativa quantidade de publicações sobre o tema nas pesquisas desses grupos no campo da Didática da Matemática.

No contexto brasileiro se destacam muitos estados que estudam e pesquisam o PEP, em diversos níveis, com produções de artigos, dissertações e Teses, para mais, encontramos grupos de Pesquisas em Didática da Matemática que realizam trabalhos com fundamentação teórica na TAD e na utilização do dispositivo didático e metodológico PEP. Contudo, ainda consideramos poucas produções em nível de doutorado. Esses grupos de estudos e pesquisas se encontram em vários estados brasileiros, porém, evidenciaremos aqui, os estados de Mato grosso do Sul – MS, Pernambuco – PE e Bahia – BA (Figura 3).

Figura 3: Cenário nacional de polos de pesquisas do PEP

Fonte: Marcos Gabriel Silva e Silva (2021).

Para todas as 26 teses selecionadas nos estados brasileiros, primeiro realizamos a descrição de seus aspectos teórico-metodológicos. Em seguida, fizemos uma metassíntese qualitativa.

Seguem abaixo, as teses por estados em mecanismos de buscas, juntamente com os quadros e filtros.

4.1.1 Pesquisas (Teses) em São Paulo – SP

Para as teses publicadas em território paulista, realizamos a pesquisa nas seguintes plataformas: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, <https://tede2.pucsp.br/>, <https://teses.usp.br/> e <http://bdt.d.ibict.br/vufind/>, com as seguintes palavras-chave: “Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) e Ensino de Matemática” e “Teoria Antropológica do Didático e o Percurso de Estudo e Pesquisa”. Com os devidos filtros para educação, educação matemática e recorte temporal de 2011 a 2021, encontramos 73 teses, dentre as quais, após revisão, apenas 10 teses fizeram uso do PEP.

No quadro a seguir, listamos as teses encontradas de acordo com os filtros adotados e, posteriormente, descrevemos seus aspectos teórico-metodológico.

Quadro 2: Teses publicadas na maior cidade do Brasil, São Paulo.

Nº	Título da Tese	Autor(a) – Orientador(a)/Instituição	Ano
1	¹⁸ Grandezas e Medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional	José Valério Gomes da Silva - Marlene Alves Dias/ UNIAN-SP ¹⁹	2016
2	²⁰ Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa	Valdir Bezerra Dos Santos Junior/ Marlene Alves Dias/ UNIAN-SP	2017
3	²¹ Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Matemática Básica: Limites e Possibilidades	Renato da Silva Ignacio - Marlene Alves Dias/UNIAN-SP	2018
4	²² Construção de um percurso de estudo e pesquisa para o ensino de inequações	Renato Mendes Mineiro - Maria Jose Ferreira Da Silva/PUC-SP ²³	2019
5	²⁴ Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas	Ricardo Nicasso Benito - Maria José Ferreira da Silva/PUC-SP	2019
6	²⁵ Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta	Rita Lobo Freitas - Saddo Ag Almouloud/PUC-SP	2019
7	Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino de Integral Dupla: significados e Praxeologias Mobilizados por Estudantes de Engenharias e de Licenciatura em Matemática	Ana Karine Dias Caires Brandão – Maria José Ferreira da Silva/PUC-SP	2021
8	Um Percurso de Estudo e Pesquisa a Distância em uma Formação Continuada De Professores De Matemática Para O Ensino De Quadriláteros	Daysi Julissa García-Cuéllar - Maria José Ferreira da Silva/PUC-SP	2021
9	Percurso de Estudo e Pesquisa: Uma Proposta para aprender Proporcionalidade no Ensino Fundamental	Mariana da Silva Nogueira Ribeiro – Helenara Regina Sampaio Figueiredo /UASP - Anhanguera	2021
10	Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores em cursos de Ciências e Engenharia: Introdução ao Estudo de Vetores	Maritza Luna Valenzuela - Maria José Ferreira da Silva/PUC-SP	2021

Fonte: Autor (2023)

¹⁸ <https://bit.ly/3dlTPRh>

¹⁹ Universidade Anhanguera de São Paulo

²⁰ <https://is.gd/o83wno>

²¹ <https://is.gd/zTElcc>

²² <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22984>

²³ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

²⁴ <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22544>

²⁵ <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22890>

4.1.1.1 Aspectos teórico-metodológicos

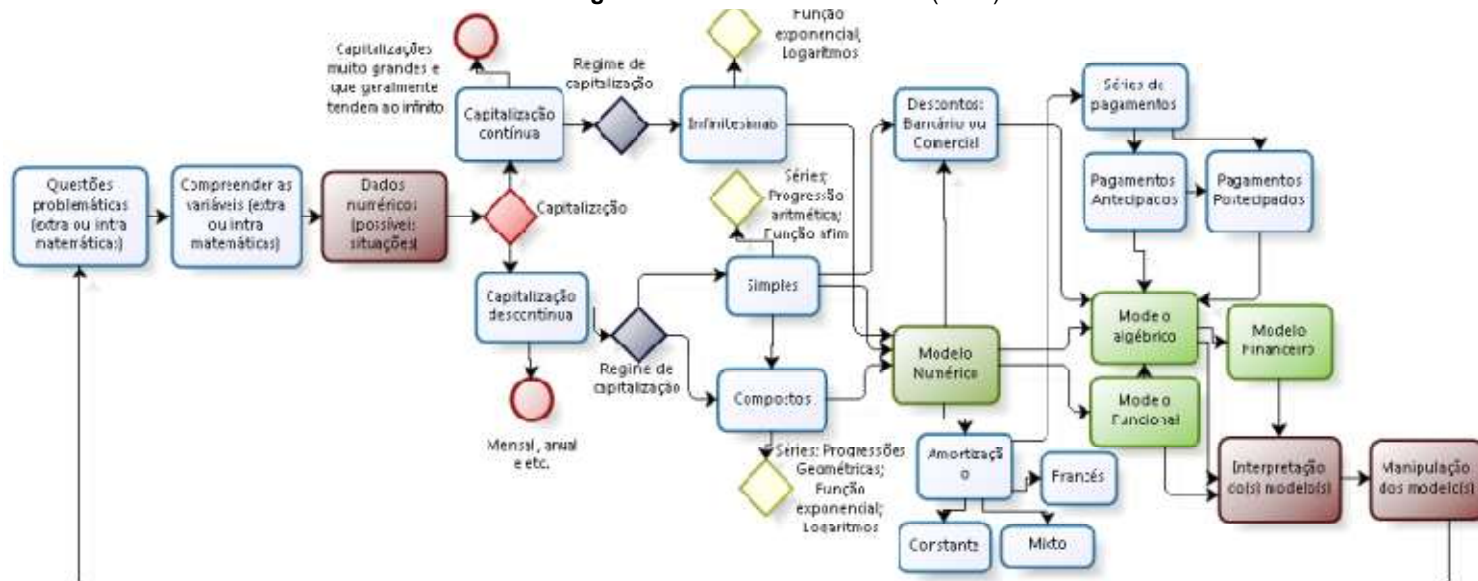
A tese de Silva (2016) busca identificar as relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área, de perímetro e suas relações, para verificar de que maneira os estudantes do nível médio do campo da construção civil, em particular, do curso técnico em Edificações, utilizam esses conhecimentos em tarefas contextualizadas, quando trabalham em situações adidáticas do seu domínio de conhecimento, recorrendo a diferentes fontes de ajuda ao estudo. A pesquisa tem como referencial teórico central a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e seus colaboradores, Douady & Perrin-Glorian e Robert como abordagens teóricas de apoio; com base na metodologia de pesquisa de caráter qualitativo, utiliza como técnicas a análise documental, o estudo de múltiplos casos e a engenharia didática PEP. Os resultados do PEP desenvolvido com um grupo de 12 estudantes do curso de Edificações de uma unidade do SENAI-SP permitiu considerar que a engenharia foi importante por mostrar que algumas exigências escolares não correspondem às práticas profissionais usuais.

O trabalho de Santos Júnior (2017), objetivou elaborar, propor e analisar atividades baseadas num PEP, relacionadas às necessidades dos profissionais dos cursos superiores de tecnologia, na área de gestão e negócios, no ensino das noções de juros simples e compostos. Para fundamentar o trabalho, o autor faz uso do quadro teórico da TAD de Yves Chevallard. A pesquisa pode ser observada em duas partes: uma dedicada ao estudo da ecologia dos setores juros simples e compostos nas instituições consideradas e, a outra dedicada à análise do didático na experimentação da organização didática do PEP. Diante dos resultados produzidos pela análise ecológica, construiu-se um modelo epistemológico de referência (MER) para o estudo do domínio da matemática financeira e conseqüente apoio aos modelos didáticos de referência, propostos no trabalho: PEP e Atividades de Estudo e Pesquisa (AEP).

O MER na pesquisa, não considera incertezas financeiras e foi desenvolvido antes do MDR, que é um Percurso de estudo e Pesquisa (PEP). O autor destaca que o desenvolvimento do MER está interligado à construção do PEP, e que ambos foram desenvolvidos de forma paralela. O objetivo é apresentar o MER como um modelo que busca compreender a lógica interna do

sistema econômico, sem levar em consideração os fatores financeiros incertos que afetam o comportamento das operações financeiras.

Figura 4: MER em Santos Júnior (2017)



Fonte: Santos Júnior (2017, p. 459)

O autor finaliza afirmando que a pesquisa conseguiu alcançar o objetivo de pesquisa, uma vez que se observou diante da análise ecológica e da econômica as condições e restrições para a criação de atividades no ensino das noções de juros simples e compostos, para área de gestão e negócios, relacionadas às necessidades dos profissionais, na proposição de um PEP.

Ignacio (2018), embasado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), tomou como centro de interesse da pesquisa, a pergunta: Quais limites e possibilidades de um PEP como metodologia didática para a Educação Básica? Trata-se, assim, de uma pesquisa cujo objetivo foi analisar sob que condições e restrições, se pode utilizar este modelo epistemológico alternativo como metodologia de ensino e, que condições e restrições o ambiente de sala de aula oferece para a implementação desta nova metodologia didática, à luz dos pressupostos da TAD de Chevallard; e como metodologia de pesquisa as técnicas da pesquisa documental e o PEP de Chevallard, fundamentado em questionamentos derivados de uma questão inicial Q0. A pesquisa de cunho qualitativo está dividida em duas etapas: A primeira corresponde a uma análise das condições e restrições ecológicas que as instituições que estão entre a teoria e a prática pedagógica oferecem para o desenvolvimento do PEP como metodologia didática. Ignacio (2018), finaliza mostrando que os resultados evidenciaram, apesar das dificuldades no que tange aos recursos disponíveis,

que dependendo da formação do professor é possível desenvolver um PEP. Evidencia também, a necessidade de melhorar a formação inicial e ofertar de maneira contínua, formação para os professores, ou seja, o desenvolvimento de um PEP é possível, contudo, o agir humano de forma responsável e fundamental.

Mineiro (2019) procurou em sua pesquisa entender a maneira como distintos aspectos ligados às dimensões epistemológica, econômico-institucional e ecológica do problema didático relativo às inequações podem contribuir com o desenvolvimento de um modelo didático de referência (MDR) para a proposição de PEP ao ensino de desigualdades e inequações na Educação Básica. Para tanto, foi realizada uma análise documental, fundamentada nos pressupostos da TAD. Embasou-se, inicialmente, no estudo da dimensão epistemológica, que se relaciona ao estudo da gênese e do desenvolvimento do saber matemático associado às inequações para a concepção de MER. Fez-se um estudo para analisar o modo como o saber associado às inequações é descrito e interpretado nos livros, manuais e diretrizes para a Educação Básica no Brasil, assim como os reflexos dessa interpretação, cristalizados em um modelo didático dominante (MDD) se refletem no ensino. A análise desses estudos, desenvolvida por meio do confronto entre o MER e o MED, mostrou que a principal razão de ser das inequações na Educação Básica parece se resumir na aprendizagem de técnicas de resolução. Por fim, ao considerar as contribuições advindas dos estudos realizados, o referido autor propôs um modelo didático de referência, que serviu de base à elaboração de percursos de estudo e pesquisa (PEP) para o ensino de desigualdades e inequações.

Benito (2019) focou na formação inicial de professores de matemática para o ensino das cônicas tendo como quadro teórico a TAD e os estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe como sujeitos de pesquisa. O objetivo do trabalho foi investigar de que maneira o dispositivo dos PEP para Formação de Professores pode ajudar esse grupo de futuros professores a questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino a respeito de cônicas. Para isso, seguiu-se a metodologia de pesquisa qualitativa usada pela TAD, baseada nos princípios da Engenharia Didática. Neste trabalho, foram desenvolvidos um MER a respeito das geometrias das cônicas e um PEP, os quais foram aplicados em turmas dos ensinos médio e

superior e forneceram elementos para o desenho da formação inicial. A metodologia de pesquisa utilizada no referido trabalho forneceu condições para uma dialética entre o MER e o PEP, que auxiliou no planejamento das atividades da formação inicial, trouxe contribuições para uma reformulação do Modelo Epistemológico de Referência e, ao final, a junção desses dois elementos proporcionou uma praxeologia para o ensino de cônicas na formação inicial de professores. Dessa forma, os resultados apontaram que o PEP-FP contribuiu de forma significativamente para a formação dos futuros professores, que ao final do percurso, propuseram aulas em que as cônicas não eram abordadas somente em geometria analítica, buscando romper com o paradigma de visita as obras.

O trabalho de Freitas (2019) insere-se no campo da formação inicial de professores de matemática, especificamente, na Licenciatura em Matemática no contexto brasileiro. A pesquisa objetivou responder à seguinte questão: quais conhecimentos novos (ou não), em Geometria Analítica Plana podem ser adquiridos por professores estagiários com a ajuda de um PEP para Formação de Professores (FP), e quais benefícios poderão obter para projetar esses conhecimentos no ensino médio? Para responder à questão, foi desenvolvido um dispositivo-metodológico-teórico PEP-FP/TAD, por meio do qual foram desenvolvidas treze sessões de estudo e pesquisa com estudantes de um curso de Licenciaturas em Matemática na Bahia (participantes de turmas de estágio curricular supervisionado). O referencial teórico adotado foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD). As etapas da pesquisa se constituíram na estruturação e análise de modelos epistemológicos a respeito de Geometria Analítica Plana e, posteriormente, no desenvolvimento de um PEP de formação profissional.

Brandão (2021), em sua tese, teve como objetivo analisar os significados e as praxeologias a serem mobilizados por discentes das engenharias e da licenciatura em Matemática durante um PEP voltado para o ensino e a aprendizagem da Integral Dupla. Para tanto, a autora tomou como base teórica os pressupostos da Semiótica de Peirce e a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard. A pesquisa, se deu em cinco encontros presenciais, com áudios gravados e filmados, que ocorreram aos sábados, com a participação de doze estudantes matriculados nos cursos da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia e das Engenharias (civil, elétrica e

ambiental) do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, com o pré-requisito de já terem cursado a disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Como resultados, os discentes conseguiram aplicar os conceitos dos objetos matemáticos escolhidos de forma coerente e autônoma ao construir e resolverem situações-problemas envolvendo conhecimentos dos cursos, dos quais são egressos e do Cálculo Diferencial e Integral. Dessa forma, a autora afirma que os significados, as interpretações e as praxeologias se diferenciaram no que tange ao emprego dos conhecimentos matemáticos (nas respectivas graduações) e nas interpretações das tarefas propostas, mas convergiram nas praxeologias matemáticas.

A tese de García-Cuéllar (2021) buscou elaborar, implementar e analisar um PEP - FP, à distância, para o ensino de quadriláteros no Peru. O trabalho adotou como base teórica a Teoria Antropológica do Didático – TAD, teve como sujeitos professores de matemática no nível secundário do Peru e, como metodologia qualitativa, a Engenharia Didática na TAD. O desenvolvimento do PEP-FP envolveu os cinco módulos: M_0 : explicitar as razões de ser do PEP-FP; M_1 : viver um PEP; M_2 : analisar o PEP vivido; M_3 : desenho de um PEP e M_4 : gerenciar e experimentar um PEP. Já a metodologia de pesquisa, envolveu as quatro fases da Engenharia Didática: análises preliminares, em que realizaram um estudo epistemológico de quadriláteros para a construção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), um estudo econômico e ecológico de quadriláteros para identificar o Modelo Dominante (MD) no sistema educativo peruano; desenho e análise a priori, realizou-se o planejamento do PEP-FP à distância para o ensino de quadriláteros; experimentação ou análises in vivo, em que se implementou e se analisou o planejado durante sua execução e análises à posteriori, em que se confrontou os resultados com a análise a priori. A pesquisa apresentou como resultados a inferência que o PEP-FP à distância contribuiu para a formação continuada dos professores envolvidos, uma vez que os conduziu a questionar e a refletir a respeito de suas práticas e a perceber a possibilidade de ensinar quadriláteros.

A pesquisa de Ribeiro (2021) objetiva analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas em um PEP. A pesquisa é de cunho qualitativo, traz como base a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e

seus colaboradores. Na pesquisa, foi desenvolvido um PEP sobre as noções de proporcionalidade em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada na cidade de Londrina - PR, com base nas relações institucionais esperadas e existentes pela Base Nacional Comum Curricular e em dois livros didáticos de Matemática do 7º ano. Os resultados indicaram que o domínio da proporcionalidade se reconstrói a partir das noções de razão, unidades de medidas, grandezas e proporções, as abordagens indicadas pelos documentos oficiais são seguidas pelos livros didáticos e que, diante dos resultados produzidos pela análise das relações pessoais, o PEP pode contribuir para a construção do conhecimento do tema em estudo.

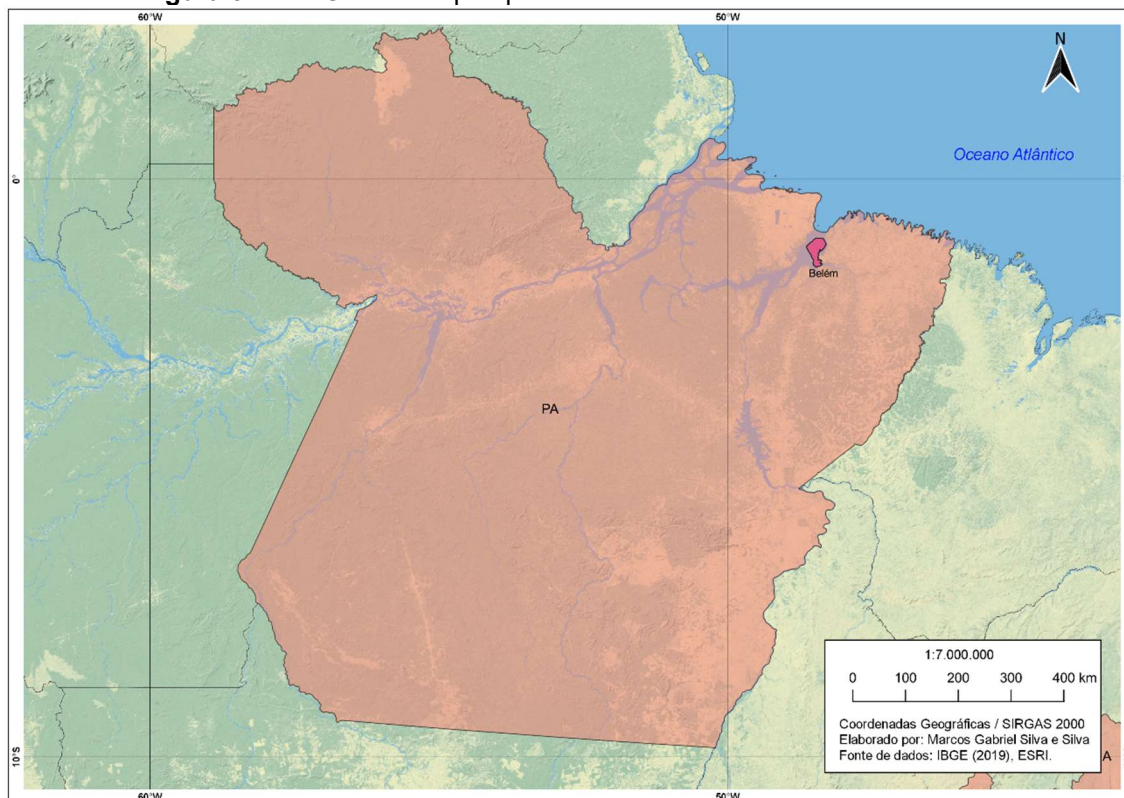
A pesquisa de Valenzuela (2021), objetivou investigar como um PEP-FP pode contribuir, em particular com um grupo de professores em formação, para que tenham uma visão crítica, a fim de questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino em relação ao objeto vetor. A pesquisa está inserida no campo da formação de professores de Matemática para o ensino da geometria vetorial, trazendo como quadro teórico a Teoria Antropológica do Didático e, participantes da pesquisa, estudantes de mestrado de Ensino de Matemática no Peru. A pesquisa é do tipo qualitativa e está baseada na Engenharia Didática, a qual possui quatro etapas: a análise preliminar, que é praxeológica, em que foi realizado o estudo das três dimensões do problema didático (epistemológica, econômica e ecológica) e se fez a construção do modelo epistemológico de referência considerando as praxeologias que têm como razão de ser o objeto vetor; o desenho e análise a priori, em que se planejou a proposta do PEP-FP; a análise *in vivo* considerando as dialéticas fundamentais e a análise a posteriori. Como resultado, a autora afirma que o PEP-FP contribuiu à formação desse grupo de discentes do mestrado e que a metodologia de pesquisa utilizada permitiu criar as condições para uma conexão entre o MER e o PEP-FP e, ainda, trouxe contribuições para o Modelo Epistemológico Vigente ao ensino da introdução da geometria vetorial na formação de professores.

4.1.2 Pesquisas (Teses) no Pará – PA, destaque para o GEDIM/IEMCI/UFPA

De acordo com nosso contexto de pós-graduação na Universidade Federal do Pará – UFPA, especificamente, no Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI, no bojo do Grupo de Estudo e Pesquisa em Didáticas das Matemáticas – GEDIM, podemos dizer que o grupo está na vanguarda de pesquisas no campo da Educação Matemática, bem como é referência nos estudos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e do dispositivo didático-metodológico Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). Assim, podemos citar como evidência o número de Teses encontradas nesta pesquisa que usam o PEP, pois se trata especificamente de pesquisadores membros do GEDIM.

Diante disso, ressaltamos que a tese de Andrade (2012), foi a primeira pesquisa a adotar uso do PEP a nível de doutorado publicada no Brasil, confirmando o GEDIM como uma referência em pesquisas com relação ao uso da TAD e do PEP. Além disso, no recorte temporal desta pesquisa (2011 a 2021), ressaltamos que saíram mais teses sobre TAD e PEP do GEDIM que dos demais estados (Figura 5).

Figura 5: Polo GEDIM de pesquisa em TAD e PEP no Estado do Pará.



Fonte: Marcos Gabriel Silva e Silva (2021).

Na intenção de melhor compreender como esses estudos foram efetuados, apresentamos alguns trabalhos realizados por membros do GEDIM/IEMCI/UFPA, dentre eles destacamos as teses²⁶ dos professores a saber: Matos (2017), Mesquita (2017), Pereira (2017), Sodré (2019) e Silva (2019), as quais estão hospedadas para consulta nos sites: <http://gedimufpa.com.br/teses>, <http://ppgecm.prosp.ufpa.br/> e <http://repositorio.ufpa.br/jspui/>. Em nossa pesquisa, realizamos a modalidade de revisão sistemática de literatura, em que apresentamos as origens e os fichamentos. Neste trabalho, fizemos uso dos modelos de fichamento mais resumido, usado por Neves (2008), o qual contém: referência completa, referencial teórico, objetivos, métodos e resultados.

Quadro 3: Teses publicadas no polo GEDIM/IEMCI/UFPA

Nº	Título	Autor(a) – Orientador(a)/Instituição	Ano
1	A Noção de Tarefa Fundamental como Dispositivo Didático para um Percurso de formação de professores: o caso da Geometria Analítica	Roberto Carlos Dantas Andrade – Renato Borges Guerra/UFPA	2012
2	A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática	Itamar Miranda da Silva/ Tadeu Oliver Gonçalves/ UFPA	2014
3	Alterações e Recombinações Praxeológicas Reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em Formação Continuada: a partir de um Modelo Epistemológico Alternativo para o Ensino da Álgebra Escolar	José Carlos De Souza Pereira/ José Messildo Viana Nunes/ UFPA	2017
4	A Prática de Ensino como uma trajetória de Formação Docente do Professor de Matemática	Flávio Nazareno Araujo Mesquita - Renato Borges Guerra/UFPA	2017
5	Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: o Caso da Álgebra Linear	Fernando Cardoso de Matos - José Messildo Viana Nunes/ UFPA	2017
6	Educação Financeira e Educação Matemática: Uma Ligação Possível pela Teoria Antropológica da Didática	Alexandre Vinícius Campos Damasceno/ José Messildo Viana Nunes/ REAMEC/ UFPA	2019
7	Engenharia Didática Reversa como um Dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo	Renata Lourinho da Silva - Renato Borges Guerra/UFPA	2019
8	Modelagem Matemática Escolar: uma Organização Praxeológica Complexa	Gleison de Jesus Marinho Sodré - Renato Borges Guerra/UFPA	2019
9	Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa	Victor Hugo Chacon Britto - Renato Borges Guerra e Roberto Carlos Dantas Andrade/UFPA	2019

²⁶ Estão todas disponíveis no formato pdf em: <http://gedimufpa.com.br/teses>

10	Realidade Aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um <i>software</i>	Kayla Rocha Braga - José Messildo Viana Nunes/UFPA	2019
11	O Sistema de Numeração Decimal na formação de professores dos anos iniciais	Raquel Soares do Rêgo Ferreira – Renato Borges Guerra/UFPA	2020
12	Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento: Perspectivas e Articulações, à Luz dos Programas de Pesquisas Lakatosiano	Aline Miranda Da Silva/ José Messildo Viana Nunes/ PPGECM/ UFPA	2021
13	Praxeologias da Educação Estatística na formação de professores dos anos iniciais: o caso do pensamento transnumerativo	Wilson Monteiro de Albuquerque Maranhão/ José Messildo Viana Nunes/ REAMEC/ UFPA	2021

Fonte: Autor (2023)

4.1.2.1 Aspectos teórico-metodológicos

Andrade (2012), em sua tese, coloca em evidência o problema praxeológico do professor de matemática e da sua profissão, na ótica da formação de professores por meio do enfrentamento do fenômeno da desarticulação entre temas, setores e áreas de estudo da matemática no Ensino Básico. A pesquisa traz como aporte teórico o quadro da Teoria Antropológica do Didático, em que permite propor a noção de Tarefa Fundamental a partir do estudo das potencialidades dos tipos de tarefas em articular e justificar outras tarefas. Dessa forma, a pesquisa parte do questionamento: de que forma um PEP que envolve Tarefas Fundamentais pode se constituir um dispositivo metodológico de formação de professores? a partir da vivência em Comunidade de Práticas de Professores de uma escola pública com o objeto Geometria Analítica Plana, sob condições e restrições específicas institucionais, as Tarefas Fundamentais apontam como um dispositivo didático é capaz de desencadear e fomentar o enfrentamento do problema da desarticulação, constituindo um PEP como Percurso de Formação Continuada de professores de matemática no efetivo exercício da profissão. Ressaltamos que, em 2012, a terminologia PEP-FP ainda não estava consolidada.

Silva (2014) visou à busca de compreensões acerca da relação do professor com o saber matemático, buscando identificar, também, conhecimentos mobilizados em sua prática. O estudo traz uma abordagem qualitativa, em que o autor realizou dois percursos de formação: o primeiro, chamado de Estudo de Aula Simulada (EAS) aconteceu durante a disciplina

estágio supervisionado II, contou com a participação de quatro professores em formação inicial em um curso de licenciatura em Matemática; o segundo percurso foi desenvolvido no quadro teórico da TAD, no qual foi realizado um PEP, que ocorreu durante a disciplina Tendências Metodológicas em Educação Matemática, de um curso de especialização em Educação Matemática, envolvendo sete professores. Durante os percursos, foram utilizados questionários, entrevistas semiestruturadas, anotações e atividades desenvolvidas e registradas em áudio e vídeo. Como resultados, foi possível evidenciar que a maneira de o professor se relacionar com o saber matemático e os conhecimentos por ele mobilizados no decorrer de sua prática, são em muitos aspectos reflexos de suas experiências como aluno. Bem como, a elaboração do dispositivo didático que poderá contribuir para a antecipação de modos de agir e pensar do professor sobre sua prática, no que diz respeito ao ensino da Matemática na educação básica.

Pereira (2017), em sua pesquisa, objetivou desenvolver um PEP com professores de matemática do ensino básico, com a intenção de propiciar possíveis alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico objetivado dos professores participantes do estudo com um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) para a álgebra escolar. A pesquisa se fundamenta na Teoria Antropológica do Didático (TAD) cujos elementos teóricos garantem um percurso metodológico PEP, que foi desenvolvido com oito professores de matemática do ensino básico. A metodologia do PEP foi constituída de onze sessões, as quais foram filmadas e gravadas em áudios e partes dessas gravações foram transcritas. Os resultados revelaram as possíveis alterações e recombinações praxeológicas que o estudo do Modelo Epistemológico Alternativo promoveu no equipamento praxeológico e nas práticas dos professores participantes.

A pesquisa de Mesquita (2017) trata da transposição didática interna do objeto matemático realizada pelo professor do ensino básico, uma vez que buscou problematizar a prática de ensino com um dado objeto da matemática a partir da compreensão dessa prática como fases do processo de transposição didática interna. A pesquisa utiliza o aporte teórico da TAD para o desenvolvimento de um PEP sobre o ensino de resoluções de equações do segundo grau. A trajetória metodológica da pesquisa se materializa em um PEP

pessoal do professor, o qual por meio do enfrentamento de seu problema de formação, busca construir ou acessar a infraestrutura matemática escolar necessária para resolver suas inquietações. A pesquisa, também se deu pela compreensão de um MER pelo professor, a qual se traduz em seu modelo epistemológico pessoal de referência para o estudo da resolução de equações do segundo grau aglutinado em sistemas de tarefas que articulam vários objetos da matemática.

A tese de Matos (2017) traz suas inquietações referentes ao ato de ensinar a disciplina Álgebra Linear em curso de licenciatura em Matemática, devido à dificuldade sentida por seus alunos quanto aos objetos estudados na referida disciplina. A pesquisa se fundamenta na TAD e no desenvolvimento do estudo, uma vez que foram criados três sistemas didáticos: a criação da organização matemática e didática do modelo de referência, o desenvolvimento do PEP com 14 graduandos e a análise da organização matemática e didática, apresentada pelos participantes sobre objetos da Álgebra Linear. O PEP comprovou que estudar sistemas lineares é estudar a própria Álgebra Linear. A partir do estudo, a pesquisa se deu pela elaboração de uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência sobre a Álgebra Linear, voltada para o ensino básico, com alterações diretas na formação de professores, tornando-se um modelo epistemológico alternativo (MEA) para o curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Pará.

O trabalho de Damasceno (2019) abordou a educação financeira como modalidade de educação que vem sendo introduzida na educação básica no Brasil. Temática essa que o autor chama de *recente* e *crescente* na área da educação matemática, *Recente*, por estar sendo introduzida no ensino brasileiro e *Crescente*, por motivar mais pesquisas que abordam a Educação Financeira. A pesquisa traz como base a Teoria Antropológica do Didático – TAD, que possibilitou a junção do ensino da educação financeira com o ensino da matemática, através dos estudos praxeológicos, com o desenvolvimento de um PEP com alunos do curso de Licenciatura Integrada da FEMCI/IEMCI/UFP. A investigação teve como questionamento “Quais as praxeologias para uma Educação Financeira podem atender às exigências da sociedade e das leis educacionais brasileira no ensino da matemática básica? Para responder a tal questionamento, foi apresentado o Modelo de Letramento em Educação

Financeira, o qual teve um papel fundamental para uma aplicabilidade em sala de aula, já que ele se constituiu nesse ambiente.

Silva (2019) propõe a metodologia da engenharia didática reversa como dispositivo de formação docente para a educação do campo, com o propósito de construir respostas às problemáticas de integração de saberes disciplinares com saberes não disciplinares do campo. A pesquisa se fundamenta na teoria da transposição didática de Chevallard. Dessa forma, a autora utiliza a compreensão de PEP como metodologia de desenvolvimento de processos de transposição didática e, em consequência, como provedor de trajetórias de formação de professores. Foi realizada uma empiria sobre a construção e uso do matapi, envolvendo professores em formação continuada, dois produtores de matapi da comunidade de Pacuí de Cima do município paraense de Cametá. Como resultados, constatamos que o tempo escola e tempo comunidade se unificam em um só tempo, em que a autora chama de tempo de estudo, a integração dos saberes culturais com os saberes disciplinares em dinâmica de reconstrução de saberes que foram evidenciados pela transposição didática, e dessa forma, contribuiu com o desenvolvimento sustentável na referida comunidade. Esses resultados, apontam também que a metodologia da engenharia didática reversa (EDR) pode também ser usada em cursos de formação de professores.

O trabalho de Sodré (2019) traz em seu bojo o questionamento do ciclo de modelagem matemática como técnica da tarefa de modelar matematicamente problemas em contextos concretos a partir da noção de organização praxeológica complexa. O autor desenvolveu sua pesquisa à luz da Teoria Antropológica do Didático, com a aplicação de um Percorso de Estudo e Pesquisa Orientado (PEPO). Para tanto, foi realizada, também, uma empiria de formação inicial de professores em Modelagem Matemática. Dessa forma, a pesquisa apresenta novas técnicas de modelagem que preservam o caráter cíclico e a partir de experimentação empírica, propõe o ciclo investigativo de modelagem matemática.

A pesquisa de Britto (2019) trata da problemática da avaliação escolar em matemática, assumindo esta como um problema da profissão docente e encarada na tríade ensino-aprendizagem-avaliação, considerando as condições e restrições advindas do saber e das instituições em que ele vive. O trabalho faz

uso do quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático, em que os pressupostos da avaliação formativa possibilitaram propor um modelo para avaliação denominado de Avaliação Formativa Didático-Matemática. Desse modo, desenvolveu-se um PEP que gerou sistemas auxiliares ao redor dos quais se constituiu o Percurso uma Comunidade de Práticas Docentes, que provocou a vivência do modelo avaliativo como prática docente com os alunos em sala de aula. Como resultados, o autor afirma que a análise praxeológica foi assumida como referência para analisar as produções vindas da comunidade de práticas e da sala de aula, a partir daí, evidenciou-se os momentos cruciais de avaliação, as comunicações e os feedbacks na perspectiva da regulação do processo de estudo no enfrentamento do bloco da *práxis*.

A tese de Braga (2019) buscou a elaboração de uma Organização Didático-Matemática (ODM) de ensino e aprendizagem de cálculo de área, utilizando a tecnologia Realidade Aumentada (RA), em uma turma de Engenharia Elétrica da UFMA. Teve como objetivo, levar os alunos à compreensão da noção de área como grandeza, pois no processo de aprendizagem desse conteúdo na Educação Básica, tem-se evidenciada a dificuldade de distinção entre superfície e área. Sua pesquisa se encontra no bojo das Metodologias de Desenvolvimento (ARREDONDO; LLAMAS, 2014), cujo processo ocorreu em três fases: concepção teórico-conceitual; concepção teórico-metodológica; e concepção e aplicação de uma Organização Didática que possibilitou aos alunos a ampliação de seu Equipamento Praxeológico acerca do cálculo de área, tendo como fundamentos os referenciais teórico-metodológico da TAD. A metodologia do PEP subsidiou a aplicação de tarefas e análise de dados. Por outro lado, a Abordagem Instrumental de Rabardel permitiu analisar o uso da tecnologia Realidade Aumentada na aprendizagem de cálculo de área, já a teórico-conceitual da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ajudou a analisar a apreensão, pelos alunos, das representações semióticas da noção de área como grandeza. Os resultados permitiram identificar a ampliação do Equipamento Praxeológico (EP) dos alunos em relação ao cálculo de área, o que foi possível com o uso da tecnologia RA.

A pesquisa de Ferreira (2020) trata do problema de formação inicial de professores no que diz respeito aos numerais decimais, ponderando as dificuldades no ensino e na aprendizagem do tema. Nesse trabalho, a

problemática foi enfrentada por meio da validação da tese de que os processos de quantificação de unidades de grandezas concretas permitem a desnaturalização dos numerais decimais. O trabalho se fundamenta no quadro teórico da TAD, bem como no desenvolvimento de um PEP com professores em formação, que os pudessem levar ao encontro da desnaturalização dos numerais decimais. Como resultados, temos a revelação por parte dos professores em formação, que viram e assumiram a ocorrência de mudanças de suas relações com os numerais decimais, assim como encorajaram o desenvolvimento de futuras pesquisas.

O trabalho de Silva (2021) aborda a temática da área da Educação Matemática referente às Tendências em Educação Matemática, as quais ela vem tratando como perspectiva de Teorias em Desenvolvimento da Educação Matemática. A pesquisa se ampara na Epistemologia de Lakatos (1979), em que a Educação Matemática é vista como um Programa de pesquisa e as teorias em desenvolvimento como os subprogramas de pesquisa. Dessa forma, um PEP foi desenvolvido com professores/alunos do Curso de Pós-graduação em nível de Mestrado e Doutorado do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGCEM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA). A autora afirma que algumas das Tendências em Educação Matemática se constituem como Teorias em desenvolvimento, sendo Subprogramas de Pesquisa que se articulam em um contexto maior. Diante disso, Silva desenvolveu a construção desta tese, na qual pressupõe que as teorias em desenvolvimento da Educação Matemática são contextualizações num sentido *lato* deste campo de pesquisa, e se constituem como subprogramas de pesquisa.

Maranhão (2021) traz um trabalho com metodologia qualitativa cujo objetivo é analisar as contribuições de praxeologias que favorecem o desenvolvimento do pensamento transnumerativo no equipamento praxeológico de graduandos do curso de Licenciatura em Pedagogia, bem como responder à questão “Quais praxeologias podem favorecer o desenvolvimento do pensamento transnumerativo com graduandos do curso de Licenciatura em Pedagogia a partir de um Percorso de Estudo e Pesquisa?”. Dessa forma, foi desenvolvido um PEP para a formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, norteado às praxeologias que possibilitam o

desenvolvimento do pensamento transnumerativo. Com o aporte teórico da estatística e da TAD, o PEP vem constituído de condições e restrições que devem ser administradas ao longo de sua aplicação, a qual se justifica pelo autor, a pandemia da COVID-19 e um apagão de energia no estado do Amapá como restrições ao PEP realizado, bem como o uso de plataforma de ensino remoto para a realização das sessões. A realização do PEP na prática proporcionou a confirmação da tese “um PEP aplicado no curso de Licenciatura em Pedagogia desencadeará praxeologias favoráveis ao desenvolvimento do pensamento transnumerativo”. O autor afirma que o estudo tem grande potencial de contribuição à educação e ao desenvolvimento do letramento estatístico da sociedade, permitindo assim a formação de cidadãos cada vez mais conscientes da realidade.

4.1.3 Pesquisas (Teses) em outros estados brasileiros – MS, PB, BA

Para teses publicadas em Mato Grosso do Sul - MS, Pernambuco - PB e Bahia - BA, realizamos a pesquisa nas seguintes plataformas: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, <https://tede2.ufrpe.br/>, <http://repositorio.ufgd.edu.br/> e <http://repositorio.ufba.br>, com as expressões “Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) e Ensino de Matemática” e “Teoria Antropológica do Didático e o Percurso de Estudo e Pesquisa”. Com os devidos filtros para educação, educação matemática e recorte temporal de 2011 a 2021, encontramos 23 teses ao todo, das quais, após revisão, apenas 3 teses utilizaram o PEP.

As teses encontradas de acordo com os filtros adotados, estão apresentadas no quadro abaixo, seguidas da descrição de seus aspectos teórico-metodológicos.

Quadro 4: Teses publicadas na Bahia, Pernambuco e Mato Grosso do sul.

Nº	Título da Tese	Autor(a) – Orientador(a)/Instituição	Ano
1	²⁷ Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática	Rochelande Felipe Rodrigues-Marcelo Câmara dos Santos, Marcus Bessa de Menezes/UFRPE ²⁸	2019

²⁷ <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/8338>

²⁸ Universidade Federal Rural de Pernambuco

2	²⁹ Possibilidades e limitações de micropercursos de estudo e pesquisa em geometria: uma experiência de formação continuada com professores da rede pública	Cintia Melo dos Santos - José Luiz Magalhães de Freitas/UFMS ³⁰	2019
3	³¹ Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no Estudo a Função Quadrática	Edmo Fernandes Carvalho - Luiz Marcio Santos Farias/UFBA ³²	2019

Fonte: Autor (2023)

4.1.3.1 Aspectos teórico-metodológicos

A tese de Rodrigues (2019) teve a finalidade de analisar a aplicação de um PEP, um dispositivo didático que pode ser utilizado como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos nas licenciaturas em Matemática, como também para a formação inicial e continuada do professor de matemática. O PEP tem seus fundamentos na Didática da Matemática francesa e sua base teórica na TAD de Yves Chevallard. Para tanto, utilizou-se a noção de Contrato Didático (CD) de Guy Brousseau, que traz elementos importantes de análise dos encaminhamentos do PEP. Para complementar as análises, no que tange à possível aprendizagem proporcionada pelo PEP, foi utilizado o Ciclo de Solução de Problemas (CSP) abordado pela psicologia cognitiva, identificando a evolução dos passos e os possíveis *insights*. A proposta de aplicação do PEP ocorreu por meio do conteúdo de função. A pesquisa apresenta ainda alguns pontos de ligação entre o CD e o PEP e, consequentemente, com o CSP, que podem identificar alguns avanços e dificuldades na implementação do dispositivo didático, principalmente com relação à mudança do contrato didático já estabelecido para um novo contrato didático.

O trabalho de Santos (2019) objetivou investigar possibilidades do desenvolvimento de micro Percursos de Estudo e Pesquisas (microPEP) por meio de um estudo praxeológico, desenvolvido em uma formação continuada de professores de matemática. A formação foi realizada com um grupo de doze professores atuantes na educação básica, na qual, foram trabalhados os conteúdos geométricos. Para o estudo e desenvolvimento do PEP, buscou-se

²⁹ <http://repositorio.ufgd.edu.br/jspui/handle/prefix/2449>

³⁰ Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

³¹ <http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/30970>

³² Universidade Federal da Bahia

compreensões da TAD, com ênfase no paradigma didático do questionamento do mundo e dos níveis de codeterminação, identificando as condições e restrições que permeiam as práticas pedagógicas dos professores participantes da pesquisa. Nesse cenário, o autor confirma que o PEP provocou nos professores uma desestabilização praxeológica dos seus conhecimentos geométricos, assim como mostrou que o desenvolvimento de cada percurso depende dos sujeitos envolvidos no processo, ressaltando que a realidade brasileira no desenvolvimento de formações não propicia a permanência dos professores em formações continuadas, sendo uma busca mais individual de cada professor.

A pesquisa de Carvalho (2019) apresenta que a integração de noções didáticas nas teorias matemáticas é uma forma de promover questionamento. Isso é observado de perto na difusão do objeto função quadrática num curso de formação de professores de Matemática. Implica dizer que as restrições nas práticas que constituem a atividade matemática de professores e estudantes compõem o objeto de investigação. Objetiva-se, assim, analisar as condições e restrições institucionais de uma proposta de construção de um modelo praxeológico alternativo para o estudo da função quadrática em curso de formação docente. Essa investigação se alicerça no paradigma do questionamento do mundo, amparado teoricamente no quadro da TAD de Yves Chevallard, o qual também é parte de uma Engenharia Didática de segunda geração, denominada Engenharia do PEP, que se constitui um percurso metodológico dessa investigação.

4.2 SISTEMATIZAÇÃO DOS DADOS

A metassíntese qualitativa é uma ferramenta valiosa para a compreensão de fenômenos complexos, permitindo a integração e a síntese de conhecimentos produzidos em diferentes contextos e perspectivas. Ao mesmo tempo, é importante que os pesquisadores estejam atentos aos desafios e limitações dessa abordagem, como a possibilidade de viés de seleção dos estudos e a dificuldade de comparar e sintetizar resultados produzidos com diferentes metodologias e abordagens teóricas.

Dessa forma, ao pensarmos em uma maneira de realizar a metassíntese de 26 teses, optamos pela elaboração de um quadro, contendo: referência

completa, título, autor, programa/instituição, ano de defesa, objetivos, resultados e integração de estudo. Isso foi possível, porque mesclamos os modelos de fichamentos de Neves (2008) e Martins (2008).

Assim, apresentamos a seguir o quadro de metassíntese das 26 teses selecionadas nesta pesquisa:

1 – ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores:** o caso da geometria analítica. 2012. 174 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2012
AUTOR (A): Roberto Carlos Dantas Andrade
ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra
TÍTULO: A noção de Tarefa Fundamental como dispositivo didático para um Percurso de Formação de Professores: o caso da Geometria Analítica
FOCO TEMÁTICO: A noção de Tarefa Fundamental
OBJETO DE ESTUDO: Geometria Analítica Plana e o PEP
QUESTÕES DE PESQUISA: de que forma um Percurso de pesquisa e investigação que envolve Tarefas Fundamentais pode constituir-se um dispositivo metodológico de formação de professores?
OBJETIVO GERAL: Construir uma compreensão do papel que a tarefa deve cumprir para que seja eleita como Tarefa Fundamental que permitiria o desenvolvimento de organizações matemáticas e didáticas de complexidade crescente, não só no sentido do tema, mas também na perspectiva do horizonte do conteúdo no currículo.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • olhar para o passado e para o futuro de nossas vivências escolares, de modo a termos em conta a razão de ser dos objetos matemáticos estudados; • realizar uma revisão teórica dos elementos conceituais que compõem a TAD, de modo a nos possibilitar compreensões que proporcionassem conceber possíveis contribuições teóricas para a prática docente; • Desenvolver a partir de uma comunidade de práticas de professores de matemática, um percurso de estudo e pesquisa, para que seja uma metodologia de pesquisa empírica, assim como um percurso de formação continuada de professores no efetivo exercício da profissão.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: <p>Como resultados da pesquisa, o autor confirma que a partir da vivência em Comunidade de Práticas de Professores de uma escola pública, com o estudo da Geometria Analítica Plana, sob condições e restrições específicas institucionais, as Tarefas Fundamentais apontam como um dispositivo didático capaz de desencadear e fomentar o enfrentamento do problema da desarticulação, constituindo um PEP como Percurso de Formação Continuada de professores de matemática.</p> <p>Dessa forma, a partir da análise dos resultados, o autor conclui que a utilização de tarefas fundamentais como estratégia pedagógica, a qual pode ajudar a</p>

desenvolver habilidades como a capacidade de resolução de problemas, a compreensão conceitual e a argumentação matemática.

Além disso, a tese também destaca a importância da formação de professores de matemática em relação à utilização de tarefas fundamentais como dispositivo didático e apresenta recomendações para a implementação dessa abordagem nas práticas de ensino.

INTEGRANDO ESTUDOS:

O autor sustenta sua pesquisa em caráter teórico-metodológico subdividida em duas partes, que se articulam simultaneamente. Na primeira parte foi proposto uma revisão teórica de elementos conceituais que estruturam a TAD, a fim de possibilitar compreensões que possam conceber possíveis contribuições teóricas para a prática do professor de Matemática; já na segunda parte, o autor procurou consolidar a compreensão a partir da ambiência de uma comunidade de práticas de professores de matemática da escola básica (lócus da pesquisa) onde se desenvolveu o PEP-FP, o qual se mostrou não só como uma metodologia da pesquisa empírica, como também um PEP de formação continuada de professores em exercício.

O teórico trata da desarticulação dos temas matemáticos como um problema relacionado ao currículo escolar, assumindo-o como um problema cotejado à profissão docente, auxiliado por investigações no programa de pesquisa liderado por Gascón (2010). Dessa forma, Andrade (2012) buscou abarcar os dispositivos didáticos e metodológicos para o enfrentamento do problema da desarticulação, com a intenção de aprofundar teoricamente para uma melhor compreensão da importância das tarefas como dispositivo didático para construções de praxeologias que possam auxiliar na reconstrução de organizações matemáticas com grau de complexidade crescente. O autor relata o desenvolvimento de um PEP, como um dispositivo didático e metodológico proposto pela TAD, o qual também pode ser visto como provisor de percursos de formação inicial e continuada de professores (CHEVALLARD, 2009, BOSCH; GASCÓN, 2010).

Andrade (2012), evidencia que, o que ele chama de Tarefa Fundamental, se fundamenta a partir de análises nas organizações matemáticas presentes nos livros didáticos e no estudo histórico e epistemológico da Geometria Analítica plana na obra de René Descartes (1637). O autor afirma que sua pesquisa tomou como base as organizações matemáticas e didáticas utilizadas para o ensino da Geometria Analítica plana na instituição escolar onde a empiria foi realizada, para que assim fosse possível a escolha, ou construção, de tipos de tarefas com potencial de tipo de tarefa fundamental para se estudar Geometria Analítica Plana no Ensino Básico.

O autor descreve e analisa o desenvolvimento de um PEP como dispositivo metodológico de formação, em comunidade de práticas, que teve como ponto de partida (gatilho) a busca por resposta à questão advinda da necessidade da instituição em elaborar organizações matemáticas e didáticas de referência para o trabalho do professor.

Além disso, a tese também destaca a importância da formação de professores de matemática em relação à utilização de tarefas fundamentais como dispositivo didático e apresenta recomendações para a implementação dessa abordagem nas práticas de ensino. Em suma, a tese de Andrade (2012) propõe uma nova perspectiva para a formação de professores de matemática, destacando a importância da utilização de tarefas fundamentais como uma estratégia efetiva para o ensino da Geometria Analítica.

2 – SILVA, I. M. **A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática** 2014. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM/Universidade Federal do Pará - UFPA
ANO DA DEFESA: 2014
AUTOR (A): Itamar Miranda da Silva
ORIENTADOR: Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
TÍTULO: A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática
FOCO TEMÁTICO: compreender a relação do professor com o saber matemático.
OBJETO DE ESTUDO: O profissional docente e o saber matemático
QUESTÕES DE PESQUISA: 1 - De que maneira o professor se relaciona com o saber matemático e constrói sua prática? 2 - De que maneira o professor se relaciona com o saber matemático, articula com outros saberes, bem como transaciona este saber ao longo do currículo da educação básica no transcurso de suas práticas? 3 - Como a compreensão da relação do professor com o saber na perspectiva questionadora, articuladora e transacional pode auxiliá-lo na construção de outras práticas? 4 - Quais os conhecimentos que podem emergir durante o percurso de formação sobre o professor de matemática ao estudar e manipular determinado objeto de ensino? 5 - Quais aspectos dos percursos de formação contribuem para que os atuais e/ou futuros professores reflitam sobre o seu modo de agir e pensar no que tange ao ensino da matemática da educação básica?
OBJETIVO GERAL: Buscar compreensões acerca da relação do professor com o saber matemático, bem como identificar conhecimentos mobilizados em sua prática.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • Buscar compreender a relação do professor com o saber e os conhecimentos docentes mobilizados em sua prática; • Identificar os aspectos da visão docente manifestados pelos professores no momento da investigação; • Desenvolver um PEP para a formação docente; • Analisar e interpretar como os professores enfrentam as condições impostas pela prática docente.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: <p>Silva (2014) aponta como resultado que foi possível evidenciar que a maneira de o docente se relacionar com o saber matemático e com os conhecimentos que ele mobiliza durante sua prática, são em muitos aspectos reflexos de suas experiências como discente. Dessa maneira, por meio das análises dos processos que emergiram nos percursos formativos, o autor elaborou um dispositivo didático que pode contribuir para a emancipação de maneiras de agir e pensar do professor no que tange a sua prática de ensinar matemática na educação básica.</p> <p>Além disso, Silva (2014) reforça a necessidade de criar práticas durante a formação de professores para que eles possam alcançar a compreensão de suas ações diante das situações a serem enfrentadas no ambiente da sala de aula, sem que para isso tenham que primeiro vive-las e, em seguida, refletir a respeito. Em outras palavras, o autor discorre sobre a importância de que, nos percursos formativos dos professores, seja imprescindível a antecipação de situações que eles irão enfrentar durante o exercício da profissão.</p>
INTEGRANDO ESTUDOS:

O pesquisador fundamenta a construção do seu objeto de pesquisa, à luz da TAD, em observações diretas dos percursos formativos, bem como em instrumentos de áudio e vídeo na observação das aulas, questionários, entrevistas semiestruturadas, anotações e atividades desenvolvidas e registradas, que foram disponibilizadas pelos sujeitos. Dessa forma, os dados gerados, foram selecionados em forma de episódios para as devidas análises, uma vez que a compreensão da relação do professor com o saber matemático, perpassa pelos campos de investigação interligados com a formação docente e o desenvolvimento da profissão professor. Diante disso, o autor justifica ser razoável pensar que a compreensão da formação docente poderá viabilizar o desenvolvimento profissional e vice-versa.

O pesquisador buscou compreender como é possível levar o sujeito a perceber a sua posição enquanto profissional e analisar as possibilidades de propor mudanças no contexto escolar, ou seja, tem a intenção de encontrar mecanismos para responder conscientizado e com propriedade as problemáticas com que o professor é confrontado, diminuindo assim, as ocorrências de improvisações quando estes se deparam com situações ainda não vividas, ou de formas mais coerente, quando confrontados com os problemas que aparecerão na prática, principalmente aqueles da relação com os objetos de ensino da matemática escolar.

Silva (2014) afirma que o matemático em geral não tem preocupação com a relação pedagógica e, dessa forma, tende a conceber a matemática pela matemática e em seguida parte para atuar na formação de professores de matemática, inclina-se a proporcionar uma educação para a Matemática priorizando uma prática à formação de novos pesquisadores em Matemática, em outras palavras, novos matemáticos. Em contrapartida, o autor relata a figura do educador matemático, que busca alinhar-se com uma concepção da Matemática como um instrumento fundamental para a formação intelectual e social dos estudantes, bem como do professor de Matemática da educação básica, ou seja, busca promover uma educação pela Matemática. Dessa maneira, o educador matemático tem a intenção de colocar a Matemática a serviço da educação, destacando que o educador matemático deve adquirir um equilíbrio entre Matemática e educação sem dicotimizá-las.

3 – SILVA, J. V.G. **Grandezas e Medidas**: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. Universidade Anhanguera de São Paulo. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação, 2016.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática / Universidade Anhanguera de São Paulo

ANO DA DEFESA: 2016

AUTOR (A): José Valério Gomes da Silva

ORIENTADORA: Profa. Dra. Marlene Alves Dias e coorientação da Profa. Dra. Marianna Bosch.

TÍTULO: Grandezas e Medidas: um Percurso de Estudo e Pesquisa para a prática profissional

FOCO TEMÁTICO: Grandezas e Medidas e seu uso na prática profissional

OBJETO DE ESTUDO: Noções de Grandezas e Medidas e o PEP

QUESTÕES DE PESQUISA:

1. Qual é a importância do estudo da noção de área e de perímetro enquanto grandeza e medida, quando se consideram os conhecimentos necessários para os profissionais da construção civil, em particular, os técnicos em Edificações?

2. Identificar se as noções de área e de perímetro enquanto grandeza e medida estão entre os conteúdos importantes da Matemática para o campo da construção civil.
3. Qual é o significado dessas noções no curso técnico em Edificações?
4. O estudo das relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área e de perímetro na educação básica propicia identificar as relações pessoais esperadas dos estudantes do curso técnico em Edificações, de forma que a partir delas seja possível construir um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)?
5. É possível aplicar o PEP sobre as noções de área e perímetro, construídas a partir das necessidades do campo da construção civil, como situação motivadora para o desenvolvimento dessas noções com estudantes do Ensino Médio?

OBJETIVO GERAL:

Identificar as relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área, de perímetro e suas relações, de modo a verificar como os estudantes do nível médio do campo da construção civil, em particular, do curso técnico em Edificações, utilizam esses conhecimentos em tarefas contextualizadas, quando trabalham em situações adidáticas do seu domínio de conhecimento, recorrendo a diferentes fontes de ajuda ao estudo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar e analisar as relações institucionais esperadas para a abordagem das noções de área, de perímetro e de suas relações em documentos oficiais para os ensinos: Fundamental, Médio e Técnico nível médio do Ministério da Educação e da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo.
- Identificar e analisar as relações institucionais existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área, de perímetro e de suas relações em uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental - anos iniciais, uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental - anos finais, e no material específico do estado de São Paulo para o Ensino Fundamental (Currículo Oficial e EMAI) - anos iniciais e finais, de maneira a identificar as praxeologias indicadas para serem desenvolvidas.
- Identificar as relações pessoais esperadas dos profissionais e estudantes do curso técnico em Edificações em relação às noções de perímetro, de área e de suas relações.
- Verificar se as relações institucionais existentes contemplam as relações institucionais esperadas e se as primeiras estão em consonância com as relações pessoais esperadas dos profissionais e estudantes do curso técnico em Edificações.
- Desenhar, experimentar e analisar um percurso de estudo e de pesquisa – PEP para ser desenvolvido com um grupo de estudantes do Ensino Médio e um grupo de estudantes do curso técnico de Edificações para verificar quais as relações pessoais desenvolvidas por estes estudantes e identificar as dificuldades por eles encontradas.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa apontam que o PEP desenvolvido com um grupo de 12 estudantes do curso de Edificações permitiu considerar que este dispositivo foi importante por mostrar que algumas exigências escolares não correspondem às práticas profissionais usuais. Além do mais, o PEP possibilitou enriquecer e elaborar os conhecimentos prévios dos estudantes e introduzir novos conhecimentos, tanto do ponto de vista matemático quanto do ponto de vista técnico.

