



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS – MESTRADO PROFISSIONAL**

**CLÁUDIO LOPES DE FREITAS**

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM SOFTWARE DE GEOMETRIA  
DINÂMICA: conhecimentos para a docência mediados por tecnologia**

**Belém – PA  
2023**

CLÁUDIO LOPES DE FREITAS

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM SOFTWARE DE GEOMETRIA  
DINÂMICA: conhecimentos para a docência mediados por tecnologia**

Texto de defesa apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito à obtenção do título de Mestre em Docência em Educação em Ciências e Matemática. Área de concentração: Formação de Professores para o Ensino de Ciências e Matemática. Orientadora: Profa. Dra. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo

Belém – PA  
2023

CLÁUDIO LOPES DE FREITAS

FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA:  
conhecimentos para a docência mediados por tecnologia

Texto de defesa apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito à obtenção do título de Mestre em Docência em Educação em Ciências e Matemática. Área de concentração: Formação de Professores para o Ensino de Ciências e Matemática. Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo

BANCA AVALIADORA:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo (Orientadora)  
Universidade Federal do Pará (UFPA)  
Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI)  
Docente do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática (PPGDOC/ IEMCI/UFPA).

Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior (membro interno)  
Universidade Federal do Pará (UFPA)  
Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI)  
Docente do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática (PPGDOC/ IEMCI/UFPA).

Prof. Dr. Fábio Colins da Silva (membro interno)  
Universidade Federal do Pará (UFPA)  
Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI)  
Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFPA).

Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (membro externo)  
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFPE)

Belém-PA  
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)  
autor(a)

---

F862f FREITAS, CLÁUDIO LOPES DE.  
FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM SOFTWARE  
DE GEOMETRIA DINÂMICA : conhecimentos para a  
docência mediados por tecnologia / CLÁUDIO LOPES DE  
FREITAS. — 2023.  
237 f. : il. color.

Orientador(a): Prof<sup>a</sup>. Dra. Elizabeth Cardoso Gerhardt  
Manfredo

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de  
Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e  
Matemáticas, Belém, 2023.

1. Formação docente. 2. Letramento digital. 3.  
TPACK. 4. GeoGebra. 5. Pesquisa-formação. I. Título.

CDD 510.7

---

Às minhas mães **Ana Lopes de Barros** (*in memoriam*) e **Maria Regina de Freitas** que sempre acreditaram em mim.

À minha amada esposa **Débora Alfaia** e aos meus afilhados **Flávia** e **Heitor**, por todo amor, incentivo, compreensão e apoio incondicional.

## **AGRADECIMENTOS**

À família.

À UFPA.

Ao programa e aos professores formadores do PPGDOC.

À orientadora, Profa. Dra. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo.

À banca de exame de qualificação e de defesa, pelas contribuições à investigação e a este texto.

À coordenação do Campus de Castanhal, na pessoa do professor Dr. Francisco Valdinei dos Santos Anjos.

Ao Projeto LAAB que foi imprescindível para a oferta do curso, foco da presente investigação.

A Gabriel Viana, bolsista do projeto LAAB que atuou como monitor do curso de formação de professores.

Aos professores participantes do curso de formação com o GeoGebra, sem os quais a pesquisa não teria sido possível. Mais do que cursistas foram companheiros na minha experiência de formação como pesquisador.

A Thais Alfaia Lisboa pelas transcrições das intervenções dos cursistas durante as aulas.

À Prof<sup>a</sup>. Ma. Raphaella Duarte Cavalcante Lopes pelo apoio no tratamento dos dados no software IRaMuTeQ.

A minha cunhada, Suzana Alfaia (artista visual), pelas ilustrações do produto educacional.

A minha esposa Débora Alfaia da Cunha pela contribuição na diagramação do e-book.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização dessa pesquisa-formação.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.

(Paulo Freire, 2004)

## RESUMO

A pesquisa problematiza a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para o uso de softwares dinâmicos no ensino de geometria. Teve como objetivo analisar as contribuições de um curso de formação continuada, mediado pelo software GeoGebra, para a mobilização de conhecimentos pedagógicos e tecnológicos do conteúdo matemático de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A base teórica do estudo seguiu, entre outras referências, as contribuições do modelo *Technological Pedagogical Content Knowledge*, que desafia pensar a formação docente na articulação dos conhecimentos necessários a uma prática pedagógica com o uso de tecnologias digitais. O curso analisado foi ofertado no primeiro semestre de 2022, de forma on-line, com atividades síncronas e assíncronas, contando com 19 cursistas. A investigação segue a metodologia de um estudo de caso qualitativo, em uma perspectiva de pesquisa-formação. Os instrumentos de coleta de dados incluíram a aplicação de 3 questionários, o diário de campo e a gravação e transcrição das intervenções dos cursistas durante os encontros. O tratamento dos dados empregou procedimentos adequados à natureza da informação coletada. Nas análises quantitativas, utilizou-se a estatística descritiva, e nas qualitativas a Análise de Conteúdo, com apoio do software livre IRaMuTeQ. Os resultados apontam que a formação alcançou professores com bastante experiência nos anos iniciais e interessados na melhoria de sua formação na área de matemática e tecnologia, alguns, inclusive, concluíram mais de uma graduação ou cursaram pós-graduação. Apesar disso, esses indicaram a formação inicial e a continuada como limitada no que se refere aos conhecimentos matemáticos e digitais, especialmente, sobre o ensino da matemática para o público infantil. Os resultados demonstraram ainda que os cursistas possuíam maiores dificuldades com os conteúdos de transformações de figuras planas (isométricas e homotéticas), exatamente as que mais demandam o uso de recursos digitais, limitando a exploração desses conteúdos ao livro didático. De um modo geral, observou-se lacunas em termos do letramento digital nos cursistas que demonstraram diferentes sentimentos e inseguranças em relação ao uso de tecnologias no ensino. Após a formação, os participantes avaliaram que o curso lhes mostrou a possibilidade de integrar a tecnologia a outros recursos manipulativos já utilizados. Indicaram ainda a melhoria dos sentimentos em relação às tecnologias e a ampliação de diferentes conhecimentos durante a formação, corroborando que um curso sobre tecnologia no ensino de matemática não se resume a uma mera formação instrumental. Por fim, as conclusões do estudo indicaram a necessidade da proposição de um curso de GeoGebra direcionado a professores que ensinam matemática nos anos iniciais, sendo elaborado um produto educacional para atender a essa necessidade.

**Palavras-chave:** formação docente; letramento digital; TPACK; GeoGebra; pesquisa-formação.

## ABSTRACT

The research problematizes the training of teachers who teach mathematics in the early years of elementary school for the use of dynamic software in teaching geometry. It aimed to analyze the contributions of a continuing education course, mediated by the GeoGebra software, to mobilize pedagogical and technological knowledge of mathematical content among teachers in the initial years of Elementary School. The theoretical basis of the study followed, among other references, the contributions of the Technological Pedagogical Content Knowledge model, which challenges thinking about teacher training in the articulation of the knowledge necessary for a pedagogical practice using digital technologies. The course analyzed was offered in the first semester of 2022, online, with synchronous and asynchronous activities, with 19 students. The investigation follows the methodology of a qualitative case study, from a research-training perspective. The data collection instruments included the application of 3 questionnaires, the field diary and the recording and transcription of the course participants' interventions during the meetings. Data processing used procedures appropriate to the nature of the information collected. In quantitative analyses, descriptive statistics were used, and in qualitative analyses, Content Analysis was used, with the support of the free software IRaMuTeQ. The results indicate that the training reached teachers with a lot of experience in the initial years and interested in improving their training in the area of mathematics and technology, some even completed more than one undergraduate degree or attended postgraduate studies. Despite this, they indicated initial and continued training as limited with regard to mathematical and digital knowledge, especially about teaching mathematics to children. The results also demonstrated that course participants had greater difficulties with the contents of flat figure transformations (isometric and homothetic), exactly those that most demand the use of digital resources, limiting the exploration of these contents to the textbook. In general, gaps were observed in terms of digital literacy among course participants who demonstrated different feelings and insecurities regarding the use of technologies in teaching. After the training, participants assessed that the course showed them the possibility of integrating technology with other manipulative resources already used. They also indicated the improvement of feelings regarding technologies and the expansion of different knowledge during training, corroborating that a course on technology in teaching mathematics is not limited to mere instrumental training. Finally, the conclusions of the study indicated the need to propose a GeoGebra course aimed at teachers who teach mathematics in the initial years, with an educational product being developed to meet this need.

**Keywords:** teacher training; digital literacy; TPACK; GeoGebra; research-training.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Tríade dos conhecimentos base do modelo TPACK sem articulação das dimensões.....	32
Figura 2: Diagrama 1 interseccional do <i>Pedagogical Content Knowledge</i> (PCK) .....	34
Figura 3: Diagrama 2 modelo TPACK.....	35
Figura 4: Modelo TPACK aplicado ao curso de formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	39
Figura 5 – Interface <i>Google Meet</i> . 1º encontro de formação, dia 05/03, manhã. ....	64
Figura 6 – Interface <i>Google Meet</i> . 1º encontro de formação, dia 05/03, tarde. ....	64
Figura 7 – GeoGebra on-line. Atividade de montar figuras planas. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	66
Figura 8 – GeoGebra on-line. Atividade de encaixe de figuras planas poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	67
Figura 9 – Interface <i>Google Meet</i> . 2º encontro de formação dia 12/03/2022. ....	69
Figura 10 – GeoGebra. Estudo de retas do origami “espoca ovo”. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	71
Figura 11 – GeoGebra. Estudo dos ângulos no origami “espoca ovo”. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	72
Figura 12 – Dobradura do gato e do cachorro enviado por Pc19.....	73
Figura 13 – GeoGebra. Estudo de ângulos na dobradura do gato. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	73
Figura 14 – GeoGebra. Estudo de ângulos na dobradura do “cachorro”. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	74
Figura 15 – GeoGebra. Estudo de retas e ângulos. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	74
Figura 16 – GeoGebra. Atividade de localização no plano cartesiano. “Passarinhos”. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	75
Figura 17 – 3º encontro de formação dia 19/03/2022.....	77
Figura 18 – GeoGebra. Diagrama da dobradura “avião”. Tarefa para casa enviada por Pc8. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	77
Figura 19 – GeoGebra. Atividade de localização no plano cartesiano. “Cadeiras de cinema”. Formação docente em tecnologia e geometria.....	79
Figura 20 – Peças de tangram produzidas por cursistas da Formação docente em tecnologia e geometria. ....	80
Figura 21 – GeoGebra. Estudo de triângulos e quadriláteros. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	81
Figura 22 – GeoGebra on-line. Apresentação do tangram elaborado por Pc4. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	81
Figura 24 – GeoGebra. Ângulos e suas classificações. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	82
Figura 25 – GeoGebra on-line. Quadrado geométrico produzido por Pc3. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	83
Figura 26 – GeoGebra. Estudo de polígonos e suas classificações. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	84
Figura 27 – Atividades propostas de ampliação e redução de figuras poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	85

Figura 28 – GeoGebra. Resolução de atividades propostas de ampliação e redução de figuras poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria.....	85
Figura 29 – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono regular. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	86
Figura 30 – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono irregular. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	86
Figura 31 – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono irregular. “Cachorro”. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	87
Figura 32 – GeoGebra. Atividade de ampliação e redução enviada pelo Pc4. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	88
Figura 33 – Atividade de ampliação e redução enviada por Pc13. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	88
Figura 34 – Sequência de exploração das características de poliedros em embalagem de papel. Formação docente em tecnologia e geometria.....	90
Figura 35 – Google Meet. GeoGebra: planificação de prisma. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	92
Figura 36 – Google Meet. GeoGebra: planificação de pirâmide. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	92
Figura 37 – GeoGebra. Planificação do prisma (cubo). Tarefa enviada por Pc10. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	93
Figura 38 – Atividade sobre cilindro, cone e esfera.....	94
Figura 39 - GeoGebra. Sólido geométrico cilindro com raio destacado. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	95
Figura 40 – GeoGebra. Sólido geométrico cilindro com raio destacado. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	96
Figura 41 – GeoGebra. Sólidos de revolução: esfera, cilindro e cone. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	96
Figura 42 – GeoGebra. Estudo de simetrias. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	99
Figura 43 – Esquema de transformações geométricas. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	100
Figura 44 – Recriação da obra de Geraldo de Barros, elaborada por Silva, Vassallo Neto e Costa Junior.....	101
Figura 45 – GeoGebra. Estudo de perímetro e área. Formação docente em tecnologia e geometria. ....	102
Figura 46 – polígonos apresentados para ampliação na malha quadriculada.....	115
Figura 47 – GeoGebra. Ampliação de polígonos. ....	115
Figura 48 – IRaMuTeQ. Nuvem de palavras elaborada a partir da transcrição das intervenções orais dos cursistas e integração dos dados qualitativos do questionário final.....	118
Figura 49 – IRaMuTeQ. Análise de similitude, elaborada a partir da transcrição das intervenções orais dos cursistas e integração dos dados qualitativos do questionário final.....	120

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico para Van Hiele	44
Quadro 2 – Fases da aprendizagem geométrica para Van Hiele.....	45
Quadro 3 – Distribuição dos temas planejados em cada encontro formativo.....	56
Quadro 4 – Distribuição dos inscritos no curso Formação Docente em Tecnologia e Geometria, 2022.....	61
Quadro 5 – Lista de termos presentes no item “conteúdo” da análise de similitude no IRaMuTeQ.....	121
Quadro 6 – Lista de termos presentes no item “aluno” da análise de similitude no IRaMuTeQ.....	123
Quadro 7 – Lista de termos presentes no item “Curso GeoGebra” da análise de similitude no IRaMuTeQ.....	126

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição de teses e dissertações sobre o GeoGebra de 2008 a 2021. .....	48
Tabela 2 – Distribuição de trabalhos sobre o GeoGebra de 2017 a 2021, por foco de estudo.....	49

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CK	<i>Content knowledge</i>
CNE	Conselho Nacional de Educação
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPL	General Public License
GUI	interface gráfica do usuário
IEMCI	Instituto de Educação Matemática e Científica
LAAB	Projeto Ludicidade Africana e Afro-brasileira
MEC	Ministério da Educação
Moodle	Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
Parfor	Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica
PcK	<i>Pedagogical Content Knowledge</i>
PK	<i>Pedagogical knowledge</i>
PEMAI	Professores que ensinam matemática nos anos iniciais
PPGDOC	Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática.
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEDUC-PA	Secretaria de Estado de Educação do Pará
SEMED/Castanhal	Educação do Município de Castanhal
SISPAE	Sistema Paraense de Avaliação da Educação
TCK	<i>Technological Content Knowledge</i>
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
TK	<i>Technology Knowledge</i>
TPACK	<i>Technological Pedagogical And Content Knowledge</i>
TPK	<i>Technological Pedagogical Knowledge</i>
UERN	Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
UFPA	Universidade Federal do Pará
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>SEÇÃO 1. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: DESAFIOS AO ENSINO MEDIADO POR TECNOLOGIA</b> .....	26
1.1 Lacunas de letramento matemático e digital na formação de professores .....	26
1.2 Integrando conhecimentos na formação docente: contribuições do modelo TPACK .....	31
1.3 Conhecimentos contextuais docentes no ensino de geometria nos anos iniciais .....	38
1.4 Apresentando o software GeoGebra .....	46
1.5 Pesquisas empíricas sobre o uso do GeoGebra na formação de professores dos anos iniciais .....	47
<b>SEÇÃO 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA-FORMAÇÃO</b> .....	53
2.1 Pressupostos Metodológicos .....	53
2.2 Procedimentos metodológicos para a organização da pesquisa-formação .....	55
2.3 Os instrumentos de coleta de dados .....	57
2.4 Procedimentos de análise das informações .....	58
2.5 Caracterização dos sujeitos envolvidos na pesquisa .....	60
2.6 Sobre o produto educacional .....	63
<b>SEÇÃO 3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA COM O SOFTWARE GEOGEBRA: RELATOS DOS ENCONTROS FORMATIVOS ON-LINE</b> .....	64
3.1 Encontro 1: Apresentações, fundamentação teórica e instalação do software GeoGebra .....	64
3.2 Encontro 2: Noções básicas de geometria plana e o plano cartesiano .....	69
3.3 Encontro 3: Figuras poligonais planas .....	77
3.4 Encontro 4: Transformações no plano (ampliação e redução de figuras poligonais) .....	83
3.5 Encontro 5: Sólidos geométricos – Poliedros .....	88
3.6 Encontro 6: Sólidos geométricos – Corpos redondos .....	92
3.7 Encontro 7: Transformações no plano – Simetrias .....	97
3.8 Encontro 8: Transformações no plano e estudos de áreas e perímetros .....	100
<b>SEÇÃO 4. Análise e discussão dos dados</b> .....	104
4.1 Formação docente .....	104
4.1.1 Reflexões sobre a formação dos cursistas .....	104
4.1.2 Formação e atuação no ensino de geometria .....	108

4.1.3 Reflexões sobre o curso de formação com o GeoGebra.....	110
4.2 Conhecimentos docentes emergidos na formação com o GeoGebra.....	118
4.2.1. Os conhecimentos docentes na nuvem de palavras .....	118
4.2.2. Os conhecimentos da docência pelos caminhos da similitude..	119
4.3 Apontamentos sobre os resultados.....	128
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	131
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	135
<b>APÊNDICES</b> .....	143
Apêndice A: Questionários aplicados durante a pesquisa .....	143
Apêndice B: Modelo do TCLE .....	154
Apêndice C: planos de aula do curso de formação de professores pedagogos para o ensino de geometria com o software GeoGebra.....	155
Apêndice D: Produto educacional.....	169

## INTRODUÇÃO

O presente estudo dedica-se à formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais (PEMAIs) do Ensino Fundamental, para o uso de *softwares* dinâmicos no ensino de geometria. A análise parte das experiências vivenciadas em um curso de formação continuada sobre a elaboração de atividades geométricas com uso do *software* GeoGebra, constituindo-se em um estudo de caso, em uma perspectiva de pesquisa-formação. A base teórica do estudo segue, entre outras referências, as contribuições do modelo *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK)<sup>1</sup>, que desafia pensar a formação docente na articulação dos conhecimentos necessários a uma prática pedagógica de qualidade, com o uso de tecnologias digitais.

Inicialmente, cabe esclarecer o contexto que motivou o surgimento da pesquisa, no caso, a observação sobre as dificuldades de implementação do ensino remoto, proposto como alternativa para continuidade das atividades escolares, no contexto da pandemia da COVID-19, iniciada em 2020.

A crise instalada modificou diferentes práticas sociais, pelas exigências sanitárias para a contenção da doença. Nesse contexto, como explica Ferreira *et al.* (2020), as instituições educativas no Brasil e em diversos países foram duramente abaladas pela suspensão das aulas presenciais, no ano letivo de 2020 e parte de 2021, e vivenciaram rápido e grande acréscimo de tecnologias digitais na educação.

No Brasil, o Conselho Nacional de Educação (CNE) orientou os sistemas de ensino público e privado para o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) para realização de atividades de ensino remoto enquanto durasse a interrupção das aulas presenciais (BRASIL, 2020). Essa estratégia, apesar de preservar o distanciamento social, necessário à diminuição do ritmo de transmissão do vírus da Covid-19, descortinou problemas sociais e educacionais antigos, como a desigualdade social, a exclusão digital de grande parcela da população brasileira e o baixo nível de letramento digital entre professores.

Assim, o “ensino remoto urgente não adaptado” (KUKLINSKI; COBO, 2020) exigiu de todos os professores, entre os quais os PEMAIs, uma resposta rápida, mas

---

<sup>1</sup> Em português: Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo. Pelo amplo uso da sigla originária do termo em inglês TPACK, será utilizada nesta dissertação a sigla TPACK e as demais siglas em inglês referentes aos conhecimentos docentes incluídos no modelo TPACK.

difícil, dada as conhecidas lacunas de formação docente no que se refere ao letramento digital.

Essa situação, por exemplo, é ratificada em Aquino e Pinto (2005) que analisaram a utilização das TDICs por docentes do estado da Bahia e revelaram dificuldades no uso dessas tecnologias por professores, tanto pela falta de acesso quanto por se sentirem despreparados para utilizá-las. No mesmo sentido, a pesquisa de Cunha e Freitas (2012), sobre formação de professores e inclusão digital no Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica (Parfor), desvela as lacunas de formação e as dificuldades de utilização de tecnologias digitais por professores-alunos que cursavam pedagogia no referido programa e atuam como PEMAls. Ainda nesse aspecto, o estudo de França (2010), sobre o uso dos laboratórios de informática, evidencia que muitos dos professores pesquisados continuavam a utilizar os recursos mais tradicionais, apesar de suas escolas possuírem equipamentos de informática, mostrando o baixo nível de letramento digital entre esses profissionais.

Contudo, no contexto pandêmico, apesar de todas as dificuldades, muitos PEMAls passaram a ministrar aulas na modalidade de ensino remoto emergencial. Houve um grande movimento de autoaprendizagem, uma vez que poucas redes de ensino e escolas se preocuparam em qualificar seus professores, conforme evidenciam pesquisas sobre o período. (MARQUES e ESQUINCALHA, 2020; CORRÊA e BRANDEMBERG, 2021; SANTOS; ROSA e SOUZA, 2020; RITTER et al., 2021).

Nesse contexto, a pandemia da Covid-19 exigiu encarar um problema antigo da formação inicial e continuada dos educadores brasileiros, posto que esses profissionais precisaram, em curto espaço de tempo e sobre forte pressão social, mobilizar novos conhecimentos e manusear recursos digitais antes pouco conhecidos para o ensino de diferentes disciplinas, entre as quais, a matemática.

Além disso, no que se refere particularmente aos PEMAls, estudos evidenciam ainda que, além do letramento digital, uma outra lacuna de formação também se destaca: as dificuldades com os conteúdos matemáticos.

Assim, o ensino de matemática nos anos iniciais do fundamental se apresenta também como um desafio antigo para os docentes brasileiros, que atuam nessa etapa de escolarização, sendo usualmente professores pedagogos ou professores de

educação geral, conforme nomenclatura da Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA).

Lacunas de formação matemática, em cursos de pedagogia, são amplamente debatidas pela literatura científica como observado nos estudos de Sousa e Sobrinho (2009) e Neves e Bittar (2015), que indicam uma formação reduzida e fragmentada do saber matemático nos cursos de formação inicial de professores, o que possui como efeito a dificuldade com os conteúdos específicos e a elaboração de metodologias inovadoras. Esse cenário, ratifica ainda a necessidade de se assumir a existência desse problema e a inclusão da formação matemática em diferentes atividades e cursos de formação continuada ofertados pelas redes de ensino.

Nesse contexto, o ensino remoto de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental mostrou-se tensionado por dois problemas antigos de formação: o letramento digital e matemático dos PEMAls.

O fim da necessidade de *lockdown* e das atividades remotas, impostos pela pandemia, não significam que os óbices formativos revelados no período foram vencidos. Ao contrário, esses tendem a persistir e agravar-se, perante o que se torna imperativo: pautar a melhoria da formação docente dos PEMAls, em especial, no que se refere aos conhecimentos tecnológicos e matemáticos.

Essa dupla lacuna formativa é o foco do presente estudo que se volta para a proposição e análise de uma experiência vivenciada em um curso de formação docente para elaboração de atividades geométricas com o *software* GeoGebra, com vistas ao ensino de geometria para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Tal curso não se constituiu em uma simples divulgação dos aspectos técnicos do *software*, posto que se amparou na perspectiva de pensar e fazer um ensino de geometria vinculado ao letramento matemático, logo, a uma prática articulada a vida e aos usos sociais da matemática. No mesmo sentido, a tecnologia também não se limita à aprendizagem de listas de comandos, mas do uso da tecnologia na formação de sujeitos críticos, criativos e curiosos, capazes de produzir saberes a partir do domínio tecnológico.

Assim, com a proposição do curso, buscou-se tanto ampliar o letramento digital dos professores cursistas, quanto aprofundar o sentido do letramento matemático no ensino de geometria, intencionando-se propiciar contribuições importantes à formação continuada dos professores envolvidos. Cabe frisar a inexistência de oposição entre esses dois letramentos, por se entender que a escolha

das tecnologias depende da compreensão do conteúdo a ser ensinado e dos objetivos formativos aos quais se vincula.

No campo da tecnologia, essa união entre saberes tecnológicos e saberes específicos de uma área do conhecimento, como a matemática, é denominado de Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPACK). Como explicam Sampaio e Coutinho (2012), o TPACK enfatiza a compreensão das técnicas pedagógicas que possibilitam a utilização das tecnologias para a construção do saber por parte de alunos e professores e não apenas como um apoio para ensinar. No mesmo sentido, Archambault e Crippen (2009) compreendem o TPACK como um modelo e como um método avaliativo e de pesquisa que reforça a autonomia de discente e docente. (Cf. CARDOSO; AZEVENDO e MARTINS, 2013).

Por todo exposto, a pesquisa-formação realizada marca sua relevância social e científica. Além disso, importa destacar que o estudo se vincula a uma reflexão da própria prática docente realizada pelo pesquisador e autor dessa investigação. Por seu caráter subjetivo, segue o texto dessa justificativa em primeira pessoa.

Com o olhar de docente dos anos iniciais do fundamental, vinculado a SEDUC/PA, desde o ano de 2016, e de professor formador, na área de tecnologia educacional, no Parfor, de 2011 a 2018, foi possível observar por dois ângulos diferentes os dilemas do letramento digital e matemático nos anos iniciais.

A conclusão de duas formações superiores (Pedagogia e Gestão em Tecnologia da informação) permitiu-me atuar como professor formador na área de tecnologia educacional, tendo ministrado oficinas e disciplinas para graduandos, docentes do ensino fundamental e professores-alunos do Parfor/Pedagogia, na Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus de Castanhal. Tal experiência revelou dificuldades e potencialidades da inserção dos recursos tecnológicos na educação básica pública.

No Parfor, por exemplo, os professores-alunos iniciavam o curso apresentando um baixo nível de letramento digital. Contudo, por meio das oficinas de informática, das exigências do curso de licenciatura e da disciplina de Tecnologia e educação, passavam a manusear com mais coragem e autonomia os recursos antes vistos como inacessíveis e complicados. Havia muito interesse na formação tecnológica por parte desses professores-alunos, em especial pela possibilidade de ser criador de conteúdo digital e não apenas consumidor.

Acreditando e apostando na capacidade criativa dos professores-alunos do Parfor, ministrei a disciplina de tecnologia e educação, bem como a de multimídia e as oficinas de introdução à informática sempre pautado em uma perspectiva ativa e construcionista do conhecimento, incentivando a produção de conteúdo conforme os alunos ampliavam seu letramento digital. Nesse árduo e rico percurso, professores que antes nem *e-mail* possuíam passaram a gravar e editar vídeos (às vezes tendo como recurso apenas o celular), elaborar *blogs*, analisar e desenvolver jogos digitais etc. Era visível a felicidade que a autonomia de produzir conteúdo proporcionava a eles.

Por outro lado, minha prática pedagógica na rede pública, com turmas de 3º a 5º anos do ensino fundamental, na SEDUC/PA, evidenciou as dificuldades e os benefícios da introdução dos recursos tecnológicos para o processo de ensino e aprendizagem, em especial nos conteúdos matemáticos.

Em sala, com os alunos, observei que o uso de *softwares*, jogos e aplicativos matemáticos auxiliavam a ampliar o caráter lúdico e desafiador da disciplina de matemática, mesmo com toda carência de equipamentos tecnológicos das escolas públicas. Por exemplo, as escolas onde atuei não possuíam laboratório de informática e nem computadores para uso dos discentes. O único recurso de informática era um projetor, chamado de Arthur<sup>2</sup>. Esse equipamento era pouco utilizado, pois nem todos os professores sabiam manuseá-lo. Ao chegar na escola, passei a fazer uso do equipamento várias vezes por semana, bem como ensinei aos outros docentes como utilizá-lo. Em pouco o tempo, o Arthur tinha agenda para reserva.

Assim, com um computador pessoal e o projetor da escola, reunia toda a turma em torno de desafios matemáticos, como os propostos no *software* educativo *Tuxmath* ou em ambientes *on-line*, para resolver operações com os números inteiros, de forma cooperativa e lúdica. No 5º ano, utilizei o *software* GeoGebra para demonstração, manipulação visual e debate em turma sobre os sólidos e suas planificações.

---

<sup>2</sup> Por Arthur, a comunidade escolar se referia ao Projetor disponibilizado pelo Ministério da Educação (MEC), com verbas do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Este configura-se como um computador interativo e projetor multimídia. O equipamento foi desenvolvido pelas Universidades Federais de Santa Catarina e de Pernambuco, para atender as necessidades das escolas de possuírem um dispositivo leve e portátil, podendo ser levado pelos professores para as salas de aula.

Além disso, meu aparelho celular, muitas vezes foi espaço de treino lógico para alunos com autismo. No ensino remoto, a elaboração de jogos matemáticos, para que os alunos pudessem resolver os desafios utilizando os celulares de seus responsáveis, também foi uma alternativa com grande receptividade discente.

Como PEMAI, compreendi a necessidade de investimentos em tecnologias nas escolas e redes de ensino, para a aquisição de equipamentos e infraestrutura de *internet*, bem como, a urgência de formação docente, pois, com formação adequada, o profissional consegue ir propondo alternativas metodológicas e utilizando com máximo aproveitamento os recursos disponíveis.

Outras experiências profissionais vivenciadas, que valem destacar, são os cursos e oficinas que ministrei, voltados para elaboração de atividades digitais utilizando *softwares* de autoria, em especial *JClic*, *Hot Potatoes* e *Word Wall*. A grande clientela dessas formações eram PEMAI, desejosos de produzir conteúdo adaptado às necessidades de aprendizagem de seus alunos. No mesmo sentido, o curso sobre etnomatemática, ministrado junto com o grupo de profissionais do Projeto Ludicidade Africana e Afro-brasileira (LAAB)<sup>3</sup>, da UFPA, Campus de Castanhal, apresentou os recursos do GeoGebra para o estudo das simetrias nas *Lusonas* Africanas (padrões tradicionais desenhados na terra), despertando grande interesse nos cursistas oriundos do curso de pedagogia, que ainda não conheciam a ferramenta.

Durante a vigência do ensino não presencial, entre 2020 e 2021, em virtude da Covid-19, o projeto LAAB passou a ofertar formações *on-line*, gerando dados para diferentes produções, dentre as quais o artigo “Práticas e formações de professores de matemática no ensino remoto: letramento digital como desafio no pós-pandemia” (FREITAS; CUNHA e MANFREDO, 2022). O estudo que gerou esse artigo utilizou o banco de *e-mails* dos professores participantes dos diferentes cursos de formação à distância, ofertados pelo LAAB, conseguindo compor uma amostra com 70 professores que ensinavam matemática no Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano, incluindo licenciados em pedagogia e matemática.

---

<sup>3</sup> Participo do projeto Ludicidade Africana e Afro-brasileira desde de 2011, na condição de membro externo e vice coordenador, sendo responsável por diferentes ações que envolvem conhecimentos tecnológicos, desde do desenvolvimento do site do projeto (versão 1, 2 e 3), abertura e configuração das redes sociais, diagramação e preparação dos arquivos dos e-books do projeto até a mediação nas capacitações que envolvam uso de tecnologias digitais para a produção de recursos didáticos vinculados à temática intercultural.

Os resultados apresentados no artigo citado evidenciaram que o ensino remoto de matemática se constituiu em um desafio solitário para os docentes, visto que assumiram, na maioria das vezes, os ônus financeiros e formativos para a oferta dessa nova modalidade de ensino. Na formação docente, houve destaque às dificuldades com o uso das tecnologias, em virtude do baixo letramento digital, e limitações no letramento matemático, como indicado por professores pedagogos inseridos no estudo.

Ainda na pesquisa que fundamentou o artigo citado, observou-se a existência de um pequeno grupo de docentes com níveis de letramento digital satisfatório, dentre eles os que utilizaram *softwares* livres, como o GeoGebra, indicado por 10 dos 31 licenciados em matemática que integraram a pesquisa. Esses já conheciam o programa antes das urgências do ensino remoto, corroborando a necessidade de vivências tecnológicas na formação docente. Contudo, todos os professores pedagogos e 66% dos licenciados em matemática apresentaram níveis mais baixos de letramento digital, necessitando recorrer a cursos de tecnologias digitais durante o período pandêmico, ficando mais sobrecarregados do que os educadores que possuíam formação tecnológica anterior à pandemia.

O *software* livre GeoGebra mostrou-se mais utilizado pelos licenciados em matemática, tendo vários estudos e pesquisas sobre suas potencialidades pedagógicas. Há, inclusive, eventos internacionais, que reúnem trabalhos sobre o tema, como os vinculados ao Instituto São Paulo GeoGebra<sup>4</sup>. No entanto, seu uso por PEMAs mostrou-se limitado, em razão da pouca divulgação do material e de dificuldades na formação dos professores desse nível de ensino. Constata-se essa lamentável, quando se observa as possibilidades que os *softwares* de geometria dinâmica, aliados ao uso de materiais manipuláveis, oferecem para a aprendizagem significativa e o letramento matemático, uma vez que permitem criar possibilidades de realização de experimentos e testes de hipóteses.

Assim, investigar a formação docente para o letramento digital e matemático é também experimentar um encontro com um tema instigante e motivador com potencial de retroalimentar a minha práxis educativa.

---

<sup>4</sup> Eventos listados no site do Instituto São Paulo GeoGebra:  
<https://www.pucsp.br/geogebra-sp/eventos.html>.

Para Arxer, Zanon e Bizelli (2018) a prática é um espaço de reflexão contínua para os professores, sendo essa reflexão capaz de construir novos conhecimentos e colocar em marcha processos criativos que levam o docente a ultrapassar a prática rotineira e repetitiva que muitas vezes domina o dia a dia da sala de aula. É dessa reflexão da prática que se delineiam problemas de pesquisa que tornam possível o surgimento, do ponto de vista conceitual e prático, da figura do professor pesquisador reflexivo.

Fagundes (2016) explica que a principal característica do professor pesquisador reflexivo é a capacidade de pensar e refletir sobre suas próprias ações, pensando sobre si, na e a partir da ação, para o desenvolvimento de novas estratégias. Nessa perspectiva, o docente assume a realidade escolar como um objeto de pesquisa, no qual viver e pensar o vivido tornam-se movimentos complementares.

Seguindo a mesma lógica, Freire (2004) sentencia, ao falar do professor como alguém que se encontra em um processo de aprendizagem contínua, por meio da reflexão crítica de sua práxis, que não há ensino sem pesquisa e nem pesquisa sem ensino, pois não se pode pensar o educador - e nem o pesquisador em educação - como um profissional pronto e acabado, capaz de dar respostas para os desafios da educação sem se compreender imbricado nesse próprio contexto, sem se pensar em solidariedade e reciprocidade com os demais sujeitos educativos. Educador se educa enquanto educa, e isso só é possível porque compreende o caráter investigativo da profissão docente, quando exercida com ética e comprometimento social.