A pesquisa revela que o estudo proposto, ainda carece de outras maneiras de desdobramentos em pesquisas futuras, em particular, em função da utilização do *software* AutoCAD que, ao mesmo tempo em que estimula o desenvolvimento do PEP, faz sumir alguns questionamentos, que foram discutidos nas análises dos

resultados encontrados, em outras palavras, a mídia AutoCAD possibilitou controlar a cronogênese, mas fez reduzir a sucessão de meios na classe, restringindo a mesogênese e a topogênese, segundo o autor.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese Silva (2016), traz como foco o ensino e a aprendizagem das noções de área, de perímetro e as relações entre eles, propõe a contribuição para a aprendizagem dos estudantes e professores, para que possam dar um sentido social e profissional às noções de área e perímetro a partir de tarefas reais associadas à construção civil e à sociedade. A tese utiliza como técnica a análise documental, o estudo de múltiplos casos e a engenharia didática Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Silva (2016) em sua pesquisa “Grandezas e Medidas: um Percurso de Estudo e Pesquisa para a prática profissional”, objetivou identificar as relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área e perímetro, a fim de verificar como alunos do ensino médio do âmbito da construção civil, especificamente do curso técnico em edificações, usam esses conhecimentos em atividades contextualizadas, quando submetidos em situações adidáticas.

O autor argumenta que o conhecimento sobre grandezas e medidas é fundamental para diversas áreas profissionais, incluindo a engenharia, a arquitetura, a física, a química, a matemática, entre outras. Nesse sentido, a tese busca fornecer subsídios para a formação de profissionais que atuem nessas áreas, destacando a importância do desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas que envolvem grandezas e medidas.

Para isso, o autor apresenta um PEP que parte de uma revisão da literatura sobre o tema e passa por etapas que envolvem a análise de diferentes abordagens pedagógicas e metodológicas, a elaboração de atividades de ensino e a realização de experimentos e análises estatísticas. A tese destaca ainda a importância da utilização de tecnologias educacionais, como softwares e aplicativos, para auxiliar no ensino e aprendizagem de grandezas e medidas.

Em resumo, a tese de doutorado de Silva (2016) busca fornecer subsídios para a formação de profissionais atuantes em áreas que envolvem grandezas e medidas, apresentando um PEP que pode auxiliar no desenvolvimento de competências nessa área. A tese destaca ainda a importância da utilização de tecnologias educacionais no ensino e aprendizagem de grandezas e medidas.

4 – MATOS, F. C. D. **Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: O Caso da Álgebra Linear.** Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 324.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2017

AUTOR (A): Fernando Cardoso de Matos

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

TÍTULO: Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: o caso da álgebra linear

FOCO TEMÁTICO: Praxeologias no ensino de Álgebra Linear

OBJETO DE ESTUDO: Álgebra Linear

QUESTÕES DE PESQUISA: Que características apresentam as organizações matemática e didática assumidas como praxeologias institucionais, referentes ao ensino de Álgebra Linear e Que condições podemos instaurar em instituição superior

para fazer viver certas organizações matemáticas e didáticas com características específicas?

OBJETIVO GERAL:

Elaborar uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência sobre a Álgebra Linear I, que sirva de entendimento mínimo, para analisar as praxeologias institucionais presentes em um livro didático e um texto de saber institucional e desenvolver uma OMD final a partir das condições e restrições que surgirão no PEP, para ser desenvolvido em uma turma da licenciatura em matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Realizar uma Revisão bibliográfica - examinando as obras mais difundidas na área sobre o tema estudado;
- Realizar um Estudo da disciplina AL - no currículo do curso de Licenciatura em Matemática IFPA, assim como do texto de saber de um professor que ministra a disciplina na instituição;
- Análise histórico-epistemológica de alguns elementos AL com objetivo de compreender e mostrar como articular objetos do ensino básico com o superior;
- Assumir do referencial teórico que compreende a Teoria Antropológica do Didático (TAD);
- (Re) Construir uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) a respeito de algumas noções de AL, para confrontar com os modelos estabelecidos na instituição (livros e texto de saber do professor);
- Desenvolver um PEP Adaptado com alunos da graduação em matemática do IFPA, para validar o MER como alternativo.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa revelaram que o objeto matemático sistemas lineares vem como apêndice no final do livro, e as tarefas não são articuladas com matrizes, espaços vetoriais e subespaços, mas que as combinações lineares podem ser uma tecnologia que justifica o estudo das dependências e independências lineares, base e dimensão do espaço. Além disso, o MED do livro didático analisado e do professor foi apresentar a definição, com aplicações diretas nas tarefas.

O PEP desenvolvido comprovou que estudar sistemas lineares é estudar a própria Álgebra Linear, visto que, a partir do estudo, a tese se deu na elaboração de uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) sobre a Álgebra Linear, voltada para o ensino básico, com impacto direto na formação de professores, tornando-se um modelo epistemológico alternativo (MEA) para o curso de Licenciatura em Matemática.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de Matos (2017) emerge da inquietação dos autores, ao ensinar a disciplina Álgebra Linear em cursos de graduação em Matemática, visto que os alunos apresentaram dificuldades no entendimento dos objetos próprios da álgebra Linear. Os objetos sistemas lineares, matrizes, espaços vetoriais, subespaços vetoriais, combinações lineares, base e dimensão são estudados nessa pesquisa, a partir do estudo qualitativo de sistemas lineares, uma vez que a ideia se deu em tornar o conteúdo menos abstrato.

Matos (2017), em sua tese “Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: o caso da Álgebra Linear”, teve o objetivo de elaborar uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência sobre a Álgebra Linear I, que pudesse servir de entendimento mínimo, para analisar as praxeologias institucionais presentes em um livro didático e um texto de saber institucional e desenvolver uma OMD final a partir das condições e restrições que surgirão no PEP, para ser desenvolvido em uma turma da licenciatura em Matemática. Essa tese foi apresentada ao programa de pós-

graduação em Educação Ciências e Matemática (PPGECM), em Belém-PA no ano de 2017, para obtenção do título de doutor em Educação Matemática.

Matos (2017), aponta a importância do MER para o estudo qualitativo dos sistemas lineares, visto que estudar os sistemas lineares é estudar a própria Álgebra Linear, isto é, por meio de praxeologias com tarefas e técnicas integradas, em um nível de complexidade crescente. O PEP, ocorreu em 20 sessões com alunos graduandos do 4º semestre da turma de Licenciatura em Matemática do IFPA, constatando que os alunos em suas apresentações e discussões, responderam a uma questão Q₀: Qual(is) objeto(s) matemático(s) podem ser mobilizados para se estudar AL, no que diz respeito ao estudo dos espaços vetoriais, em um curso de graduação de professores de matemática?

A contribuição de Matos (2017) para a área, do ponto de vista metodológico e construtos teóricos, advém do PEP adaptado ao modelo da pesquisa, que foi de revelar uma outra razão de ser para o estudo da AL. Esse PEP adaptado, mostrou que em uma formação de professores devemos trabalhar não só com novos saberes, mas buscar revelar nos saberes já internalizados pelos graduandos, que podem ser mobilizados a partir de seus equipamentos praxeológicos, quando postos em situação, para serem engendrados a esses novos saberes.

5 – MESQUITA, F. N. A. **A prática de ensino como uma trajetória de formação docente do professor de matemática**: Tese de Doutorado. 1. ed. Belém - PA: Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 164.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2017
AUTOR (A): Flávio Nazareno Araújo Mesquita
ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra
TÍTULO: A prática de ensino como uma trajetória de formação docente do professor de matemática
FOCO TEMÁTICO: A trajetória de formação do professor de matemática
OBJETO DE ESTUDO: O PEP para o ensino de equação do 2º grau e a formação docente
QUESTÕES DE PESQUISA: A prática de ensino realizada por um professor que questiona as práticas com matemática em relação a um dado objeto que vive nas instituições escolares determina uma trajetória pessoal de formação docente em relação a esse objeto?
OBJETIVO GERAL: Problematizar a transposição didática interna como dispositivo de formação do professor de matemática, tendo em conta as práticas com matemática que vivem na escola, o que implica, de certo modo, tomar a escola também como ambiente de formação, inclusive para os professores em formação inicial.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • buscar que o professor, no enfrentamento de seu problema de formação possa construir ou acessar a infraestrutura matemática escolar necessária; • construir uma trajetória metodológica de pesquisa que se corporifica em um percurso de estudo e pesquisa (PEP); • compreender que o uso de um modelo epistemológico de referência pelo professor se traduz em seu modelo epistemológico pessoal de referência para o estudo da resolução de equações do segundo grau;

- Analisar o PEP e a TDI como auxiliares na formação profissional docente.

MÉTODO DA PESQUISA UTILIZADO: Verificar estudos que foram trabalhados.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Em sua pesquisa, Mesquita (2017) aponta como resultado a construção da trajetória do PEP apresentada, evidencia a mudança de relação do professor com a resolução da equação do segundo grau por meio da adição de novos elementos tecnológico-teóricos que fundamentaram seu Modelo Epistemológico Pessoal de Referência, obtendo conseqüentemente, a construção de novas praxeologias. Pois, a pesquisa mostrou que os sistemas didáticos solitários e auxiliares exerceram papel fundamental no desenvolvimento do PEP e direcionaram a prática de ensino como processo de transposição didática interna em suas duas fases: a preparação do texto do saber e sua realização em sala de aula.

O estudo de Mesquita (2017) relata que o PEP não seria concebido sem os saberes da TAD, visto que o problema da desarticulação das praxeologias e o papel funcional das organizações praxeológicas nas construções de novas organizações praxeológicas, evidenciados pela TAD, foram indispensáveis para levar o professor a questionar o saber matemático, e vê-lo como problemático para ser ensinado e ser aprendido. Ademais, as aquisições de novos saberes e procedimentos que resultaram em novas organizações praxeológicas, o PEP elaborado pela prática de ensino, considerando as duas fases da TDI, também encaminhou de modo irremediável problemas relativos ao currículo e aos programas escolares para o ensino da Matemática.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de Mesquita (2017) se configura uma pesquisa qualitativa de natureza aplicada, que faz uso dos pressupostos teóricos da TAD, na qual é realizada a construção da metodologia da pesquisa para o enfrentamento da questão de tese anunciada. O autor realizou um PEP para a formação pessoal docente, no qual, problematizou a prática de ensino com um dado objeto da matemática escolar a partir da compreensão dessa prática como fases do processo de transposição didática interna do referido objeto. A formação de sistemas didáticos é fundamental para o desenvolvimento da metodologia, uma vez que o PEP se concretiza por meio deles.

Desse modo, o autor passa a enxergar as praxeologias matemáticas escolares dominantes na escola sobre a equação do segundo grau como problemáticas e, sobretudo, como um problema praxeológico da profissão docente que deve ser enfrentado pelo professor. Nesse sentido, é que se questiona se o PEP produz, em retrospectiva uma trajetória pessoal de formação docente, no que diz respeito ao enfrentamento da problemática do professor a ser instituído a partir das suas práticas docentes com o objeto de ensino, Chevallard (2009a, 2009b, 2009c).

Na realização da tese “A Prática de Ensino como uma trajetória de Formação Docente do Professor De Matemática”, o autor, teve como objetivo problematizar a transposição didática interna como um meio de formação do professor de matemática, tendo em conta as práticas com matemática que vivem na escola, o que implica, tomar a escola também como ambiente de formação, inclusive para os professores em formação inicial.

O autor embasa a construção do seu objeto de pesquisa em sua longa trajetória como professor da educação básica, no que tange ao questionamento de suas práticas de ensino, o que provocaram mudanças nas relações que tinha com objetos matemáticos escolares que considerava prontos e acabados. Desse modo, o referido autor passa a enxergar as praxeologias matemáticas escolares dominantes na escola sobre a equação do segundo grau como problemáticas e, sobretudo, como um problema praxeológico da profissão docente que deve ser enfrentado pelo professor. Assim, Mesquita baseado em Chevallard (2009a; 2009b), encaminha o PEP como metodologia de pesquisa e desenvolvimento de praxeologias para compreender a transposição didática interna em suas duas fases.

6 – PEREIRA, J. C. D. S. **Alterações e Recombinações Praxeológicas reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em Formação Continuada:** a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 257.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2017
AUTOR (A): José Carlos de Souza Pereira
ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
TÍTULO: Alterações e Recombinações Praxeológicas reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em formação continuada: a partir de um Modelo Epistemológico Alternativo para o ensino da Álgebra Escolar
FOCO TEMÁTICO: Alterações praxeológicas no equipamento praxeológico de professores de matemática
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de álgebra a partir de um PEP
QUESTÕES DE PESQUISA: Quais alterações e recombinações praxeológicas ocorrem, no equipamento praxeológico objetivado do professor de Matemática do Ensino Básico, durante o decurso de um PEP por meio de um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar?
<p>OBJETIVO GERAL:</p> <p>Desenvolver um percurso de estudo e pesquisa com professores de matemática do ensino básico, visando promover possíveis alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico objetivados destes professores submetidos ao estudo de um modelo epistemológico alternativo para a álgebra escolar.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Identificar qual o modelo epistemológico da matemática predominou na formação acadêmica inicial do professor de Matemática do Ensino Básico; 2) Identificar nas práticas docentes dos professores o modelo epistemológico dominante da Álgebra Escolar; 3) Propiciar aos professores de Matemática do Ensino Básico uma formação intermediada por um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar; 4) Realizar um PEP por meio de um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar; 5) Identificar as alterações e recombinações praxeológicas ocorridas, no equipamento praxeológico objetivado do professor de Matemática do Ensino Básico, durante o desenvolvimento do PEP; 6) Analisar o processo de formação propiciado pelo PEP, apontando os desdobramentos teóricos para a Teoria Antropológica do Didático, na perspectiva da formação de professores de Matemática, intermediada por um Modelo Epistemológico Alternativo.
<p>PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:</p> <p>Os resultados da pesquisa de Pereira (2017) mostram que as duas hipóteses foram confirmadas, pela análise que ele realizou de parte das transcrições das falas dos seis professores que expuseram suas propostas de aulas, assim como, da elaboração escrita das referidas propostas. A confirmação das duas hipóteses garante a prova da tese, que em outras palavras significa, que ocorreram alterações e recombinações praxeológicas nos equipamentos praxeológicos objetivados dos</p>

professores de Matemática, durante o PEP por meio de um MEA para a Álgebra Escolar.

Além disso, a configuração metodológica do PEP é um dos resultados significativos da pesquisa, uma vez que mostra como o autor conduziu todo o processo de formação continuada com professores de matemática do ensino básico.

COMENTÁRIOS PESSOAIS:

Pereira (2017), em sua tese, buscou desenvolver um percurso de estudo e pesquisa com professores de matemática do ensino básico, visando promover possíveis alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico objetivados desses professores, submetidos ao estudo de um modelo epistemológico alternativo para a álgebra escolar. Essa sua pesquisa foi fundamentada na Teoria Antropológica do Didático (TAD), uma vez que os elementos teóricos da TAD garantem um PEP consistente.

Pereira (2017) na realização da tese “Alterações e Recombinações Praxeológicas reveladas por professores de matemática do ensino básico em formação continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da Álgebra Escolar”, o estudo foi realizado com um grupo de professores em formação continuada, em um curso ministrado para professores de Matemática do ensino fundamental II e Ensino Médio. A pesquisa teve como base um modelo epistemológico alternativo para o ensino da Álgebra Escolar, que busca integrar a compreensão dos conceitos algébricos com a resolução de problemas do cotidiano dos estudantes.

O autor realizou o processo de formação continuada, inicialmente, com doze professores de matemática do ensino básico e finalizado com oito professores. A metodologia do PEP norteou esse processo de formação, constituído de onze sessões. Essas sessões foram filmadas e gravadas em áudios e, parte dessas gravações foram transcritas na forma textual. A análise do material obtido nessas sessões revela as memórias didáticas ostensivas e a objetivação do equipamento praxeológico dos professores de matemática que participaram, integralmente, do processo de formação continuada.

Durante o PEP, o autor pode observar a consistência da objetivação do equipamento praxeológico dos professores que elaboraram e apresentaram suas propostas de aulas para ensinar polinômios, no oitavo ano do ensino fundamental, com isso, revelou as possíveis alterações e recombinações praxeológicas, que o estudo do Modelo Epistemológico Alternativo promoveu no equipamento praxeológico e nas práticas docentes professores de matemática em questão. A formulação da resposta para a questão norteadora da tese, seguiu a praxeologia, pela qual o autor propôs em um modelo mínimo para a formulação de respostas, no contexto da praxeologia de pesquisa da TAD.

7 – SANTOS JÚNIOR, V. B. dos. **Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa.** 2017. 495f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática / Universidade Anhanguera de São Paulo

ANO DA DEFESA: 2017

AUTOR (A): Valdir Bezerra dos Santos Júnior

ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra

TÍTULO: Juros Simples e Compostos: Análise Ecológica, Praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa
FOCO TEMÁTICO: Análise Ecológica e praxeológicas para o estudo dos juros a partir de PEP
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de Juros a partir de um PEP
<p>QUESTÕES DE PESQUISA:</p> <p>Quais são as condições e restrições para criar atividades relacionadas às necessidades dos profissionais dos cursos superiores de tecnologia, na área de gestão e negócios, no ensino das noções de juros simples e compostos, baseadas em um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)?</p>
<p>OBJETIVO GERAL:</p> <p>Elaborar, propor e analisar atividades baseadas num Percurso de Estudo e Pesquisa, relacionadas às necessidades dos profissionais dos cursos superiores de tecnologia, na área de gestão e negócios, no ensino das noções de juros simples e compostos.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar as relações institucionais presentes nos documentos oficiais, relacionadas às noções de juros simples e compostos na Educação Básica e no Ensino Superior de Tecnologia, na área de gestão e negócios. • Identificar as relações institucionais presentes nos livros didáticos utilizados para o ensino e aprendizagem das noções de juros simples e compostos na Educação Básica e no Ensino Superior de Tecnologia na área de gestão e negócios. • Compreender como a disciplina matemática financeira se constitui nos cursos da área de gestão e negócios. • Identificar as relações pessoais de um profissional atuante na área de gestão e negócios com as noções de juros simples e compostos. • Diagnosticar as relações pessoais dos estudantes do curso superior de tecnologia, na área de gestão e negócios, com as noções de juros simples e compostos. • Diagnosticar as relações pessoais dos estudantes do curso superior de tecnologia, na área de gestão e negócios, com as noções de juros simples e compostos submetidos a um Percurso de Estudo e Pesquisa; • Identificar condições e restrições da aplicação de um Percurso de Estudo e Pesquisa numa turma do curso superior de tecnologia, na área de gestão e negócios.
<p>PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:</p> <p>Os resultados da pesquisa de Santos Júnior (2017) indicam que o domínio da matemática financeira que vive e se reconstrói nos cursos de gestão e negócios advém da contabilidade. Além do mais, verificou-se que as abordagens indicadas pelos documentos oficiais não são seguidas pelos livros didáticos e as noções associadas à matemática financeira sobrevivem como ferramenta num ambiente profissional da área de gestão e negócios.</p> <p>A pesquisa também colabora quando afirma que da análise ecológica e da econômica, no que tange às condições e restrições elabora atividades de ensino das noções de juros simples e compostos, para área de gestão e negócios, relacionadas às necessidades dos profissionais, na proposição do PEP.</p>
<p>INTEGRANDO ESTUDOS:</p> <p>A tese de doutorado de Santos Júnior (2017), intitulada "Juros Simples e Compostos: Análise Ecológica, Praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa", tem como objetivo principal analisar o impacto dos juros simples e compostos na economia e na vida das pessoas, bem como propor um PEP que possa contribuir para a formação de profissionais capazes de lidar com esses conceitos de forma crítica e reflexiva.</p>

Para isso, o autor parte de uma revisão da literatura sobre o tema e realiza uma análise ecológica e praxeológica dos juros simples e compostos, abordando questões como a influência desses conceitos no endividamento das pessoas, nas taxas de juros praticadas pelo mercado financeiro e na desigualdade social. A tese também destaca a importância da compreensão desses conceitos para a tomada de decisões financeiras responsáveis e conscientes.

Além disso, a tese propõe um percurso de estudo e pesquisa que envolve a elaboração de atividades de ensino voltadas para a compreensão dos juros simples e compostos, a análise de casos reais e a utilização de recursos tecnológicos para o ensino e aprendizagem desses conceitos. O autor enfatiza a importância da interdisciplinaridade na abordagem dos juros simples e compostos, envolvendo áreas como matemática, economia, direito e sociologia.

Portanto, a tese de Santos Júnior (2017) busca analisar o impacto dos juros simples e compostos na economia e na vida das pessoas, propondo um PEP que possa contribuir para a formação de profissionais capazes de lidar com esses conceitos de forma crítica e reflexiva. A tese destaca a importância da compreensão dos juros simples e compostos para a tomada de decisões financeiras responsáveis e conscientes, e enfatiza a importância da interdisciplinaridade na abordagem desses conceitos.

8 – IGNACIO, R. D. S. **Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Matemática Básica: Limites e Possibilidades.** Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2018. P. 313.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática / Universidade Anhanguera de São Paulo

ANO DA DEFESA: 2018

AUTOR (A): Renato da Silva Ignácio

ORIENTADOR: Profa. Dra. Marilene Alves Dias

TÍTULO: Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Básica: limites e possibilidades

FOCO TEMÁTICO: Analisar os limites e possibilidades da aplicação de um PEP na Educação Básica

OBJETO DE ESTUDO: O desenvolvimento de PEP

QUESTÕES DE PESQUISA:

Quais limites e possibilidades de um PEP como modelo didático para o ensino de matemática da educação básica brasileira?

OBJETIVO GERAL:

Investigar as condições/restrições ecológicas existentes na educação básica brasileira para se desenvolver um PEP em sala de aula.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1 – Identificar as condições e restrições presentes nas diretrizes curriculares para uma abordagem didática fundamentada em processos de investigação.

2 – Identificar fatores do debate internacional sobre aprendizagem por meio da pesquisa e o impacto no contexto nacional.

3 – Experimentar e investigar em sala de aula a viabilidade de um percurso de estudo e pesquisa – PEP como estratégia didática para o processo de ensino e aprendizagem no ensino fundamental anos finais

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa de Ignácio (2018) mostraram que, apesar das dificuldades em termos de recursos disponíveis, dependendo da formação do professor, é possível implementar um PEP. Uma vez que a pesquisa evidenciou a necessidade de melhora na formação inicial e na oferta constante de formação contínua para os professores, ou seja, a implementação de um PEP é possível, contudo, faz-se imprescindível o fator recurso humano.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Ignácio (2018), intitulada “Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Básica: Limites e Possibilidades”, aborda a importância do desenvolvimento de competências relacionadas à pesquisa na formação dos estudantes da educação básica, bem como os desafios e as possibilidades para a realização de projetos de pesquisa nesse contexto.

O autor argumenta que a pesquisa é uma importante ferramenta para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de solucionar problemas, competências que são fundamentais para a formação dos estudantes da educação básica. No entanto, o autor destaca que há limites e desafios para a realização de projetos de pesquisa nesse contexto, como a falta de recursos, a falta de formação dos professores e a falta de incentivos institucionais.

Para abordar essas questões, a tese apresenta um PEP que envolve a análise de experiências exitosas de projetos de pesquisa na educação básica, a elaboração de atividades de ensino voltadas para o desenvolvimento de competências de pesquisa nos estudantes e a reflexão crítica sobre os desafios e as possibilidades para a realização de projetos de pesquisa nesse contexto.

Em resumo, a tese de Ignácio (2018) destaca a importância do desenvolvimento de competências relacionadas à pesquisa na formação dos estudantes da educação básica, abordando os desafios e as possibilidades para a realização de projetos de pesquisa nesse contexto. A tese propõe um PEP que busca contribuir para o desenvolvimento dessas competências, por meio da análise de experiências bem-sucedidas, da elaboração de atividades de ensino e da reflexão crítica sobre os desafios e as possibilidades para a realização de projetos de pesquisa na educação básica.

9 – SODRÉ, G. D. J. M. **Modelagem Matemática Escolar: uma organização praxeológica complexa.** Tese de Doutorado. Belém – PA: Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 162.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Gleison de Jesus Marinho Sodré

ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra

TÍTULO: Modelagem Matemática Escolar: uma organização praxeológica complexa

FOCO TEMÁTICO: O ciclo da Modelagem Matemática

OBJETO DE ESTUDO: Técnicas de modelagem matemática por meio de PEP

QUESTÕES DE PESQUISA:

O que tenho que ensinar a meus alunos em relação à MM e como tenho que ensiná-los?

OBJETIVO GERAL:

Diante das discussões fomentadas sobre a prática com modelagem matemática crítica como processo de estudos e investigação no contexto escolar

articulado a educação financeira o objetivo do projeto está pautado em contribuir com o processo de ensino aprendizagem da matemática escolar por meio de práticas com modelagem matemática como questionamento de mundo articulado ao uso de computadores e calculadoras no fazer de previsões.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Evidenciar processos de aprendizagem dos alunos da Educação de Jovens Adultos por meio de práticas com modelagem matemática articulada à educação financeira como um exercício para a atividade matemática e competência democrática;
- Elaborar materiais didáticos por meio de livretos com uso de temáticas pautadas na educação financeira para informação e difusão de conhecimentos imprescindíveis à formação de cidadãos críticos e reflexivos;
- Promover momentos de socialização das atividades por meio de workshop para diálogos e reflexões envolvendo a tríade ensino, pesquisa e extensão.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Sodré (2019), obteve o resultado do Ciclo de investigação de MM que inclui os cinco gestos de um PEP e é orientado pelos gestos genuínos da modelagem, usados como gestos mais inclusivos dessa atividade, o que também toca às condições e restrições, que acompanham os professores a mudanças, *in loco*, o uso das práticas de MM como uma OPC. Desse modo, a noção de OPC revelou a obtenção do objetivo de reconstruir noções teóricas e metodológicas para o enfrentamento da problemática Q_0 (MM) da profissão docente.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de Sodré (2019) traz um caráter propositivo de novas técnicas de modelagem que preservam o feitiço cíclico e, a partir de uma empiria, propõe o ciclo investigativo de modelagem matemática. Ao mesmo tempo, questiona o ciclo de modelagem matemática (MM) como técnica da tarefa de modelar matematicamente problemas em contextos concretos a partir da noção de organização praxeológica complexa concebida à luz da Teoria Antropológica do Didático. A tese visa responder ao seguinte questionamento Q_0 (MM): Dado um projeto (de tese) que desejamos executar, qual é o equipamento praxeológico que se julga indispensável, ou pelo menos útil, para a concepção e execução desse projeto? Dessa forma, o projeto envolve a formação de professores em MM sob a questão Q_0 (MM) da profissão docente anunciada sob a ótica da TAD.

Sodré (2019), em sua pesquisa “Modelagem Matemática escolar: uma Organização Praxeológica Complexa”, objetivou reconstruir noções teóricas e metodológicas à luz da TAD para o enfrentamento da problemática. A partir de um amplo estudo a respeito da MM e TAD, mais precisamente, em Chevallard (2005), Chevallard; Bosch; Gascón (2001), o autor destaca três gestos que costumam ser caracterizados como genuinamente matemáticos, a saber: utilizar a matemática conhecida; aprender e ensinar matemática e criar uma matemática nova.

Sodré (2019) utilizou o dispositivo didático e metodológico PEP para o desenvolvimento do ensino de MM, o que pressupõe essa intencionalidade de aprendizagem da MM no seio da instituição escolar. A partir da proposição dessa técnica, a pesquisa encaminha uma empiria com professores em formação inicial. É importante ressaltar que esse dispositivo está subordinado às condições impostas pela instituição, pela pedagogia e pela disciplina Matemática. As características do PEP são mantidas, porém o autor propõe que esse PEP sofra uma orientação do estudo por meio dos três gestos citados anteriormente. O que o teórico chamou de PEP Orientado (PEPO).

O teórico afirma que o PEPO permite estruturar os saberes, em sentido amplo, que constituem a infraestrutura necessária para produzir uma resposta desejada a uma questão considerada. A proposta para o Ciclo Investigativo de Modelagem

Matemática, se deu sob a compreensão do PEPO como Modelo Epistemológico de Referência Orientado para o ensino de MM escolar, a partir das problematizações que levaram os professores à construção de uma infraestrutura 94raxeológicas de saberes matemáticos e não-matemáticos, sob condições e restrições institucionais, o que levou a uma empiria para a formação inicial de professores.

10 – SILVA, R. L. D. **Engenharia Didática Reversa como um dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 300.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2019
AUTOR (A): Renata Lourinho da Silva
ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra
TÍTULO: Engenharia Didática Reversa como um dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo
FOCO TEMÁTICO: O uso da engenharia didática reversa para o Educação do Campo
OBJETO DE ESTUDO: Integração de saberes disciplinares com saberes não disciplinares do campo, sob a compreensão de um percurso de estudo e pesquisa (PEP) – Confeção do matapi
QUESTÕES DE PESQUISA: O questionamento de uma prática do campo se constitui em condição útil para a educação do campo em vista da integração de saberes disciplinares e não disciplinares do campo, bem como da dialógica integrada do tempo escola e tempo comunidade?
OBJETIVO GERAL: Realizar um processo de transposição didática de um saber prático do campo para uma escola desse campo, relacionando os saberes dessas práticas como a dos ribeirinhos com os saberes da escola, vice-versa.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: 1. Investigar as práticas de construção e uso do matapi na/e com a comunidade para textualizá-las como uma organização para o ensino dessas práticas; 2. Reproduzir a prática a partir do texto construído de modo a prover o estudo que permitam estabelecer relações recíprocas entre os saberes das práticas profissionais de trabalho do ribeirinho com os saberes da escola e vice-versa que permita a nova textualização sobre as práticas considerada
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: Silva (2019) menciona que os resultados confirmam as hipóteses para o caso da empiria realizada, uma vez que foi mostrado que o tempo escola e tempo comunidade se unificam em um só tempo, que é o tempo de estudo, por meio da integração dos saberes culturais com os saberes disciplinares. Os resultados apontam satisfatoriamente que a metodologia da EDR pode também ser usada em cursos de formação de professores. Silva (2019) diz que os resultados alcançados são animadores para a realização de futuras pesquisas para a educação do campo e a EDR. Esse dispositivo (EDR) se mostrou com potencialidade como metodologia de ensino para o fim da dicotomia Tempo Escola e Tempo Comunidade no processo de ensino e na aprendizagem como proposto pela pedagogia da educação do campo. A autora aponta que as respostas obtidas na pesquisa ainda são provisórias, no que tange ao

aporte teórico da TAD, novas investigações com a EDR envolvendo outras praxeologias do campo de diferentes comunidades são necessárias, de modo a retificar ou ratificar os resultados encontrados em sua pesquisa.

INTEGRANDO ESTUDOS:

Silva (2019) propõe a metodologia da engenharia didática reversa como dispositivo de formação docente para a educação do campo com o propósito de construir respostas para as problemáticas de integração de saberes disciplinares com saberes não disciplinares do campo, numa perspectiva de compreensão de PEP como metodologia de desenvolvimento de processos de transposição didática e, como organizador de trajetórias de formação de professores sob a compreensão da teoria da transposição didática de Chevallard. Em contexto de formação continuada, foi realizada uma empiria no aspecto de construção e uso do matapi, envolvendo professores e dois produtores de matapi da comunidade de Pacuí de Cima do município de Cametá no estado do Pará, mais os diretores de estudo e investigação.

Silva (2019), em sua pesquisa “Engenharia Didática Reversa como um dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo”, trouxe como objetivo a realização um processo de transposição didática de um saber prático do campo para uma escola desse campo, relacionando os saberes dessas práticas, como a dos ribeirinhos com os saberes da escola e vice-versa. Para isso, a autora investigou as práticas de construção e uso do matapi para textualizá-las como uma organização para o ensino dessas práticas e reproduziu a prática a partir do texto construído de maneira a promover o estudo que permitiu estabelecer relações recíprocas entre os saberes das práticas profissionais de trabalho do ribeirinho com os saberes da escola.

A teórica articula de modo hibridizado os saberes da matemática escolar com os saberes de práticas tradicionais do campo, no qual propôs um PEP, que integra a comunidade do campo e sua escola e, com isso, assegura que tal processo, em consequência, torne o tempo bidimensional, Tempo Escola e Tempo Comunidade, torna-se um só tempo, o qual ela denomina de tempo de estudo.

A autora faz uso dos pressupostos da TAD (CHEVALLARD, 2009), como praxeologias e PEP orientaram o curso de formação continuada (empiria da pesquisa) que, por sua vez, formaram a base para as análises das transformações ocorridas com os professores durante o PEP orientado (EDR). A EDR, estudando o matapi, abriu caminhos para o aparecimento de saberes acadêmicos ou não, como os saberes das práticas tradicionais dos ribeirinhos, saberes da biologia, da matemática, da geografia, da história, da língua portuguesa, que fizeram parte da interpretação de hibridização de saberes que compunham as praxeologias de construção e uso desse instrumento.

Silva (2019) ratifica que a educação do campo, no seu ponto de vista, exige um percurso que caminhe da comunidade para a escola e retorne à comunidade, pois o sucesso dessas *práxis* reconstruídas, somente podem ser legitimadas e validadas com a participação apenas da comunidade. Esse caminhar de desconstruções para as reconstruções, inspirado na noção de engenharia reversa, mas com intencionalidade para o ensino de uma dada organização praxeológicas, encaminha a pesquisa a um tipo específico de PEP orientado (SODRÉ; GUERRA, 2018), a qual denomina de engenharia didática reversa- EDR.

11 – BRAGA, Kayla Rocha. **Realidade Aumentada:** organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software. 1. Ed. Belém – PA: Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 192.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM – REAMEC / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2019
AUTOR (A): Kayla Rocha Braga
ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
TÍTULO: Realidade Aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software
FOCO TEMÁTICO: O uso da realidade aumentada para auxiliar no ensino de cálculo de área no nível superior
OBJETO DE ESTUDO: cálculo de áreas por meio de PEP
QUESTÕES DE PESQUISA: De que forma conceber uma organização didático-matemática que possibilite aos alunos ampliar seu Equipamento Praxeológico acerca do cálculo de área?
OBJETIVO GERAL: Desenvolver uma organização didático-matemática com o intuito de levar os alunos à compreensão da noção de área como grandeza.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • Realizar um levantamento bibliográfico, a fim de construir o objeto da pesquisa; • compreender a necessidade do uso do cálculo de área no exercício da profissão de engenheiro elétrico; • Desenvolver um PEP com uso da realidade aumentada; • Analisar o PEP.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: Os resultados da pesquisa indicam que a utilização da tecnologia de realidade aumentada no ensino de cálculo de área pode ser uma estratégia eficaz para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. Braga destaca que a utilização da tecnologia permite a visualização dos conceitos matemáticos de forma mais concreta e facilita a compreensão desses conceitos pelos estudantes. Além disso, a tese propõe um modelo de organização didático-matemática para o ensino de cálculo de área com a utilização da tecnologia de realidade aumentada. O modelo envolve a elaboração de atividades de ensino que permitem a interação dos estudantes com a tecnologia, a utilização de recursos audiovisuais e a realização de atividades práticas que favorecem a compreensão dos conceitos.
INTEGRANDO ESTUDOS: A tese de doutorado de Braga (2019), intitulada “Realidade Aumentada: Organizações Didático-Matemáticas para o Ensino de Cálculo de Área no Nível Superior com a Utilização de um Software”, tem como objetivo principal investigar a utilização da tecnologia de realidade aumentada no ensino de cálculo de área no nível superior. Para isso, a autora parte de uma revisão da literatura sobre o tema e apresenta um estudo empírico que envolve a elaboração de organizações didático-matemáticas, utilizando um software de realidade aumentada para o ensino de cálculo de área. A pesquisa foi realizada em uma turma de licenciatura de uma instituição de ensino superior, e a análise dos dados foi feita por meio de questionários e observações das aulas. Em resumo, a tese de Braga (2019) investiga a utilização da tecnologia de realidade aumentada no ensino de cálculo de área no nível superior. A pesquisa indica que a utilização da tecnologia pode ser uma estratégia eficaz para a melhoria da aprendizagem dos estudantes, permitindo a visualização dos conceitos matemáticos de forma mais concreta e facilitando a compreensão deles. A tese propõe um modelo de organização didático-matemática para o ensino de cálculo de área com a utilização

da tecnologia de realidade aumentada, que envolve a elaboração de atividades de ensino que permitem a interação dos estudantes com a tecnologia, com a utilização de recursos audiovisuais e com a realização de atividades práticas que favorecem a compreensão dos conceitos.

12 – BRITTO, V. H. C. **Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa**. Tese de Doutorado. Belém – PA: Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 139.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2019
AUTOR (A): Victor Hugo Chacon Britto
ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra
TÍTULO: Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa
FOCO TEMÁTICO: A avaliação formativa analisadas em momentos didáticos
OBJETO DE ESTUDO: A avaliação formativa Didático-Matemática
QUESTÕES DE PESQUISA: De que maneira o professor pode realizar a avaliação formativa relativa ao saber matemático ensinado em sala de aula, no sentido de avaliar a aprendizagem no processo de ensino?
OBJETIVO GERAL: Promover a articulação de características das concepções de avaliação formativa investigadas, como a comunicação por parte dos alunos, os feedbacks dos professores e o aprimoramento do ensino e da aprendizagem, com alguns elementos da TAD.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • construir e contrastar empiricamente um modelo epistemológico geral das matemáticas e os correspondentes modelos locais de seus diferentes âmbitos; • modelos da gênese e desenvolvimento das ODM em cada uma das instituições de sua difusão intrainstitucional e interinstitucional; • investigação e considerar a problemática da avaliação, na perspectiva da avaliação formativa; • Desenvolver um PEP; • Analisar o PEP.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: Os resultados da pesquisa indicam que a utilização da avaliação formativa nos momentos didáticos pode contribuir para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. O autor destaca que a avaliação formativa pode ser utilizada para identificar as dificuldades dos estudantes, fornecer feedbacks para orientar o processo de ensino e aprendizagem e promover a reflexão dos estudantes sobre o próprio processo de aprendizagem. Além disso, a tese propõe algumas diretrizes para a utilização da avaliação formativa nos momentos didáticos, como a utilização de atividades diagnósticas no momento da apresentação, a realização de atividades investigativas no momento da exploração e a realização de atividades de síntese e consolidação no momento da sistematização.
INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Britto (2019), intitulada “Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa”, tem como objetivo principal investigar a relação entre os momentos didáticos e a avaliação formativa no contexto do ensino de matemática.

A partir de uma revisão da literatura sobre o tema, o autor propõe um modelo teórico que envolve a identificação de três momentos didáticos: o momento da apresentação, o momento da exploração e o momento da sistematização. O modelo também inclui a utilização da avaliação formativa em cada um desses momentos.

O estudo empírico foi realizado em uma escola de ensino médio, envolvendo uma turma de estudantes do 2º ano do ensino médio e a participação de um professor de matemática. O autor fez uso da observação participante, da gravação de aulas e da análise de documentos para coletar os dados da pesquisa.

Em resumo, a tese de Britto (2019) investiga a relação entre os momentos didáticos e a avaliação formativa no contexto do ensino de matemática. A pesquisa indica que a utilização da avaliação formativa nos momentos didáticos pode contribuir para a melhoria da aprendizagem dos estudantes, fornecendo feedbacks para orientar o processo de ensino e aprendizagem e promovendo a reflexão dos estudantes sobre o próprio processo de aprendizagem. A tese ainda propõe algumas diretrizes para a utilização da avaliação formativa nos momentos didáticos, visando melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em matemática.

13 – CARVALHO, Edmo Fernandes. **Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no Estudo a Função Quadrática**. Tese de Doutorado. Salvador – BA. Universidade Federal da Bahia – UFBA, 2019. P. 164.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências / Universidade Federal da Bahia – UFPA

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Edmo Fernandes Carvalho

ORIENTADOR: Prof. Dr. Luiz Márcio Santos Farias

TÍTULO: Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no estudo da Função Quadrática

FOCO TEMÁTICO: A integração de noções didáticas nas teorias matemáticas

OBJETO DE ESTUDO: Estudo da Função Quadrática por meio de um PEP

QUESTÕES DE PESQUISA:

Quais são as condições necessárias para que seja implementada uma situação que nos leve ao encontro da função quadrática como parábola na formação inicial de professores de matemática?

OBJETIVO GERAL:

Analisar as condições e/ou restrições institucionais de uma proposta de construção de um modelo praxeológico alternativo para o estudo da função quadrática, de modo que sejam trabalhadas situações que nos levem ao encontro da função quadrática como parábola em curso de formação docente.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar a constituição do objeto função quadrática;
- Construir um Modelo Praxeológico Alternativo para o ensino de função quadrática;
- Desenvolvimento de PEP para a formação de professores de matemática;

- Análise do PEP via as quatro fases da engenharia didática.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa indicam que a abordagem didática proposta pelo autor, baseada nas praxeologias matemáticas e na teoria dos campos conceituais, pode contribuir para o desenvolvimento das habilidades dos estudantes no estudo da função quadrática. O autor destaca a importância da utilização de estratégias pedagógicas que envolvam a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, como a resolução de problemas e a realização de atividades investigativas.

Ainda, apontam que a proposição de situações que levem a função quadrática à parábola pela experimentação de um PEP potencializou a integração de noções didáticas nas Praxeologias Matemáticas dos participantes da investigação e, por consequência, o questionamento dos conteúdos a serem ensinados. Isso caracterizou, ainda, uma espécie de reconstrução de praxeologias didático-matemáticas nesse contexto formativo.

Além disso, a tese propõe algumas recomendações para a integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no ensino da função quadrática, como a utilização de materiais didáticos diversificados, a exploração de situações-problema e a realização de atividades investigativas que envolvam a participação ativa dos estudantes.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Carvalho (2019), intitulada “Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no Estudo da Função Quadrática”, tem como objetivo investigar a integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no ensino da função quadrática.

A partir de uma revisão da literatura sobre o tema, o autor propõe uma abordagem didática baseada na teoria das praxeologias matemáticas e na teoria dos campos conceituais. O pesquisador argumenta que a utilização dessas teorias pode auxiliar no entendimento dos conceitos matemáticos e no desenvolvimento das habilidades dos estudantes no estudo da função quadrática.

No estudo empírico, foi desenvolvido um PEP com professores de Matemática em formação inicial. Com a intenção de analisar o alcance de um modelo praxeológico alternativo, implementado por um PEP, na reconstrução de praxeologias de futuros professores de matemática, quando integramos no *logos* das suas praxeologias matemáticas noções didáticas, discutimos as condições e restrições dessa proposta didática a partir da abordagem da função quadrática.

Em resumo, a tese de doutorado de Edmo Fernandes Carvalho investiga a integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no ensino da função quadrática. A pesquisa indica que a abordagem didática proposta pelo autor pode contribuir para o desenvolvimento das habilidades dos estudantes no estudo da função quadrática, por meio da utilização de estratégias pedagógicas que envolvam a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem. A tese propõe algumas recomendações para a integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no ensino da função quadrática, visando melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em matemática.

14 – BENITO, Ricardo Nicasso. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores:** o ensino de cônicas. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, 2019. P. 220.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP

ANO DA DEFESA: 2019
AUTOR (A): Ricardo Nicasso Benito
ORIENTADOR: Profa. Dra. Maria José Ferreira da Silva
TÍTULO: Construção de percurso de estudo e pesquisa para a formação de professores: o ensino de cônicas
FOCO TEMÁTICO: Formação de professores de matemática para o ensino de cônicas.
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de cônicas por meio de um PEP
<p>QUESTÕES DE PESQUISA:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual proposta de praxeologia matemática para o ensino de cônicas se pode utilizar na formação inicial de professores brasileiros? • Em que esta praxeologia contribui e em que pode ajudar aos futuros professores a desenhar, analisar e implementar novos processos didáticos?
<p>OBJETIVO GERAL:</p> <p>Investigar de que maneira o dispositivo PEP para a formação de professores, podem ajudar esse grupo de futuros professores a questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino a respeito de cônicas.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desenvolver um MER para as cônicas; • Descrever o MED na formação inicial professores e no ensino médio; • Desenhar, aplicar e analisar um PEP para o ensino de cônicas para estudantes de licenciatura em matemática e do ensino médio como parte dos estudos exploratórios; • Usar os resultados dos estudos exploratórios e do MER para desenhar um PEP-FP para estudantes de licenciatura em matemática.
<p>PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:</p> <p>Os resultados da pesquisa de Benito (2019), revelaram que o PEP-FP contribuiu positivamente para a formação dos sujeitos da pesquisa, futuros professores de Matemática que, ao final da formação propuseram aulas em que as cônicas não eram apenas abordadas na geometria analítica, mas com estratégias buscaram romper paradigmas, como o de visita as obras. Além disso, a metodologia usada na pesquisa forneceu condições para uma dialética entre o MER e o PEP-FP, que ajudou no planejamento das atividades de formação inicial, trouxe contribuições para uma reformulação do MER e proporcionou uma praxeologia para o ensino de cônicas na formação inicial do professor.</p>
<p>INTEGRANDO ESTUDOS:</p> <p>A tese de doutorado de Benito (2019) intitulada “Construção de percurso de estudo e pesquisa para a formação de professores: o ensino de cônicas” tem como objetivo apresentar um percurso de estudo e pesquisa para a formação de professores de Matemática que desejam aprimorar sua prática pedagógica no ensino das cônicas. O autor destaca a importância do desenvolvimento de uma formação que leve em conta a reflexão crítica sobre o processo de ensino e aprendizagem, além de proporcionar aos futuros professores uma sólida base teórica e prática sobre as cônicas.</p> <p>Para atingir esse objetivo, o autor elaborou um PEP que envolveu a análise de diversas obras sobre o tema, a realização de atividades práticas e experimentais, além da reflexão crítica sobre o processo de ensino e aprendizagem das cônicas. O percurso apresentado por Benito (2019) está baseado em uma perspectiva histórica, teórica e prática, e tem como foco principal a relação entre a Geometria Analítica e o estudo das cônicas.</p>

A tese de Benito (2019) contribui significativamente para a formação de professores de Matemática, apresentando um PEP que favorece a reflexão crítica sobre o processo de ensino e aprendizagem das cônicas. Além disso, o autor reforça a importância da formação continuada e da atualização constante dos professores, a fim de que estes possam oferecer uma educação matemática de qualidade aos seus alunos.

15 – FREITAS, Rita Lobo. **Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD:** constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2019. P. 408.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Rita Lobo Freitas

ORIENTADOR: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

TÍTULO: Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta

FOCO TEMÁTICO: O ensino de geometria plana do ponto e da reta

OBJETO DE ESTUDO: O dispositivo PEP-FP/TAD para a formação docente no que tange a geometria analítica plana

QUESTÕES DE PESQUISA:

Quais conhecimentos novos (ou não), em Geometria Analítica plana podem ser adquiridos por professores estagiários, com a ajuda de um PEP-FP, e quais benefícios poderão obter para projetar (conservá-los) esses conhecimentos no ensino médio?

OBJETIVO GERAL:

Analisar os conhecimentos docentes, evidenciados a partir de um conjunto de praxeologias de GAP do ponto e da reta com os sujeitos e (re)construídas por eles, a partir de um dispositivo-metodológico-teórico (PEP-FP/TAD) desenvolvidos com estudantes envolvidos no estágio curricular supervisionado de licenciatura em matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar um MER para o estudo de geometria analítica plana (GAP);
- Identificar o MED para o estudo de GAP, voltada para o ensino médio brasileiro;
- Proporcionar aos sujeitos condições para discutiram e analisarem Atividades de Estudo e Pesquisa (AEP) com intuito de identificar o significado de conceitos de GAP para o ensino com seus potenciais alunos;
- Organizar um PEP-FP a ser desenvolvido com estagiários de um curso de licenciatura em matemática de uma instituição de ensino superior brasileira, apoiado em um Modelo Epistemológico de Referência Alternativo (MERA) para o ensino e a aprendizagem de tópicos de GAP (ponto e reta) contemplando o conhecimento: matemático e didático;
- Proporcionar aos sujeitos condições para elaborarem e analisarem uma organização matemática e didática voltada para os alunos do ensino médio;

- Analisar as construções e as praxeologias dos professores estagiários, identificando os conhecimentos docentes mobilizados por eles.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa apontam que os estudantes submetidos ao processo de formação profissional, com aporte do dispositivo PEP-FP/TAD, mobilizaram e reconstruíram certos saberes docentes didáticos, pedagógicos e tecnológicos de geometria analítica plana, em especial do ponto e da reta. Além disso, o conjunto de condições e restrições do PEP-FP apontaram que o dispositivo permite desenvolver vários PEP de formação profissional pontual ou regional, no que se refere aos conhecimentos docentes para o ensino de objetos matemáticos. Ademais, os resultados da investigação trazem consigo várias perspectivas de pesquisas futuras como meio da continuidade dos estudos da formação inicial do professor de Matemática.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Freitas (2019), intitulada “Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta”, tem como objetivo investigar como um dispositivo de pesquisa e formação profissional pode contribuir para a constituição do conhecimento docente sobre o ensino de Geometria Analítica Plana do Ponto e da Reta.

Para atingir esse objetivo, a autora utilizou o PEP-FP/TAD, um dispositivo de formação, que tem como objetivo a promoção da reflexão crítica sobre a prática docente, por meio da pesquisa-ação colaborativa e da Tecnologia Assistiva Digital (TAD). A autora mostra a importância do dispositivo no desenvolvimento do conhecimento docente, o qual não se limita à aquisição de informações técnicas, mas envolve a compreensão do contexto educacional e a reflexão crítica sobre a prática docente.

A tese de Freitas (2019) contribui significativamente para o campo da formação de professores de Matemática, ao apresentar um dispositivo de pesquisa e formação profissional que favorece a constituição do conhecimento docente sobre o ensino de Geometria Analítica Plana do Ponto e da Reta. Além disso, a autora ressalta a importância da utilização da Tecnologia Assistiva Digital como uma ferramenta que pode potencializar a aprendizagem e a inclusão de alunos com deficiência na escola.

16 – DAMASCENO, A. V. C. **Educação Financeira e Educação Matemática: uma ligação possível pela Teoria Antropológica do Didático.** Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará / REAMEC, 2019. p. 1-148.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM – REAMEC / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Alexandre Vinícius Campos Damasceno

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

TÍTULO: Educação Financeira e Educação Matemática: uma ligação possível pela Teoria Antropológica do Didático

FOCO TEMÁTICO: A Educação Financeira no bojo da Educação Matemática

OBJETO DE ESTUDO: O Ensino da educação financeira no ensino da matemática, através dos estudos praxeológicos, por meio de um PEP.

QUESTÕES DE PESQUISA: Quais as praxeologias para uma Educação Financeira podem atender as exigências da sociedade e das leis educacionais brasileira no ensino da matemática básica?

OBJETIVO GERAL:

Estudar e propor um modelo didático (Didática da Matemática), para Educação Financeira na educação básica, que atenda às necessidades sociais de letramento do cidadão e as exigências das leis educacionais brasileira.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Estudar e propor um modelo didático alternativo da Didática da Matemática;
- Fazer um levantamento sobre o letramento financeiro, fazendo um breve panorama da educação financeira no contexto internacional, e nacional;
- Possibilitar um estudo sobre a educação financeira, pelo contexto da Teoria Antropológica do Didático;
- Classificar alguns patamares sobre a educação financeira e seus possíveis desdobramentos, mediados pelos seus conteúdos;
- Desenvolvimento de um PEP para a educação financeira;
- Analisar a pesquisa, em toda a trajetória do PEP, nas suas quatro atividades desenhadas no decorrer do Percurso.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

A pesquisa foi toda subsidiada pelo método de uma abordagem qualitativa, que foi ao encontro da própria natureza da TAD, permeada por uma constância interação de presença com os sujeitos da pesquisa, licenciandos do curso de Licenciatura Integrada da FEMCI/IEMCI/UFPA. Além do mais, a tese culminou com a reposta da pergunta inicial desta pesquisa, “Quais as praxeologias para uma Educação Financeira podem atender as exigências da sociedade e das leis educacionais brasileira no ensino da matemática básica?” Através da apresentação do Modelo de Letramento em Educação Financeira. Além disto, o modelo permitiu que fossem refletidas juntamente com as bases teóricas de Chevallard e Brousseau. Tal modelo terá um papel fundamental para uma aplicabilidade em sala de aula, já que ele se constituiu neste ambiente. Dessa maneira, pode contribuir para a mudança da triste realidade, da educação Financeira no nosso Estado do Pará, bem como em nossa Região e quem sabe no Brasil.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Damasceno (2019), intitulada "Educação Financeira e Educação Matemática: uma ligação possível pela Teoria Antropológica da Didática", tem como objetivo investigar a relação entre a educação financeira e a educação matemática, por meio da perspectiva teórica da Teoria Antropológica da Didática (TAD).

Para alcançar este objetivo, o autor realizou uma revisão sistemática da literatura sobre educação financeira e educação matemática, além de uma análise da relação entre essas duas áreas, à luz da TAD. A pesquisa mostrou que a educação financeira e a educação matemática têm uma relação estreita e que a TAD pode fornecer uma base teórica para compreender essa relação.

A TAD permite entender a relação entre os conhecimentos científicos, os saberes profissionais e a prática educativa, bem como a influência dos fatores sociais e culturais na produção e apropriação do conhecimento. Nesse sentido, a TAD pode contribuir para uma melhor compreensão da relação entre a educação financeira e a educação matemática, considerando as particularidades dos contextos educacionais e sociais.

A tese de Damasceno (2019) contribui para o campo da educação financeira e da educação matemática, ao apresentar uma reflexão teórica sobre a relação entre essas duas áreas e ao propor uma abordagem baseada na TAD para a compreensão dessa relação. A pesquisa pode ser utilizada como base para a elaboração de práticas

educativas que integrem a educação financeira e a educação matemática de forma mais efetiva e crítica.

17 - MINEIRO, Renato Mendes. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para o ensino de inequações**. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, 2019. p. 224.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Renato Mendes Mineiro

ORIENTADOR: Prof. Dr. Maria José Ferreira da Silva

TÍTULO: Estudo das três dimensões do problema didático de Inequações

FOCO TEMÁTICO: Estudo epistemológico econômico e ecológico para desenvolver um MDR e um PEP para inequações.

OBJETO DE ESTUDO: O ensino de inequações na educação básica

QUESTÕES DE PESQUISA:

Que contribuições podem advir dos estudos epistemológico, econômico-institucional e ecológico para o desenvolvimento de um modelo didático de referência que sustente a criação e o desenvolvimento de Percursos de Estudo e Pesquisa voltados ao ensino de inequações na Educação Básica?

OBJETIVO GERAL:

Realizar estudos que nos permitissem compreender aspectos ligados às dimensões epistemológica, econômico-institucional e ecológica do problema didático associado às inequações, capazes de contribuir com o desenvolvimento de um MDR como base para a proposição de PEP voltados ao ensino de inequações na Educação Básica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 1) Identificar os saberes e as razões que, em um dado tempo, tornaram respectivamente possível e necessário o desenvolvimento do conceito de inequação.
- 2) Criar um MER associado às inequações.
- 3) Identificar, por meio da análise das propostas curriculares oficiais, de manuais e de livros didáticos, em que consiste o MED que orienta o estudo de inequações na Educação Básica e o MDD que subjaz a esse modelo epistemológico, avaliando seu alcance e seu limite quanto a possíveis articulações com outros ramos da matemática.
- 4) Identificar que condições e restrições regulam as praxeologias para o estudo de inequações na Educação Básica.
- 5) Propor um MDR, fundamentado pelas possíveis contribuições advindas dos estudos epistemológico, econômico-institucional e ecológico, capaz de nortear a criação de PEPs para o estudo de desigualdades e inequações.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa desenvolvida por meio do confronto entre o MER e o MED, mostrou que a principal razão de ser das inequações na Educação Básica se resume na aprendizagem de técnicas de resolução, sem considerar que na gênese desse saber se observam tarefas ligadas à comparação entre grandezas, à demonstração de propriedades de figuras geométricas, à demonstração de teoremas, à busca por valores aproximados de números irracionais e à determinação do campo de soluções viáveis em problemas de otimização.

Além disso, o estudo da dimensão ecológica que se relaciona à identificação das condições e restrições que afetam o acesso dos alunos da Educação Básica às inequações, mostrou que existem restrições em diferentes níveis de codeterminação didática, alguns dos quais modificáveis a partir da posição do professor, como os que se refletem nas suas escolhas didáticas, e outros em níveis superiores, inacessíveis ao professor, mas que podem ser modificados por meio de ações governamentais, como os relacionados às diretrizes curriculares e à formação de professores para o ensino de matemática. Assim, ao considerar as contribuições advindas da pesquisa, o autor propôs um modelo didático de referência que serviu de base à elaboração de um PEP para o ensino de desigualdades e inequações.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Mineiro (2019) intitulada "Estudo das três dimensões do problema didático de inequações" visa compreender como os alunos desenvolvem a compreensão do conceito de inequação ao longo do ensino fundamental e médio. A pesquisa se baseia na Teoria Antropológica da Didática que analisa as práticas de ensino a partir de três dimensões: a institucional, a cognitiva e a epistemológica.