Por todo o exposto, importa admitir que esse movimento de reflexão e autorreflexão, de construção contínua e continuada como professor-pesquisador no campo da formação docente, pautada em uma educação democrática e com equidade social, é a grande justificativa do estudo apresentado que possui a seguinte questão problema:

- Em que termos, conhecimentos pedagógicos e tecnológicos do conteúdo matemático são mobilizados a partir de um curso de formação continuada para PEMAls, mediado pelo *software* GeoGebra?

Compreendendo que a pesquisa se materializa como um curso de formação continuada, a resposta a esse problema exige a análise de outros questionamentos correlatos, listados a seguir:

- Como os professores-cursistas avaliam seus conhecimentos tecnológicos e matemáticos antes da formação?
- Como os professores-cursistas avaliam seu desempenho como PEMAls, especificamente no ensino de conteúdos geométricos?
- Como os cursistas avaliam, após a formação, o desenvolvimento de seus conhecimentos para a elaboração de recursos digitais, com o uso do GeoGebra, voltados ao ensino de geometria nos anos iniciais do Fundamental?

A partir desses questionamentos, o estudo assumiu como objetivo geral:

- Analisar as contribuições de um curso de formação continuada, mediado pelo *software* GeoGebra, para a mobilização de conhecimentos pedagógicos e tecnológicos do conteúdo matemático de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O estudo constitui-se uma pesquisa-formação, entendida dentro das denominadas pesquisas narrativas como “um fenômeno sob estudo e um método de estudo” (FREITAS; GHEDIN, 2015, p.119). Assim, iniciou-se pela oferta de um curso de formação continuada, para PEMAls, sobre o uso do GeoGebra para atividades de geometria nos Anos Iniciais. Na sequência, buscou-se analisar o percurso vivenciado durante a formação e as aprendizagens realizadas tanto pelos professores cursistas, quanto pelo professor pesquisador-formador, compreendendo que narrar esse processo é muito mais do que simplesmente fornecer o diário da formação. Centrar na narrativa é tomar a experiência vivida como objeto de investigação, ao mesmo tempo que se entende que o pesquisador faz parte dessa narrativa, o que impacta no método de análise. A partir desse contexto, o trabalho assumiu os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar a contribuição da formação docente (inicial e continuada) dos cursistas para o domínio dos conhecimentos tecnológicos e matemáticos;

- Identificar como os cursistas percebem sua prática docente como professores que ensinam matemática, especificamente no que se refere aos conteúdos geométricos;
- Descrever a avaliação dos cursistas sobre a formação em GeoGebra, destacando as possíveis contribuições desse curso na ampliação dos conhecimentos necessários ao uso de TDICs no ensino de geometria.
- Verificar os conhecimentos docentes que surgiram durante a formação com o GeoGebra, os analisando a partir do modelo TPACK;
- Desenvolver um produto educacional, na forma de um curso digital, com propósito de formar professores do 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental para o ensino de conteúdos de geometria, utilizando o *software* GeoGebra.

No que se refere à estrutura do desenvolvimento do texto, ela está organizada em quatro seções. A primeira foca nos aspectos teóricos do estudo, destacando a análise sobre as lacunas de formação dos professores dos anos iniciais e as contribuições do modelo denominado de Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK)<sup>5</sup>. Na sequência, apresenta-se os conhecimentos contextuais necessários a uma prática mediada por tecnologia, com destaque ao conhecimento curricular, debatido a partir da BNCC e ao conhecimento da aprendizagem do aluno, com foco no ensino de geometria para crianças. Esse primeiro momento finaliza com apresentação do *software* utilizado no curso de formação, o GeoGebra, e do levantamento de pesquisas empíricas anteriores sobre o uso desse *software* na formação continuada de PEMAls.

A segunda seção apresenta a pesquisa-formação realizada no estudo, evidenciando a perspectiva metodológica, os instrumentos de coleta de dados, os participantes da pesquisa e as técnicas de análise dos dados coletados. A terceira versa sobre a descrição dos oito encontros formativos. A última seção apresenta a análise dos dados coletados pelos diferentes instrumentos de pesquisa, com destaque às questões relativas à formação de PEMAls e aos conhecimentos docentes relevantes que emergiram durante a realização do curso.

---

<sup>5</sup> Sigla do termo em inglês *Technological Pedagogical Content Knowledge*.

## **SEÇÃO 1. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: DESAFIOS AO ENSINO MEDIADO POR TECNOLOGIA**

Nesta primeira seção, são apresentadas questões teóricas relativas à formação inicial e continuada de PEMAls e sua articulação com o conhecimento tecnológico e matemático. Importa destacar que a abordagem teórica da pesquisa parte de uma compreensão ativa, crítica e criativa da relação entre tecnologia e ensino de matemática, utilizando como referência autores do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo – TPACK (CHAI, KOH e TSAI, 2013; REIS, COSTA e TAVARES, 2019; SILVA et al., 2019), os vinculados ao estudo do letramento matemático e digital (REIS, NANTES e MACIEL, 2018; SOUZA, 2007; SOARES, 2002) e à formação de professores (NÓVOA, 1997, 2002, 2019; PERRENOUD, 1999; IMBERNÓN, 2022; SHULMAN, 1986, 2005 ).

### **1.1 Lacunas de letramento matemático e digital na formação de professores**

Para Imbernón (2022), a formação docente é altamente impactada pelas mudanças sociais, em especial pelas novas demandas da sociedade globalizada. Esse novo cenário, nacional e internacional, exige que os professores assumam novas competências profissionais, incluindo e articulando conhecimentos pedagógicos, científicos e culturais. Tal conjuntura exige a combinação de diferentes estratégias de formação docente e uma concepção ativa do papel do professor, como corresponsável pela sua profissionalização, sendo capaz de interferir no planejamento, execução e avaliação dos processos de inovação e mudança. Formação que tenha por objetivo desenvolver profissionais reflexivos e investigadores, capazes de tomar decisões, pesquisar, produzir e disponibilizar os conhecimentos.

Segundo Nóvoa (2019; 2002), responder adequadamente à complexidade da profissionalização do professor requer pensar em um processo que não se esgota na formação inicial, mas completa seu ciclo com uma formação continuada e contínua. Essa última deve permitir que os coletivos de professores reflitam e analisem as demandas sociais, bem como suas necessidades formativas, participando ativamente de seu processo de formação continuada, inclusive em movimentos de autoformação. Ainda, para Nóvoa (2019), a formação continuada é um espaço fundamental para

análise partilhada da realidade e para a promoção das metamorfoses necessárias para que a escola possa responder aos desafios colocados pelo fim do modelo escolar tradicional.

Especificamente, sobre a formação permanente do professor experiente, Imbernón (2022) e Nóvoa (2019; 2002) argumentam que essa deve permitir que o conhecimento profissional dos docentes seja valorizado, problematizado e transformado, se constituindo em processos que possibilitem ao educador propor intervenções autônomas. Para tal, a formação docente deve aproximar-se da prática educativa e de seus compromissos científicos, políticos, éticos e morais, intervindo nos diversos quadros educativos e sociais em que se produz à docência. Nesse sentido, essa formação não pode ser pensada como uma soma de cursos de preparação profissional, mas ser compreendida a partir da “complexidade da profissão em todas as suas dimensões (teóricas, experienciais, culturais, políticas, ideológicas, simbólicas, etc.)” (NÓVOA, 2019, p. 06).

Tal complexidade requer articular a formação docente as demandas sociais e suas exigências constantes de novas práticas e saberes entre as quais, a presente pesquisa, destaca os conhecimentos matemáticos e tecnológicos na perspectiva do TPACK, que compreende que o ensino de matemática não pode ser limitado à transmissão mecânica de procedimentos e algoritmos, mas ao desenvolvimento de uma forma de pensar e, em outros termos, de ler o mundo.

Como explica D'Ambrósio (2004), perdurou durante muito tempo a ideia limitada que bastava a escola alfabetizar, ensinando apenas as habilidades de ler, escrever e contar. Essa alfabetização, limitada e limitante, era insuficiente para o pleno exercício da cidadania. Além disso, essa perspectiva impactava negativamente os cursos de formação docente, pois alimentava a crença de que bastaria capacitar os professores em técnicas e procedimentos que a qualidade do ensino estaria assegurada.

Nesse sentido, entende-se Perrenoud (1999, p.6), ao questiona se um viajante voltasse à vida depois de um século de hibernação, veria diversas mudanças sociais, econômicas e comportamentais, mas dificilmente encontraria uma sala de aula com uma nova relação entre professor, aluno e conteúdo, pois esse “triângulo didático estaria no lugar, imutável e os saberes eruditos, muito pouco modernizados”.

Para contrapor essa perspectiva, D'Ambrósio (2004) propôs pensar o ensino escolar em uma perspectiva mais ampla. Ao invés de focar apenas na alfabetização,

a escola deveria partir de uma *literacia*, voltada à capacidade de processar e compreender as informações escritas em diferentes linguagens e contextos. Especificamente, no que se refere à matemática, a literacia assumiria a forma de *materacia*, como desenvolvimento de habilidades e capacidades que permitissem aos alunos interpretar, selecionar, combinar e utilizar sinais, códigos e modelos matemáticos na vida cotidiana. Quando aplicada ao uso dos recursos tecnológicos, a *literacia* torna-se *tecnoracia*, designando o desenvolvimento da capacidade de utilizar, de forma crítica, criativa e autônoma, diferentes instrumentos tecnológicos.

Avançando nas reflexões de D'Ambrósio (2004), Arruda; Ferreira e Lacerda (2020) utilizam o conceito de letramento matemático que definem como uma ação pedagógica “que se preocupa com as diversificadas práticas socioculturais de leitura, escrita, interpretação, argumentação, visualização e raciocínio que envolvem os sujeitos no contexto escolar e fora dele” (ARRUDA; FERREIRA e LACERDA, 2020, p. 165).

Assim o letramento matemático incentiva o desenvolvimento da liberdade e autonomia dos alunos para refletirem e proporem soluções em problemas que envolvam conceitos matemáticos, realizando interpretações pertinentes, em um ambiente que incentiva o debate, a troca de informações e de busca coletiva para a solução de problemas (ARRUDA; FERREIRA e LACERDA, 2020).

Para Manfredo (2016) a alfabetização matemática e o letramento matemático devem ser compreendidos como processos complementares, nos quais a alfabetização matemática versa sobre a apropriação e conquista progressiva, com autonomia e propriedade, de conceitos e procedimentos matemáticos formais, e o letramento matemático versa sobre a capacidade de participação crítica dos alunos “na cultura matemática escrita, empregando sua destreza com ela nas práticas sociais diversas das quais participa, sendo capaz assim de resolver variados problemas e exercer sua cidadania” (MANFREDO, 2016, p. 02).

No mesmo sentido, para Gonçalves (2005, p. 10) o letramento matemático é uma “condição a partir da qual um indivíduo compreende e elabora de forma reflexiva, textos orais e escritos que contém conceitos matemáticos e transcende esta compreensão para uma esfera social e política”.

Como menciona Costa (2018), as políticas curriculares também enfatizam o ensino de matemática a partir dos conceitos de letramento, tanto que a BNCC de 2017 advoga que o letramento matemático garante a compreensão de que os

conhecimentos matemáticos são fundamentais para a atuação cidadã. Jolandek, Pereira e Mendes (2021) explicam que a BNCC se baseia em uma concepção curricular que integra as áreas de conhecimento da Matemática (Álgebra, Aritmética, Geometria, Estatística e Medidas), objetivando desenvolver nos estudantes a capacidade de perceber e utilizar conceitos, ferramentas, procedimentos e estratégias matemáticas para a solução e interpretação de problemas em diferentes contextos, ou seja, o documento curricular reivindica o letramento matemático como direito do aluno.

No mesmo sentido, documentos internacionais também apontam o letramento como um dos desafios ao ensino de matemática contemporâneo. Para a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), o letramento matemático deve favorecer escolhas racionais, o pensamento probabilístico e estatístico, com base na compreensão, modelagem e predição de diferentes situações e contextos, em especial os caracterizados pelas incertezas e a complexidade do mundo contemporâneo, dominado pelas TDICs e multimídias digitais.

Nesse sentido, Jolandek, Pereira e Mendes (2021) assinalam que o letramento matemático é o foco dos exames internacionais de matemática em larga escala, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), buscando avaliar se jovens adultos, egressos da escola básica, são capazes de responder adequadamente às diversas situações que envolvem matemática no mundo contemporâneo.

Além do letramento matemático, a BNCC (2018) também enfatiza as necessidades de outros letramentos para o ensino de matemática, como o letramento digital. Esses dois tipos de letramentos, são demandados pela BNCC, surgindo como exigência de uma prática aderente às mudanças sociais, envolvendo professores e alunos.

O letramento digital também enfatiza uma perspectiva mais ampla e crítica sobre o uso das tecnologias, pois articula níveis mais complexos, envolvendo aspectos sociais, culturais e pedagógicos. (REIS; NANTES; MACIEL, 2018 e SOUZA, 2007).

Como argumenta Souza (2007), apoiada na definição do relatório *Digital Transformation*, o letramento digital pode ser conceituado em duas dimensões. Em uma visão mais restrita, o letramento digital expressa o uso das tecnologias, ferramentas de comunicação e redes sociais para acessar, interagir, gerenciar,

integrar, avaliar e criar conteúdo *on-line*, contribuindo na ampliação da sociedade do conhecimento.

Em uma visão mais ampla, o conceito de letramento digital deve também incluir o conhecimento crítico sobre o uso das ferramentas digitais, pois segundo Souza (2007), os recursos tecnológicos disponíveis no mundo digital estão relacionados a aprender a lidar com ideias, não com a memorização mecânica de comandos.

Ainda para Souza (2007), o letramento digital deve basear-se no sentido de “plural”, isto é, de “letramentos digitais”, uma vez que esse é constituído por diversas tecnologias e práticas sociais, surgindo, evoluindo, transformando-se em novas práticas e, em alguns casos, desaparecendo e sendo substituído por outros mais atuais, pois as tecnologias se sucedem, exigindo novos letramentos digitais.

Por exemplo, a grande projeção dos *blogs* foi substituída pelo avanço e a popularização das redes sociais. O sonho de ser famoso como “blogueiro” se transformou na busca para tornar-se um influenciador digital, atraindo milhares de seguidores e visualizações de seus conteúdos. A migração do *blog* para as redes sociais não representa apenas uma mudança de espaço virtual, mas a introdução de novos recursos e de novas formas de comunicação, exigindo, portanto, novos letramentos digitais.

Essa situação também é ratificada por Soares (2002) ao concordar que o termo “letramento” deva ser pluralizado, reconhecendo-se que diferentes tecnologias de escrita criam diferentes letramentos, designando efeitos cognitivos, culturais e sociais diferentes, conforme os contextos de interação com o mundo ou de acordo com várias e múltiplas formas de interação, não somente com as palavras escritas, mas também com a comunicação visual, auditiva e espacial. Em suas palavras:

propõe-se o uso do plural letramentos para enfatizar a idéia(sic) de que diferentes tecnologias de escrita geram diferentes estados ou condições naqueles que fazem uso dessas tecnologias, em suas práticas de leitura e de escrita: diferentes espaços de escrita e diferentes mecanismos de produção, reprodução e difusão da escrita resultam em diferentes letramentos. (SOARES, 2002, p.155).

Assim, o letramento digital, em uma perspectiva de multiletramentos integra diferentes “tecnologias de escrita”, entre as quais pode-se incluir a linguagem

matemática. Nesses termos, letramento digital e letramento matemático devem ser dimensões convergentes, tanto na formação docente quanto no cotidiano escolar.

Essa perspectiva mais ampla de aprendizagem matemática, que envolve noções como alfabetização matemática, letramento matemático, letramento digital entre outros, possui impacto nos cursos de formação docente, exigindo a proposição de modelos de formação que integrem e articulem os diferentes conhecimentos e saberes necessários à prática docente com qualidade.

Como explica Fernandez (2015), na literatura sobre conhecimento de professores pode-se identificar dois grandes grupos teóricos. O primeiro, mais voltado à epistemologia da prática, ao professor reflexivo e aos saberes docentes. O segundo segue as contribuições de Shulman (1986, 1987) sobre a análise dos componentes envolvidos no conhecimento docente. Esses dois grupos não são opostos em suas crenças e concepções mais gerais, contudo apresentam focos distintos de análise, pois, enquanto um investiga a prática reflexiva docente o outro enfatiza os tipos de conhecimentos necessários à docência. Esse segundo grupo compreende o conhecimento docente no plural, como conhecimentos basilares que os professores devem saber, fazer e compreender para atuarem como educadores e se desenvolverem profissionalmente (SHULMAN, 2005).

Entre essas duas proposições da literatura, para pensar e propor uma nova formação docente, a presente pesquisa parte das contribuições de Shulman (1986, 1987) e da atualização dessa teoria proposta pelo modelo TPACK. Tal debate será objeto do próximo tópico.

## **1.2 Integrando conhecimentos na formação docente: contribuições do modelo TPACK**

Um dos grandes desafios posto à formação docente é articular a escola ao contexto social contemporâneo, caracterizado pelos avanços das TDICs. Atualmente, a escola deixou de ser o lugar privilegiado de transmissão do conhecimento. Nessa nova era, a grande maioria dos alunos tem acesso à diferentes tipos de conhecimentos disponíveis na *internet*, por meio de celulares, *tablets*, computadores etc. Urgências sociais e sanitárias, como a pandemia da COVID-19 iniciada em 2020, também exigiram movimentos de inclusão das tecnologias no processo de ensino e

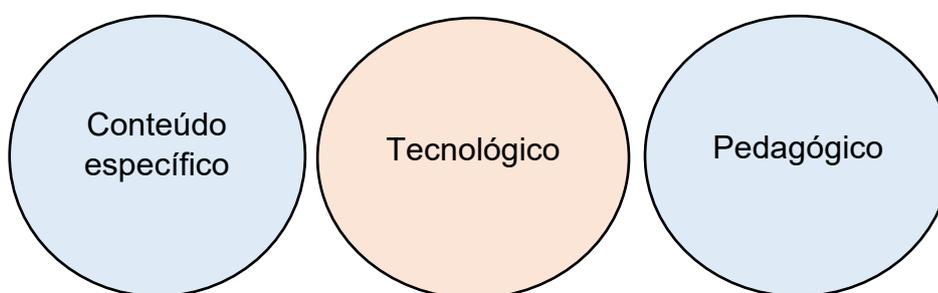
aprendizagem, fortalecendo as demandas por formação docente (FREITAS; CUNHA e MANFREDO, 2022).

Argumentar sobre a urgência da inclusão da tecnologia no processo de formação de professores, não significa defender que o professor se converta em um especialista em informática (FROÉS, 2007). Espera-se que o docente se aproprie, dentro do processo de construção de sua competência, da utilização pedagógica dos recursos informatizados, utilizando as TDICs para apoiar e favorecer processos de ensino e aprendizagem mais criativos, colaborativos e dinâmicos.

Relacionar e integrar as TDICs ao campo educacional, mais especificamente às atividades de ensino e a formação docente, é o objetivo do modelo teórico denominado Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo, em inglês *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK). Esse modelo foi desenvolvido para entender e descrever os tipos de conhecimentos necessários para uma prática pedagógica, com qualidade, em ambientes de aprendizagem com infraestrutura informatizada (CHAI; KOH e TSAI, 2013).

O TPACK foca na complexidade da relação entre o conhecimento das áreas de conteúdo, a pedagogia e a tecnologia, enfatizando que essa relação se estrutura a partir do que Shulman (1986) denomina de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, *Pedagogical Content Knowledge* (PcK), ou seja, da capacidade docente de transformação de um conteúdo específico, como por exemplo, a matemática, em matéria de ensino. A figura 1 apresenta os três tipos de conhecimentos que são articulados no modelo TPACK.

Figura 1: Tríade dos conhecimentos base do modelo TPACK sem articulação das dimensões.



Fonte: Elaborado a partir de Shulman (1986); Mishra e Koehler (2006).

Segundo Mishra e Koehler (2006), as bases de conhecimento da formação de professores oscilaram, historicamente, entre a valorização do conhecimento do

conteúdo em si ou na ênfase das práticas pedagógicas gerais em sala de aula, entre *Content knowledge* (CK) e *Pedagogical knowledge* (PK).

O conhecimento do conteúdo (CK) refere-se ao aprendizado e domínio do assunto a ser ensinado, pois os educadores devem conhecer e compreender os conteúdos que ensinam, incluindo conceitos, teorias e procedimentos fundamentais a um determinado campo do saber, bem como a compreensão de esquemas explicativos que organizam e conectam suas ideias centrais. Por outro lado, o Conhecimento Pedagógico (PK), engloba o domínio dos processos, práticas e métodos de ensino e aprendizagem, dos valores e objetivos educacionais gerais e à compreensão de como os alunos constroem o conhecimento, adquirem habilidades e motivações para o aprendizado.

Koehler et al (2013) destacam a importância do trabalho de Shulman (1986) para a superação e proposição de modelos mais integrados para a formação docente, a partir do conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PcK), no qual o domínio sobre a pedagogia e o conteúdo não pode ser considerado isoladamente, pois os professores precisam dominar esses dois aspectos para implementar estratégias que auxiliem a efetiva aprendizagem dos alunos.

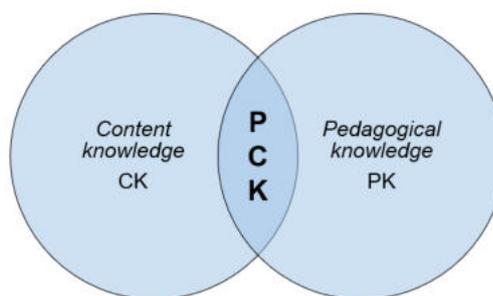
O PcK vai muito além do conhecimento do assunto em si, indo para uma forma particular de conhecimento que incorpora os aspectos pertinentes à capacidade de ensinar o conteúdo para outros, envolvendo a competência de utilizar analogias, ilustrações, exemplos e demonstrações, empregando “um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas derivadas de pesquisas, enquanto outras se originam da sabedoria da prática” (SHULMAN, 1986, p. 09)<sup>6</sup>.

O diagrama 1, a seguir, apresenta o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, sendo a interseção entre esses conhecimentos o PcK. Para Shulman (1986), esse conhecimento interseccional contempla os tópicos comumente ensinados em uma área curricular, como a matemática, integrando as representações mais úteis dos conceitos destacados para o ensino e as mais adequadas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações para o público-alvo a ser ensinado.

---

<sup>6</sup> Tradução do autor. Citação original: “*a veritable armamentarium of alternative forms of representation, some of which derive from research whereas others originate in the wisdom of practice*”.

Figura 2: Diagrama 1 interseccional do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK)



Fonte: Elaborado a partir de Shulman (1986); Mishra e Koehler (2006).

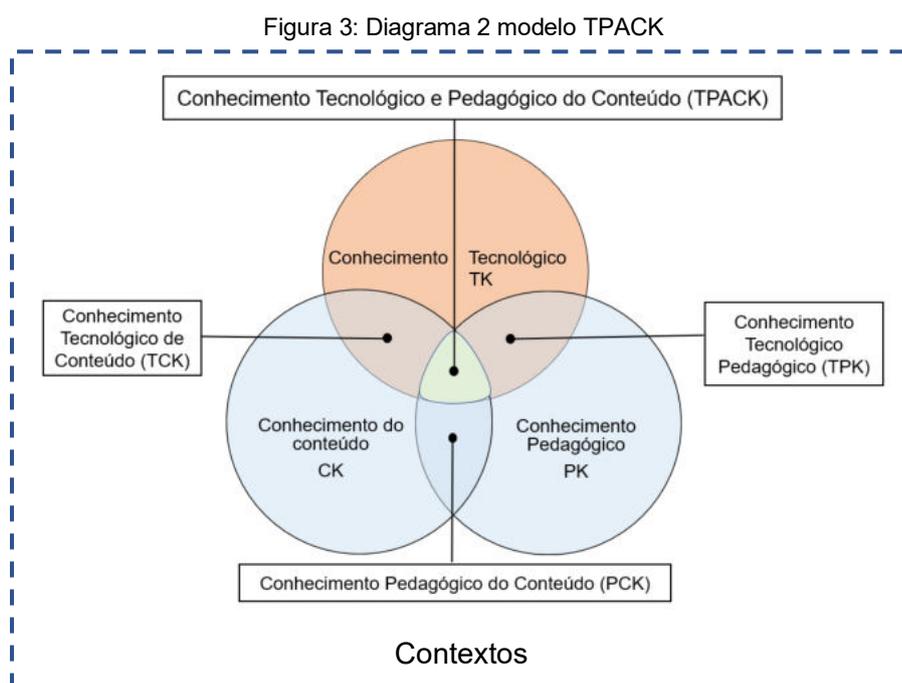
Como explicam Mishra e Koehler (2006), o PCK localiza-se na interseção entre o conteúdo e a pedagogia, indo além do domínio desses campos de forma isolada. Assim, uma prática pedagógica bem-sucedida requer formação para esses dois tipos de conhecimento, de maneira articulada e simultânea, inserindo os aspectos do conteúdo mais pertinentes ao ensino. O PCK articula-se ao currículo, focando nos conteúdos específicos para o ensino e como esses serão organizados, representados e adaptados aos diferentes interesses e habilidades dos alunos. Este modelo preocupa-se ainda com o reconhecimento dos motivos que tornam os conceitos difíceis ou fáceis de aprender, levando em consideração os conhecimentos e saberes prévios dos alunos e as teorias da epistemologia.

Importa destacar que Shulman (2005) não limitou sua análise ao conhecimento pedagógico (PK), conhecimento do conteúdo (CK) e conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK). Este incluiu mais quatro tipos de conhecimentos necessários ao professor competente, que se enquadram como conhecimentos contextuais, no caso:

- Conhecimento do currículo;
- Conhecimento dos alunos e da aprendizagem;
- Conhecimento dos contextos educativos;
- Conhecimento dos objetivos, finalidades e os valores educativos.

A partir das contribuições de Shulman (1986), autores como Mishra e Koehler (2006); Koehler et al (2013) e Chai, Koh e Tsai (2013) propõem incluir entre os conhecimentos fundamentais à formação docente o conhecimento tecnológico,

*Technology knowledge* (TK), em virtude das modificações sociais resultantes dos avanços das TDICs. O TK versa sobre o conhecimento e as habilidades necessárias para operar diferentes tecnologias, englobando as mais tradicionais ao campo educacional como livros, giz e lousa, até as mais avançadas, como *internet*, vídeo digital, desenvolvimento de aplicativos educacionais entre outros. No tocante às tecnologias digitais, o TK inclui os conhecimentos de *softwares* e *hardwares*, a habilidade de usar diversas ferramentas digitais e a capacidade de aprender e se adaptar a novas tecnologias. Nesse contexto, não basta aos cursos de formação, inicial ou continuada, focar somente na reprodução mecânica de comandos de ferramentas tecnológicas específicas, mas desenvolver a capacidade dos professores de acompanharem de forma criativa, crítica e propositiva o avanço das TDICs, percebendo suas potencialidades de inserção nos contextos de ensino e aprendizagem. A figura 3 apresenta o modelo TPACK:



Fonte: Elaborado a partir de Shulman (1986); Mishra e Koehler (2006); Koehler et al (2013); Chai, Koh e Tsai (2013)

Conforme observa-se no diagrama 2, com a introdução do TK, o modelo passa a apresentar três conhecimentos e quatro intersecções, sendo que três dessas contém o TK, gerando o que Mishra e Koehler (2006) denominam de tríade da TPACK, composta pelo Conhecimento Tecnológico do Conteúdo, *Technological content knowledge* (TCK), Conhecimento Tecnológico Pedagógico, *Technological*

*pedagogical knowledge* (TPK) e o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo, *Technological Pedagogical And Content Knowledge* (TPACK).

O conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK) versa sobre a maneira pela qual tecnologias e conteúdos estão reciprocamente relacionados, evidenciando a necessidade de os professores dominarem o assunto a ser ensinado, bem como a maneira pela qual este pode ser alterado com o uso das TDICs. Quanto ao Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) este destaca a capacidade de reconhecer e utilizar diferentes recursos tecnológicos em ambientes educativos (físicos e/ou *on-line*), percebendo as transformações geradas pelas tecnologias nos modos de ensinar e aprender.

Fechando a tríade e integrando os três tipos de conhecimentos necessários à formação docente, surge TPACK. Este destaca uma forma emergente de conhecimento que vai além de todos os três componentes (conteúdo, pedagogia e tecnologia), para o qual um ensino de qualidade, mediado pelas TDICs, requer uma compreensão ampla e integrada sobre: 1) a relação entre os diferentes conteúdos curriculares e as tecnologias; 2) o domínio de técnicas pedagógicas para o uso das tecnologias de forma construtiva, crítica e criativa, 3) o conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis de serem aprendidos; 4) como a tecnologia pode ajudar a resolver alguns problemas que os alunos enfrentam; 5) a valorização dos conhecimento prévios dos alunos e das teorias epistemológicas e 6) o conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir novos conhecimentos e desenvolver novas epistemologias.

Como demonstra a figura 3, o modelo TPACK encontra-se inserido em um contexto que permite compreender as especificidades sociais, culturais, psicológicas, históricas da atuação docente. Nesse contexto, inclui-se os demais conhecimentos descritos por Shulman (2005): conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos e da aprendizagem, conhecimento dos contextos educativos e conhecimento dos objetivos, finalidades e os valores educativos.

Pelo exposto, para o modelo TPACK, pedagogia, conteúdo e tecnologia são uma tríade de conhecimentos que devem estar interligados entre si e aos contextos de ensino, pois, como explicam Reis; Costa e Tavares (2019), para o professor fazer uso adequado das tecnologias na educação, ele precisa compreender as relações profundas entre os conhecimentos científicos, pedagógicos e tecnológicos e suas

relações com os espaços e tempos específicos nos quais se desenvolve a sua prática docente.

Interrelacionar esses três tipos de conhecimento possibilita ao professor explorar e compreender, sob diversos ângulos, os conteúdos que ministra e os articular às opções pedagógicas e tecnológicas disponíveis, facilitando, inclusive, seu diálogo com a sociedade da informação, que caracteriza, em vários aspectos, os novos contextos educacionais, “permitindo aos professores captar a atenção e estimular o envolvimento dos Nativos Digitais no processo de aprendizagem, melhorando assim o processo de ensino” (SILVA et al., 2019, p.169).

A prática educativa baseada no modelo TPACK impõe desafios à formação docente. No que se refere especificamente aos docentes que ensinam matemática, Niess (2006) pondera que esses necessitam de uma compreensão profunda e integrada entre o conteúdo matemático, o ensino e aprendizagem desse conhecimento e as TDICs disponíveis. Assim, ao mesmo tempo que os professores analisam os conceitos matemáticos que irão trabalhar, esses devem ser capazes de considerar, simultaneamente, como ensinar os princípios matemáticos mais importantes ao nível de ensino e como utilizar a tecnologia para tornar esses conteúdos compreensíveis para seus alunos.

Ainda para Niess (2006), a formação inicial de docentes para o ensino de matemática deve estimular os graduandos a explorar e aprender matemática utilizando as tecnologias, incentivando a autonomia, a tomada de decisões, a confiança e a compreensão das relações entre tecnologia e matemática em contextos variados. Para tal, seguido as contribuições de Mishra e Koehler (2006), a tecnologia deve ser contemplada no currículo de formação em diferentes momentos e formas, desde disciplinas específicas sobre tecnologias até a utilização de TDICs em diferentes disciplinas e atividades cotidianas do curso. O objetivo dessa formação tecnológica não deve ser apenas instrumental, mas voltada a capacitar os educadores para uma postura aberta à aprendizagem da tecnologia, às suas mudanças e possibilidades.

Na formação continuada de professores experientes, os cursos também devem ser diversificados em temas, estratégias e cargas horárias, voltados a qualificar, atualizar e encorajar os docentes para a ampliação de seus conhecimentos tecnológicos, ao mesmo tempo em que desafiam esses profissionais para integrar as TDICs ao ensino de matemática. Essas formações precisam, como explica Niess

(2006), reconhecer, valorizar e partir das experiências dos professores em sala de aula, proporcionando-lhes oportunidades de colaborar no planejamento de aulas, praticar e compartilhar novas estratégias de ensino mediadas por tecnologia. Além disso, a formação continuada de professores deve se pautar em uma perspectiva de coeducação entre pares de profissionais de ensino, que estão juntos na busca da melhoria do ensino de matemática (NIESS, 2006).

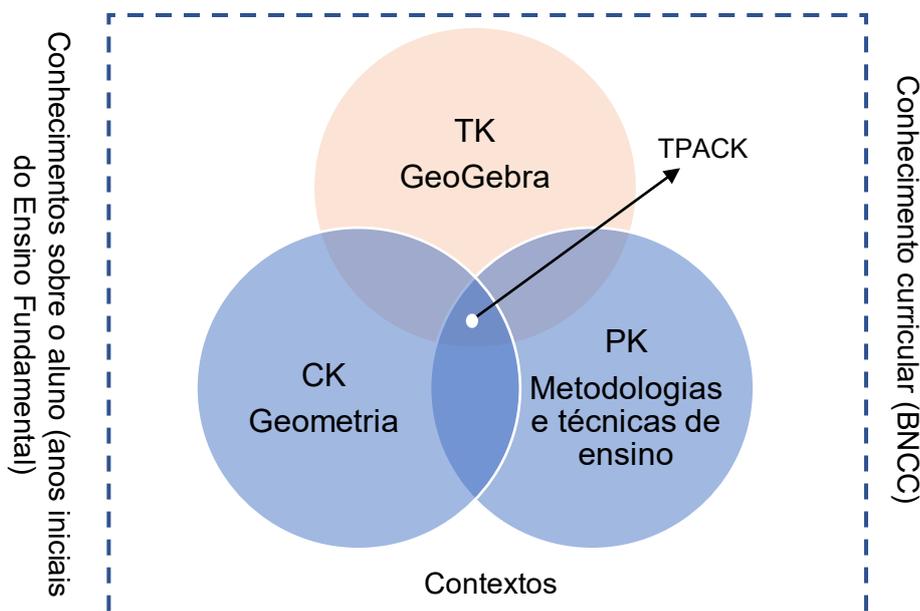
Destaca-se que a aplicação do modelo teórico TPACK, para o ensino de matemática nos anos iniciais do Fundamental, pontua a necessidade de o PEMAI ter domínio dos assuntos matemáticos que ensina e das tecnologias adequadas ao aprendizado desses conteúdos, colocando em questão que, ele, como alfabetizador matemático que atua diretamente com nativos digitais, precisa possuir amplo letramento matemático e digital.

Como visto anteriormente, pesquisas como de França (2010); Aquino e Pinto (2005) desvelam que os professores dos anos iniciais apresentam lacunas de formação tecnológica que impactam negativamente em suas práticas docentes. No mesmo sentido Sousa e Sobrinho (2009); Neves e Bittar (2015) indicam fragilidade na formação do pedagogo no ensino de conteúdos matemáticos nos anos iniciais, o que também dificulta a escolha de recursos tecnológicos mais adequados ao ensino e à aprendizagem das diferentes unidades temáticas desse componente curricular. Esse cenário corrobora a urgência de formação continuada envolvendo essas duas dimensões – tecnologia e matemática, convergindo para a compreensão de que o professor alfabetizador, responsável pelos processos de letramentos, precisa também possuir formação e acesso ao letramento matemático e digital de qualidade, pois, parafraseando Shulman (1986), para ensinar é preciso aprender.

### **1.3 Conhecimentos contextuais docentes no ensino de geometria nos anos iniciais**

Como dito na introdução desta pesquisa, o estudo volta-se para a análise de um curso de formação continuada para PEMAI sobre o ensino de geometria nos anos iniciais com a utilização do *software* GeoGebra, tomando como base as contribuições do modelo TPACK. A figura 4, apresenta a referida formação com o GeoGebra inserida em um diagrama adaptado do modelo TPACK.

Figura 4: Modelo TPACK aplicado ao curso de formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Shulman (1986); Mishra e Koehler (2006); Koehler et al (2013); Chai, Koh e Tsai (2013)

Observando a figura 4, percebe-se que analisar a formação de PEMAIs para o ensino de geometria, a partir do modelo TPACK, supõe incluir outros conhecimentos discutidos por Shulman (1986 e 2005), denominados de contextuais, entre estes destaca-se: **o conhecimento do currículo** e **o conhecimento dos alunos e da aprendizagem**. Nos conhecimentos contextuais, inclui-se uma gama de variáveis e especificidade relacionada aos alunos, a escola, a comunidade, a aula entre outros. Nas palavras de Shulman (1989, p.10) *“Las actividades de la enseñanza pueden tener lugar dentro de una serie de contextos, «entornos» que definen en parte el medio en el cual se produce la enseñanza”*.

O **conhecimento do currículo** depende da organização do sistema de ensino, possuindo impactos tanto nas rotinas e fluxos escolares quanto nos cursos de formação de professores, uma vez que esse sistema será o *locus* de atuação dos profissionais do magistério e esses precisam estar aptos a cumprir as funções de seus cargos. No caso brasileiro contemporâneo, o conhecimento curricular emana da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que regulamenta, desde 2017, a elaboração dos currículos na Educação Básica em todas as escolas públicas e privadas.

Nesse contexto, é preciso compreender o curso de formação com o GeoGebra, que fundamenta esta pesquisa, articulado à BNCC, sendo necessário responder ao seguinte questionamento: como a tecnologia aparece nesse documento

curricular no que se refere ao ensino de conteúdos matemáticos/geométricos para os anos iniciais do Fundamental?

A BNCC propõe o uso da tecnologia no ensino de matemática, tanto que essa aparece citada duas vezes nas competências gerais (BRASIL, 2018). A competência 4, prevê o uso de diferentes linguagens, entre as quais inclui a digital. A competência 5 foca, especificamente, nessa questão, como se observa na transcrição a seguir:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p.9).

A tecnologia também surge na quinta competência específica da área de Matemática do Ensino Fundamental na BNCC, a qual enfatiza a necessidade de os alunos serem formados para a utilização de processos e ferramentas digitais para solucionar problemas matemáticos e de outras áreas do conhecimento. As tecnologias digitais, como os softwares de geometria dinâmica, são citadas nas habilidades dos anos iniciais, em particular do 3º ao 5º ano.

A tecnologia aparece, na BNCC da área de matemática, aliada ao compromisso com o letramento matemático, que para o documento inclui o desenvolvimento de habilidades e competências para “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos” (BRASIL, 2018, p. 271). Além disso, o letramento matemático, ainda segundo o documento curricular, visa formar os discentes para reconhecerem a função social do conhecimento matemático, bem como seu caráter lúdico, desafiador, crítico, criativo e prazeroso.

No que se refere, especificamente, ao aprendizado de Geometria nos anos iniciais, a BNCC compreende esta área como um estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos, voltados ao desenvolvimento do pensamento geométrico, o que inclui a capacidade de investigar propriedades, elaborar conjecturas, utilizar ferramentas e produzir argumentos geométricos. Segundo o texto do documento:

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 272).

Portanto, a BNCC orienta a articulação entre tecnologia e conteúdos geométricos, em prol do letramento matemático no Ensino Fundamental. Tal articulação requer formação docente dos PEMAls, tanto para o uso das ferramentas tecnológicas quanto para a plena compreensão dos conteúdos de geometria incluídos no currículo.

Quanto ao segundo conhecimento contextual destacado nesta pesquisa, o **conhecimento dos alunos e da aprendizagem**, ele diz respeito a especificidade dos estudantes. Como a clientela da formação que fundamenta este estudo é composta por PEMAls, o conhecimento dos alunos refere-se aos estudantes do 1º ao 5º ano do Fundamental, com faixa etária média entre 6 e 10 anos. Assim, a questão colocada por esse conhecimento é: como as crianças aprendem geometria?

Como explicam Oliveira e Leivas (2016) e Debastiani Neto, Nogueira e Franco (2010), os estudos da psicologia do desenvolvimento, baseados nas pesquisas de Piaget e Inhelder (1993), evidenciaram a construção do conhecimento geométrico desde os primeiros meses de vida da criança, apresentando, até os dois anos de idade, 6 fases de evolução, ocorrendo o surgimento das duas primeiras fases entre o terceiro e sexto mês de vida.

Após as fases iniciais, que permitem construir as noções necessárias ao reconhecimento dos objetos e a inserção desses no espaço, a criança continua o desenvolvendo de seu pensamento geométrico por meio da experimentação ativa dos objetos, vivência cotidiana de relações espaciais e pela observação das propriedades geométricas de diferentes instrumentos e utensílios.

As primeiras descobertas geométricas da criança são topológicas, possuindo caráter qualitativo, não dependendo de medidas ou dados numéricos. As estruturas

sensorio-motoras constituem o ponto inicial da aprendizagem geométrica infantil. É o momento em que o próprio corpo e movimento da criança surgem como primeiro espaço a ser investigado.

Na sequência, pela diferenciação de seu corpo com os dos outros, a criança vai construindo novas relações espaciais como: perto, longe, maior, menor, frente, atrás, ao lado etc. Pela observação das características dos objetos em si mesmos, a criança inicia a construção de novas relações, baseadas nos aspectos de cor, formas, dimensões, posições, deslocamentos, ordem, circunscrição e continuidade, ampliando a percepção espacial e construindo noções de conservação de formas e grandezas, necessárias à construção das relações espaciais posteriores.

Após essas primeiras fases e graças às descobertas realizadas nos períodos anteriores, a criança amplia sua compreensão do espaço e passa a representá-lo por meio do desenho. O espaço representativo do desenho indica um grande avanço compreensivo, pois agora a criança não apenas manipula o objeto quando este está em sua presença, mas o evoca no desenho, sem precisar que esteja em sua posse manual.

Como explicam Leivas e Oliveira (2016) o relacionamento entre uma figura real com sua representação por meio do desenho infantil é complexo, pois expressa a coordenação desses registros com percepções e articulações – nem sempre precisas – entre dimensões bidimensionais e tridimensionais.

Assim, o desenho infantil inicia um caminho de percepção e visualização mental dos objetos que permitirá, com os ganhos dessa etapa, que as crianças desenvolvam a capacidade de compreender as necessidades de uma geometria pautada em relações métricas e “por esta razão, os autores [do construtivismo piagetiano] recomendam que o ensino de Geometria deveria começar pela Geometria Topológica e não pela Euclidiana (LEIVAS e OLIVEIRA, 2016, p. 110).

Para Kaleff (2003), a ampliação da capacidade de processar as informações visuais e realizar a visualização mental na ausência do objeto é tão importante para a educação matemática e global do aluno, quanto as habilidades de calcular numericamente e de simbolizar algebricamente.

Nesse contexto, a Teoria de Van Hiele (Apud LEIVAS, 2009; LEIVAS e OLIVEIRA, 2016) afirma a necessidade de se trabalhar com situações de aprendizagem que levem o aluno a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a partir de observações (visuais e táteis) das figuras sob

diferentes perspectivas, para que a criança consiga construir noções espaciais e visualizações mentais que a permitam interpretar que um mesmo objeto pode ser observado, desenhado e representado sob diferentes pontos de vista, avançando para a construção de uma geometria projetiva e, na sequência, para uma geometria métrica (Euclidiana).

Conforme a BNCC (BRASIL, 2018), ao se propor as crianças a representação plana das figuras espaciais, o principal objetivo pedagógico deve ser o de permitir e estimular a visualização mental desses, buscando testar hipóteses e fazer conjecturas.

Além disso, com a construção das habilidades visuais, os estudantes podem desenvolver a autonomia de pensamento e raciocínio geométrico, desvinculando o ensino de geometria dos métodos de reprodução mecânica das figuras. Em uma perspectiva tradicional de ensino matemático, os conteúdos geométricos ligam-se a atividades de memorização de nomes, classificações e propriedades de figuras, sem estabelecer relação com os conhecimentos prévios que o aluno tenha a respeito do tema e nem considerar relevante o nível de compreensão que esse se encontra em relação ao pensamento geométrico. (LEIVAS, 2009; KALEFF, 2003).

Como esclarece Leivas (2009, p.110) por visualização entende-se o “processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”. Tal processo de construção de imagens visuais/mentais é uma atividade cognitiva complexa que torna possível observar analiticamente as formas, extrair padrões de representação e estabelecer compreensões matemáticas. Nesse caminho, da geometria do desenho livre para a geometria Euclidiana, é fundamental a utilização de recursos que favoreçam o processo de formação de imagens mentais, seja com a utilização de lápis, papel e régua ou com o auxílio das tecnologias digitais.

Para Van Hiele (Apud LEIVAS, 2009; LEIVAS e OLIVEIRA, 2016), há 5 níveis no desenvolvimento do pensamento geométrico, cuja gradação indica um aumento de complexidade e de capacidade da criança em compreender geometricamente o mundo concreto e as representações matemáticas. O quadro 1 sintetiza esses níveis.

**Quadro 1** – Níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico para Van Hiele

Níveis				
0	1	2	3	4
Visualização reconhecimento	Análise	Dedução informal ou ordenação	Dedução formal	Rigor
<p>Raciocinam sobre considerações visuais;</p> <p>Reconhecem globalmente as figuras geométricas, sem preocupação com nomenclatura específica;</p> <p>Expressam conceitos geométricos totalizados, sem destaque para propriedades específicas;</p> <p>Não explicitam as propriedades de identificação das figuras;</p> <p>Conseguem aprender o vocabulário geométrico, identificar formas e reproduzir figuras.</p>	<p>Raciocinam sobre conceitos geométricos, fazendo análises informais de suas partes e atributos através de observação e experimentação;</p> <p>Percebem as características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades e conceituando classes e formas;</p> <p>Não explicitam inter-relações entre figuras ou propriedades.</p>	<p>Raciocinam sobre definições abstratas;</p> <p>Estabelecem inter-relações das propriedades nas figuras e entre figuras (classes e suas interseções);</p> <p>Distinguem entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico;</p> <p>Não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas;</p> <p>Acompanham provas formais, mas não percebem como construir uma prova, partindo-se de premissas diferentes.</p>	<p>Raciocinam sobre sequências de afirmações, deduzindo uma afirmação a partir de uma outra ou de outras;</p> <p>Raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, com termos indefinidos, com axiomas, com um sistema lógico subjacente, com definições e teoremas;</p> <p>Constrói provas e não somente as memoriza, percebendo a possibilidade de desenvolver uma prova de diferentes maneiras.</p>	<p>Raciocinam e avaliam vários sistemas dedutivos com alto grau de rigor;</p> <p>Comparam sistemas baseados em diferentes e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos;</p> <p>Analizam as propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.</p>

Fonte: elaborado a partir de Leivas e Oliveira (2016).

A partir dos níveis apresentados, Van Hiele também estabelece 5 fases da aprendizagem geométrica, apresentada no quadro 2. Após passar por cada etapa, espera-se que os alunos sejam capazes de avançarem para o próximo nível.

É essencial que os professores saibam combinar a aprendizagem (quadro 2) com o nível de pensamento geométrico do estudante (quadro 1), bem como, segundo Van Hiele (Apud LEIVAS, 2009; LEIVAS e OLIVEIRA, 2016), consigam observar e tomar consciência de que é necessário pesquisar a teoria psicológica subjacente ao estabelecimento dos níveis de pensamento, pois só através destes estudos poderão ajudar os alunos a passar de um nível para outro.

**Quadro 2** – Fases da aprendizagem geométrica para Van Hiele

Fase	Nome	Definição
1	Questionamento ou informação	O docente estabelece diálogos com os alunos sobre o conteúdo de estudo geométrico, realizando observações, levantando questões e introduzindo o vocabulário específico do nível. Nesta fase o docente deve perceber e valorizar os conhecimentos e experiências anteriores dos alunos sobre o assunto, planejando as atividades posteriores.
2	Orientação direta	Os discentes exploram o conteúdo estudado por meio de materiais previamente selecionados pelo docente, para que se familiarizem com as estruturas características deste nível. As atividades e exercícios, em sua maioria, possuem uma única etapa e possibilitam respostas específicas e objetivas.
3	Explicitação	Os estudantes refinam seu vocabulário matemático/geométrico, expressando verbalmente suas opiniões emergentes sobre as estruturas observadas. O professor deve estimular a independência do aluno para estabelecer relações entre os conteúdos estudados.
4	Orientação livre	O aluno realiza atividades com múltiplas etapas e tarefas em aberto, que possuem formas diferentes de serem completadas. O discente deve ser incentivado na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, construindo sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos, ganhando experiência e relacionando os conteúdos estudados de forma mais clara.
5	Integração	O aluno é capaz de revisar e sintetizar seus estudos geométricos, integrando globalmente os objetos e relações. Unifica e internaliza o domínio do pensamento geométrico. O professor auxilia no processo de síntese, apresentando experiências e observações globais.

Fonte: elaborado a partir de Leivas e Oliveira (2016).

Pelo exposto, falar de uma prática docente mediada por tecnologia, no quadro teórico da TPACK, não significa apenas focar no caráter instrumental das TDICs, mas compreender o conhecimento tecnológico em sua articulação com os demais saberes e conhecimentos necessários à docência, o que inclui os conhecimentos contextuais específicos do espaço e tempo nos quais se efetivará a prática pedagógica.

Assim, o conhecimento dos alunos e da aprendizagem, bem como o conhecimento do currículo precisam ser levados em consideração na oferta de formação tecnológica para PEMAls. No caso da presente pesquisa, isso significa que não se deve compreender o curso de GeoGebra, apresentado na terceira seção, como uma mera capacitação instrumental, mas como uma formação docente que precisou incluir a especificidade de seu público, e as reais necessidades tecnológicas colocadas pelo currículo e pelos alunos do Fundamental.

Passamos agora à apresentação do GeoGebra, com intuito de conhecer o recurso tecnológico selecionado no presente estudo.

## 1.4 Apresentando o software GeoGebra

GeoGebra é um software de matemática dinâmica de multiplataforma para todos os níveis de ensino, que reúne geometria, álgebra, cálculo, probabilidade, gráficos e tabelas estatísticas, baseado em interface gráfica do usuário (GUI, sigla em inglês). Foi desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo na Áustria, a partir de 2001. O referido Software educacional foi premiado nos EUA e na Europa, sendo utilizado em 190 países, com tradução para 55 idiomas, existindo 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar formação, divulgação e suporte. Sua distribuição é gratuita, nos termos da GNU General Public License, e é escrito na linguagem Java, disponível em várias plataformas, para PC, dispositivo móvel e web (PUC/SP, 2021; HOHENWARTER, 2006).

O GeoGebra permite realizar construções com pontos, segmentos, vetores, retas, seções cônicas e funções que podem se modificar dinamicamente. Com o software, ainda é possível inserir equações e coordenadas diretamente. Dessa forma, permite realizar tarefas com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos. Possibilita determinar derivadas e integrais de funções, oferecendo um conjunto de comandos de análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. O software é caracterizado por duas perspectivas, pois uma expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na janela de desenho ou janela de gráficos e vice-versa (HOHENWARTER, 2006).

Além disso, o software possui aplicativos matemáticos diferentes reunidos para a realização de atividades pedagógicas diversas, podendo esses aplicativos serem instalados e acessados livremente por dispositivos móveis ou com acesso, via navegador web, em desktop ou notebook. Os aplicativos disponíveis são: Calculadora, Calculadora Gráfica, Calculadora 3D, Calculadora CAS, GeoGebra Calculadora Científica e o GeoGebra Classic. Pela sua amplitude de recursos, esse software educacional, pode ser utilizado do Ensino Fundamental ao Superior, pois permite a criação de atividades nas diferentes unidades temáticas do currículo matemático brasileiro que, segundo a BNCC, reúne estudos em Aritmética, Álgebra, Geometria, Medidas, Estatística e Probabilidade.

### **1.5 Pesquisas empíricas sobre o uso do GeoGebra na formação de professores dos anos iniciais**

Compreendendo a ciência como trabalho coletivo, realizou-se uma pesquisa sistemática de literatura sobre teses e dissertações voltadas ao uso do GeoGebra<sup>7</sup> para o ensino de matemática nos anos iniciais, em especial na área de formação de professores. Segundo Galvão e Pereira (2014), a revisão de literatura se caracteriza como estudo secundário, baseado em investigações primárias realizadas anteriormente sobre o tema de interesse do pesquisador. De um modo geral, a revisão sistemática foca em estudos empíricos, havendo, contudo, vários delineamentos possíveis, como a coleta de ensaios clínicos ou somente de investigações observacionais ou, ainda, a inclusão apenas de estudos de caso.

No que se refere ao levantamento para essa pesquisa, a coleta ficou circunscrita aos estudos empíricos que realizaram formação continuada para o uso do software GeoGebra entre PEMAls. Buscou-se compreender os resultados alcançados nessas experiências formativas, as dificuldades vivenciadas e se a formação possibilitou a introdução do GeoGebra nas aulas de matemática dos professores cursistas.

A fonte de dados utilizada foi o Catálogo de teses e dissertações da Capes, que se constitui em um sistema de busca bibliográfica, voltado a divulgação digital de teses e dissertações produzidas pelos programas de doutorado e mestrado reconhecidos. Os primeiros dados inseridos datam de 1987 e limitam-se aos metadados dos trabalhos, ou seja, a informações gerais como autor, título, ano e programa. Contudo, a partir de 2013, com a implementação da plataforma Sucupira, o catálogo passou a informar, além dos metadados, os arquivos completos das teses e dissertações.

A coleta foi realizada de 4 a 12 de dezembro de 2021, utilizando-se o termo “GeoGebra” no buscador do site, obtendo-se 1.377 resultados. Inicialmente, analisou-se a estatística geral de todos os resultados, observando as sínteses quantitativas disponíveis nos “filtros” da plataforma. Por esse procedimento, foi possível ponderar sobre a distribuição total dos trabalhos defendidos por tipo de curso, área de conhecimento, área de concentração e ano.

---

<sup>7</sup> Parte dos dados apresentados nesse item consta no artigo “Formação docente para o uso do software GeoGebra no ensino de matemática nos anos iniciais: uma revisão bibliográfica” apresentado e publicado nos Anais do XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM -3 2022).

Dos 1.377 resultados, 1.128 foram defendidos em cursos de Mestrado profissional, 181 em mestrado acadêmico e 68 em programas de Doutorado. A maioria dos programas pertence à grande área de conhecimento Ciências exatas e da Terra, com 842 pesquisas, seguido dos programas multidisciplinares, com 484 estudos concluídos, e de Ciências humanas com 48 produções. As 3 pesquisas restantes estão vinculadas a programas de pós-graduação da área de saúde, engenharia e Letras, com 1 produção cada.

Além disso, no que se refere à área de concentração específica dos programas, a maioria pertence à área de ensino de matemática, com 468 defesas no tema, seguida da área de matemática, com 241 pesquisas, ensino de ciências e matemática, com 109, e educação matemática com 93 textos. As 466 pesquisas restantes são de programas de áreas correlatas ao ensino de ciências e matemática.

Temporalmente, o catálogo da Capes apresenta dissertações e teses, com pesquisas que fizeram uso do GeoGebra, defendidas de 2008 a 2021, conforme a tabela 1.

**Tabela 1** – Distribuição de teses e dissertações sobre o GeoGebra de 2008 a 2021.

Ano de entrega	Quantidade de teses e dissertações
2008	3
2009	9
2010	24
2011	23
2012	25
2013	147
2014	163
2015	167
2016	145
2017	164
2018	176
2019	149
2020	130
2021	52
<b>Total</b>	<b>1.377</b>

**Fonte:** elaboração própria com dados do catálogo Capes.

A tabela 1 demonstra que as primeiras produções nacionais, no Catálogo Capes, que apresentam o uso do GeoGebra são de 2008, sendo duas dissertações vinculadas à UNICAMP e uma à PUC de Minas Gerais. Contudo, importa destacar que softwares de geometria dinâmica já estavam sendo debatidos nos programas de

pós-graduação antes dessa data, mas abordando outras ferramentas, como o *Cabri-géomètre*.

Para manter a revisão focada nos interesses do presente estudo, o recorte temporal abrangeu o período de 2017 a 2021. O marco definido foi a promulgação da BNCC de 2018. Como o documento foi debatido antes de sua efetiva edição, a coleta inicia em 2017 para dar conta dessa característica. A BNCC foi escolhida em virtude da ênfase que esse documento curricular apresenta sobre o uso de softwares dinâmicos no ensino de matemática, desde os anos iniciais do fundamental.

Com o recorte de tempo realizado, 2017 a 2021, foram localizados 671 estudos que apresentam o termo GeoGebra no catálogo da Capes. Como observa-se, em que pese a interrupção e atraso de defesas em muitos programas em virtude do contexto pandêmico de 2020 e 2021, os 5 anos selecionados para a revisão sistemática respondem por 49% do total de pesquisas realizadas nos 14 anos disponíveis no Catálogo. Dos 671 estudos localizados, a maioria versou sobre o uso do GeoGebra em atividades didáticas, na modalidade de pesquisa-ação, realizadas para alunos do Ensino Médio ou Fundamental II (do 6º ao 9º ano) correspondendo a 50% das pesquisas em 2017, 60% em 2018, 57% em 2019, 55% em 2020 e 60% em 2021. Esses estão distribuídos na tabela 2.

**Tabela 2** – Distribuição de trabalhos sobre o GeoGebra de 2017 a 2021, por foco de estudo.

Foco do estudo	Trabalhos defendidos por ano				
	2017	2018	2019	2020	2021
Ensino Médio	60	84	68	46	27
Ensino Fundamental - anos finais	22	22	17	25	4
Ensino Fundamental - anos iniciais	1	2	0	1	0
Educação de Jovens e Adultos	0	2	1	2	1
Graduação em Matemática	14	14	5	17	7
Graduação diferente da matemática	0	5	4	5	0
Formação de professores	9	4	8	5	5
Matemática <i>e-learning</i>	3	1	7	5	5
Educação Especial	1	1	1	1	0
História da matemática	2	0	2	2	1
Outros	52	42	36	21	2
$\Sigma$	164	176	149	130	52

Fonte: elaboração própria com dados do catálogo Capes.

A tabela evidencia a realização de pesquisas envolvendo o uso do GeoGebra em sequências didáticas variadas. No Ensino Médio, os conteúdos trabalhados foram

principalmente: o ensino de funções, fractais, progressões, regressões e interpolações, bem como conteúdos de trigonometria e funções trigonométricas. No Fundamental, anos finais, a maioria dos estudos focou em conteúdos de 8º e 9º ano, como as medidas de tendência central, radiciação, estudos de frações e de transformações isométricas (translação, reflexão e rotação).

Nos grupos “Graduação em Matemática” e “Graduação diferente da matemática”, que somados atingem 11% das produções, observa-se o uso do GeoGebra para a análise de experiências didáticas realizadas no Ensino Superior. O destaque são as sequências desenvolvidas no curso de Licenciatura em Matemática, em especial nas disciplinas de Cálculo e em conteúdos de integral e derivada. Além da graduação em matemática, 14 trabalhos apresentam experiências didáticas com o uso do GeoGebra em cursos como Ciências da Computação, Engenharia Civil, Física e outros.

Além do relato de experiências práticas em sala de aula com o uso do GeoGebra, há várias pesquisas que utilizam o software para propor sequências didáticas e realizar demonstrações. Esses estudos foram aglutinados na categoria “outros” que representa 23% das 671 pesquisas coletadas. Neles, aparecem pesquisas voltadas à análise de questões da OBMEP, SISPAE, ENEM, SAEB, sendo o GeoGebra utilizado tanto para debater os resultados quanto proposto para o ensino do conteúdo trabalhado nas questões de olimpíadas ou dos exames em larga escala. A geometria não euclidiana também surge nesse grupo de pesquisa, com a proposição de atividades que podem ser realizadas com o apoio do software sobre geometria hiperbólica e esférica, debatendo questões de coordenadas, ângulos e situações problemas como rotas de “taxi”. Há ainda debates e demonstrações no GeoGebra em estudos teóricos sobre temas matemáticos como cônicas, sequência de Fibonacci, derivadas, entre outros.

Observa-se também, nesse grupo, estudos de caso sobre metodologias digitais utilizadas por professores de matemática e de propostas curriculares para o ensino de geometria. Mesmo nesse grupo, a maioria das diferentes proposições focam em conteúdo do Ensino Médio.

Tais resultados reiteram a necessidade de mais investigações e aplicações pedagógicas do GeoGebra nos anos iniciais, pois este *software* foi desenvolvido para ser utilizado em todos os níveis de ensino, possuindo uma interface interativa e lúdica, tornando-o atrativo e estimulante ao público infantojuvenil. Entretanto, como

observado no levantamento realizado e na pesquisa de Teixeira e Mussato (2020), o uso desse recurso concentra-se no Ensino Médio, Ensino Superior da área de exatas e nos anos finais do Ensino Fundamental.

Constata-se a predileção do uso do GeoGebra nos níveis citados, ao se observar que das 671 produções defendidas de 2017 a 2021, somente 1% dessas, em um total de 7 pesquisas, voltaram-se aos anos iniciais do fundamental, possuindo dois focos. De um lado, 4 estudos na modalidade de pesquisa-ação, de Marcelino (2018); Santos (2018); Polli (2017) e Teixeira (2020), apresentam experiências pedagógicas exitosas no uso de software de geometria dinâmica para alunos de 4º e 5º ano. Por outro, 3 dissertações, Rodrigues (2019); Souza (2018) e Silva (2021) analisam experiências de formações continuadas para PEMAls sobre o uso do GeoGebra. Como observado, apenas esses 3 últimos trabalhos se alinham à proposta realizada nessa dissertação. Vejamos o que concluíram essas investigações.

Partindo do modelo de “Sala de Aula Invertida”, Rodrigues (2019) ofertou e analisou as contribuições de uma formação continuada, realizada em um ambiente virtual de aprendizagem (Moodle) e com o uso do software GeoGebra. O curso foi destinado para PEMAls da rede pública municipal de São Paulo. Os resultados indicam que, apesar de a maioria dos professores cursistas não ter conhecimento do GeoGebra, eles avaliaram o software como benéfico, viável e útil para o ensino de conteúdos matemáticos nos anos iniciais. Avaliaram também que o curso contribuiu para minimizar lacunas de formação matemática não sanadas pelo curso de graduação em pedagogia.

Rodrigues (2019) conclui que as dificuldades dos professores cursistas em ensinar Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental I, vinculam-se à carência de formação inicial e continuada, tanto em tecnologia quanto em matemática.

Em um curso de formação continuada para PEMAls, sobre o uso de materiais manipulativos físicos e digitais, Souza (2018) buscou compreender as concepções e percepções dos professores cursistas acerca do ensino de Geometria. Os resultados indicaram que a formação permitiu aos docentes avançarem na compreensão dos processos de ensino e aprendizagem de geometria, contribuindo para a ampliação do conhecimento matemático desses professores. O autor conclui que a formação continuada é essencial para o desenvolvimento profissional docente, ampliando o

domínio do conteúdo curricular de matemática e de outros saberes necessários para o desenvolvimento da profissionalização docente<sup>8</sup>.

Silva (2021) ofertou um curso de formação para 12 PEMAls sobre o uso do software GeoGebra, nos anos iniciais do ensino fundamental. O estudo qualitativo, na modalidade de pesquisa-ação, evidenciou que por meio da formação continuada, os professores puderam alcançar novos saberes matemáticos e tecnológicos, conseguindo levar para a prática da sala de aula o uso do software GeoGebra para o ensino de Geometria Plana.

Assim, os resultados dos estudos apresentados convergem para a compreensão de que o GeoGebra, quando utilizado nos cursos de formação de PEMAls, contribui para a ampliação das possibilidades de manipulação geométricas entre os alunos, integrando e se articulando a outras estratégias manipulativas já consagradas na alfabetização matemática, como o tangram e a malha quadriculada. Além disso, o GeoGebra quanto divulgado na formação de PEMAls, responde a uma dupla necessidade formativa: de domínio de recursos tecnológicos e maior compreensão dos conteúdos matemáticos, contribuindo para diminuir lacunas formativas e inseguranças não sanadas no curso de formação inicial.

Por todo o exposto, as pesquisas validam a contribuição do uso do *software* GeoGebra na formação de PEMAls, com vistas à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos geométricos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, o levantamento valida a contribuição deste estudo à ampliação de investigações sobre o tema, a partir da demonstração da carência de estudos no recorte adotado.

---

<sup>8</sup> Segundo Nóvoa (1997) por profissionalização docente define-se o processo pelo qual os professores melhoram seu estatuto, elevam seus rendimentos e aumentam seu poder e autonomia sobre seu próprio trabalho, construindo uma identidade profissional, baseada em uma perspectiva crítico-reflexiva, que incentiva o pensamento autônomo e as dinâmicas de autoformação.

## SEÇÃO 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA-FORMAÇÃO

Nesta seção, apresenta-se a delimitação e os procedimentos metodológicos do estudo. A fundamentação teórica da metodologia segue autores adeptos da pesquisa qualitativa (BARBIER, 2002; NÓVOA, 1997, 2002, 2019; ANDRÉ, 2013) e, no tratamento dos dados, as contribuições da Análise de Conteúdo (AC).

### 2.1 Pressupostos Metodológicos

A investigação, aqui apresentada, caracteriza-se como um estudo de caso qualitativo na modalidade de pesquisa-formação, consoante às contribuições de Nóvoa (1997, 2002, 2019), Imbernón (2022), Barbier (2002) e André (2013). A partir do arcabouço teórico-metodológico desses autores, o estudo dedica-se a problematizar a formação continuada de professores delimitando-a ao uso de tecnologias digitais, especificamente o *software* de geometria dinâmica, para o ensino de matemática nos anos iniciais do fundamental.

Para Nóvoa (1997, 2002, 2019), existe uma dimensão formadora na pesquisa. Quando os educadores tomam a prática docente como objeto de investigação, não apenas produzem conhecimentos sobre a docência, mas também se qualificam cada vez mais como professores, em um movimento de autoformação.

Na pesquisa-formação, o professor-investigador não se constitui em um observador passivo, que apenas acompanha e anota os fenômenos em seu diário de campo. Pelo contrário, é um tipo de estudo caracterizado pela formação e autoformação do professor-pesquisador, o que ocasiona a existência de incertezas e replanejamentos, sem que isso signifique o abandono do rigor científico. (BARBIER, 2002).

Além disso, na pesquisa-formação, os participantes são tratados como sujeitos e não objetos de pesquisa, posto que impactam os caminhos da investigação, existindo uma solidariedade entre o pesquisador e os pesquisados, de tal envergadura, que leva Barbier (2002) a afirmar que, nesse tipo de estudo, há um “pesquisador coletivo”.

Pelo exposto, os pressupostos da pesquisa-formação enquadram-se nas abordagens qualitativas, que possuem entre suas delimitações o estudo de caso.

André (2013) define o estudo de caso qualitativo como a investigação de uma realidade particular, considerando seu contexto e a multiplicidade de aspectos que a caracterizam, exigindo o uso de múltiplos procedimentos metodológicos, para a proposição de uma análise aprofundada do caso em questão, que valorize seu o aspecto singular, ao passo que busca situá-lo na realidade social mais ampla.

Ainda para André (2013), o estudo de caso qualitativo em educação, parte do pressuposto do conhecimento como um processo construído socialmente pelos sujeitos nas suas interações cotidianas, construindo, transformando e sendo transformados pela realidade. Nessa abordagem, o pesquisador também se encontra inserido, partilhando as experiências que analisa de forma rigorosa, mas não neutra.

Partindo desse quadro epistemológico, o campo de análise do presente estudo são as experiências vivenciadas em um curso de formação docente sobre elaboração de atividades geométricas com o software GeoGebra, tendo o autor como professor-pesquisador.

O curso foi ofertado para PEMAls e privilegiou o desenvolvimento de atividades geométricas. A delimitação em geometria se justifica pela grande contribuição que os recursos digitais e de multimídia podem fornecer para a visualização, elaboração mental e compreensão das representações e conceitos geométricos.

Importa destacar que a pesquisa privilegiou os conteúdos geométricos do 3º ao 5º ano do fundamental. Apesar de o 3º ano integrar o primeiro ciclo dos anos iniciais, juntamente com o 1º e 2º anos, ele foi inserido no estudo por representar o primeiro ano curricular a partir do qual a BNCC recomenda explicitamente o uso de tecnologias para o ensino de conteúdos geométricos. Essa orientação pode ser observada no objeto de conhecimento sobre o estudo de congruência de figuras geométricas planas, especificamente na habilidade EF03MA16 “Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 289).

Como a pesquisa-formação assumiu a modalidade de estudo de caso, os dados foram coletados, analisados e triangulados por diferentes instrumentos, como questionário eletrônico, aplicado antes e depois da formação, a análise do processo vivenciado e os recursos produzidos pelos professores-cursistas. Esses diferentes momentos e instrumentos serão mais detalhados na sequência.

## 2.2 Procedimentos metodológicos para a organização da pesquisa-formação

A pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso voltado às particularidades de uma formação continuada realizada pelo professor-pesquisador, nesse sentido, a investigação se classifica também como uma pesquisa-formação, uma vez que o pesquisador assume duplo papel: investigador e formador. Como dito, essa dupla atuação do pesquisador acarreta a necessidade de replanejamento dos procedimentos metodológicos, já que o objetivo desse tipo de pesquisa não se restringe a descrever e observar passivamente, mas tomar decisões que possam melhorar o processo de ensino e o de aprendizagem.