Para alcançar os objetivos propostos, foram realizadas observações de aulas, entrevistas com professores e alunos, análise de livros didáticos e provas de avaliação. Os resultados da pesquisa indicam que há uma falta de clareza na abordagem do conteúdo de inequações, tanto por parte dos professores quanto dos livros didáticos. Além disso, foi identificada uma tendência dos alunos em associar o símbolo de desigualdade com o de igualdade, o que evidencia uma dificuldade na compreensão conceitual.

A partir desses resultados, são sugeridas propostas de intervenção pedagógica, como a utilização de atividades que possam promover a reflexão dos alunos sobre o significado das inequações e a utilização de diferentes recursos didáticos, como a resolução de problemas e o uso de tecnologias educacionais. Com isso, espera-se contribuir para o desenvolvimento de estratégias que possam auxiliar na superação das dificuldades encontradas no ensino de inequações.

18 – SANTOS, C. M. D. **Possibilidades e limitações de micropercursos de estudo e pesquisa em geometria:** uma experiência de formação continuada com professores da rede pública. Tese de Doutorado. Campo Grande – MS. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, 2019. p. 243.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática / Universidade Federal do Mato Grosso do sul - UFMS

ANO DA DEFESA: 2019

AUTOR (A): Cintia Melo dos Santos

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

TÍTULO: Possibilidades e Limitações de Micropercursos de Estudo e Pesquisa em Geometria: uma experiência de formação continuada com professores da rede pública

FOCO TEMÁTICO: O desenvolvimento de micro-PEP na formação continuada de professores de matemática no estudo de conteúdos geométricos.

OBJETO DE ESTUDO: Conteúdos geométricos por meio de micro-PEP.

QUESTÕES DE PESQUISA:

Como desenvolver uma formação continuada de professores de matemática, a partir do desenvolvimento de micropercursos, de modo a provocar mudanças na prática pedagógica?

OBJETIVO GERAL:

Investigar possibilidades do desenvolvimento de micro Percursos de Estudo e Pesquisas (PEP) por meio de um estudo praxeológico, desenvolvido em uma formação continuada de professores de matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Investigar e analisar conteúdos geométricos mobilizados pelos professores durante a formação continuada;
- Investigar e analisar organizações didáticas relacionadas aos conteúdos geométricos mobilizados pelos professores durante a formação continuada;
- Identificar e analisar condições e restrições identificadas durante a formação continuada.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa mostraram que a utilização de micropercursos de estudo e pesquisa em Geometria pode ser uma estratégia efetiva para a formação continuada de professores, tendo em vista sua flexibilidade e adaptabilidade aos diferentes contextos educacionais. A autora destaca que os micropercursos permitem uma abordagem mais aprofundada dos conteúdos, além de promoverem a reflexão e a troca de experiências entre os professores.

No entanto, a autora também aponta algumas limitações dessa estratégia, como a necessidade de acompanhamento constante dos professores durante o processo de formação, a falta de recursos materiais e financeiros para sua implementação e a resistência de alguns professores em participar de atividades de formação continuada.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Santos (2019) intitulada "Possibilidades e Limitações de Micropercursos de Estudo e Pesquisa em Geometria: uma experiência de formação continuada com professores da rede pública", apresenta uma pesquisa realizada com o objetivo de investigar a viabilidade da implementação de micropercursos de estudo e pesquisa em Geometria para a formação continuada de professores da rede pública.

A autora aborda a importância da formação continuada para aprimorar a prática pedagógica dos professores, tendo em vista a necessidade de melhorar a qualidade do ensino oferecido aos alunos. Nesse sentido, ela propõe a utilização de micropercursos de estudo e pesquisa como estratégia para a formação continuada, destacando sua flexibilidade e adaptabilidade aos diferentes contextos educacionais.

A pesquisa realizada, consistiu em uma experiência de formação continuada com professores de escolas públicas, na qual foram desenvolvidos micropercursos de estudo e pesquisa em Geometria. A partir dessa experiência, a autora investigou as possibilidades e limitações dessa estratégia, tendo em vista a sua efetividade na formação dos professores e, conseqüentemente, na melhoria do ensino de Geometria.

Em síntese, a tese de Santos (2019) apresenta uma proposta de formação continuada baseada em micropercursos de estudo e pesquisa em Geometria, destacando suas possibilidades e limitações. A pesquisa realizada, demonstrou a efetividade dessa estratégia, porém, também apontou desafios que devem ser enfrentados para sua implementação em larga escala.

19 – RODRIGUES, Rochelande Felipe. **Percorso de estudo e pesquisa no conceito de função**: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática. Tese de Doutorado. Recife – PE. Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, 2019. p. 350.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências / Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFPE
ANO DA DEFESA: 2019
AUTOR (A): Rochelande Felipe Rodrigues
ORIENTADOR: Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos
TÍTULO: Percurso de Estudo e Pesquisa no conceito de função: analisando o processo de Ensino e Aprendizagem e as influências na formação do professor de Matemática
FOCO TEMÁTICO: Aplicação de PEP para formação de professores de matemática
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de função por meio de um PEP-FP
QUESTÕES DE PESQUISA: Quais as restrições e condições para o processo de ensino e aprendizagem do PEP na abordagem do conceito de função, em uma disciplina de Matemática Básica da licenciatura em Matemática?
OBJETIVO GERAL: Analisar os contratos didáticos estabelecidos, alguns elementos cognitivos e as organizações praxeológicas construídas e/ou reconstruídas numa aplicação do PEP, na disciplina Funções I, licenciatura em Matemática no processo de compreensão e aplicação do conceito de função.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • Identificar as organizações matemáticas e didáticas do professor da disciplina Funções I durante a aplicação do PEP, no processo de compreensão da aplicação do conceito de função; • Identificar as organizações matemáticas dos alunos da disciplina Funções I durante a aplicação do PEP, no processo de compreensão da aplicação do conceito de função; • Analisar as negociações do contrato didático, em especial as possíveis rupturas na aplicação do PEP, no processo de compreensão da aplicação do conceito de função, na disciplina Funções I; • Analisar o desenvolvimento do PEP proposto na disciplina Funções I, tomando por base o Ciclo de Soluções de Problemas fundamentado na psicologia cognitiva.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: Os resultados da pesquisa mostraram que o PEP sobre o conceito de função foi efetivo na formação dos professores, promovendo o aprofundamento do conhecimento sobre o tema, a reflexão sobre sua prática pedagógica e a valorização do pensamento crítico e investigativo na Matemática. Além disso, a pesquisa também mostrou que a implementação desse PEP influenciou positivamente o processo de ensino e aprendizagem do conceito de função pelos alunos, proporcionando uma abordagem mais contextualizada e significativa do tema, bem como o desenvolvimento do pensamento crítico e investigativo dos alunos.
INTEGRANDO ESTUDOS: A tese de doutorado de Rodrigues (2019), intitulada "Percurso de Estudo e Pesquisa no Conceito de Função: Analisando o Processo de Ensino e Aprendizagem e as Influências na Formação do Professor de Matemática", apresenta uma pesquisa que investiga o processo de ensino e aprendizagem do conceito de função e suas influências na formação do professor de Matemática. A autora inicia a pesquisa destacando a importância do conceito de função para a compreensão de diversos fenômenos em diferentes áreas do conhecimento,

bem como para o desenvolvimento do pensamento matemático. Ela propõe a utilização de um PEP como estratégia para aprofundar o estudo desse conceito, tanto para os alunos como para os professores de Matemática.

A partir de uma revisão da literatura, a autora apresenta as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos e professores na aprendizagem do conceito de função. Ela destaca a falta de compreensão do conceito, a visão mecânica e descontextualizada da Matemática e a falta de conhecimento prévio como algumas das principais dificuldades enfrentadas.

A pesquisa realizada, consistiu na implementação de um PEP sobre o conceito de função com professores de Matemática em formação inicial. A partir dessa experiência, foram analisadas as influências desse percurso na formação dos professores, bem como no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função pelos alunos.

Em síntese, a tese de Rodrigues (2019) apresenta uma proposta de formação de professores baseada em um PEP sobre o conceito de função. A pesquisa realizada, revelou a efetividade dessa estratégia na formação dos professores e no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função pelos alunos.

20 – FERREIRA, R. S. D. R. **O Sistema de Numeração Decimal na formação de professores dos anos iniciais**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2020. p. 282.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2020

AUTOR (A): Raquel Soares do Rêgo Ferreira

ORIENTADOR: Prof. Dr. Renato Borges Guerra

TÍTULO: O Sistema de Numeração decimal na formação de professores dos anos iniciais

FOCO TEMÁTICO: Sistema de numeração decimal e a formação de professores.

OBJETO DE ESTUDO: O ensino do sistema de numeração decimal

QUESTÕES DE PESQUISA:

A quantificação de unidades de grandezas discretas, por diferentes tipos de agrupamentos de mesma natureza, desnaturaliza os numerais decimais?

OBJETIVO GERAL:

Formulação de um projeto de formação inicial de professores relativo aos numerais posicionais não decimais de modo a fazer os professores verem mudanças de suas relações com os numerais posicionais.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Realizar um percurso de formação inicial junto a uma turma de um curso de formação inicial de professores para os anos iniciais, relativa aos numerais posicionais não decimais, sob as condições e restrições impostas pelo programa do curso e das condições a serem encaminhadas para a consecução dos objetivos da pesquisa, o que inclui não tomar, a priori, como válidas as hipóteses desse relatório de pesquisa.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa indicam que muitos professores apresentam dificuldades em compreender o sistema de numeração decimal, o que pode impactar negativamente na qualidade do ensino oferecido aos alunos. Além disso, muitos professores têm crenças e atitudes limitantes em relação ao ensino da matemática, o

que pode levar a uma abordagem superficial e pouco eficaz do sistema de numeração decimal.

Além disso, demonstraram que os professores em formação assumiram a ocorrência de mudanças de suas relações com os numerais decimais e apontaram, de forma positiva, em direção à validação do PEP encaminhado a partir da situação geradora e do MER propostos.

Diante desses resultados, a autora propõe estratégias de formação continuada para os professores dos anos iniciais, com o objetivo de aprimorar o conhecimento matemático e desenvolver crenças e atitudes mais positivas em relação ao ensino da matemática, em particular, do sistema de numeração decimal. A autora também sugere a necessidade de revisão e atualização dos currículos de formação inicial de professores para incluir conteúdos e práticas relacionadas ao ensino do sistema de numeração decimal.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Ferreira (2019), intitulada "O sistema de numeração decimal na formação de professores dos anos iniciais", apresenta um estudo sobre a formação de professores para o ensino do sistema de numeração decimal.

A autora defende que a compreensão do sistema de numeração decimal é fundamental para a aprendizagem matemática e que os professores dos anos iniciais devem estar bem-preparados para ensinar esse conteúdo de forma clara e eficaz.

Para alcançar esse objetivo, a autora investigou o conhecimento matemático dos professores em relação ao sistema de numeração decimal, bem como suas crenças e atitudes em relação ao ensino desse conteúdo.

Dessa forma, o problema foi enfrentado por meio de um PEP com protagonismo dos professores em formação. Esse percurso foi realizado sob a orientação da autora com auxílio de um MER sobre o processo de quantificação a partir de uma situação geradora, e com isso, se confirmou a tese de proverem um PEP que levassem os professores em formação ao encontro da desnaturalização dos numerais decimais.

21 – SILVA, A. M. D. **Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento:** perspectivas e articulações, à luz dos programas de pesquisas Lakatosiano. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2021. p. 230.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECEM / Universidade Federal do Pará – UFPA

ANO DA DEFESA: 2021

AUTOR (A): Aline Miranda da Silva

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

TÍTULO: Educação Matemática e suas teorias em desenvolvimento: perspectivas e articulações, à luz dos programas de pesquisas Lakatosiano

FOCO TEMÁTICO: As teorias em desenvolvimento na Educação Matemática, análise Epistemologia e Metodologia dos Programas de Pesquisa Lakatosiano.

OBJETO DE ESTUDO: As teorias em desenvolvimento na Educação Matemática.

QUESTÕES DE PESQUISA:

Qual o Núcleo Firme do Programa Educação Matemática que articularia as Teorias em desenvolvimento como Subprogramas?

OBJETIVO GERAL:

Caracterizar algumas Teorias em desenvolvimento do Programa Educação Matemática como subprogramas de pesquisa.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Possibilitar as múltiplas perspectivas, uma vez que os sujeitos da pesquisa, que são professores de matemática, têm conhecimentos específicos destas teorias, já que desenvolvem pesquisas neste campo de estudos;
- desenvolver um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) com professores-alunos do curso de pós-graduação em nível de mestrado e doutorado do PPGEEM da UFPA;
- Mostrar a Epistemologia e Metodologia dos Programas de Pesquisa de Imre Lakatos (1922- 1974);
- Estabelecer relações entre as Teorias em desenvolvimento da Educação Matemática e a Contextualização, pontuando aspectos evidenciados no percurso de estudo e pesquisa.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa mostraram que os programas de pesquisas lakatosianos são uma ferramenta analítica eficaz para identificar as perspectivas e articulações das teorias em desenvolvimento na Educação Matemática. Além disso, a análise das três teorias em desenvolvimento permitiu identificar desafios comuns, como a necessidade de uma articulação mais clara entre a teoria e a prática, bem como a consideração das diferentes formas de representação matemática.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Silva (2021), intitulada "Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento: Perspectivas e Articulações, à Luz dos Programas de Pesquisas Lakatosiano", tem como objetivo analisar as teorias em desenvolvimento na Educação Matemática à luz dos programas de pesquisas lakatosianos.

A autora inicia a pesquisa destacando a importância do estudo das teorias em desenvolvimento na Educação Matemática, pois elas refletem as tendências e os debates que permeiam essa área do conhecimento. Ela propõe a utilização dos programas de pesquisas lakatosianos como ferramenta analítica para identificar as perspectivas e articulações dessas teorias.

A partir de uma revisão da literatura, a autora apresenta os principais programas de pesquisas lakatosianos e sua aplicação na Educação Matemática. Ela destaca que esses programas permitem a análise das teorias em desenvolvimento a partir de sua estrutura lógica, bem como da identificação de suas suposições básicas, problemas e soluções propostas.

A pesquisa realizada pela autora consistiu na análise de teorias em desenvolvimento na Educação Matemática: a Teoria da Aprendizagem Significativa, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, dentre outras teorias da didática da Matemática. A partir da aplicação dos programas de pesquisas lakatosianos, a autora identificou as perspectivas e articulações dessas teorias, bem como as lacunas e os desafios para o seu desenvolvimento.

Em síntese, a tese de doutorado de Aline Miranda da Silva apresenta uma análise das teorias em desenvolvimento na Educação Matemática à luz dos programas de pesquisas lakatosianos. A pesquisa realizada pela autora demonstrou a eficácia dessa abordagem analítica para identificar as perspectivas e articulações dessas teorias, assim como as limitações e restrições de seu desdobramento.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGECM – REAMEC / Universidade Federal do Pará – UFPA
ANO DA DEFESA: 2021
AUTOR (A): Wilson Monteiro de Albuquerque Maranhão
ORIENTADOR: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
TÍTULO: Praxeologias da Educação Estatística na formação de professores dos anos iniciais: o caso do pensamento transnumerativo
FOCO TEMÁTICO: Estatística e a Teoria Antropológica do Didático (TAD)
OBJETO DE ESTUDO: O ensino da Estatística por meio de um PEP
QUESTÕES DE PESQUISA: Quais praxeologias podem favorecer o desenvolvimento do pensamento transnumerativo com graduandos do curso de Licenciatura em Pedagogia a partir de um Percurso de Estudo e Pesquisa?
OBJETIVO GERAL: Analisar as contribuições de praxeologias que favoreçam desenvolvimento do pensamento transnumerativo no equipamento praxeológico de graduandos do curso de Licenciatura em Pedagogia.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: <ul style="list-style-type: none"> • Realizar um estudo histórico-epistemológico da educação estatística e epistemológico dos principais elementos; • desenvolvido um Percurso de Estudo e Pesquisa de Investigação PEP(I); • descrever e analisar todo o processo de desenvolvimento do Percurso de Estudo e Pesquisa da Investigação e seus desdobramentos; • descrever e analisar o Percurso de Estudo e Pesquisa da Prática PEP(P) apresentado os fatores que o caracterizam como um PEP.
PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS: Nesta pesquisa, foi desenvolvido um PEP para a formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, revertido às praxeologias que possibilitam o desenvolvimento do pensamento transnumerativo. Dessa forma, todo PEP é constituído de condições e restrições que devem ser administradas no processo, sendo assim, a pandemia da COVID-19 e um apagão de energia no estado do Amapá foram restrições ao PEP realizado, e as condições impostas por elas foram administradas pelo autor. Os resultados revelaram que os dois percursos, um relativo à investigação e outro referente à prática, sendo que o primeiro com características de um PEP para a Formação de Professores, proporcionou a confirmação da tese: Um PEP aplicado no curso de Licenciatura em Pedagogia desencadeará praxeologias favoráveis ao desenvolvimento do pensamento transnumerativo. Além disso, o estudo tem grande potencial de contribuição à educação e a outras pesquisas que busquem o desenvolvimento e a sofisticação do letramento estatístico de nossa sociedade, permitindo assim a formação de cidadãos cada vez mais conscientes da realidade.
INTEGRANDO ESTUDOS: A tese de doutorado de Maranhão (2021), intitulada "Praxeologias da Educação Estatística na formação de Professores dos anos iniciais: o caso do pensamento transnumerativo", apresenta uma análise das práticas educacionais utilizadas na formação de professores para o ensino de estatística nos anos iniciais do ensino fundamental. O autor destaca a importância da educação estatística para o desenvolvimento de habilidades e competências relacionadas à compreensão de dados e à tomada de decisões baseadas em evidências.

O autor argumenta que, para a formação de professores capazes de ensinar estatística de forma efetiva, é necessário ir além do ensino de conceitos e fórmulas matemáticas e desenvolver práticas pedagógicas que possibilitem aos alunos o desenvolvimento do pensamento transnumerativo, isto é, a capacidade de compreender e utilizar conceitos estatísticos em situações cotidianas e em contextos não numéricos.

Para alcançar esse objetivo, Maranhão propõe a utilização de praxeologias da educação estatística, ou seja, práticas pedagógicas baseadas em situações concretas e contextualizadas, envolvendo a coleta, a organização e interpretação de dados e a tomada de decisões com base nesses dados. Essas práticas são baseadas na ideia de que o aprendizado de estatística deve ser construído a partir da experiência e da reflexão sobre a prática.

O autor também destaca a importância da formação de professores na área de estatística, enfatizando a necessidade de uma formação que contemple não apenas o conhecimento matemático, mas também a compreensão dos conceitos e das práticas estatísticas e a capacidade de aplicá-los em situações reais de ensino.

Em síntese, a tese de Maranhão (2021) propõe uma abordagem inovadora para a formação de professores capazes de ensinar estatística de forma significativa e contextualizada nos anos iniciais do ensino fundamental, por meio da utilização de práticas pedagógicas baseadas em situações concretas e da promoção do desenvolvimento do pensamento transnumerativo.

23 – VALENZUELA, Maritza Luna. **Um Percorso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores em Cursos de Ciências e Engenharia: introdução ao estudo de vetores.** Tese de doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, 2021. p. 285.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP

ANO DA DEFESA: 2021

AUTOR (A): Maritza Luna Valenzuela

ORIENTADOR: Profa. Dra. Maria José Ferreira da Silva

TÍTULO: Um Percorso de Estudo e Pesquisa para a formação de professores em Cursos de Ciências e Engenharia: introdução ao estudo de vetores

FOCO TEMÁTICO: A formação de professores no que tange ao ensino de vetores.

OBJETO DE ESTUDO: O ensino de vetores por meio de um PEP-FP

QUESTÕES DE PESQUISA:

Quais praxeologias matemáticas para o ensino de vetores são mobilizadas por professores peruanos em cursos de ciências e engenharia em uma formação continuada?

Em que estas praxeologias podem contribuir para a prática desses professores e para o desenho, análise e implementação de novos processos didáticos?

OBJETIVO GERAL:

Investigar como um dispositivo de Percorso de Estudo e Pesquisa para Formação de Professores (PEP-FP) pode contribuir, em particular para esse grupo de professores em formação, para que tenham uma visão crítica, para que possam questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino com respeito ao objeto matemático vetor para assim poderem introduzir a geometria vetorial.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Estudar a dimensão epistemológica do problema didático de vetores para construir um modelo epistemológico de referência (MER);
2. Estudar a dimensão econômica do problema didático de vetores, com base no MER, para identificar o Modelo Epistemológico Vigente (MEV);
3. Estudar a dimensão ecológica do problema didático de vetores para identificar as condições e restrições para o seu ensino;
4. Desenhar, aplicar e analisar um dispositivo didático (PEP-FP) para professores cursando um mestrado em ensino de matemática, para identificar as praxeologias matemáticas que eles mobilizam e implementar o dispositivo didático do PEP como uma nova estratégia de ensino de vetores.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados do curso de formação de professores mostraram uma melhoria na compreensão dos conceitos de vetores pelos participantes e uma percepção positiva sobre o uso dos recursos tecnológicos. A reflexão sobre a prática docente também foi destacada como um fator importante para a melhoria contínua do ensino.

Além disso, o PEP-FP contribuiu para a formação dos estudantes de mestrado, visto que foram capazes de elaborar novas questões geratrizes para introduzir o estudo da geometria vetorial, bem como, a metodologia para o estudo do objeto matemático. A metodologia de pesquisa que foi utilizada permitiu criar as condições para uma conexão entre o MER e o PEP-FP, o que trouxe grandes contribuições ao Modelo Epistemológico Vigente para o ensino da introdução da geometria vetorial à formação de professores.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Valenzuela (2021) tem como objetivo analisar um percurso de estudo e pesquisa para a formação de professores em cursos de ciências e engenharia, especificamente, na área de vetores.

Valenzuela começa destacando a importância do ensino de vetores para a formação de estudantes em ciências e engenharia, mas reconhece que muitos professores podem ter dificuldades em ensinar o tema de forma clara e efetiva. Por isso, ela propõe um percurso de estudo e pesquisa que envolve o uso de recursos tecnológicos e a reflexão sobre a prática docente.

O Processo é dividido em duas etapas: a primeira, envolve a análise da literatura sobre o ensino de vetores e a identificação das dificuldades mais comuns enfrentadas pelos professores; a segunda, compreende a aplicação de um curso de formação de professores que utiliza recursos tecnológicos para o ensino de vetores, seguido de uma reflexão sobre a prática docente.

Valenzuela apresenta uma análise detalhada dos resultados do curso de formação de professores, incluindo a melhoria na compreensão dos conceitos de vetores pelos participantes e a percepção positiva sobre o uso dos recursos tecnológicos. Além disso, ela destaca a importância da reflexão sobre a prática docente para a melhoria contínua do ensino.

Resumindo, Valenzuela (2021), em sua pesquisa, propõe um PEP que envolve o uso de recursos tecnológicos e a reflexão sobre a prática docente para a formação de professores em cursos de ciências e engenharia na área de vetores. A pesquisa também destaca a importância do ensino de vetores e as dificuldades comuns enfrentadas pelos professores.

24 – BRANDÃO, A. K. D. C. **Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino de Integral Dupla:** significados e praxeologias mobilizados por estudantes de Engenharias e de Licenciatura em Matemática. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, 2021. p. 438.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP
ANO DA DEFESA: 2021
AUTOR (A): Ana Karine Dias Caires Brandão
ORIENTADOR: Profa. Dra. Maria José Ferreira da Silva
TÍTULO: Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino de integral dupla: significados e praxeologias mobilizados por estudantes de engenharias e de licenciatura em matemática
FOCO TEMÁTICO: Um Percurso de Estudos e Pesquisa para o ensino da Integral Dupla no cálculo da medida das Superfícies Quádricas
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de integral dupla por meio de um PEP
<p>QUESTÕES DE PESQUISA:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. as dificuldades apresentadas pelos estudantes para a compreensão epistemológica dos objetos matemáticos que compõe o CDI; 2. a quantidade ínfima de produções acadêmicas que exploram o uso das Integrais Duplas no cálculo da medida das Superfícies Quádricas; 3. a ausência de pesquisas que articulem os pressupostos da Semiótica peirceana aos da TAD, no ensino e na aprendizagem do CDI; 4. os significados e interpretações atribuídos pelos estudantes das Engenharias e da Licenciatura em Matemática para a Integral Dupla quando aplicada em uma situação real envolvendo a arte e as Superfícies Quádricas. 5. A ausência, no modelo dominante, de tarefas que proporcionem um entrelace entre o objeto epistemológico e o pragmático, o que nos conduz a construção de um modelo epistemológico de referência.
<p>OBJETIVO GERAL:</p> <p>Analisar os significados e as praxeologias mobilizados por estudantes das engenharias e da licenciatura em matemática no desenvolvimento de um Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino e a aprendizagem da Integral Dupla.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Estabelecer as convergências dos pressupostos da Semiótica peirceana com a Teoria Antropológica do Didático visando construir uma dimensão da linguagem para o problema didático; 2. Construir um modelo epistemológico de referência para as Integrais Duplas aplicadas ao cálculo das medidas das Superfícies Quádricas que se opõe ao modelo dominante vigente nas instituições universitárias. 3. Descrever e analisar as organizações matemáticas que foram construídas pelo investigador e pelos estudantes pesquisados ao estudar as Integrais Duplas aplicadas ao cálculo das medidas das Superfícies Quádricas; 4. Descrever e analisar as organizações didáticas previamente elaboradas e as que foram colocadas em práticas durante a realização do PEP, pelo investigador e pelos sujeitos da pesquisa; 5. Construir e analisar a dialética pessoa e situação para análise dos dados obtidos no PEP.
<p>PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:</p> <p>Os resultados da pesquisa mostraram que os estudantes mobilizam diferentes praxeologias e significados no ensino e aprendizagem de integral dupla, que variam de acordo com a formação acadêmica e experiências prévias em matemática. Para mais, os resultados obtidos apontaram que os estudantes conseguiram aplicar os conceitos dos objetos matemáticos escolhidos de forma coerente e autônoma ao construir e resolverem tarefas envolvendo conhecimentos dos cursos, dos quais são egressos e, do Cálculo Diferencial e Integral.</p>

Além disso, a autora destacou que a utilização de atividades investigativas e a interação entre estudantes com diferentes formações acadêmicas foram fatores importantes para a construção de significados compartilhados e a promoção de uma aprendizagem mais significativa, no que tange à integral dupla.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de Brandão (2021), intitulada "Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o Ensino de Integral Dupla: Significados e Praxeologias Mobilizados por Estudantes de Engenharias e de Licenciatura em Matemática", tem como objetivo analisar as práticas e significados mobilizados por estudantes de engenharias e licenciatura em matemática no ensino de integral dupla.

A autora inicia a pesquisa destacando a importância do estudo de práticas e significados no ensino de matemática, bem como a relevância do tema de integral dupla no currículo das engenharias e licenciatura em matemática. Ela propõe um PEP com os estudantes para identificar as praxeologias e significados mobilizados no ensino e aprendizagem desse conteúdo.

A pesquisa consistiu em um estudo com doze estudantes de engenharias e licenciatura em matemática que participaram do PEP proposto pela autora. A coleta de dados foi realizada por meio de questionários, entrevistas e observações de aulas.

Em síntese, a tese de Brandão (2021) apresenta um estudo de caso sobre as práticas e significados mobilizados por estudantes de engenharias e licenciatura em matemática no ensino de integral dupla. A pesquisa realizada pela autora mostrou a importância da utilização de atividades investigativas e da interação entre estudantes com diferentes formações acadêmicas para a construção de significados compartilhados e a promoção de uma aprendizagem mais significativa.

25 – GARCÍA-CUÉLLAR, Daysi Julissa. **Um Percurso de Estudo e Pesquisa a distância em uma Formação Continuada de professores de Matemática para o ensino de Quadrilátero**. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, 2021. p. 200.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP

ANO DA DEFESA: 2021

AUTOR (A): Daysi Julissa García-Cuéllar

ORIENTADOR: Profa. Dra. Maria José Ferreira da Silva

TÍTULO: Um Percurso de Estudo e Pesquisa a distância em uma formação continuada de professores de Matemática para o ensino de quadriláteros

FOCO TEMÁTICO: A formação de professores por meio de um PEP para o ensino de quadriláteros.

OBJETO DE ESTUDO: O estudo dos quadriláteros e professores em formação no Peru.

QUESTÕES DE PESQUISA:

Quais estratégias são elaboradas por um grupo de professores do ensino secundário a partir da elaboração de um PEP a distância de modo que possam questionar, desenhar e experimentar processos de ensino para os quadriláteros?

OBJETIVO GERAL:

Elaborar, implementar e analisar um Percurso de Estudo e Pesquisa para formação continuada de professores – PEP-FP, a distância, para o ensino de quadriláteros no Peru.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Construir um Modelo Epistemológico de Referência para o ensino de quadriláteros na Educação Básica Regular no Peru.
- Realizar um estudo econômico e ecológico para identificar e descrever o Modelo Epistemológico Dominante que condiciona o ensino de quadriláteros na Educação Básica Regular no Peru.
- Construir e aplicar um percurso de estudo e pesquisa a distância para o ensino dos quadriláteros com professores do nível secundário.

PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:

Os resultados da pesquisa mostraram que o PEP a distância foi efetivo na melhoria da prática pedagógica dos professores, que relataram ter adquirido novos conhecimentos, habilidades e atitudes para o ensino de quadriláteros. Além disso, os professores relataram ter utilizado estratégias e recursos pedagógicos mais diversificados e adaptados às necessidades dos estudantes.

A autora também destacou a importância da interação entre os participantes do curso, que promoveu a construção coletiva de conhecimento e a troca de experiências e práticas pedagógicas.

INTEGRANDO ESTUDOS:

A tese de doutorado de García-Cuéllar (2021), intitulada "Um Percurso de Estudo e Pesquisa a Distância em uma Formação Continuada de Professores de Matemática para o Ensino de Quadriláteros", tem como objetivo analisar a efetividade de um PEP a distância na formação continuada para professores de matemática sobre o ensino de quadriláteros.

A autora inicia a pesquisa destacando a importância da formação continuada de professores de matemática, bem como a relevância do ensino de quadriláteros para o desenvolvimento da capacidade de argumentação e resolução de problemas dos estudantes. Ela propõe um PEP a distância com os professores para investigar a efetividade do curso na melhoria da prática pedagógica e aprendizagem dos estudantes.

A pesquisa consistiu em um estudo com um grupo de professores de matemática de escolas públicas do Peru que participaram do curso a distância proposto pela autora. A coleta de dados foi realizada por meio de questionários, entrevistas e análise de materiais produzidos pelos participantes.

Em síntese, a tese de García-Cuéllar (2021) apresenta um estudo sobre a efetividade de um PEP a distância na formação continuada para professores de matemática sobre o ensino de quadriláteros. A pesquisa, realizada pela autora, mostrou que o curso foi efetivo na melhoria da prática pedagógica dos professores e na utilização de estratégias e recursos pedagógicos mais diversificados e adaptados às necessidades dos estudantes. Além disso, a interação entre os participantes do curso foi um fator importante para a construção coletiva de conhecimento e a troca de experiências e práticas pedagógicas.

26 – RIBEIRO, M. D. S. N. **Percurso de Estudo e Pesquisa**: uma proposta para aprender proporcionalidade no Ensino Fundamental. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2021. p. 179.

PROGRAMA/INSTITUIÇÃO: PPGEM / Universidade Anhanguera de São Paulo

ANO DA DEFESA: 2021

AUTOR (A): Mariana da Silva Nogueira Ribeiro

ORIENTADOR: Profa. Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo

TÍTULO: Percurso de Estudo e Pesquisa: uma proposta para aprender Proporcionalidade no Ensino Fundamental
FOCO TEMÁTICO: Aprendizagem dos alunos do 7º ano no que tange a proporcionalidade por meio de PEP.
OBJETO DE ESTUDO: O ensino de proporcionalidade na educação básica.
<p>QUESTÕES DE PESQUISA:</p> <p>Como encaminhar os processos metodológicos de ensino da Matemática, de maneira que os saberes de proporcionalidade possam ser estudados a partir do desenvolvimento de um PEP?</p>
<p>OBJETIVO GERAL:</p> <p>Analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas em um Percurso de Estudo e Pesquisa.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elaborar, propor e analisar atividades, por meio do desenvolvimento de um PEP, a partir de um piquenique com os alunos; • Identificar as relações institucionais presentes na BNCC (BRASIL, 2018) e livros didáticos, concernentes à razão e à proporção no 7º ano do Ensino Fundamental; • Desenvolver atividades sobre razão e proporção relacionadas às necessidades dos alunos por meio do desenvolvimento de um PEP; • Compreender como ocorre o desenvolvimento da aplicação de um PEP associado a uma questão do cotidiano dos alunos; • Identificar como os alunos se comportam em relação a essa forma de estudo; • Apresentar pontos relevantes da aplicação do PEP e na divisão do trabalho pelo professor, aqui, considerado como mediador e orientador do estudo.
<p>PRINCIPAIS RESULTADOS APONTADOS E REFLEXÕES EVIDENCIADAS:</p> <p>Os resultados da pesquisa mostraram que o PEP foi efetivo na aprendizagem de proporção pelos estudantes, que apresentaram um aumento significativo nos resultados em testes aplicados antes e depois da implementação do percurso. Além disso, alguns resultados desta análise indicam que o domínio da proporcionalidade se reconstrói a partir das noções de razão, unidades de medidas, grandezas e proporções.</p> <p>A autora destaca também a importância da formação dos professores para a utilização de abordagens que valorizem a construção de conceitos pelos estudantes e a contribuição do PEP para a construção do conhecimento do tema em estudo</p>
<p>INTEGRANDO ESTUDOS:</p> <p>A tese de doutorado de Ribeiro (2021), intitulada "Percurso de Estudo e Pesquisa: Uma Proposta para Aprender Proporcionalidade no Ensino Fundamental", tem como objetivo propor e analisar um PEP para o ensino de proporção no Ensino Fundamental.</p> <p>A autora começa destacando a importância do ensino de proporção para a formação dos estudantes e apresenta uma revisão de literatura sobre as diferentes abordagens para o ensino de proporção. A partir dessa revisão, a pesquisadora propõe um PEP baseado em uma abordagem que considera a construção de conceitos pelos estudantes e a utilização de situações-problema significativas.</p> <p>Na pesquisa, propôs-se realizar uma intervenção em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada na cidade de Londrina - PR, na qual a aprendizagem das noções de proporcionalidade foi desenvolvida por meio de um PEP, com base nas relações institucionais esperadas e existentes pela BNCC e em dois livros didáticos de Matemática.</p>

Em suma, a tese de Ribeiro (2021) apresenta um PEP para o ensino de proporção no Ensino Fundamental baseado em uma abordagem que valoriza a construção de conceitos pelos estudantes e a utilização de situações-problema significativas. A pesquisa realizada pela autora mostrou que o percurso foi efetivo na aprendizagem de proporção pelos discentes e no desenvolvimento de habilidades como a resolução de problemas e a comunicação matemática. A autora destaca também a importância da formação dos professores para o uso de abordagens que valorizem a construção de conceitos pelos estudantes e a utilização de situações-problema significativas.

5 CARACTERIZAÇÃO DOS PEP EM ANÁLISE

Ao procurar compreender as práticas/praxeologias que caracterizam os PEP, podemos analisar as características que o tornam um dispositivo voltado para o ensino, a formação de professores, bem como um dispositivo de pesquisa. O amplo espectro que caracteriza o PEP em sua pilotagem é o nosso foco nesta pesquisa. Tal amplitude se configura no montante de teses que elencamos (Quadro 5) para construirmos compreensões de como os diversos contextos confirmam o PEP cunhado por Chevallard.

A pilotagem do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) refere-se à implementação prática do PEP em um ambiente educacional. Essa etapa envolve colocar em prática as atividades e estratégias planejadas no preâmbulo, monitorando e ajustando o processo conforme necessário para garantir o sucesso da aprendizagem.

Diante disso, propomo-nos a analisar/caracterizar os tipos de PEP: PEP aberto, semiaberto e fechado? Como estão compostos o sistema principal e os auxiliares? Como se deu dinâmica dos modelos de ensino (MER, MED, MPR, MPA etc.)? Qual o gatilho (ponto de partida) do PEP? A questão geratriz foi imposta ou surgiu no desenvolvimento do PEP? Qual a dinâmica de surgimento das questões derivadas? Como se construiu R^\heartsuit a partir do estudo, da desconstrução, do questionamento e reconstrução de R^\diamond e do estudo das obras? particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese? princípios estruturantes dos PEP e as dialéticas correspondentes?

Quadro 5: Teses para caracterização

PEP	Título	Autor (a)	Estado	Ano
<i>PEP₁</i>	A Noção de Tarefa Fundamental como Dispositivo Didático para um Percurso de formação de professores: o caso da Geometria Analítica	Roberto Carlos Dantas Andrade	PA	2012
<i>PEP₂</i>	A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática	Itamar Miranda da Silva	PA	2014
<i>PEP₃</i>	Grandezas e Medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional	José Valério Gomes da Silva	SP	2016
<i>PEP₄</i>	Alterações e Recombinações Praxeológicas Reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em Formação Continuada: a partir de um Modelo Epistemológico Alternativo para o Ensino da Álgebra Escolar	José Carlos De Souza Pereira	PA	2017

<i>PEP₅</i>	A Prática de Ensino como uma trajetória de Formação Docente do Professor de Matemática	Flávio Nazareno Araujo Mesquita	PA	2017
<i>PEP₆</i>	Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa	Valdir Bezerra Dos Santos Junior	SP	2017
<i>PEP₇</i>	Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: o Caso da Álgebra Linear	Fernando Cardoso de Matos	PA	2017
<i>PEP₈</i>	Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Matemática Básica: Limites e Possibilidades	Renato da Silva Ignacio	SP	2018
<i>PEP₉</i>	Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas	Ricardo Nicasso Benito	SP	2019
<i>PEP₁₀</i>	Construção de um percurso de estudo e pesquisa para o ensino de inequações	Renato Mendes Mineiro	SP	2019
<i>PEP₁₁</i>	Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta	Rita Lobo Freitas	SP	2019
<i>PEP₁₂</i>	Educação Financeira e Educação Matemática: Uma Ligação Possível pela Teoria Antropológica Da Didática	Alexandre Vinícius Campos Damasceno	PA	2019
<i>PEP₁₃</i>	Engenharia Didática Reversa como um Dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo	Renata Lourinho da Silva	PA	2019
<i>PEP₁₄</i>	Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no Estudo da Função Quadrática	Edmo Fernandes Carvalho	BA	2019
<i>PEP₁₅</i>	Modelagem Matemática Escolar: uma Organização Praxeológica Complexa	Gleison de Jesus Marinho	PA	2019
<i>PEP₁₆</i>	Os Momentos Didáticos E A Avaliação Formativa	Victor Hugo Chacon Britto	PA	2019
<i>PEP₁₇</i>	Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática	Rochelande Felipe Rodrigues	PE	2019
<i>PEP₁₈</i>	Possibilidades e limitações de micropercurso de estudo e pesquisa em geometria: uma experiência de formação continuada com professores da rede pública	Cintia Melo dos Santos	MS	2019
<i>PEP₁₉</i>	Realidade Aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um <i>software</i>	Kayla Rocha Braga	PA	2019

<i>PEP</i> ₂₀	O Sistema de Numeração Decimal na formação de professores dos anos iniciais	Raquel Soares do Rêgo Ferreira	PA	2020
<i>PEP</i> ₂₁	Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento: Perspectivas e Articulações, à Luz dos Programas de Pesquisas Lakatosiano	Aline Miranda Da Silva	PA	2021
<i>PEP</i> ₂₂	Percurso de Estudo e Pesquisa: Uma Proposta para aprender Proporcionalidade no Ensino Fundamental	Mariana da Silva Nogueira Ribeiro	SP	2021
<i>PEP</i> ₂₃	Praxeologias da Educação Estatística na formação de professores dos anos iniciais: o caso do pensamento transnumérico	Wilson Monteiro de Albuquerque Maranhão	PA	2021
<i>PEP</i> ₂₄	Um Percurso de Estudo e Pesquisa a Distância em uma Formação Continuada de Professores de Matemática para o Ensino de Quadriláteros	Daysi Julissa García-Cuellar	SP	2021
<i>PEP</i> ₂₅	Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores em cursos de Ciências e Engenharia: Introdução ao Estudo de Vetores	Maritza Luna Valenzuela	SP	2021
<i>PEP</i> ₂₆	Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o Ensino de Integral Dupla: Significados e Praxeologias Mobilizados por Estudantes de Engenharias e de Licenciatura Em Matemática	Ana Karine Dias Caires Brandão	SP	2021

Fonte: Autor (2023)

5.1 CLASSIFICAÇÃO DO PEP (ABERTO, SEMIABERTO E FECHADO)

Realizar um PEP é constituir um sistema didático **S (X, Y, Q)** que se engajará em estudar **Q** num processo de investigação para encontrar uma resposta **R** que satisfaça algumas condições a priori a fim de dar início à investigação. Chevallard (2009a, 2009b, 2011, 2013) amplia esse sistema didático para compor o que chama de sistema Herbatiano, que tem na sua forma reduzida o seguinte aspecto: **S (X, Y, Q) ⇒ R♥**.

Como já mencionamos no capítulo 3, os estudantes X estudam e pesquisam sobre uma pergunta Q sob o comando de Y, com a intenção de produzir uma resposta R para Q. Ressaltamos que essa resposta R♥ é produzida sob certas condições e restrições específicas da instituição do saber, fato pelo qual o símbolo ♥ representa a relatividade dessa instituição.

Engajar-se em tal investigação é embarcar em um Percurso de estudo e pesquisa (PEP) motivado por esta mesma investigação. Para

desenvolver R, de fato, é necessário reunir e organizar um *milieu* (ambiente) de trabalho M que reúna recursos antigos ou novos dos quais X fará uso. Dentre esses recursos, alguns serão respostas "prontas" a Q, validadas por tal ou tal instituição, e que escrevemos para esta R^\diamond ("*R poinçon*"), porque supostamente receberam um "selo" institucional (CHEVALLARD, 2009b, p. 19, tradução nossa).

Nessa dinâmica, a elaboração de R^\heartsuit supõe a mobilidade do sistema didático S em fabricar um *milieu* didático M à construção da resposta para Q, como denotado pelo sistema Herbatiano um pouco mais desenvolvido [S (X, Y, Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit . A análise dessas respostas fornecerá materiais à construção da resposta R, o que nesse momento passará a ser denominada R^\heartsuit . Outras serão obras O da cultura, independentemente da dimensão, o que irá fornecer ferramentas para analisar as respostas R^\diamond e ir construindo a resposta esperada R^\heartsuit (CHEVALLARD, 2009b, p. 20)

Segundo Almouloud *et al.* (2021), algumas das características dos PEP se mostram a partir de quando é gerado pela questão Q, questão geratriz, pois sua resposta não é imediata, em outras palavras, para gerar a resposta Q, faz-se necessário formular outras perguntas derivadas de Q; outra característica é a construção do *milieu* didático M que é simultâneo às construções das respostas, uma vez que o professor não é o detentor absoluto do saber. O autor cita Chevallard (2012), para justificar que os estudantes ampliam suas possibilidades de ação ao formular perguntas, procurar recurso e outras fontes de informação, construir respostas, avaliar e defender os outros estudantes de forma crítica, isto é, o discente precisa mobilizar várias ferramentas praxeológicas de vários quadros da matemática, estabelecendo relações entre diferentes disciplinas.

Desse modo, dependendo da questão geratriz e do gerenciamento dela pelo diretor de estudo, Chevallard (2017) assinala que os PEP podem ser abertos, semiabertos e fechados. Quando o professor impõe certo PEP que leva os alunos a conhecerem as noções matemáticas que foram escolhidas previamente por ele, Chevallard chama de **percurso fechado**. No momento em que o professor de forma sutil escolhe a pergunta para investigação de maneira que, sob certas restrições do contexto, o PEP tenha que passar quase que necessariamente por esta ou aquela obra matemática, o autor denomina de **percurso semiaberto**. Chevallard nomeia de **percurso aberto**, aquele em que o professor/pesquisador desempenha o papel de chefe de investigação, se

conformando em, de vez em quando, impor a decisão de não ir ao encontro de tal obra, que à sua vista parece, ainda, estar fora do alcance dos discentes.

Quadro 6: PEP abertos, semiabertos e fechados

PEP	Descrição	Classificação
PEP ₁	Andrade (2012), discorre que a noção de tarefa fundamental levará a uma investigação que irá gerar as questões determinadas e cujo estudo levará a respostas legitimadas pela classe por meio de certo percurso de estudo e de pesquisa (PEP), não planejado previamente.	Aberto
PEP ₂	Silva (2014), aplica sua investigação no decorrer da disciplina Tendências em Educação Matemática, e que os conhecimentos docentes emergem da construção e apresentação de atividades didáticas e matemáticas manifestada mediante o estudo das obras.	Aberto
PEP ₃	Em Silva (2016), consideramos ainda a intervenção piloto que foi aplicada a um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo, que será apenas indicada nesta pesquisa, uma vez que serviu de base para a redução do PEP aplicado aos estudantes do curso técnico em Edificações, mas que, apesar de ter sido avaliada como muito extensa, não foi analisada em toda a sua dimensão.	Fechado
PEP ₄	Na tese de Pereira (2017), o autor justifica que por causa da extensão praxeológicas, o autor assumiu a metodologia da pedagogia da investigação, na qual propõe um PEP aberto (CHEVALLARD, 2009b, 2009c; ANDRADE, 2012), adaptado para um percurso de formação continuada de professores de Matemática do Ensino Básico, em outras palavras, um PEP-FP Aberto.	Aberto
PEP ₅	Na tese de Mesquita (2017), consideramos como um PEP semiaberto, uma vez que a intervenção deve passar algumas obras sugeridas pelo diretor de estudo, por se tratar de formação de professores pode tomar alguns caminhos mais longos.	semiaberto
PEP ₆	Santos Júnior (2017), justifica quando resume o PEP, no caso em que os estudantes X procurem outros caminhos, é importante levá-los em consideração, avaliar como este novo caminho irá ajudar na busca da resposta R ^v e reestruturar os caminhos no mapa exposto.	Semiaberto
PEP ₇	Matos (2017), justifica que no PEP realizado com os alunos de graduação, eles tiveram um primeiro encontro com os tipos de tarefas matemáticas; em seguida um momento exploratório com intuito da comunidade de estudos tivesse oportunidade de construir e utilizar técnicas potentes; ao que apresentaram novos problemas para que foram enfrentados com o auxílio dos sistemas didáticos auxiliares que continham as obras O. O que justifica a sutileza que os estudos tinham que passar quase que necessariamente pelas obras O de sua análise.	Semiaberto
	Ignácio (2018), discorre que em seu planejamento <i>a priori</i> , essa praxeologia não fazia parte da epistemologia do ensino fundamental da escola pública brasileira e quando	

PEP₈	decidiu que a experimentação da Q_0 aconteceria em uma turma do 6º ano acreditava que o PEP não passaria pelo estudo de grafos não cogitávamos o desenvolvimento de algoritmos.	Semiaberto
PEP₉	O PEP de Benito (2019), foi aplicado em turmas do Ensino Médio e Superior e forneceram elementos para um desenho da formação inicial.	Fechado
PEP₁₀	Em Mineiro (2019), por se tratar de proposições de PEP para os anos finais do Ensino Fundamental, consideramos os PEP fechados.	Fechado
PEP₁₁	Freitas (2019), a partir da proposição do MERA desenvolve o PEP-FP pré-estabelecido, para a aplicação empírica.	Fechado
PEP₁₂	Damasceno (2019), propõe um PEP aberto, uma vez que inicia como ponto de partida uma situação fundamental, a partir da qual o PEP se desenvolve.	Aberto
PEP₁₃	Na tese de Silva (2019), é proposto um PEP específico que torna o tempo escola e tempo comunidade em um só tempo, o de estudo, que a autora denomina de engenharia didática reversa, ou simplesmente EDR, a partir da intenção didática de tornar uma organização praxeológica do campo ou atividade do campo, em uma organização praxeológica com matemática da escola do campo.	Fechado
PEP₁₄	Em Carvalho (2019), foi pensado em propor a questão Q_0 levando em consideração as intenções didáticas previamente estabelecidas pelo autor.	Fechado
PEP₁₅	Sodré (2019) em tese, propôs um PEP Orientado, ou simplesmente PEPO, a partir da orientação do estudo por meio dos três gestos seguintes, que definem uma atividade genuína de MM escolar: G1: Usar praxeologias matemáticas rotineiras da escola de modo customizado. G2: Estudar e, com isso aprender, modelos matemáticos. G3: Criar, mesmo que se reduza apenas à customização, modelos matemáticos para novas situações com Matemática.	Semiaberto
PEP₁₆	Britto (2019), segue os moldes de PEP aplicado a uma comunidade de práticas que Andrade (2012).	Aberto
PEP₁₇	Em Rodrigues (2019), o PEP se desenvolve com todo o quadro das questões geratriz e derivadas preestabelecidas para a sua aplicação.	Fechado
PEP₁₈	Santos (2019), por se tratar de micro PEP, sua estrutura é pré-determinada.	Fechado
PEP₁₉	Braga (2019), propõe o PEP como um sistema didático/metodológico, à resposta da TAD, e ao problema da desarticulação entre tarefas e técnicas desenvolvidas em torno da organização matemática - cálculo de área, numa turma de alunos do curso de graduação em Engenharia, com o objetivo de construir o layout de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para permitir a construção de OM e OD.	Semiaberto
PEP₂₀	Ferreira (2020), finaliza dizendo que o PEP, em sentido amplo, permanece aberto, para novos questionamentos dentro do modelo apresentado.	Aberto

PEP₂₁	Silva (2021), em seu PEP buscou responder a Q_0 que surgiu ao longo do PEP, bem como a diversas outras questões Q_i que emergiram e que provocaram a construção de nossa resposta R^* .	Aberto
PEP₂₂	Ribeiro (2021), pré-estabelece os caminhos pelos quais os alunos terão que trilhar para chegar à resposta R^* , desde as obras, diretrizes curriculares e até a questão geratriz. “Durante o planejamento para o desenvolvimento do PEP, elaboramos um roteiro para cada sessão, em que traçamos possíveis caminhos que os alunos pudessem percorrer após a questão geradora.” (RIBEIRO, 2021, p.52)	Fechado
PEP₂₃	Na tese Maranhão (2021), as sessões do PEP foram realizadas em plataforma de ensino remoto. Portanto, trata-se de um PEP dirigido por essa e essa obra especificamente.	Fechado
PEP₂₄	García-Cuéllar (2021), explicita a intenção de realização de um PEP em que a diretora de estudo foca diretamente em uma investigação sem interromper muito nesse processo, mas direcionando tal e tal obra para o bom caminhar do percurso.	Aberto
PEP₂₅	Valenzuela (2021), afirma que construiu um PEP de forma que permitisse vivenciar ferramentas da Geometria Vetorial que não são geralmente ensinados em matemática, mas que são utilizadas na física ou engenharia. Ou seja, deixa em aberto, mas direciona de vez em quando pra atingir seus objetivos pré-estabelecidos.	Semiaberto
PEP₂₆	No estudo de Brandão (2021), a autora reconhece que ao induzir o meio fornecendo perguntas intermediárias a questão original – Como as obras de Gaudí resistiram as intempéries do tempo? – ela afirma que desenvolveu um PEP fechado (CHEVALLARD, 2017).	Fechado

Fonte: Autor (2023)

5.2 COMPOSIÇÃO DOS SISTEMAS DO PEP

No modelo proposto por Chevallard (2009) temos caracterizado um sistema didático $S(X; Y; Q)$ formado por um grupo de estudantes X , que ajudados pelo grupo Y (grupo de tutores ou professores, podendo Y ser unitário e até mesmo vazio) vão estudar a questão problemática Q , questão geratriz, condutora de uma capacidade de gerar outras questões derivadas (Q_0, Q_1, Q_2, \dots). Na busca por respostas para cada uma das questões derivadas, os grupos debruçam-se ao estudo de obras O_k , compondo a partir daí outros sistemas didáticos auxiliares $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$ e $S_2(X; Y; Q_2)$, ..., em torno destas questões. Sendo assim, descrevemos a seguir como se deu a composição dos sistemas didáticos (principal e auxiliar) em cada percurso de estudo e pesquisa propiciados pelas teses em estudo.

(PEP₁) → **O sistema didático S₁(Y, y, O₁)**, com a obra O₁ de Yussef et al. (2005) utilizada na escola, e dele resulta a formulação de uma resposta R₁: a estrutura de tarefas da obra relativa aos temas são divididos em estudo do ponto, da reta e da circunferência

O sistema didático S₂(Y, y, O₂), em que O₂ refere-se à obra sobre a história e epistemologia da Geometria Analítica, mais precisamente o trabalho de René Descartes (1637).

O sistema auxiliar S₃(Y, y, O₃), a Comunidade decidiu realizar investigações histórico-epistemológicas desse tema matemático de estudo propostos na grade curricular da escola, nesse sentido outras obras (O₃) são incluídas para estudos, mais precisamente, Guedj (2008); Boyer (1974); Eves (2004); e Struik (1989).

Os sistemas auxiliares S₄ e S₅, não foram discutidos.

O sistema S₆(Y, y, O₄), em que a obra (O₄) utilizada é o trabalho de Gascón (2003) que trata dos efeitos do autismo temático sobre o estudo da geometria no Ensino Básico.

O sistema S₇(X, y, p_k), em que X é o conjunto de alunos do terceiro ano, y o professor V membro da Comunidade e p o conjunto de praxeologias matemáticas construídas na comunidade e postas em ação na classe, constituindo-se em organizações didáticas.

(PEP₂) → O PEP desta pesquisa se desenvolveu no sistema didático S (X, Y, Q) em que todos os elementos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7 \in X$ formam o conjunto dos sujeitos da pesquisa, os quais são alunos-professores de um curso de Especialização em Educação Matemática da UFPA. Nessa situação, o pesquisador é representado por Y que busca compreender como se dá a relação do professor com o saber matemático e como esse sujeito constrói a sua prática. Busca-se ainda, entender como o sujeito-professor mobiliza os sujeitos-aprendentes pertencentes a X. Dessa forma, Y desenvolve o percurso constituindo um processo que pode criar os meios necessários à construção e à elaboração de dados e informações que levem à produção de resultados esperados.

No entanto, é necessária uma questão geradora (Q₀), que deve emergir do processo dialógico com os elementos de X. Assim, como mostrado no

transcorrer do PEP que possibilitou a criação de Q_0 = Como construir uma maneira de fazer e justificar, permitindo ao professor compreender o saber matemático sobre o objeto Análise Combinatória, considerando sua transacionalidade, face ao currículo escolar e sua articulação com outros objetos?

Dessa forma, um ambiente de estudo foi criado com os elementos de X , sob a orientação e supervisão do autor (Y), em que foi possível produzir pelo menos uma maneira de elaborar um dispositivo didático capaz de trazer resposta à Q_0 , portanto, para que isso pudesse eclodir, foi constituído o sistema didático $S(X, Y, Q_0)$ que necessitou de ferramentas, de recursos, em resumo, de um milieú didático M específico.

(PEP₃) ➔ Ao início do PEP dessa pesquisa e, ao longo das sessões, o sistema didático (S) esteve assim definido, ou seja, $S(X; Y; \heartsuit)$, no qual, o X – o grupo de estudantes do último ano do curso de Edificações de uma unidade do SENAI – SP; o Y – os companheiros da dupla, o mediador/investigador, as pesquisas na internet, o AutoCAD e o professor do SENAI; e o desafio didático \heartsuit dessa pesquisa – resumidamente, a questão geradora (Q_0) foi: Projetar uma edícula de três cômodos (um banheiro, uma cozinha e um quarto) de maneira que o orçamento total para o acabamento da edícula não ultrapasse 35 mil reais, ou seja, determinar a quantidade mínima de materiais para o acabamento desta obra. Silva (2016), a partir desse sistema buscou resposta R^\diamond em sistemas auxiliares implícitos no texto.

(PEP₄) ➔ As sessões do PEP foram modeladas em conformidade com os sistemas didáticos $S(X; Y; Q)$, $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$, $S_2(X; Y; Q_2)$ e $S(X; Y; Q_x)$. Entenda-se que os sistemas didáticos S_0 , S_1 e S_2 são auxiliares de $S(X; Y; Q)$, e todos eles estão subordinados ao sistema didático $S(x; y; \heartsuit \rightleftharpoons Q)$. O sistema didático S e seus auxiliares nortearam as 11 sessões do PEP.