Com base nessa compreensão da pesquisa, as atividades de delineamento do estudo iniciaram com o planejamento da formação que seria ofertada. A primeira decisão versou sobre a oferta do curso e a emissão dos certificados, para melhor divulgação e maior credibilidade do curso juntos aos professores das secretarias de educação. Definiu-se que a oferta do curso seria feita por um projeto de extensão universitária, do Campus de Castanhal, da UFPA, no qual o professor-pesquisador atua como vice-coordenador do projeto.

Ainda nessa etapa, a coordenação do Campus foi contactada a esse respeito e concordou com a oferta do curso vinculada a essa instituição. Posteriormente, contactou-se a Secretaria de Educação do Município de Castanhal (SEMED) para divulgação do curso entre seus professores. Além dessa instituição enviou-se a divulgação do curso para outras secretarias municipais de educação no Pará e para diferentes grupos de professores em redes sociais.

Pela oferta intermunicipal da formação, definiu-se pela realização de um curso on-line, tanto pelas dificuldades práticas de alocação de um laboratório de informática, quanto pelo deslocamento do professor-pesquisador e dos professores-cursistas. Além disso, o curso foi planejado para ser realizado aos sábados, em dois turnos, manhã e tarde, com o total de 5h por dia, em 8 encontros, totalizando uma carga horária síncrona de 40h. A carga horária total do curso ficou definida em 80h, sendo 40h para atividades síncronas e 40h para assíncronas.

O plano, o cronograma e as inscrições do curso foram disponibilizados em uma plataforma de eventos (Even3)<sup>9</sup>. Houve divulgação do curso por parte das

---

<sup>9</sup> Endereço da plataforma: <https://www.even3.com.br>.

secretarias de educação e as inscrições foram estendidas até o início da formação. Foram ofertadas 30 vagas gratuitas e preenchidas 19. O número de inscritos inferior à oferta não representou desinteresse pelo curso, mas as dificuldades de os professores realizarem-no aos sábados. Muitos alegaram que estavam sobrecarregados com o retorno das aulas presenciais. Alguns diretores e docentes da SEMED de Castanhal, sondaram a possibilidade de realização do curso presencialmente às sextas-feiras, no horário letivo. Entretanto, essa proposta não foi acatada pela impossibilidade de agenda do professor-pesquisador, que também estava atuando como professor nos anos iniciais durante a semana.

Especificamente sobre o planejamento dos conteúdos e atividades do curso, foram organizados em três momentos. No primeiro, tratou-se de aspectos teóricos das tecnologias na educação, com apresentação do modelo TPACK, bem como do letramento matemático, especificamente sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e sua importância para a aprendizagem e utilização na geometria. No segundo momento, tratou-se da importância dos recursos manipulativos nas aulas de matemática, e do software GeoGebra como uma ferramenta de produção, manipulação e visualização de diferentes conceitos geométricos. No terceiro momento, abordou-se os conteúdos de geometria presentes na BNCC para os anos iniciais, do 3º ao 5º ano.

Na prática, os aspectos teóricos foram mais explorados no primeiro dia da formação. Nos demais encontros, passou-se a privilegiar conteúdos geométricos específicos, como, por exemplo, o estudo de simetria e sua representação no GeoGebra. Segue o quadro com a distribuição dos temas planejados para os encontros formativos:

**Quadro 3** – Distribuição dos temas planejados em cada encontro formativo

<b>Aula</b>	<b>Data</b>	<b>Tema</b>
1ª	05/03/2022	Fundamentação teórica, download e instalação do software
2ª	12/03/2022	Noções primitivas de geometria plana e o plano cartesiano
3ª	19/03/2022	Figuras poligonais planas
4ª	26/03/2022	Ampliação e redução de figuras poligonais
5ª	02/04/2022	Sólidos geométricos: poliedros
6ª	09/04/2022	Sólidos geométricos: corpos redondos
7ª	23/04/2022	Estudos de simetria
8ª	30/04/2022	Área e perímetro de figuras poligonais

**Fonte:** acervo da pesquisa, 2022.

Importa destacar que esse calendário do curso, representado no quadro acima, foi cumprido. Todavia, o planejamento das aulas do curso sofreu mudanças e adaptações para que se tornasse mais motivador e atrativo aos cursistas, a fim de evitar evasões que impossibilitassem a realização da pesquisa.

A partir do 1º encontro formativo, percebeu-se o interesse em aprender dos professores-cursistas, mas eles possuíam dificuldades de manuseio dos recursos tecnológicos, como, por exemplo, a instalação do software GeoGebra, que demorou mais do que o planejado, inclusive alguns não conseguiram instalar o software nesse dia, precisando de apoio do professor-formador durante a semana.

Apesar dos esforços para permanência dos cursistas, 4 docentes se retiraram da formação alegando sobrecarga de trabalho aos sábados. Além disso, o curso precisou ser gravado para garantir a permanência com aprendizado, pois alguns professores não conseguiam entrar sala virtual no horário de início e saíam antes da finalização do encontro ou, ainda, alguns professores não poderiam participar da formação em algum sábado específico. As inconstâncias na permanência em sala virtual, possuíam diversos motivos, desde problemas relacionados com a oscilação do sinal de *internet* e problemas técnicos no computador pessoal a situações envolvendo a rotina doméstica e de trabalho aos sábados.

### **2.3 Os instrumentos de coleta de dados**

Como o planejamento do curso seguiu a lógica da pesquisa-ação, os instrumentos de coleta de dados também foram utilizados para definir e replanejar ou adaptar a própria formação. Assim, a pesquisa contou com diferentes instrumentos de coleta de dados (questionários, diário de campo, gravação das aulas síncronas) com destaque para o uso de 3 questionários digitais *on-line*, cujo modelo consta no apêndice A.

O primeiro instrumento voltou-se à caracterização do perfil dos cursistas e à avaliação diagnóstica sobre aspectos ligados a formação inicial em relação aos conhecimentos tecnológicos e matemático. O segundo foi o questionário de autopercepção da competência para ensinar geometria, tomando como referência as habilidades descritas na BNCC para o ensino de matemática do 3º ao 5º ano do fundamental. O objetivo dos dois questionários foi tanto identificar as lacunas formativas em relação aos conteúdos geométricos e ao conhecimento tecnológico

quanto adequar o curso, buscando atender as demandas identificadas. O terceiro instrumento foi um questionário de avaliação final da formação, com o objetivo de levantar as percepções dos professores cursistas sobre os aprendizados e as limitações observadas durante a formação em relação ao conhecimento do conteúdo específico e ao conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo.

Além dos questionários, utilizou-se ainda, como instrumento de coleta de dados, um diário de campo e as transcrições das intervenções dos alunos, orais e pelo *chat*, durante os encontros síncronos. O diário de campo é a principal fonte de informação da seção 3, que possui um caráter narrativo. Na apresentação da análise dos dados, que se encontra na seção 4, o foco é a apresentação dos resultados qualitativos e quantitativos, obtidos com os 3 questionários e com as transcrições das manifestações orais dos cursistas durante a formação.

## **2.4 Procedimentos de análise das informações**

No que se refere ao tratamento dos dados, esse seguiu dois procedimentos em virtude da natureza das informações coletadas. Para os dados quantitativos, utilizou-se os procedimentos da estatística descritiva, sendo o banco de dados construído com o apoio de planilhas eletrônicas. Nas respostas qualitativas utilizou-se a Análise de Conteúdo (AC), por essa se apresentar como adequada ao tratamento dos diferentes dados qualitativos coletados no presente estudo, seja por meio das perguntas abertas dos questionários ou da transcrição das falas dos cursistas durante as aulas e seus comentários no *chat*.

Para Bardin (1977) o objeto da AC é a palavra, em sua individualidade. Contudo, a palavra não apenas deve ser contabilizada, mas compreendida nas redes de significações que tece, na sua relação e correlação com as outras palavras, pois, ainda segundo Bardin (1977) a AC busca as palavras e as entrelinhas delas, o que não expressam claramente.

Como explicam Caregnato e Mutti (2006) a AC se divide em três momentos: pré-análise, exploração do material e, por fim, tratamento dos resultados e interpretação. Na primeira fase ocorre a organização do material e leitura flutuante dos textos. Em seguida, os dados começam a ser codificados a partir das unidades de registro, por meio da observação da frequência de ocorrência, correlações,

relações de semelhanças e diferenciação. Por fim, criam-se categorias e se procede a análise delas.

Cabe frisar que apesar das técnicas de AC apresentarem recursos quantitativos, como o número de ocorrência de um termo, cálculo de correlações, teste de Qui-quadrado entre outros, esta não é somente uma técnica quantitativa para dados qualitativos. O que define se a AC é qualitativa ou quantitativa é o objetivo da pesquisa, a forma como se analisa os resultados alcançados e o valor analítico que se atribui às ocorrências. No caso do presente estudo, a AC foi realizada com interesse na construção de um resumo interpretativo dos termos mais evocados, ficando em segundo plano os aspectos matemáticos de suas relações e correlações.

Seguindo os passos da AC, os dados qualitativos foram unidos para compor segmentos textuais para análise. Assim, todas as respostas escritas e intervenções transcritas de um mesmo cursista foram unidas para compor, por exemplo, o “conjunto de dados qualitativos do professor x”.

Com a união dos diferentes dados qualitativos de cada cursista, chegou-se à composição dos textos para análise qualitativa. Ao final desse primeiro momento, obteve-se um material textual composto de 8.323 palavras, organizadas em 228 segmentos de textos. A quantidade de palavras e segmentos textuais indicou a possibilidade e a adequação do uso do *software* livre IRaMuTeQ<sup>10</sup> (*Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires*) para a realização do procedimento de resumo dos termos mais evocados.

O IRaMuTeQ foi desenvolvido por Ratinaud (2009), professor do laboratório de estudos e pesquisas em ciências sociais aplicadas (LERASS), da Universidade de Toulouse, França. O *software* de análise textual ancora-se no programa estatístico R, gerando testes estatísticos, tabelas e representações gráficas dos padrões de ocorrência e correlações das palavras presentes em diferentes tipos de textos, permitindo detectar indicadores e compreender melhor a estrutura organizativa de dados qualitativos.

Importa destacar que o IRaMuTeQ não analisa o texto, quem realiza a análise continua sendo o pesquisador. O *software* fornece resumos do banco qualitativo que

---

<sup>10</sup> Essa é a forma da escrita oficial da sigla, a qual será utilizada no texto. A sigla do *software* deriva do seu nome em francês: *Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires*, que pode ser traduzido para o português como: *Interface R para Análise Multidimensional de Textos e Questionários*.

permitem incursões e proposições que devem ser feitas a partir dos objetivos da pesquisa e do quadro teórico adotado na investigação.

Dentre as diferentes possibilidades de apresentação dos resumos dos dados, presentes no IRaMuTeQ, foram escolhidas duas: a nuvem de palavras e a análise de similitude. A seleção ocorreu por essas apresentações permitirem análises menos centradas nos aspectos quantitativos, podendo serem realizadas, inclusive, sem o fornecimento dos valores e *scores* calculados pelo *software*. Por isso, apesar do *software* ter gerado os dados estatísticos quantitativos, esses não serão apresentados, por não serem objetos de análise na presente pesquisa.

A nuvem de palavras identifica e unifica os termos (eliminando variações de gênero, número e grau, bem como as variações de tempo verbal), os apresentando com tamanhos de fonte proporcionais a sua quantidade de ocorrência no texto, a partir da definição mínima de repetições, que, no caso da pesquisa, foi fixada em 10, ou seja, apenas termos com no mínimo 10 ocorrências foram incluídas na nuvem de palavras. Avançando na organização dos dados, a análise de similitude apresenta, em formato de teia de relações, os termos com maior ocorrência, estabelecendo graficamente as co-ocorrências e conexões entre as palavras, apresentando a estrutura esquemática do *corpus* textual. Na análise de similitude é importante observar as palavras, o tamanho da fonte dessas, a forma e a espessura das linhas que as interligam e a distância entre os termos secundários e as palavras centrais.

Por todo exposto, apesar de o estudo incluir alguns dados quantitativos, nele assume-se, predominantemente, a abordagem qualitativa. Como explicam Strauss e Corbin (2008, p. 23), a pesquisa qualitativa é adequada para análise de experiências vividas e para estudos, nos quais alguns dados podem até ser quantificados, “mas o grosso da análise é interpretativa”.

## **2.5 Caracterização dos sujeitos envolvidos na pesquisa**

A pesquisa-formação envolveu dois grupos de sujeitos. O primeiro grupo engloba os responsáveis pela oferta da formação, o que inclui o professor-pesquisador, um bolsista do projeto de extensão LAAB, que cuidou da secretaria do curso e apresentou algumas atividades desenvolvidas no GeoGebra, para formações anteriores realizadas pelo referido projeto, bem como a coordenadora do projeto LAAB que participou do início dos primeiros encontros, explicando a parceria do projeto com

o curso de pesquisa-formação. Importa destacar que o curso foi, efetivamente, ministrado pelo professor-pesquisador.

O segundo grupo engloba os 19 professores participantes da formação. Para garantir o anonimato dos professores-cursistas (Pc), conforme direito assegurado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), eles foram desidentificados e organizados de Pc1 a Pc19, sendo mencionados nessa forma ao longo do texto.

O quadro a seguir apresenta os 19 inscritos, indicando como serão apresentados no texto, quando citados, bem como a situação final no curso de formação.

Quadro 4 – Distribuição dos inscritos no curso Formação Docente em Tecnologia e Geometria, 2022.

Nº	Identificador	Sexo	Formação	Situação no curso
1	Pc1	F	Pedagogia/dança	Concluiu
2	Pc2	F	Pedagogia/Letras	Concluiu
3	Pc3	F	Pedagogia	Desistiu
4	Pc4	M	Pedagogia/Matemática	Concluiu
5	Pc5	F	Pedagogia	Desistiu
6	Pc6	F	Pedagogia/Geografia/Filosofia	Concluiu
7	Pc7	M	Pedagogia/Artes visuais	Concluiu
8	Pc8	M	Magistério/Licenciatura informática	Concluiu
9	Pc9	M	Pedagogia	Concluiu
10	Pc10	F	Pedagogia/Matemática	Concluiu
11	Pc11	F	Pedagogia/Matemática	Concluiu
12	Pc12	F	Pedagogia	Concluiu
13	Pc13	M	Pedagogia/Matemática	Concluiu
14	Pc14	F	Pedagogia	Desistiu
15	Pc15	F	Pedagogia	Desistiu
16	Pc16	F	Pedagogia	Concluiu
17	Pc17	F	Pedagogia	Concluiu
18	Pc18	F	Pedagogia	Concluiu
19	Pc19	F	Pedagogia/Letras	Concluiu

**Fonte:** Formulário de inscrição do curso

Inscreveram-se na formação e iniciaram o curso 19 professores, sendo 14 do sexo feminino e 5 do masculino. A idade média dos professores inscritos é 40 anos. O mais novo possuía 22 e o mais velho 53 anos. Quanto ao estado civil, a maioria é solteira, no total de 12 sujeitos, tendo ainda 6 docentes casados e 1 viúvo. Dos inscritos, 13 informaram possuir em média 2 a 3 filhos. Sobre a rede que atuavam, 17 professores são vinculados à rede municipal, 1 à rede estadual e 1 a uma instituição federal de ensino superior.

A maioria dos Pcs era do Estado do Pará, com 17 inscritos. Sobre a cidade onde moravam, a maioria indicou a área metropolitana de Belém, sendo 3 do município de Belém, 4 de Castanhal e 1 de Marituba. 5 cursistas eram do município de Tomé-Açu e 2 de Salinópolis. Os 2 profissionais restantes moravam em São João de Pirabas e no Município de Novo Repartimento. Além dos professores paraenses, 2 cursistas eram do Estado de São Paulo e Amapá, residindo respectivamente nos municípios de Mogi das Cruzes e Macapá. A presença de professores de outros estados ocorreu pelas inscrições serem *on-line*. Quando se verificou a sobra de vagas do curso e o interesse desses dois professores em realizar a formação, avaliou-se que a presença deles não acarretaria problemas para análise dos dados, sendo deferida sua inscrição.

Vale destacar que, no planejamento inicial da pesquisa, esperava-se compor uma turma somente com professores da SEMED do Município de Castanhal. Entretanto, devido as dificuldades de liberação de carga horária desses docentes, bem como da impossibilidade do professor-formador em realizar o curso nos dias letivos, essa estratégia não foi viável. Para viabilizar o estudo, foi necessário permitir a inscrição de professores de outros municípios.

Dos 19 Pcs todos possuíam alguma licenciatura, sendo que 18 eram formados em pedagogia. Entre os professores pedagogos, 2 informaram ter concluído especialização (1 em ensino de matemática e outro em letramento e alfabetização), 8 tinham duas graduações, sendo que 4 indicaram ter concluído pedagogia e matemática, outros 2 pedagogia e letras e 2 cursistas concluíram pedagogia e artes. Além disso, 1 cursista indicou possuir três licenciaturas: filosofia, pedagogia e geografia. O único cursista que não possuía o curso de pedagogia, pôde participar da formação por contemplar a exigência de ser PEMAI, pois atuava na rede municipal com o antigo curso de magistério nível médio.

Como apresentado no quadro 2, dos 19 Pcs que iniciaram a formação, 4 desistiram durante o percurso, alegando sobrecarga de trabalho e a sobreposição de compromissos aos sábados. A narrativa e análise dos 8 encontros são apresentadas na seção 3.

## 2.6 Sobre o produto educacional

O produto educacional “Curso de Formação de professores dos anos iniciais: Geometria com o GeoGebra”, se constitui em um curso introdutório sobre atividades geométricas com o uso do GeoGebra, tendo como público alvo professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A obra apresenta tanto as ferramentas e comandos do software, quanto sugestões de atividades didáticas para a utilização e integração do software de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com destaque as habilidades de 3º ao 5º ano, em uma abordagem lúdica, interativa e dinâmica.

O curso é composto por dois elementos: um e-book e um canal de vídeos. O *e-book*, disponibilizado no formato PDF, é interativo, apresentando atividades com *links* para o aprofundamento dos conteúdos matemáticos e para acesso às videoaulas do curso. O canal de vídeos está hospedado na plataforma YouTube. O *link* para o acesso ao *e-book* e ao canal no YouTube encontram-se no apêndice D.

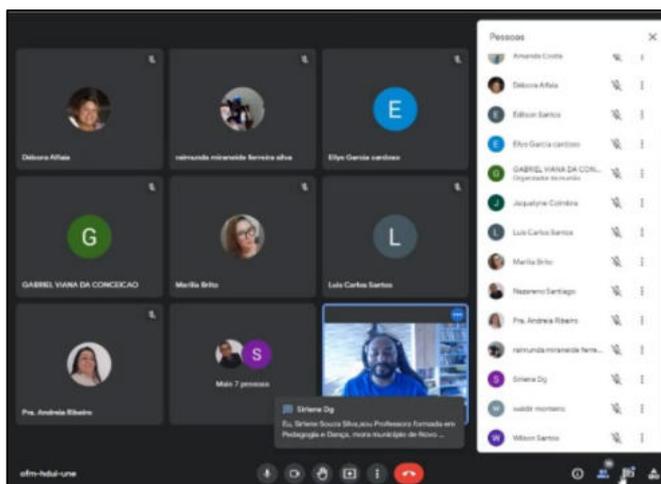
Importa destacar que apesar do curso nascer de uma formação anterior, esse não representa uma reprodução daquelas atividades. O curso proposto parte dos saberes e das sequências didáticas realizadas anteriormente para propor uma nova experiência de formação continuada de professores. Espera-se que o curso estimule e encoraje os professores dos anos iniciais a pensar/fazer um ensino de geometria que articule o letramento matemático ao digital, em prol de uma educação matemática crítica, democrática e comprometida com as urgências sociais.

### SEÇÃO 3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA COM O SOFTWARE GEOGEBRA: RELATOS DOS ENCONTROS FORMATIVOS ON-LINE

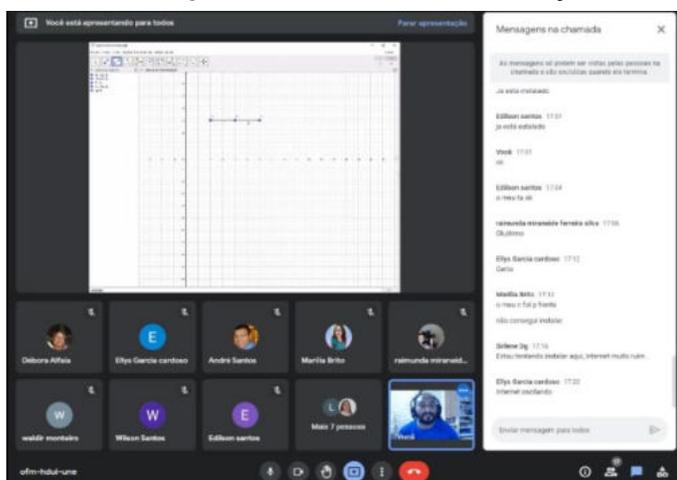
Nesta seção, apresenta-se a descrição dos encontros formativos realizados no período de 05 de março a 30 de abril de 2022. O objetivo é aproximar o leitor das experiências vivenciadas pelos professores-cursistas e pelo professor-pesquisador, valorizando o caráter narrativo da pesquisa. A partir desses encontros foi possível coletar diferentes dados, quantitativos e qualitativos, que serão apresentados e analisados na próxima seção.

#### 3.1 Encontro 1: Apresentações, fundamentação teórica e instalação do software GeoGebra

**Figura 5** – Interface *Google Meet*. 1º encontro de formação, dia 05/03, manhã.



**Figura 6** – Interface *Google Meet*. 1º encontro de formação, dia 05/03, tarde.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

O primeiro encontro ocorreu no dia 05/03/2022, em dois turnos, manhã e tarde. As atividades síncronas foram iniciadas às 09h12min. A aula começou com a apresentação da equipe responsável pela formação, composta pelo professor-pesquisador, um monitor e a coordenadora do projeto de extensão em “Ludicidade, interculturalidade e educação”, do Campus de Castanhal/UFPA. Durante a apresentação, enfatizou-se, novamente, a natureza do curso, como uma pesquisa formação. Esclareceu-se que a formação pedagógica, iria basear-se em uma relação entre iguais, pois todos (professor-formador e professores-cursistas) eram educadores pedagogos, atuantes nos anos iniciais do ensino fundamental.

No segundo momento, foi pedido aos cursistas que se apresentassem de forma voluntária. Nem todos se apresentaram, pois aparentemente, alguns estavam tímidos. Os que se apresentaram, de modo geral, tinham mais de uma formação (a maioria em pedagogia e matemática), parecendo que estavam mais à vontade. Dois, escreveram sua apresentação no chat, alegando que estavam em um ambiente aberto ou em trânsito.

Os professores-cursistas que se apresentaram destacaram alguns motivos que os levaram a se inscrever na formação, em especial exigências do ensino remoto, conforme o fragmento transcrito a seguir:

fizemos nossa inscrição com interesse ao conhecimento, pois nesse período de pandemia com os trabalhos remotos necessitamos buscar muitas informações e realizar pesquisas. Acredito que esse curso vem nos ajudar ainda mais a fazer com que os nossos trabalhos e nossas atividades em sala de aula venham a fluir e assim ajudar os nossos alunos a conhecer a matemática de forma diferenciada, até mesmo para nós professores que precisamos estar sempre aprimorando nossos conhecimentos. Creio que será muito importante (Pc5, diário de campo, 2022).

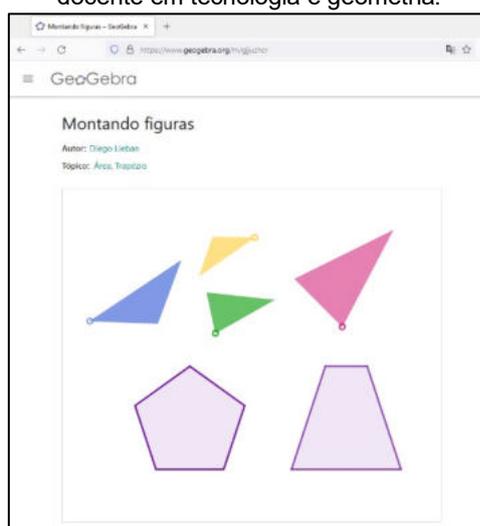
No 3º momento, após as apresentações, foi disponibilizado aos cursistas um questionário voltado a caracterizar o perfil, formação tecnológica, formação matemática e os recursos utilizados no ensino de geometria nos anos iniciais. Após o intervalo, as atividades foram retomadas com a apresentação de aspectos teóricos importantes ao curso. Com o apoio de *slides*, a apresentação iniciou com questionamentos sobre a origem da geometria e a sua delimitação ao mundo grego e à Euclides. Apresentou-se uma perspectiva sociológica de Paulus Gerdes (2012), para o qual a geometria nasceu da transformação da natureza pelo trabalho humano,

em um duplo movimento: observar e operar sobre a realidade, compreender e transformar.

Ainda no aspecto teórico enfatizou-se, a necessidade do ensino de geometria nos anos iniciais, a partir do desenvolvimento de atividades voltadas á observação ativa, abstração e conhecimento da linguagem geométrica, pois segundo Villiers (2010), apoiando-se em Van-Hiele (1957), aprender as nomenclaturas da área de geometria não significa apenas aprender palavras novas, mas formas de compreender e falar sobre a realidade.

Durante a apresentação, foi abordado o ensino de geometria de acordo com a BNCC, dando destaque as habilidades que seriam trabalhadas no curso. Por fim, articulou-se essas exigências ao modelo de conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo (TPAK) e a oferta de uma educação ativa mediada por tecnologias. Ao final da manhã os cursistas realizaram atividades lúdicas de manipulação de figuras planas (quebra-cabeças) disponibilizadas na comunidade on-line de materiais do GeoGebra. Conforme manifestação dos cursistas, no *chat*, observou-se que eles gostaram das atividades propostas e estavam ansiosos para conseguir produzir recursos similares aos apresentados. Seguem imagens das atividades:

**Figura 7** – GeoGebra on-line. Atividade de montar figuras planas. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Material didático da comunidade GeoGebra on-line<sup>11</sup>.

<sup>11</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/gjjuzhcr>. Acesso em: 02/03/2022.

**Figura 8** – GeoGebra on-line. Atividade de encaixe de figuras planas poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Material didático da comunidade GeoGebra on-line<sup>12</sup>.

As atividades realizadas no período da tarde foram retomadas às 16h. Nesse momento, realizou-se a apresentação do *software* GeoGebra aos cursistas, enfatizando alguns aspectos históricos, pedagógicos e técnicos do programa. Em seguida, foi apresentado o site do *software*. No site, os cursistas puderam visualizar o ambiente como um todo, acessar os materiais desenvolvidos pelos membros da comunidade do *software* e baixar a versão de instalação para o computador no sistema operacional *Windows*.

Apesar de apresentarem algumas dificuldades durante a instalação do *software*, a maioria dos cursistas conseguiu realizar essa tarefa com o apoio do professor-pesquisador. Após a instalação, apresentou-se o ambiente do *software* GeoGebra e algumas funcionalidades e comandos envolvendo pontos, segmentos de retas e desenho de polígonos. Nessa etapa, os participantes que conseguiram baixar e instalar o programa no computador, tentaram produzir uma das figuras poligonais propostas como atividade de exploração do GeoGebra.

O docente Pc4 compartilhou a sua tela e realizou a atividade com o apoio do professor-pesquisador e torcida dos demais cursistas. Esse apresentou dificuldades de manuseio do mouse do seu computador para arrastar o cursor, clicar e fechar o

<sup>12</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/BnwQGzUt>. Acesso em: 02/03/2022.

polígono. Foram três tentativas, mas conseguiu produzir um pentágono irregular. Tanto ele, quanto os demais cursistas ficaram entusiasmados com a produção realizada.

Para finalizar o primeiro encontro, foi apresentado, pelo monitor e pelo professor-formador algumas atividades elaboradas no GeoGebra. Os participantes expressaram expectativa em aprender a elaborar os recursos, mas também se mostraram inseguros se conseguiriam manipular o programa e lembrar da quantidade de comandos e ferramentas do software.

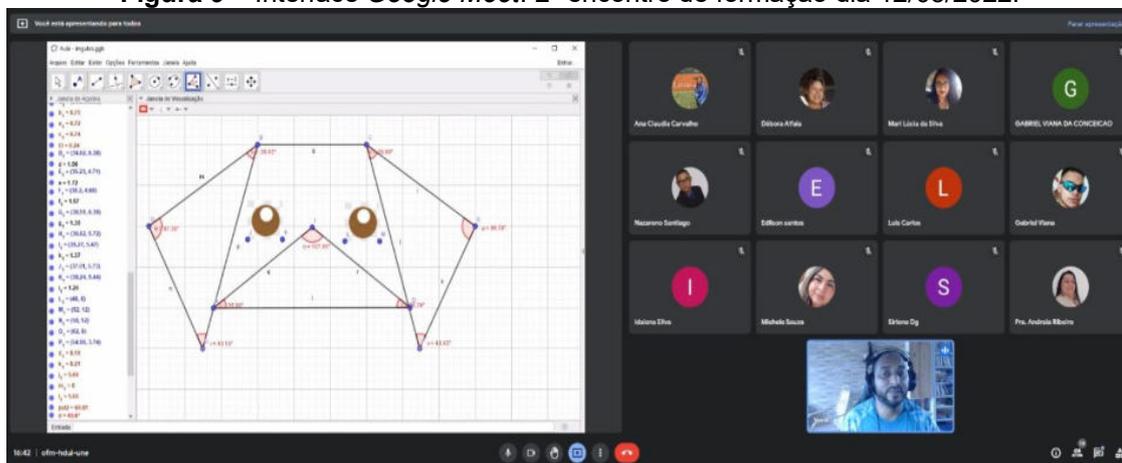
Observando o desempenho dos cursistas durante o primeiro dia de formação, percebeu-se que estes apresentaram dificuldades durante a instalação do software. Essa situação provocou reflexões sobre as dificuldades de um curso a distância ofertado para um público com baixo letramento digital.

Contudo, apesar das dificuldades, os cursistas apresentavam vontade e alegria em aprender, como ficou visível quando Pc4 não desistiu de concluir o polígono no GeoGebra e foi apoiaram pelos demais cursistas, com palavras de apoio no *chat*.

Por fim, a análise do primeiro dia da formação e do primeiro questionário aplicado, evidenciou a necessidade de adaptação na dinâmica metodológica do curso, buscando a introdução de atividades mais lúdicas que permitissem maior envolvimento dos cursistas para diminuir a sensação de isolamento e de distanciamento, bem como ampliar a participação ativa deles. Assim, decidiu-se pela realização de atividades manipulativas concretas que pudessem diminuir as inseguranças com as tecnologias apresentadas e despertar o interesse dos professores sobre o tema da aula, bem como permitissem migrar da manipulação de objetos concretos para a manipulação visual no GeoGebra.

### 3.2 Encontro 2: Noções básicas de geometria plana e o plano cartesiano

**Figura 9** – Interface *Google Meet*. 2º encontro de formação dia 12/03/2022.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

O segundo encontro ocorreu no dia 12/03/2022, sendo novamente realizado em dois turnos, manhã e tarde. A aula começou com a apresentação de novos professores-cursistas que iniciaram a formação nesse dia. Nas suas apresentações eles enfatizaram o interesse pelo curso em virtude de suas dificuldades formativas com os conteúdos matemáticos dos anos iniciais, como evidencia o excerto a seguir:

Navegando no Face-book, acabei vendo o curso e me interessando justamente porque considero que temos uma deficiência no estudo da matemática. Nesse ano, estou com o terceiro ano do fundamental I e temos dificuldade para passar a matemática que desperte o interesse do aluno, então, tudo o que é relacionado à matemática e uma forma mais dinâmica de passar (Pc19, diário de campo, 2022).

Na sequência, foram questionados sobre a atividade assíncrona deixada como “tarefa para casa”. Apenas dois cursistas realizaram a tarefa que consistia na elaboração de polígonos no GeoGebra.

Posteriormente, a turma foi liberada por 20min para responder ao 2º instrumento de coleta de dados, o questionário de autopercepção de competência para ensinar conteúdos geométricos nos anos iniciais. Com o retorno da turma, iniciou-se a apresentação do primeiro subtema da aula, ponto e retas (paralelismo e perpendicularismo).

Os cursistas foram indagados sobre suas experiências didáticas envolvendo o referido assunto. Nenhum cursista se pronunciou, mesmo com incentivo de que

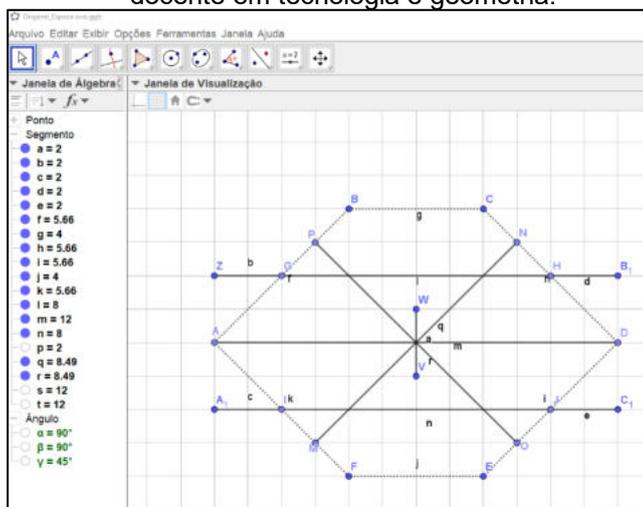
nenhuma experiência seria alvo de críticas. Sem a participação dos professores-cursistas, foi necessário avançar para o próximo momento da aula, com a apresentação de vídeos para a revisão dos conceitos geométricos sobre ponto, reta e plano. O *link* dos vídeos está disponível nos planos de aula (Apêndice C). Após a apresentação dos vídeos, alguns professores-cursistas comentaram sobre suas experiências com o tema, demonstrando que estavam inseguros, antes dos vídeos, sobre terem trabalhado os conteúdos em questão. Os relatos de experiências evidenciaram que nem sempre os docentes-cursistas articulavam os assuntos matemáticos estudados com a geometria, como percebe-se na narrativa:

Então falando assim, me veio à cabeça uma atividade que fiz essa semana com meus alunos de terceiro ano, não era específico de geometria, mas estava ligado, era reta numérica. Iniciamos a dinâmica com um ponto e esses pontos eram os alunos que estavam com uma etiquetinha marcando os números dessa reta numérica, desenhamos com barbante o início da semirreta e iniciando com o zero. Demos uma setinha indicando que aquela reta permanece que ela não termina ali, mas o trecho que íamos estudar era do zero até cinquenta. Fazíamos movimentações com esses pontos para verificar quem estava entre o cinquenta e quarenta e sete, vamos perceber esses pontos e escondíamos os números para que eles percebessem que os alunos eram o ponto de partida de reflexão onde estava o número. Ao ouvir os relatos percebi que a reta numérica também é uma forma geométrica e estávamos trabalhando sem sistematizar e sem conceituar para as crianças a fim de iniciar esse processo, achei muito bacana (Pc16, diário de campo, 2022).

Após as intervenções realizou-se uma atividade manipulativa com folha de papel A4. Cada aluno possuía uma folha de papel, pois foram avisados com antecedência, no grupo de WhatsApp, que precisariam providenciar esse material. A partir da folha de papel foram orientados a produzir o origami “espoça ovo”. A dobradura foi realizada em tempo real, transmitida via webcam, e reproduzida pelos professores-cursistas.

Após a dobradura, a folha foi aberta e iniciou-se o estudo das retas presentes no diagrama formado pelos vincos do papel. Com o apoio de régua e lápis, os professores foram cobrindo e destacando as retas paralelas, perpendiculares e concorrentes. A seguir realizou-se a elaboração do diagrama “espoça ovo” no GeoGebra, com apresentação e exploração das ferramentas ponto e segmento de retas, obtendo-se a imagem a seguir:

**Figura 10** – GeoGebra. Estudo de retas do origami “espoca ovo”. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

Os cursistas avaliaram positivamente a interação entre dois tipos de atividades manipulativas diferentes, no papel e no *software*. Nesse sentido, os cursistas começaram a compreender as possibilidades de uso dessa tecnologia digital aliada a práticas lúdicas já conhecidas por eles como as dobraduras. Esse primeiro subtópico finalizou com a apresentação de recursos disponíveis na comunidade do GeoGebra *on-line*, sobre os tipos de retas<sup>13</sup>.

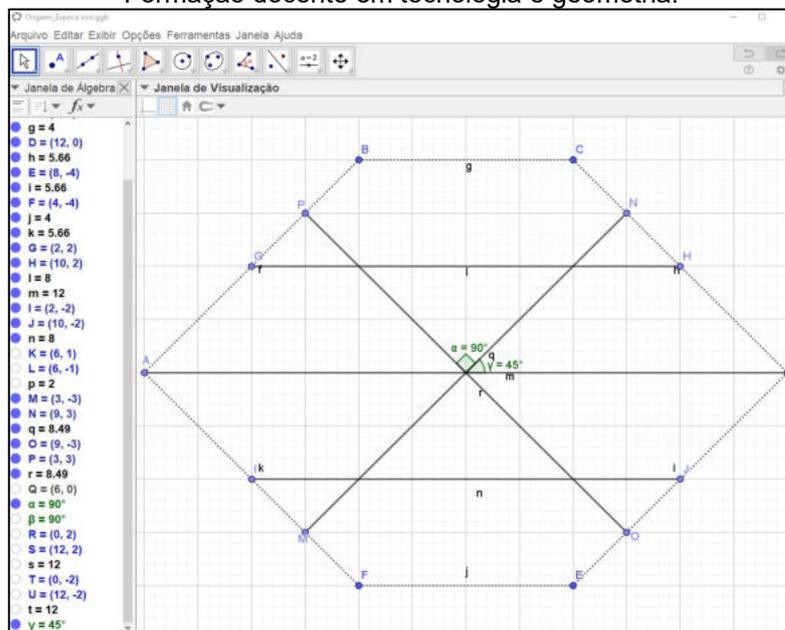
O segundo subtópico dessa aula foi sobre tipos de ângulos. O conteúdo foi revisado com a apresentação de dois vídeos do *YouTube* sobre o assunto (link dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Após a exibição dos vídeos, perguntou-se aos professores cursistas sobre suas experiências didáticas no ensino de ângulos nos anos iniciais. As experiências destacaram a relação do ensino de ângulos, por meio da elaboração e exploração de desenhos e objetos do dia a dia das crianças, como exemplifica o relato:

Pedimos para os alunos fazerem o desenho de uma casinha com as régua e com as linhas retas vamos observando esses fechamentos. Como eu disse, nunca começamos pelo nome conceituado exato, vamos construindo esse conceito. Eles fazem o telhado, com triângulos, com trapézio e vamos vendo as possibilidades dos cantinhos, esse cantinho qual é a abertura dele é maior ou menor, igual, é reto. Dessa forma, vamos construindo, elaborando e partindo para os ângulos pegando objetos do dia a dia, como cadeira, compasso, o relógio. “As setas dos relógios elas lembram algum desses ângulos que vimos?” (Pc16, diário de Campo, 2022).

<sup>13</sup> Estudo das retas. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/QtyMznuSz>. Acesso em: 10/03/2022.

Como atividade manipulativa desse segundo momento, realizou-se a dobradura do origami “avião de papel”. Novamente a dobradura foi realizada em tempo real, aguardando a realização de cada etapa pelos cursistas, que confirmavam a conclusão dos passos da dobradura no *chat*, enviando “ok”. Após a finalização dessa 2ª dobradura, foi solicitado que desenhasssem o diagrama do “avião de papel” no GeoGebra, inserindo pelo menos quatro ângulos, sendo deixada essa atividade como “tarefa para casa”. Para apresentação e exploração da ferramenta ângulo no software GeoGebra, voltou-se novamente para o diagrama do “espoça ovo”, inserindo-se alguns ângulos, obtendo-se a seguinte imagem:

**Figura 11** – GeoGebra. Estudo dos ângulos no origami “espoça ovo”.  
Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Nos últimos momentos da aula da manhã, Pc19 perguntou sobre a possibilidade de se trabalhar no GeoGebra os origamis que ela havia produzido com os seus alunos na semana anterior. No grupo de WhatsApp a professora compartilhou as imagens dos origamis que gostaria de desenhar no GeoGebra. Seguem as imagens enviadas pela referida cursista:

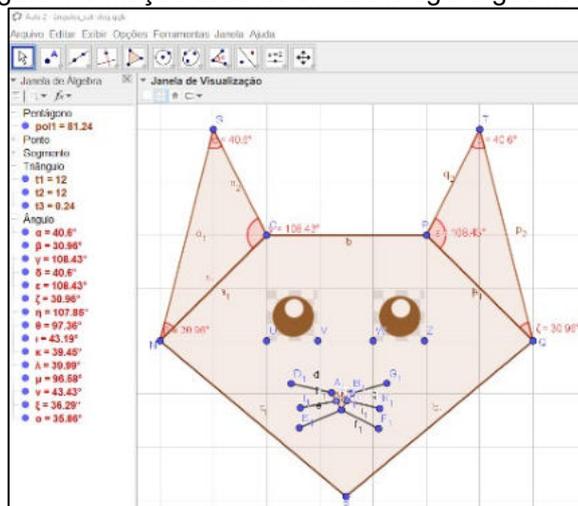
Figura 12 – Dobradura do gato e do cachorro enviado por Pc19.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

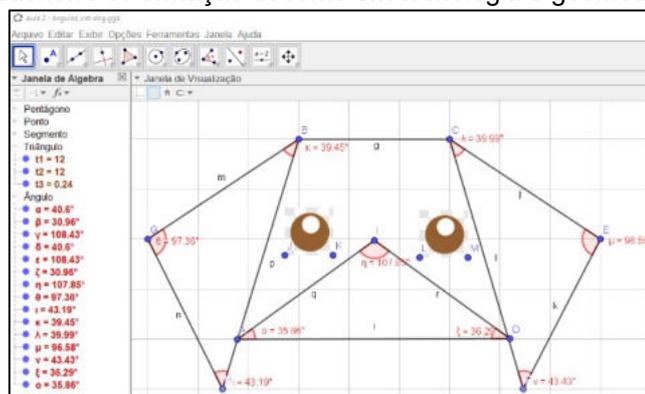
Buscando incentivar a participação dos professores-cursistas e o interesse pelo *software*, optou-se por continuar a exploração da ferramenta ângulo, utilizando, no período da tarde, os dois origamis enviados no grupo de WhatsApp. Desse modo, a partir das 16h, iniciou-se o segundo momento da aula do dia 12/03/2022, apresentando os origamis do “gato” e “cachorro” desenhados no GeoGebra, para continuação do estudo de ângulos, sendo ainda explorados as ferramentas segmento de reta, polígonos e inserir imagem. A imagem final desse processo é apresentada a seguir:

Figura 13 – GeoGebra. Estudo de ângulos na dobradura do gato. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

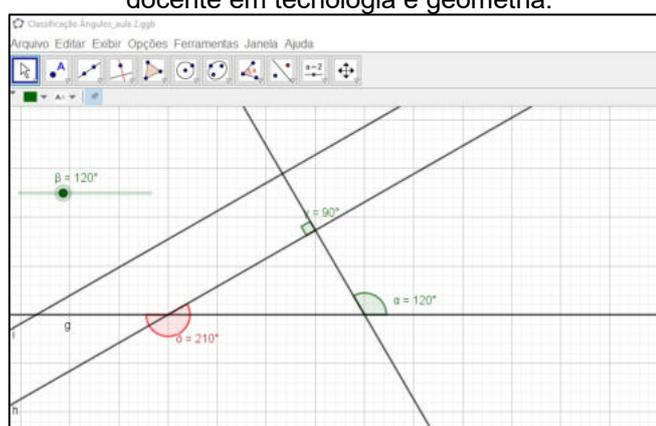
**Figura 14** – GeoGebra. Estudo de ângulos na dobradura do “cachorro”. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Ainda, dentro dessa temática, apresentou-se o recurso disponível na comunidade GeoGebra, denominado classificador de ângulos<sup>14</sup>. Na sequência, retomando o assunto do encontro da manhã sobre ponto e reta, o aluno-monitor do curso, demonstrou, utilizando as ferramentas “ponto” e “rastro” do GeoGebra, como a repetição contínua de infinitos pontos formam uma reta, bem como retomou alguns aspectos da relação entre retas e ângulos a partir das ferramentas “reta”, “ângulo” e “controle deslizante”, evidenciando a relação entre mudanças de posição de retas e de ângulos. Segue imagem dessa demonstração:

**Figura 15** – GeoGebra. Estudo de retas e ângulos. Formação docente em tecnologia e geometria.



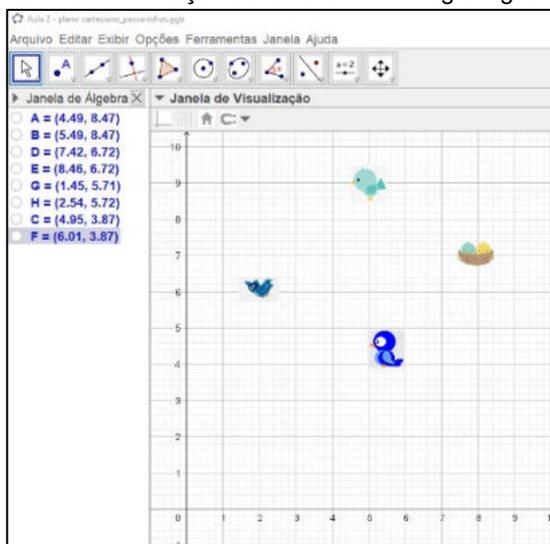
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

O recurso apresentado na figura 15 demonstra que alterações na posição das retas ocasiona mudanças nos ângulos internos e externos.

<sup>14</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/RZNduSbz>.

O terceiro e último subtópico dessa aula versou sobre o plano cartesiano e suas coordenadas, envolvendo deslocamento e localização de pessoas e de objetos. Novamente a revisão do conteúdo foi realizada pela apresentação de dois vídeos (link dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Na sequência, foram realizadas observações sobre as malhas presentes no GeoGebra (principal, isométrica, polar e malhas principais e secundárias), bem como os quadrantes do plano cartesiano. Realizou-se a inserção de imagens para a atividade de localização e coordenadas, conforme imagem a seguir.

**Figura 16** – GeoGebra. Atividade de localização no plano cartesiano. “Passarinhos”. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

Para essa aula sobre coordenadas cartesianas, estavam planejadas duas atividades. Entretanto, devido à antecipação do horário de encerramento do encontro da tarde, a segunda atividade denominada “cadeiras do cinema”, foi deixada para o momento de revisão a ser realizado no início do terceiro encontro.

O segundo encontro permitiu conhecer alguns professores-cursistas que não haviam participado do primeiro encontro. Similar aos depoimentos anteriores, os deles justificaram o interesse pelo curso em virtude de suas dificuldades formativas com os conteúdos matemáticos dos anos iniciais, bem como pelas demandas tecnológicas do período de ensino remoto. Observou-se ainda em seus depoimentos o interesse pela busca autônoma de formação continuada na área de tecnologia e matemática.

Sobre as dificuldades com os conteúdos matemáticos, destacou-se nesse encontro a ênfase sobre o desafio de ministrar esses conteúdos, do 3º ao 5º ano, de forma mais interessante, lúdica, contextualizada e criativa.

O segundo encontro serviu para testar e avaliar as mudanças metodológicas do curso. A articulação entre atividades manipulativas concretas, no caso as dobraduras, e as tarefas realizadas no software, foram bem recebidas pelos professores, atendendo seus anseios por atividades matemáticas mais lúdicas e próximas do cotidiano tecnológico dos alunos.

Durante o desenvolvimento das atividades, os professores-cursistas perceberam que nem sempre tratavam os conteúdos geométricos como transversais à área de matemática e à outras áreas do saber, como geografia. Nesse sentido, importa destacar o movimento de autorreflexão da própria prática realizada por esses professores.

Especificamente, sobre os conteúdos geométricos abordados nesse encontro (reta, ponto, ângulos e plano cartesiano), os cursistas destacaram suas experiências com a temática, enfatizando a articulação desses conteúdos ao dia a dia dos alunos e a exploração por meio de atividades que permitam maior envolvimento dos educandos como desenhos, montagem e dobraduras.

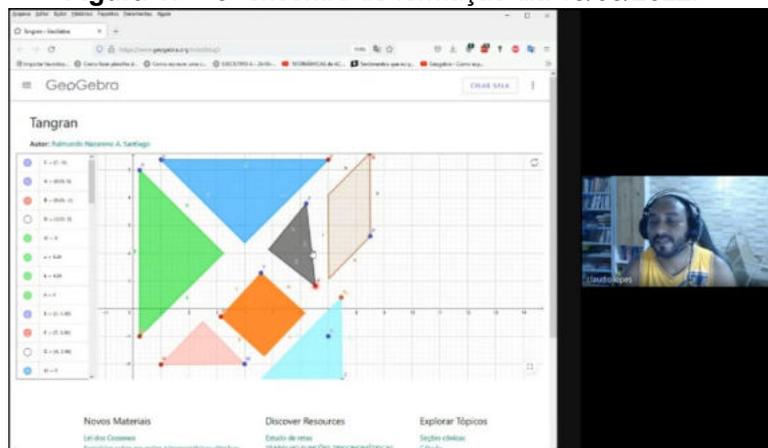
No que se refere a dobradura, essa técnica não se constituiu em uma novidade para os cursistas, pois a maioria realizou algum tipo de atividade envolvendo variações de origamis, tanto que uma das professoras enviou, no grupo de *WhatsApp* duas dobraduras que desenvolveu com seus alunos durante a semana, para uma atividade em Língua Portuguesa. Contudo, observou-se que nem sempre a dobradura era explorada para conteúdos matemáticos, o que colaborou para o interesse dos professores.

Além disso, a exploração das dobraduras no GeoGebra, despertou grande interesse dos docentes, pois utilizou-se no software, uma representação retirada do cotidiano lúdico dos alunos e das atividades de elaboração de brinquedos de papel realizadas em sala aula.

A avaliação desse segundo encontro, juntamente com a análise dos resultados do 2º questionário, serviu para replanejar o tempo e a ênfase a ser dada aos conteúdos do curso nos próximos encontros, priorizando os assuntos que eles indicassem ter mais dúvidas.

### 3.3 Encontro 3: Figuras poligonais planas

**Figura 17** – 3º encontro de formação dia 19/03/2022.

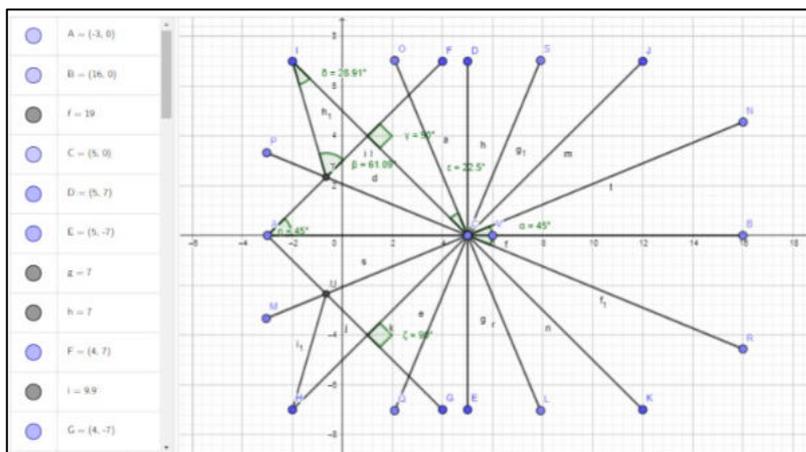


**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

O terceiro encontro ocorreu no dia 19/03/2022, nos turnos manhã e tarde. Importa destacar que a partir dessa data, as aulas passaram a ser gravadas pelo *Google Meet*, por meio de uma conta particular no *Google Workspace*, contratada pelo professor-pesquisador, em virtude de problemas técnicos do outro software de gravação instalado no computador.

A referida aula iniciou com a apresentação da “tarefa para casa” que solicitava a elaboração do esquema do “avião de papel” no GeoGebra. Somente dois alunos realizaram por completo a atividade. Segue imagem de um dos trabalhos recebidos.

**Figura 18** – GeoGebra. Diagrama da dobradura “avião”. Tarefa para casa enviada por Pc8. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

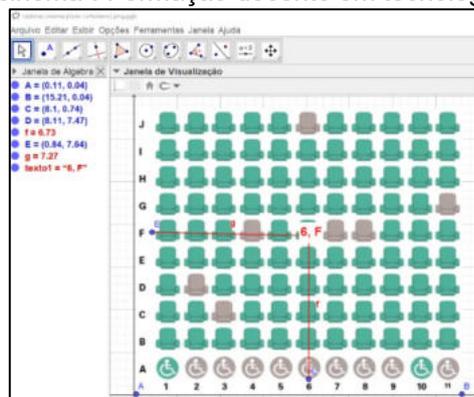
Pc11, que também enviou a tarefa para casa, relatou a experiência com a atividade realizada no GeoGebra, evidenciando a utilização dos comandos estudados na aula anterior, bem como a exploração de outras ferramentas, percebendo novas possibilidades de resolução no *software*. Segue o seu depoimento:

Na verdade, eu fiz, mas acho possível você me explicar depois qual seria o melhor caminho, porque fui fazendo pelo segmento de retas, pois não achei outra possibilidade, visto que quando estamos iniciando no aplicativo a gente realmente não sabe ainda os atalhos. (...) como eu estava dizendo a folha é um retângulo e devem aparecer as laterais e acabei não colocando no trabalho e acredito que está faltando, então, depois vocês comentam o que está faltando. Para fazer as divisórias eu fui naquela ferramenta que é a bisettriz que divide o ângulo ao meio, por exemplo, se tenho um ângulo de  $90^\circ$  e quero dividir no meio para ficarem dois ângulos de  $45^\circ$ , você tem uma ferramenta, que me parece ser a bisettriz. Usei essa ferramenta e não sei se era possível fazer sem usá-la. Como já havíamos visto na outra dinâmica “espoca ovo”, eu segui mais ou menos a mesma ideia para fazer esse. Fui olhando as divisórias, os ângulos e foi pedido o ângulo do bico e verifiquei que esse ângulo dava  $45^\circ$ , você vai dobrando e dobrando e dá  $45^\circ$ , se não estou enganado. Agora você comenta o que está faltando e sei que está faltando alguma coisa. Foi apenas uma tentativa que fiz e resolvi postar (Pc11, diário de campo, 2022).

Os professores-cursistas, que não conseguiram realizar a atividade no prazo, alegaram diferentes motivos, como o de não terem conseguido ainda instalar o *software*. Outros destacaram a falta de tempo durante a semana, pois trabalhavam em dois turnos. Foi combinado com estes a possibilidade de entrega posterior dessa atividade.

A seguir, houve a revisão da aula anterior, com destaque para o assunto plano cartesiano, sendo realizada a atividade “cadeiras do cinema”, que consistia em descobrir a localização de poltronas por meio de perguntas que só admitiam as respostas “sim” e “não”. Há dois jogadores nessa atividade, um que seleciona a cadeira mentalmente e outro que tentará descobrir o acento selecionado. Por exemplo, o jogador pergunta, a cadeira está entre as fileiras de 1 a 5? O que escolheu a cadeira deve responder “sim” ou “não”. Novas perguntas são realizadas até que o jogar desafiado diga qual a cadeira escolhida pelo outro jogador. Durante a realização dessa atividade os docentes-cursistas foram participando no *chat* e conseguiram descobrir a cadeira, depois da terceira pergunta. Alguns cursistas assemelharam a atividade ao jogo batalha naval e acharam interessante esse tipo de atividade para estudo do plano cartesiano. Segue imagem da tela da atividade:

**Figura 19** – GeoGebra. Atividade de localização no plano cartesiano. “Cadeiras de cinema”. Formação docente em tecnologia e geometria.



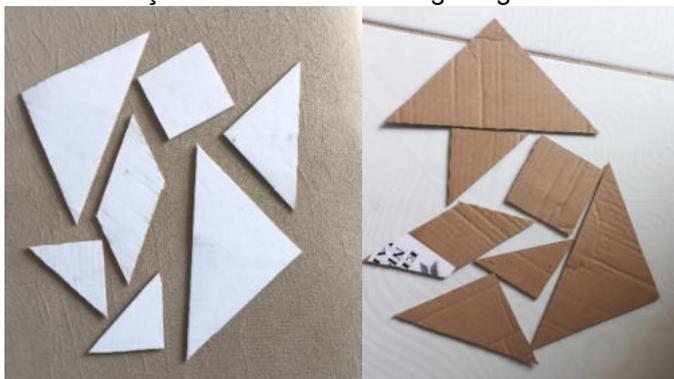
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Finalizada a revisão, passou-se ao tema da aula, figuras poligonais planas. Para a revisão dos principais conceitos, foram apresentados três vídeos do *YouTube* (*link* dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Na sequência, solicitou-se que os professores-cursistas comentassem sobre suas experiências com esse conteúdo de geometria. Nesse momento, vários deles se manifestaram, evidenciando proximidade com a temática. Foram compartilhadas atividades envolvendo canudinhos, dobraduras, jujuba, palito de churrasco etc. Como observa-se nos comentários abaixo:

Estudamos as formas geométricas a partir dos objetos que eles levavam para sala de aula. A criança quando pega no objeto, ela observa melhor do que só ficar olhando para o livro. Eu utilizei o livro, o material reciclado e ao mesmo tempo eles fizeram trabalho de dobraduras que também é outra parte que facilita o desenvolvimento da aprendizagem de cada um (Pc11, diário de campo, 2022).

Após as intervenções, apresentou-se mais dois vídeos, sobre quadriláteros e triângulos (*link* dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Na sequência, passou-se à atividade manipulativa com folha de papel A4, cartolinas coloridas e/ou papelão. Os professores-cursistas foram previamente informados, no grupo de *WhatsApp*, para providenciarem esses materiais. A partir da folha de A4, por meio de dobraduras e recortes, produziram um molde de tangram, que foi transferido ou colado para um papel mais resistente, conforme as imagens dos tangrans produzidos por Pc4 e Pc16.

Figura 20 – Peças de tangram produzidas por cursistas da Formação docente em tecnologia e geometria.



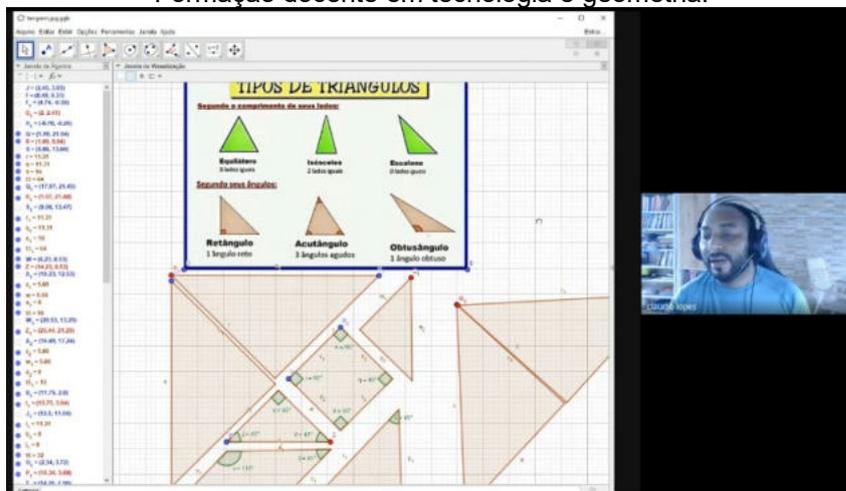
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Após a elaboração do tangram, os professores-cursistas foram desafiados a montar outras formas geométricas planas utilizando as peças confeccionadas. Por exemplo, solicitou-se que elaborassem um paralelogramo e, na sequência, um trapézio utilizando somente duas peças do tangram. Eles avaliaram positivamente a atividade e Pc4 (formado em pedagogia e matemática) comentou que não sabia utilizar o tangram, conforme relatou:

Achei muito interessante, muito legal mesmo, inclusive, sempre quis trabalhar com tangram, mas não tinha a ideia de como fazer, porque eu sei que existem muitas possibilidades de formar não só as figuras planas como também a de animais, por exemplo. Eu não pesquisei, porém agora está aguçando minha vontade de aprender um pouco mais sobre para poder levar até as crianças, pois deve ser bem instigante para elas (Pc4, diário de campo, 2022).

A manipulação com o tangram seguiu do papel para o GeoGebra, a partir da elaboração desse quebra-cabeça no GeoGebra. Para a elaboração do tangram utilizou-se as ferramentas polígono rígido, ângulos e os comandos de seleção, copiar, colar e mover figuras. Nesse tangram digital, passou-se à discussão sobre as características dos quadriláteros e dos triângulos a partir dos seus ângulos internos, conforme ilustra a imagem a seguir:

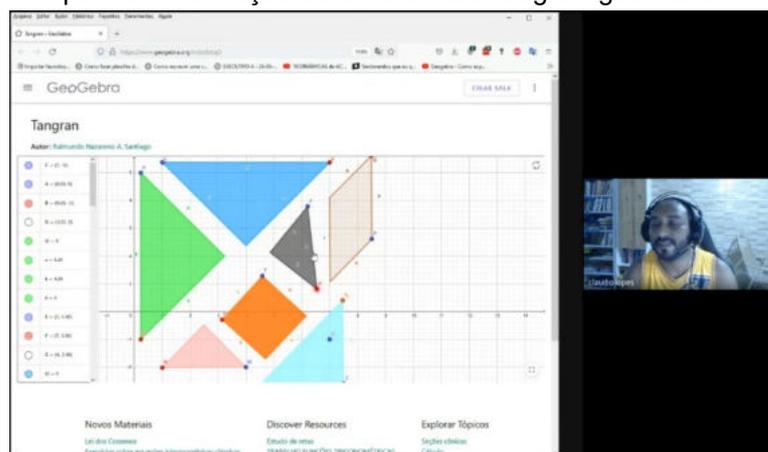
**Figura 21** – GeoGebra. Estudo de triângulos e quadriláteros. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

O segundo momento da aula desse mesmo dia iniciou às 16h. Um dos cursistas produziu e socializou, no grupo de *WhatsApp* do curso, o tangram elaborado no GeoGebra *on-line*. Para motivar a turma e destacar a aprendizagem e autonomia dos professores-cursistas na livre exploração do *software*, essa produção foi apresentada e compartilhada na sala de aula virtual.

**Figura 22** – GeoGebra on-line. Apresentação do tangram elaborado por Pc4. Formação docente em tecnologia e geometria.



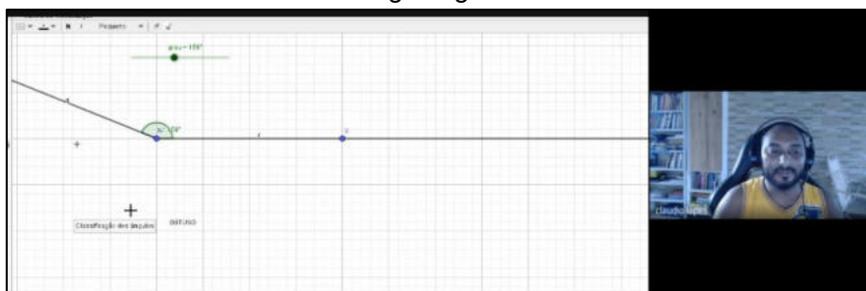
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

O aluno-monitor, realizou a demonstração de algumas afirmativas sobre figuras poligonais planas no GeoGebra, utilizando as ferramentas controle deslizante, polígonos, retas e ângulos. As afirmativas trabalhadas foram:

- Todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado;
- Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado;
- Todo paralelogramo é um quadrilátero, mas nem todo quadrilátero é um paralelogramo.

Após esse momento, passou-se a elaboração de um recurso no GeoGebra utilizando a ferramenta “controle deslizante”. Realizou-se um passo a passo com os professores-cursistas para o desenvolvimento de um classificador de ângulos com inserção de legendas dinâmicas, que se modificam conforme se altera o grau dos ângulos no controle deslizante. Nessa atividade foram exploradas vários comandos, ferramentas e propriedades como, “semirreta”, “ângulos”, “texto” e suas propriedades, “controle deslizante” e propriedades, “círculo dados centro e um de seus pontos”, entre outros. Segue imagem dessa produção:

**Figura 23** – GeoGebra. Ângulos e suas classificações. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

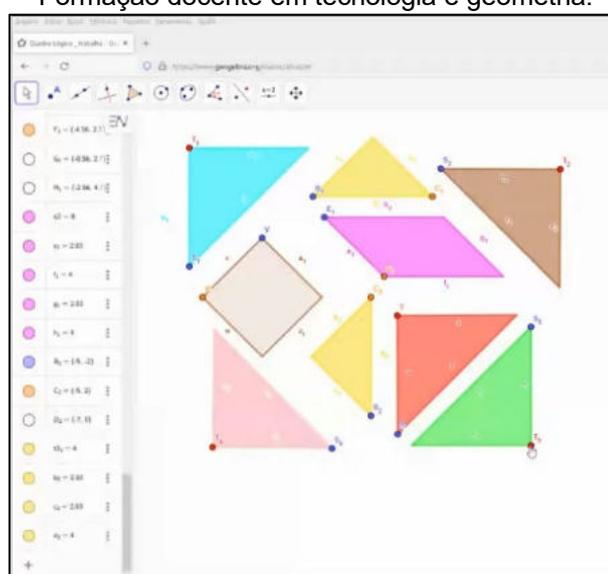
Apesar das dificuldades, a maioria conseguiu acompanhar e construir seu classificador de ângulos, escrevendo interjeição como “oba”, “viva”, “funciona!” no *chat*. Para finalizar o encontro desse dia, foi solicitado aos docentes-cursistas, como “tarefa para casa”, que elaborassem no GeoGebra o quadrado geométrico ou o tangram, utilizando as ferramentas trabalhadas durante a aula.

### 3.4 Encontro 4: Transformações no plano (ampliação e redução de figuras poligonais)

A partir do 4º encontro, as aulas passaram acontecer apenas no turno da manhã, atendendo à solicitação dos cursistas que não estavam conseguindo realizar as tarefas assíncronas durante a semana, em virtude das demandas da docência. Muitos cursistas estavam com as “tarefa para casa” atrasadas e alguns precisavam assistir às videoaulas gravadas, necessitando de mais tempo aos finais de semana. A solicitação foi atendida para evitar evasão e permitir àqueles com pendências de atividades, a utilização do turno da tarde para a realização das tarefas.

O quarto encontro ocorreu no dia 26/03/2022. O primeiro momento desse dia foi dedicado à apresentação das tarefas feitas em casa. Como no encontro anterior, poucos conseguiram enviar as tarefas, ficando acordado que utilizariam o turno da tarde para encerrar os trabalhos pendentes. Segue imagem da tarefa para casa enviado por PC03 que a realizou no ambiente on-line do GeoGebra:

**Figura 24** – GeoGebra on-line. Quadrado geométrico produzido por Pc3. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

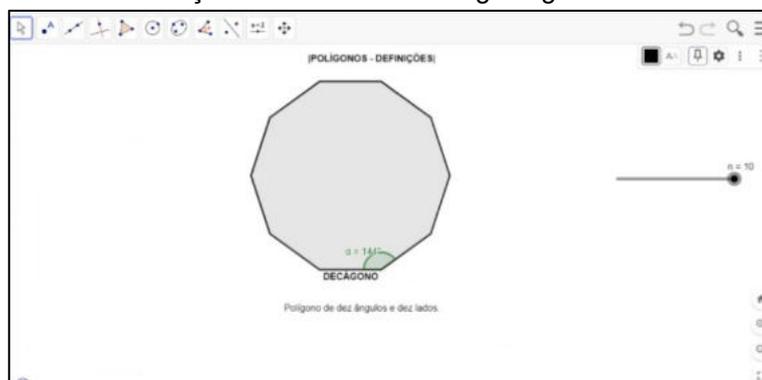
Ainda nesse momento, Pc11, formada em pedagogia e matemática, analisou sua dificuldade com a realização das atividades assíncronas (tarefas de casa), mesmo já tendo utilizado o software na graduação em matemática, pois não continuou utilizando o GeoGebra em sua prática docente, perdendo o domínio dessa ferramenta. Contudo, a docente analisa a importância de continuar insistindo na sua formação

tecnológica, ao mesmo tempo que compreende esse aprendizado como um processo que envolve erros e acertos. Em suas palavras:

Estou tentando fazer no computador, mas ainda não consegui. Vou retornar novamente a aula para refazer. Eu me vejo como aluna e como foi algo que vi há muito tempo atrás [na licenciatura em matemática] e quando começo a refazer novamente percebo que esqueci muitas coisas, mesmo visualizando. Na dinâmica passada, coloquei uma peça errada e não deu certo, não sei se foi um número ou um ponto. Quando o senhor colocar o vídeo, irei tentar novamente fazer a tarefa. (...) Assim como errei meus alunos também erram e é errando que se aprende (Pc11, diário de campo, 2022).