(PEP₅) ➔ Um Sistema didático solitário (principal) sobre o saber resolução de equações do segundo grau, entendida na tese como um MEPR₁, evidencia-se no estudo realizado em $S_0(\rho, Q_0)$ associado ao sistema didático solitário $S_0(\rho,$

MER₀) e Cinco sistemas didáticos auxiliares $S_1(X; Y; Q_1)$, $S_2(X; Y; Q_2)$, $S_3(X; Y; Q_3)$, $S_4(X; Y; Q_4)$, $S_5(X; Y; Q_5)$.

(PEP₆) → Santos Júnior (2017), compõe o sistema didático principal com (X, Y, Q_0) , em seguida, para responder à Q_0 surgem os sistemas didáticos auxiliares (X, Y, Q_1) , (X, Y, Q_2) , (X, Y, Q_3) , ..., (X, Y, Q_9) .

(PEP₇) → O PEP nessa formação inicial assume três principais sistemas didáticos, que demonstramos por S_1 e S_2 e S_3 . O Sistema auxiliar S_1 orienta os estudos do pesquisador para a elaboração do MER, dizemos que é do tipo $S_1(X; \emptyset; Q_1)$, no qual $X = \{x_1\}$ e x_1 simboliza o pesquisador estudando e elaborando o MER.

O sistema didático auxiliar S_2 , o qual será tratado no capítulo VI constitui as etapas de sala de aula, denotaremos por $S_2(X; Y; Q_2)$. Nesse sistema didático, $X = \{x_{2,1}; x_{2,2}; x_{2,3}; \dots; x_{2,n}\}$, são os alunos em formação inicial do curso Licenciatura em Matemática do IFPA; $Y = \{y_1\}$, representa o professor ministrante da disciplina AL (diretor de estudo).

O terceiro sistema didático auxiliar, $S_3(X_2; Y; Q_3)$, apresentado no capítulo VI, possibilitou aos diretores de estudo dialogar sobre o bloco do saber-fazer ($[T, \tau]$) da TAD.

(PEP₈) → Ignácio (2019) forma o sistema didático principal com (X, Y, Q_0) em busca da resposta ótima R^\forall , contudo para se chegar a essa resposta, a questão inicial se desdobra em outras questões ($Q_1, Q_{1.1}, \dots, Q_2, \dots, Q_3$) resultando na composição de sistemas didáticos auxiliares (X, Y, Q_1) , $(X, Y, Q_{1.1})$, ..., (X, Y, Q_2) , ..., (X, Y, Q_3) .

(PEP₉) → Benito (2019), implicitamente descreve a composição de um sistema didático principal $S(X, Y, Q_{0FP})$, ao passo que outras questões derivadas Q_i surgem durante o PEP-FP, as quais são necessárias à formação de outros sistemas, agora auxiliares para investigar e responder às questões derivadas, a saber $S_1(X, Y, Q_1)$, $S_2(X, Y, Q_2)$, ..., $S_n(X, Y, Q_n)$.

(PEP₁₀) → Mineiro (2019), quando propõe os PEP deixa implícito a composição dos sistemas didáticos por parte do diretor de estudo. Dessa feita, temos a composição de um sistema didático principal $S_0 (X, Y, Q_0)$ e vários sistemas didáticos auxiliares, como por exemplo: $S_1 (X, Y, Q_1)$, $S_{1,1} (X, Y, Q_{1,1})$, $S_2 (X, Y, Q_2)$, $S_{2,1} (X, Y, Q_{2,1})$, $S_{2,2} (X, Y, Q_{2,2})$, $S_{2,3} (X, Y, Q_{2,3})$, $S_{2,4} (X, Y, Q_{2,4})$, $S_{2,5} (X, Y, Q_{2,5})$, $S_3 (X, Y, Q_3)$.

(PEP₁₁) → No PEP-FP de Freitas (2019), foi desenvolvido um percurso em que fica implícito a composição dos sistemas didáticos por parte do diretor de estudo. Diante disso, os sujeitos em grupos formavam sistemas didáticos, no qual o primeiro $S (X, Y, Q_0)$, trata da composição de um sistema didático principal e, por conseguinte, vários sistemas didáticos auxiliares, como por exemplo: $S_1 (X, Y, Q_1^D)$, $S_2 (X, Y, Q_2^D)$, $S_{1,M} (X, Y, Q_1^M)$, $S_{2,M} (X, Y, Q_2^M)$, $S_{3,M} (X, Y, Q_3^M)$, $S_{1,DM} (X, Y, Q_1^{DM})$, $S_{3,DM} (X, Y, Q_3^{DM})$, $S_{31,DM} (X, Y, Q_{31}^{DM})$, $S_{32,DM} (X, Y, Q_{32}^{DM})$, $S_{33,DM} (X, Y, Q_{33}^{DM})$, $S_{4,DM} (X, Y, Q_4^{DM})$, $S_{41,DM} (X, Y, Q_{41}^{DM})$, $S_{42,DM} (X, Y, Q_{42}^{DM})$, $S_{43,DM} (X, Y, Q_{43}^{DM})$, $S_{44,DM} (X, Y, Q_{44}^{DM})$, $S_{45,DM} (X, Y, Q_{45}^{DM})$ e $S_{46,DM} (X, Y, Q_{46}^{DM})$.

(PEP₁₂) → Damasceno (2019), toma como referência o **Sistema Didático** da TAD e da sua aplicação sobre os momentos metodológicos organizados, sistematizamos, nesta pesquisa, a sua aplicação da seguinte forma: Dado o sistema $S (X, Y, Q_0) \rightarrow R$, a variável (X) corresponde ao **grupo de licenciando da turma de 2016**, do tema “Linguagem e Conhecimento IV”, do Curso de Licenciatura Integrada – IEMCI, da Universidade Federal do Pará; (Y) o **diretor de estudo**, direcionado na sua maior parte, pelo autor da pesquisa (Y); e o sistema didático se deu em torno do seguinte questionamento: **Quais praxeologias para Educação Financeira podem atender as exigências da sociedade e dar maior amplitude curricular no ensino básico?** Que está direcionando para a possível resposta do sistema que se denominou de R .

O que implicitamente aparece na pesquisa de Damasceno são os sistemas auxiliares formados pelos sujeitos em busca da resposta aos questionamentos derivados da pergunta geratriz Q_0 . A saber, temos: $S_1 (X, Y, Q_1)$, $S_2 (X, Y, Q_2)$, $S_3 (X, Y, Q_3)$, $S_4 (X, Y, Q_4)$, $S_5 (X, Y, Q_5)$, $S_6 (X, Y, Q_6)$ e $S_7 (X, Y, Q_7)$.

(PEP₁₃) ➔ A EDR assentou-se, especificamente, na construção de uma transposição didática para a escola do campo, que aqui desenvolvemos a partir do saber sábio da comunidade de Pacuí de Cima sobre a construção e uso do matapi e, dessa forma, o processo formativo com os professores e produtores de matapi ocorreu por meio de um sistema didático da forma: **S (X; Y, Q;)**.

(PEP₁₄) ➔ No PEP de Carvalho (2019), foi composto inicialmente para cada tarefa básica o sistema didático principal (X, Y, Q_i). Assim, para cada nova pergunta Q_{i1}, surgia outro sistema (Y, X, Q_{i1}). Para um jogo didático proposto pelo autor, a figura y (aqui o pesquisador) recupera as perguntas no sistema didático $S(Y, X, \wp) \rightarrow S(Y, X, Q)$. Y representa o professor ou quem tem intenção de ensinar; X, um conjunto de pessoas que vão aprender, \wp uma obra; e Q, as questões que motivaram o jogo didático.

(PEP₁₅) ➔ O conjunto de professores em formação inicial, que participaram das sessões de estudo, foi simbolizado por $= \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, coordenados pelo diretor de estudo Y – nesse caso, o pesquisador - constituindo o sistema didático principal designado por S_i (X, Y, Q_i), em que Q_i são as questões. Desse sistema didático, derivam-se sistemas didáticos auxiliares descritos por:

{S₁ (X, Y, Q₁), S₂ (X, Y, Q₂), ..., S_n (X, Y, Q_n)}.

(PEP₁₆) ➔ Em Britto (2019), o percurso foi caracterizado por meio do sistema de investigação modelado inicialmente por S_i (Q₀, X_r, Y_c), em que a pessoa X_r, definida como o orientador dos estudos, e Y_c, o investigador, para construir possíveis respostas a esta questão. Diante da questão, é produzido o meio de onde emergem respostas preliminares quando se se consultam as obras; no estudo das respostas preliminares e das obras surgem novos questionamentos, que se organizam compondo o meio onde se desenvolve a investigação, como $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m, Q_{m+1}, \dots, Q_p\}$. Em consequência, o autor cita Chevallard (2016) para apresentar seu modelo investigativo que se configura da seguinte forma: $[S_i (Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$, em que R[♥] seria a resposta ótima que se espera chegar. Desse modo, para o PEP (P) a partir da questão Q₁, tem-se os sistemas $[S_1 (Q_1, X_1, Y_1) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$; para a questão Q₂, tem-se $[S_2 (Q_2,$

$X_2, Y_2) \rightarrow M] \rightarrow R^\forall$; para a questão Q_3 , tem-se $[S_3 (Q_3, X_3, Y_3) \rightarrow M] \rightarrow R^\forall$, assim sucessivamente.

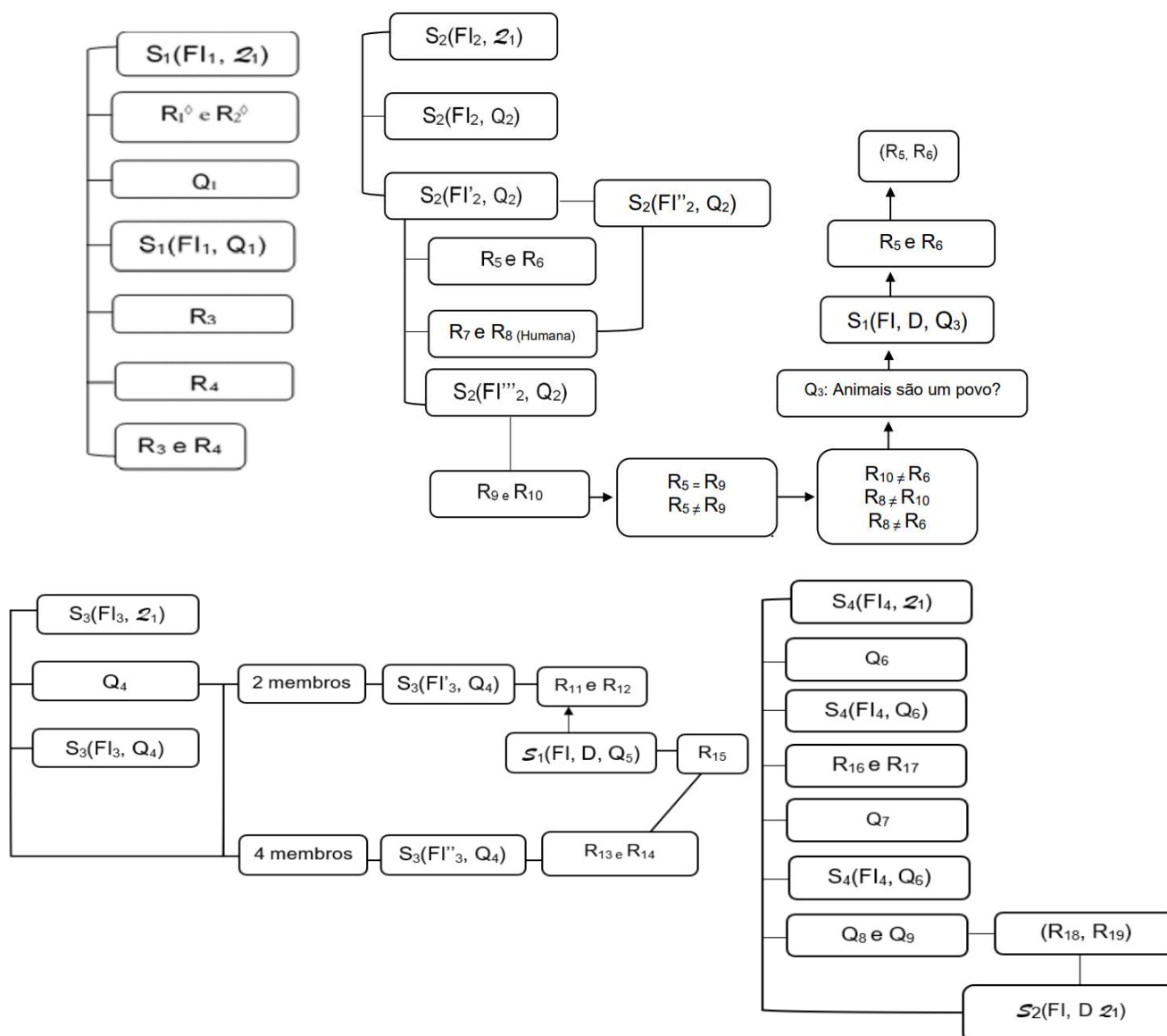
(PEP₁₇) ➔ No PEP de Rodrigues (2019), fica implícito que a cada questão Q_i a investigação fica em torno do sistema didático $S (X, Y, Q_i)$. Desse modo, os participantes formaram o sistema didático principal $S (X, Y, Q_0)$, porém, à medida que as questões derivadas entravam em pauta, novos sistemas didáticos eram compostos, vários sistemas didáticos auxiliares, como por exemplo: $S_1 (X, Y, Q_1)$, $S_{1,1} (X, Y, Q_{1,1})$, $S_{1,2} (X, Y, Q_{1,2})$, $S_{1,3} (X, Y, Q_{1,3})$, $S_{1,3,1} (X, Y, Q_{1,3,1})$, $S_{1,3,2} (X, Y, Q_{1,3,2})$, $S_{1,3,3} (X, Y, Q_{1,3,3})$, $S_2 (X, Y, Q_2)$, $S_{2,1} (X, Y, Q_{2,1})$, $S_{2,2} (X, Y, Q_{2,2})$, $S_{2,2,1} (X, Y, Q_{2,2,1})$, $S_{2,2,1,1} (X, Y, Q_{2,2,1,1})$, $S_{2,2,1,2} (X, Y, Q_{2,2,1,2})$, $S_{2,2,2} (X, Y, Q_{2,2,2})$, $S_{2,2,2,1} (X, Y, Q_{2,2,2,1})$, $S_{2,2,2,2} (X, Y, Q_{2,2,2,2})$.

(PEP₁₈) ➔ Santos (2019), baseada nos autores Barquero, Bosch e Gascón (2011), discorre que no planejamento de cada PEP (micro PEP), foram elencados, a partir do conjunto $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \text{ e } Q_5\}$ sistemas didáticos de estudo. Santos (2019), descreve suas sessões com a composição didática dos sistemas, por exemplo, sessão 1: sistema $S_1(X_1, Y, Q_0)$, sessão 2: sistema $S_2(X_2, Y, Q_0)$, Sessão 3: $S_3(X_3, Y, Q_1)$, Sessão 4: $S_4 = \{X_4, Y, Q_2\}$, Sessão 5: $S_5 = \{X_5, Y, Q_2\}$, Sessão 6: $S_6 = \{X_6, Y, Q_3\}$, Sessão 7: $S_7 = \{X_7, Y, Q_4\}$ e Sessão 9: $S_9 = \{X_9, Y, Q_4\}$ e Sessão 8: $S_8 = \{X_9, Y, Q_5\}$.

(PEP₁₉) ➔ (Braga, 2019) Assim, encontramos, inicialmente, de forma solitária, $X = 0, S (Y; Q_\pi)$. Em seguida no PEP, tem-se o sistema didático principal $S (X, Y; Q)$. O Sistema Didático $S (X, Y; Q_0)$, por sua vez, corresponde à aplicação das tarefas junto aos alunos, e ocorreu em nove encontros.

(PEP₂₀) ➔ No PEP de Ferreira (2020), o sistema didático principal $S_1(FI, D, Q_1)$ foi instalado com a intenção de colocar a prova os elementos de respostas de cada sistema didático auxiliar $S_k(FI_k, Q_1)$. Assim, cada $S_k(FI_k, Q_j)$ difundiu e defendeu sua resposta mediante o sistema didático $S_k(FI, D, Q_j)$, que formaram sistemas didáticos auxiliares e que teve o papel de ratificar, retificar ou rejeitar essas respostas frente aos questionamentos da classe $[FI, D]$. Abaixo temos a trajetória dos percursos dos FI_1 a FI_4 :

Figura 6: Sistemas didáticos de Ferreira (2020)



Fonte: Ferreira (2020, p. 120, 129, 135, 141)

(PEP₂₁) → Em Silva (2021), foi configurado o sistema didático $S(x; y; \heartsuit \uparrow \rightleftharpoons Q)$, em que x , são os professores de matemática em formação continuada, y , os diretores de estudo das sessões do PEP e Q , o balizador do surgimento das questões derivadas Q_1, Q_2, \dots, Q_6 .

Dessa forma, a autora na aplicação do PEP escolhe orientadores de estudos para cada discussão e constituição de sistemas auxiliares $S_x(x, y, Q_x)$ emergentes de cada investigação, em busca de respostas às questões Q_x , formando assim, sistemas didáticos, como: $S_1(x, y, Q_1)$, $S_2(x, y, Q_2)$, $S_3(x, y, Q_3)$, $S_4(x, y, Q_4)$, $S_5(x, y, Q_5)$, $S_6(x, y, Q_6)$.

(PEP₂₂) ➔ No PEP de Ribeiro (2021), foi abordado a dialética indivíduo-coletivo, de acordo com Chevallard (2013), esta situação corresponde à divisão de responsabilidades no processo de estudo da questão geradora Q_0 , ou seja, a responsabilidade do coletivo de alunos “x” no processo de busca pela resposta “R”. A qual destaca, também, que os grupos de “x” são resultantes do sistema didático “S”, em que o professor “y” não participa de forma ativa, pois as decisões são tomadas nos grupos dos alunos. Nesse sentido, fica implícito a formação do sistema didático principal $S(x, y, Q_0)$.

(PEP₂₃) ➔ Maranhão (2021), afirma que em sua pesquisa construiu, juntamente com seu orientador, dois PEP, um da Investigação - PEP(I) - e outro da Prática - PEP(P). Sobre o PEP(P), ele relata que foi o PEP realizado de forma remota com os estudantes e, os autores eram os diretores de estudo. Sem contar com os sistemas didáticos solitários de cada aluno dentro do PEP(P), contabilizou-se 6 (seis) sistemas didáticos, são eles: 1) $S_{x1_1}(X, Y, Q_{x1_1})$ - Sistema formado para estudar a questão "O que seria educação estatística?" que foi realizada pelo estudante x_1 . 2) $S_{O3}(X, Y, O_3)$ - Sistema didático constituído para o estudo da obra O_3 . 3) $S_p(X, Y, Q_p)$ - Sistema didático da prática criado para estudar a questão geratriz - Q_p - do PEP(P). 4) $S_{p_1}(X, Y, Q_{p_1})$ - Sistema realizado para estudo da questão Q_{p_1} , que versava sobre a transnumeração e os documentos oficiais (PCN e BNCC). 5) $S_{p_2}(X, Y, Q_{p_2})$ - Sistema realizado para estudo da questão Q_{p_2} , que abordava a transnumeração os livros didáticos. 6) $S_{p_3}(X, Y, Q_{p_3})$ - Sistema realizado para estudo da questão Q_{p_3} , que tratava da elaboração de tarefas de transnumeração pelos estudantes.

(PEP₂₄) ➔ García-Cuéllar (2021), implicitamente descreve a composição de um sistema didático principal $S(X, Y, Q_{0FP})$, o qual fez emergir nos grupos de estudo outras questões derivadas Q_i durante o PEP-FP, que levaram à formação de outros sistemas auxiliares para investigar e responder às questões derivadas, a saber $S_1(X, Y, Q_1)$, $S_2(X, Y, Q_2)$, $S_{2,1}(X, Y, Q_{2,1})$..., $S_n(X, Y, Q_n)$.

(PEP₂₅) ➔ Considerando que cada grupo (4 grupos analisados) para responder à Q₀ desenvolve as questões derivadas e outras subquestões derivadas que surgem em cada grupo.

(PEP₂₆) ➔ Brandão (2021), em seu PEP, proporciona a análise do sistema didático constituído pelos indivíduos X (estudantes de licenciatura em matemática e engenharias) sob a direção de uma pessoa Y (a autora da desta pesquisa), que se reúne para estudar um objeto (as integrais duplas), uma obra. A tríade S (X, Y, O) compõe o sistema didático e demarca a “frontière topogénétique” (CHEVALLARD, 2010, p.7) entre professor e estudantes.

Dessa maneira, no PEP de Brandão (2021), implicitamente para cada questão Q_k a investigação se dá em torno do sistema didático **S (X, Y, Q_k)**. Assim, os participantes formaram o sistema didático principal em torno de Q₀, por exemplo **S (X, Y, Q₀)**, no entanto, para cada questão derivada, entra em vigor, um novo sistema didático, o que se configura em vários sistemas didáticos que auxiliam na busca de R, como por exemplo: **S₁ (X, Y, Q₁)**, **S₂ (X, Y, Q₂)**, **S₃ (X, Y, Q₃)**, **S_{3.1} (X, Y, Q_{3.1})**, **S_{3.2} (X, Y, Q_{3.2})**, **S_{3.3} (X, Y, Q_{3.3})**, **S_{3.3.1} (X, Y, Q_{3.3.1})**, **S_{3.4} (X, Y, Q_{3.4})**, **S_{3.5} (X, Y, Q_{3.5})**, **S_{3.6.1} (X, Y, Q_{3.6.1})**, **S_{3.6.1.1} (X, Y, Q_{3.6.1.1})**, **S_{3.7} (X, Y, Q_{3.7})**, **S_{3.7.1} (X, Y, Q_{3.7.1})**, **S_{3.7.2} (X, Y, Q_{3.7.2})**, **S_{3.7.3} (X, Y, Q_{3.7.3})**.

Essas análises dos sistemas didáticos nos PEP, que foram desenvolvidos nas teses investigadas nessa pesquisa, mostram que estes sistemas didáticos têm como principais características a interação entre os componentes: prática de ensino, prática de aprendizagem, processo de transposição didática e a consideração do contexto cultural e social dos participantes.

Em todas as pesquisas, os autores usam a noção de sistema didático, representados por S (X; Y; Q), onde X são os estudantes (ou aprendizes); Y são os professores (ou mediadores do conhecimento); Q é a questão associada aos objetos do conhecimento ou saberes.

No que tange as interações nas teses, X, Y e Q interagem em um sistema dinâmico e complexo, onde o conhecimento é construído e reconstruído constantemente. O PEP destaca a importância da relação entre os estudantes, os professores e os objetos de conhecimento no processo de ensino e aprendizagem.

Em relação das práticas de ensino, os PEP enfatizaram a importância de uma abordagem dialógica e reflexiva para o ensino e a aprendizagem. Isso significa que os professores se engajaram em um processo contínuo de questionamento e análise, ajustando suas estratégias pedagógicas para atender às necessidades de seus alunos e ao conteúdo específico do conhecimento em estudo.

Em relação as práticas de aprendizagem, nos PEP o aprendizado se mostrou um processo ativo e construtivo, no qual os alunos foram incentivados a questionar, investigar e explorar os objetos de conhecimento. Dessa forma, a aprendizagem foi vista como um processo de construção e reconstrução do conhecimento, onde os alunos participaram de atividades que os ajudaram a desenvolver uma compreensão mais profunda e significativa do objeto matemático em jogo.

No que tange a transposição didática, se mostrou em um conceito central nos PEP, uma vez que descreveram o processo pelo qual o conhecimento é transformado de um "saber sábio" (conhecimento produzido pelos especialistas) para um "saber ensinável" (conhecimento que pode ser ensinado e aprendido em um contexto educacional). Diante disso, implicou a seleção, organização e adaptação do conteúdo para torná-lo adequado e acessível aos alunos.

Já no que respeita ao contexto cultural e social, os PEP analisados reconheceram que o ensino e a aprendizagem são influenciados pelo contexto cultural e social no qual ocorrem. Isso significa que as práticas de ensino e aprendizagem devem ser adaptadas às características específicas do contexto em que estão inseridas, levando em consideração as normas, valores e expectativas culturais e sociais dos participantes.

5.3 DINÂMICA DE MODELO DE ENSINO

Com a finalidade de analisar com mais detalhes a construção dos modelos produtores de conhecimento para a sala de aula no âmbito do PEP, levando em consideração que esses modelos têm funções metodológicas, focaremos no tipo de modelo utilizado para o ensino de determinado conteúdo associado aos fenômenos da vida social.

“Trata-se ou construções teóricas que a ciência social apresenta para ordenar conceitualmente a realidade empírica. Por isso, não se deve confundir o sistema empírico modelado, que é sempre infinitamente complexo, com o modelo cujo função não é copiar o sistema, mas produzir conhecimento sobre o mesmo (GASCÓN, 2018, 56).

Dessa maneira, Gascón (2018) discorre que a Didática da Matemática, a relatividade institucional do saber e a entrada do saber matemático nos problemas didáticos, contribuíram para que esta disciplina assumisse a responsabilidade de analisar os modelos epistemológicos do saber matemático presentes nas instituições envolvidas nos processos de transposição didática (na escola).

Para considerar a matemática escolar como objeto de estudo da didática (analisar a matemática presente na instituição – matemática institucionalizada), Gascón (2018), declara que se fez necessário construir modelos epistemológicos específicos dos mais diversos contextos da atividade Matemática, com a finalidade de considerá-los como sistemas de referência úteis para analisar os modelos dominantes nas mais diversas instituições.

Assim, podemos considerar o PEP, como um Modelo Didático de Referência (MDR) gerador/consumidor de Modelos Praxeológicos de Referência (MPR). A seguir, apresentamos o quadro com os modelos de ensinos nos PEP analisados nesta pesquisa (Quadro 7).

Quadro 7: Modelos de Ensino nos PEP analisados

PEP	Modelo
PEP ₁	Propõe um PEP com professores de uma comunidade de prática com objetivo de construir um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o ensino de geometria analítica plana, durante o decurso desse PEP.
PEP ₂	Percebemos que no PEP de Silva (2014), a partir das discussões sobre as questões, foram compondo a estrutura inicial do modelo denominado (pelo autor) de transacional-articulador (MTA) , cuja função era transformar em mecanismo disponível a potencializar a relação do professor com o saber matemático e assim contribuir para compreensão de que os conhecimentos do professor, só tem sentido, se pensados de maneira articulada, considerando prioritariamente, ao menos o terno (objeto-didática-currículo) o qual o autor toma como baliza a junção dos três conhecimentos proposto por Shulman (1986) e que tem implicação direta com o saber. O autor conclui que se aprofundar nas análises em termos da TAD, poderia se dizer que o mapeamento de maneiras de agir e pensar desses professores antes dos percursos formativos refletiriam modelos epistemológicos empíricos e/ou espontâneos , pelo fato de não se questionar o saber no contexto do sistema didático.
	Na pesquisa de Silva (2016), o MER foi elaborado com base nos estudos de Sierra (2006), em particular nessa pesquisa, o autor se aprofunda em pontos de outras pesquisas que o auxiliou na elaboração do MER, ao passo que ao

PEP ₃	observar os estudos realizados por Sierra (2006) o auxiliou a adaptar um MER sobre grandezas e suas medidas para o caso das grandezas comprimento e área, de maneira que este último pôde ser discutido e avaliado pela comunidade científica. O MER foi construído antes para a aplicação durante o PEP. O qual complementou os fundamentos do PEP, auxiliando no desenvolvimento do desenho e da experimentação e na validação dos resultados da intervenção.
PEP ₄	O autor realiza um PEP intermediado por uma Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) para o ensino de polinômios. O MEA foi elaborado pelo autor, cuja gênese do modelo advém dos estudos de Floriani (2000) e é ampliado com a fundamentação da TAD (Chevallard 1999, 2002, 2009a; Pereira 2012).
PEP ₅	Modelo Epistemológico Pessoal de Referência (MEPR) - Concebido durante o percurso de estudo e pesquisa, tendo vários estágios. Contudo, esse modelo foi desenvolvido a partir de um MER já existente.
PEP ₆	Em Santos Júnior (2017), diante dos resultados produzidos pela análise ecológica, foi construído um Modelo Epistemológico de Referência para o estudo do domínio da matemática financeira e conseqüente apoio aos Modelos Didáticos de Referência, propostos no trabalho, a saber o PEP.
PEP ₇	Como resposta a questão problema, propõe um Modelo Epistemológico de Referência (MER), composto por um sistema de tarefas constituídos a partir de um estudo histórico epistemológico em obras originais, além da constituição de um percurso de estudo e pesquisa, que foi utilizado como metodologia de ensino em um curso de graduandos de Matemática.
PEP ₈	Ignácio (2019), considera em sua pesquisa o PEP como Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) para analisar suas condições e restrições em sua implementação na Educação Básica.
PEP ₉	Benito (2019), em sua pesquisa realizou o desenvolvimento de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para a geometria das Cônicas para em seguida construir o PEP-FP, que ao final do PEP-FP aplicado, ofereceu subsídios para a reformulação de MER.
PEP ₁₀	Mineiro (2019), apoiado inicialmente no estudo da dimensão epistemológica, que se relaciona ao estudo da gênese e do desenvolvimento do saber matemático associado às inequações, concebeu um Modelo Epistemológico de Referência (MER). O autor fundamentado por esse modelo, empreendeu um estudo da dimensão econômico-institucional, que se refere ao exame das praxeologias que podem se desenvolver para o estudo das inequações na Educação Básica, em busca das características do Modelo Epistemológico Dominante (MED), ou seja, do modo como o saber associado às inequações é descrito e interpretado nos livros, manuais e diretrizes para a Educação Básica no Brasil e de como os reflexos dessa interpretação, cristalizados em um Modelo Didático Dominante (MDD) se refletem no ensino. Por fim, o autor propõe um Modelo Didático de Referência (MDR), que serviu de base à elaboração de percursos de estudo e pesquisa para o ensino de desigualdades e inequações.
PEP ₁₁	Freitas (2019), relata que as etapas de pesquisa se constituíram na estruturação e análise de modelos epistemológicos, no que se refere à geometria analítica plana, só para em seguida realizar o desenvolvimento de PEP de formação profissional (PEP-FP). Dessa forma, a autora se debruça em pesquisas de obras do século XVII e outras para identificar um MER para a geometria analítica plana. Com base nesses estudos, nos documentos oficiais, nos manuais escolares e na geometria analítica presente na licenciatura em Matemática, a autora constitui o Modelo Epistemológico Dominante (MED), para, enfim, conceber um Modelo Epistemológico de Referência Alternativo (MERA).

PEP₁₂	Em Damasceno (2019), a partir da construção da resposta R [▼] , desemboca na construção do Modelo de Letramento em Educação Financeira (MLEF), o qual o autor apresenta em sua tese.
PEP₁₃	Silva (2019), busca compreender as práticas do campo para, então, reconstruí-las como organizações praxeológicas com matemática, no sentido da matemática mista (CHEVALLARD, 2013), em nosso caso, articulando de modo híbridos os saberes da matemática escolar com saberes de práticas tradicionais do campo, propomos um percurso de estudo e investigação, que integra comunidade do campo e sua escola.
PEP₁₄	No PEP de Carvalho (2019), no segundo bloco, apresenta uma discussão no âmbito da problemática ecológica, em que propõe a infraestrutura didático-matemática para a experimentação de um Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP, que implementa um Modelo Praxeológico Alternativo (MPA).
PEP₁₅	A tese de Sodré (2019), mostra que as sessões de estudos permitiram a construção de uma trajetória possível a partir do PEPO, que pode ser inclusive, aqui compreendido como um Modelo Epistemológico de Referência Orientado (MERO) para o ensino de MM escolar a partir do estudo de situações em contextos concretos que se desdobraram no estudo de outras situações.
PEP₁₆	Britto (2019), na comunidade de prática faz uso do Modelo Epistemológico de Referência Vigente (MERV), até então, na instituição, cuja intenção é a reconstrução da ODM frente a esse modelo, construindo assim, o Modelo Epistemológico de Referência Reconstruído (MERR), o qual foi usado no PEP (P).
PEP₁₇	Na pesquisa de Rodrigues (2019), o PEP aplicado consta de uma ficha diagnóstica e da ficha de trabalho e da questão geratriz, tal material foi desenvolvido juntamente com os Percursos Matemáticos (PM) e o MER, ambos com a intenção de serem usados como referência na resolução da questão geratriz.
PEP₁₈	Santos (2019), não cita explicitamente um Modelo Epistemológico de Referência para uso nos micro-PEP, por conseguinte faz referência à necessidade de uso de um modelo científico que possa descrever as atividades de formação de professores nas instituições de formação, e, por outro lado, bem como problematizar, questionar, analisar, avaliar as propostas de formação existentes e as que estão para ser construídas por meio de um rigoroso estudo científico. Dessa forma, vale ressaltar que a autora faz um estudo bem detalhado nos livros didáticos sobre o ensino de geometria, como também nos parâmetros curriculares nacionais no que tange ao ensino de geometria, como modelo para ensino desse objeto nos PEP.
PEP₁₉	Foi realizado um estudo de obras em documentos oficiais para a identificação do MED (Modelo Epistemológico Dominante) que vive na instituição. Para dar um panorama do PEP desenvolvido à construção da Organização Didático-Matemática (ODM) que resultará no <i>layout</i> do MER, a sabe: noção de área como grandeza - Uso da RA no ensino de cálculo de área de planta baixa - Organização (OMD) em um Tipo de Tarefa (T2) subdividida em 8 tarefas
PEP₂₀	Ferreira (2020), confirma que o PEP foi realizado com auxílio de um Modelo Praxeológico de Referência (MPR) a respeito do processo de quantificação a partir de uma situação geradora, proposto pela autora. A autora discorre baseada em Stevin (1585), no sentido da existência de um isomorfismo operatório entre numeral e quantidades físicas de unidades, em que fosse possível manipular ou operar, assim como idealizar um modelo praxeológico de referência (MPR), que permitisse a construção de numerais posicionais a partir de situações de quantificações de unidades de grandezas físicas.

PEP₂₁	Silva (2021), usa os princípios de modelo contidos em Lakatos (1978) para embasar a estrutura composicional do PEP. Durante a aplicação do PEP emergiu novas nuances adaptativas e após a aplicação tem-se uma estrutura composicional de PEP que pode ser replicada em outros ambientes. Criação de um novo Modelo Epistemológico Adaptado (MEA).
PEP₂₂	No PEP de Ribeiro (2021), não há a citação de nenhum modelo específico para a realização do PEP, contudo, a autora faz em consonância a TAD, a identificação das praxeologias, ou seja, relações institucionais existentes sobre as noções de razão e proporção, mais especificamente, a proporcionalidade, a partir da análise documental da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), também com o intuito de analisar as relações institucionais, foram selecionados dois livros didáticos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD, 2020) – Ensino Fundamental – Anos Finais. Tudo previamente para que, durante o PEP, essas análises já estivessem consolidadas e as atividades de estudo e pesquisa estivessem bem estruturadas. Portanto, ao final do PEP tem-se uma estrutura de modelização que pode ser replicada em outros contextos, tornando-se um Modelo Praxológico Alternativo para o ensino de proporcionalidade.
PEP₂₃	Como em nossa pesquisa não identificamos nenhum MER, MPR e MDR constituídos para a transnumeração na formação de professores dos anos iniciais, o autor buscou realizar um estudo epistemológico do objeto e como o PEP(P) constitui uma proposta de abordagem didática na formação de professores, porém, no texto da tese, não foi elaborado um modelo de referência, podendo este ser constituído posteriormente em artigos elaborados a partir de um olhar mais direcionado sobre a pesquisa e sobre a tese.
PEP₂₄	García Cuéllar (2021), realiza sua pesquisa em um planejamento metodológico desenvolvido em quatro fases, enfatizando que na primeira (que envolve as análises preliminares), a pesquisadora faz um estudo epistemológico de quadriláteros para a construção de um Modelo Epistemológico de Referência – MER e um estudo econômico e ecológico de quadriláteros para identificar o Modelo Dominante – MD no sistema educativo peruano.
PEP₂₅	Primeiro, a autora explicitou o MER para identificar as praxeologias que apresentam a razão de ser do estudo dos vetores. Com base no MER se identificou o Modelo Epistemológico Vigente (MEV). Os dois modelos permitiram identificar os elementos para a questão geratriz do PEP.
PEP₂₆	Na pesquisa de Brandão (2021), a construção do MER para o desenvolvimento do PEP se apoiou em modelos epistemológicos para a Integral Dupla construídos em diferentes contextos históricos, como pode ser constatado nos modelos epistemológicos criados por Leonhard Euler, Ostrogradsky e Leithold. A autora propõe o modelo epistemológico de referência que compreende a organização matemática e a didática planejada para a institucionalização dos objetos matemáticos: Superfície Quádrica e Integral Dupla. Dessa forma, o MER proposto por Brandão (2021), constituiu em um dos momentos do desenvolvimento do PEP, o que levou a realização (induzida) de uma pesquisa em livros de Geometria Analítica (WINTERLE, 2000; LEHMANN, 1970; STEINBRUCH e WINTERLE, 1986) e de Cálculo Diferencial e Integral selecionando, de acordo com os interesses da autora, as partes que poderiam promover significados distintos dos apresentados nos modelos e atender ao objetivo deste estudo.

Nas análises e abordagens das características e dinâmicas nos PEP desenvolvidos, a dinâmica desses Modelos de Ensino envolveu a análise e comparação entre os modelos, bem como a identificação de lacunas e necessidades de aprimoramento no ensino e na aprendizagem (condições e restrições reveladas). A interação entre esses modelos permitiu aos diretores de estudo refletirem sobre suas práticas, adaptarem e modificarem suas abordagens pedagógicas e buscarem soluções inovadoras e eficazes para melhorar o ensino e a aprendizagem.

Dessa forma, os modelos foram usados como uma referência para comparar e avaliar os processos de ensino e aprendizagem, e serviu como base para identificar as lacunas e as necessidades de aprimoramento no ensino. A dinâmica do MER nos PEP é focada na identificação das características ideais do conhecimento e das práticas em um campo específico.

Ao passo que o MED representou o conhecimento e as práticas que são mais comuns e amplamente aceitas em um campo específico ou mesmo em uma instituição. Assim, refletindo a realidade do ensino e da aprendizagem, e sendo usado para comparar e contrastar com o MER. Além disso, a dinâmica do MED nos PEP envolveu a identificação das práticas dominantes e a análise de suas limitações e potencialidades.

No que tange ao MPR, foi um modelo que descreveu as práticas concretas e operacionais em campo específico ou mesmo institucional. Ele foi usado para analisar e compreender os processos e métodos de ensino e aprendizagem e para identificar os principais desafios e oportunidades. A dinâmica do MPR nos PEP foca no estudo das práticas específicas e na compreensão de como elas podem ser aprimoradas e adaptadas para melhorar o ensino e a aprendizagem.

Por fim, o MEA é um modelo que propôs conhecimentos e práticas alternativas no campo da Educação Matemática. Foi usado para explorar novas abordagens e métodos de ensino e aprendizagem, e para identificar as potencialidades e limitações dessas alternativas em relação ao MER e ao MED. A dinâmica do MEA nos PEP envolve a investigação de abordagens alternativas e a análise de sua viabilidade e eficácia.

5.4 PONTO DE PARTIDA DO PEP (GATILHO)

O PEP como um dispositivo didático-metodológico e de formação, se lança às praxeologias de investigação em uma área específica de investigação, posto que em sua metodologia são previstos momentos de investigação e estudo, nos quais essas praxeologias encontram-se embutidas. Nesses momentos, estão inseridas análises que podem favorecer a compreensão dos fenômenos didáticos.

Segundo Chevallard (2009b), o **ponto de partida** consiste no problema metodológico, o qual está intimamente ligado ao método da Engenharia como um caso específico, que proporciona ao inquiridor possibilidades metodológicas singulares à investigação em didática, em especial na didática da Matemática.

Investigar o ponto de partida dos PEP se tornou um movimento de grande relevância para nossa pesquisa, uma vez que compreender os gatilhos que impulsionam o início dos percursos de estudo e pesquisa é fundamental para melhor entender como os alunos podem trilhar essa jornada de forma mais eficaz e mais significativa. Ao considerar os interesses, os questionamentos, as dúvidas, os conhecimentos prévios, as necessidades educacionais e os objetivos de aprendizagem discentes, os professores podem criar um ambiente muito mais propício para o desenvolvimento acadêmico, intelectual e pessoal dos estudantes.

Sendo assim, no quadro 8, temos os pontos de partida dos PEP analisados nas teses de nossa pesquisa.

Quadro 8: Ponto de partida dos PEP

PEP	Gatilho
PEP ₁	O autor assumiu um PEP como a metodologia que propicia o questionamento dos EP; para isso, ele viu a necessidade de um dispositivo didático que provocasse o acontecimento (o desencadeamento) desse percurso, a questão forte, e daí conjecturou que um deles é a <u>Tarefa Fundamental</u> , como propulsor de partida do PEP.
PEP ₂	Silva (2014), considera como ponto de partida o conteúdo do questionário que foi submetido no primeiro encontro e que se complementou com a intervenção realizada no segundo encontro. Para que, então, pudesse eleger, juntamente com os sujeitos, os objetos que atendessem aos objetivos traçados para o PEP, ao passo que foram relacionados os objetos matemáticos que disseram ter mais dificuldade em ensiná-los, e após muito debate chegaram ao consenso sobre o objeto de ensino a ser investigado e assim, convenciamos que seria a Análise Combinatória. Dando início ao PEP-FP.
	No PEP de Silva (2016), os alunos foram colocados diante da seguinte situação-problema como ponto de partida do PEP: Para comemorar o

PEP ₃	<p>aniversário da morte de Gaudí, a prefeitura da cidade de Barcelona (Espanha) lançou um concurso para técnicos em Edificações, engenheiros civis e arquitetos da cidade. Eles devem elaborar projetos arquitetônicos para a construção de três edículas que serão executadas pelo setor da construção civil da prefeitura. As edículas serão utilizadas na cidade para guardar materiais da prefeitura de Barcelona. Os projetos irão ser executados em três terrenos irregulares (sobra de terrenos). Os profissionais terão de apresentar ideias “gaudianas” para vencer o concurso. Uma extensão deste concurso acontecerá no Brasil. Para comemorar as relações entre Brasil/Espanha, serão também construídas “Edículas Gaudianas” no Estado de São Paulo. Os órgãos competentes de SP procuraram as Universidades, os Institutos e as Escolas com cursos de Edificações, Engenharia civil e Arquitetura para colaborarem com este projeto. A utilidade das edículas brasileiras será de caráter social, e por isso elas deverão conter três cômodos (um banheiro, uma cozinha e um quarto). O orçamento total para o acabamento da edícula não pode ultrapassar 35 mil reais. Qual é a quantidade mínima de materiais para o acabamento desta obra (a edícula paulista ou uma edícula qualquer sem dizer a quantidade de cômodos)?</p>
PEP ₄	<p>Para esse PEP a <u>SITUAÇÃO FUNDAMENTAL</u> foi o ponto de partida - Inicia-se o processo de formação continuada com o estudo e discussão da obra <i>O1 (O1 ε Ok)</i> – a obra <i>O1</i> que deu início a formação foi a de Chevallard (1989), intitulada: “<i>LE PASSAGE DE L'ARITHMETIQUE A L'ALGEBRIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE</i>” [A TRANSIÇÃO DO ARTIMÉTICO PARA O ALGÉBRICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO COLÉGIO].</p>
PEP ₅	<p>Mesquita (2017), admite como ponto de partida do PEP o encontro com uma obra presente no MER sobre resolução de equação do segundo grau em que as articulações e integrações dos objetos pareciam factíveis para o estudo e desenvolvimento de seu ensino na escola. Dessa forma, a organização para o ensino se deu em diversas experiências, ora com alunos do Ensino Fundamental, ora com professores em formação inicial ou continuada, ora com o orientador até encontrar um modelo finalizado ou não, mas que desse uma resposta que em acordo com as instituições e, fundamentalmente, para o professor que fez o percurso. O que de certa forma se constitui em mudanças no EP e UC do professor e que promove o desenvolvimento de sua formação.</p>
PEP ₆	<p>Percebemos pela descrição de Santos Júnior (2017) que o PEP é impulsionado por uma situação fundamental envolvendo o melhor tipo de empréstimo para uma empresa.</p>
PEP ₇	<p>O ponto de partida do PEP realizado por Matos (2017) se deu ao colocar a turma na condição de ter que resolver uma TAREFA que poderíamos dizer FUNDAMENTAL para o desenvolvimento do percurso. Como cita o autor no primeiro encontro com a turma: “Ao final da primeira sessão colocamos em classe a questão geratriz Q0? E pedimos para que pesquisassem. Q0: <i>Qual(is) objeto(s) matemático(s) podem ser mobilizados para se estudar AL, no que diz respeito ao estudo dos espaços vetoriais, incluindo combinações lineares, LD, LI, base e dimensão em um curso de graduação de professores de matemática?</i>”</p>
PEP ₈	<p>No PEP de Ignácio (2019), o ponto de partida se deu pela apresentação da situação de necessidade de tomar decisões sobre rotas e caminhos, o que resultou na apresentação de Q₀ para dar início ao percurso.</p>
PEP ₉	<p>O PEP-FP de Benito (2019), parte da discussão do ensino de cônicas em que o autor apresenta a questão Q_{0FP}: Como ensinar cônicas? Por que ensiná-las? Com a finalidade de inserir os sujeitos em um percurso de investigação.</p>

PEP ₁₀	Em Mineiro (2019), o PEP proposto para os alunos do 7º ano (alunos com idade próxima dos 12 anos) é composto de uma atividade de estudo e pesquisa que reúne características do modelo epistemológico que o autor chama de M1 , em que as tarefas consistem em comparar grandezas associadas às unidades de medida. Essa AEP se desenvolve a partir de uma questão inicial que relaciona a capacidade de um cubo com a restrição que se impõe quanto às dimensões limitadas da cartolina que será utilizada para a planificação de sua superfície.
PEP ₁₁	O PEP-FP de Freitas (2019), parte da apresentação da questão inicial geratriz Q ₀ : Como ensinar a geometria analítica do ponto e da reta? O que levou os sujeitos da pesquisa a iniciar uma discussão em pequenos grupos a fim de responder a tal pergunta.
PEP ₁₂	O PEP realizado por Damasceno (2019), adentrar nas tarefas, ou seja, na constituição do <i>Sistema Didático S</i> , pelo qual seu trabalho considerou como essencial para o início do PEP, foi oportuno promover inicialmente uma <i>Situação Fundamental</i> (BROUSSEAU, 1996a). Assim, a <i>situação fundamental</i> proposta como ponto de partida do PEP foi a primeira atividade em sala de aula e, desencadeou a questão geratriz Q ₀ , com referência à discussão do tema educação financeira, com articulação com o ensino da matemática, para o público do ensino fundamental I (crianças), gerado pelo movimento do Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP, na Teoria Antropológico do Didático – TAD.
PEP ₁₃	Na tese de Silva (2019), fica subentendido que para se dar a partida, os participantes precisaram compreender a intencionalidade do que estava em jogo. A saber “Para atender uma dada intencionalidade, em nosso caso, mais especificamente, tornar uma organização praxeológica complexa do campo em uma organização praxeológica didática do campo, a partir do encontro de saberes do campo com saberes das disciplinas escolares tradicionais, em particular da matemática, e integrá-los com a sinergia das lógicas práticas do campo.”
PEP ₁₄	Em Carvalho (2019), a situação de proposição da questão geratriz, se configura o ponto de partida do PEP. O que se justifica em “Essa questão, na estrutura discutida por Barquero, Bosch & Romo (2015), corresponde ao ponto de partida do PEP, que é uma pergunta aberta vinda da própria profissão docente ou de pesquisa sobre a prática docente, relacionada a um certo saber a ser ensinado, nesse caso, a função quadrática.”
PEP ₁₅	Na tese de Sodré (2019), o ponto de partida se dá pela compreensão do ciclo de MM, como diz o trecho: “Essas recomendações, no entanto, não têm implicações necessariamente sobre o contrato didático dominante em MM centralizado no professor (VERONEZ; CASTRO; MARTINS, 2018). Contudo, sobre a compreensão do ciclo de MM como uma OPC nos conduzem à condição de mudança desse contrato, já que uma OPC demanda o uso do instrumento metodológico proposto por Chevallard (2009b) denominado de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) , para desenvolvimento e análise de organizações praxeológicas ou, mais geralmente, para estudo e investigação das condições e restrições que agem sobre a difusão de praxeologias com matemáticas, o que inclui as praxeologias matemáticas.”
PEP ₁₆	Britto (2019), seguiu Andrade (2012) em seu PEP em uma comunidade de prática, ao passo que seu PEP, também, teve como ponto de partida a noção de Tarefa Fundamental.
PEP ₁₇	Rodrigues (2019), parte de uma situação que consideramos fundamental (situação fundamental) para impulsionar e manter o PEP para o conceito de função, a fim de analisar o processo de ensino e aprendizagem, bem como sua influência na formação do professor de Matemática.

PEP₁₈	Nos micro-PEP de Santos (2019), foi buscado no guia do livro didático do ensino fundamental anos finais, do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e algumas pesquisas desenvolvidas em torno das questões geradoras $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, e Q_5\}$ dos conteúdos geométricos estudados, situações-problema , para que cada questão pudesse gerar outras questões. Dessa maneira, eram apresentadas aos professores participantes as situações para que, por meio de tais atividades, fossem impulsionados os percursos, uma vez que os professores buscariam as respostas explanando as suas praxeologias.
PEP₁₉	Braga (2019), parte de uma Tarefa Fundamental (TF), “distribuir as luminárias no espaço”, norteadora dos Tipos de Tarefas (T), que, de acordo com Chevallard (2009), se refere a um conjunto de tarefas (t), que conduzirão os alunos (X) no sistema didático.
PEP₂₀	No PEP Ferreira (2020), o ponto de partida se dá a partir de uma situação geradora, situação criada pelo diretor de estudo para funcionar como condição inicial para o desenvolvimento do S (FI, D, Qg) com os professores em formação inicial. Assim, foram elaborados questionamentos iniciais, identificados como componentes da questão Qg, ou seja, $Qg = (Q_1, Q_2, Q_3)$, a partir de um texto sobre uma situação hipotética em contexto não rotineiro que permitisse o enfrentamento de questões sobre numerais não usuais.
PEP₂₁	Em Silva (2021), o ponto de partida ocorre a partir do tratamento da obra O ₁ “FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico” de Kilpatrick (1996). Aqui deflagra-se o PEP segundo a autora.
PEP₂₂	Ribeiro (2021), em seu PEP toma uma situação hipotética para apresentar a questão geratriz Q ₀ que impulsiona e mantém o percurso. Trata-se de um piquenique e do modo de escolha de alimentos saudáveis.
PEP₂₃	Maranhão (2021), discorre que o ponto de partida do PEP(P) se deu pela proposição, a partir dos diretores de estudo, da realização, pelos estudantes, de uma Situação Fundamental constituída de duas etapas: a primeira se deu pela análise de um conjunto de dados em uma tabela e pela divulgação de compreensões das informações obtidas desses dados através de ferramentas estatísticas e a segunda, pelo estudo da obra O3. A realização da situação fundamental fez alguns estudantes suscitarem a questão geratriz (Qp) do PEP(P).
PEP₂₄	O PEP-FP de García-Cuéllar (2021), tem seu ponto de partida em uma situação fundamental, na qual a pesquisadora pede aos professores em formação que se coloquem no papel de terem que cumprir a tarefa de ensinar quadriláteros. Após a reflexão da situação é que foi apresentada a pergunta Q _{0-FP} : por que e como ensinar quadriláteros?
PEP₂₅	Valenzuela (2021), revela que as pesquisas feitas na formação de professores e o que mais acontece em sala de aula são os paradigmas de visitas das obras e o monumentalismo, a autora considerou interessante a proposta de Chevallard do paradigma do questionamento do mundo, para isso, foi importante identificar o MER, o que permitiu ter elementos para o ponto de partida do PEP.
PEP₂₆	O PEP de Brandão (2021), teve seu ponto de partida por meio de uma situação planejada pela autora de colocar os estudantes em articulação e sensibilização em torno de inspiração semelhante à de Gaudí para poder produzir suas obras, sempre conectado com a natureza. Dessa maneira, foram deslocados para uma fazenda, onde puderam se conectar com a natureza; em seguida, participaram de palestras que puderam lhe dar subsídios prévios para o desenvolvimento do PEP.

Fonte: Autor (2023)

Nos Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP) desenvolvidos, os pontos de partida desempenharam um papel fundamental ao impulsionar o processo de ensino e aprendizagem. Os pontos de partida foram variados e serviram como catalisadores para iniciar um PEP. Eles possuíram algumas características comuns que os tornam eficazes para motivar e envolver os alunos de forma geral no processo de aprendizagem, tais como: Relevância, Desafio, Flexibilidade, potencial para desenvolvimento e contextualização.

No que tange a relevância, os pontos de partida foram relevantes e significativos para os participantes (aprendizes) e para o conteúdo do conhecimento em jogo. Eles estavam conectados às experiências, interesses e necessidades dos participantes, bem como ao contexto cultural e social em que estavam inseridos. Isso ajudou a criar vínculo entre os participantes e o objeto de conhecimento e promoveu a motivação para aprender.

No que se refere ao desafio, os pontos de partida apresentaram um desafio intelectual ou problemático que estimulou a curiosidade e o interesse dos participantes dos PEP. Eles os convidaram/estimularam os aprendizes a questionar, investigar e explorar o objeto de conhecimento, incentivando-os a se envolverem ativamente no processo de construção e reconstrução do conhecimento.

No que compete a flexibilidade, os pontos de partida foram flexíveis o suficiente para se adaptarem às diferentes necessidades, interesses e habilidades dos participantes. Os pontos de partida permitiram que os aprendizes explorassem o objeto do conhecimento em seu próprio ritmo e de acordo com suas próprias abordagens e estratégias de aprendizagem.

Como potencial para desenvolvimento, os pontos de partida apresentaram potencial para levar os aprendizes a aprofundarem e expandirem seu conhecimento e compreensão do objeto de estudo. Serviram como um trampolim para a exploração de tópicos e questões relacionadas, incentivando os participantes a fazerem conexões entre diferentes áreas do conhecimento e a desenvolverem habilidades de pensamento crítico e criativo.

Já no que tange a contextualização, os pontos de partida estavam intimamente ligados ao contexto cultural e social dos participantes, permitindo que eles fizessem conexões entre o objeto do conhecimento e o mundo ao seu

redor. Isso ajudou a tornar o aprendizado mais significativo e relevante e a promover uma compreensão mais profunda e integrada do conteúdo.

No contexto dos Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP) desenvolvidos, as noções de situação fundamental e tarefa fundamental estão diretamente relacionadas aos pontos de partida que impulsionaram o processo de ensino e aprendizagem em muitos dos percursos. Esses conceitos são importantes para entender como os PEP são estruturados e como os alunos são envolvidos no processo de investigação e construção do conhecimento.

No que compete a Situação Fundamental, trata-se de um cenário ou contexto que serviu como ponto de partida para o desenvolvimento do PEP, citado em algumas teses. Essa situação foi significativa e relevante para os aprendizes, ajudando-os a se envolverem no processo de aprendizagem e a verem a relevância e a aplicabilidade do objeto de conhecimento em seu contexto cultural e social. A situação fundamental também se apresentou rica em possibilidades de investigação, permitindo que os alunos explorassem diferentes aspectos do objeto do conhecimento e desenvolvessem habilidades de pensamento crítico e criativo.

No que tange a Tarefa Fundamental, discorreremos tratar-se de um problema ou desafio que os alunos foram levados resolver ou abordar no contexto da situação fundamental. Essa tarefa estava diretamente relacionada à Questão Geratriz (Q) e serviu como um ponto focal para o PEP, orientando a investigação e a construção do conhecimento dos participantes. A tarefa fundamental se mostrou complexa e desafiadora o suficiente para estimular o interesse e a curiosidade dos aprendizes, mas também se mostrou acessível e gerenciável, permitindo que eles progredissem no PEP e desenvolvessem uma compreensão mais profunda do objeto de conhecimento.

Sendo assim, as noções de situação fundamental e tarefa fundamental foram cruciais para a estrutura e a dinâmica dos PEP desenvolvidos. Juntas, ajudaram a criar um ambiente de aprendizagem envolvente e estimulante, no qual os participantes foram incentivados a explorar e aprofundar seu conhecimento e compreensão do objeto de estudo. Além disso, esses conceitos também ajudaram a garantir que o PEP seja relevante e significativo para os aprendizes, conectando o objeto de conhecimento às suas experiências em contextos reais.

5.5 SURGIMENTO DA QUESTÃO Q

O primeiro princípio estruturante do PEP é organizá-lo em torno de uma questão geratriz (ou geradora) **Q**, capaz de gerar outras questões derivadas (Q_0, Q_1, Q_2, \dots) que ao respondê-las ($R_0^\diamond, R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots$) convergiremos para uma resposta esperada (ótima) **R[♥]** que responde à questão **Q**. No âmbito da TAD, o PEP configura-se como um dispositivo didático metodológico cujo principal objetivo está em criar e desenvolver relações funcionais entre pessoas com o conhecimento a partir de uma questão Q (geratriz), referente ao paradigma de pesquisa e questionamento do mundo.