Na sequência, foi realizada revisão da aula anterior sobre figuras planas pelo aluno-monitor do curso, o qual apresentou um recurso que desenvolveu no GeoGebra. O recurso apresentava a definição da figura plana de acordo com os números lados, sendo esses lados vinculados a um controle deslizante, indo de 3 a 10 lados, ou seja, do triângulo ao decágono, apresentando ainda o valor do ângulo interno da figura plana, conforme imagens:

**Figura 25** – GeoGebra. Estudo de polígonos e suas classificações. Formação docente em tecnologia e geometria.



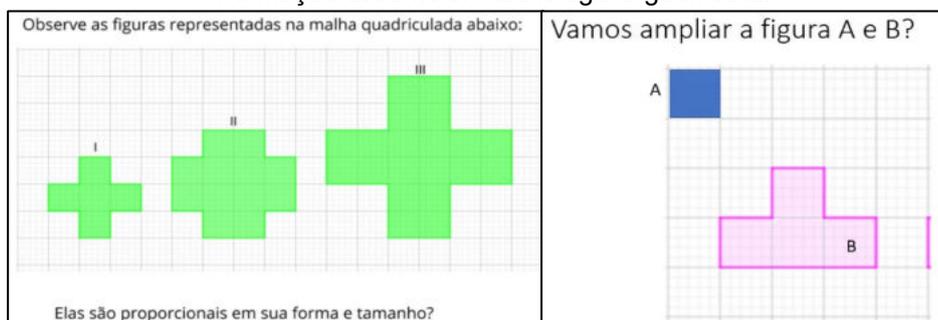
**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

Os cursistas gostaram do recurso e avaliaram sua utilidade para demonstrar os tipos de polígonos. O próximo momento da aula versou sobre o tema principal do encontro: ampliação e redução de figuras poligonais. Como de costume, o conteúdo foi apresentado por meio da exibição de um vídeo (*link* dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Após a apresentação da multimídia, foi perguntado aos professores-cursistas se concordavam com a ampliação realizada ao final do vídeo. O objetivo do questionamento foi avaliar se haviam percebido um equívoco na

resolução da última atividade demonstrada no vídeo, pois a ampliação, em malha quadriculada, considerou somente a altura, mantendo o valor da base, sendo, portanto, uma ampliação incorreta.

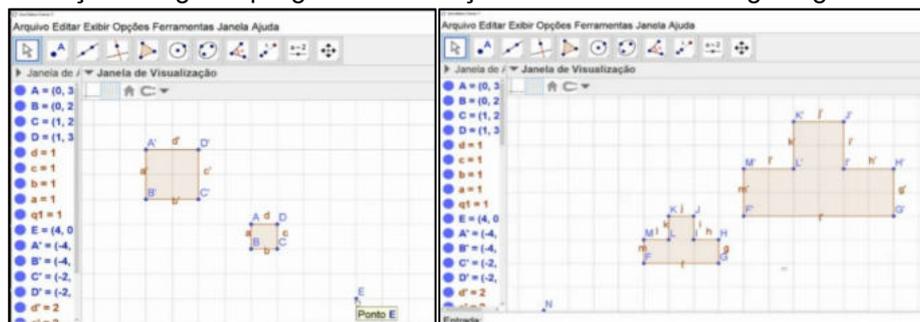
Os cursistas comentaram vários aspectos do vídeo, mas não perceberam que a última ampliação não respeitava as regras explicadas no próprio vídeo. Eles somente perceberam o equívoco, durante a apresentação dos *slides* sobre ampliação e redução de figuras planas. O *PowerPoint* apresentava atividades e situações problemas sobre ampliação e redução em malha quadriculada, que permitiram a percepção e compreensão do erro presente na ampliação mostrada ao final do vídeo. A questão da congruência dos ângulos e a proporcionalidade dos lados que ocorrem nas situações de ampliação e redução das figuras planas, despertou interesse dos professores pela possibilidade de demonstrar esses processos na malha quadriculada. Importa destacar que os docentes-cursistas estavam de posse de malha quadriculada, previamente solicitada no grupo de *WhatsApp*, resolvendo, concomitantemente, as questões apresentadas. Seguem imagens de algumas atividades propostas no slide:

**Figura 26** – Atividades propostas de ampliação e redução de figuras poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

**Figura 27** – GeoGebra. Resolução de atividades propostas de ampliação e redução de figuras poligonais. Formação docente em tecnologia e geometria.

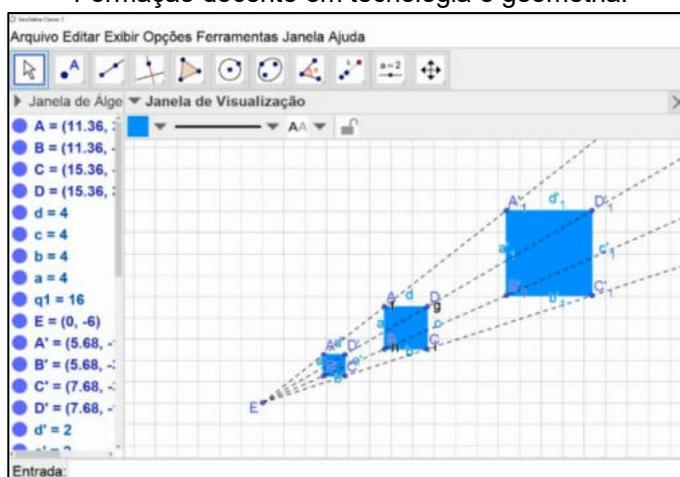


Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Após apresentação e debate das atividades, com slides, passou-se à resolução delas no GeoGebra, utilizando principalmente a ferramenta de “homotetia”.

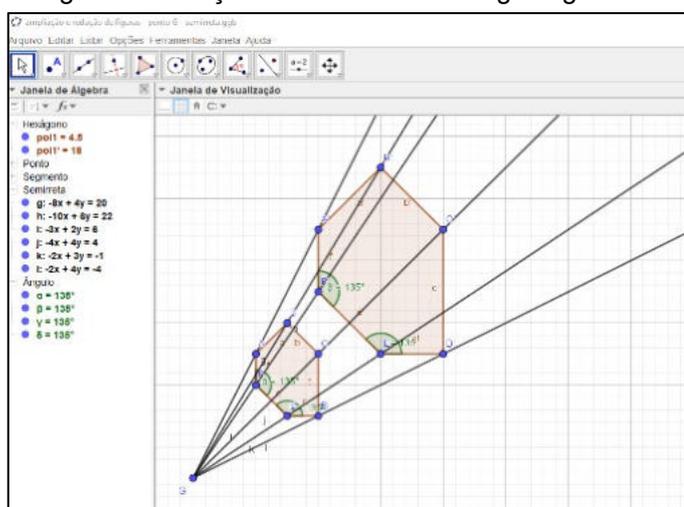
Para melhor compreensão e visualização do processo de ampliação e redução foram acrescentadas semirretas partindo do ponto de origem, bem como a demonstração de que os ângulos mantinham sempre o mesmo valor nas figuras transformada por homotetia (sendo uma transformação por semelhança). As figuras a seguir ilustram a utilização das ferramentas polígono, semirreta, ângulo e homotetia.

**Figura 28** – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono regular. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

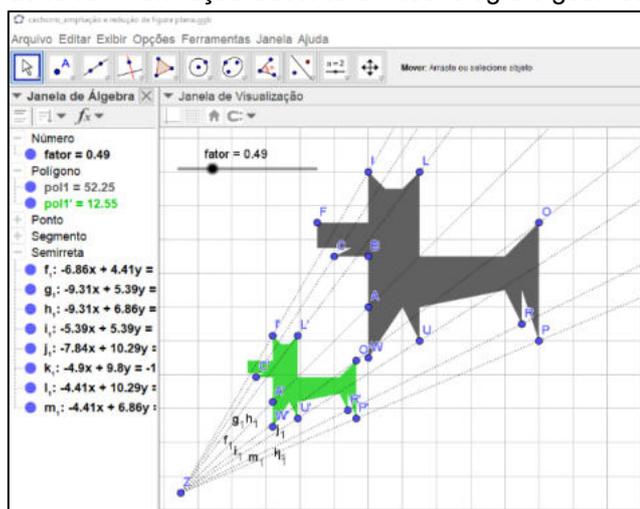
**Figura 29** – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono irregular. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Além dessas ferramentas também foi explorada a combinação das ferramentas de homotetia e controle deslizante, gerando animações lúdicas que despertaram interesse dos professores-cursistas em especial com o uso de figuras poligonais irregulares, como apresentada a seguir:

**Figura 30** – GeoGebra. Ampliação e redução de polígono irregular. “Cachorro”. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Os professores-cursistas apreciaram as atividades apresentadas e avaliaram como simples de serem elaboradas no *software*, como analisou Pc4 (formado em pedagogia e matemática), que mesmo já tendo manipulado o GeoGebra, não conhecia a ferramenta de homotetia. Segue a transcrição do seu comentário:

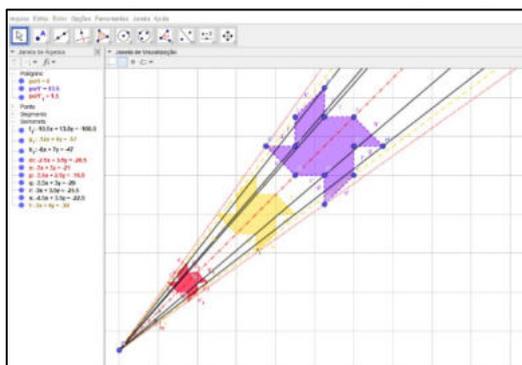
Achei interessante porque é algo simples e não conhecemos, pois não sabemos os atalhos do aplicativo e quando vamos manipulando vamos conhecendo esses atalhos. Eu pensava que para ampliar e diminuir uma figura era pelo “olhômetro”, mas tem uma ferramenta no próprio aplicativo que as deixa alinhadas, como estamos vendo, que é o foco da lanterna (Pc4, diário de campo, 2022).

Ao final desse encontro foi solicitado aos cursistas que elaborassem uma atividade de ampliação e redução no GeoGebra, partindo de uma figura desenhada em malha quadriculada (catavento). A atividade foi realizada por alguns dos cursistas e apresentada no encontro seguinte.

### 3.5 Encontro 5: Sólidos geométricos – Poliedros

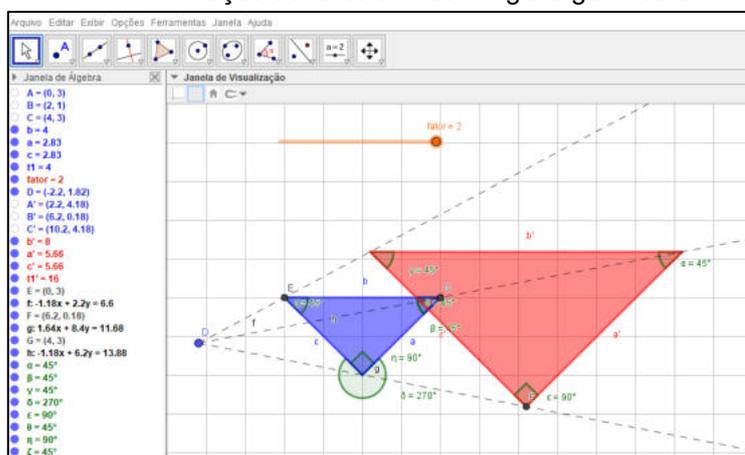
O quinto encontro ocorreu no dia 02/04/2022. O encontro começou com a apresentação de algumas atividades enviadas como “tarefa para casa” que versavam sobre a ampliação e redução de um polígono. Seguem imagens de tarefas realizadas e enviadas por Pc13 e Pc4:

**Figura 31** – GeoGebra. Atividade de ampliação e redução enviada pelo Pc4. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

**Figura 32** – Atividade de ampliação e redução enviada por Pc13. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Como nos encontros anteriores, a maioria não conseguiu finalizar a “tarefa para casa”, os motivos foram a falta de tempo e a sobrecarga de trabalhos escolares. Novamente se permitiu a entrega das atividades posteriormente.

Ainda nesse momento, alguns docentes-cursistas avaliaram seu desenvolvimento com o uso do *software*, enfatizando a exploração das ferramentas do programa apresentadas no curso, ao mesmo tempo sinalizam para novas

possibilidades de uso do GeoGebra no cotidiano de sua escola, na sua prática. Tal posição é observada na seguinte transcrição:

Como diz o professor, [referindo-se ao professor-formador] é explorando para poder tornar o uso dessa ferramenta mais fácil. Instalei o programa no notebook da escola já pensando em fazer as propostas com os alunos do terceiro ano. Na escola na qual trabalho os alunos têm acesso a um tablet e quero usar as formas e os sólidos geométricos. Usando aquelas formas deslizantes e rotacionando *pra* eles explorarem. Quero aprender a funcionalidade de todos e aprimorar para poder chegar à sala e não ficar “nadando”, perdendo tempo que é tão precioso com os alunos. Quando conseguimos uma ferramenta dessas para trabalhar é bom aprimorar bem. Estou gostando! (Pc16, diário de campo, 2022).

foi um curso bastante enriquecedor. Foi um retorno à geometria e ao GeoGebra que usei de forma superficial na faculdade [de matemática]. Foi um curso bastante enriquecedor e me incentivou a ser mais exploradora, curiosa. (Pc10, diário de campo, 2022).

Na sequência, realizou-se uma breve revisão da aula anterior sobre a temática redução e ampliação de figuras poligonais, destacando o uso da ferramenta homotetia no GeoGebra. Finalizado esses dois momentos iniciais, passou-se ao tema do 5º encontro, no caso, sólidos geométricos, com ênfase nos estudos de poliedros. Como nas aulas anteriores, a revisão do conteúdo deste encontro foi iniciada com a apresentação de três vídeos (*link* dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C). Após a exibição dos vídeos, os cursistas foram indagados sobre suas experiências no ensino de geometria espacial. Pc5 destacou a sua dificuldade com o tema, avaliando que se limita às atividades do livro didático e ao recorte e colagem de moldes. Em seu relato ela diz:

Trabalho [o conteúdo sólidos], como eu lhe disse, mas superficial, com imagem porque desenhar é um pouco complicado, mas a gente trabalha. Aprendi a dobradura, no entanto trabalhei com eles ano passado mais no livro, mesmo não sendo muito prático foi como conseguimos trabalhar na medida do nosso conhecimento (Pc5, diário de campo, 2022).

Como atividade manipulativa, realizou-se a exploração das propriedades geométricas presentes em embalagens de papel, especificamente, caixas de remédios e de creme dental. O professor-pesquisador, socializou parte de uma sequência didática sobre sólidos que realiza com turmas do 3º; 4º e 5º ano do Ensino Fundamental.

Para essa atividade, cada cursista estava com uma embalagem de papel (solicitada no grupo de *WhatsApp* durante a semana). O professor-pesquisador iniciou explorando as propriedades geométricas com a caixa fechada, identificando faces, arestas e vértices. Em seguida, solicitou que os cursistas abrissem totalmente a embalagem, descolando-a pela parte interna, obtendo o molde da planificação da embalagem. Com a caixa aberta, explorou novamente o número de faces, arestas e vértices, destacando as dificuldades lógicas comuns entre os alunos dos anos iniciais, como por exemplo, a tendência de acharem que a quantidade de arestas, faces e vértices aumenta no molde planificado da embalagem.

Os cursistas se divertiram com a realização da atividade que consistia em: analisar a embalagem fechada, abri-la para explorar a sua planificação e reconstruí-la pelo avesso, voltando a representar um sólido geométrico. Apesar das embalagens diferentes, os cursistas perceberam que todas representavam poliedros, particularmente, prismas. Essa tarefa, foi muito apreciada por eles, como escreveu no *chat* Pc5: “senti a alegria das crianças... kkkk”. A figura a seguir, apresenta algumas imagens dessa atividade com embalagem de papel:

**Figura 33** – Sequência de exploração das características de poliedros em embalagem de papel. Formação docente em tecnologia e geometria.

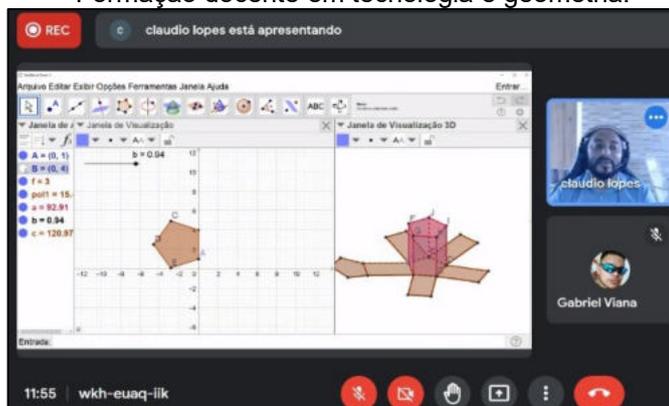


Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Na sequência, passou-se a análise do molde de planificação da pirâmide de base quadrada, identificando a quantidade de arestas, vértices e faces desse sólido. Para finalizar esse momento, apresentou-se aos cursistas a seguinte situação problema:

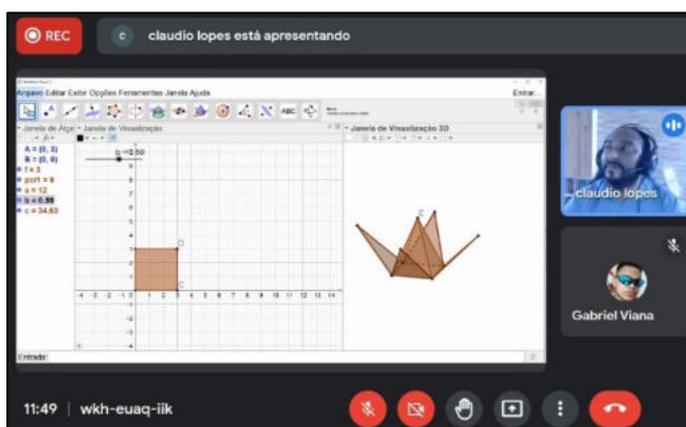


**Figura 34** – Google Meet. GeoGebra: planificação de prisma.  
Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

**Figura 35** – Google Meet. GeoGebra: planificação de pirâmide.  
Formação docente em tecnologia e geometria.



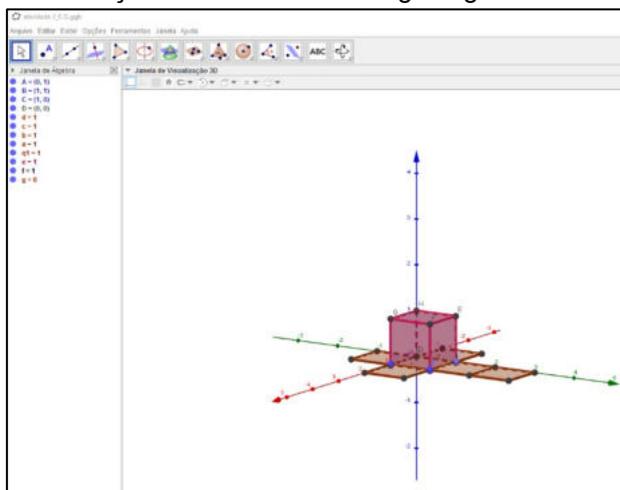
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Como atividade assíncrona (tarefa para casa), foi solicitado que os cursistas elaborassem um prisma e sua planificação no GeoGebra

### 3.6 Encontro 6: Sólidos geométricos – Corpos redondos

O sexto encontro ocorreu no dia 09/04/2022. A aula começou com a apresentação da “tarefa para casa” sobre planificação de poliedros. Observou-se que um número maior de cursistas realizou a atividade, talvez pela motivação de trabalharem no ambiente 3D e por terem considerado fácil a construção dos prismas no GeoGebra. Segue imagem de uma tarefa enviada por Pc10:

**Figura 36** – GeoGebra. Planificação do prisma (cubo). Tarefa enviada por Pc10. Formação docente em tecnologia e geometria.



**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2022.

Na sequência foi realizado uma breve revisão da aula anterior e dos comandos do ambiente 3D do GeoGebra, bem como apresentou-se um recurso disponibilizado na comunidade do GeoGebra, que apresenta 11 formas de planificação do cubo<sup>15</sup>. Alguns cursistas ficaram surpresos com a quantidade de planificações desse prisma e comentaram que a maioria dos livros didáticos, utilizados por eles, apresentam pouca variedade de planificações, como no caso do cubo, tradicionalmente planificado em cruz. Segue o relato de uma das professoras-cursistas:

Eu já trabalhei com crianças do terceiro ano e não sabia dessa planificação, pois no livro didático vem somente um modelo e não tem aquela visão como estou vendo agora. Desta maneira, o professor passa somente o que está no livro didático, não tem aquela visão mais ampla, da modificação. A mente abre mais e se eu passo isso para o meu aluno ele vai aprender mais, assim como estou aprendendo. A criança tem mais facilidade de aprender do que o adulto que precisa ler e reler várias vezes (...). Quando eu passava esse tema para os meus alunos eu dizia “olha a figura”, pois acreditava que só existia aquele modelo de planificação e o professor[formador] está nos mostrando que não. Se eu tivesse essa pasta, esse documento e esse vídeo iria facilitar muito o meu conhecimento e dos meus alunos. Estou achando sensacional essa aula e estou aprendendo muito junto com vocês (Pc11, diário de campo, 2022).

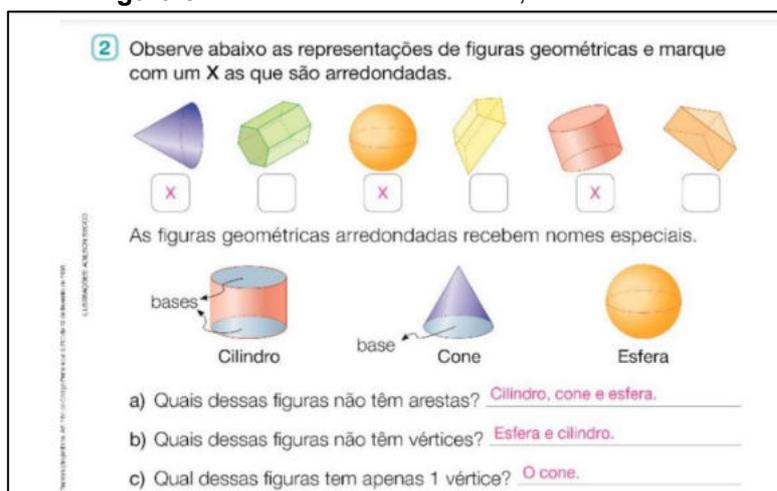
<sup>15</sup> Planificações do cubo. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/kmjt7xbk>. Acesso em: 05/04/2022.

Em seguida, passou-se ao tema central desse encontro: sólidos geométricos (corpos redondos ou sólidos de revolução). Iniciou-se com atividades manipulativas de planificação do cilindro e do cone com objetos do dia a dia, como o rolo de papel higiênico e o chapéu de aniversário, seguido de recorte e colagem de moldes de planificação do cilindro e do cone. Na sequência, foi perguntado aos professores-cursistas sobre suas experiências com o ensino de corpos geométricos redondos. Nesse momento, a maioria dos cursistas não se pronunciou e alguns reforçaram o que já tinham comentado na aula anterior sobre a limitação das aulas às atividades do livro didático.

A revisão do tema foi realizada com apresentação do conteúdo em *PowerPoint*. Destacou-se as definições, características e classificações da esfera, do cone e do cilindro (reto e oblíquo) e porque os corpos redondos também são chamados de sólidos de revolução<sup>16</sup>. Ainda com o apoio do *PowerPoint*, foram propostas atividades sobre o tema, retiradas de livros didáticos. Os cursistas analisaram e responderam diferentes atividades, como as apresentadas na imagem a seguir:

**Figura 37** – Atividade sobre cilindro, cone e esfera.

2 Observe abaixo as representações de figuras geométricas e marque com um X as que são arredondadas.



As figuras geométricas arredondadas recebem nomes especiais.

bases  
Cilindro

base  
Cone

Esfera

a) Quais dessas figuras não têm arestas? Cilindro, cone e esfera.

b) Quais dessas figuras não têm vértices? Esfera e cilindro.

c) Qual dessas figuras tem apenas 1 vértice? O cone.

Fonte: Buriti Mais: Matemática 3º Ano: Manual do Professor, 2017, p.141.

Após esse momento, iniciou-se a exploração dos corpos redondos no GeoGebra, realizando-se a construção e exploração do cilindro, cone e esfera. A planificação do cilindro e cone não foi realizada, em virtude de demandar um conjunto de comandos e utilização de ferramentas mais complexas, ultrapassando os objetivos

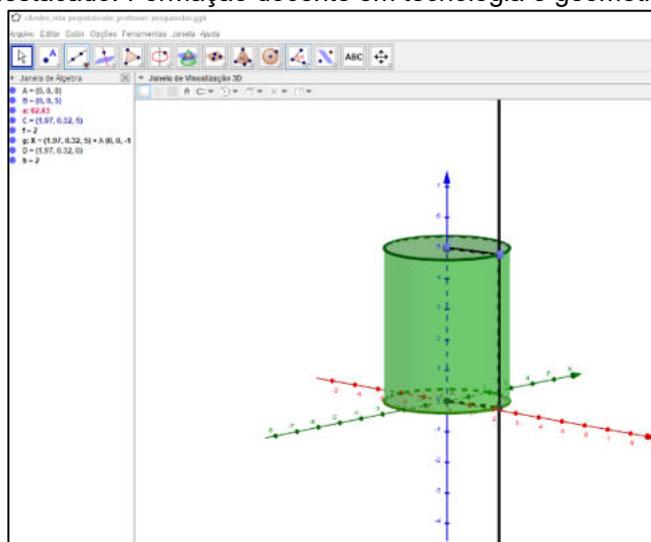
<sup>16</sup> São corpos gerados através da rotação de superfícies planas em torno de um eixo. O retângulo pode se tornar um cilindro. O triângulo, um cone. O semicírculo, uma esfera.

de um curso básico sobre o GeoGebra. Assim, as planificações do cilindro (1 e 2) e do cone foram apresentadas utilizando-se os recursos disponíveis na comunidade *online* do GeoGebra<sup>17</sup>.

Especificamente sobre os comandos do GeoGebra apresentados nessa aula, utilizou-se as seguintes ferramentas: “Cone”, “cilindro”, “superfície de revolução”, “esfera: centro e ponto”, “esfera: centro e raio” e “controle deslizante”.

Apesar do conceito de “sólido de revolução” não compor o conjunto de conteúdo geométrico dos anos iniciais, este foi abordado com os professores-cursistas, em virtude deste aparecer comumente entre os resultados de pesquisas sobre corpos redondos na *internet*, bem como para ampliar a compreensão dos professores sobre esse conteúdo. Para isso, utilizou-se as ferramentas e comandos: “ponto”, “polígono”, “reta”, “segmento de reta”, “superfície de revolução” e “habilitar rastro”. Seguem imagens:

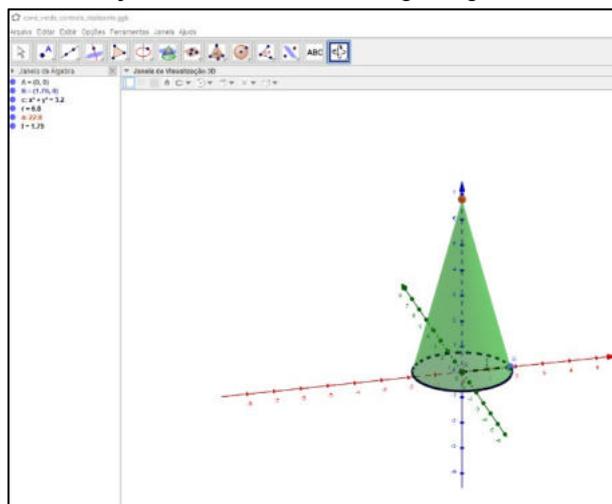
**Figura 38** - GeoGebra. Sólido geométrico cilindro com raio destacado. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

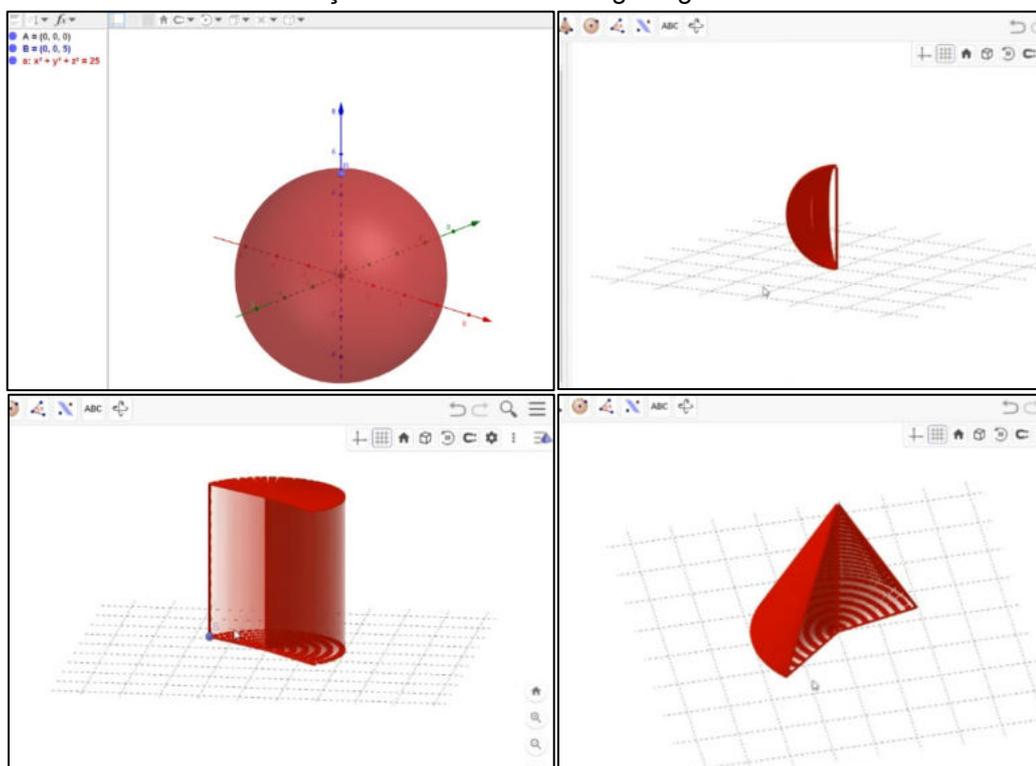
<sup>17</sup> Planificação do cilindro 1. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/XzfFNDYV>. Planificação do cilindro 2. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/x3snqrps>. Planificação do cone 2. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/bjgcvkzbz>. Acesso em 05/04/2022

**Figura 39** – GeoGebra. Sólido geométrico cilindro com raio destacado.  
Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

**Figura 40** – GeoGebra. Sólidos de revolução: esfera, cilindro e cone.  
Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Para finalização, apresentou-se o recurso sobre a esfera de revolução na comunidade on-line do GeoGebra<sup>18</sup>. Para a “tarefa para casa”, solicitou-se a construção do cilindro, cone e esfera no GeoGebra. Ao final desse encontro, alguns cursistas avaliaram positivamente a aula, inclusive a articulação do estudo dos corpos redondos ao conceito de sólidos de revolução, pois consideraram que essa relação ampliou a compreensão deles sobre o assunto, o que é fundamental pois o aluno possui acesso a uma gama de informações na internet.

Nesse sentido, Pc11 ponderou que os alunos, como nativos digitais, trazem muitas informações que acham na *internet* e se o professor não souber lidar com essa fonte de informações e com as tecnologias a ela vinculada não conseguirá conversar com seus alunos e nem compreender o modo como eles aprendem, em suas palavras:

O nosso aluno que já nasceu inserido no mundo da informática tem mais facilidade de aprender [usando tecnologia] do que nós temos. O antigo professor está aprendendo informática e matemática com o uso do computador, diferentemente das nossas crianças que já nasceram nesse mundo da tecnologia e se torna mais fácil [aprender matemática] se o professor levar esse entendimento e essa aprendizagem [tecnológica] do aluno para a sala de aula. (Pc11, diário de campo, 2022).

Assim, para os cursistas, o professor precisa estudar e compreender mais sobre os conteúdos que ministram, pois os alunos não aprendem somente na escola, como antigamente, uma vez que possuem acesso à muita informação, vindas principalmente da *internet*. Por isso, estudar e aprender tanto matemática quanto a utilização pedagógica das tecnologias é uma necessidade para que haja um diálogo mais próximo e produtivo entre professores e alunos.

### **3.7 Encontro 7: Transformações no plano – Simetrias**

O sétimo encontro ocorreu no dia 23/04/2022. A aula foi iniciada com a apresentação da “tarefa para casa” enviada por alguns cursistas e com a revisão sobre a construção do cilindro no software. Novamente constatou-se um número baixo de trabalhos enviados, sendo conversado com a turma sobre os sucessivos atrasos na

---

<sup>18</sup> Esfera de revolução. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/np2fpjqp>. Acesso em: 06/04/2022.

entrega das atividades, os cursistas solicitaram que o prazo de entrega dos trabalhos fosse estendido para depois da finalização dos encontros síncronos.

O tema desse encontro versou sobre transformações isométricas, mais especificamente a simetria de reflexão, iniciando com atividades manipulativas de desenho e recorte de folhas de papel, compondo toalhas de papel dobrado e deslocamento de pares de figuras recortadas sobre a malha quadriculada.

A seguir foi realizado a revisão dos principais conceitos relacionados ao tema da aula, como o que é simetria, tipos de transformações isométricas simples (reflexão ao eixo, reflexão ao ponto, reflexão deslizante, rotação e translação) e a presença de simetrias na natureza e nas diferentes culturas.

Na revisão destacou-se ainda algumas questões metodológicas sobre o ensino de simetria para crianças, enfatizando a importância da observação ativa da natureza e de si mesmo (seu próprio corpo), da investigação sobre as simetrias presentes em letras, figuras geométricas, pavimentação de pisos, paredes, obras de artes e artefatos culturais, como cestarias, renda, crochê etc. Discutiu-se com os professores-cursistas sobre a importância de não se limitar os estudos de simetria às atividades de completar figuras na malha quadriculada.