Dessa forma, a construção teórica dos PEP se baseia em um dispositivo de ensino com potencial de gerar relações funcionais com o conhecimento, uma vez que os PEP posicionam a questão geratriz como ponto de partida dos percursos de estudos. As perguntas de PEP são consideradas fortes, ou seja, perguntas cujas respostas não residem na simples busca de informação, mas necessitam de uma construção ou reconstrução de um trabalho matemático ou um conjunto deles (PARRA e OTERO, 2018).

Sendo assim, no quadro abaixo, apresentamos o surgimento da questão **Q** dos PEP analisados nas teses de nossa pesquisa.

Quadro 9: O surgimento da questão Q

PEP	Surgimento / Q
PEP ₁	O PEP de Andrade (2012), se posiciona como dispositivo de formação de professores à medida que encaminha a construção de respostas às questões problemáticas da e pela Comunidade de práticas, o que foi traduzidas pela questão de pesquisa no contexto empírico, assim enunciada Q : Como fazer a construção de uma OM/OD, entendida como um conjunto estruturado de tarefas, que respondem a questões determinadas, com forte grau de integração e em ordem crescente de complexidade e que façam o reencontro dos professores com o conjunto de obras essenciais do programa de Geometria Analítica? Segundo o autor, o ato de pensar sobre a noção de Tarefas Fundamentais, foi o que os levou ao papel funcional das tarefas nas organizações matemáticas e didáticas, o qual foi como a questão Q : Por que e para que existe tal e tal tarefa nas organizações matemáticas/didáticas da Geometria Analítica Plana do ensino básico?
PEP ₂	O autor, com a intenção de avançar na investigação, direcionou o debate para pesquisas que vêm se destacando em investigar os problemas da profissão docente a partir de estudos sistemáticos que acontecem nas práticas socialmente estabelecidas, e considerou também que a ação da prática do professor não acontece deliberadamente, mas que em certo grau se ajusta às imposições da instituição. Nesse viés, o autor encontrou em Chevallard (1991,1997,1999), Gáscon (2001, 2011), Bosch & Chevallard (1999), características e compreensões que diferem de outras correntes com relação à problemática da profissão docente, especialmente no tocante ao professor de matemática. O diálogo que pode estabelecer com os sujeitos durante este

	<p>encontro o permitiu a elaborar a seguinte questão Q_0: Como construir uma maneira de fazer e justificar, que permita ao professor compreender o saber matemático, sobre o objeto Análise Combinatória, considerando sua transacionalidade, face ao currículo escolar, articulando-o com outros objetos?</p>
PEP ₃	<p>Silva (2016), havia elaborado uma questão Q_0 com suas questões derivadas, contudo, não satisfaz a questão temporal, ao que o autor elabora uma nova questão Q_0, enunciada a partir das seguintes considerações: Para comemorar o aniversário da morte de Gaudí, a prefeitura da cidade de Barcelona (Espanha) lançou um concurso para técnicos em Edificações, engenheiros civis e arquitetos da cidade. Eles devem elaborar projetos arquitetônicos para a construção de três edículas que serão executadas pelo setor da construção civil da prefeitura. As edículas serão utilizadas na cidade para guardar materiais da prefeitura de Barcelona. Os projetos irão ser executados em três terrenos irregulares (sobra de terrenos). Os profissionais terão de apresentar ideias “gaudianas” para vencer o concurso. Uma extensão deste concurso acontecerá no Brasil. Para comemorar as relações entre Brasil/Espanha, serão também construídas “Edículas Gaudianas” no Estado de São Paulo. Os órgãos competentes de SP procuraram as Universidades, Institutos e Escolas com cursos de Edificações, Engenharia civil e Arquitetura para colaborar com este projeto. A utilidade das edículas brasileiras será de caráter social, e por isso elas deverão conter três cômodos (um banheiro, uma cozinha e um quarto). O orçamento total para o acabamento da edícula não pode ultrapassar 35 mil reais. Qual é a quantidade mínima de materiais para o acabamento desta obra (a edícula paulista ou uma edícula qualquer sem dizer a quantidade de cômodos)?</p>
PEP ₄	<p>Q: Qual é o modelo epistemológico da Álgebra Escolar predominante no equipamento praxeológico do professor de Matemática quando este se torna professor do Ensino Fundamental e Médio?</p>
PEP ₅	<p>A questão Q de pesquisa considerando o problema da formação docente foi a seguinte: A prática de ensino realizada por um professor que questiona as práticas com matemática em relação a um dado objeto que vive nas instituições escolares determina uma trajetória pessoal de formação docente em relação a esse objeto?</p>
PEP ₆	<p>Em Santos Júnior (2017), a ecologia dos setores juros simples e compostos nas instituições consideradas permitiu a construção do MER e consequente MDR, foi o estímulo para a elaboração da questão geradora “Q₀: Como decidir o tipo de empréstimo para uma empresa?”</p>
PEP ₇	<p>Na tese de Matos (2017), o surgimento da questão geratriz Q se dá pela necessidade deste de ensinar a disciplina álgebra linear, justamente ao questionar o modelo dominante existente na instituição. A saber “Q₀: <i>Qual(is) objeto(s) matemático(s) podem ser mobilizados para se estudar AL, no que diz respeito ao estudo dos espaços vetoriais, incluindo combinações lineares, LD, LI, base e dimensão em um curso de graduação de professores de matemática?</i>”</p>
PEP ₈	<p>Ignácio (2019), discorre que a origem da pergunta inicial Q_0 que estava investigando surgiu durante uma aula de Geometria para alunos da licenciatura em Matemática. Eles estavam comentando a trágica notícia da queda de um avião que levava a delegação de um time de futebol brasileiro para Medellín, na Colômbia. Alguns alunos argumentavam que a escolha do percurso do voo foi um fator determinante para o acidente. O autor viu nesse episódio que tomar decisões sobre rotas e caminhos tem sido uma necessidade de extrema importância para humanidade até os dias de hoje e por isso decidiu investigar esta temática partindo desta questão Q_0: Como</p>

	encontrar o menor percurso possível interligando uma origem (O) e um destino final (D)?
PEP ₉	No PEP-FP de Benito (2019), a construção da questão Q, se deu a partir da elaboração de um MER que pudesse ensinar sobre as cônicas e sua razão de ser na Matemática. Dessa forma, foi elaborado o PEP-FP com a temática que pudesse fazer uso do MER, o que acarretou num PEP sobre as cônicas. Portanto, o autor propõe a seguinte questão Q : Como ensinar cônicas e por que ensiná-las?
PEP ₁₀	No PEP de Mineiro (2019), a primeira AEP se desenvolve a partir de uma questão inicial que relaciona a capacidade de um cubo com a restrição que se impõe quanto às dimensões limitadas da cartolina que será utilizada para a planificação de sua superfície. Q₀ : Como construir o modelo de um cubo a partir da planificação de sua superfície em uma cartolina que tem 96 cm ² de medida de área?
PEP ₁₁	Em Freitas (2019), apoiada em Sierra (2016), conforme descrito em seu modelo alternativo, a questão que propôs visa a priori desenvolver as organizações matemática em torno dos objetos que definiu para o estudo, ao passo que essa questão foi cunhada em primeira instancia Q₀ : Como ensinar a geometria analítica do ponto e da reta?
PEP ₁₂	No PEP de Damasceno (2019), a questão Q₀ , surge a partir da 1ª atividade, em que os sujeitos são colocados em uma situação fundamental da construção do primeiro empreendimento. O que deflagrou no terceiro encontro a Q₀ do PEP, com a pergunta – Por que e para quê estudar a Educação Financeira nos anos iniciais?
PEP ₁₃	Torna-se necessário questionarmos as práticas do campo como organizações praxeológicas, de modo a encaminhar uma compreensão sobre sua práxis, que assumimos sempre como provisória, que permita reconstruí-la no sentido da linha investigatória sugerida por Chevallard (2005). Essa compreensão, que aqui denominamos de modelo de organização praxeológica do campo ou simplesmente MOPC para ser construída, demanda que levamos em conta que um saber prático somente é evidenciado em situação, pois é um saber em pré-construção que age segundo uma lógica implícita de um código de conduta e, portanto, é um saber frágil, sem vigor, por depender do contexto de situações que não tolera a variações. (CHEVALLARD, 2005, p.110). Assim, para construir um MOPC é necessário fazer revelar saberes práticos que funcionam segundo essa lógica, mas que possam ser “lidos”, de algum modo, por meio de saberes escolares, pois, assim, poderiam fazê-los ascender a um estatuto teórico que lhes permitam ser postos em discursão. Nesse sentido, parafraseando Chevallard (2009), uma EDR busca responder à seguinte questão da didática: por quais sistemas de condições e restrições, ou ainda, através de quais sucessões de situações didáticas, uma praxeologia do campo tem a chance de ser integrada ao equipamento praxeológico de uma instituição escolar do campo?
PEP ₁₄	Carvalho (2019), em sua tese avança no sentido de propor integração de noções didáticas na Praxeologia Matemática, não somente nas praxeologias didáticas. Dessa maneira, anuncia a questão geratriz Q₀ : Como reconstruir praxeologias na formação do professor de Matemática no Brasil no que tange ao estudo de situações que relacionem o objeto matemático função quadrática e seus ostensivos figurais?
	Há um interesse socialmente reconhecido pela noosfera (CHEVALLARD, 2005), onde se inclui a Base Nacional Comum Curricular – daqui em diante, BNCC - para difusão de práticas da Matemática Financeira nas instituições de ensino, incluindo como parte desses objetos de estudo, situações com referências ao modelo matemático do problema de financiamento.

PEP₁₅	Essa recomendação do modelo matemático do problema de financiamento é visível, inclusive, em avaliações externas à escola básica, como o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) onde se inclui o desenvolvimento e o uso do modelo em situações de financiamentos como revelaram, respectivamente, as questões 144 e 145 da prova de Matemática e suas Tecnologias na edição de 2017.
PEP₁₆	No PEP de Britto (2019), foi assumido a complexidade modelada e descrita no texto e buscou vivenciar a avaliação formativa didático-matemática no interior de uma instituição de ensino com a intenção de analisar na prática da ação em sala de aula o seu desenvolvimento. Com isso, durante o caminhar investigativo no PEP produziu o questionamento Q1: como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente? Isso como o PEP (P) da Prática, mas cabe destacar aqui que essa questão é desdobramento da questão Q₀ : Q ₀ : como avaliar contemplando a especificidade dos saberes disciplinares? Advinda de um percurso de investigação PEP (I).
PEP₁₇	Rodrigues (2019), em seu PEP apresentação de uma situação a respeito da aposentadoria do trabalhador brasileiro (2015) para a partir dessa situação fazer o questionamento Q ₀ : Como representar a situação atual e futura dos casos de aposentadorias das mulheres e dos homens, tomando por base a lei 13.183/2015 que trata das mudanças em algumas regras para as aposentadorias?
PEP₁₈	Em Santos (2019), por se tratar de micro-PEP, para cada um, a autora, a partir das situações propunha as questões geratrizes, uma vez que em cada questão proposta inicialmente tinha a capacidade de gerar e manter o micro-PEP. O desenvolvimento do S ₁ (sistema 1 da sessão 1) teve como propósito um estudo em torno da questão Q ₀ : Como ensinar os conceitos de polígonos e, em particular, o de trapézio? Teve como propósito de fazer com que os professores pudessem refletir sobre Organizações Matemáticas (OM) e Organizações Didáticas (OD) desse conteúdo. Sendo assim, a Q ₁ : Como ensinar os conceitos de perímetro e área? Como geratriz de outro micro-PEP. Q ₂ : Como ensinar o conceito de ângulo? Q ₃ : Como ensinar polígonos regulares? Q ₄ : Como ensinar simetria? Q ₅ : Como ensinar semelhança de triângulos e relações métricas do triângulo?
PEP₁₉	Na pesquisa de Braga (2019), realiza-se o PEP solitário e o PEP com alunos do curso de engenharia, partindo da questão norteadora Q _π . Assim, inicialmente, de forma solitária, X = 0, S (Y; Q _π) a questão é: Q _π : De que forma conceber uma organização didático-matemática que possibilite aos alunos ampliar seu Equipamento Praxeológico (EP) acerca do cálculo de área?
PEP₂₀	Em Ferreira (2020), a partir da situação geradora, foi elaborada uma questão Q _g , que a autora chama de tripla de questionamentos que determinam a situação (Q _g = Q ₁ , Q ₂ , Q ₃). Abaixo citamos cada uma: Q ₁ : Qual seria uma provável aparência física desse povo? Q ₂ : Como provavelmente chegaram à representação de quantidades do modo apresentado no texto? Q ₃ : Como ficaria representada a produção da tabela acima no sistema numérico usual dos terráqueos?
PEP₂₁	No PEP de Silva (2021), apresenta-se e estuda-se a obra O ₁ : <i>FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico</i> de autoria do pesquisador americano Jeremy Kilpatrick (1996). O que faz emergir a questão geratriz Q ₀ : Quais as contribuições do campo da Educação Matemática para melhorias das práticas de ensino dos docentes e entendimentos sobre o processo de aprendizagem dos discentes?

PEP₂₂	No PEP de Ribeiro (2021), a diretora de estudo convida os alunos a se sentarem com seus respectivos grupos para responder à primeira atividade de início da aplicação do PEP, com o seguinte questionamento: “Q ₀ : Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis? Dessa forma, percebemos que a questão Q ₀ , foi pré-estabelecida pela diretora de estudo de forma que a questão gerasse questionamentos que pudessem desembocar em uma investigação a respeito da proporcionalidade.
PEP₂₃	Qp: Como as praxeologias que desenvolvem habilidades do pensamento transnumerativo podem ser inseridas no contexto dos anos iniciais do ensino fundamental? Tal questão surgiu durante o estudo da obra O3, como relatado na questão anterior.
PEP₂₄	No PEP-FP de García-Cuéllar (2021), a questão Q _{0-FP} emerge da necessidade dos professores, participantes do PEP, terem que cumprir a tarefa de ensinar quadriláteros. Somente após essa necessidade é que foi apresentada a pergunta Q _{0-FP} : por que e como ensinar quadriláteros?
PEP₂₅	Identificar a razão de ser dos vetores e que o estudo deles é para resolver problemas de movimento e força na física, fenômenos que são muito utilizados no ensino superior, o que permitiu ter elementos para a questão geratriz do PEP-FP que é Q ₀ : Como explicar o movimento dos veleiros para alunos do primeiro semestre (ciências e engenharia) de uma universidade peruana?
PEP₂₆	Brandão (2021), discorre que no ano 2017, ocorreu na cidade de Madrid, na Espanha, o VIII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática - CIBEM, após uma semana de conferências públicas, os organizadores CIBEM destinaram um dia livre para os participantes, os quais puderam passear por Madrid ou por outras cidades do país. Dessa forma, a autora, teve a oportunidade de conhecer a cidade de Barcelona, e ter o seu primeiro contato com as obras de Antoni Placid Gaudí (1852-1926), um famoso arquiteto e modernista catalão que imprimiu originalidade à sua arquitetura, espelhando-se em modelos da natureza e da religião. A autora afirma que a cada obra visitada se desenhava um contexto propício para um questionamento mais amplo sobre as relações que as obras gaudinenses estabeleciam com áreas diferentes do conhecimento: matemática, física, as engenharias: civil, ambiental, elétrica e arquitetura. Sendo assim, foi desse suave passeio turístico que emergiu a questão geratriz do Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP. Inicialmente, assim elaborada: com a finalidade de reproduzir as formas da natureza, Antonio Gaudí usou Superfícies Quádricas em suas obras. Como podemos estudar os modelos arquitetônicos gaudinenses em função do objeto matemático?

Fonte: Autor (2023)

Na análise dos PEP, a questão geratriz (Q) é um elemento central para o desenvolvimento dos Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP). A Questão Geratriz por se tratar de uma pergunta ou problema que serve como marco para iniciar um PEP e orientar o processo de ensino e aprendizagem. O surgimento das Questões Geratrizes nos PEP desenvolvidos possui algumas características importantes, como: relevância e interesse, complexidade e desafio, potencial para desenvolvimento, abertura e flexibilidade e articulação com o contexto.

Com relação a relevância e interesse, a questão geratriz se mostrou relevante e interessante tanto para os participantes quanto para os diretores de

estudo. Ela estava relacionada aos interesses, experiências e necessidades dos aprendizes, ao mesmo tempo em que se conectou ao conteúdo do conhecimento em estudo e ao contexto cultural e social em que os aprendizes estavam inseridos.

No que tange a complexidade e desafio, o surgimento de Q apresentou um certo grau de complexidade e desafio intelectual que estimulou a curiosidade e o interesse dos participantes. Os convidou a questionar, investigar e explorar o objeto do conhecimento, incentivando-os a se envolverem-se ativamente no processo de construção e reconstrução do conhecimento.

A Questão Geratriz apresentou potencial para levar os participantes a aprofundarem e expandirem seus conhecimentos e compreensão do objeto de estudo. Ela serviu como alavanca para a exploração de tópicos e questões relacionadas, incentivando os participantes a fazerem conexões entre diferentes áreas do conhecimento e a desenvolver habilidades.

No que compete a abertura e flexibilidade, a questão geratriz Q se mostrou aberta e flexível, permitindo que os participantes explorassem o objeto do conhecimento em jogo de diferentes perspectivas e em ritmo. Foram formuladas de maneira que permitiu múltiplas abordagens e respostas, incentivando os aprendizes a experimentarem e a adaptarem suas estratégias de aprendizagem.

Na articulação com o contexto, a questão geratriz Q estava articulada com o contexto em que o PEP foi desenvolvido, levando em consideração as características específicas dos aprendizes, diretores de estudo, objetos do conhecimento e ambiente de aprendizagem. Ela se mostrou sensível às normas, valores e expectativas culturais e sociais, e adaptada às necessidades e desafios específicos do contexto em questão.

Dessa forma, o surgimento das questões geratrizes nos PEP desenvolvidos se caracterizaram por sua relevância, complexidade, potencial para desenvolvimento, abertura, flexibilidade e articulação com o contexto. Essas características são fundamentais para garantir que a questão Q seja eficaz em orientar e motivar os alunos no processo de ensino e aprendizagem e em promover a construção e reconstrução do conhecimento.

5.6 DINÂMICA DE DESDOBRAMENTO DA QUESTÃO Q

Face ao PEP, há a necessidade da inserção no *milieu* de obras O_k , com a finalidade de desconstruir ou reconstruir as respostas preestabelecidas R_i^ϕ , as quais devem ser reconstruídas e incorporadas de acordo com as próprias necessidades do estudo de **Q** e das de **Q_i**.

O ponto de partida de um PEP se dá de formas variadas, em geral a partir de uma questão geratriz **Q** (viva) para a comunidade de estudo e cuja resposta R^\heartsuit não está acessível diretamente. O critério essencial para decidir sobre a pertinência das Q_i é precisamente sua capacidade de proporcionar respostas praxeológicas R_i que contribuam à elaboração de R^\heartsuit .

Durante o estudo de **Q**, faz-se necessário para sua investigação o surgimento de outras questões derivadas, como por exemplo a Q_0 , na busca de resposta da questão Q_0 a estrutura de tarefas da obra relativa ao tema podem ser (ou tende a ser) dividida em outros pontos de estudo, que por sua vez, aponta para a necessidade de um estudo para responder à outra questão emergente Q_1 , a qual poderá ter a necessidade de uma outra investigação para responder à Q_2 , investigações necessárias para responder à questão **Q** geratriz.

Dessa forma, no quadro abaixo, apresentamos os desdobramentos da questão **Q** dos PEP analisados nas teses.

(PEP₁) → Nesse sentido se configura o sistema didático $S_1 (Y, y, O_1)$, com a obra O_1 de Yussef *et al.* (2005) usada na escola, e dele resulta a formulação de uma resposta R_1 : a estrutura de tarefas da obra relativa aos temas divididos em estudo do ponto, da reta e da circunferência **para**: Localizar pontos no plano; calcular a distância entre dois pontos dados e encontrar a equação do segmento de reta (**são tarefas com forte potencial integrador** - Tipos de Tarefas Fundamentais).

O Estudo aponta para a necessidade de um Estudo Histórico-Epistemológico → **Q₁**.

Q₁: Quais são as tarefas presentes na história e epistemologia da GAP que de algum modo podem ser vinculadas às tarefas constantes nas praxeologias que vivem na escola?

Possíveis respostas para esse questionamento são encaminhadas pelo sistema didático $S_2(Y, y, O_2)$, em que O_2 refere-se à obra sobre a história e a epistemologia da Geometria Analítica, mais precisamente o trabalho de René Descartes (1637).

O estudo aponta para o estudo de obra que apresenta o problema de Pappus e conseqüentemente o Teorema De Tales como TF \rightarrow Q₂.

Q₂: Qual a potencialidade do Teorema de Tales no currículo do ensino básico?

Na perspectiva de enfrentamento da Q₂, impõe-se um sistema auxiliar $S_3(Y, y, O_3)$. A Comunidade decidiu realizar investigações histórico-epistemológicas desse tema matemático de estudo proposto na grade curricular da escola, nesse sentido outras obras (O_3) são incluídas para estudos, mais precisamente, Guedj (2008); Boyer (1974); Eves (2004); e Struik (1989).

(PEP₂) \rightarrow Considerando que as questões apresentadas a seguir emergiram em grande parte das dificuldades enfrentadas nas práticas desses professores e que fazem parte do desdobramento de Q₀, elaboramos os questionamentos, a saber:

- 1) Q₁. Que condições podemos evidenciar nas práticas, que ajudarão na constituição da maneira de fazer e justificar o ensino sobre o saber matemático do objeto Análise Combinatória?
- 2) Q₂. O que é relevante conhecer do saber matemático do objeto Análise Combinatória a nível de Ensino Básico?
- 3) Q₃. De que maneira o saber matemático do objeto Análise Combinatória aparece no currículo oficial, bem como no currículo efetivo?
- 4) Q₄. O que é fundamental conhecer sobre o saber matemático do objeto Análise Combinatória em níveis anteriores e posteriores daquele em que o professor atua?
- 5) Q₅. Como esse saber matemático do objeto Análise Combinatória vai se transacionando ao longo dos anos escolares e quais articulações ele vai estabelecendo com outros saberes matemáticos?

(PEP₃) \rightarrow A partir questão geradora (Q₀), Silva (2016) destaca a discussão em torno do acabamento da edícula, pois desta forma o estudo disponibilizou mais tempo para as discussões sobre os objetos matemáticos: noções de área e de perímetro e, com isso permitiu aprofundar o estudo sobre essas noções. A partir

da Q0, listamos três conjuntos de variáveis V'0: a forma do terreno; as medidas; o pé direito da edícula. V''0: o custo dos materiais de revestimento; as quantidades de materiais de revestimento. V'''0: a disposição dos cômodos de uma edícula já existente; a nova disposição dos cômodos de uma edícula. Com essas variáveis, elaboramos quatro questões: **Q1:** Qual é a forma do terreno? **Q2:** Qual é o tipo de pé direito da edícula? **Q3:** Qual é a medida do pé direito da edícula? **Q4:** Qual é a disposição dos ambientes da edícula?

Assim, se fez necessário elaborarmos mais uma questão: Q5: Todos os cômodos terão o mesmo pé direito? R5,1 – Sim ou R5,2 – Não. Reunindo todas as respostas escolhidas, na sequência elaboramos uma outra questão **Q6:** Quais as medidas do terreno escolhido e dos cômodos da edícula? Chegou-se a um conjunto de variáveis V6': a medida dos comprimentos dos lados do terreno; a medida dos comprimentos dos lados de cada cômodo da edícula; a medida dos perímetros do terreno, da edícula e dos cômodos da edícula; a medida das áreas do terreno, da edícula, dos cômodos e das paredes da edícula. Com essas variáveis, temos as questões decorrentes: **Q6,1:** Qual é a medida dos lados do terreno? **Q6,2:** Qual é a medida dos lados da edícula? **Q6,3:** Qual é a medida da área e do perímetro do terreno? **Q6,4:** Quais são as medidas dos lados dos três cômodos da edícula? **Q6,5:** Qual é a medida da área e do perímetro de cada cômodo da edícula? **Q6,6:** Qual é a medida da área e do perímetro da edícula? **Q6,7:** Qual é a medida da área das paredes da edícula que vão ser revestidas? **Q6,8:** Qual é a medida da área e do perímetro das paredes externas e do muro da edícula que vão ser revestidos?

Após determinar as condições do terreno e da planta baixa da edícula, passamos aos cálculos do material necessário para o seu acabamento, conduzindo à questão: **Q7:** Quais são as quantidades de materiais necessárias para o acabamento da edícula? Qual é o custo total? Da mesma forma como realizado anteriormente, fomos levados a considerar o seguinte conjunto de variáveis **Q'7:** as quantidades de – lajotas; azulejos; gesso; molduras de gesso; lajotas para rodapé; cerâmicas; tinta; entre outros. Assim, associamos às questões decorrentes da sétima questão: **Q7,1:** Quanto de gesso vamos gastar na edícula? **Q7,2:** Quanto de moldura gesso vamos gastar na edícula? **Q7,3:** Quanto de azulejo vamos gastar na edícula? **Q7,4:** Quanto de cerâmica vamos gastar na edícula? **Q7,5:** Quanto de lajota vamos gastar na edícula? **Q7,6:**

Quanto de tinta de ambiente interior e exterior vamos gastar na edícula? **Q7,7:**
Quanto de revestimento externo vamos gastar na edícula?

(PEP₄) ⇒ **Q1:** Quais tipos de técnicas t são mobilizados pelos professores de Matemática do Ensino Básico quando explicam os tipos de tarefas T da Álgebra Escolar?

Q2: Como esses professores selecionam os tipos de tarefas T para ensinar algum objeto da Álgebra Escolar no Ensino Fundamental e quais técnicas predominam nessa fase do Ensino Básico?

(P₅) ⇒ A questão Q_0 diante do MERO se desdobrou em duas: Como organizar os objetos matemáticos do MERO para o ensino? Como se dá essa organização em sala de aula? A partir disso, instaurou-se um sistema didático auxiliar para a busca por resposta. Porém, na análise dos estudos do sistema auxiliar, outra(s) questão(ões) surge(m). Desse modo, outro sistema didático auxiliar é instaurado para retroalimentar o sistema solitário do professor e assim sucessivamente, até o encontro da resposta satisfatória.

(PEP₆) ⇒ De acordo com Santos Júnior (2017), o extrato em que o estudante 4 afirmou que a pergunta inicial proposta não tinha “lógica”. Para isso, ele buscava justificar sua afirmação propondo outros questionamentos, que, por exemplo, poderíamos decompor em uma nova questão gerada por Q_0 , ou seja, Q_1 : Qual o objetivo do empréstimo? Nesse sentido, lembramos que as respostas R^\diamond utilizadas pelos estudantes na busca pela resposta R^\heartsuit podem também ser novas questões, ou seja, a resposta R^\diamond é também geradora de um possível novo questionamento na busca pela resposta R^\heartsuit , ao passo que o autor enfatiza que o meio M descrito anteriormente no esquema Herbartiano como: $M = \{ R^\diamond_1, R^\diamond_2, \dots, R^\diamond_n, O_{n+1}, \dots, O_m \}$ também pode ser assim observado $M = \{ R^\diamond_1, R^\diamond_2, \dots, R^\diamond_n, Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n, O_{n+1}, \dots, O_m \}$.

(PEP₇) ⇒ A questão Q_1 compreende uma família de questões do tipo: $Q_{1,0}$: Como elaborar um modelo epistemológico de referência para questionar e analisar o modelo dominante da Álgebra Linear institucionalizado na formação inicial de professores de matemática? $Q_{1,1}$: Por que questiono esse modelo dominante? $Q_{1,2}$: Quais obras preciso estudar? $Q_{1,3}$: Quais condições e restrições tenho para

elaborar esse MER? $Q_{1,4}$: Quais tipos de tarefas T são problemáticos? $Q_{1,5}$: Quais técnicas τ devo recorrer ou elaborar para solucionar as tarefas $t \in T$?

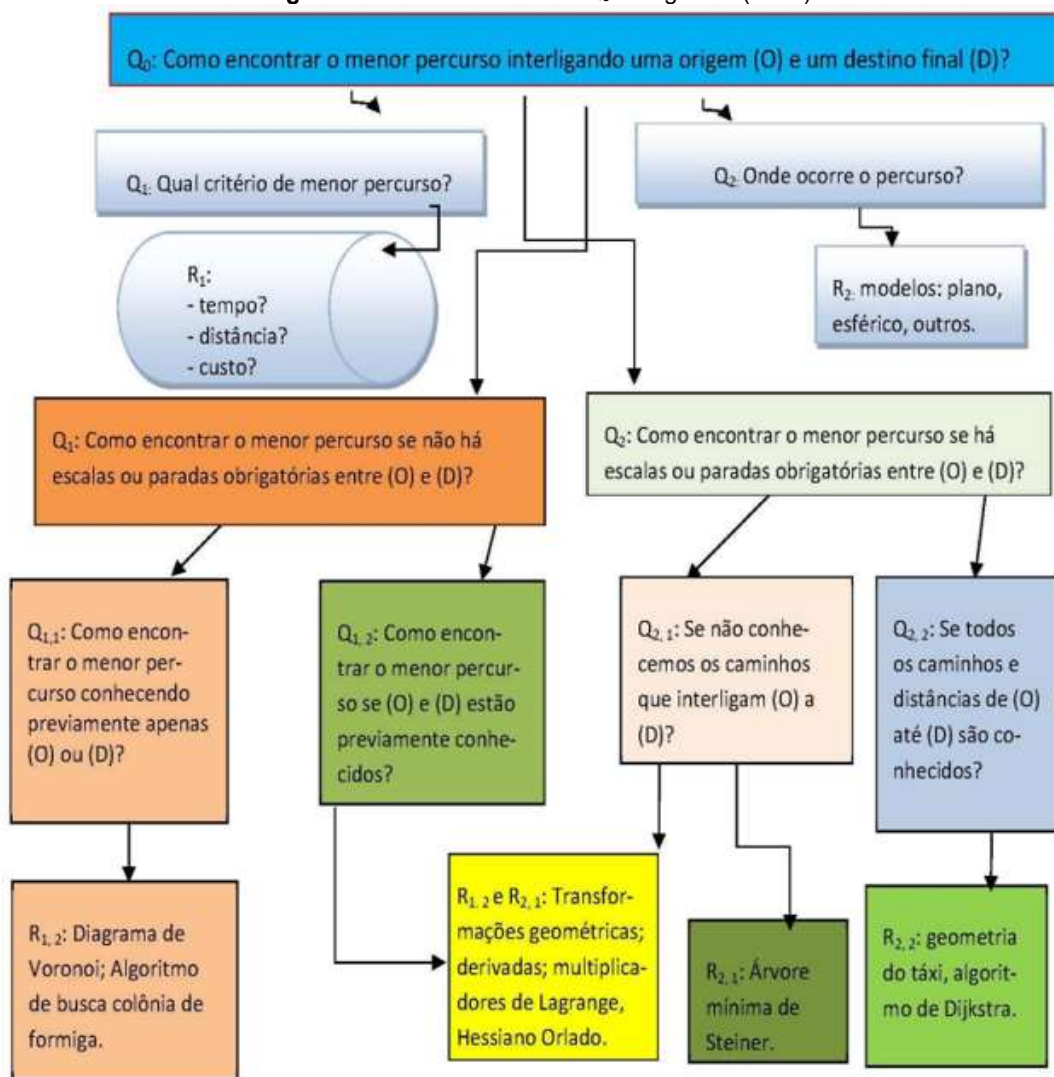
A questão Q_2 , desdobra-se em questões $Q_{2,0}$, $Q_{2,1}$, $Q_{2,2}$, etc., que neste PER para efeito de organização será a Q_0 , Q_1 , ..., Q_i . Além disso, são essas questões que auxiliarão o pesquisador a formular a resposta ótima (esperada) R^* de nossa tese doutoral, cujo sistema didático, denota-se por $S(X; Y; Q)$, no qual $X = \{x_1\}$ = doutorando, $Y = \{y_1\}$ = orientador e $Q = Q_0$, questão norteadora da tese doutoral (CHEVALLARD, 2009a, 2009b).

A questão está assim anunciada: Q_3 : *Como esses futuros professores selecionam os tipos de tarefas T para ensinar Álgebra Linear no Ensino Superior? (Etapa final do processo de formação)*. Espera-se que o *milieu* M esteja estabelecido e exista a confiança entre o conjunto X_2 e Y . As sessões prosseguem, porque a questão norteadora Q engloba as três questões já anunciadas (Q_0 , Q_1 e Q_2) e oportuniza a formulação de outras questões no decurso dessas sessões do PEP.

(PEP₈) ➔ O PEP idealizado em Ignácio (2018), procurou restringir deslocamentos de pessoas e objetos e as seções seguintes tentam responder se a Q_0 proposta tem essa capacidade de gerar novas questões.

O autor identificou em uma análise a priori da questão inicial (Q_0) que o elemento problemático de Q_0 consiste em explicitar o máximo de variações de trajetórias a serem percorridas entre O e D . Nesse sentido, o autor discorre que podemos tomar os aspectos incertos como questões que precisam ser respondidas para apresentar uma “boa” resposta a Q_0 . É preciso responder às perguntas como: 1. O percurso ocorre no plano Euclidiano? 2. A origem e o destino final da trajetória são previamente definidos ou apenas o ponto de partida é informado? 3. O percurso entre a origem (O) e o destino (D) é direto sem paradas com desvios ou não? 4. A quantidade de caminhos possíveis e as respectivas distâncias que interligam (O) até (D) são previamente definidas ou não? 5. A forma que tem (O) e (D) deve ser considerada para efeitos de busca do menor percurso ou não? 6. O menor percurso é aquele que ocorre em: menor distância absoluta, menor tempo ou menor custo de viagem?

Figura 7: Desdobramento de Q_0 em Ignácio (2018)



Fonte: Ignácio (2018, p. 167)

(PEP₉) ➔ No PEP-FP de Benito (2019), após a apresentação da questão geratriz, ainda no primeiro encontro, os professores em formação inicial participantes da pesquisa, elaboraram as seguintes questões:

<p><i>Q_{21FP}</i>: Quais ferramentas o professor precisa saber para ensinar cônicas?</p> <p><i>Q_{22FP}</i>: Através do conhecimento da história das cônicas, facilitaria a aprendizagem do aluno?</p> <p><i>Q_{23FP}</i>: Qual a utilização de material didático facilitaria o ensino das cônicas? E realmente seria necessário utilizá-los?</p> <p><i>Q_{24FP}</i>: É importante o professor conhecer a aplicabilidade das cônicas no cotidiano ou na prática?</p>
<p><i>Q_{31FP}</i>: Quais conhecimentos o professor precisa ter para ensinar cônicas?</p> <p><i>Q_{32FP}</i>: Quais metodologias e recursos poderiam ser utilizados?</p> <p><i>Q_{33FP}</i>: Quais as possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar durante o desenvolvimento e explicação do conteúdo?</p> <p><i>Q_{34FP}</i>: Como enquanto professores podemos sanar estas dificuldades? Quais as dificuldades do conteúdo em si?</p>
<p><i>Q_{41FP}</i>: O que um professor precisa saber para ensinar cônicas?</p> <p><i>Q_{42FP}</i>: Como o professor deve lidar diante das perguntas em relação ao conteúdo de cônicas?</p>
<p><i>Q_{61FP}</i>: Qual a capacidade de o professor usar a interdisciplinaridade? (Relacionado a preparação que o professor obteve na graduação)</p> <p><i>Q_{62FP}</i>: Que cônicas deve ser trabalhada trazendo para o dia-a-dia dos alunos?</p> <p><i>Q_{63FP}</i>: De onde vêm as cônicas?</p> <p><i>Q_{64FP}</i>: Por que levar um material manipulável para ensinar cônicas?</p>

(PEP₁₀) ➔ Em Mineiro (2019), a tarefa consiste na planificação da superfície de um cubo, no entanto, o enunciado aponta uma restrição, que se refere à medida da área da cartolina a ser utilizada. Dessa maneira, é natural que surjam outros questionamentos, acerca das dimensões que a cartolina pode ter e acerca das formas que permitem a planificação, como Q₁: Quais as possíveis formas e medidas dos lados dessa cartolina? Q_{1,1}: Quais as possíveis formas retangulares e medidas inteiras dos lados dessa cartolina? Q₂: Todas essas formas permitem a planificação solicitada? Q_{2,1}: 1. Quantas faces tem um cubo? Q_{2,2}: Que forma tem a face de um cubo? Q_{2,3}: Será que quaisquer seis quadrados podem representar a planificação da superfície de um cubo? Q_{2,4}: De quantas formas diferentes é possível dispor os quadrados para a planificação da superfície de um cubo? Quais são essas formas? Q_{2,5}: Quais dessas planificações podem ser construídas com as cartolinas obtidas? Q₃: Qual modelo teria a maior capacidade? Em resumo, as questões derivadas ficaram assim:

Q₀. Como construir o modelo de um cubo a partir da planificação de sua superfície em uma cartolina que tem 96 cm ² de medida de área?
Q₁. Quais as possíveis formas e medidas dos lados dessa cartolina?
Q_{1.1}. Quais as possíveis formas retangulares e medidas inteiras dos lados dessa cartolina?
Q₂. Todas essas formas permitem a planificação solicitada?
Q_{2.1}. Quantas faces tem um cubo?
Q_{2.2}. Que forma tem a face um cubo?
Q_{2.3}. Será que quaisquer seis quadrados podem representar a planificação da superfície de um quadrado?
Q_{2.4}. De quantas formas diferentes é possível dispor os quadrados para a planificação da superfície de um cubo? Quais são essas formas?
Q_{2.5}. Quais dessas planificações podem ser construídas com as cartolinas obtidas?
Q₃. Qual modelo teria a maior capacidade?

(PEP₁₁) → No PEP-FP de Freitas (2019), os sujeitos formaram equipes de 4 a 6 pessoas, com o objetivo de debruçarem-se a respeito da questão inicial Q₀ e de outras que poderiam emergir do estudo de Q₀, tendo como base seus conhecimentos prévios, em cada Q_i^D corresponde à questão de natureza didática (D) em que i é a variação dos diferentes questionamentos Q, são questões que progressivamente foram geradas, a cada seção de estudo. Tendo o mesmo raciocínio em Q_i^M, são questões de natureza matemática ou intramatemática (M). As referidas questões geradas ficaram dessa maneira:

Q₀: Como ensinar geometria analítica do ponto e da reta?

Q₁^D: A quem ensinar GA?

Q₂^D: Onde ensinar GA?

Q₁^M: O que é GA?

Q₂^M: De forma geral, o que diferencia GA de outras geometrias?

Q₃^M: O que GA estuda?

Q₁^{DM}: O que devo ensinar de GA na educação básica?

Q₃^{DM}: O que devo ensinar a partir de um ponto?

Q₃₁^{DM}: Quais são as coordenadas de um ponto? De dois pontos? Etc.?

Q₃₂^{DM}: Como ensinar a determinar a distância entre dois pontos?

Q₃₃^{DM}: Como ensinar o que são pontos alinhados?

Q₄^{DM}: Como ensinar o objeto uma reta?

Q₄₁^{DM}: O que é o lugar geométrico reta no plano?

Q₄₂^{DM}: Qual(is) a(s) relação(ões) matemática(s) envolve(m) uma reta no plano?

Q₄₃^{DM}: Qual a direção de uma reta no plano?

Q₄₄^{DM}: Como ensinar a equação de reta dada?

Q₄₅^{DM}: quais relações matemáticas podem ser estabelecidas entre pontos e retas no plano cartesiano?

Q₄₆^{DM}: Quais são as posições relativas de duas retas no plano?

(PEP₁₂) → No PEP de Damasceno (2019), foram estudadas (investigadas/questionadas) as Obras O₁, O₂, ..., O₇ e à medida que os grupos questionavam as obras, emergia uma questão derivada, a saber **Q₁**: É importante a educação financeira no Brasil, existiria um modelo ideal? **Q₂**: Qual a influência que a educação financeira promove para a economia de um país e, em especial, para

os cidadãos? **Q3:** Como se encontra a relação da educação financeira na educação brasileira, quem promove a formação desses professores e quem pode ministrar aula desta disciplina? **Q4:** Quais as competências e as habilidades para ensinar educação financeira e qual a disciplina responsável por ela? **Q5:** Somente o ensino da matemática pode aplicar a educação financeira? **Q6:** Nosso curso pode ensinar e nós estamos sendo preparados para ensinar educação financeira? E **Q7:** Quais são os materiais didáticos utilizados e as metodologias fundamentais a serem aplicados na educação financeira?

(PEP₁₃) ➔ Na tese de Silva (2019), a intenção era dizer que uma prática do campo deve ser desconstruída, tendo em conta seu desenvolvimento passado cristalizado na atualidade, para em seguida ser reconstruída, dotando-a de praxeologias intermediárias que vivem nas disciplinas escolares, em particular, da matemática, com a riqueza de integrações de saberes, práticos e escolares, que possam eliminar dificuldades e potencializar o alcance dessas práxis quando reconstruída. Isso exige um percurso que caminhe da comunidade para a escola e retorne à comunidade, pois o sucesso dessas práxis reconstruídas somente pode ser legitimado e validado com a participação apenas da comunidade. Esse caminhar de desconstruções para reconstruções, inspirado na noção de engenharia reversa, mas com intencionalidade para o ensino de uma dada organização praxeológica, nos encaminha a um tipo específico de PEP orientado (SODRÉ; GUERRA, 2018), que denominamos aqui de engenharia didática reversa- EDR.

Nesse caminhar, impomos à EDR a herança genética das características fundamentais do PEP, em particular, das presenças indispensáveis dos tipos de tarefas de encontrar, analisar, experimentar, avaliar e validar, de algum modo, essas praxeologias com propósito de propor novas praxeologias como reconstruções das anteriores e que, como tais, devem ser submetidas a um tipo de tarefa de validação em acordo com a instituição que abriga essas praxeologias.

(PEP₁₄) ➔ Carvalho (2019), no que concerne às suas intenções enuncia a questão geratriz Q: Como reconstruir praxeologias na formação do professor de Matemática no Brasil no que tange ao estudo de situações que relacionem o

objeto matemático função quadrática e seus ostensivos figurais? Que trata de seu ponto de partida para um percurso, em que essa questão se desdobra em outras questões fundamentais para a composição de uma resposta satisfatória à Q_i .

Portanto, surge a questão Q_{ii} : Qual o lugar geométrico dos pontos do plano cartesiano, cujas distâncias a um ponto E pertencente a essa curva e a uma reta dada guardem entre si uma relação constante?

Q_{iii} : Qual o lugar geométrico dos pontos do plano cartesiano, cujas distâncias a um ponto E pertencente a essa curva e a uma reta dada guardem entre si uma relação constante?

Ao passo que essas perguntas para serem respondidas, geravam outros grupos de perguntas, que levavam a outro grupo de respostas que mantinham o PEP.

(PEP₁₅) → O tipo de problema considerado levou a instalação de sistemas didáticos auxiliares para o enfrentamento do questionamento Q_1 : Qual a aplicação mais vantajosa ao comerciante investidor ao final de três meses? E em seis meses? E em um ano?

O questionamento Q_1 levou os professores em formação ao encontro de situações com matemática. O primeiro grupo de professores constituído pelo sistema didático auxiliar S_1 (x_1, x_3, x_4, \wp_1) e tendo o professor x_3 como representante do grupo, destacou o uso de uma PMC « \wp_1 », a partir de noções da aritmética prática.

(PEP₁₆) → No PEP de Britto (2019), a questão geratriz da investigação foi Q_0 : Como avaliar contemplando a especificidade dos saberes disciplinares? Ao estudar diversas obras para responder à Q_0 , houve o surgimento de outras questões advindas da questão geratriz, a saber Q_1 : como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente? O que se desdobrou na questão Q_2 : Como o professor de matemática pode vivenciar o modelo avaliativo formativo articulado a elementos da TAD, no processo de estudo? para que fosse possível a reconstrução do MER.

(PEP₁₇) → Na aplicação do PEP de Rodrigues (2019), tem-se uma situação da aposentadoria do trabalhador brasileiro de 2015, que impulsiona a proposição da questão geratriz Q_0 : Como representar a situação atual e futura dos casos de aposentadorias das mulheres e dos homens, tomando por base a lei 13.183/2015 que trata das mudanças em algumas regras para as aposentadorias?

A partir de Q_0 , a autora sugere outras questões derivadas, como Q_1 : Caso você tome por base para aposentar-se na lei 95/85, que idade você terá na sua aposentadoria? Para construir uma resposta satisfatória (R_1), a autora aponta outras questões derivadas de Q_1 a serem discutidas, como $Q_{1,1}$: Como podemos relacionar a idade na aposentadoria com o tempo de contribuição nos 10 primeiros anos de trabalho, para um homem ou uma mulher que começa aos 20 anos de idade? $Q_{1,2}$: De acordo com a lei 95/85, quanto tempo de contribuição será necessário para aposentar caso inicie a contribuir com 20 anos de idade? E que idade terá ao se aposentar? E $Q_{1,3}$: Como podemos generalizar o Tempo de Contribuição (TC) para qualquer idade inicial de contribuição para mulheres ou para homens? No qual essa questão $Q_{1,3}$ vai gerar outras questões derivadas a partir dela.

$Q_{1,3,1}$: Como podemos caracterizar o termo dependente, a partir das possíveis idades iniciais de contribuição previdenciária? $Q_{1,3,2}$: Com a representação de TC definida, quais os elementos que fazem parte? $Q_{1,3,3}$: Como podemos representar graficamente o tempo de contribuição se a mulher começar a trabalhar depois dos 25 anos?

Seguida pela questão derivada Q_2 : Como podemos representar as situações para os anos seguintes, sabendo que a soma idade mais tempo de contribuição muda a cada dois anos? Ao passo que gera outras questões derivadas: $Q_{2,1}$: Como podemos representar a soma do tempo de contribuição mais a idade de uma contribuinte, sabendo que esta soma poderá tomar os valores 86, 87, 88, 89 ou 90?

$Q_{2,2}$: Como podemos representar graficamente o conjunto das funções TC e Anos Complementares de Contribuição (AC) para cada valor de k ?

Nessa $Q_{2,2}$ o TC terá a dependência da variável k , representado no intervalo dos anos que será aplicada a fórmula 85/95, necessitando construir

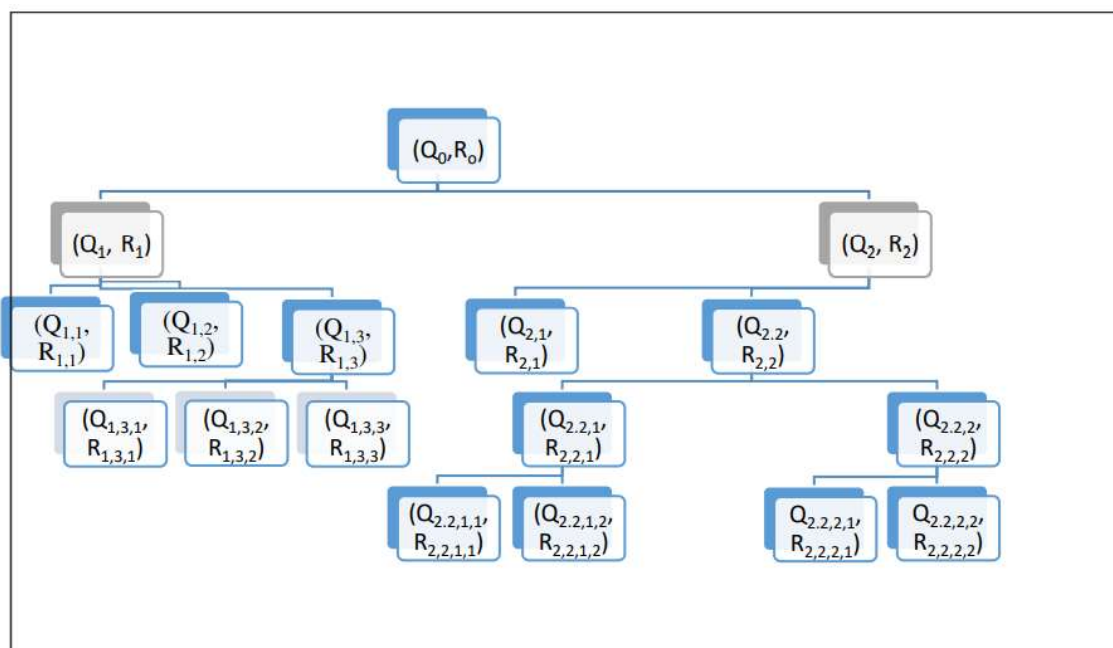
uma função para cada ano de aplicação e conseqüentemente definindo os seus intervalos, para isso utilizando o conceito de famílias de função. Com isso outras questões são geradas.

$Q_{2,2,1}$: Como podemos representar graficamente o conjunto das funções TC para os valores de k ? $Q_{2,2,1,1}$: Qual a relação dos coeficientes angular e linear de TC com a sua representação gráfica? $Q_{2,2,1,2}$: Por que o Domínio e a Imagem de cada função do Tempo de Contribuição têm mudanças nos seus valores máximos?

Ao passo que as questões seguintes também geram questões derivadas $Q_{2,2,2}$: Como podemos representar graficamente o conjunto das funções AC para os valores de k ? $Q_{2,2,2,1}$: Qual a relação dos coeficientes angular e linear de AC com a sua representação gráfica? $Q_{2,2,2,2}$: Por que o Domínio e a Imagem de cada função AC têm mudanças nos seus valores máximos?

Dessa forma, a autora deixa o esquema das questões derivadas a partir da questão geratriz, conforme (Figura 7).