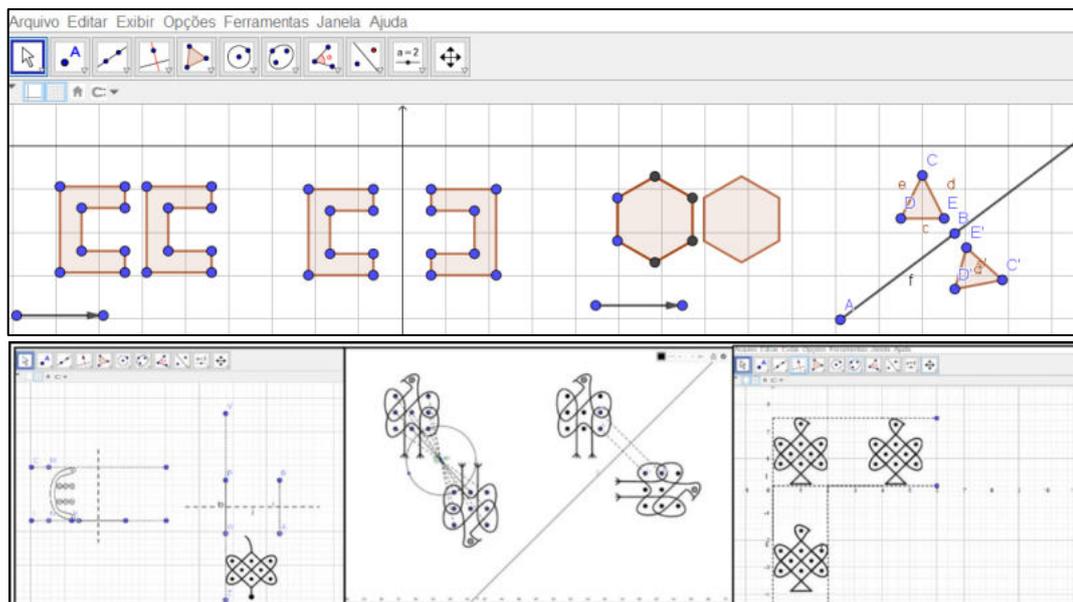
Finalizando a revisão do tema, foram apresentados dois vídeos que versavam sobre transformações isométricas, tendo como exemplo as obras do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher (link dos vídeos disponíveis no plano de aula no apêndice C).

Na sequência, passou-se para a realização de atividades práticas. O professor-formador foi realizando as atividades com a utilização das ferramentas de simetria presentes no GeoGebra: “reflexão em relação a uma reta”, “reflexão em relação a um ponto”, “rotação em torno de um ponto” e “translação por um vetor”. Os cursistas também realizavam, concomitantemente, as tarefas em seus computadores. Para a demonstração das ferramentas de simetria do *software* foram utilizadas figuras geométricas e desenhos de *sona*<sup>19</sup>, da cultura do povo africano Cowe. Seguem imagens desse momento do curso:

---

<sup>19</sup> As *sona* (plural de *lusona*) foram utilizadas nessa aula, em virtude de a formação ter sido ofertada pelo projeto LAAB e este contar com um conjunto de atividades de simetria no GeoGebra, utilizando, especificamente essas gravuras. Por *Sona* se designa a produção de figuras e desenhos por meio da combinação de pontos e traços feitos na areia. *Sona* é uma manifestação da cultura Cokwe e de povos relacionados como os Luchazi e Ngangela, que vivem no leste de Angola e em zonas vizinhas, na Zâmbia e na República Democrática do Congo.

**Figura 41** – GeoGebra. Estudo de simetrias. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Os cursistas avaliaram positivamente a aula e participaram da resolução das atividades propostas sobre simetria. Sobre as experiências com o tema, estes indicaram poucas práticas pedagógicas realizadas, além das atividades do livro didático, deixando o estudo de simetria para os anos seguintes, no Ensino Fundamental II. Inclusive, os cursistas que possuíam formação em pedagogia e matemática, informaram que consideravam complexos assuntos como simetria, ampliação e redução de figuras para os alunos do 4º e 5º ano do fundamental, alegando desconhecimento de formas mais práticas, didáticas e lúdicas de introdução a esses conteúdos. Tal situação é observada no comentário a seguir:

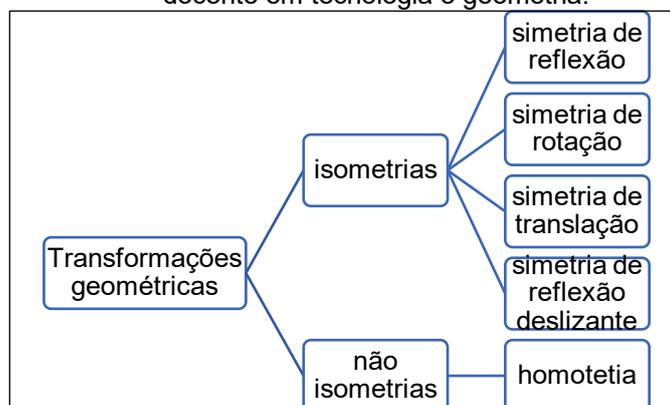
achei muito interessante [...]. Se eu tivesse essa visão seria muito mais fácil e para os alunos seria uma brincadeira. Brincando o aluno aprende. Recortando essas figuras os alunos aprenderiam mais [...]. Entendo que, conforme a criança realiza o trabalho de maneira manual ela aprende mais do que apenas lendo. Temos que arrumar uma maneira de o professor levar para a sala de aula essa questão, não só ficar no livro didático e sim levar o aluno para essa construção, porque é construindo que ele vai aprendendo e mais na frente não terá dificuldades. Hoje percebo que os alunos lá do nível médio têm um problema, “ah eu não gosto de trigonometria!”, porque ele não teve professores que lhe dessem esse alicerce na aprendizagem e isso causa um bloqueio lá na frente. Esse aluno não consegue calcular ângulo, a circunferência, pois ele não enxerga isso, não foi levado a esse conhecimento (Pc11, diário de campo, 2022).

Os cursistas formados apenas em pedagogia, também compartilharam a mesma compreensão sobre as dificuldades do conteúdo e a limitação ao livro didático, bem como criticaram a limitação dos livros as atividades de completar a figura na malha, sem explorar a simetria em outras situações. Como “tarefa para casa”, foi solicitado aos professores-cursistas, o envio de uma atividade sobre simetria de reflexão, “ao ponto”, “a reta” ou “deslizante”.

### 3.8 Encontro 8: Transformações no plano e estudos de áreas e perímetros.

O oitavo e último encontro ocorreu no dia 30/04/2022. A aula teve início com a revisão e a integração de dois conteúdos trabalhados durante o curso, relativos às transformações geométricas no plano. Assim, buscou-se relacionar os conceitos de isometria e homotetia, bem como de congruência e semelhanças de figuras. Nessa revisão, enfatizou-se a história das transformações geométricas, desde as primeiras artes rupestres, surgindo em diferentes culturas e continentes. Desatacou-se, ainda, a presença de homotetias e simetrias na cerâmica marajoara do período pré-cabralino e em cestarias de diversos povos originários do Brasil. Ainda nesse momento apresentou-se a definição de transformações geométricas, homotetia, isometria e seus quatro tipos no plano (translação, rotação, reflexão e reflexão com deslizamento). Tal revisão e integração de conteúdos, respondeu às necessidades formativas dos professores-cursistas, suas dúvidas sobre semelhanças e congruência e sobre a diferença entre isometrias e homotetias. A figura a seguir resume essa relação de conceitos:

**Figura 42** – Esquema de transformações geométricas. Formação docente em tecnologia e geometria.



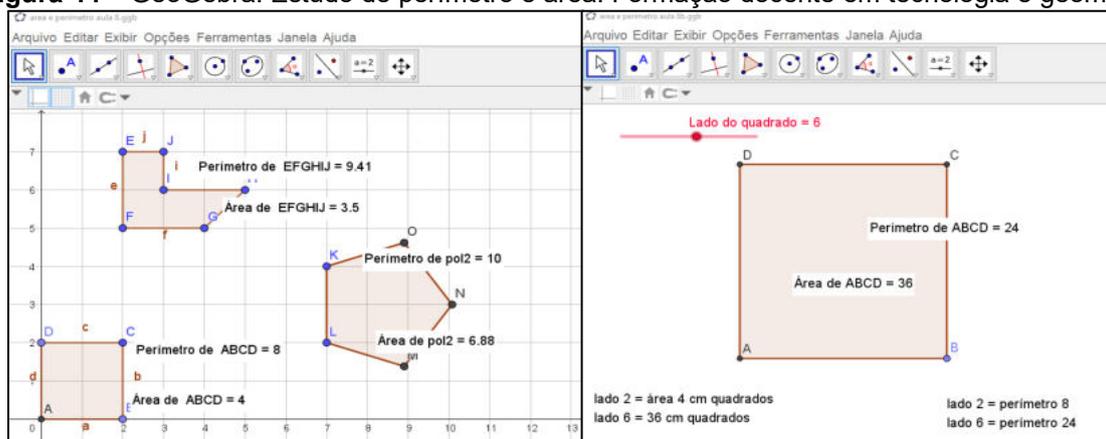
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.



somente a formação em pedagogia também concordaram sobre a dificuldade de ministrar o conteúdo de área nas turmas de 5º ano, pela baixa competência dos alunos com as operações matemáticas. Todos destacaram ainda que os obstáculos com os conteúdos matemáticos ficaram maiores após a interrupção do percurso escolar em virtude da Covid-19.

Após esse momento, passou-se para o desenvolvimento de atividades e o uso das ferramentas para indicação de perímetro e área no GeoGebra. Durante essa etapa trabalhou-se os seguintes comandos e ferramentas no *software*: “polígono regular”, “controle deslizante”, “área” e “distância, comprimento ou perímetro”. Além disso, realizou-se uma atividade de exploração, no GeoGebra, sobre a relação proporcional entre lado e perímetro de um quadrado. Como em momentos anteriores, as atividades foram sendo realizadas, concomitantemente, pelo professor-formador e pelos cursistas em seus dispositivos. Segue algumas imagens desse momento:

**Figura 44** – GeoGebra. Estudo de perímetro e área. Formação docente em tecnologia e geometria.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2022.

Os cursistas avaliaram positivamente a aula, destacando a estratégia de apresentar o perímetro e área na malha quadriculada e depois no GeoGebra, não se limitando ao ensino da fórmula. Os docentes relacionaram as suas dificuldades de ensinar esse conteúdo à maneira como eles os aprenderam: limitado à fórmula e às atividades envolvendo soma e multiplicação.

Finalizado o último conteúdo do curso, realizou-se uma avaliação informal com os professores cursistas presentes. Nesse momento, estes puderam relatar suas impressões e opiniões sobre o curso, bem como sugerir melhorias para futuras edições dessa formação. A avaliação geral do percurso formativo foi boa. Os docentes

demonstraram que aprenderam muito, mas que tinham consciência que precisavam manusear mais o software GeoGebra para domínio de suas ferramentas.

Por fim, explicou-se aos cursistas, os prazos para envio das atividades avaliativas pendentes e a necessidade do preenchimento do questionário de avaliação final do curso.

Avaliando a narrativa dos encontros percebe-se que o curso atingiu vários de seus objetivos formativos, contudo, algumas dificuldades foram persistentes, como a entrega das “tarefas para casa”, tanto que até um após a formação ainda havia professores enviando trabalhos pendentes. Essa situação não pareceu sugerir desinteresse dos cursistas, mas efeito de uma sobrecarga de atividades, uma vez que a formação ocorreu sem nenhum tipo de liberação de carga horária de trabalho, o que confirma a necessidade de apoio institucional para uma efetiva formação docente de qualidade.

## **SEÇÃO 4. Análise e discussão dos dados**

A presente seção destaca a análise dos resultados da pesquisa realizada. É preciso admitir que o estudo gerou diversos resultados importantes para pensar a formação de PEMAls. Contudo, esse momento centra-se em alguns elementos relevantes para os objetivos da pesquisa, sendo dividida em dois eixos que articulam os vários instrumentos de produção de dados. O primeiro versa sobre a Formação docente, refletindo sobre os processos de formação inicial e continuada dos cursistas, no que se refere aos conhecimentos tecnológicos e matemáticos. O segundo versa sobre os conhecimentos emergidos na formação com o GeoGebra, articulando os resultados à perspectiva da TPACK.

### **4.1 Formação docente**

#### **4.1.1 Reflexões sobre a formação dos cursistas**

Esse primeiro subitem apresenta e analisa os resultados do questionário de sondagem, respondido pelos 19 cursistas, articulado aos dados do diário de campo.

A partir do primeiro questionário, identificou-se que os cursistas eram docentes interessados em sua profissionalização, tanto que 50% dos professores-pedagogos possuíam especialização ou outra graduação além da pedagogia, com ênfase em duas áreas de conhecimento importantes aos anos iniciais: Língua Portuguesa e Matemática. Essa situação corrobora as reflexões de Nóvoa (2019 e 2022), sobre a complexidade da profissionalização docente exigir processos de formação continuada e contínua.

A maioria dos professores-cursistas avaliou que seu curso de formação inicial para a docência trouxe alguma contribuição para sua formação tecnológica. 88% das respostas indicaram 3 atividades vivenciadas na licenciatura como importantes sobre esse aspecto: ter cursado disciplinas específicas sobre tecnologia, ter participado de palestras e atividades de curta duração e ter feito uso de tecnologias básicas durante as diferentes disciplinas do curso, como manusear editores de textos, elaborar *slides*, usar *internet* e rede sociais etc.

Os docentes que possuíam mais de uma graduação ou já tinham cursado pós-graduação, tenderam a destacar mais a importância dessa formação para seu

aprendizado tecnológico, seja por meio das disciplinas específicas sobre tecnologia cursadas ou do uso de tecnologias básicas e, em alguns casos, de tecnologias intermediárias e avançadas para a realização das atividades nos diferentes cursos. Essa situação mostra que os docentes que tinham mais domínio dos recursos de tecnologias digitais, eram os que possuíam mais experiências formativas nas quais utilizaram ferramentas tecnológicas, corroborando as reflexões de Mishra e Koehler (2006) que o conhecimento tecnológico (TK) não é um saber desenvolvido em apenas uma disciplina, mas em diferentes momentos e tarefas durante a formação docente.

Na formação inicial, destaca-se a avaliação negativa sobre a contribuição específica do curso de pedagogia, em relação ao aprendizado dos recursos de tecnologias educacionais, pois 67% dos cursistas formados em pedagogia (12 de 18), avaliaram que esta graduação pouco contribuiu para o seu atual domínio de recursos tecnológicos.

Analisando as respostas do questionário de sondagem e os depoimentos dos cursistas durante os encontros, observou-se que o domínio para o uso de tecnologias digitais ficou mais a cargo da formação continuada, que respondeu as pressões e as necessidades do cotidiano escolar, sendo o ensino remoto um dos indutores pela busca de formação tecnológica, confirmando o observado por diferentes estudos como de Marques e Esquinca (2020); Corrêa e Brandemberg (2021); Santos; Rosa e Souza (2020) e Ritter *et al.* (2021).

Assim, na avaliação dos cursistas, o que mais os impulsiona ao aprendizado tecnológico e ao TK são as exigências da prática docente, em especial durante a pandemia pelas demandas tecnológicas para o ensino remoto. Como segundo elemento mais importante para a aprendizagem tecnológica, eles indicaram suas próprias iniciativas de formação continuada, realizadas de forma autônoma, como pesquisas sobre tecnologias que precisavam aprender e a inscrição e realização de cursos presenciais e *on-line*. Em terceiro lugar, em ordem de importância, os professores destacaram os cursos ofertados pela rede de ensino, pela escola ou a realização de pós-graduação.

Percebe-se que os cursistas utilizaram diferentes estratégias para a ampliação do TK, o que se adequa a própria natureza desse conhecimento, pois, como analisam Mishra e Koehler (2006), o TK se constitui por um conjunto de conhecimentos (*hardware e software*) dinâmicos, em constante processo de

atualização, em que tecnologias são substituídas por outras, exigindo dos professores a capacidade de aprenderem, reaprenderem e adaptarem-se às novas TDICs.

Nessa busca por formação continuada, os professores relataram a necessidade de formação tecnológica para lidar com os diferentes sentimentos que possuíam em relação ao uso de tecnologias no ensino. Nesse contexto, 70% dos professores-cursistas resumiram com palavras positivas sua relação com a tecnologia, destacando a aprendizagem tecnológica como um movimento de ampliação de saberes, de superação, satisfação, foco, persistência e autodisciplina. Por outro lado, 30% indicaram termos como ansiedade, medo, obstáculos, dificuldades, frustração e desespero, evidenciando ainda uma autoavaliação negativa sobre sua competência tecnológica.

A relação afetiva com a tecnologia é um aspecto a ser considerado quando se pensa na formação docente para o uso de TDICs, na perspectiva da TPACK, pois, como discorrem Mishra e Koehler (2006), é preciso incentivar os professores a utilizarem os recursos tecnológicos de forma autônoma e criativa, adequando as tecnologias aos diversos contextos, limitações, necessidades e possibilidades da sala de aula. Para Niess (2006), os professores que ensinam matemática não aprenderam o conhecimento matemático usando as tecnologias, então é compreensível as inseguranças.

No que se refere à formação para o ensino de matemática, dos 18 professores-cursistas formados em pedagogia, 88% informaram ter cursado uma disciplina específica sobre o ensino de matemática para os anos iniciais e 12% destacaram a participação em palestras, oficinas e cursos de curta duração sobre o tema. Na avaliação de 84% desses professores pedagogos, o curso de pedagogia pouco contribuiu para a docência de conteúdos matemáticos, especificamente de geometria para os anos iniciais do ensino fundamental, confirmando as observações de Sousa e Sobrinho (2009) e Neves e Bittar (2015) sobre a formação reduzida e fragmentada do saber matemático nessa licenciatura.

Os dados do questionário inicial indicaram que os cursistas avaliaram como limitada, tanto a formação tecnológica, quanto a formação para o ensino de matemática vivenciada no curso de pedagogia. Novamente, nesse aspecto, os cursistas consideraram como mais importante, para a melhoria do seu desempenho no ensino de conteúdos matemáticos, as exigências da prática docente em sala de aula e da formação continuada realizada por iniciativa própria. Nesse cenário, cabe

novamente à formação continuada contribuir para a superação dessa lacuna formativa para o ensino de matemática nos anos iniciais.

Destaca-se que os cursistas demandaram, durante todo o curso do GeoGebra, uma formação que respeitasse a especificidade do ensino de matemática para crianças. Assim, o **conhecimento do aluno e sua aprendizagem**, que Shulman (2005) inclui como um saber contextual, surgiu como importante para os professores-cursistas, exigindo, inclusive, o replanejamento de atividades durante o curso do GeoGebra, para atender a essa demanda específica e evitar a evasão dos cursistas. Essa preocupação pode ser confirmada nas ponderações de Pc8 e Pc11:

Vim para o curso porque achei interessante a proposta, porque fala da questão do letramento digital e sabemos que há várias maneiras de se aprender e uma delas é o digital e de que forma podemos ajudar a melhorar o nosso ensino para as crianças usando tecnologia. (Pc8, diário de campo, 2022).

Brincando o aluno aprende. Recortando essas figuras os alunos aprenderiam mais sobre simetria. Entendo que, conforme a criança realiza o trabalho de maneira manual ela aprende mais do que apenas lendo. Temos que arrumar uma maneira de o professor levar para a sala de aula essa questão da matemática, da tecnologia, da brincadeira, da construção, não só ficar no livro didático. (Pc8, diário de campo, 2022).

Observou-se que, entre os participantes, um dos movimentos para superar as lacunas de formação matemática do curso de pedagogia foi a realização da segunda licenciatura em matemática ou de especialização no ensino de matemática. Todavia, a análise da fala dos cursistas com dupla formação indicou que ter feito essas formações específicas não os auxiliou na superação de muitas das dificuldades. Isso, porque, não obstante terem as dúvidas com o **conhecimento do conteúdo matemático** diminuídas, ainda evocam ter dificuldades em relação ao ensino dos conteúdos de matemática para crianças, evidenciando lacunas no **conhecimento pedagógico do conteúdo** e no **conhecimento do aluno e de sua aprendizagem**. Essa situação confirma o que Shulman (1986) argumenta sobre a necessidade de o professor saber articular o conhecimento do conteúdo com o conhecimento pedagógico do conteúdo e os conhecimentos contextuais da docência.

Por fim, os dados do questionário de sondagem indicam que uma das consequências dessa lacuna formativa para o ensino de matemática é a limitação do professor ao uso do livro didático e de atividades impressas. Nesse aspecto, 74%, dos

cursistas indicaram como principais recursos utilizados para o ensino de geometria: o livro didático, e 84% deles informaram uso de atividades impressas. Os recursos como tangram, malha quadriculada, *software* de geometria, dobradura, esquadros, compasso, maquetes, mapas e geoplanos são poucos ou não são utilizados pelos docentes participantes do curso de formação.

Durante a formação, os cursistas comentaram em vários momentos sobre o incômodo com a baixa diversificação metodológica em suas aulas de matemática. Esse sentimento gera tanto a busca por mais formações quanto a aquisição “com recursos próprios” de materiais e recursos didáticos, o que gera um novo desconforto, conforme desabafo de uma professora cursista:

Na maioria das vezes pagamos para trabalhar, para oferecer qualidade e incentivar a permanência dos educandos, mas não podemos ser passíveis, temos que cobrar infraestrutura para nosso trabalho. Do jeito que está também não dá. [...] Somos a única profissão que trabalha trabalhando, trabalha antes de trabalhar e depois de ter trabalhado trabalha preparando o próximo trabalho e ainda acham que temos que comprar tudo que precisamos para dar uma aula de qualidade (Pc15, diário de campo, 2022).

Pelo exposto, a questão dos recursos mobiliza vários questionamentos, entre os quais a cobrança para que os docentes se qualifiquem e utilizem recursos diferenciados sem uma contrapartida infraestrutura ou logística, como a disponibilidades de hardwares e a aquisição de materiais didáticos pela escola ou pelo sistema de ensino.

#### **4.1.2 Formação e atuação no ensino de geometria**

Neste tópico serão analisados os dados coletados pelo questionário de “Autopercepção de competência para ensinar conteúdos geométricos nos anos iniciais” respondido por 17 cursistas, articulado aos registros do diário de campo.

Na análise desse segundo questionário, identificou-se que os cursistas avaliaram a formação inicial como insuficiente para enfrentar os desafios do ensino de conteúdos matemáticos do 3º ao 5º ano. Observou-se ainda que as dificuldades com os conteúdos geométricos variavam de acordo com o assunto abordado. Assim, todos os cursistas tenderam a se considerar moderadamente capaz (*score* de valor 3,

em uma escala de 0 a 4)<sup>20</sup> de ensinar as habilidades exigidas pela BNCC na unidade temática de geometria, do 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental, quando estas versavam sobre figuras planas, sólidos geométricos e estudos de retas.

Percebeu-se a existência de mais dúvidas e dificuldades de se trabalhar os conteúdos geométricos do 5º ano, relacionados às habilidades “EF05MA14<sup>21</sup>”, “EF05MA18<sup>22</sup>” e EF04MA19<sup>23</sup> que versam sobre a utilização de recursos tecnológicos para exploração do plano cartesiano, semelhança e congruência de figuras poligonais e estudos de simetria, pois essas questões atingiram *score* 2 (me sinto parcialmente capaz), em uma escala de 0 a 4.

Esses temas surgiram novamente, entre os três assuntos menos trabalhados pelos professores-cursistas em sala de aula, no caso, em 1º lugar a congruência e proporcionalidade de figuras planas, em 2º, o deslocamento e posicionamento no plano cartesiano e, em 3º lugar, simetria de reflexão. Entre os motivos citados pelos cursistas, no questionário e nas falas durante o curso, para não priorizarem esses três conteúdos, evidencia-se a ênfase no ensino das operações aritméticas, falta de tempo para execução do planejamento, a necessidade de maior domínio docente desses conteúdos para ministrá-los, bem como a crença na complexidade do conteúdo para ser ensinado para as crianças, sendo, na opinião de alguns cursistas, mais adequados para o Ensino Fundamental II.

Essa situação demonstra haver temas e habilidades que precisam ser considerados para a formação continuada oferecida aos PEMAls, em especial os que articulam a geometria com o uso das tecnologias digitais. Importa destacar que as dificuldades com essas habilidades, a partir das observações realizadas durante as aulas específicas desses conteúdos, foi possível, depreender três reflexões/dúvidas levantadas pelos cursistas:

---

<sup>20</sup> Esse dado refere-se ao tratamento das questões 1 a 10 do 2º instrumento de coleta de dados, denominado “Autopercepção de competência docente”. O *score* foi obtido por meio de média ponderada. A escala vai de 0 a 4, na qual 0 representa “não consigo avaliar minha capacidade”, 1 “me sinto incapaz de ensinar”, 2 “me sinto parcialmente capaz”, 3 “me sinto moderadamente capaz” e 4 “totalmente capaz de ensinar”.

<sup>21</sup> (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

<sup>22</sup> (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

<sup>23</sup> (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

- 1) Como utilizar as TDICs levando em consideração as dificuldades formativas dos professores e as limitações de infraestrutura tecnológica das escolas?
- 2) Qual a especificidade dos conteúdos de ampliação e redução, plano cartesiano e simetrias no currículo dos anos iniciais?
- 3) Como apresentar esses conteúdos geométricos que demandam tecnologias de forma contextualizada ao cotidiano infantil?

Pelo exposto, há dúvidas que se referem ao **conhecimento do conteúdo** específico (em especial entre os professores formados em pedagogia) e dúvidas **quanto ao conhecimento tecnológico** e ao **conhecimento pedagógico do conteúdo**, que surgem tanto entre os formados apenas em pedagogia quanto os que possuem também a segunda licenciatura em matemática. Percebe-se que as dúvidas em relação ao **conhecimento pedagógico do conteúdo** se sustentam nas lacunas em relação ao **conhecimento dos alunos e da aprendizagem** matemática, levando os professores a levantarem dúvidas sobre o grau de dificuldade dos conteúdos geométricos, quais os exemplos mais adequados e que tipo de atividades poderiam propor para desenvolver o conteúdo de forma atrativa para o público infantil, que, na percepção desses cursistas, exigem metodologias mais lúdicas.

#### **4.1.3 Reflexões sobre o curso de formação com o GeoGebra**

O presente subitem apresenta a análise dos dados coletados pelo questionário de avaliação do curso, aplicado ao final da formação, articulado aos registros do diário de campo.

Concluíram a formação e preencheram o questionário de avaliação final 15 cursistas. Sobre a avaliação geral do curso, todos indicaram o conceito excelente, apesar das dificuldades enfrentadas para realizá-lo. Entre as dificuldades encontradas destacaram a infraestrutura, seja pela necessidade de assistir algumas aulas pelo celular, como fizeram dois cursistas, ou pela ausência de sinal de *internet* de qualidade, indicada por 23% dos participantes. Outros obstáculos referem-se aos conflitos com as atividades do trabalho docente e a falta de tempo, indicada por 18% dos cursistas. Insegurança com o uso de tecnologias e falta de familiaridade com

esses recursos foram referidos por 23%, bem como não ter conseguido realizar todas as atividades assíncronas, por 11%. A realização do curso aos sábados também foi indicada como uma dificuldade por 7% dos cursistas.

Além disso, o modelo de formação do curso (*on-line* e aos sábados), bem como a sobrecarga de atividades docentes dos cursistas, dificultou o cumprimento do cronograma de entrega das atividades assíncronas. Outro fator que contribuiu nos atrasos para a realização das tarefas, foi a dificuldade com o manuseio dos equipamentos tecnológicos, como *notebook* e celular, bem como a instalação do *software*.

Apesar das dificuldades apontadas por eles, a realização do curso, na modalidade a distância, foi considerada positiva por 60% dos docentes-cursistas, pois permitiu maior flexibilidade de espaço e tempo. Esses profissionais conseguiram assistir à formação em diferentes ambientes e horários, em virtude da disponibilização das aulas gravadas, tanto que essas videoaulas foram indicadas por 67% das respostas como um dos fatores que também proporcionou a permanência na formação, aliado ao *feedback* da equipe envolvida no curso sobre GeoGebra no grupo de *WhatsApp*, destacado por 40% dos participantes.

80% dos professores, concluintes da formação, mencionaram ter permanecido no curso em virtude das metodologias empregadas pelo professor-formador, fazendo uso de atividades interativas e manipulativas concretas e a apresentação de abordagens de conteúdos geométricos importantes do currículo de matemática. Assim, percebeu-se que a estratégia de estabelecer uma relação horizontal entre profissionais, que Niess (2006) denomina relação “entre pares”, em que o formador se assume como um professor trabalhando com professores, auxiliou na criação de um espaço de formação mais agradável, estimulando a permanência dos cursistas, apesar das adversidades.

A análise da formação permitiu perceber que os cursistas demonstravam grande interesse nas atividades que mesclavam brincadeiras/jogo e ensino de matemática, estabelecendo comparações com outras atividades lúdicas realizadas em sua prática docente, a exemplo do jogo batalha naval ou da confecção de brinquedos de papel dobrado. Todavia, nem sempre essas atividades eram utilizadas pelos cursistas e relacionadas aos conteúdos matemáticos. Essa situação demonstrou que a formação, aqui analisada, nem sempre trouxe atividades desconhecidas pelos cursistas, como indicado no questionário de avaliação, mas

ampliou a percepção desses sobre a possibilidade de uso de seus saberes lúdicos para o ensino de geometria, inclusive em conteúdo que avaliavam possuir dificuldades para ensinar, como é caso do plano cartesiano.

Observou-se ainda que os professores-cursistas, conforme foram conseguindo realizar as primeiras atividades no *software*, começaram a explorar de forma autônoma outras ferramentas do GeoGebra. Por exemplo: alguns cursistas utilizaram a ferramenta “bissetriz” do *software*, sendo que essa não foi incluída entre os comandos e ferramentas apresentadas no curso. Essa postura autônoma sempre foi reforçada na formação por meio de elogios e compartilhamento das produções individuais com os demais cursistas.

Tal situação sinaliza o envolvimento e responsabilidade desses profissionais com seu próprio aprendizado e confirma a importância da dimensão afetiva no uso da tecnologia para construção de uma postura mais corajosa em relação às TDICs. Para Mishra e Koehler (2006), Niess (2006), Chai; Koh; Tsai (2013) e Koehler et al (2013) a formação de professores, na perspectiva da TPACK, exige mais do que a inclusão de cursos de treinamento tecnológico, o que se busca é construir uma postura docente crítica, criativa e propositiva em relação ao uso das tecnologias digitais da informação e comunicação, tanto no processo de ensino com os alunos, quanto em sua própria aprendizagem, incorporando a tecnologia na sua prática pedagógica.

Sobre os conteúdos matemáticos, de acordo com as observações realizadas durante o curso, percebeu-se que os cursistas possuíam maior proximidade com o tema das figuras poligonais, realizando atividades que permitiam aos alunos explorarem elementos do cotidiano, como canudinhos, jujuba, palito de churrasco, bem como observar a presença das formas planas em elementos da arquitetura, da cultural local e da cultura lúdica das crianças. Essa situação revela que estes professores tentam, nesse conteúdo, ir além do livro didático, criando situações mais ativas de aprendizagem. Além disso, tais práticas contribuem para a consolidação dos níveis 0 e 1 de desenvolvimento do pensamento geométrico e os níveis 1 e 2 da aprendizagem geométrica, ambos de Van Hiele (apud LEIVAS, 2009), respeitando as especificidades do desenvolvimento infantil.

Contudo, ainda nesse aspecto, os dados da observação do curso sugerem que apesar da proximidade com os conteúdos de figuras poligonais e de recursos para o ensino desses, os docentes-cursistas apresentavam dificuldades em explorar, mais profundamente, as propriedades geométricas dessas figuras, em especial, o estudo

dos ângulos. Relacionando a teoria dos níveis de Van Hiele, pode-se inferir a existência de dificuldades, entre os cursistas, de propor atividades mais complexas que auxiliem as crianças a progredirem nos níveis de pensamento e aprendizagem geométrica.

Nesse aspecto, os cursistas perceberam que o GeoGebra permite realizar explorações dos polígonos de forma mais detalhada, destacando os elementos considerados mais difíceis de serem analisados em sala de aula. Por exemplo, o estudo dos ângulos das peças do tangram concreto, exigiria o uso de outros instrumentos, como o transferidor, diferente do tangram elaborado e apresentado no GeoGebra, no qual é possível inserir ângulos e identificar o tamanho dos lados em apenas um *click*. A questão de como tornar um conteúdo mais fácil de entendimento se refere, segundo Shulman (1986), ao Pck, evidenciando, novamente, que a inclusão de recursos tecnológicos não se restringe ao conhecimento tecnológico (TK).

Dos temas geométricos trabalhados no curso, os professores-cursistas indicaram possuir, antes da formação, maiores dificuldades no ensino de “planificação de sólidos geométricos: cilindro e cone”; “ampliação e redução de figuras planas poligonais”; “estudo do plano cartesiano”; “estudo de perímetro e área” e de “simetria”. Cada um desses assuntos foi considerado muito difícil de ser ensinado por, em média, 34% desses profissionais.

Sobre os temas estudados no curso e o grau de compreensão das atividades realizadas, a maioria dos cursistas (67%) indicou ter melhorado sua compreensão em todos os conteúdos abordados, inclusive nos assuntos indicados como de maior dificuldade inicial, como por exemplo, “ampliação e redução de figuras poligonais” e o “plano cartesiano”. Importa destacar, que tal compreensão desses docentes, não se restringia ao domínio desses conteúdos matemáticos em si, mas como ensiná-los ao público dos anos iniciais, envolvendo tanto o conhecimento do conteúdo (CK), quanto o conhecimento pedagógico desse (Pck).

Essa situação corrobora a distinção analisada por Shulman (1986), entre CK e Pck, pois é esse último que permite ao professor ensinar um assunto para outra pessoa, adaptando suas explicações com exemplos da realidade, realizando comparações, analogias e adequando o vocabulário a especificidade dos educandos.

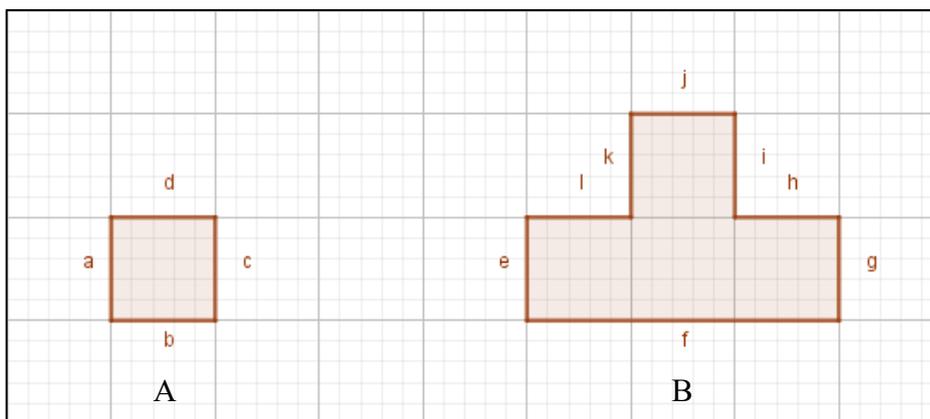
Quando perguntados se, após a formação, conseguiriam começar a utilizar o GeoGebra nas aulas de matemática dos anos iniciais, todos os cursistas indicaram que sim. Sobre essa situação, 40% avaliaram-se como capacitados para começar a

usar o *software*. 33% acreditam que precisarão rever algumas videoaulas gravadas do curso e 27% indicaram que irão pesquisar mais tutoriais do GeoGebra antes de incluir esse recurso em suas práticas pedagógicas. Considera-se esse resultado positivo, pois o objetivo da formação não era ser uma capacitação meramente instrumental. Mais do que dominar o *software* trabalhado, o que se buscava era incentivar uma postura corajosa e propositiva em relação as TDICs. O comentário de um dos cursistas, escrito no *chat* durante a formação, corrobora que o curso alcançou esse objetivo: “Posso dizer que o curso já modificou o meu fazer e a minha avaliação sobre o uso de tecnologia. Uma postura que eu adotei a partir do curso é: explorar!” (Pc15).