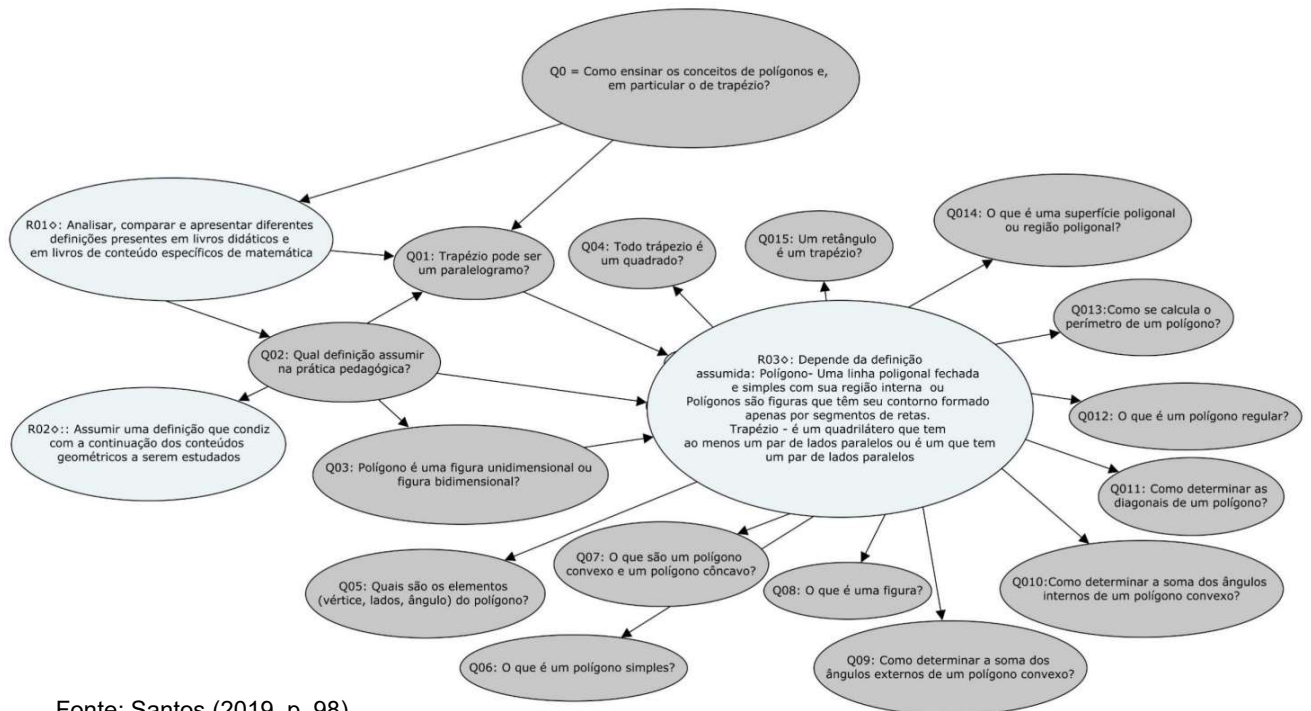
Figura 8: Desdobramento de Q_0 em Rodrigues (2019)



Fonte: Rodrigues (2019, p. 181)

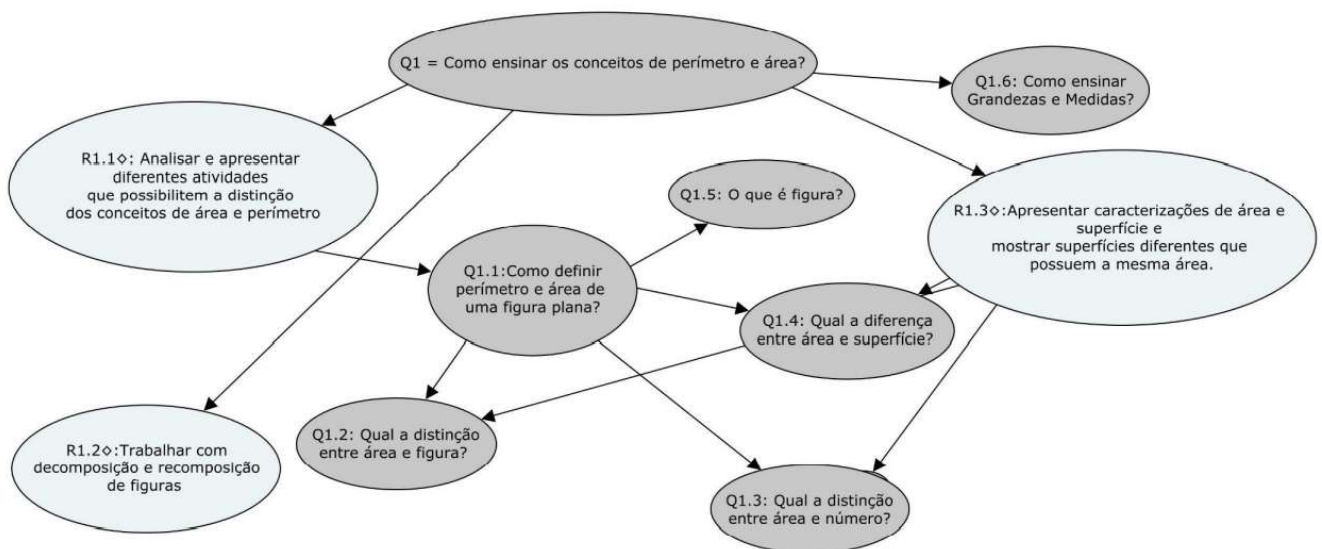
(PEP₁₈) → Santos (2019), em seus micro-PEP, em cada um a questão geratriz impulsionava o surgimento de outras questões derivadas, bem como respostas preliminares R^\diamond que careciam de uma reconstrução para que pudesse ser chancelada no estudo. Assim, cada questão geratriz dos micro-PEP, se mostrava em sua estrutura derivativa da seguinte forma (ver Figuras):

Figura 9: Desdobramento de Q0 em Santos (2019)

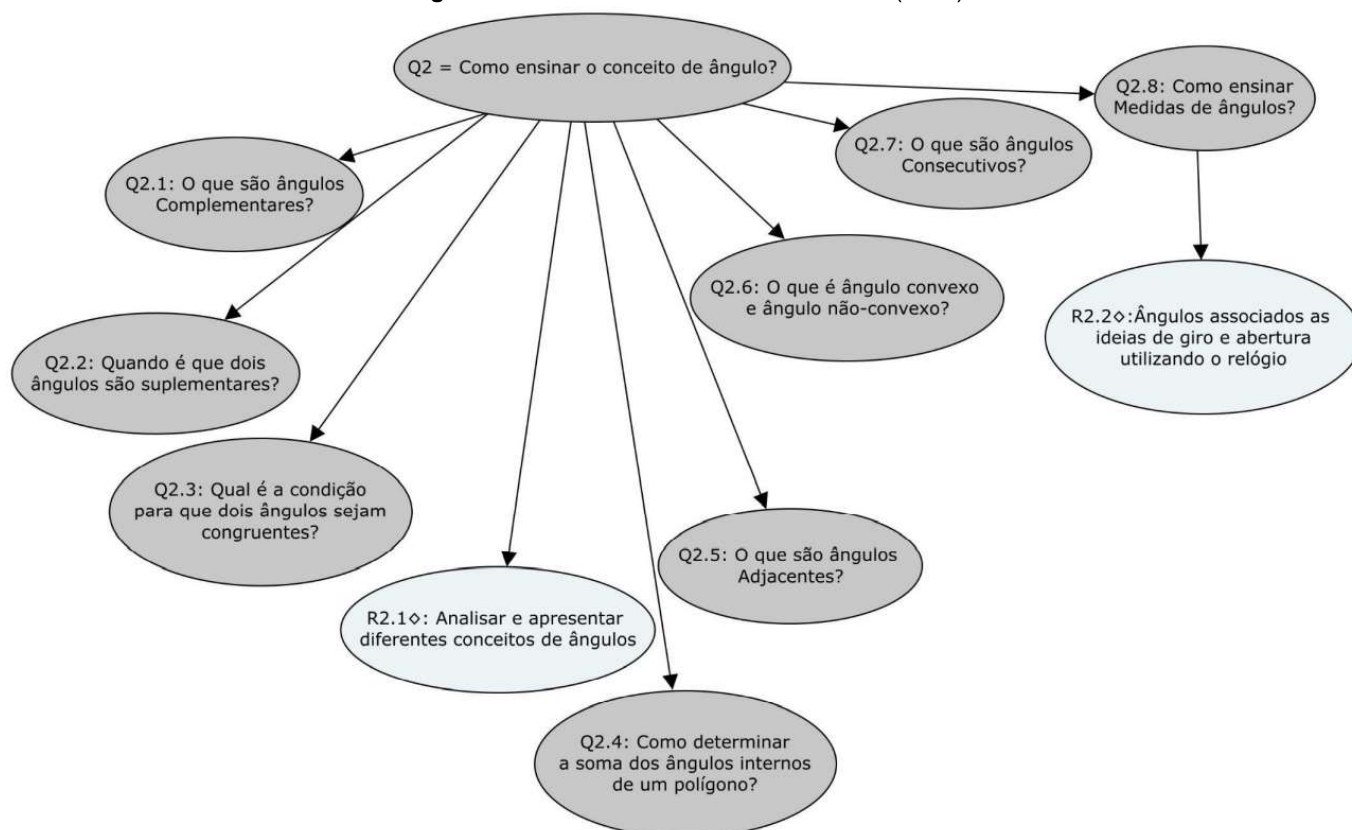


Fonte: Santos (2019, p. 98)

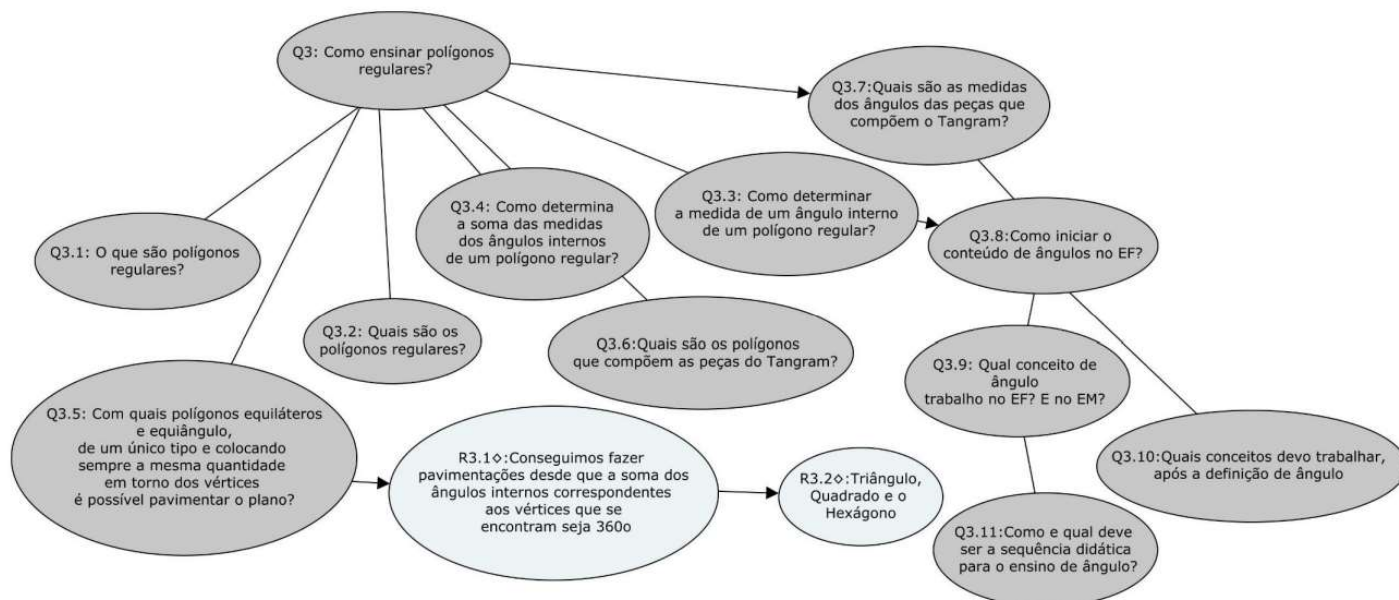
Figura 10: Desdobramento de Q1 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p.103)

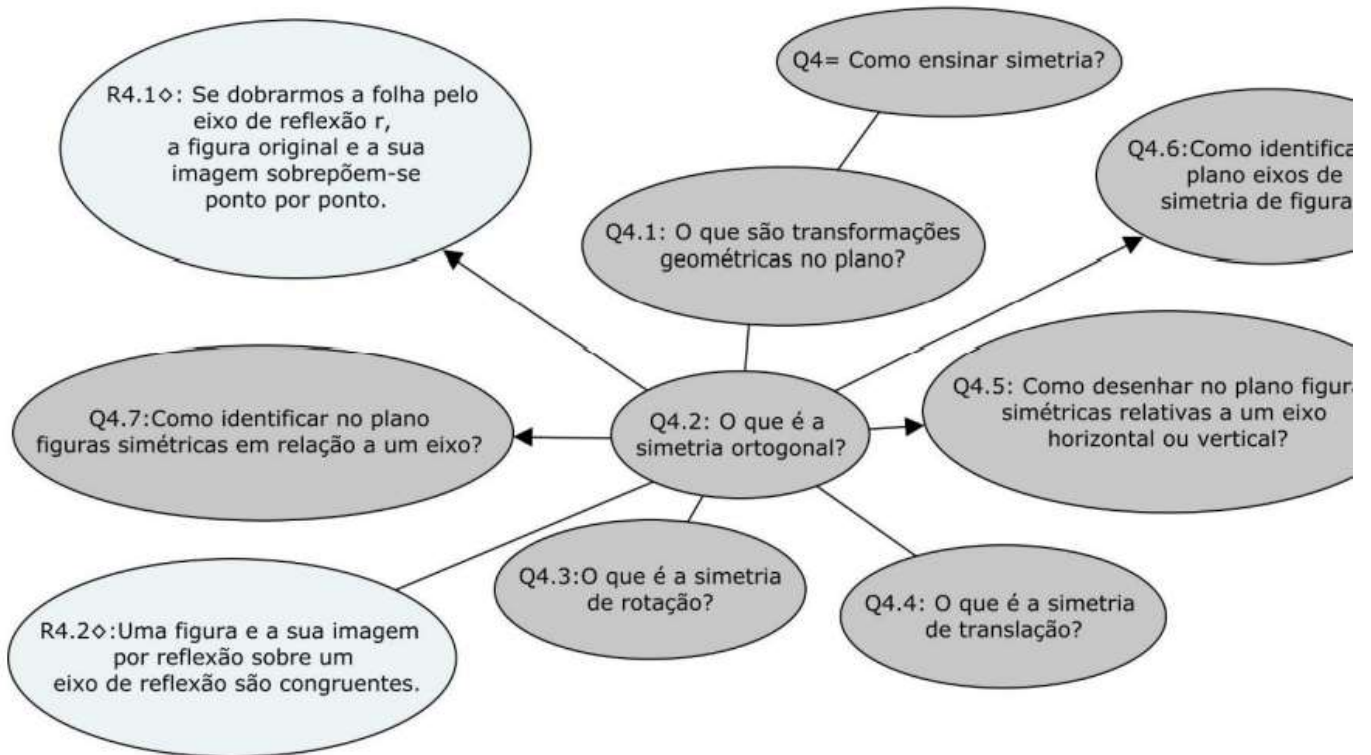
Figura 11: Desdobramento de Q₂ em Santos (2019)

Fonte: Santos (2019, p. 107)

Figura 12: Desdobramento de Q₃ em Santos (2019)

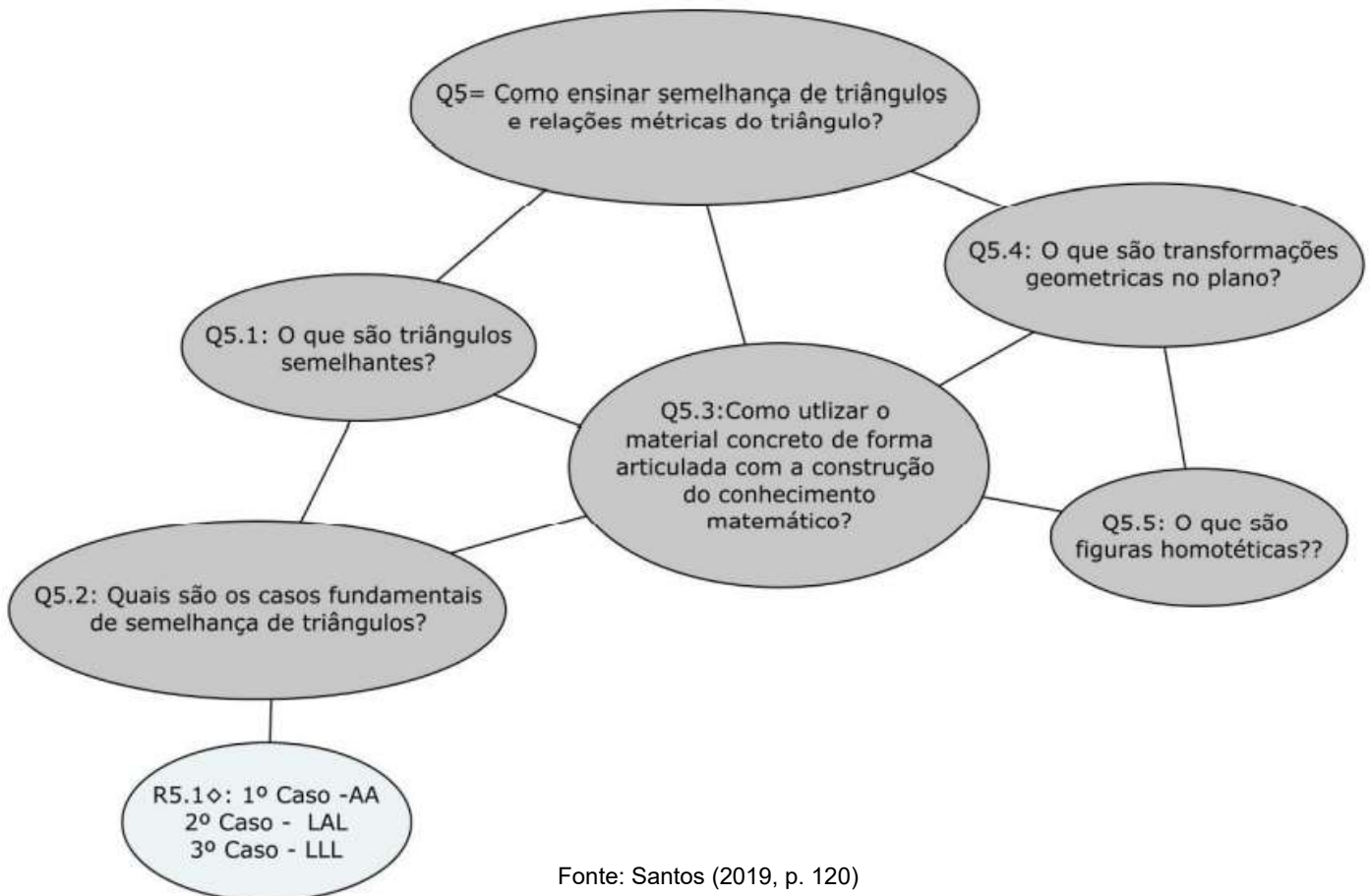
Fonte: Santos (2019, p. 114)

Figura 13: Desdobramento de Q4 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 117)

Figura 14: Desdobramento de Q5 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 120)

(PEP₁₉) ➔ Braga (2019) baseada em Chevallard (2009) afirma que as questões Q devem estar ligadas às condições e restrições do saber (área) em jogo que resultam em um conjunto de respostas que virão a se estabelecer em uma sucessão de OMs articuladas entre si. Dessa maneira, a autora elabora as demais questões: Q_{π1}: Como relacionar o conteúdo cálculo de área no campo de atuação do engenheiro elétrico? Q_{π2}: Que situações problema propor aos alunos para o uso do cálculo de área na Luminotécnica? Q_{π3}: Como o uso da RA ampliará o EP dos alunos no que diz respeito ao cálculo de área na Luminotécnica?

(PEP₂₀) ➔ Ferreira (2020), a partir da situação geradora, compõe uma tripla de questionamentos, Q₁: Qual seria uma provável aparência física desse povo? Q₂: Como provavelmente chegaram à representação de quantidades do modo apresentado no texto? Q₃: Como ficaria representada a produção da tabela acima no sistema numérico usual dos terráqueos? O que dá origem a outros questionamentos durante o percurso, a saber:

Q₁: Quais algarismos hindu-arábicos correspondem cada letra?

Q₂: Quais totalidades de quantidades são representada pelas letras (O, I, V, A e Z) no sistema de numeração dos Et's?

Q₃: Animais são um povo?

Q₄: Quais algarismos arábicos correspondem à cada quantidade?

Q₅: Quantos membros o corpo humano é formado?

Q₆: Quais algarismos hindu-arábicos correspondem à cada letra?

Q₇: O que é ano solar cristão?

Q₈: Então isso é sistema binário?

Q₉: Então esta representação que nos foi apresentada aqui são os mesmos da Terra?

Q₁₀: Precisamos pesquisar o que são números professora, que não são letras, de onde surgiu?

Q₁₁: Qual a relação das letras com os símbolos?

Q₁₂: Que relação o povo romano tem a ver com a representação dos Et's?

(PEP₂₁) → Silva (2021), discorre que a partir do tratamento da obra de Kilpatrick (1996) ocorreu a impulsão do PEP com o surgimento da questão Q₀ geratriz, que mais tarde deu origem a outras questões Q_i derivadas. Como mostrado abaixo:

Figura 15: Desdobramento de Q₀ em Silva (2021)



Fonte: Silva (2021, p. 154)

(PEP₂₂) → Ribeiro (2021), descreve que a partir da questão geratriz Q₀ as questões derivadas são fundamentais para a construção da resposta R[▼], vale também ressaltar que muitas perguntas derivadas são feitas pela diretora de estudo, e que não aparecem numeradas nas Q_i, dentre as quais apontamos a seguir as principais:

Q₀: Quais alimentos saudáveis estão entre os preferidos de vocês? Questões decorrentes de Q₀.

Q₁: Pode ser qualquer tipo de alimento? Q₂: Que tipos de alimentos existem? Q₃: Como identificar um alimento saudável? Q₄: Quais componentes considerar para selecionar os alimentos saudáveis? Q₅: Como podemos selecionar os 3 alimentos de acordo com a resposta de todos os alunos? Q₆: Como escolher o mais viável? Q₇: Como organizar os dados? Q₈: Considerando as informações nutricionais dos alimentos selecionados, quais são as unidades de medidas usadas? O que cada uma indica? Q₉: Quais outras informações são

apresentadas na tabela de informação nutricional? Q₁₀: O que cada uma dessas informações representa? Q₁₁: Qual relação do consumo com gasto energético? Q₁₂: Considerando suas análises, qual o melhor tipo de cada alimento?

(PEP₂₃) → A partir do estudo da questão geratriz Q_p, outras três questões auxiliares surgiram (Q_{p_1}, Q_{p_2}, Q_{p_3}), as quais foram suscitadas pela necessidade de compreensão do grupo de como a transnumeração poderia ocorrer nos anos iniciais, pela perspectiva dos documentos oficiais, dos livros didáticos e dos futuros professores desses anos.

(PEP₂₄) → Na aplicação do PEP-FP de García-Cuéllar (2021), como consequência da Q₀ surgiram duas questões sendo: por que ensinar quadriláteros e como ensinar quadriláteros, em que a primeira foi discutida na primeira sessão do módulo M0. Para responder à primeira questão os professores fizeram perguntas parciais, como mostra o Quadro 10:

Quadro 10: Questões derivadas da pergunta "para que ensinar quadriláteros?"

Grupo: G1	Grupo: G2	Grupo: G3
O que diz as ementas da instituição que trabalho e o currículo?	Quais habilidades e capacidades podem ser desenvolvidas em meus alunos com o estudo de quadriláteros?	Quais conhecimentos matemáticos podem ser relacionados ao estudo e aplicação de quadriláteros na solução de problemas em contextos reais?
Quais conceitos matemáticos prévios são necessários para o ensino de quadriláteros?	Quais aplicações têm os quadriláteros?	Que objetos matemáticos estão envolvidos na construção dos quadriláteros?
Em um contexto real, onde podemos encontrar aplicações de quadriláteros?	Em que situações são usados os quadriláteros?	
Na matemática que novos conceitos me permitem seu estudo?	Os alunos diferenciam quadriláteros de outras figuras geométricas planas ou em dimensões diferentes?	

Fonte: García-Cuéllar (2021, p. 149)

Quadro 11: Questões derivadas da pergunta "para que ensinar quadriláteros?"

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Quanto tempo temos para desenvolver este conteúdo?	Qual é o conhecimento prévio que meus alunos têm sobre quadriláteros?	Em que níveis de ensino os quadriláteros podem ser ensinados?
Que materiais estão disponíveis para o ensino de quadriláteros na referida instituição?	Que informações encontro em várias fontes e livros para ensinar quadriláteros?	Que conhecimento prévio é necessário para ensinar quadriláteros?

São usados materiais específicos ou algum software?	Como é apresentada, na bibliografia existente, o assunto de quadriláteros?	Que documentos devo revisar para ensinar quadriláteros?
Qual é a proposta da instituição em relação ao ensino de matemática?	Quais são as dificuldades que costumam surgir no processo de aprendizagem de quadriláteros? Que recursos tenho ou posso elaborar? Que estratégias posso aplicar?	Que ferramentas e estratégias usaríamos? Qual seria a situação problemática a propor? Como planejar o desenvolvimento das sessões de aprendizagem?

Fonte: García-Cuéllar (2021, p. 151)

(PEP₂₅) ➔ Q₁: O que é um veleiro?

Q₂: Que tipos de veleiros existem?

Q₂₁: Quais partes o veleiro tem?

Q₂₂: Que material se utiliza na construção de um veleiro?

Q₂₃: Quais tipos de velas existem?

Q₃: Como funcionam os veleiros?

Q₄: Quais são os fatores que lhes permitem se movimentar?

Q₄₁: Como as velas funcionam?

Q₄₂: Para onde eles podem se mover?

Q₄₃: Como alcançar a velocidade máxima?

Q₅: Como explicar o comportamento do veleiro?

Q₆: Como explicar o funcionamento de um veleiro a qualquer pessoa?

Q₇: Quais conhecimentos deve ter um aluno para entender o funcionamento de um veleiro?

Q₈: Que conhecimentos de matemática os alunos devem aprender (ou lembrar) para entender

(PEP₂₆) ➔ No PEP de Brandão (2021), após a apresentação da questão Q₀, os estudantes expressaram surpresa, pois muitos não sabiam quais eram as obras de Gaudí e nem sua história. A partir da surpresa, foram realizadas as seguintes perguntas derivadas da questão geratriz: Q₁: Quem foi Antoni Gaudí? E Q₂: Quais são suas obras? Em seguida, os estudantes juntamente com a diretora de estudo, foram construindo, sincronicamente, mostrando a questão aberta, Q₀, e

as suas derivadas com as duas perguntas que emergiram naquele momento, Q_1 e Q_2 que foi projetado na parede.

Dessa forma, houve a necessidade de outras questões emergirem no processo, como: Q_3 : Quais formas tridimensionais você identifica nas obras de Gaudí? Q_4 : Quais relações podem ser estabelecidas entre o Cálculo Diferencial e Integral, as obras de Gaudí e o curso que você está matriculado?

O que originou outras perguntas, mas é importante ressaltar que a questão Q_3 deu início a questões subsidiárias e importantes, como: $Q_{3.1}$. O que é uma superfície? $Q_{3.2}$. O que distingue uma superfície de uma área? $Q_{3.3}$. Só existem Superfícies tridimensionais? A autora destaca que em $Q_{3.3}$. uma estudante perguntou: $Q_{3.3.1}$. Em espaços acima de três dimensões como essas formas são representadas? $Q_{3.4}$. Qual a relação entre: a elipse e o elipsoide? A hipérbole e o hiperboloide? E entre a parábola e o parabolóide? $Q_{3.5}$. Quais os tipos de espirais? $Q_{3.6.1}$. O que distingue a catenária da parábola? $Q_{3.6.1.1}$. O que é um catenóide?

Ao passo que a diretora de estudo induziu perguntando-lhes: $Q_{3.7}$. Como faríamos para calcular a medida da área e do volume desse sólido que construíram? Onde apenas um aluno arriscou a responder sugerindo usar a Integral, porém, quando perguntado: $Q_{3.7.1}$. Explique-me aqui, nesse sólido, como você faria? O discente pegou o sólido com as mãos e balançou a cabeça afirmando não saber. Outro estudante sugeriu que fosse feito uma somatória de quadrados, como se faz na soma de Riemann. A diretora, interpelou: $Q_{3.7.2}$. Mas por que quadrados? $Q_{3.7.3}$. O espaço não é tridimensional?

A diretora de estudo pega um paralelepípedo, o perfura, mostrando, por simulação, uma noção do processo do cálculo da medida da área, ou do volume de um sólido. Em seguida questiona os alunos: $Q_{3.7.4}$. Quantos paralelepípedos poderíamos colocar para uma resposta mais precisa? Um estudante responde que usaria um limite tendendo ao infinito para uma aproximação mais precisa. $Q_{3.7.5}$. Uma aproximação mais precisa de que? O estudante volta a responder dizendo ser do número de paralelepípedos que deveria ser usado, com a medida de seus lados bem pequenos, quase próximo do zero. $Q_{3.7.6}$. E depois? Um outro estudante responde que se na Integral de Riemann usávamos a somatória, faremos o mesmo. No entanto, a diretora continua: $Q_{3.7.7}$. Mas é possível fazer isso com uma Integral? Uma estudante afirma que pode, usando as Integrais

Duplas ou Triplas. O que tal diálogo satisfaz a diretora que vai até a frente e institucionaliza o conceito de Integral Dupla. Mostrou ainda o modelo epistemológico construído por Ostrogradsky e pergunta: Q_{3.8}. Esse modelo apresenta alguma semelhança com o que foi discutido? Então, a diretora pede que estudem e pesquisem as respostas para as questões Q₅, Q₆ e Q₇, descritas abaixo: Q₅. O que é um centro de massa? Q₆. O que é um momento de inércia? Q₇. Qual a influência das Integrais Duplas nas Superfícies Quádricas usadas nas obras de Gaudi?

A dinâmica de desdobramento da questão geratriz (Q) nos PEP desenvolvidos envolveu um processo iterativo e exploratório de investigação e aprofundamento do conhecimento. Esses desdobramentos têm algumas características principais que são observadas nos PEP desenvolvidos, como, sequencialidade, iteratividade, diversificação, articulação e colaboração.

Os desdobramentos da questão geratriz Q ocorreram de maneira sequencial e lógica, com os participantes explorando progressivamente o objeto de conhecimento em etapas e aprofundando sua compreensão ao longo do tempo. Cada etapa do desdobramento está relacionada às etapas anteriores e seguintes, criando uma cadeia de investigação coerente e coesa.

Este processo de desdobramento foi iterativo, com os aprendizes revisitando e refinando suas ideias e compreensões à medida que avançavam no PEP. Eles puderam reformular suas hipóteses, questionar suas suposições e ajustar suas abordagens à medida que descobrem novas informações e *insights*, promovendo um processo contínuo de construção e reconstrução do conhecimento.

Dessa forma, no que respeita a diversificação, os desdobramentos da questão geratriz permitiram que os participantes explorassem o objeto do conhecimento de diferentes perspectivas e em diferentes níveis de complexidade. Eles puderam investigar aspectos variados do objeto do conhecimento, fazendo conexões entre diferentes áreas do conhecimento e desenvolvendo diversas habilidades cognitivas.

No que tange a articulação, a dinâmica de desdobramento da questão geratriz envolveu a articulação entre teoria e prática, com os aprendizes aplicando e testando seus conhecimentos e compreensões em situações

concretas e reais. Isso ajudou a tornar o aprendizado mais significativo e relevante e a promover uma compreensão mais profunda e integrada do objeto do conhecimento.

Assim, o desdobramento da questão geratriz foi frequentemente caracterizado por um certo grau de colaboração e interação entre os aprendizes e os diretores de estudo. Os participantes trabalham juntos para investigar o objeto do conhecimento em jogo, compartilhar ideias e *insights*, e desenvolver soluções para os problemas e desafios apresentados por Q. Os diretores de estudo, por sua vez, desempenharam um papel fundamental ao apoiar, orientar e facilitar o processo de desdobramento, ajudando os participantes a aprofundarem suas compreensões e a desenvolverem suas habilidades.

Por fim, a dinâmica de desdobramento da questão geratriz nos PEP analisados foi caracterizada pela sequencialidade, iteratividade, diversificação, articulação entre teoria e prática, e colaboração e interação. Essas características contribuíram para um processo de ensino e aprendizagem eficaz e envolvente, no qual os aprendizes são incentivados a explorar e aprofundar seus conhecimento e compreensões acerca do objeto de estudo.

5.7 DINÂMICA DE CONSTRUÇÃO DE R^\heartsuit A PARTIR DO ESTUDO, DESCONSTRUÇÃO E RECONSTRUÇÃO DE R^\diamond E DO ESTUDO DAS OBRAS

Segundo Chevallard (2009), para elaborar uma resposta R para uma questão geratriz Q, é mister juntar e organizar um meio (*milieu*) de trabalho M que mobiliza um conjunto de recursos antigos e novos que o grupo de estudantes X usará para a produção. Dentre esses recursos, alguns são respostas disponíveis R^\diamond “chanceladas” necessárias para a construção da resposta R, validadas pela instituição em contexto (recebem um “selo” institucional). A análise dessas respostas é que conceberá a resposta R, denominada e denotada na teoria de R^\heartsuit .

Dessa forma, é necessário considerar as obras (O) da cultura, pois é a partir delas que serão fornecidas as ferramentas para a análise das respostas “chanceladas” R^\diamond e conseqüentemente a construção de R^\heartsuit . Chevallard (2019), ainda discorre que uma parte dessas obras a serem consideradas, são originárias de disciplinas estabelecidas em jogo, até mesmo de algumas disciplinas não reconhecidas. Portanto, a dinâmica de construção de R^\heartsuit deve

levar em consideração o estudo das obras O para a desconstrução e reconstrução de R^\diamond (estudo dessa resposta).

Diante disso, abaixo, expomos os procedimentos de construção da resposta R^\heartsuit nos percursos analisados nas teses.

(PEP₁) ➔ Aqui, percebemos que o desenvolvimento do PEP na Comunidade de Práticas despertou nos professores a necessidade de processos de estudos, pois muitos episódios da história e da epistemologia da matemática, inclusive da matemática escolar, podem revelar articulações entre temas que não são evidenciados nas OM propostas por autores nos livros didáticos, como no caso do alinhamento de pontos, o triângulo e a circunferência, que para alguns componentes da Comunidade só ficou evidente não só com o estudo da obra, como também pelo Equipamento Praxeológico disponibilizado e mobilizado pela Comunidade.

Nesses termos, segundo o autor, “a Comunidade legitima como resposta R_3 que o Teorema de Tales transversaliza o ensino básico, pois ele pode ser colocado como tarefa/tema que articula outros temas, setores e áreas, e de acordo com sua função na OM/OD, pode assumir o papel de tarefa, de técnica ou de tecnologia/teoria” (ANDRADE, 2012, p.122).

Momento que R^\heartsuit se configura de forma natural e diríamos implícita, uma vez que o autor justifica que para compreender melhor as potencialidades do Teorema de Tales a Comunidade de estudos destaca as condições e restrições provenientes das relações docentes, da história, da epistemologia escolar a respeito do viver do Teorema de Tales na Escola.

(PEP₂) ➔ No PEP de Silva (2014), não fica explícito a dinâmica de construção de R^\heartsuit a partir de R^\diamond , contudo fica claro que os sujeitos foram a fundo na investigação para responder às questões $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_7$, a fim de potencializar a relação do professor com o saber matemático e por consequência poder contribuir para compreensão de que os conhecimentos do professor, só terá sentido, se pensados de maneira articulada.

(PEP₃) ➔ Para cada questão a ser respondida no PEP de Silva (2016), os alunos se envolviam em resolução de AEP articulados entre si, para encontrar as respostas canceladas R^\diamond para, ao final da última seção, elaborar a formalização da resposta R^\heartsuit com a ajuda do diretor de estudo. Ressaltamos aqui que a mídia AutoCAD, ao funcionar como meio de execução e controle, revelou-se importante no desenvolvimento do PEP, pois permitiu que os estudantes encontrassem a resposta R^\heartsuit , superando a expectativa, apesar de essa mídia ter escondido alguns elementos matemáticos importantes já discutidos quando da apresentação das análises do desenvolvimento dos projetos pelos estudantes.

(PEP₄) ➔ Para se chegar à resposta ótima, o autor discorre que foi cumprido as tarefas H_i da praxeologia de investigação \mathcal{H} (CHEVALLARD, 2012-2013).

H₁. Observar as respostas R^\diamond depositadas nas instituições.

H₂. Analisar - em particular no duplo plano experimental e teórico essas respostas R^\diamond .

H₃. Avaliar essas mesmas respostas R^\diamond

H₄. Desenvolver uma resposta própria R^\heartsuit .

H₅. Difundir e defender a resposta R^\heartsuit assim produzida.

A análise das propostas de aulas dos professores x_1 , x_8 e x_4 evidencia a existência de várias práticas ostensivas com objetos da álgebra escolar, que entendemos ser respostas R^\diamond institucionalizadas em obras \heartsuit de diversas épocas, por exemplo, Chevallard (1994a, 1994b), Euler (1795), Viète (1630), Maclaurin (1753), Lacroix (1799), Peacock (1842, 1845), Dante (2013), Pereira (2012), entre outras. Esse fato está de acordo com o primeiro tipo de tarefas H_i , que preconiza a observação da existência dessas repostas depositadas nas instituições.

Com a análise da proposta de aula de x_7 os autores alcançaram um volume de respostas R^\diamond significativo para propor a resposta R^\heartsuit e assim finalizar a praxeologia de pesquisa \mathcal{H} , concretizando o esquema herbatiano $\mathbb{H}4$: $[S(x; y; \heartsuit] \rightrightarrows \mathbb{Q} \dot{\imath} M \dot{\imath} R^\heartsuit$. Porém, eles examinaram as propostas de aula dos professores x_2 (ANEXO F) e x_9 (ANEXO G), que por motivo de saúde não apresentaram suas propostas nas sessões finais do PEP.

(PEP₅) → Mesquita (2017), em seu PEP, afirma que a mudança de estado de E3 para E4 corporificado pelo sistema de tarefas ST4 consiste na resposta R desejada, ou o último estado alcançado pelo Modelo Epistemológico Pessoal de Referência (MEPR) construído por ρ (autor da tese).

Desse modo, o autor assume o Teorema Fundamental da Álgebra (TFA) - que não está posto explicitamente no sistema de tarefas senão no Modelo Epistemológico Pessoal de Referência de P - como a tecnologia que justifica a técnica de fatoração do trinômio 2º grau. Os polinômios constituem a teoria que justifica o TFA. Assim, ST4 é a resposta R desejada, que apesar de todo o processo de estudo, é parcial, pois a trajetória pessoal de formação docente continua como um PEP aberto, uma vez que novas condições podem ser encontradas ou construídas, bem como podem modificar a infraestrutura até então criada.

(PEP₆) → Em Santos Júnior (2017), para cada questão Q_i , foi buscada uma resposta R_i^\diamond , validadas por obras O ou instituições. Finalizando a análise dos diálogos da sessão quatro, podemos afirmar que o meio $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n, O_{n+1}, \dots, O_m\}$ tem cada vez mais elementos no estudo da questão Q_0 . Constatamos que nas sessões três e quatro, o estudante que trabalhava em banco teve papel fundamental no processo de avaliar as respostas R^\diamond expostas pelos estudantes. Ele ajudou a desenvolver a resposta R^\heartsuit com base em informações reais na instituição banco, enriquecendo a dialética mídia-meios. Sobre a relação pessoal dos estudantes, continuamos a observar o que já havia sido considerado nas análises das sessões anteriores, ou seja, eles estavam tratando a busca pela resposta a questão Q_0 com um amálgama de praxeologias, isto é, acima de tópicos e temas na escala de níveis de codeterminação. Tal constatação fica mais evidente a partir da exposição das respostas dos grupos, que mostraram considerar diversos tópicos e temas na construção da resposta R^\heartsuit .

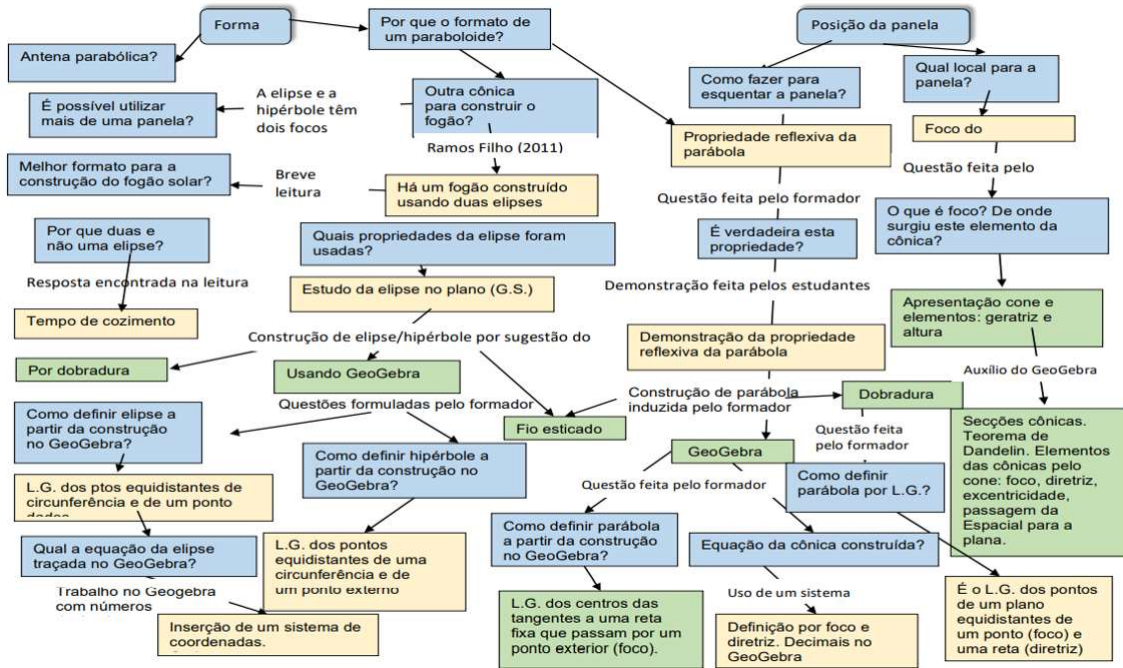
(PEP₇) → Segundo Matos (2017), as repostas para as questões dos sistemas didáticos principais $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$ e $S_2(X; Y; Q_2)$, estão sujeitas à organização de um *milieu* de trabalho M , reunindo o conjunto de recursos antigos

e novos que X e Y utilizarão. Entre esses recursos, alguns possuirão respostas *prontas* para Q_0 , Q_1 , e Q_2 , que se denota por R^\diamond (CHEVALLARD, 2008, 2009b). Da análise das respostas R^\diamond (R contraste), $Y = \{y_1, y_2\}$ (alunos em formação e diretor de estudo) poderão obter o material para construção da resposta R^\heartsuit (resposta ótima). Porém, esse material precisa de um refinamento metodológico para fazer parte do *milieu* M do sistema didático principal $\mathbf{S}(X; Y; Q_0)$. É por meio desse refinamento metodológico que ocorre a construção da resposta ótima (R^\heartsuit) para Q_0 . Assim, a resposta R^\heartsuit indica a confirmação da hipótese da tese doutoral, que para se trabalhar com AL é necessário se *estudar qualitativamente sistemas lineares*.

(PEP₈) ➔ A resposta à questão inicial exigiu a mobilização de conhecimentos que, no currículo tradicional aparecem desconexos tais como o estudo dos triângulos, a teoria dos grafos e o desenvolvimento do pensamento algorítmico. A busca por respostas à questão inicial levou a estudar as características de uma figura geométrica em particular - triângulos - e o desenvolvimento do algoritmo como resposta à Q_0 está fundamentado por meio dos teoremas, significa dizer que a funcionalidade do algoritmo Luke-Beatrix está garantida e fundamentada por meio dos teoremas. O que mostra outro caminho para dar sentido ao estudo da geometria axiomática que fundamenta e serve de base para o desenvolvimento dos algoritmos.

(PEP₉) ➔ Segundo Benito (2019), o PEP-FP permite aos futuros professores viverem a função de investigadores ao buscarem respostas para um problema docente. A partir da questão Q , foram guiados por questões parciais criadas com o objetivo de estudarem mais profundamente a questão geratriz Q , para então construir uma resposta final R_{FP}^\heartsuit . A figura a seguir apresenta um resumo de construção da resposta R_{FP}^\heartsuit :

Figura 16: Construção de R em Benito (2019)



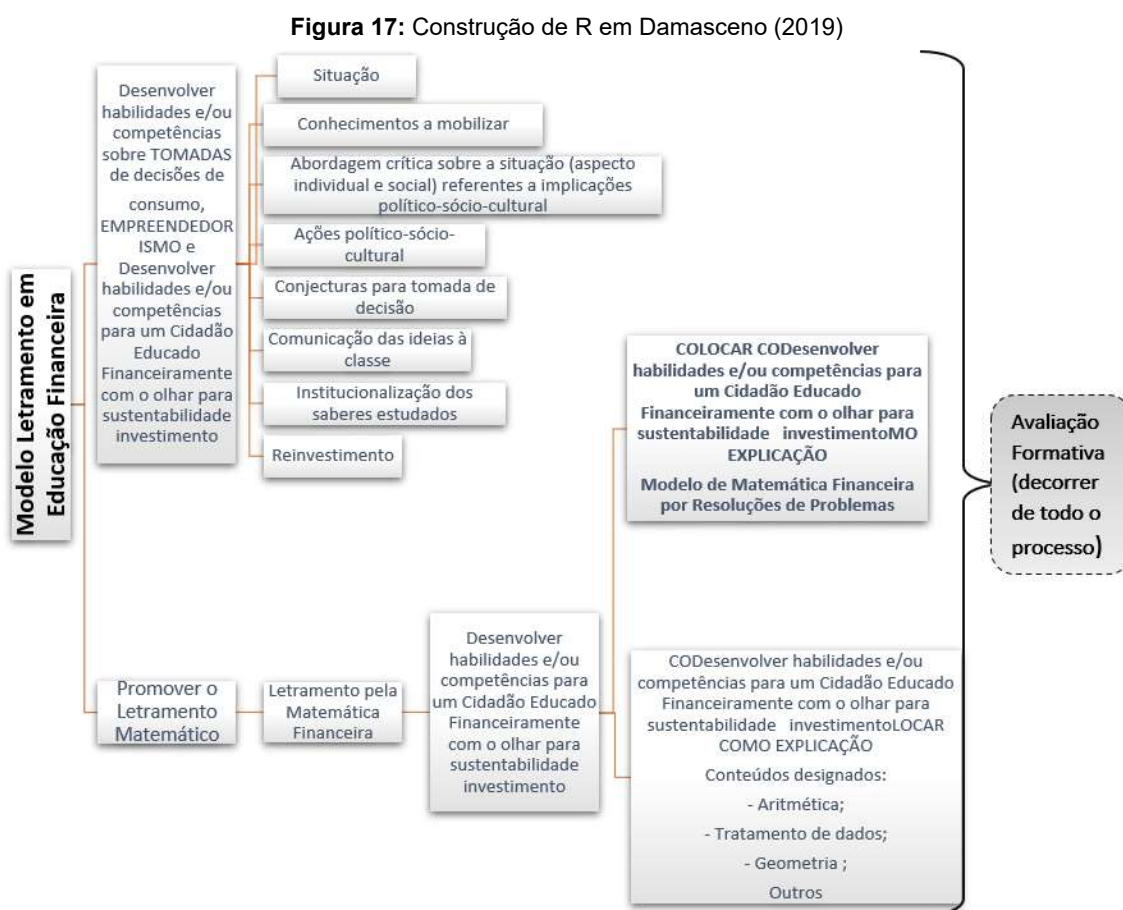
Fonte: Benito (2019, p. 181)

(PEP₁₀) → Por se tratar de uma proposição de PEP, Mineiro (2019), acredita que os saberes não podem apenas se desenvolver a partir dessa atividade, além de mobilizar os conhecimentos previstos para o 7º ano (aqueles que se relacionam aos múltiplos e aos divisores de um número natural e às medidas de grandeza), bem como servir de base aos conteúdos que serão estudados no 8º ano (os que envolvem áreas de figuras planas e medidas de capacidade de blocos retangulares) e no 9º ano (estudo de vistas ortogonais de figuras espaciais). Segundo o referido autor, a busca por resposta à questão inicial Q₀ irá exigir a mobilização de conhecimentos que auxiliarão no desenvolvimento da resposta R[♥].

(PEP₁₁) → Freitas com as respostas validadas R[◊] das questões derivadas, a autora e os sujeitos a partir de uma reflexão no processo de formação do ateliê de modelização didática, pretendiam desenvolver uma organização didática de estudo para os alunos de 3º ano do Ensino Médio, com base na questão geratriz Q₀. Dessa forma, encontrando a resposta R[♥], baseado na construção e reconstrução de R[◊], bem como em todas as obras estudadas durante o PEP-FP.

(PEP₁₂) → A construção de R[▼] no PEP de Damasceno (2019), advém da ideia de fazer toda a trajetória do PEP, com todas as atividades da primeira até a quarta, buscando respostas sinalizadas pelas tarefas construídas dentro do sistema aferidas por S (X; Y; Q) → R[▼].

De modo que ela aconteça numa proposta construída pelo modelo da figura 16.



Fonte: Damasceno (2019, p. 132)

Segundo o autor, quando se observa o Modelo de Letramento em Educação Financeira exibido acima, não se imagina que esta forma reduzida e simplificada de etapas, harmonizada e coerente, representa toda uma construção de relações advindas, entre *sujeitos* e *objeto* intermediada pelos *pesquisadores*, na fomentação do desenvolvimento de uma proposta na construção deste *modelo*.

(PEP₁₃) → H4. Desenvolver uma resposta própria, R[▼]. O registro R[▼] denota uma práxis desejada pela comunidade da EDR, que subjaz nas tarefas anteriores.

Pode ser encaminhada, por exemplo, pelo questionamento do tipo: Quais articulações e integrações de saberes infra estruturais atendem o desejado pela comunidade?

Essa resposta pode ser encaminhada, por exemplo, a partir de uma síntese das conclusões das tarefas anteriores, precisamente, de um modelo praxeológico textualizado que revele, de algum modo, a estrutura de saberes da praxeologia eleita para ser reconstruída. Esse modelo pode, então, ser posto em ação, para a reconstrução das práxis questionando os saberes infra estruturais, por exemplo, do modo a atender o desejado pela comunidade.

(PEP₁₄) → Carvalho (2019), apoiado no sistema Herbartiano confirma que o estudante tem um projeto de pesquisa pessoal (suas inquietações) e que cabe aos professores orientá-lo nessa busca, numa dinâmica didática que pode ser representada por:

$$(S(X, Y; Q) \Rightarrow R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m) \Rightarrow R^\heartsuit$$

Em que uma equipe de estudantes X (ou uma pessoa), com ajuda ou sob orientação de vários "assistentes de estudo" ou "diretores de estudo" que compõem a equipe Y, diante de uma pergunta Q. O sistema didático é assim constituído: S(X, Y; Q). Produzem uma série de respostas com selos institucionais (R^\diamond) no estudo de diferentes obras, até que se chegue a uma resposta aceita de acordo com a epistemologia geral da Matemática, mas com um selo pessoal (R^\heartsuit).

Para o autor, o gesto promovido pelo estudo das mídias e meios se manifesta no PEP como oposição cópia de práticas matemáticas de uma estrutura dominante, em que se questionam os elementos desse meio. Desse modo, configura-se um indicador de que tal noção didática se integra ao discurso tecnológico-teórico das praxeologias matemáticas de um sujeito. Segundo o autor, se um indivíduo questiona o objeto, propondo questões derivadas de uma Q_0 , ele integrará algo ao *logos* dessa praxeologia, o que não é matemático, mas didático, pois não é intrínseco ao saber, mas necessário para compreendê-lo.

(PEP₁₅) → O PEP é desenvolvido sob a direção de estudo que objetiva a realização dos três gestos e, iniciando com esses gestos em sequência, uma vez

que cumprido, pode levar à resposta procurada. Caso a resposta não seja encontrada, o processo se reinicia a partir do primeiro gesto, se necessário, seguindo os demais.

A resposta R^\heartsuit é tomada como produto de um processo de estudo objetivamente mais amplo, com integração de saberes, matemáticos e não matemáticos, que aqui expressamos pela noção de modelo matemático descrito pela tríade [Q, St, PMC], ou seja, a questão (Q) que encaminha a situação de uso e as tarefas (T) em seus modos de fazer (τ), isto é, a PMC (Praxeologia Matemática Customizada).

(PEP₁₆) ➔ No PEP de Britto (2019), a dinâmica se apresentava da seguinte forma: o grupo de professores do PER(P), com o olhar no modelo epistemológico da Geometria Analítica, construía e reconstruía ODM traduzidas por um sistema de tarefas a serem propostas aos alunos das turmas do 3º ano do Ensino Médio, que estavam sob a docência do Professor Z, o qual o autor acompanhou nas aulas no decorrer do processo de estudo.

Portanto, o autor baseado em Chevallard (2016), descreve o modelo investigativo: $[Si (Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$, em que R^\heartsuit seria a resposta ótima a que se espera chegar. Dessa forma, para o PEP (P) a partir da questão Q_1 , tem-se os sistemas $[S_1 (Q_1, X_1, Y_1) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$; para a questão Q_2 , tem-se $[S_2 (Q_2, X_2, Y_2) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$; para a questão Q_3 , tem-se $[S_3 (Q_3, X_3, Y_3) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$.

(PEP₁₇) ➔ Em Rodrigues (2019), O PEP tenta conduzir para uma flexibilização nas respostas e nas suas representações, a fim de viabilizar uma variedade de caminhos até a R^\heartsuit . Ao passo que para cada pergunta derivada, foram obtidas respostas R_i^\diamond que mais tarde foram chanceladas pelo diretor de estudo, essa formalização gerou a desconstrução e reconstrução dessas respostas R^\diamond , com a finalidade de que ao final do PEP a construção de R^\heartsuit fosse efetivada no contexto do estudo das funções.

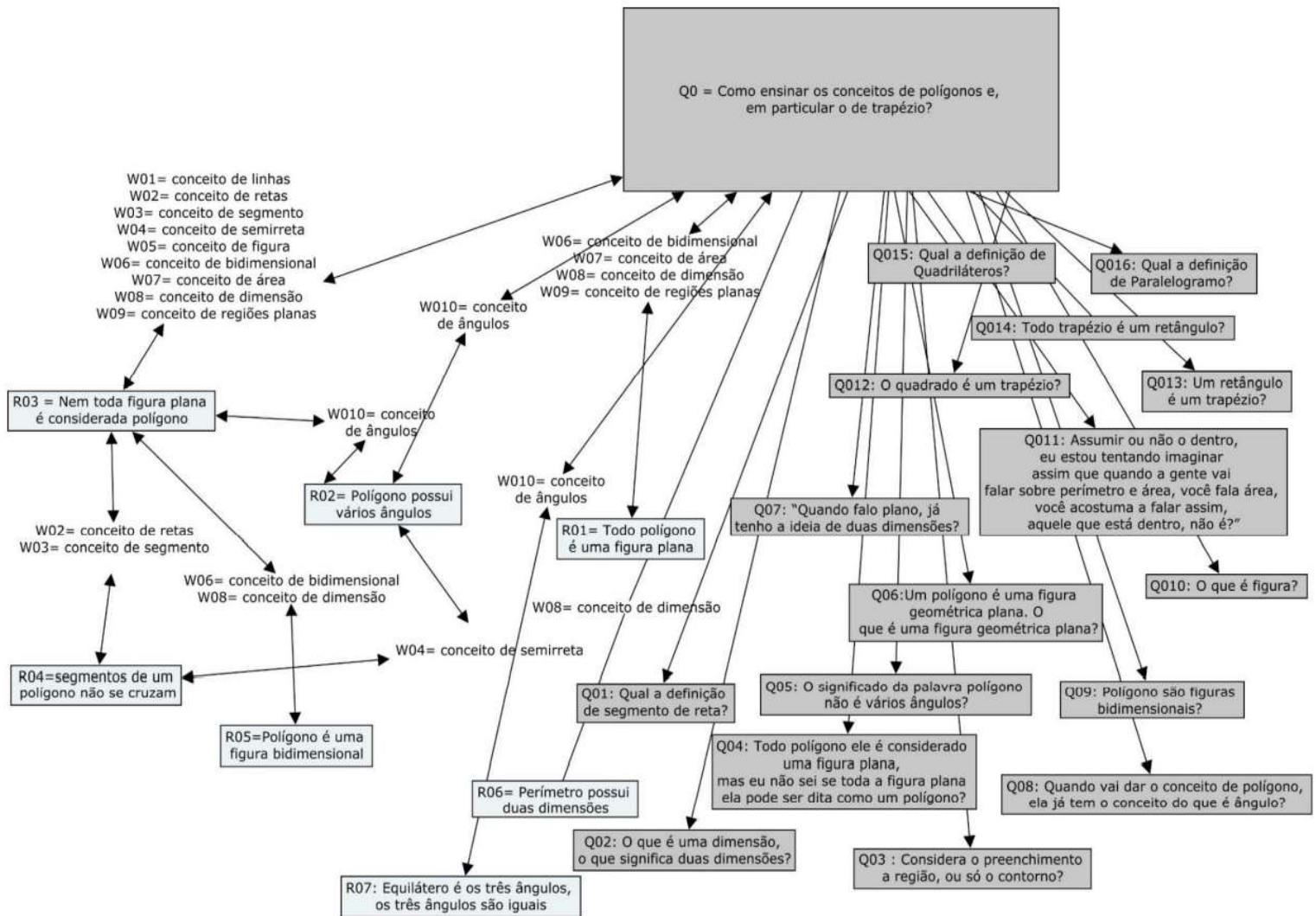
(PEP₁₈) ➔ Santos (2019), dialoga baseada em Barquero, Bosch e Gascón (2011), os quais dizem que na execução dos PEP, podem ocorrer diferentes ampliações resultantes dos modelos matemáticos considerados, bem como distintas dissociações de acordo com os sujeitos envolvidos no PEP. Sendo

assim, cabe cancelar que as questões Q_i geradoras dos percursos foram pensadas para esse grupo de específico de professores, e que as respostas R_i^\diamond e intermediárias R_i na constituição do M para a resposta R^\heartsuit foram elaboradas pelos envolvidos, podendo ter outros direcionamentos para diferentes grupos de professores.

Assim, as respostas R^\heartsuit nos micro-PEP têm suas estruturas composicionais da seguinte forma:

MP₁ e MP₂

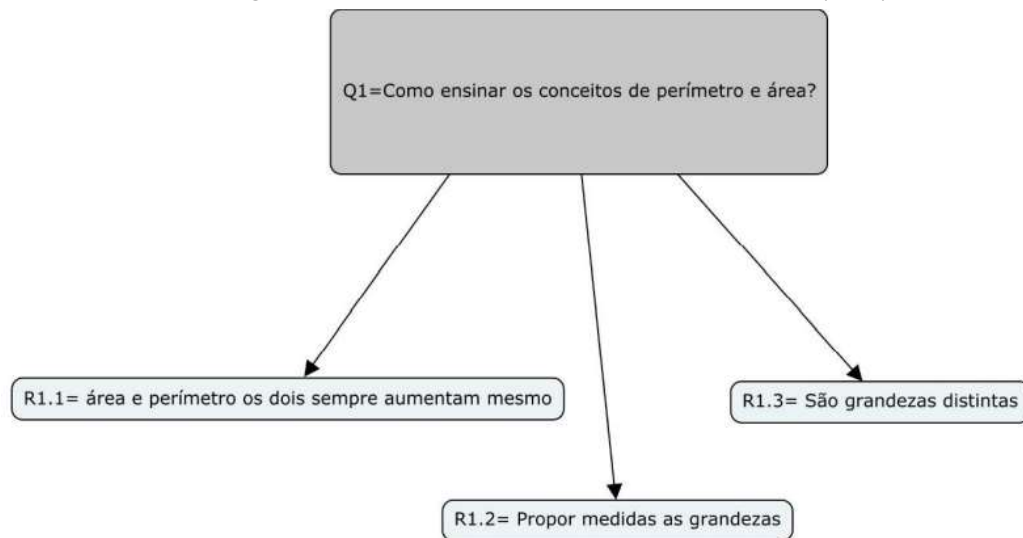
Figura 18: Resposta a R em micro-PEP P1 e P2 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 150)

MP₃

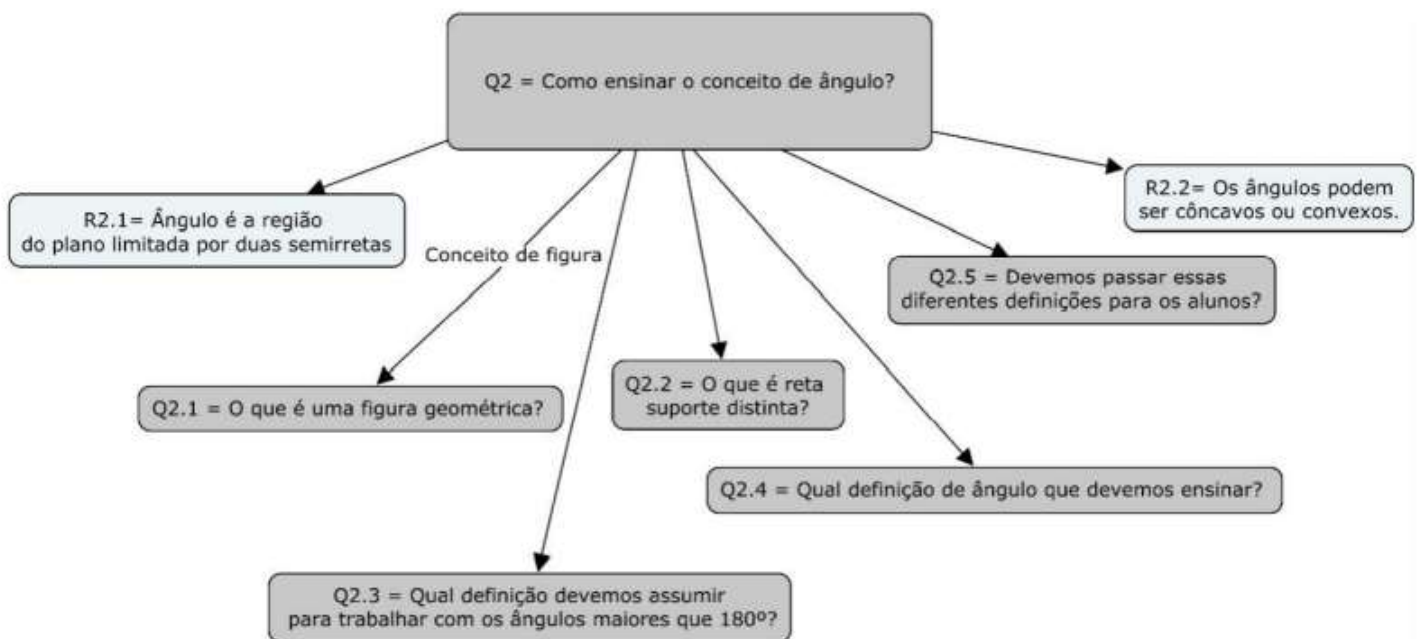
Figura 19: Resposta a R em micro-PEP P3 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 164)

MP₄

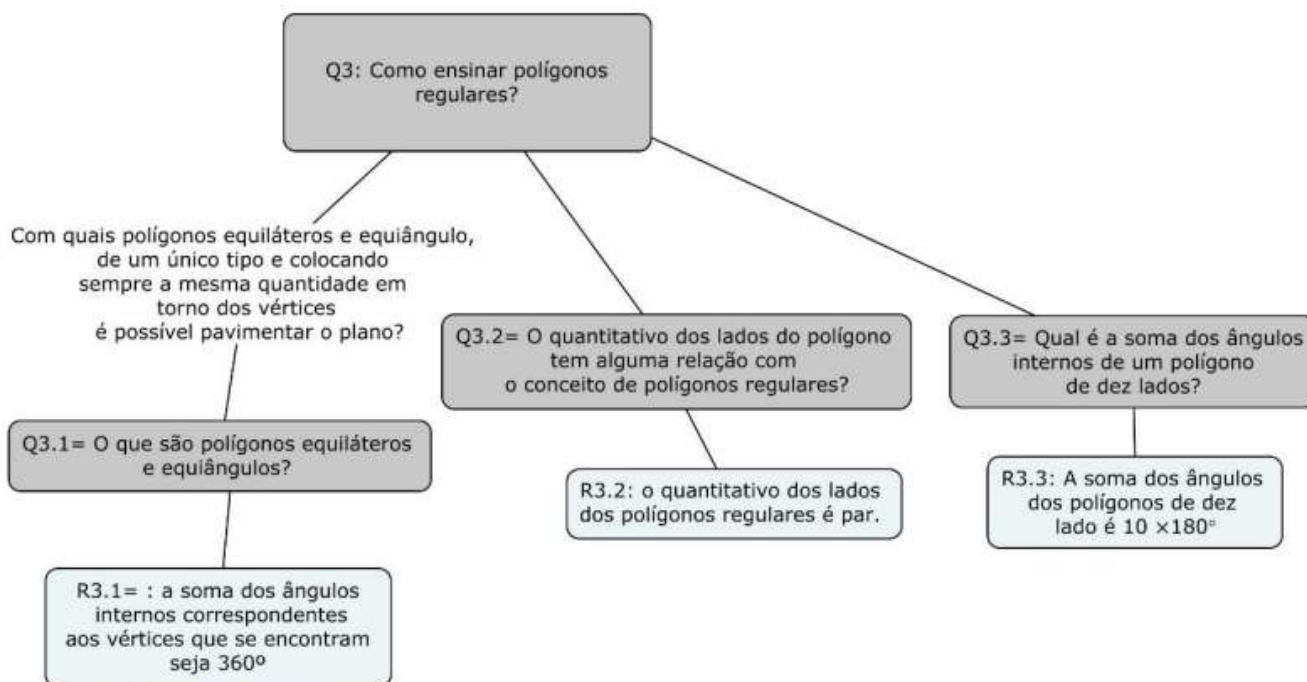
Figura 20: Resposta a R em micro-PEP P4 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 172)

MP₅

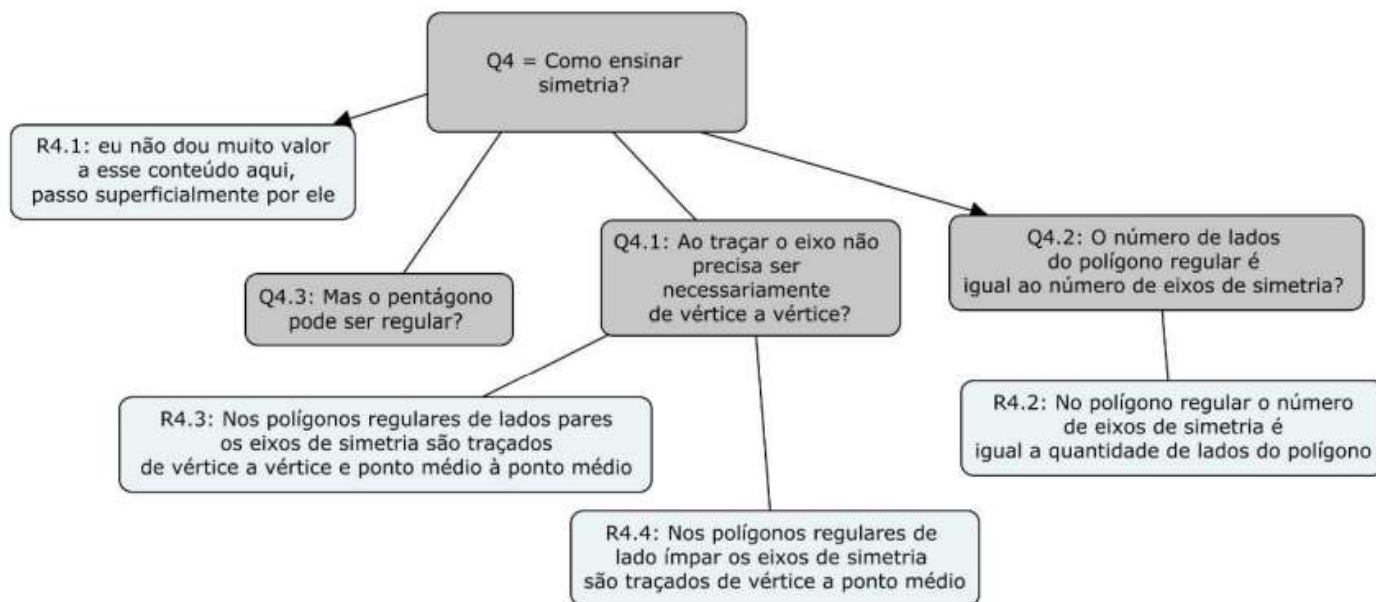
Figura 21: Resposta a R em micro-PEP P5 em Santos (2019)



Fonte: Santos (2019, p. 183)

MP₆ e MP₇

Figura 22: Resposta a R em micro-PEP P6 e P7 em Santos (2019)



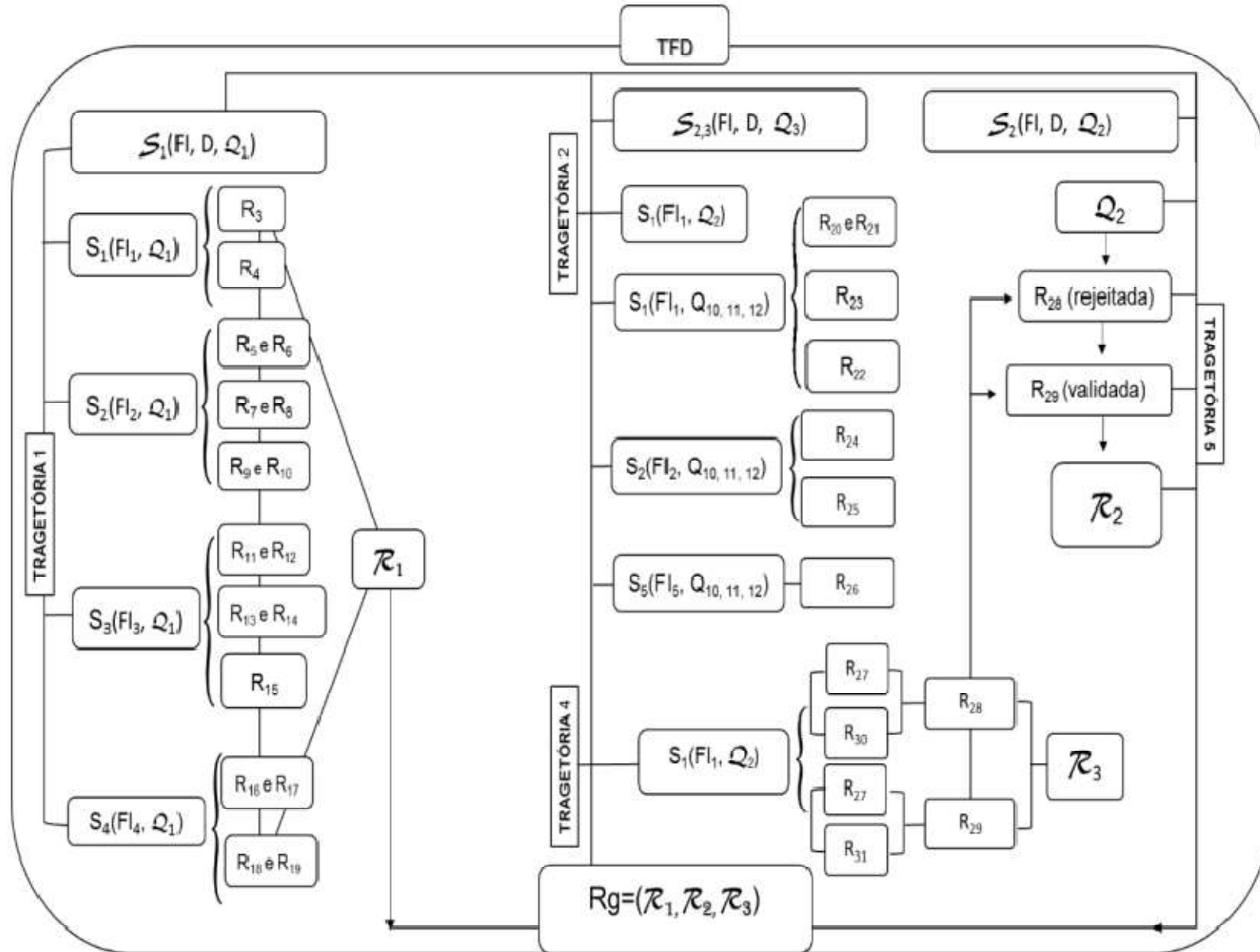
Fonte: Santos (2019, p. 204)

(PEP₁₉) ➔ Na tese de Braga (2019), a construção de R^v se dá a partir da resolução dos conjuntos dos tipos de tarefas (T₁ e T₂), para fomentar a compreensão do cálculo de área em um processo evolutivo, que possibilitou aos

alunos, por meio de diferentes respostas, fazer a distinção entre as noções de área e de superfície, levando-os a reconhecerem a noção de área como grandeza, ou seja, a encontrar a resposta ideal (R^\heartsuit).

O sistema Herbatiano $[S(X,Y;Q_0) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$, sendo que S, corresponde ao Sistema Didático, onde X são os alunos, Y é o professor, e Q_0 é a Questão Norteadora da pesquisa e M, o conjunto de respostas parciais dadas pelos alunos, e, por fim, R^\heartsuit é a Resposta Ideal, o que leva a um Sistema Didático, formado pelo par ordenado composto por 11 alunos e 1 docente, em torno de uma questão Q_π , que se desdobrou em outras três questões: $Q_{\pi 1}$, $Q_{\pi 2}$ e $Q_{\pi 3}$, que implica em $M = \{R_1, R_2 \dots R_n\}$, ou seja, um conjunto de diversas respostas parciais dadas pelos alunos na resolução dos conjuntos de tarefas (T_1) e (T_2), num processo evolutivo de compreensão da noção de área, que os conduziu à R^\heartsuit (Resposta Ideal), que é: o Equipamento Praxeológico do aluno foi ampliado.

(PEP₂₀) ➔ Ferreira (2020), afirma que os diálogos evidenciam o investimento da classe [FI, D] no enfrentamento da questão Q_1 de diversas formas, inclusive estabelecendo relações entre essa questão e às questões Q_2 e Q_3 . A autora assegura, ainda, que essa forma abrangente permitiu institucionalizar a resposta praxeológica (R_3, R_4) e, por conseguinte a resposta da questão Q_1 . Dessa forma, permitiu, também, encaminhar o encontro dessa classe com o sistema de numeração binário, o qual encaminha essa classe a [FI, D] um outro sistema de numeração, denominado por $S_4(FI_4, Q_1)$ de sistema quinário, como um sistema de numeração similar ao sistema de numeração binário e, que direciona a continuidade do percurso de estudos e investigações para responder às questões Q_2 e Q_3 , a partir de questionamentos derivados do sistema principal $Q_1(FI, D, Q_1)$. Na figura abaixo, temos a trajetória de construção das respostas R a partir das respostas R^\diamond :



Fonte: Ferreira (2020, p. 269)

(PEP₂₁) ➔ Silva (2021), em seu PEP, relata que a questão Q₀ não foi imposta pelos diretores, mas deflagrada a partir das leituras e discussões das obras. Diante disso, a autora discorre que as produções decorrentes dos estudos desenvolvidos na disciplina, ou seja, as respostas R[◊] fariam parte de um conjunto de artigos, a serem publicados em parceria com diretores de estudos.

Segundo Silva (2021), os diretores de estudo iriam oferecer suporte teórico, sendo as Obras On (Obras base gerais) e Oc (Obras complementares), as quais embasaram as discussões e construções. Dessa forma, os Diretores de Estudos ofereceram espaço para que a turma se organizasse em seus grupos de trabalho e, de imediato, iniciassem a organização e articulação das propostas de trabalho no PEP. Os artigos produzidos constituem partes integrantes da resposta R[♥] do PEP, uma vez que as respostas R[◊] chanceladas, foram reconstruídas/desconstruídas para a elaboração da resposta ótima R[♥].

(PEP₂₂) ➔ Em Ribeiro (2021), cada AEP aplicada gerou respostas R que careciam de uma desconstrução e/ou reconstrução e chancelada pela diretora de estudos. Desse modo, a autora concorda com Chevallard (2004), ao dizer que as AEP são prescritas com o objetivo de construir uma resposta “R” a uma questão “Q”.

Como exemplo, temos que, “a partir dos cálculos, os alunos construíram de forma coletiva a relação de proporcionalidade existente no problema. Acreditamos que eles dividiram 156 por 8, mas como o resultado não dá exato, desenvolveram uma estratégia de 148 cálculo para que cada grupo levasse uma quantidade inteira de bolinhas de queijo, ou seja, 7 grupos levariam 18 bolinhas e um 1 grupo, 20 bolinhas. Todavia, esses cálculos estão errados, pois se 7 grupos levaram 18 bolinhas e 1 grupo, 20 bolinhas, temos um total de 146 bolinhas e não 156 como descrito no início da resolução pelos alunos” (RIBEIRO, 2021, p. 148).

Dito isto, a autora destaca, mesmo com o erro apresentado no cálculo, a existência de relações pessoais existentes pelos alunos, uma vez que houve discussões e aplicações de conhecimentos prévios mobilizáveis, o que contribuiu para a construção de noções que envolvem proporcionalidade.

(PEP₂₃) ➔ A partir do surgimento da questão geratriz Q_p , produto da situação fundamental já mencionada anteriormente, a construção de "R Coração" foi realizada gradativamente através dos sistemas didáticos que foram surgindo para o estudo das questões auxiliares supracitadas e sua conclusão se deu, quando os estudantes participantes do grupo conseguiram elaborar tarefas, voltadas para os anos iniciais, as quais contribuiriam para o desenvolvimento de habilidades transnumerativas com crianças do 1º ao 5º ano do ensino fundamental. Todo esse processo, inclusive o de desconstrução e reconstrução das respostas provisórias "R Losango", em ambientes de debate entre os participantes do sistema $Sp(X, Y, Q_p)$ e no registro dos diários de bordo (por parte dos estudantes) e da análise destes (por parte do diretor de estudo).

(PEP₂₄) ➔ Em García-Cuéllar (2021), as respostas R^\diamond , puderam ser canceladas após o PEP vivido no módulo 1 do PEP-FP. A partir dos dados levantados e analisados após a formação baseada no dispositivo didático do PEP-FP, a autora considera que os professores participantes vivenciaram e desenvolveram um percurso para o estudo de quadriláteros que permitiu reconhecer uma de suas razões de ser, ou seja, o cálculo de medidas de áreas de superfícies irregulares. O PEP utilizado na formação se baseou no paradigma de questionamento do mundo, pois sua questão geratriz foi proposta para tratar da ocorrência de tsunamis na região de Punta-Callao, no Peru. Além disso, permitiu trabalhar conteúdos como: áreas, escalas, conversões de medida, regra de três simples, propriedades e classificação de quadriláteros por uma abordagem distinta das apresentadas nos livros didáticos usados no sistema educativo peruano.

(PEP₂₅) ➔ No PEP de Valenzuela (2021), a resposta R^\heartsuit se justifica com relação às dialéticas, à dialética das perguntas e das respostas ($D1$), em que foi desenvolvida no processo do PEP-FP durante a busca de resposta à questão geratriz Q_{0-FP} , a qual requer a combinação das respostas R_i^\diamond com as obras O_k e toda a pesquisa feita por cada grupo para conseguir estudar vetor e introduzir a Geometria Vetorial. Cada um dos quatro grupos apresentou as questões Q_{ij} com as respectivas repostas provisórias R_{ij}^\diamond aportadas pelas médias. A autora afirma, ainda, que as médias utilizadas descritas por cada grupo foram, principalmente,

livros-texto impressos, a Internet, artigos de pesquisa etc. e que permitiram identificar a dialética das mídias e dos meios (D2), também conhecida como da conjectura e da prova.

(PEP₂₆) → Brandão (2021), declara que ao chegar ao fim da difusão dos resultados da tarefa, os estudantes foram convidados a responder à questão Q0 de forma individualizada. Ao passo que as respostas foram analisadas dentro da perspectiva da Matriz da Linguagem.

Segundo Brandão (2021), as respostas dos estudantes não são únicas, constituem em uma família de soluções plausíveis e que estão sob a perspectiva de outros olhares, estudos, profissionais, estudantes, áreas, entre outros. A autora afirma, ainda, que quando se realiza um experimento aberto, é preciso ter a consciência de que a magnitude de conhecimentos que podem ser mobilizados para a constituição de uma resposta é bem densa.

Ao final do PEP, em diálogo, os estudantes relataram as restrições para o desenvolvimento de um PEP, como: o tempo dedicado às aulas de matemática; a faixa etária das turmas; a autonomia do professor e as rupturas culturais necessárias para se aplicar nessa perspectiva aulas deste tipo. Diante disso, a autora constrói duas Matrizes (Quadro 12 e 13) de análise do sexto encontro, explicitando os elementos que as constituem e apresenta a Matriz da Linguagem 5 (MDL₅) formadas pelos seis elementos que a caracterizam.

Quadro 12: Primeira Matriz de análise do sexto encontro

	Elementos da Matriz	Especificação na situação
MDL ₅	Praxeologia	Didática, matemática e situacional
	Raciocínio	Abdutivo e dedutivo
	Dialéticas	D ₁ , D ₂ , D ₃ , D ₄ , D ₅ , D ₆ , D ₇ , D ₈ , D ₉ , D ₁₀ , D ₁₁
	Semioses	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Relacional: objetos ostensivos e não ostensivos empregados na Atividade 2.</i> - <i>Complexa: mobiliza fatores externos e internos a matemática para criar uma situação problema.</i> - <i>Na ação: estabelecem ações questionadoras e participativas no momento da solução da Atividade 2.</i> - <i>Articulada: dentro do próprio campo da matemática relacionando objetos ostensivos e não ostensivos.</i> - <i>Reveladas na forma: gestual, visual, oral e escrita.</i>
	Função Didática	topogênese, cronogênese e mesogênese
	Tipo de Linguagem	Dictarizada, Em Curso, Contrafactual e do (Dis)curso

Fonte: Brandão (2021, p. 387)

Com a observação dos fenômenos que surgiram no desenvolvimento do PEP, foi possível perceber a presença de todos os seis elementos que compõem a Matriz da Linguagem. Assim, os significados e as interpretações presentes neste último encontro, foram cruciais para a construção da resposta R^\heartsuit à questão aberta Q_0 . Em resumo, a referida autora descreve a Matriz Diversidade (MD5) conforme Quadro 13:

Quadro 13: Matriz da Diversidade MD₅

	Elementos da Matriz	Especificação na situação
MD₅	Significados	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Compreenderam a aplicabilidade da Integral Dupla.</i> - <i>Produziram discussões relevantes para as situações-problema apresentadas na Atividade 2.</i> - <i>Estabeleceram a relação entre as obras de Gaudí, as Superfícies Quádricas, o centro de massa, o momento de inércia e as Integrais Duplas.</i> - <i>Destacam a importância do centro de massa e do momento de inércia com o equilíbrio de forças atuando na arquitetura gaudinense.</i>
	Interpretações	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Dentro do próprio campo da matemática associaram o cálculo do centro de massa e do momento de inércia com a Integral Dupla.</i> - <i>Mobilizam objetos não ostensivos que mediam o papel desempenhado pelo registro dos ostensivos, representando-os em representações pictóricas, algébricas e gráficas.</i> - <i>Relacionam: situação, praxeologias e registros dos objetos ostensivos coerentemente para resolver a atividade 2 proposta.</i> - <i>Os dois grupos de estudantes apresentaram interpretações diferentes para a situação problema 1, da Atividade 2.</i>
	Atitudes	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Problematizadora ou do Espanto</i> - <i>Herbartiana ou da Dúvida</i> - <i>Procognitiva ou do Rigor</i> - <i>Exotérica ou da Insatisfação</i>

Fonte: Brandão (2021, p. 386)

A dinâmica de construção de R^\heartsuit (uma nova perspectiva ou conhecimento) a partir do estudo, desconstrução e reconstrução de R^\spadesuit (perspectiva ou conhecimento existente) e do estudo das obras nos PEP desenvolvidos possui algumas características importantes que influenciaram o processo de ensino e aprendizagem, tais como, análise crítica, integração de múltiplas perspectivas, engajamento, processo iterativo e reflexivo e colaboração e diálogo.

No que respeita a análise crítica, a desconstrução de R^\spadesuit envolveu uma análise crítica das ideias, conceitos e teorias existentes. Os participantes foram incentivados a questionar suposições, examinar evidências e identificar lacunas

ou inconsistências no conhecimento existente. Essa abordagem crítica ajudou-os a desenvolverem habilidades de pensamento analítico e a questionarem o conhecimento "estabelecido".

A dinâmica de construção de R^{\heartsuit} envolveu a integração de várias perspectivas e abordagens, permitindo que os aprendizes explorassem o objeto do conhecimento de diferentes ângulos e em diferentes níveis de complexidade. Isso ajudou na promoção e compreensão profunda e o desenvolvimento de habilidades crítico-criativas.

No que tange ao engajamento, a desconstrução e reconstrução de R^{\heartsuit} e a construção de R^{\heartsuit} exigiu que os participantes se envolvessem ativamente no processo de aprendizagem. Eles foram levados a refletir sobre suas próprias ideias e suposições, avaliar as ideias dos outros e participar de discussões e debates. Dessa forma, essa abordagem ativa ajudou a aprofundar a compreensão dos participantes e a desenvolver habilidades críticas de comunicação.

Assim, a dinâmica de construção de R^{\heartsuit} foi um processo iterativo e reflexivo no qual os aprendizes construíram, desconstruíram e reconstruíram o conhecimento de forma contínua. Dessa maneira, foram incentivados a revisitarem e ajustarem suas ideias e compreensões à medida que descobriram novas informações e *insights*, promovendo um processo contínuo de aprendizagem e desenvolvimento.

Além disso, a construção de R^{\heartsuit} foi frequentemente caracterizada por um certo grau de colaboração e diálogo entre os participantes e os diretores de estudo. Os aprendizes trabalharam juntos para explorar e analisar o objeto do conhecimento em jogo, compartilharam ideias e *insights* e desenvolveram soluções para os problemas e desafios apresentados. Os diretores de estudo, por sua vez, desempenharam um papel fundamental ao apoiar, orientar e facilitar o processo de construção de R^{\heartsuit} , ajudando os participantes a aprofundarem sua compreensão e a desenvolverem suas habilidades crítico-criativas.

Dessa feita, a dinâmica de construção de R^{\heartsuit} nos PEP desenvolvidos foi caracterizada pela análise crítica, integração de múltiplas perspectivas, engajamento ativo, processo iterativo e reflexivo, e colaboração e diálogo. Essas características contribuíram para um processo de ensino e aprendizagem mais significativos, no qual os aprendizes foram incentivados a explorar.

Gostaríamos de destacar ainda que, dentre muitos elementos de análise das características do PEP, aparecem as funções didáticas (ou funções de produção) que tratam da relação do professor e do aluno com o conhecimento, denotadas como mesogênese – que está associada ao desenvolvimento de *milieu*; topogênese – que está relacionada à evolução das responsabilidades entre as posições de professores e alunos e a cronogênese – que está ligada ao avanço de estudo no tempo (ALMOULOU *et al.*, 2021).

Para analisar os resultados encontrados em um PEP, alguns pesquisadores usam como ferramenta os descritores da mesogênese, topogênese e cronogênese que correspondem respectivamente às descrições do *milieu* pelo qual se deu o percurso, à descrição das responsabilidades que professores e alunos assumem, no que tange aos saberes em pauta (divisão sistêmica) e ao funcionamento do tempo didático, em outras palavras, descrição dos avanços de estudo (CHEVALLARD, 1991).

Ainda como olhar sobre as análises dos PEP desenvolvidos, como já mencionado anteriormente, Chevallard (2001, 2007, 2009a) delinea três princípios estruturantes dos PEP, a saber: O primeiro princípio, diz para organizar o PEP em torno de uma questão geratriz; o segundo princípio, pede para incorporar o PEP em torno de cinco gestos básicos - observar, analisar, avaliar as respostas R^\diamond , desenvolver, em seguida, divulgar e defender a resposta R^\heartsuit ; e o terceiro princípio, traz a necessidade de uma pilotagem do PEP, que deve ser feita regulando as dialéticas fundamentais.

Parra e Otero (2018, p. 5), baseadas em Chevallard (2004, 2005, 2009 e 2012) elencam os construtos de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), e definem que suas características essenciais podem ser assim, descritas:

- ➔ Um PEP é gerado a partir de uma questão Q, chamada geratriz porque sua resposta não é de construção imediata. Será necessário fazer subquestões, chamadas de questões derivadas.
- ➔ A construção do meio didático M é simultânea à construção das respostas: é possível incorporar a qualquer momento do processo de estudo qualquer recurso que seja aceito e validado pela comunidade de estudo.
- ➔ Essa comunidade pode incorporar qualquer ator em qualquer instância do processo de estudo, ou seja, qualquer pessoa ou instituição que seja útil e / ou possa contribuir na construção das respostas.
- ➔ O lugar do professor não é o de possuidor absoluto do conhecimento: ele é considerado o diretor do processo de estudos (Chevallard, 2009); um recurso, mais um sistema de informação que faz parte da M.

- ➔ Os alunos ampliam suas possibilidades de ação: formulam perguntas, propõem recursos, fontes de informação, constroem respostas, avaliam, divulgam, defendem e recebem, de forma crítica, as respostas de outros alunos (Chevallard, 2012, tradução nossa).

Assim sendo, analisamos a pilotagem dos PEP, também baseados em seus princípios estruturantes como descritos, abaixo:

Primeiro Princípio Estruturante: Organizar um PEP em torno de uma questão Geradora (Q₀)

Segundo Princípio Estruturante: Organizar um PEP em torno de cinco Gestos Básicos

Terceiro Princípio Estruturante: Necessidade de pilotagem do PEP, regulando as dialéticas fundamentais.

6 CATEGORIAS DE PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA (PEP)

Segundo Bardin (2016), a categorização é um processo que classifica elementos integrantes de um conjunto por suas diferenças, seguida de um reagrupamento embasado em critérios previamente definidos. Dessa forma, a categorização é cotidiana da vida humana, desde o ensino primário, as crianças são ensinadas a cortar, a classificar e a ordenar, por meio de atividades consideradas simples, assim, o processo classificatório é de suma importância para toda e qualquer atividade de pesquisa científica.

As categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico agrupamento esse efetuado em razão das características comuns desses elementos. O critério de categorização pode ser semântico (categorias temáticas: por exemplo todos os temas que significam a ansiedade ficam agrupados na categoria “ansiedade”, enquanto que os que significam a descontração ficam agrupados no título conceitual “descontração”), sintático (os verbos, os adjetivos), léxico (classificação das palavras segundo o seu sentido, com emparelhamento dos sinônimos e dos sentido próximos) e expressivo (por exemplo, categorias que classificam as diversas perturbações da linguagem). (BARDIN, 2016, p. 147)

Nesse sentido, quando se decide codificar os dados (fazer análise de conteúdo), deve-se, por conseguinte, produzir uma série de categorias; categorias essas, que tem como primeiro foco, fornecer de forma condensada, uma representação simples dos dados brutos. Diante disso, Bardin (2016), afirma que a análise de conteúdo pressupõe que a categorização não introduz desvios no material, mas dá a conhecer índices invisíveis, ao nível dos dados iniciais.

Para Bardin (2016), um indivíduo bom em análise de dados é em primeiro lugar, uma pessoa com a capacidade bem desenvolvida de categorizar, ou seja, transformar os dados brutos de uma determinada pesquisa em dados organizados. Dessa maneira, para a teórica, classificar elementos em categorias submete investigar o que cada um deles tem em comum com os outros. Em outras palavras, o que vai permitir o seu agrupamento é a parte comum que existe entre eles. É importante ressaltar, que é provável, contudo, que outros critérios insistam em outros aspectos de analogia, e até mesmo modifiquem a repartição anterior de forma considerável.

A categorização trata-se de um processo estruturalista em sua tipologia e traz consigo duas etapas, a saber:

- o inventário: Isolar os elementos;
- a classificação: repartir os elementos e, portanto, procurar ou impor certa organização às mensagens.

Nesta Pesquisa, em que caracterizamos as nuances que compõe um PEP, identificamos diversos aspectos que são intrínsecos ao contexto do *lócus* onde cada PEP foi desenvolvido, bem como a realidade imposta aos diretores de estudo. Pensando nesses aspectos, notamos que nas teses analisadas apareceram **diferentes formas de aplicação de um percurso** de estudo e pesquisa, cada um com suas características particulares de tempo e posição, ou seja, cada PEP com suas condições e restrições institucionais.

Observamos ainda que os modelos de ensino usados ou produzidos nos PEP, advinham de uma busca (realizada pelos diretores de estudo) por possíveis modelos pré-existent nas intuições. Dessa forma, no âmbito do PEP, ao analisar a construção dos modelos que produzem conhecimento para a sala de aula, identificamos diversos tipos de modelos usados para o ensino de determinado objeto do conhecimento, associado às práticas sociais.

Portanto, concebemos a matemática escolar como objeto de estudo da didática (analisar a matemática presente na instituição – matemática institucionalizada), e concordamos com Gascón (2018), sobre a necessidade de se construir modelos epistemológicos específicos para as diversidades contextuais da tarefa Matemática, considerando-os como processos de referência que não se podem dispensar para analisar os modelos dominantes que vivem nas instituições.

A partir das análises das características dos PEP apresentados nas teses, identificamos duas características significativas que irão constituir duas categorias de nosso estudo, a saber: tipos de PEP que foram aplicados e os Modelos de Ensino usados. No quadro 11, na primeira coluna, colocamos os tipos de PEP que encontramos nas teses analisadas, na segunda coluna, tecemos uma narrativa a respeito de cada um desses tipos e, por fim, na terceira e última coluna, identificamos as pesquisas em que encontramos esse tipo de PEP. Da mesma maneira, no quadro 12, na primeira coluna, temos os modelos usados ou produzidos nos PEP, na segunda coluna, apresentamos uma

narrativa que descreve os modelos com suas características marcantes para cada tipo de modelo e na terceira coluna, identificamos as teses que trabalharam com cada modelo.

Quadro 14: Categorização de tipos de PEP

Tipos de PEP	Narrativa	Teses
<p>PEP Original – percurso de estudo e pesquisa originário em Chevallard (2009)</p>	<p>Trata-se da gênese do PEP criado por Chevallard nos anos 2000, aplicado em <i>liceus</i> franceses (equivalente ao Ensino Médio no Brasil). Chevallard (2009a), descreve como relativamente novo e que o chama de didática da investigação codisciplinar, em que se dá a partir de uma pergunta Q colocada em pauta a um grupo de estudantes X, sob a orientação ou com a ajuda de um diretor de estudos Y, formando dessa forma, um sistema didático</p> $S(X; Y; Q)$ <p>“é formado em torno dele: X é um coletivo de estudo (uma classe, uma equipe de alunos, uma equipe de pesquisadores, um jornalista etc.) e Y uma equipe (geralmente pequena: Y pode até ser o conjunto vazio) de materiais de apoio e diretores de estudo (professor, tutor, diretor de pesquisa, diretor editorial etc.)” (CHEVALLARD, 2009a, p. 2. Tradução nossa).</p> <p>A constituição deste sistema didático, tem o objetivo de estudar Q, isto é, procurar fornecer uma resposta R que satisfaça certas condições <i>a priori</i>, isso inclui até mesmo lidar com o confronto com “ambientes adidáticos” apropriados. Sendo assim, os resultados aguardados dos trabalhos X sob a orientação e supervisão de Y podem ser interpretados da seguinte forma:</p> $S(X; Y; Q) \Rightarrow R.$ <p>Esse tipo de investigação vem de encontro de uma ficção acadêmica conveniente, mas enganosa, porque tal investigação raramente mobiliza ferramentas praxeológicas de uma única disciplina, uma vez que a produção de R de maneira geral procede da heterogênese. Isto quer dizer que, a pesquisa trabalha em conjunto em ferramentas praxeológicas de várias disciplinas, o que a torna, portanto, codisciplinar. Para Chevallard (2009a), ao se envolver com esse tipo de investigação é embarcar em um Percurso de estudo e pesquisa (PEP). Diante do exposto acima, significa que para se desenvolver R, é necessário reunir e organizar um ambiente de trabalho (<i>milieu</i>) M, o qual reuni recursos antigos e/ou novos que X ao estudar Q fará uso. Para o teórico, dentre esses recursos, alguns serão respostas prontas a Q, validadas por tal ou tal instituição, o que se denota de R^\diamond (resposta chancelada por uma instituição), daí. Disse que supostamente recebeu um selo institucional.</p>	<p>Silva (2016), Benito (2019)</p>

	<p>De acordo com o teórico, a análise dessas respostas fornecerá recursos para a construção da resposta R, que agora ela receberá a denominada R[▼] (resposta ótima). O que conseqüentemente, outros trabalhos serão da cultura, independentemente da dimensão cultural, que fornecerão ferramentas para analisar as respostas R[◊] e construir ou reconstruir a resposta R[▼] esperada. Ainda, outras obras virão em parte de disciplinas estabelecidas, e até mesmo de disciplinas não reconhecidas. Para o pesquisador, a avaliação mais detalhada desse tipo de trabalho investigativo será escrita de "diagrama herbartiano", que pode ser notado em sua forma condensada por</p> $(S(X; Y; Q) \Rightarrow M) \Rightarrow R^{\blacktriangledown}$ <p>e, em sua forma desenvolvida por</p> $[S(X; Y; Q) \Rightarrow \{R_1^{\diamond}, R_2^{\diamond}, \dots, R_n^{\diamond}, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \Rightarrow R^{\blacktriangledown}$	
<p>PEP Fechado – percurso de estudo e pesquisa fechado ou induzido</p>	<p>Segundo Almouloud et al (2021), algumas das características dos PEP se mostram a partir de quando é gerado pela questão Q, questão geratriz, uma vez que sua resposta não é imediata, em outras palavras, para gerar a resposta Q, faz-se necessário formular outras perguntas derivadas de Q; outra característica é a construção do <i>milieu</i> didático M que é simultâneo as construções das respostas, uma vez que o professor não é o detentor absoluto do saber. O autor cita Chevallard (2012), para justificar que os estudantes ampliam suas possibilidades de ação ao formular perguntas, procurar recurso e outras fontes de informação, construir respostas, avaliar e defender os outros estudantes de forma crítica, isto é, o aluno precisará mobilizar várias ferramentas praxeológicas de vários quadros da matemática, estabelecendo relações entre diferentes disciplinas.</p> <p>Desse modo, dependendo da questão geratriz e do gerenciamento dela pelo diretor de estudo, Chevallard (2017) acusa que os PEP podem ser abertos, semiabertos e fechados. Quando o professor impõe certo PEP que leva os alunos a conhecer as noções matemáticas que foram escolhidas previamente pelo professor, Chevallard chama de percurso fechado.</p>	
<p>PEP Semiaberto – percurso de estudo e pesquisa semiaberto</p>	<p>Como continuidade do texto anterior, quando o diretor ou supervisor do PEP de forma sutil escolhe a pergunta para investigação de maneira que, sob certas</p>	

	restrições do contexto, o PEP tenha que passar quase que necessariamente por esta ou aquela obra matemática, ele denomina de percurso semiaberto .	
PEP Aberto – percurso de estudo e pesquisa aberto	Por fim, Chevallard chama de percurso aberto , aquele cujo professor desempenha um papel como chefe de investigação, se conformando em, de vez em quando, impor a decisão de não ir ao encontro tal e tal obra, que à sua vista parece estar ainda fora do alcance dos alunos.	
Micro-PEP – micro percurso de estudo e pesquisa	<p>O dispositivo micro PEP, aparece na tese de Santos (2019), em que a autora realiza 9 micros percursos de estudo e pesquisa. A autora discorre que em Chevallard (2009d), destaca três observações com relação ao PEP, em que o primeiro destaca que o desenvolvimento do PEP pode ser de extensões diversas, podendo ser curtos ou longos e que numa sala de aula escolar, por exemplo, dependendo das condições poderiam ser implementados PEP, micro PEP e talvez nano PEP.</p> <p>Almouloud et al (2021), justifica a utilização do termo micro por meio das particularidades das funções de produção: Topogênese, mesogênese e cronogênese. Dessa feita, eles relacionam o “tamanho” do PEP ao seu tempo didático de aplicação fazendo uso da cronogênese, ao dizer que que pode durar semanas, meses e até mesmo um ano ou mais. os autores, afirmam ainda, que se o tempo for suficiente para alcançar os estudos almejados, pode se analisar esse tempo para caracterizar o percurso, como PEP, micro PEP e/ou nano PEP.</p>	Santos (2019)
Nano-PEP – nano percurso de estudo e pesquisa	<p>O dispositivo nano PEP, não foi aplicado em nenhuma das teses analisadas, contudo ele aparece citado em Santos (2019) quando justifica o micro PEP. Chevallard (2009d), destaca três observações com relação ao PEP, em que o primeiro destaca que o desenvolvimento do PEP pode ser de extensões diversas, podendo ser curtos ou longos e que numa sala de aula escolar, por exemplo, dependendo das condições poderiam ser implementados PEP, micro PEP e talvez nano PEP.</p> <p>Almouloud et al (2021), justifica a utilização do termo micro por meio das particularidades das funções de produção: Topogênese, mesogênese e cronogênese. Dessa feita, eles relacionam o “tamanho” do PEP ao seu tempo didático de aplicação fazendo uso da cronogênese, ao dizer que que pode durar semanas, meses e até mesmo um ano ou mais. os autores, afirmam ainda, que</p>	Nenhuma Tese analisada nesta pesquisa faz uso do Nano PEP, apenas é citado em Chevallard (2009d) e Santos (2019).

	se o tempo for suficiente para alcançar os estudos almejados, pode se analisar esse tempo para caracterizar o percurso, como PEP, micro PEP e/ou nano PEP.	
PEP à distância – percurso de estudo e pesquisa à distância	<p>O PEP à distância, trata-se de um percurso de estudo e pesquisa realizado na modalidade de estudo EAD (ensino à distância). Os PEP apresentados, em sua maioria são implementações presenciais de percurso de estudo e investigação em forma integral, no entanto, o PEP a distância, vem trazendo em seu escopo a utilização de ferramentas virtuais de chamadas de vídeo em tempo real (<i>Live</i> realizadas com o <i>Google Meet</i>, <i>Zoom</i>, <i>Microsoft Teams</i>, entre outros) e ferramentas virtuais de interação e armazenamento de matérias de estudos (plataformas EAD, como Google sala de aula, Moodle, LMS Chamilo, entre outras) para uso a qualquer hora e em qualquer lugar.</p> <p>Os encontros são realizados virtualmente e as tarefas são deixadas nas plataformas para uso e realização assíncrona. Sem falar que essas plataformas possuem fóruns virtuais (<i>chats</i>) para a interação entres os participantes dos sistemas didáticos.</p>	García-Cuéllar (2021), Maranhão (2021)
PEP híbrido – percurso de estudo e pesquisa hibridizado	<p>O PEP híbrido é o dispositivo que faz uso de percurso de estudo e investigação em dois ambientes: o presencial e o à distância. Em outras palavras PEP que utilizam encontros presenciais e encontros remotos (através de <i>lives</i> fazendo uso de <i>softwares</i> específicos para esse fim) se encaixam nessa categoria. Cabe ressaltar aqui que a parte remota pode fazer uso de plataformas específicas da modalidade EAD ou apenas uso de softwares voltados apenas para encontros virtuais síncronos.</p>	Valenzuela (2021), Maranhão (2021)
PEPO – percurso de estudo e pesquisa orientado	<p>O dispositivo PEPO é apresentado na pesquisa de Sodré (2019), em que propõe o PEP <i>Orientado</i> (PEPO, como também chama) a partir da orientação do estudo por meio de três gestos que definem as atividades genuínas de Modelagem Matemática (MM) escolar. Dessa forma, o autor preserva as características fundamentais do PEP, contudo orienta este dispositivo com os gestos G_1, G_2 e G_3 característicos da atividade de Modelagem Matemática escolar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • G_1 – Usar praxeologias matemáticas rotineiras da escola de modo customizado em situações com Matemática escolar sobre contextos reais do cotidiano escolar e do seu entorno social; 	Sodré (2019)

	<ul style="list-style-type: none"> • G_2 – Estudar e, com isso aprender, modelos matemáticos, entendidos como os questionamentos sobre contextos concretos, as situações com Matemática e praxeologias matemáticas customizadas associadas; • G_3 – Criar, mesmo que se reduza apenas à customização, modelos matemáticos para novas situações com Matemática em contextos a partir de analogias ou homologias com outras situações com Matemática, inclusive as praxeologias customizadas associadas, sobre contextos concretos estudados em G_1 e G_2. <p>O autor corrobora que sua afirmação se sustenta a partir da observação que o PEPO assume esses três gestos que definem a atividade de MM escolar de uma forma mais inclusiva e dessa feita preserva os gestos de uma verdadeira atividade de investigação que caracteriza o PEP, ao passo que cita, os cinco gestos expressos por Chevallard (2013b) que simboliza por H_1, H_2, H_3, H_4 e H_5:</p> <ul style="list-style-type: none"> • H_1 – Observar as respostas R^\diamond que vivem nas instituições; • H_2 – Analisar - notadamente em duplo plano experimental e teórico - essas respostas R^\diamond; • H_3 – Avaliar essas mesmas respostas R^\diamond; • H_4 – Desenvolver uma resposta própria, R^\heartsuit; • H_5 – Difundir e defender a resposta R^\heartsuit assim produzida. (CHEVALLARD, 2013, p. 3). 	
<p>PEP-FP – percurso de estudo e pesquisa para a formação profissional</p>	<p>O dispositivo PEP-FP, se refere ao PEP voltado para a formação profissional, ou seja, para alunos de graduação ou pós-graduação. Dessa forma destacamos aspectos contidos em Sierra (2006) e Gáscon (2018) que contribuem significativamente para constituição de Percurso de Estudo e Pesquisa de Formação Profissional (PEP-FP), em que a sigla FP se refere a formação profissional.</p> <p>Dessa feita, o PEP-FP, assim como o PEP, também tem início com uma questão geratriz, fundamentada (apoiada) no âmbito relacionado à formação profissional e a um objeto de ensino do nível escolar dos profissionais envolvidos. O desenvolvimento desse dispositivo de formação envolve cinco módulos: M0: explicitar as razões de ser do PEP-FP; M1: viver um PEP; M2: analisar o PEP vivido; M3: desenho de um PEP e M4: gerenciar e experimentar um PEP.</p>	<p>Benito (2019) Freitas (2019) García Cuéllar (2021) Valenzuela (2021) Benito (2019)</p>

<p>PEP-FPD – percurso de estudo e pesquisa para a formação profissional docente</p>	<p>O dispositivo PEP-FPD, em minhas pesquisas se trata de um PEP direcionado à formação profissional docente, ou seja, para alunos de licenciatura ou pós-graduação com licenciatura. Diante do exposto, corroboramos que foi apresentado em Sierra e Gascon (2018) aspectos que retratam muito bem as especificidades que estamos descrevendo para constituição de Percurso de Estudo e Pesquisa de Formação Profissional Docente (PEP-FPD), em que a sigla FPD se refere a formação profissional Docente.</p> <p>Como exemplo citamos Sierra e Gáscon (2018), que em sua pesquisa, desenvolveram um PEP de formação docente sobre sistema de numeração, com professores de Matemática do ensino secundário espanhol fazendo uso de estratégias para a construção de uma praxeologia matemática para o ensino, a fim de expandir uma rede de questões que surgiram durante o processo de experimentação, assim, surgem novos questionamentos que constituem a razão de ser, que a priori era a intenção dos autores propiciar isso aos participantes.</p> <p>Assim como no PEP-FP, o PEP-FPD, também tem início com uma questão geratriz, fundamentada (apoiada) no âmbito relacionado à formação profissional docente e a um objeto de ensino do nível escolar dos professores envolvidos. O desenvolvimento desse dispositivo de formação de professores, também envolve os cinco módulos citamos anteriormente M0, M1, M2, M3 e M4.</p> <p>Em resumo o todo PEP-FPD é um PEP – FP, mas nem todo PEP-FP é um PEP-FPD.</p>	<p>Mesquita (2017), Benito (2019), Braga (2019)</p>
<p>PEP-FFD – percurso de estudo e pesquisa para a formação do formador de docentes</p>	<p>Essa modalidade de dispositivo, que chamamos de Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Formadores de Docentes PEP-FFD, que propomos nesta pesquisa, trata-se de uma perspectiva de PEP voltado para a formação de formadores de docentes no âmbito da pós-graduação acadêmica (Doutorado) e professores de Programas de Pós-Graduação (PPG). No PEP-FFD, temos a exigência de uma autoformação do diretor de estudo (proponente do PEP-FFD), por meio de um Percurso de Estudo e Pesquisa solitário do Formador de Formadores de Docentes.</p> <p>O que vem de encontro com as ideias de Paulo Freire (2017), em que discorre sobre a importância da autoformação, uma vez que o autor assume que na formação permanente do professor, o momento fundamental é o da reflexão</p>	<p>Proposta por Barreto (2023)</p>

crítica sobre sua prática, pois é somente no pensar crítico da prática de ontem cotejada na de hoje é que podemos melhorar a nossa prática de amanhã.

“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses quefazer se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.” (FREIRE, 2017, p. 30)

Diante do exposto, passamos a perceber que quanto mais assumimos como estamos e percebemos a razão se ser como formador, mais nos tornamos capazes de mudarmos na direção de promover a curiosidade ingênua para a curiosidade epistemológica (freire, 2017).

Portanto, na proposição do PEP – FFD, sugerimos uma espécie de curso de formação para professores universitários que ingressarão como professores em programas de pós-graduação em instituições públicas de ensino. Ao realizar este curso, o futuro formador de formadores, receberá uma certificação que lhe credencia para a magnitude de tal tarefa de ensino. Portanto, se tornaria inerente a tal curso a aplicação de PEP – FFD.

Fonte: Autor (2023)

Quadro 15: Categorização dos modelos

Modelos de Ensino usados no PEP	Narrativa	Teses
MER – modelo epistemológico de referência	<p>O Modelo Epistemológico de Referência se refere a um conjunto de pressupostos, conceitos e metodologias que guiam a forma como uma disciplina ou área de conhecimento busca compreender e produzir conhecimento. Em outras palavras, é uma estrutura teórica que serve como referência para a investigação e a construção do conhecimento em um campo específico.</p> <p>O MER de uma área de conhecimento define as principais questões que os pesquisadores dessa área buscam responder, as ferramentas conceituais e metodológicas utilizadas para explorar essas questões, e as formas como os resultados da pesquisa são avaliados e comunicados.</p>	Andrade (2012), Silva (2016), Santos Júnior (2017), Matos (2017), Benito (2019), Santos (2019), Rodrigues (2019), García-Cuéllar (2021)
MERA – modelo epistemológico de referência alternativo	Pode-se entender como um modelo epistemológico que é proposto como alternativa ao modelo de referência dominante dentro de um determinado campo de estudo ou área de conhecimento ou instituição.	Freitas (2019)
MERR – modelo epistemológico de referência reconstruído	<p>O modelo epistemológico de referência é uma estrutura teórica que busca explicar como o conhecimento é produzido e validado. Embora haja várias abordagens para construir um modelo epistemológico de referência, é possível apresentar uma reconstrução geral baseada em alguns conceitos fundamentais.</p> <p>Em primeiro lugar, é importante destacar que todo conhecimento é construído a partir de um conjunto de pressupostos básicos, chamados de pressupostos epistemológicos. Esses pressupostos são as premissas que orientam a investigação, a avaliação e a interpretação dos dados.</p> <p>Sendo assim, o MERR inclui os seguintes elementos fundamentais: pressupostos epistemológicos, critérios de validade, relação entre teoria e prática, e flexibilidade e abertura a revisões e mudanças.</p>	Britto (2019)

MEE – modelo epistemológico empírico ou espontâneo	O modelo epistemológico empírico é uma abordagem que enfatiza a importância da experiência empírica na produção e validação do conhecimento. Segundo essa abordagem, o conhecimento científico é construído a partir da observação e experimentação dos fenômenos naturais, e sua validade é determinada pela sua concordância com os fatos empíricos.	Silva (2014)
MED – modelo epistemológico dominante	O modelo epistemológico dominante é uma abordagem teórica que busca explicar como o conhecimento é produzido e validado. Esse modelo tem como base a visão positivista da ciência, que valoriza a objetividade, a neutralidade e a generalização do conhecimento. De acordo com o MED, a ciência é vista como um processo linear e cumulativo, no qual o conhecimento é adquirido por meio da observação empírica e da experimentação, sendo validado por meio da verificação empírica e da replicação dos resultados.	Mineiro (2019), Freitas (2019), Braga (2019)
MEA – modelo epistemológico alternativo	Um Modelo Epistemológico Alternativo é um quadro teórico que apresenta uma perspectiva alternativa à epistemologia dominante dentro de um campo específico de estudo. É uma forma alternativa de entender o conhecimento e sua produção, com base em suposições e princípios diferentes daqueles comumente aceitos pela epistemologia dominante. De acordo com a TAD, um MEA é proposto para entender o processo de ensino e aprendizagem na sala de aula. Segundo a TAD, a construção do conhecimento na sala de aula não se dá de forma linear e objetiva, mas sim através de um processo de negociação e construção coletiva, em que os saberes prévios dos alunos, suas experiências e suas culturas são considerados.	Ignácio (2019), Pereira (2017)
MPR – modelo praxeológico de referência	O Modelo Praxeológico de Referência se refere a uma estrutura teórica que orienta a investigação e a compreensão dos fenômenos sociais a partir de uma perspectiva da prática humana. Esse modelo teórico é baseado na ideia de que a ação humana é sempre intencional e orientada para um objetivo, e que	Ferreira (2020)

	<p>as atividades humanas são moldadas pelas estruturas sociais e culturais em que ocorrem.</p> <p>O MPR enfatiza a importância do entendimento das práticas sociais, ou seja, das atividades que as pessoas realizam em sua vida cotidiana, para a compreensão dos fenômenos sociais. Isso inclui o estudo das normas e valores culturais que guiam as ações das pessoas, das relações sociais que se desenvolvem nas diferentes esferas da vida social, e das estruturas políticas e econômicas que moldam as práticas sociais.</p>	
MPD – modelo praxeológico dominante	<p>O MPD é um Modelo Praxeológico que vive em uma instituição, trata-se de uma abordagem que enfatiza a importância da ação humana e da interpretação subjetiva na produção e validação do conhecimento. Essa abordagem se baseia na ideia de que as ações humanas são guiadas por um conjunto de valores e significados, que são construídos socialmente e que variam de acordo com as diferentes culturas e contextos.</p>	Carvalho (2019),
MPA – modelo praxeológico alternativo	<p>O MPA enfatiza a importância da prática social e da reflexão crítica na produção do conhecimento. Segundo Carvalho, o conhecimento é construído a partir da interação entre a teoria e a prática, em um processo de reflexão crítica sobre as estruturas de poder e as relações sociais que permeiam a prática social.</p>	Carvalho (2019), Ribeiro (2021)
MDR – modelo didático de referência	<p>Um MDR é um conjunto de princípios e diretrizes que orientam a elaboração e a aplicação de metodologias de ensino em diferentes áreas de conhecimento. Esse modelo serve como um guia para os educadores na seleção de estratégias pedagógicas, na organização do conteúdo e na avaliação do processo de aprendizagem.</p> <p>O MDR geralmente é baseado em teorias pedagógicas e psicológicas que buscam compreender o processo de aprendizagem e identificar as melhores formas de ensinar os alunos. Entre as teorias mais utilizadas nesse contexto estão o construtivismo, o socioconstrutivismo, o behaviorismo, a teoria da aprendizagem significativa, a TAD, entre outras.</p>	Mineiro (2019)

<p>MDD – modelo didático dominante</p>	<p>O MDD é aquele que prevalece em grande parte das instituições de ensino e que é utilizado como referência para a elaboração e aplicação de metodologias de ensino. Esse modelo é influenciado por uma visão tradicional de educação, que enfatiza a transmissão de conhecimento por parte do professor para os alunos, de forma expositiva e unilateral.</p> <p>Entre as características desse modelo, destacam-se o uso de aulas expositivas, a valorização do ensino centrado no professor e a ênfase no conteúdo em detrimento do processo de aprendizagem. O modelo dominante também pode privilegiar a avaliação somativa, que se concentra na verificação dos resultados alcançados pelos alunos ao final do processo de ensino, sem considerar os processos de aprendizagem.</p>	<p>Mineiro (2019)</p>
<p>MTA – modelo transacional-articulador</p>	<p>O Modelo Transacional-Articulador, proposto por Itamar Miranda da Silva, é uma abordagem pedagógica que busca superar o modelo didático tradicional e promover uma educação mais participativa e democrática. Esse modelo parte da ideia de que a aprendizagem é um processo de interação entre sujeitos, que envolve não apenas a transmissão de conhecimentos, mas também a construção de significados e valores.</p> <p>Dessa forma, o MTA propõe uma educação mais humanizada e integral, que reconheça a complexidade da aprendizagem e a importância da formação de sujeitos críticos, autônomos e comprometidos com a construção de uma sociedade mais justa e solidária.</p>	<p>Silva (2014)</p>
<p>MEPR – modelo epistemológico pessoal de referência</p>	<p>O MEPR se refere às crenças e concepções individuais sobre o conhecimento e o processo de aprendizagem. Cada pessoa possui uma maneira particular de entender e interpretar o mundo, que é influenciada por suas experiências, valores, cultura e contexto social.</p> <p>Esse modelo epistemológico pode se manifestar em diferentes formas de abordar e lidar com o conhecimento, como por exemplo: a busca de informações para confirmar ou refutar uma</p>	<p>Mesquita (2017)</p>

	ideia, a preferência por fontes de autoridade reconhecidas, a valorização da experiência pessoal como fonte de conhecimento, entre outras.	
MERO – modelo epistemológico de referência orientado	<p>O modelo epistemológico de referência orientado é uma abordagem que busca orientar a construção do conhecimento por meio de uma estrutura pré-determinada. Esse modelo parte da ideia de que o conhecimento deve ser organizado de forma sistemática e estruturada, a fim de facilitar a compreensão e a aplicação pelos estudantes.</p> <p>Segundo Sodré, o modelo de referência orientado na educação matemática pode ser entendido como uma sequência de atividades que apresentam graus crescentes de complexidade, de forma que os estudantes possam construir conceitos matemáticos de forma sistemática e estruturada.</p>	Sodré (2019)
MLEF – modelo de letramento em educação financeira	<p>O MLEF é uma abordagem que busca promover o desenvolvimento de habilidades e competências para lidar de forma crítica e reflexiva com questões financeiras no cotidiano. Esse modelo tem como base a ideia de que o letramento financeiro vai além da simples alfabetização matemática, envolvendo também a compreensão dos aspectos sociais, políticos e culturais relacionados ao uso do dinheiro.</p> <p>Segundo o modelo de letramento em educação financeira, é necessário que as pessoas possuam habilidades como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compreensão dos princípios básicos da matemática financeira; • Capacidade de interpretar e analisar informações financeiras, como contratos, planilhas e gráficos; • Conhecimento das instituições financeiras e de suas práticas; • Habilidade para planejar e gerenciar recursos financeiros de forma consciente e responsável; • Competência para tomar decisões financeiras com base em critérios éticos e sustentáveis. 	Damasceno (2019)

MERV – modelo epistemológico de referência vigente	Pode-se entender como um modelo epistemológico que está em vigor como modelo epistemológico de referência dentro de um determinado campo de estudo ou área de conhecimento ou instituição, em outras palavras, vive em uma instituição.	Britto (2019)
---	---	---------------

Fonte: Autor (2023)

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1. IMPORTÂNCIA DA METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS ADOTADOS

Os procedimentos metodológicos adotados nesta investigação, foram importantes para o seu bom andamento, pois ao adotarmos um protocolo de Revisão sistemática, podemos garantir a credibilidade neste tipo de investigação, bem como encontrar fundamentos bem sólidos, para analisar dados, caracterizá-los e dispô-los em categorias.

Dessa forma, foram selecionadas diversas pesquisas empíricas ou propositivas que fizeram uso do PEP, em seguida, analisadas e sistematizadas para encontrarmos características inerentes, que fossem suficientes para caracterizar esses PEP, quais sejam: PEP aberto, semiaberto e fechado; composição dos sistemas didáticos principal e auxiliares; dinâmica dos modelos de ensino (MER, MED, MPR, MPA, etc.); gatilho (ponto de partida) do PEP; questão geratriz (Q_0); dinâmica de surgimento das questões derivadas; construção da resposta ótima R^\heartsuit a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de R^\diamond e do estudo das obras; particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese; princípios estruturantes dos PEP e as dialéticas correspondentes.

Estas análises nos permitiu caracterizar as principais nuances que compõem as bases do PEP, para em seguida identificar os diversos aspectos intrínsecos pertencentes ao contexto em que cada PEP foi aplicado como intervenção, bem como a realidade institucional imposta aos X e Y do PEP (discentes e diretores de estudo). Desse modo, identificamos nas teses analisadas, **diferentes tipos de aplicação de um PEP**, cada um com suas características particulares de tempo e posição, ou seja, cada PEP com suas condições e restrições institucionais, que nos permitiram colocá-los em categorias já existentes e em outras que emergiram no decorrer da investigação.

7.2. PAPEL DA REVISÃO DA LITERATURA

A revisão sistemática da literatura, teve um papel fundamental em nossa pesquisa, uma vez que nos ajudou a reunir evidências de várias pesquisas

empíricas, bem como nos conduziu e auxiliou a sistematizar a literatura com pesquisas a respeito do PEP no Brasil a nível de doutorado. Dessa maneira, nos ajudaram a incorporar as informações dos PEP aplicados ou propostos de um grupo de investigações, as quais foram realizadas de forma separada e independente, no que tange à intervenção de um PEP.

A partir disso, a revisão sistemática nos permitiu disponibilizar uma síntese das evidências referentes às estratégias de intervenção, características dos PEP. Permitindo, dessa forma, meta-sintetizar os dados qualitativos informativos a respeito dos percursos, bem como situar o PEP à TAD e a outras ideias que sustentam e mantém a pilotagem de um PEP. Diante disso, podemos afirmar que a revisão sistemática proporcionou uma caracterização de cada um dos PEP selecionados na pesquisa.

7.3. RELEVÂNCIA E O PAPEL DO REFERENCIAL ADOTADO

A partir das investigações no campo da didática da Matemática, pudemos levantar um referencial que se mostrou extremamente relevante do ponto de vista das bases TAD, na aplicação do PEP como dispositivo didático metodológico. Desse modo, podemos dizer que o referencial que adotamos nesta pesquisa se incorpora na metodologia qualitativa de investigação.

Para confirmar seu caráter qualitativo, a análise foi realizada de maneira indutiva, uma vez que à medida que os dados foram se juntando, as alterações analíticas foram se construindo, dando o direcionamento das análises a partir do momento em que os PEP foram se fazendo conhecidos. Assim, foi fundamental conhecer as perspectivas dos envolvidos e como eles interpretam suas experiências antes, durante e depois da vivência de um PEP.

7.4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA, QUANTO AO OBJETIVO GERAL, AOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS, ÀS HIPÓTESES TECIDAS E À QUESTÃO DE PESQUISA

O objetivo geral de nossa pesquisa foi descrever as principais características da utilização do PEP a partir das teses na área de Educação Matemática defendidas no Brasil, no período de 2011 a 2021, evidenciando as condições e as restrições de um diretor de estudo de um PEP. Para tal fim, recorreremos à pesquisa da modalidade revisão sistemática com a finalidade de

promover no que tange à TAD e ao dispositivo didático metodológico PEP, uma ótica panorâmica a respeito dos principais problemas discutidos nas teses selecionadas na pesquisa; os principais pesquisadores do país que realizaram pesquisas cuja fase experimental colocou em jogo um PEP; os resultados quantitativos, que revelam onde, regionalmente, estão as principais pesquisas focadas no PEP; a caracterização dos PEP presentes nas pesquisas; além da categorização dos diversos tipos de PEP que foram revelados ou emergiram das pesquisas analisadas.

Delineamos como objetivos específicos nessa pesquisa: a) fazer um panorama das pesquisas com o PEP no Brasil a partir de sua caracterização; b) identificar os principais problemas de pesquisa das teses analisadas, buscando caracterizar os principais elementos que compõem um PEP; c) elaborar quadros comparativos de características do PEP.

Para alcançarmos o nosso primeiro objetivo específico (item a), realizamos uma busca nos principais repositórios acadêmicos: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, Google acadêmico, Education Resources Information Center (ERIC). Além de outras fontes associadas a pesquisas obtidas via busca por citação. Diante das amostras, para contemplar os tipos de estudos a serem incluídos, tivemos que identificar os aspectos metodológicos e teóricos/conceituais das perspectivas do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP); para tanto, consideramos os estudos qualitativos desenvolvidos no Brasil a nível de doutorado no âmbito da Educação Matemática, além de incluirmos os estudos que utilizaram o PEP num contexto empírico.

Dessa forma, alcançamos o segundo objetivo específico (item b), quando a partir da revisão sistemática, elaboramos quadros do estado de conhecimentos que revelaram características principais delimitadoras de um PEP (que se encontram no capítulo 5), tais como: classificação do PEP (Aberto, semiaberto e fechado); composição dos sistemas do PEP (sistemas principais e auxiliares); ponto de partida do PEP (gatilhos); surgimento da questão **Q**; dinâmica de surgimento e desdobramento da questão **Q**; dinâmica de construção da resposta **R** a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de **R** e dos estudos das obras; particularidades das funções de produção: cronogênese,

mesogênese e topogênese; princípios estruturantes do PEP e as dialéticas correspondentes.

No capítulo 5, apresentamos os quadros que elaboramos com as caracterizações dos PEP em análise, com a finalidade de conhecermos em cada percurso como se deu, por exemplo, o ponto de partida, o surgimento da questão geratriz Q_0 , o desdobramento nas questões derivadas, os modelos de ensino, os sistemas didáticos, a dinâmica de construção de R^\forall . Além do mais, junto às caracterizações temos a definição e os comentários a respeito dessas nuances inerentes ao PEP. Assim, alcançamos o quarto objetivo específico.

Ao caracterizar esses percursos, foi possível a revelação de condições e restrições inerentes a todos os percursos existentes nas teses, como por exemplo, o fator tempo didático, que foi determinante na maioria das investigações, sendo que a observação da cronogênese constou como uma restrição quase que unânime na aplicação de PEP, principalmente quando se trata de PEP aplicado aos alunos da educação básica.

Uma restrição institucional que apareceu na maioria das pesquisas, se deu pelo modelo epistemológico dominante presente nos livros didáticos, os quais parecem quase que monumentos de contemplação dos professores, daí a necessidade da mudança deste paradigma, para outro que questione esse modelo dominante, uma vez que a dinamicidade social se dá também pela evolução das ciências presentes nas instituições educacionais. O que nos mostra que essa revelação gera uma relevante contribuição para o campo da pesquisa porque permite o delineamento das nuances da aplicação de um determinado PEP.

Os resultados também mostraram que por meio de estudos analíticos qualitativos dos PEP em nível de doutorado no Brasil, identificamos elementos que são inerentes a esse dispositivo didático-metodológico, fazendo aparecer um panorama de pesquisas que fizeram uso do PEP e conseqüentemente foi possível descrever e discutir o estado atual do dispositivo no Brasil e, dessa forma, contribuir para uma produção de conhecimento no campo da Educação Matemática. Desse modo, confirmamos nossa hipótese levantada de que pesquisas desse tipo podem contribuir para a identificação de características do PEP, bem como descrever o estado atual desse dispositivo no Brasil e, assim, colaborar com a área de Educação Matemática de forma relevante.

Nesta pesquisa, partimos dos seguintes questionamentos “Quais as condições e restrições de quem aplicou o PEP? Quais os avanços e perspectivas do PEP no contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática?” Para responder a esses questionamentos, realizamos gradativamente um percurso metodológico, o qual se deu por busca em repositórios mediante uma revisão sistemática, por meio da qual realizamos a análise qualitativa das teses selecionadas, a fim de encontrarmos em cada uma as características presentes no capítulo 5, para em seguida colocarmos tipos específicos de PEP em categorias emergentes.

Portanto, ratificamos nossa tese inicial de que o estudo de pesquisas que aplicaram ou propuseram o PEP no Brasil, proporciona a identificação de elementos característicos de manipulação de um PEP, bem como a descrição e a discussão do estado atual do PEP no Brasil, contribuindo, assim, para uma produção de conhecimento no campo da Educação Matemática.

7.4.1 Aspectos metodológicos (construídos e/ou revelados pela pesquisa) – o papel dos critérios de análise dos achados

A construção das principais características analisadas no PEP ocorreu a partir de muitos estudos no Grupo de Estudos e Pesquisas em Didáticas das Matemáticas (GEDIM) e da leitura das teses selecionadas na revisão sistemática, a qual se deu pela descrição do protocolo de revisão, dentre as quais podemos destacar:

- classificação do PEP (Aberto, semiaberto e fechado);
- composição dos sistemas do PEP (sistemas principais e auxiliares);
- ponto de partida do PEP (gatilhos);
- surgimento da questão **Q**;
- dinâmica de surgimento e desdobramento da questão **Q**;
- dinâmica de construção da **R[♥]** a partir do estudo, desconstrução, questionamento e reconstrução de **R[◊]** e dos estudos das obras;
- particularidades das funções de produção: cronogênese, mesogênese e topogênese;
- princípios estruturantes do PEP e as dialéticas correspondentes.

O papel dessas análises de características nas pesquisas selecionadas, foi determinante para revelar condições e restrições das intervenções didática e adidática por meio do dispositivo PEP, as quais contribuíram para revelar um panorama do PEP no Brasil e mais precisamente, auxiliou na categorização dos tipos de PEP, como:

- PEP Raiz: percurso de estudo e pesquisa originário em Chevallard (2009);
- PEP Fechado: percurso de estudo e pesquisa fechado ou induzido;
- PEP Aberto: percurso de estudo e pesquisa aberto;
- PEP Semiaberto: percurso de estudo e pesquisa semiaberto;
- Micro PEP: micro percurso de estudo e pesquisa;
- Nano PEP: nano percurso de estudo e pesquisa;
- PEP à distância: percurso de estudo e pesquisa à distância;
- PEP híbrido: percurso de estudo e pesquisa hibridizado;
- PEPO: percurso de estudo e pesquisa orientado;
- PEP – FP: percurso de estudo e pesquisa para a formação profissional;
- PEP – FPD: percurso de estudo e pesquisa para a formação profissional docente;
- PEP – FFD: percurso de estudo e pesquisa para a formação do formador de docentes;

Dessa forma, ressaltamos que essas categorias emergiram dos PEP analisados, bem como algumas são proposições nossas, baseadas em pesquisas e discussões ao longo de nossa trajetória acadêmica e, em nossas duas décadas de ensino na educação básica.

7.4.2 Principais resultados de pesquisa. Diferencial em relação a outras pesquisas correlatas revisitadas

Consideramos que os resultados desta pesquisa podem contribuir significativamente para o campo da Educação Matemática no Brasil, visto que mapeamos a publicação de teses em território nacional, que utilizaram ou propuseram o dispositivo didático-metodológico percurso de estudo e pesquisa (PEP), ainda após o mapeamento, realizamos uma análise qualitativa desses

PEP, a fim de encontrar características inerentes ao dispositivo, para em seguida caracterizar as 26 pesquisas a nível de doutorado e, por fim categorizar os diferentes tipos de PEP. Ao final do estudo, deduzimos que o quadro das perspectivas de intervenção de um PEP, pode resultar em uma grande contribuição para pesquisas que têm como suporte teórico-metodológico a TAD e o PEP.

Durante nossas pesquisas a respeito do PEP, no que tange às teses publicadas no Brasil em um recorte temporal de 2011 a 2022, não encontramos nenhuma pesquisa que realizasse caracterizações de PEP, nenhum panorama brasileiro nessa vertente de nossa pesquisa. O que temos mais próximo, são os livros (volume 1 e volume 2) organizados por Saddo Ag Almouloud, José Messildo Viana Nunes, Luiz Marcio Santos Farias, Renato Borges Guerra e Afonso Henriques. Essas duas obras tratam das contribuições da TAD e a compreensão de processos relacionados com a formação de professores que ensinam a Matemática, com enfoque didático-metodológico no estudo de PEP e PEP-FP, tanto do ponto vista dos fundamentos teóricos, bem como de resultados oriundos de pesquisas cujas fases experimentais envolvem alunos e professores.

Nossa pesquisa se diferencia dos demais enfoques do PEP, pois faz uso de protocolo de revisão sistemática para buscas de pesquisas em âmbito nacional a nível de doutorado em um recorte temporal de 2011 a 2021, com a finalidade de analisar qualitativamente (metassíntese qualitativa) os diferentes PEP desenvolvidos para caracterização das perspectivas inerentes ao dispositivo, para enfim categorizar os diversos tipos de PEP emergentes das investigações.

Também, destacamos que os tipos de PEP que as categorias colocadas revelaram nesta pesquisa, emergiram das análises dos PEP aplicados, bem como de suas perspectivas reveladas pelos autores supracitados, levando em consideração as muitas condições pré-concebidas para que as intervenções tivessem sucesso. Por outro lado, outros tipos de PEP que só aparecem nesta pesquisa, (quadro 14, do capítulo 6) surgem de nossos estudos fomentados por nosso Grupo de Estudos GEDIM e de nossas perspectivas de uso funcional do PEP como dispositivo de formação profissional.

7.4.3 Contribuição para a área do ponto de vista metodológico e construtos teóricos e/ou resultados inéditos

Uma contribuição metodológica para a área se deu por meio do estado atual do PEP no Panorama de teses que fizeram uso do dispositivo a nível de doutorado no Brasil de 2011 a 2021, bem como a caracterização de PEP, visto que existem nuances particulares e importantes de análises que são inerentes às intervenções com o PEP.

Os objetos catalizadores para uma análise qualitativa do PEP são: os pontos de partidas (gatilhos do percurso), os sistemas didáticos formados pelos X e Y para investigar Q_0 , os modelos de ensino, o surgimento da questão geratriz Q_0 , os desdobramentos de Q_0 em outras questões chamadas de derivadas Q_1 , Q_2 , ... e a construção da R^\forall , porque são nuances destacadas nesta investigação, as quais não encontramos junto às pesquisas pré-realizadas, mostrando a originalidade de nossos achados.

Nesse sentido, nossa investigação nos proporcionou colocar em categorias os tipos de PEP que emergiram das análises. Ainda, nos fez pensar em outras perspectivas de PEP voltadas para finalidades específicas, como é o caso do PEP-FFD que foi pensado para certificar professores de pós-graduação (professores formadores de docentes ou professores de PPG), como já acontece no Reino Unido, na universidade de Oxford (professores para ingressarem na pós-graduação, são submetidos a um curso de formação específica, e somente após serem certificados, entram nos PPG).

7.5. IMPLICAÇÕES E LIMITAÇÕES DA PESQUISA - PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS

Destacamos, no que compete à nossa formação profissional, que esta pesquisa contribuiu, significativamente, pois por meio dela crescemos como pesquisador, no que tange aos conhecimentos teórico-metodológicos sobre as concepções, às estratégias e à intervenção com o uso do dispositivo didático-metodológico PEP, tanto para a educação básica, quanto para a formação de professores. Para mais, nos apropriamos também, dos conhecimentos sobre revisões sistemáticas, análise qualitativa, caracterização de PEP e categorização de tipos de PEP.

Essa nova realidade nos possibilitou grandes mudanças de postura em nossa maneira de fazer pesquisas científicas no que diz respeito às investigações com uso da TAD e do PEP. Isso se deu porque passamos a conceber a pesquisa qualitativa em revisões sistemáticas, para caracterizar nuances inerentes do PEP, para construir intervenções com maior ação de sentido e, os tipos de PEP, como ferramenta didático-metodológica, capaz de questionar o mundo.

Consideramos ainda, embora cientes das limitações desta pesquisa, que ela pode colaborar positivamente com os pesquisadores que fazem uso da TAD e do PEP, visto que, nossas ações estavam voltadas às contribuições para o campo da Educação Matemática. Para isso, objetivamos divulgar esta pesquisa através de palestras, simpósios, artigos científicos, sempre focando na melhoria da pesquisa com foco na TAD e no PEP.

Esperamos que esta pesquisa possa se configurar uma oportunidade para envolver os pesquisadores da TAD em um autoconhecimento do PEP, visto que a maioria deles sempre busca fundamentações teóricas para sustentar sua intervenção em sala de aula. Pensando nisso, resolvemos produzir este trabalho com o intuito também, de possibilitar o uso da revisão sistemática, da caracterização e categorização do PEP de forma mais analítica e significativa para o escopo teórico da TAD.

Com isso, esperamos contribuir para a pesquisa científica, no sentido de possibilitar a outros pesquisadores a análise de características inerentes ao PEP, bem como categorias de diferentes tipos de PEP para a intervenção em sala de aula.

Portanto, considerando as articulações tecidas entre a TAD e PEP, além de revisões sistemáticas, caracterização e categorização de PEP, vinculados aos resultados deste estudo, propomos alguns questionamentos para pesquisas futuras:

- Quais os tipos de modelos de ensino podem ser utilizados antes, durante e depois nos PEP?
- Qual é o panorama internacional do PEP?
- Quais pontos de partidas melhor se adequam para um PEP-FP?
- Quais outras características dos PEP podem ser analisadas?
- A escolha de outro tipo de revisão sistemática, pode favorecer o aparecimento de outras características do PEP?
- Em teses publicadas mais recentes aparecem categorias de PEP?

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag; ALENCAR, Edvonete Souza de. **A metodologia de pesquisa: metassíntese qualitativa**. Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 204-220, Set./Dez. 2017. <http://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/index>.

ALMOULOUD, S. Ag; SILVA, M. J. F. da. **Engenharia didática: evolução e diversidade**. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2012v7n2p22/23452>.

ALMOULOUD, Saddo Ag; GRAS, Régis; RÉGNIER, Jean-Claude. **A.S.I. – Análise estatística implicativa: mais uma vez, o que é?** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.3, pp.623-1087, 2014.

ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores: o caso da geometria analítica**. 2012. 174 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

ARTIGUE, M. **La théorie anthropologique du didactique: rapports et articulations possibles avec d'autres approches**. In A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage (Eds.), Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs comme outils de connaissance et d'action. Actes du Second Congrès de la Théorie Anthropologique du Didactique, Uzès, octobre 2007, IUFM de Montpellier, 2011.

ARTIGUE, M. (2002). **Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work**. International Journal of Computers for Mathematics Learning, 7, 245–274.

BASCOUGNET, M. P. G. **Diseño, implementación y análisis de un Recorrido de Estudio e Investigación codisciplinar en matemática y física en la Escuela Secundaria**. Tese de Doutorado. Tandil/Buenos Aires – AR. Universidad Nacional de Centro de la Provincia de Buenos Aires, 2018. p. 290.

BENITO, Ricardo Nicasso. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas**. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, 2019. p. 220.

BERNAD, Karine. **Une contribution à l'étude de conditions et de contraintes déterminant les pratiques enseignantes dans le cadre de mises en oeuvre de parcours d'étude et de recherche en mathématiques au collège**. Tese de Doutorado. Marseille – FR. Aix Marseille Université, 2017. p. 933.

BICUDO, M. A. V; COSTA, A. P. **LEITURAS EM PESQUISA QUALITATIVA**. 1. ed. São Paulo-SP: Editora Livraria da Física, 2019. p. 1-440.

BOSCH, M. (2012). **Recorridos de investigación en Didáctica de las Matemáticas**: el grupo TAD. Em A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 23 - 47). Jaén: SEIEM.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique**. *Recherches en didactique des mathématiques (Revue)*, v. 19, n. 1, p. 77-123, 1999.

BOSCH, M.; GASCON, J. **La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques**. *Balises pour la didactique des mathématiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage, p. 1-15, 2004.

BRAGA, Kayla Rocha. **Realidade Aumentada**: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software. 1. Ed. Belém – PA: Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 192.

BRANDÃO, A. K. D. C. **Um Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino de Integral Dupla**: significados e praxeologias mobilizados por estudantes de Engenharias e de Licenciatura em Matemática. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, 2021. p. 438.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Diretrizes metodológicas**: elaboração de revisão sistemática e metanálise de ensaios clínicos randomizados. Brasília, 2012.

BRITTO, V. H. C. **Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa**. Tese de Doutorado. Belém – PA: Universidade Federal do Pará – UFPA, 2019. P. 139.

BROUSSEAU, G. **Fondements e Methodes de la Didactique des Mathématiques**. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, [S.l.], v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

_____. **Os Diferentes Papéis do Professor**. In: PARRA, C. et al. (Org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: ARTMED, 1996. p. 54-79.

CARVALHO, Edmo Fernandes. **Integração de Noções Didáticas nas Praxeologias Matemáticas no Estudo a Função Quadrática**. Tese de Doutorado. Salvador – BA. Universidade Federal da Bahia - UFBA, 2019. p. 164.

CHEVALLARD, Yves. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. **Esquissed" unethéorieformelle du didactique.** In: Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique. 1988. p. 97-106.

_____. **La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses a partir de la TAD.** Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81-108, 2009b.

_____. **La notion de PER: problèmes et avancées.** França, 2009a. Disponível em: <
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161 >.

_____. (1997). **La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.** Buenos Aires: Aiqué.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques.** 2009c. Disponível em: <
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162>.

_____, Yves. **Organiser L'étude. 3. Ecologie & Regulation.** XI Escola de Verão de Didática da Matemática, Grenoble, v. 1, n. 1, p. 01-22, out./2002.

_____. **Sobre a teoria da transposição didática: Algumas notas introdutórias.** In: Anais do simpósio internacional sobre domínios selecionados de pesquisa e desenvolvimento em educação matemática. Universidade de Bielefeld, Alemanha, e Universidade de Bratislava, Eslováquia, 1989. pp. 51-62.

_____. **Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER.** 2009b. Disponível em: <
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=155 >.

_____. **Sur L'ingénierie Didactiques.** IREM: d'Aix Marseille. Paris, 1 – 51. 1982. Disponível em: CHEVALLARD. Y. La Transposition didactique. Paris: La Pensée Sauvage Édition, 1991.

_____. **Prólogo: Uma Ruptura Epistemológica em ato.** In: ALMOULOU, S. A.; FARIAS, L.M.S; HENRIQUE, A. Teoria Antropológica do Didático: Princípios e fundamentos. Curitiba: CRV, 2018a.

DAMASCENO, A. V. C. **Educação Financeira e Educação Matemática: uma ligação possível pela Teoria Antropológica do Didático.** Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará / REAMEC, 2019. p. 1-148.

FARIAS, Luiz Marcio Santos; CARVALHO, Edmo Fernandes; NASCIMENTO JUNIOR, José Vieira do. **As três dimensões do Percorso de Estudo e Pesquisa:** teórica, metodológica de pesquisa e dispositivo didático. Revista Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v.21, n.5, pp. 363-373, 2019

FERREIRA, R. S. D. R. **O Sistema de Numeração Decimal na formação de professores dos anos iniciais**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2020. p. 282.

FERRANDO, Ignasi Florensa. **Contribuciones del análisis epistemológico y didáctico**: mapas de preguntas y respuestas en ingeniería y formación docente. Tese de Doutorado. Barcelona – ES. Universitat Ramon Llull Fundació, 2018. p. 111.

FIORENTINI, D. (2010a). **Desenvolvimento Profissional e Comunidades Investigativas**. In: Dalben, A. et al. (Org.). *Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Educação ambiental, Educação em ciências, Educação em espaços não-escolares, Educação matemática*. Belo Horizonte: Ática, pp. 570-590.

FIORENTINI, D. **Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional**: desafios e possibilidades de aproximação. *ANAIS do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, CIAEM, 2011.

FIORENTINI, D. (2009). **Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa**. In: Fiorentini, D; Grando, R.C.; Miskulin, R.G.S. (org.). *Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática*. Campinas: Mercado de Letras, pp. 233-255.

FREITAS, Rita Lobo. **Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD**: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2019. p. 408.

GARCÍA-CUÉLLAR, D. J. **Um percurso de estudo e pesquisa a distância em uma formação continuada de professores de matemática para o ensino de quadriláteros**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021, 202p.

GONZÁLEZ, Julián Roa. **Respuesta a las restricciones transpositivas de la sociedad de la información en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria**. Tese de Doutorado. Madrid – ES. Universidad Complutense de Madrid, 2019. p. 757.

GUEUDET, G., & TROUCHE, L. (2009). **Towards new documentation systems for mathematics teachers?** *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199–218.

IGNACIO, R. D. S. **Percurso de Estudo e Pesquisa na Educação Matemática Básica**: Limites e Possibilidades. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2018. p. 313.

LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 1995. 249 p.

_____. **Técnicas de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1999. 260 p.

LUCAS, Catarina Oliveira. **Una posible «razón de ser» del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional**. Tese de Doutorado. Vigo – ES. Universidade de Vigo, 2015. p. 625.

MARANHÃO, M. C. S. A.; MANRIQUE A. L. **Pesquisas que articulam a Teoria das Situações Didáticas em Matemática com outras Teorias: concepções sobre aprendizagem do professor**. *Revista Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, Número Temático, 2014.

MARANHÃO, W. M. D. A. **Praxeologias da Educação Estatística na Formação de Professores dos Anos Iniciais: o caso do pensamento transnumerativo**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará / REAMEC, 2021. p. 248.

MATHEUS, M. C.C. **Metassíntese qualitativa: desenvolvimento e contribuições para a prática baseada em evidências**. *Acta Paul Enferm*, p. 138, 2009.

MATOS, F. C. D. **Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: O Caso da Álgebra Linear**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 324.

MAYRING, Ph. **Einführung in die qualitative Sozialforschung** [Introdução à pesquisa social qualitativa]. (5ª ed.). Weinheim: Beltz, 2002.

MEJANI, Farida. **Analyse micro-didactique du processus d'étude et de recherche du point de vue mésogénétique au sein d'un travail de groupe dans le cadre des moments d'exploration du type de tâches et d'élaboration d'une technique sur les équations du premier degré**. Tese de Doutorado. Marseille – FR. Aix-Marseille Université, 2018. p. 405.

MELO, C. C. E. **Implementación de un Recorrido de Estudio e Investigación en Estadística para estudiantes de Ingeniería en Construcción**. Tese de Doutorado. Tandil/Buenos Aires – AR. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, 2018. p. 273.

MESQUITA, F. N. A. **A prática de ensino como uma trajetória de formação docente do professor de matemática**: Tese de Doutorado. 1. ed. Belém - PA: Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 164.

MINEIRO, Renato Mendes. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para o ensino de inequações**. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, 2019. p. 224.

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE. **Classe de première des séries générales : liste des thèmes en vigueur pour les années scolaires 2017-2018 et 2018-2019.** Disponível em: https://www.education.gouv.fr/bo/15/Hebdo27/MENE1513997N.htm?cid_bo=90682. Acesso em: 30 abr. 2022.

NUNES, José Messildo Viana, *et al.* **A metodologia do percurso de estudo e pesquisa adaptada à formação inicial e continuada de professores de matemática.** Artigo. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo – SP, V.20, n.1, pp. 448-470, 2018.

PEREIRA, J. C. D. S. **Alterações e Recombinações Praxeológicas reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em Formação Continuada:** a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2017. p. 257.

QUÉRÉ, Pierre-vincent. **Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail:** études et propositions (cas de la France). Tese de Doutorado. Brest – FR. Universidade da Bretanha Ocidental - UBO, 2019. p. 247.

RIBEIRO, M. D. S. N. **Percurso de Estudo e Pesquisa:** uma proposta para aprender proporcionalidade no Ensino Fundamental. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2021. p. 179.

RODRIGUES, Rochelande Felipe. **Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função:** analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática. Tese de Doutorado. Recife – PE. Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, 2019. p. 350.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. **As pesquisas denominadas do tipo estado da arte em Educação.** *Revista Diálogo Educacional*, v. 6, n. 19, 2006.

SALGADO, Diana Patricia. **Diseño, implementación, análisis y evaluación de un Recorrido de Estudio e Investigación en el nivel universitario relativo al Cálculo en dos variables.** Tese de Doutorado. Tandil/Buenos Aires – AR. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, 2019. p. 249.

SANTOS, C. M. D. **Possibilidades e limitações de micropercursos de estudo e pesquisa em geometria:** uma experiência de formação continuada com professores da rede pública. Tese de Doutorado. Campo Grande – MS. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, 2019. p. 243.

SANTOS JÚNIOR, V. B. dos. **Juros simples e compostos:** análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa. 2017. 495f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

SILVA, A. M. D. **Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento: perspectivas e articulações**, à luz dos programas de pesquisas Lakatosiano. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2021. p. 230.

SILVA, I. M. **A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática** 2014. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

SILVA, J. V. G. D. **Grandezas e Medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional**. Tese de Doutorado. São Paulo – SP. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016. p. 427.

SILVA, R. L. D. **Engenharia Didática Reversa como um dispositivo de Formação Docente para a Educação do Campo**. Tese de Doutorado. Belém – PA. Universidade Federal do Pará - UFPA, 2019. p. 300.

SIREJACOB, Stéphane. **Le rôle de l'enseignant dans l'organisation de l'étude personnelle hors la classe de collégiens: le cas des équations du premier degré à une inconnue**. Tese de Doutorado. 1. ed. Paris – FR. Université de Paris, 2018. p. 762.

SODRÉ, G. D. J. M. **Modelagem Matemática Escolar: uma organização praxeológica complexa**. Tese de Doutorado. Belém - PA: Universidade Federal do Pará - UFPA, 2019. p. 162.

VALENZUELA, Maritza Luna. **Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a Formação de Professores em Cursos de Ciências e Engenharia: introdução ao estudo de vetores**. Tese de doutorado. São Paulo – SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, 2021. p. 285.

VERGARA, Sylvia Constant. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

VERGNAUD, G. (1981). **Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques**. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2(2), 215–232.

VERGNAUD, G. (1990). **La théorie des champs conceptuels**. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23): 133-170.

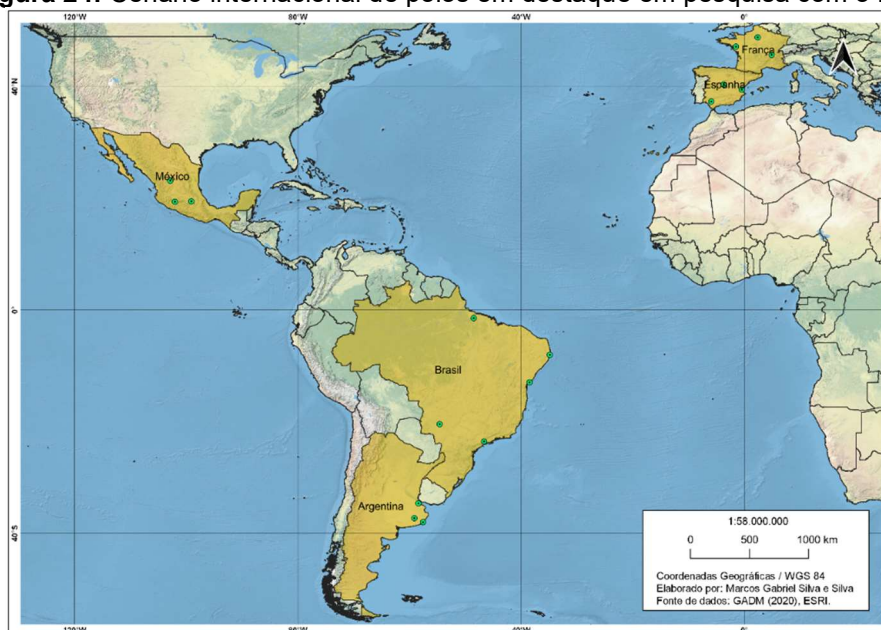
VOSGERAU; ROMANOWSKI. **Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas**. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165-189, jan.-abr. 2014.

APÊNDICE A – PANORAMA DE PESQUISAS INTERNACIONAIS: PEP E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Realizamos uma revisão sistemática, mapeamento bibliográfico de teses de doutorado, no período de 15 a 18 de fevereiro de 2022. Inicialmente, nas pesquisas em âmbito internacional, a intenção era encontrar pesquisas acadêmicas que utilizaram o PEP, em países que se destacam em pesquisas no campo da Didática da Matemática, em especial a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como França, Espanha, Argentina e Brasil.

Vamos nos referir a autores dos quais trabalham com PEP, na França esses são essencialmente membros (ou parceiros) equipes de pesquisa lideradas por Yves Chevallard (UMR ADEF, Marselha) e Yves Matheron (INRP); na Espanha por Marianna Bosch (Universidade Ramon Llull, Barcelona) e Josep Gascón (Universidade Autônoma de Barcelona); na Argentina por María Rita Otero (UNCPBA) e Iván Ramón Sánchez Soto (UNCPBA) e, finalmente no Brasil por Saddo Ag Almouloud (PUC-SP), José Messildo Viana Nunes (GEDIM/IEMCI/UFPA), Renato Borges Guerra (GEDIM/IEMCI/UFPA), José Luiz Magalhães de Freitas (UFMS), Marilena Bittar (UFMS), Marlene Alves Dias (Universidade Anhanguera de São Paulo), Luiz Márcio Santos Farias (UFBA), entre outros. As buscas foram realizadas nos repositórios das respectivas instituições, com citações dos endereços eletrônicos que serão explicitados posteriormente nos subtítulos.

Figura 24: Cenário internacional de polos em destaque em pesquisa com o PEP



Fonte: Marcos Gabriel Silva e Silva

Por fim, a realização uma descrição dos aspectos teóricos-metodológicos da teses selecionadas nesta pesquisa, ressaltamos que foram realizadas Metassíntese Qualitativa apenas nas pesquisas brasileiras e que nestas pesquisas internacionais ficamos apenas no panorama e nos principais aspectos de teoria e metodologia. Para um resumo, utilizamos os seguintes passos de interesse:

- 1) Teses de doutorado que envolviam o PEP e/ou ensino de matemática, no período de 2011 a 2021.
- 2) Panorama de teses de doutorado na França, Espanha e Argentina.
- 3) Panorama teses de doutorado em São Paulo, Mato Grosso do sul, Pernambuco, Bahia e Pará;
- 4) Metassíntese Qualitativa das teses de doutorado no Brasil.

Os trabalhos selecionados, foram descritos com seus aspectos teórico-metodológicos para o panorama, já os trabalhos realizados no Brasil, foram analisados e sintetizados pela revisão sistemática “Metassíntese Qualitativa”, levando em consideração os passos citados acima e a seguir, trazemos as organizações dessas teses.

PESQUISAS (TESES) NA FRANÇA: PRECURSORA DO PEP

O dispositivo didático e metodológico PEP, tem sua origem no sistema de ensino francês, em especial, nas escolas técnicas da França. Por conseguinte, chamado de Percurso modelo (PEP modelo), daí a necessidade de se fazer uma busca em teses de doutorado na França, a fim de mapearmos produções nesse nível de conhecimento, no recorte temporal de 2011 a 2021.

A busca foi, inicialmente, realizada na plataforma *theses*³³. Neste site, são relatadas todas as teses defendidas na França desde 1985. No buscador do *theses.fr*, colocamos as frases que julgamos chaves para encontrar teses que fizeram uso do PEP em seu escopo, as quais são: “*Parcours d'étude et de recherche et l'enseignement des mathématiques*” e *Théorie “anthropologique de la didactique et cours d'étude et de recherche*”. Com os devidos filtros para Educação, Educação Matemática e recorte temporal de 2011 a 2021,

³³ <http://www.theses.fr/>

encontramos 12 teses, das quais, após revisão, apenas 4 teses fizeram uso do PEP.

A mesma pesquisa foi realizada em outros repositórios franceses de grande relevância para pesquisa acadêmica, como www.bibliotheques.u-psud.fr, <https://tel.archives-ouvertes.fr/search/index> e <https://hal.archives-ouvertes.fr/>, onde encontramos respectivamente 1, 3 e 4 pesquisas que já tínhamos encontrado anteriormente no *these.fr*. As teses encontradas de acordo com os filtros adotados, estão mostradas na tabela abaixo e, em seguida são descritos seus aspectos teórico-metodológico.

Quadro 16: Teses publicadas em território francês de 2011 a 2021

Nº	Título da Tese	Autor(a) – Orientador(a)/ Instituição	Ano
1	³⁴ Análise micro-didática do percurso de estudo e pesquisa do ponto de vista mesogenético dentro de um grupo de trabalho no âmbito de momentos de exploração do tipo de tarefas e desenvolvimento de uma técnica nas equações do primeiro grau	Farida Mejani – Yves Matheron /Aix-Marseille Université	2018
2	³⁵ O papel do professor na organização do estudo pessoal fora da turma do ensino médio: o caso de equações de primeiro grau a um desconhecido	Stéphane Sirejacob – BrigitteGrugeon- Allys /Université de Paris	2018
3	³⁶ Uma contribuição para o estudo de condições e restrições que determinam as práticas de ensino no contexto da implementação de um Percurso de Estudo e Pesquisa em matemática na faculdade	Karine Bernad - Yves Matheron/ Aix-Marseille Université	2018
4	³⁷ Matemática na formação de engenheiros e no local de trabalho: estudos e propostas (caso da França)	Pierre-Vincent Quéré - Ghislaine Gueudet /brest université	2019

Fonte: Autor (2023)

Aspectos teórico-metodológicos

A pesquisa de Mejani (2018), se fundamenta na teoria antropológica do didático (Chevallard, 2009a) e a Teoria da Transposição Didática (Chevallard, 1985a, 1991). O trabalho visou a análise micro-didática de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), fazendo análises nos AEPs (atividades de estudo e Pesquisa que compõem o PEP). Mejani, estuda a evolução sob restrições do ambiente

³⁴ <http://www.theses.fr/2018AIXM0685/document>

³⁵ <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02087144>

³⁶ <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01695043>

³⁷ <http://www.theses.fr/2019BRES0041/document>

que os alunos se envolvem nas estruturas dos primeiros momentos de uma AEP sobre equações de primeiro grau. O sistema de observação - análises matemáticas e didáticas a priori que sustentam a proposta atividade, criação de grupos dentro das aulas, filmes de interações dentro do processo de pesquisa - usa uma metodologia de tipo clínico. Autoriza uma análise micro-didática que, usando desenvolvimentos recentes na Teoria Antropológica da Didática, conclui com a diferenciação de ambientes, temporalidades e funções dentro dos grupos observado e enriquecimento do conceito de memória didática.

Sirejacob (2018), mostra que seu trabalho gira em torno de dois eixos principais: o estudo pessoal fora da turma do ensino médio, um assunto tópico pouco discutido no ensino de matemática; compartilhar, o ensino de equações do primeiro grau a um desconhecido na faculdade, agregando aos tópicos várias noções de álgebra elementar e fonte de dificuldades para os alunos. Como parte da teoria antropológica da didática (Chevallard, 1999), foram reexaminadas essas dificuldades a partir de ponto de vista institucional: supostamente certas necessidades de aprendizado, tanto relacionados a gestos de estudo fora da classe disciplinares (equações) são implicitamente deixadas aos alunos ou ignorados pela instituição (Castela, 2008). Baseado em uma organização matemática epistemológica de referência (Bosch e Gascon, 2005) relativa a equações de primeiro grau e uma síntese do trabalho de pesquisa em estudo pessoal, objetiva construir e analisar os efeitos da implementação de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) sobre aprendizagem de estudantes universitários.

Bernard (2018), em pesquisa se fundamenta na teoria antropológica da didática (TAD), da qual utiliza a noção de percurso de estudo e pesquisa (PEP), bem como o modelo praxeológico. O problema estudado é o da determinação de elementos do equipamento praxeológico de um professor, útil para a realização do projeto de implementação de um PEP monodisciplinar e finalizado pelo estudo dos programas de matemática franceses em vigor no período 2013-2015. Foram estudadas as condições e restrições que influenciam o processo de transposição didática interna que dois professores lideram, a partir da apropriação de um documento e em que são descritas as organizações matemáticas e didáticas direcionadas, até a realização didática na aula. Esta pesquisa desenvolve um estudo clínico, permitindo a análise das dimensões das

praxeologias didáticas que esses professores ativam, nas quais aparecem suas relações pessoais com a matemática, o ensino e a aprendizagem e a profissão docente.

A tese de Quéré (2019), teve dois objetivos principais: comparar o uso da matemática pelos engenheiros em seu local de trabalho com o treinamento em matemática que eles recebem na França e oferecer ensino inovador que possa aproximar o treinamento das necessidades apresentadas. Foi usado o arcabouço da Teoria Antropológica da Didática e começou-se definindo a noção de "praxeologia matemática" para analisar a atividade matemática dos engenheiros nas instituições que eles frequentam. O autor, classifica os seis tipos de praxeologias identificadas no local de trabalho em duas categorias: praxeologias "limpas" (básicas, estatísticas, específicas) e "transversais" (modelagem, raciocínio, comunicação). Diante dessas constatações, foi proposto a implementação, no ciclo de engenharia, um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) Codisciplinar em estatística e química. Este dispositivo (PEP) parece colocar futuros engenheiros em situações em que a matemática tem um papel de liderança, oferecendo uma boa abordagem às praxeologias profissionais.

PESQUISAS (TESES) NA ESPANHA

Para teses publicadas na Espanha, realizamos a pesquisa nas seguintes plataformas: <https://dialnet.unirioja.es/tesis>, <https://www.educacion.gob.es/teseo> e <https://www.tesisenred.net/discover>, com as frases chaves "Recorridos de estudio e investigación (REI) y enseñanza de las matemáticas" e "Teoría antropológica de lo didáctico e recorrido de estudio e investigación (REI)". Com os devidos filtros para educação, educação matemática e recorte temporal de 2011 a 2021, encontramos 16 teses, das quais, após revisão, apenas 3 teses fizeram uso do PEP.

As teses encontradas de acordo com os filtros adotados, estão mostradas na tabela abaixo e, em seguida são descritos seus aspectos teórico-metodológico.

Quadro 17: Teses publicadas em território espanhol de 2010 a 2021

Fonte: Autor (2023)

Nº	Título da Tese	Autor(a) – Orientador(a)/Instituição	Ano
1	³⁸ Uma possível razão para o cálculo diferencial elementar no campo da modelagem funcional	Catarina Oliveira Lucas – Cecilio Fonseca Bon, José Manuel Casas Mirás, Josep Gascón Pérez/Universidade de Vigo	2015
2	³⁹ Contribuições da Análise Epistemológica e Didática: Mapas de perguntas e respostas em engenharia e na formação de Professores	Ignasi Florensa Ferrando – Marianna Bosch, Josep Gascón/ Universitat Ramon Llull	2018
3	⁴⁰ Resposta às restrições transpositivas da sociedade da informação no ensino-aprendizagem da geometria no ensino médio	Julián Roa González – Mercedes Hidalgo Herrero/ Universidad Complutense de Madrid	2019

Fonte: Autor (2023)

Aspectos teórico-metodológicos

Lucas (2015), tem sua pesquisa realizada no marco teórico do TAD, a ponto de muitas das pesquisas mencionadas poderem ser interpretadas como a atribuição a uma certa área da matemática escolar, por parte de um modelo epistemológico de referência (MER), alternativa ao modelo epistemológico dominante na instituição em questão, de um motivo para ser diferente daquele que é oficialmente designado. Assim, o autor cita as seguintes áreas às quais uma **razão alternativa de ser** foi atribuída, em diferentes trabalhos: a álgebra elementar como um instrumento para modelar sistemas matemáticos ou extra-matemáticos (Bolea et al., 2001; Ruiz-Munzón et al., 2012); até os limites das funções (Barbé et al., 2005); negativos no campo da álgebra elementar (Cid & Ruiz-Munzón, 2011); a sistemas de numeração no campo do cálculo aritmético (Sierra et al., 2007); à proporcionalidade no campo das relações funcionais (García et al., 2006); aos números reais no campo das magnitudes contínuas (Licera et al., 2011); e modelagem funcional com parâmetros como desenvolvimento de álgebra elementar (Ruiz-Munzón et al., 2008). Para embasar o MER, foi realizado Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP) com

³⁸ <http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2016/01/Una-posible-%C2%ABraz%C3%B3n-de-ser%C2%BB-del-c%C3%A1lculo-diferencial-elemental2.pdf>

³⁹ <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=228333&orden=0&info=link>

⁴⁰ <https://eprints.ucm.es/57992/1/T41497.pdf>

alunos egressos do ensino médio e ingressos de cursos universitários no contexto da educação de Portugal, com relação ao Cálculo Diferencial Elementar (CDE), utilizando a modelagem matemática funcional nas atividades que compõem o PEP.

A tese de Ferrando (2018), traz como objetivo de pesquisa, estudar em que medida a estrutura da Teoria Antropológica da Didática e, em particular, o uso de mapas de perguntas e respostas e a implementação de Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP) em engenharia e formação de professores permite que pesquisadores e professores desenvolvam uma metodologia clara e explícita de design, gerenciamento e análise. Especificamente, estuda-se as condições e restrições que permitem e dificultam seu uso e em que medida o uso de mapas de perguntas e respostas ajuda a tornar a razão de ser do conhecimento mais explícita. Além disso, também se estuda o papel da metodologia de Engenharia Didática (ED) como uma ferramenta para os professores de engenharia projetarem sistematicamente os processos de estudo. Para estudar esses tópicos, implementamos três estudos empíricos: (1) um PEP implementado em um curso de Resistência a Materiais, (2) um PEP em um curso de Elasticidade e (3) um curso para professores de matemática do ensino médio. Finalmente, esta pesquisa mostra que os mapas de perguntas e respostas são uma ferramenta epistemológica crucial nos processos de estudo em que o conhecimento a ser ensinado não é um corpo de conhecimento pré-estabelecido específico, mas uma pergunta inicial aberta.

Na pesquisa de González (2019), se estudou as restrições de transposição que afetam seu estudo no primeiro ciclo do ensino médio, a fim de criar sua própria resposta educacional que permita superar parcialmente as restrições encontradas. Esta pesquisa alinha-se às abordagens da Teoria Antropológica do Didático e realiza, na segunda parte do trabalho, uma análise em torno de três dimensões: epistemológicas, econômico/institucionais e ecológicas, que permitem transformar o problema de ensino inicial em um problema de pesquisa. Como resultado dessa análise dimensional, um modelo epistemológico de referência (MER) é construído para a área de geometria elementar e um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) que o desenvolve pelo primeiro ano do ensino médio obrigatório. O estudo dimensional teórico realizado, a construção do MER sobre Geometria elementar, a preparação de

um PEP que o desenvolve, o estudo aprofundado do contexto e a descrição e interpretação da experimentação realizada dentro do cronograma ordinário da aula de matemática do primeiro ano do ensino médio, permitem desenvolver as conclusões e futuras linhas de trabalho desta pesquisa.

PESQUISAS (TESES) NA ARGENTINA

Para teses publicadas em território Argentino, realizamos a pesquisa nas seguintes plataformas: <http://sedici.unlp.edu.ar/>, <https://www.unicen.edu.ar/> e <https://repositoriosdigitales.mincyt.gob.ar/vufind/Content/repos>, com as frases chaves “Recorridos de estudio e investigación (REI) y enseñanza de las matemáticas” e “Teoría antropológica de lo didáctico e recorrido de estudio e investigación (REI)”. Com os devidos filtros para educação, educação matemática e recorte temporal de 2011 a 2021, encontramos 9 teses, das quais, após revisão, apenas 3 teses fizeram uso do PEP.

As teses encontradas de acordo com os filtros adotados, estão mostradas na tabela abaixo e, em seguida são descritos seus aspectos teórico-metodológico.

Quadro 18: Teses publicadas em território argentino de 2010 a 2021

Nº	Título da Tese	Autor(a) – Orientador(a)/Instituição	Ano
1	⁴¹ Implementação de um Curso de Estudo e Pesquisa em Estatística para Estudantes de Engenharia de Construção	Carmen Cecilia Espinoza Melo - Iván Ramón Sánchez Soto/ UNCPB ⁴²	2018
2	⁴³ Projeto, Implementação e Análise de um Curso de Estudo e Pesquisa Codisciplinar em Matemática e Física no Ensino Médio	María Paz Gazzola Bascougnat - María Rita Otero, Viviana Carolina/UNCPB	2018
3	⁴⁴ Projeto, Implementação, Análise e Avaliação de um Curso de Estudo e Pesquisa em Nível Universitário Relativo ao Cálculo em Duas Variáveis	Diana Patricia Salgado - Maria Rita Otero, Verónica Parra/UNCPB	2019

Fonte: Autor (2023)

⁴¹ <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/1787>

⁴² Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

⁴³ <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/2228>

⁴⁴ <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/2216>

Aspectos teórico-metodológicos

Espinoza Melo (2018), embasado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), um dispositivo didático PEP foi projetado no qual perguntas com significados lógicos são propostas, isso tem uma base antropológica, porque o ser humano, comparado à realidade, é ignorante e, a fim de satisfazer o desejo de conhecimento que é natural nele, ele tem que ir para algo que é seu, como capacidade intelectual, é aí que surge a pergunta sobre algo de seu interesse. O PEP foi projetado e desenvolvido a partir da pesquisa Casen, utilizando especificamente variáveis sociodemográficas e da área de construção, com ênfase na análise estatística descritiva e inferencial dos dados e dos elementos de amostragem. O ponto de partida do PEP é uma “questão de integração” denominado pergunta geradora e uma série de situações problemáticas mais limitadas e específicas usadas para abordar o conteúdo de um curso estatístico no segundo semestre de 2015. Os resultados mostram influência positiva do PEP nas variáveis estudadas. O objetivo da pesquisa é descrever os níveis de conhecimentos matemáticos adquiridos pelos alunos durante a intervenção com o PEP e estabelecer seu impacto nas estratégias de aprendizagem e no nível de compreensão de leitura dos alunos do curso de Engenharia em Construção da Universidade de Bío-Bío, Concepción, Chile.

Nesta pesquisa, Gazzola Bascougnat (2018) propõe introduzir experimentalmente a pedagogia da pesquisa e questionamento mundial (PICM) no ensino médio, por meio do desenvolvimento de PEP. Foi proposto implementar um PEP codisciplinar em matemática e física no ensino médio. É apresentado o projeto, implementação e análise do PEP, cuja pergunta geral é Q0: Por que a Pedra Movediza de Tandil caiu? O PEP foi implementado em cinco cursos regulares de Matemática de diferentes instituições da cidade de Tandil, com 116 estudantes entre 16 e 18 anos. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) (Chevallard, 1999, 2007, 2009, 2011, 2012, 2013, 2016) é usada como referência teórica e, especificamente, os construtos teóricos: PEP, Modelo Praxeológico de Referência (MPR), Esquema Herbartiano e Dialética do estudo. O estudo e a pesquisa em torno do Q0 geraram o MPR, desenvolvido pela equipe de Pesquisa, e usado para analisar as possíveis respostas e o escopo do PEP no ensino médio. Posteriormente, técnicas quantitativas são utilizadas e

seguem os critérios da análise exploratória dos dados (Lebart, Morineau, 1994) realiza uma análise e classificação estatística univariada, bivariada e multivariada.

A pesquisa de Salgado (2019), tem como objetivo introduzir um ensino de Matemática baseado em PEP em nível universitário, com o objetivo de incorporar gestos típicos da Pedagogia da pesquisa e questionar o mundo. É apresentado o projeto, implementação, descrição, análise e avaliação de um PEP que se origina da questão geral Q_0 , codisciplinar matemática e economia: como calcular os custos de uma microempresa? Esta pesquisa adota a Teoria Antropológica da Didática (TAD) como referencial teórico e baseia-se especialmente nas noções de PEP, Modelo Praxeológico de Referência (MPR), Esquema Herbartiano e dialética. O dispositivo de ensino PEP foi implementado em dois cursos regulares de matemática em nível universitário, especificamente na Universidade Nacional do Sul, na cidade de Bahía Blanca, com 73 alunos entre 18 e 20 anos de idade. O professor de pesquisa desenvolveu um MPR que permitiu analisar as possíveis respostas Q_0 e os possíveis caminhos que são gerados a partir de seu estudo.

APÊNDICE B – FORMULÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO DE PEP

Caracterização de seu Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Como colaboração de minha pesquisa, gostaria que você, autor e/ou diretor de estudos de um PEP, pudesse responder a esses itens a respeito da aplicação de seu PEP. (Por Saul Barreto)

1) Qual é o título de sua Tese?

2) A partir do fragmento "De maneira sub-reptícia, o professor pode impor um certo percurso que leva a classe a conhecer (e confrontar) as noções matemáticas escolhidas previamente pelo mesmo professor. Mais sutilmente, o professor pode ter escolhido a pergunta para investigar de tal maneira que, sob as restrições vigentes, o percurso passe quase necessariamente por esta ou aquela obra matemática. No primeiro caso, falo de um percurso fechado; no segundo, de um percurso semiaberto. Chamarei aberto um percurso em que o papel desempenhado pelo professor é puramente negativo, no sentido de que o professor, como "chefe de investigação", conforma-se com impor de vez em quando a decisão de não ir encontrar tal ou qual obra, que lhe parece estar ainda fora do alcance do grupo de estudantes. Sé neste caso falarei de percurso aberto." (CHEVALLARD, 2017, p. 168-169, apud ALMOULOU; NUNES PEREIRA; FIGUEIROA, 2021). Nessa perspectiva você considera que o PEP desenvolvido em sua pesquisa de (mestrado, doutorado) foi Aberto, Semiaberto ou Fechado?

() Aberto

() Semiaberto

() Fechado

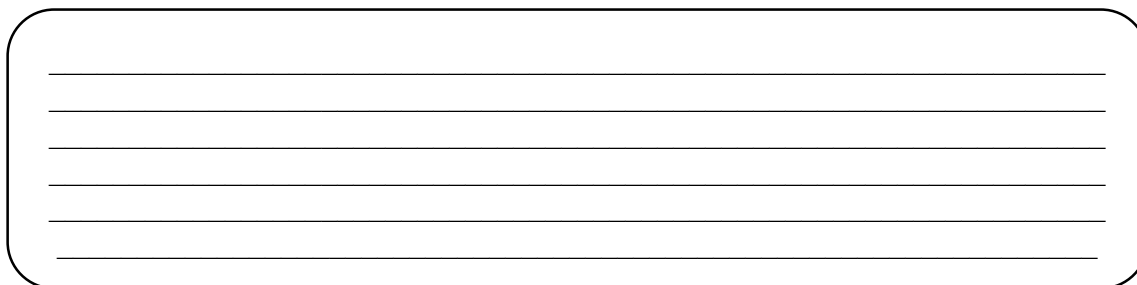
3) "Na busca de respostas para cada uma das questões derivadas, os grupos debruçam-se ao estudo de obras Ok, compondo a partir daí outros sistemas didáticos auxiliares $S_0(X; Y; Q_0)$, $S_1(X; Y; Q_1)$ e $S_2(X; Y; Q_2)$, ..., em torno destas questões". Com base no exposto, você poderia nos dizer quantos e quais foram os sistemas didáticos que compuseram seu PEP.

4) Com relação aos Modelos (MER - Modelo Epistemológico de Referência; MPR - Modelo Praxeológico de Referência; MDR - Modelo Didático de Referência, entre outros), diga qual modelo você usou e como se deu sua concepção (se foi concebido antes, durante ou depois da aplicação do PEP).

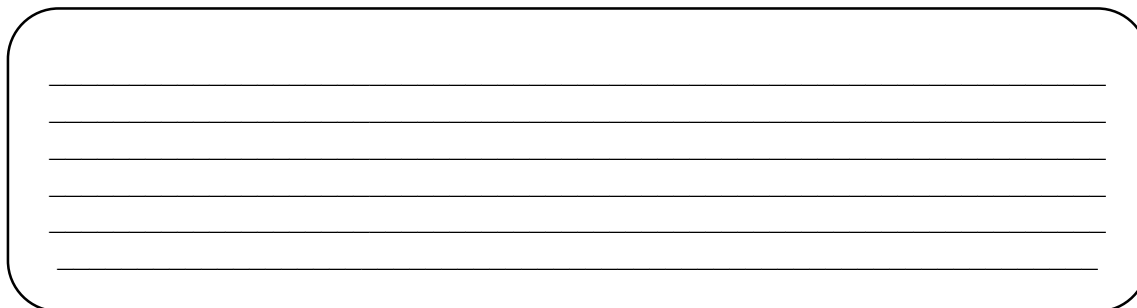
5) Investigar o ponto de partida dos PEP, se tornou um momento crucial para nossa pesquisa, uma vez que entender os gatilhos que impulsionam o início dos percursos de estudo e pesquisa nos darão subsídios para compreender a dinâmica de funcionamento desse dispositivo. Diante do exposto, nos relate sobre o ponto de partida do PEP desenvolvido em sua pesquisa.

6) O primeiro princípio estruturante do PEP é organizá-lo em torno de uma questão geratriz (ou geradora) Q, capaz de gerar outras questões derivadas (Q0, Q1, Q2, ...) que ao respondê-las (Respostas canceladas) convergirem para uma resposta esperada (ótima) R* (coração), que responde a questão Q. Dessa forma, qual a questão Q e como ela surgiu em sua pesquisa?

7) Como base na questão anterior, diga como se deu o desdobramento da questão Q em outras questões Q0, Q1, Q2,



8) como base na questão anterior, diga como se deu a dinâmica de construção de R^\heartsuit a partir do estudo, desconstrução e reconstrução de R^\diamond e do estudo das obras. (Se ficar difícil de sintetizar - pode ignorar essa questão)



9) Para analisar os resultados encontrados em um PEP, alguns pesquisadores usam (ou consideram mesmo de forma implícita) os descritores das funções mesogênese, topogênese e cronogênese que correspondem respectivamente às descrições do milieuo pelo qual se deu o percurso, descrição das responsabilidades que professores e alunos assumem, no que tange aos saberes em pauta (divisão sistêmica) e o funcionamento do tempo didático, em outras palavras, descrição dos avanços de estudo (CHEVALLARD, 1991). Com base nesta informação, faça uma breve descrição.