Ao comparar o GeoGebra com outros materiais concretos manipulativos, todos os docentes-cursistas (100%) afirmaram que este *software* integra e amplia a compreensão desses outros recursos, sendo uma alternativa tecnológica atrativa e lúdica para o estudo de aspectos matemáticos que os cursistas consideram mais complexos de serem observados nos recursos já utilizados nos anos iniciais.

Por exemplo, os cursistas destacaram que a redução e ampliação na malha quadriculada impressa, permite perceber a existência de relações de multiplicação e divisão, entretanto não facilita a compreensão visual sobre essas relações proporcionais entre as figuras, principalmente quando não são quadriláteros. Inclusive, os próprios cursistas conseguiram realizar, com relativa facilidade, a duplicação de um quadrado na malha quadriculada (Figura 46 A), mas tiveram dificuldades de aplicar as mesmas regras para ampliar adequadamente um polígono irregular (Figura 46 B). Destaca-se que a maioria desses professores indicou no *chat* que, como na primeira imagem, um quadrado, após ser ampliado duas vezes, se tornou quatro (relação de 1 para 4), logo o polígono irregular formado por quatro quadrados apresentaria, após ser ampliado duas vezes, dezesseis quadrados (relação de 4 para 16), mas não conseguiam esboçar o desenho na malha quadriculada, evidenciando que saber o resultado matemático, não significava conseguir produzir a imagem ampliada com esses valores.

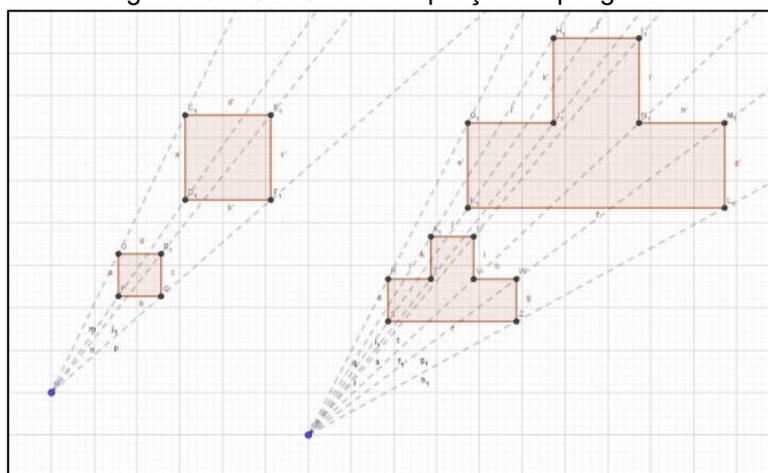
Figura 45 – polígonos apresentados para ampliação na malha quadriculada



Fonte: acervo da pesquisa, 2022.

Após ampliação dos polígonos (figura 47) no GeoGebra os cursistas compreenderam melhor como se processam as relações proporcionais entre a figura original e sua ampliação. Conseguiram ainda perceber e propor novos exemplos de ampliação e redução no cotidiano, como o foco da lanterna, o *zoom* na tela do celular e situações envolvendo projeções de sombras, imagens do *Datashow* e na tela do cinema. Observou-se que a forma como o GeoGebra apresenta a ampliação e redução, como geometria projetiva, permitiu aos professores explorarem novos exemplos para esse conteúdo e compreenderem a forma de expansão das figuras a partir do tamanho de seus lados.

Figura 46 – GeoGebra. Ampliação de polígonos.



Fonte: acervo da pesquisa, 2022.

Importa destacar, como debatido no encontro de formação, que o mais importante ao se utilizar esse recurso com as crianças é a visualização da

transformação da figura, sem a necessidade da exploração dos conceitos da geometria projetiva com alunos dos anos iniciais, pois o que se busca é estabelecer uma lógica no crescimento ou na redução da figura, para responder a dúvida dos cursistas de como explicar que a ampliação por 2 de 1 quadrado na malha quadriculada gera uma imagem composta por 4 quadrados e não por 2, contrariando a primeira ideia de simplesmente multiplicar o número de quadrados pelo fator de ampliação,  $2 \cdot 1 = 2$ .

O GeoGebra os permitiu ver a ampliação como um procedimento ligado as medidas dos lados, que crescem proporcionalmente, evidenciando que é lógico que um 1 quadrado de 1cm de lado, ao ser duplicado de tamanho passe a apresentar 2 cm em cada lado, passando a ocupar 4 quadrados na malha quadriculada.

Assim, a questão colocada pelos cursistas não era apenas explicar o modo de resolução na malha, mas fornecer uma lógica para o procedimento que estavam ensinando, sugerindo dúvidas nos conhecimentos relacionados ao domínio do conteúdo, aos aspectos pedagógicos e ao conhecimento pedagógico do conteúdo, logo ao CK, PK e Pck.

Essa situação sugere que a utilização do *software* GeoGebra por PEMAls contribui tanto para a ampliação do conhecimento tecnológico (TK), quanto para a melhoria dos outros conhecimentos docentes, como o conteúdo matemático em si, os recursos para sua explicação, pois o GeoGebra os auxiliou a compreender melhor o uso da malha quadriculada, e o conhecimento pedagógico do conteúdo (Pck), uma vez que para Shulman (1986) esse inclui a competência docente de utilizar analogias, ilustrações, exemplos e demonstrações que facilitem o ensino de um determinado conteúdo.

No mesmo sentido, em relação aos temas trabalhados na formação, 73% dos professores-cursistas consideraram que o curso abordou conceitos geométricos que conheciam, mas que ainda tinham dificuldades em ministrar para os alunos dos anos iniciais, tendo o curso ampliado seu Pck, ou seja, de como ensinar. Por outro lado, 27% consideraram que a formação ampliou a compreensão de assuntos geométricos, dirimindo dúvidas em relação ao próprio conhecimento do conteúdo (CK). Todos os docentes indicaram que o curso ampliou seu conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK).

Assim, a formação ampliou a percepção dos professores-cursistas sobre sua capacidade de utilizar os recursos tecnológicos para o ensino de conteúdos

geométricos nos anos iniciais, tanto que 53% desses profissionais avaliaram que o curso os incentivou a continuar investindo na sua formação tecnológica e 40% indicaram que o curso ampliou a sua capacidade de articular os conteúdos matemáticos com a tecnologia.

Esse cenário explica as palavras positivas que os docentes-cursistas escolherem para resumir a sua relação com as tecnologias após essa formação. Cada cursistas escreveu, em média, três palavras, compondo um conjunto de mais ou menos 45 termos. Essas palavras foram organizadas em 5 categorias.

A primeira, com 9 respostas, versa sobre a satisfação de se perceber utilizando os recursos tecnológicos. Integram essa categoria, palavras como satisfação, gratidão, excelente e proveitoso. A segunda, foca nos novos aprendizados tecnológicos proporcionados pela formação, as 18 respostas apresentam palavras como aprendizado, compreensão, conhecimento, inovação, renovação, aperfeiçoamento e capacitação. A terceira categoria, com 5 respostas, destacou a motivação para o uso das TDICs apresentando palavras como, motivação, incentivo e união. A quarta categoria, com 6 respostas, foca na persistência em aprender a utilizar as TDICs, incluindo palavras como, persistência, desafio e superação. A última categoria, com 7 palavras inseridas, destacou o aumento da autoconfiança docente para o uso das tecnologias em sala de aula, apresentando palavras como: autoconfiança, confiança, criatividade, curiosidade e prática. A seguinte declaração de um dos cursistas descreve essa situação:

Achei muito proveitoso o curso pois nós desconhecíamos essa parte da tecnologia, já o nosso aluno que já nasce inserido no mundo da informática possui mais facilidade de aprender do que nós tivemos [...] O aluno não fica assustado como nós ficamos com a tecnologia. Nós, quando chega uma tecnologia nova, logo nos perguntamos: o que é que está acontecendo? Ficávamos perdidos. **Era o que a gente sentia** em sala de aula. (Pc11, diário de campo, 2022).

Comparando os dados do primeiro questionário, aplicado no início do curso, com esse último questionário, aplicado ao final da formação, percebeu-se que as palavras utilizadas para resumir a relação dos cursistas com a tecnologia ganharam significados mais positivos, demonstrando a diminuição das inseguranças em relação ao uso das TDICs em sala de aula.



A nuvem de palavras, gerada no IRaMuTeQ, apresenta os termos mais utilizados pelos professores, incluídos a partir de 10 repetições, ou seja, a menor palavra da nuvem foi repetida no mínimo por 10 vezes.

O vocábulo “conteúdo” é o que mais se destaca (com 142 repetições), indicando que a maioria das intervenções orais dos cursistas foi para dialogar e refletir sobre questões relacionadas ao conteúdo geométrico, sugerindo o predomínio do conhecimento do conteúdo (CK). A palavra “aluno” aparece como segundo termo mais mencionado pelos professores (114 vezes), revelando a preocupação desses com a aprendizagem dos discentes, ou seja, em um movimento de aprender para ensinar, no qual um conhecimento contextual ganha centralidade. “Curso\_geogebra” aparece compondo a tríade das palavras mais frequentes (104 vezes), apresentando as preocupações e reflexões dos docentes sobre o conhecimento tecnológico (TK).

Assim, a nuvem de palavras demonstra que o curso de geometria com o uso do GeoGebra para PEMAls não se concentrou apenas no TK, trazendo à tona outros conhecimentos docentes, confirmando que a utilização das TDICs no campo educacional não se limita somente a uma formação técnica. Corroborando com Mishra e Koehler (2006), um ensino de qualidade, mediado pelas tecnologias, requer, dos professores e das instituições formadoras, uma compreensão ampla e integrada sobre a relação entre os conteúdos curriculares, as técnicas pedagógicas para o uso dos recursos digitais de forma construtiva, crítica e criativa, bem como o conhecimento sobre quais tecnologias podem ser usadas para construir novas formas de aprender e ensinar.

#### **4.2.2. Os conhecimentos da docência pelos caminhos da similitude**

A segunda imagem (figura 49) apresenta a análise de similitude elaborada no IRaMuTeQ. Esse recurso permite identificar as estruturas e núcleos centrais presentes nos depoimentos dos docentes durante a formação, bem como nas suas respostas qualitativas do último questionário, voltadas à avaliação do curso.

A análise de similitude apresenta a ligação entre palavras, compondo os conjuntos de temas mais evocados, inseridos como troncos centrais do discurso, suas relações e as coocorrências entre as palavras, ou seja, quais palavras aparecem mais vinculadas aos termos centrais e se há vocábulos intermediários ligando esses termos a subconjuntos de argumentos.



O primeiro quadro apresenta mais detalhadamente o conjunto que possui a palavra “conteúdo” como central.

Quadro 5 – Lista de termos presentes no item “conteúdo” da análise de similitude no IRaMuTeQ.

Conteúdo			
Verbos	contextos	conteúdos	Palavras
Trabalhar	Escola	Sólidos geométricos	Experiências
Vir	Anos iniciais	Planificação	Assunto
Ver	Trabalho	Ampliação e redução	Dificuldade
Explorar	Criança	Figuras planas	Recurso
Falar		Ângulo	Livro didático
Entender			Casa
Acreditar			

**Fonte:** Elaboração do autor a partir da análise de similitude do IRaMuTeQ.

Observando os verbos listados no quadro 5, percebe-se no discurso dos docentes um movimento de busca de formação para compreensão do conteúdo, expresso pelos verbos “vir”, “ver” e “entender”, bem como para “acreditar” que são capazes de ensinar conteúdos geométricos. Outro movimento destacado na fala dos professores é “entender” mais o conteúdo para conseguir “trabalhar”, “falar” e “explorar” esses assuntos com os alunos. Assim, as preocupações dos professores-cursistas estão ligadas às necessidades práticas do “trabalho” pedagógico com “crianças” nas “escolas” dos “anos iniciais”, ou seja, a necessidade de formação emana da prática docente. Essa articulação entre formação e prática é positiva e ratifica as reflexões de Arxer, Zanon e Bizelli (2018) sobre as potencialidades da reflexão da prática docente para a construção de processos criativos que permitam ir além da prática rotineira e repetitiva que muitas vezes domina o cotidiano escolar.

Especificamente sobre os conteúdos que ganharam centralidade no discurso dos professores observa-se a existência de dois eixos. O primeiro se volta aos conteúdos que esses mais trabalham e avaliam possuir melhor domínio, no caso as “figuras planas” e “sólidos geométricos”. O segundo, volta-se as unidades temáticas que possuem mais dificuldades de contextualizar, como “ângulo”, ou as que possuem dúvidas, como “planificação” e “ampliação e redução”.

As palavras de maior ocorrência reforçam a “dificuldade” com o “assunto” de geometria, porque os professores-cursistas avaliaram suas “experiências” com esse conteúdo como limitada, tanto que informam que o principal “recurso” é o “livro didático”. Essa reflexão sobre a necessidade de maior domínio do conteúdo e diversificação dos recursos ganhou mais ênfase, ainda segundo os docentes, devido às exigências de propor atividades para serem realizadas na “casa” dos alunos

durante o ensino remoto, validando as observações de Santos; Rosa e Souza (2020), que o período pandêmico contribuiu para a busca de formação continuada e de proposição de novas práticas pelos professores. A seguir, apresenta-se recortes dos dados qualitativos para ilustrar as situações resumidas no quadro 5.

Acredito que será muito bom poder **trabalhar** esse **conteúdo** dos sólidos de uma forma diferenciada com os alunos (Pc5, diário de campo, 2022).

É uma grande dificuldade a aplicação de atividade matemáticas para as **crianças**, para **trabalhar conteúdos** de matemática com as **crianças** (Pc6, diário de campo, 2022).

Minha proposta é **trabalhar** [os conteúdos] na sala de informática com o GeoGebra (Pc11, diário de campo, 2022).

**Trabalhei** [geometria] com eles ano passado mais no **livro**, mesmo não sendo muito prático (Pc5, diário de campo, 2022).

Nós professores dos **anos iniciais** somos de humanas e temos certas **dificuldades** com as exatas e por esse motivo temos que ter formação o tempo todo para poder melhorar o nosso desempenho com esses **conteúdos** (Pc19, diário de campo, 2022).

Muito interessante esse aprendizado de hoje sobre o **conteúdo** de **ampliação e redução de figuras planas**, foi uma **experiência** muito valiosa (Pc9, diário de campo, 2022).

O aluno precisar **explorar** o **assunto** e trazer coisas novas de suas pesquisas na *internet* e o professor [pode] ter **dificuldades** de lidar com novas informações e acabar não gostando de ministrar o **conteúdo** por não o entender totalmente (Pc11, diário de campo, 2022).

[No ensino remoto] eles tinham que confeccionar os brinquedos com que eles tivessem em **casa** (Pc18, diário de campo, 2022).

Quando eu passava esse tema **planificação** do cubo para os meus alunos eu dizia para olharem atentamente a figura da **planificação**, pois acreditava que só existia aquele modelo de **planificação**, a única forma que está no **livro didático** (Pc11, diário de campo, 2022).

**Vim** fazer o curso porque venho procurando aprimorar cada vez mais as atividades matemáticas, pela utilização de recursos tecnológicos, pois nesse período da pandemia percebemos que precisamos muito desses recursos digitais para aprimorar a qualidade de nossas aulas (Pc13, diário de campo, 2022).

O segundo quadro apresenta o conjunto de termos que possui a palavra “Aluno” como central.

Quadro 6 – Lista de termos presentes no item “aluno” da análise de similitude no IRaMuTeQ

Aluno		
Verbos	contextos	Palavras
Ficar Perceber Passar Saber Levar Facilitar Chegar Dizer Dar	Matemática Licenciatura Parfor Sala de aula Ano (1º ao 5º do fundamental)	Conhecimento Professor Aprendizagem Geometria Coisa

**Fonte:** Elaboração do autor a partir da análise de similitude do IRaMuTeQ.

Observando o quadro 06 e a estrutura da análise de similitude (figura 49), percebe-se que as argumentações e reflexões dos professores-cursistas seguem dois caminhos complementares: um voltado ao ensino e a aprendizagem dos alunos dos anos iniciais e outro, no qual o próprio professor se coloca como aluno, refletindo sobre sua formação para ensinar conteúdos matemáticos, destacando a formação inicial (licenciatura em pedagogia) e as experiências na segunda licenciatura, com ênfase no curso de matemática/Parfor.

Os verbos “passar”, “levar”, “facilitar”, “dizer” e “dar” utilizados pelos cursistas, para falar dos alunos dos anos iniciais, expressam a preocupação com a “aprendizagem” de “geometria”. Similar ao observado no quadro 5, o principal contexto das reflexões é a prática docente em “sala de aula”. Os trechos destacados a seguir, exemplificam essa situação:

[...] essas novas ideias estão sendo bem-vindas porque com certeza eu professor irei **levar** para a minha **sala de aula** para **facilitar** o desenvolvimento dos meus **alunos**. (Pc10, diário de campo, 2022)

Quando chega na parte dos sólidos geométricos temos um pouco de dificuldade para **passar**, precisando estudar mais (Pc14, diário de campo, 2022).

Achei interessante buscar esse conhecimento tecnológico e o conhecimento matemático para **repassar** aos **alunos** (Pc7, diário de campo, 2022).

É importante **levar** para os **alunos** essa parte completa e palpável (Pc8, diário de campo, 2022).

A pandemia deixou lacunas no ensino de matemática com os **alunos** e me fez buscar informações sobre tecnologia e matemática através

do curso do GeoGebra, para **levar** a **sala de aula** (Pc6, diário de campo, 2022).

Com certeza eu professor irei **levar** para a minha **sala de aula** para **facilitar** o desenvolvimento dos meus **alunos** (Pc11, diário de campo, 2022).

Quando os professores-cursistas se colocaram como alunos, esses destacaram o aprendizado no curso com o GeoGebra e avaliaram sua formação inicial para ensinar conteúdos matemáticos, enfocando questões relacionadas a graduação em pedagogia e, em alguns casos, a formação continuada, como o Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e a segunda licenciatura em matemática, com ênfase no curso de matemática/Parfor realizado por dois cursistas. As transcrições a seguir destacam trechos nos quais os professores comentam sobre suas formações:

Avalio o curso [do GeoGebra] positivamente porque eu consegui aprender bastante. Nós, **professores**, nos tornamos **alunos** mesmos. O curso me deu um novo norte sobre o assunto de geometria e como desenvolver as estratégias dentro de sala de aula. Achei um curso de excelência (Pc5, diário de campo, 2022).

Porque não sou uma pessoa muito aberta para conhecimento matemático, pois tenho **licenciatura** em letras e **licenciatura** em pedagogia, então, sou um pouco aversa aos cálculos, mas espero aprender bastante para poder **repassar** aos **alunos** (Pc2, diário de campo, 2022).

Quando participei do curso de ensino de **matemática** pelo **PNAIC**, aprendi a trabalhar com canudinhos, com a massinha de modelar para poder fazer as figuras planas e prismas e demonstrar para que os **alunos** pudessem fazer em sala de aula (Pc14, diário de campo, 2022).

Eu fiz **Licenciatura** matemática no **Parfor**. Na época da **Licenciatura**, tivemos problemas com alguns professores do **Parfor** que vieram de Belém, pois os professores da **matemática** menosprezavam a turma, porque a maioria era professor pedagogo, professores pedagogos com mais de quinze anos de **sala de aula**, e não tinham aptidão **matemática** e os professores do **Parfor** começavam a falar que já tinha experiências com pedagogos, que pedagogos não gostam de **matemática** e não entendiam porque pedagogos estavam na **matemática**, ai nos perguntava o que estávamos fazendo ali. Ao invés de estimular que gostássemos de **matemática** acabaram por deixar os professores desanimados, fazendo comentários depreciativos e algumas pessoas acabaram mesmo desistindo da **matemática** no **Parfor**, pois se sentiram constrangidas (Pc11, diário de campo, 2022).

Como observado nos trechos apresentados, as formações citadas possuem avaliações diferentes, mobilizando percepções e sentimentos diversos. A primeira transcrição versa sobre o curso do GeoGebra, destacando positivamente os aprendizados, indicando que a quantidade de novos conhecimentos adquiridos fez com que esses se sentissem como alunos durante a formação. A segunda transcrição faz referência à Licenciatura em Pedagogia como exemplo de um curso para quem não gosta de matemática sendo “averso” aos cálculos. Essa situação demonstra as consequências da formação reduzida e fragmentada do saber matemático nos cursos de pedagogia, conforme observaram Sousa e Sobrinho (2009) e Neves e Bittar (2015).

A penúltima transcrição enfoca a formação continuada e os conhecimentos desenvolvidos nos cursos de formação matemática ofertados pelo PNAIC. Esse programa foi criado em 2012, com a participação da União, estados, municípios e diferentes instituições formativas, com o objetivo de garantir que os alunos, até o 3º ano do ensino fundamental (com 8 anos) fossem plenamente alfabetizados. O programa se dividiu em três etapas, sendo o período de 2014 a 2015, voltado à alfabetização matemática. A perspectiva teórica do PNAIC se filiava à educação matemática, baseada nas práticas de sala de aula. Vitorino e Rolkouski (2021) pesquisaram a implementação do PNAIC no município de Curitiba, destacando a grande aceitação dos professores em relação ao curso e ao material didático, pela articulação dos conteúdos do programa com a prática docente de sala de aula.

A última transcrição apresentada tece críticas a um curso de licenciatura em matemática ofertado pelo Parfor no interior do estado do Pará. O cursista faz um desabafo sobre as relações entre alguns professores formadores da graduação em matemática e os alunos que estavam cursando a segunda licenciatura no referido programa. O docente destaca que percebia a existência de preconceitos pelo fato de os alunos do curso serem formados em pedagogia, desmerecendo a prática profissional e docente desses graduandos. Ainda segundo o cursista, o resultado dessa relação desrespeitosa contribuiu para a desistência de alguns alunos do curso.

Vieira e Meneguim (2020) analisaram o curso de Licenciatura em Matemática do Parfor e seus desdobramentos no estado do Pará, ouvindo por meio de entrevistas, com gestores e coordenadores locais do curso e aplicação de questionários para os alunos do programa. Sua pesquisa confirma a percepção negativa de alguns professores sobre os alunos de Matemática/Parfor, em virtude de alguns possuírem

somente o Ensino Médio (antigo magistério), de terem idade avançada, de apresentarem despreparo e inaptidão com o conhecimento matemático, bem como por estarem a um “longo tempo distante do banco da escola” (VIEIRA; MENEGUIN, 2020, p. 12). Os autores confirmam ainda o grande percentual de evasão e trancamento do curso de licenciatura em Matemática/Parfor, sendo que a UFPA apresentou o pior índice com 49,5%.

Admitindo-se todos os desafios enfrentados pelo curso de Licenciatura em Matemática/Parfor, é preciso refletir sobre a necessidade de que os cursos de formação de professores tenham relações pedagógicas mais horizontais, o que Niess (2006) denomina de relação entre pares, na qual professores atuam com professores, mantendo e estimulando uma relação de respeito profissional.

Ainda em relação ao quadro 06, observa-se que a palavra “coisa” foi utilizada com vários sentidos, como conhecimento, ferramenta, conteúdo e informações novas, como fica exemplificado nos trechos a seguir:

No curso [do GeoGebra] aprendi um monte de **coisas** rapidinho, lembrei muita coisa (Pc14, diário de campo, 2022).

Eu achei o curso [do GeoGebra] magnifico, aprendi **coisas** novas e reaprendi **coisas** que já tinha visto nas minhas formações anteriores e considero bem proveitoso as atividades para passar aos nossos alunos (Pc18, diário de campo, 2022).

o **aluno** precisar explorar o assunto e trazer **coisas** novas de suas pesquisas na *internet* (Pc11, diário de campo, 2022).

O terceiro e último quadro apresenta o conjunto que possui a locução “Curso GeoGebra” como central.

Quadro 7 – Lista de termos presentes no item “Curso GeoGebra” da análise de similitude no IRaMuTeQ

Curso GeoGebra		
Verbos	Contextos	Palavras
Achar Aprender Utilizar Aprimorar Precisar Usar Visualizar Querer	Aula Formação	Tecnologia GeoGebra Conceito Ferramenta Uso Relação Possível

**Fonte:** Elaboração do autor a partir da análise de similitude do IRaMuTeQ.

Os verbos que aparecem nesse último grupo de palavras remetem ao aprendizado do próprio professor-cursista em relação ao conhecimento tecnológico (TK). Os professores indicaram que o uso do GeoGebra responde a uma necessidade,

expressa pelos verbos “precisar”, “aprender”, “utilizar”, “usar” e “aprimorar”, bem como a um “querer” incluir tecnologia em sua prática pedagógica. O verbo “achar” expressa a opinião positiva dos professores em relação aos aprendizados da formação com o GeoGebra, tanto que na figura 49, na análise de similitude, três termos se sobrepõem: achar→possível→tecnologia.

Entre as palavras mais evidenciadas no terceiro grupo, encontra-se o próprio termo “GeoGebra” avaliado pelos docentes como uma “tecnologia” e uma “ferramenta” que torna “possível” “visualizar” as propriedades e as transformações geométricas, apresentar relações e explorar “conceitos” matemáticos. As próximas transcrições exemplificam o uso dessas palavras:

foi um **curso** [do GeoGebra] bastante enriquecedor. Foi um retorno à geometria e ao GeoGebra que **usei** de forma superficial na faculdade [de matemática]. Foi um **curso** bastante enriquecedor e me incentivou a ser mais exploradora, curiosa (Pc10, diário de campo, 2022).

Vejo que esta **ferramenta** [GeoGebra], surgiu para permitir o aprimoramento e aumentar a facilidade para a **aprendizagem** de conteúdos geométricos. Pois o **GeoGebra** leva o aluno a imaginar e movimentar as figuras de várias maneiras. Desenvolvendo suas expectativas mediante ao conteúdo geométrico estudado em sala de aula (Pc11, diário de campo, 2022).

O **curso** [do GeoGebra] nos deu suporte as novas **tecnologias** para serem trabalhados conteúdos geométricos com nossos alunos e demonstrar usando o **GeoGebra** de forma a facilitar a aprendizagem matemática. O **GeoGebra** ajuda os alunos a compreenderem e **visualizarem** os conteúdos geométricos e alguns **conceitos** geométricos. Com a ampliação dos conhecimentos obtidos no **curso** **acho** que falta somente um apoio pedagógico na escola e apoio tecnológico na escola onde atuo para iniciar a aplicação das atividades para ajudar na compreensão do conteúdo geométrico (Pc13, diário de campo, 2022).

Precisamos explorar mais a **ferramenta** [GeoGebra] e os conteúdos geométricos para realmente trazer o **GeoGebra** para a nossa prática docente. O **curso** está sendo uma experiência muito valiosa. Achei que com as linhas concorrentes no **GeoGebra** a visão de ampliação e redução, a **visualização** da proporcionalidade fica mais clara, mais fácil de entender. Dá pra **visualizar** (Pc15, diário de campo, 2022).

As transcrições permitem observar que a formação com o GeoGebra propiciou a mobilização de diferentes conhecimentos docentes (dos conteúdos, pedagógicos, tecnológicos etc.) e melhorar os sentimentos sobre a autopercepção dos

professores-cursistas em relação a utilização das TDICs no ensino de matemática nos anos iniciais.

### **4.3 Apontamentos sobre os resultados**

Em linhas gerais, os resultados da pesquisa, triangulados pelos diferentes instrumentos de produção de dados, indicam que os cursistas avaliaram como limitada as contribuições do curso de pedagogia, em relação ao aprendizado dos recursos de tecnologias educacionais e dos conhecimentos matemáticos necessários à sua atuação como PEMAs, confirmando a realidade observada em diferentes cursos de pedagogia, como os analisados nos estudos de Sousa e Sobrinho (2009) e Neves e Bittar (2015).

Na busca de diminuir as lacunas formativas, os cursistas indicaram a formação continuada, procurada de forma autônoma ou ofertada pelos sistemas e escolas, como o principal apoio para o domínio de tecnologias digitais, de aprendizagem de conteúdos matemáticos e de metodologias de ensino necessárias à sua prática docente. Esse cenário exemplifica a complexidade da profissionalização do professor discutida por Nóvoa (2019). O autor indica que as metamorfoses necessárias para a escola responder aos desafios da sociedade contemporânea exigem um processo de formação docente contínua e continuada.

Nessa jornada de profissionalização, os cursistas utilizaram diferentes estratégias de formação continuada, para o domínio do conteúdo (CK), em especial os conhecimentos matemáticos necessários à sua prática pedagógica nos anos iniciais, desde a realização de cursos de curta duração até qualificações mais longas, como especializações e a realização de segunda licenciatura. Entre essas formações destacaram-se dois programas de formação matemática: o PNAIC e o Parfor, sendo esses analisados e/ou criticados a partir das relações entre professor e aluno vivenciadas pelos cursistas.

Sobre a estratégia de ampliação do CK por meio da realização de especializações ou de segunda licenciatura na área de matemática, os cursistas avaliaram que essas formações diminuíram suas dúvidas em relação ao conteúdo, mas não preencheram as lacunas formativas do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) e nem do conhecimento do aluno e de sua aprendizagem, especificamente para o ensino de crianças.

No que se refere à formação continuada para a ampliação do conhecimento tecnológico (TK), os cursistas também indicaram diferentes estratégias formativas, realizadas, principalmente, durante o ensino remoto, que surge como um dos grandes indutores pela busca de formação tecnológica, justificando, inclusive sua inscrição no curso do GeoGebra. Como explicam Mishra e Koehler (2006), o TK demanda formação contínua, em virtude da natureza dinâmica desse conhecimento, pois tecnologias são substituídas por outras rapidamente, exigindo dos professores a capacidade de aprenderem e reaprenderem.

A busca por formação tecnológica, objetivou tanto ampliar o domínio sobre diferentes ferramentas digitais, quanto melhorar os desconfortos e inseguranças que possuíam em relação ao uso das TDICs no ensino, confirmando a observação de Niess (2006) que formar professores para ensinar matemática, usando recursos tecnológicos, requer mais do que repassar sequências de comandos. A formação requer uma formação docente para a autonomia, confiança, criatividade e criticidade no uso de tecnologias educacionais.

Ainda sobre a formação continuada, os cursistas indicaram a busca por cursos e atividades capazes de auxiliarem-nos a diminuir suas dúvidas em relação ao conteúdo matemático (em especial entre os professores formados em pedagogia) e, de modo geral, as dúvidas quanto ao conhecimento tecnológico e ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Especificamente sobre o PCK, esses indicaram possuir dúvidas sobre o grau de dificuldade dos conteúdos geométricos, os exemplos mais adequados e quais atividades poderiam propor para desenvolver o conteúdo de forma mais atrativa e lúdica nos anos iniciais.

Assim, na avaliação dos cursistas, as diferentes lacunas formativas relacionadas ao CK, TK e PCK repercutem negativamente em sua prática pedagógica como professores que ensinam matemática, ocasionando também a limitação do ensino de alguns conteúdos específicos ao livro didático e atividades impressas.

Sobre o curso do GeoGebra do qual participaram, os cursistas avaliaram que a realização dos encontros aos sábados dificultou o cumprimento do cronograma de entrega das atividades assíncronas, em razão da sobrecarga de atividades docentes durante a semana. Entre as dificuldades da formação destaca-se o manuseio dos equipamentos tecnológicos, como notebook, celular e a instalação do *software* pelos cursistas. Contudo, apesar das dificuldades, a realização do curso na modalidade a distância foi positiva, por permitir flexibilidade de tempo e espaço, bem como a

exploração, de forma autônoma, de outras ferramentas do GeoGebra. Além disso, os cursistas indicaram que a permanência na formação ocorreu em virtude da relação horizontal entre professor-formador e os professores-cursistas, a disponibilização das aulas gravadas e o feedback da equipe envolvida no curso, tanto nas aulas síncronas quanto no grupo de *WhatsApp*.

Observou-se ainda que os cursistas demonstravam interesse nas atividades que mesclavam brincadeiras/jogo e ensino de matemática, estabelecendo comparações com outras atividades lúdicas realizadas em sua prática docente, levando-os a concluir que o software GeoGebra integra e amplia a compreensão de outros recursos manipulativos, como a malha quadriculada e o tangram.

Referente ao conhecimento do conteúdo matemático (CK), observou-se que os cursistas apresentaram maior desenvoltura com o conteúdo sobre figuras planas, socializando suas experiências trabalhadas em sala de aula, com o uso de recursos lúdicos e adaptados com os elementos do cotidiano. Por outro lado, esses apresentaram dificuldades em explorar algumas características e propriedades de figuras planas, com destaque ao estudo dos ângulos, como também possuíam dúvidas em relação ao conteúdo de ampliação e redução, simetria e o plano cartesiano.

Em síntese, os cursistas avaliaram que o uso do GeoGebra atende a uma necessidade da prática docente e a vontade de responderem ao desafio de incluírem as TDICs nos seus processos de ensino de matemática. Essa potencialidade da formação ocorre porque o curso ofertado na presente pesquisa auxiliou os cursistas na ampliação do conhecimento tecnológico (TK), do conhecimento do conteúdo (CK), do conhecimento pedagógico (PK), do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) e do conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve o objetivo de analisar as contribuições de um curso de formação continuada, mediado pelo *software* GeoGebra, para a mobilização de conhecimentos pedagógicos e tecnológicos do conteúdo matemático de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Após a apresentação do percurso formativo e dos resultados alcançados com a realização do curso, acredita-se que esse objetivo foi atingido, pois foi possível sintetizar que: o curso ofertado mobilizou diferentes saberes docentes, contribuindo para a melhoria e aprofundamento dos conhecimentos geométricos, pedagógicos e tecnológicos, diminuindo inseguranças em relação ao ensino de matemática com o uso das TDICs.

No mesmo sentido, a pesquisa conseguiu concretizar os objetivos específicos da investigação. Sobre a contribuição da formação docente (inicial e continuada) para o domínio dos conhecimentos tecnológicos e matemáticos, observou-se lacunas formativas nesses dois aspectos. Com relação a percepção dos cursistas sobre sua prática docente como PEMAls, esses indicaram possuir dificuldades em conteúdos geométricos como transformações de figuras planas, plano cartesiano e exploração dos sólidos. Quanto a avaliação dos cursistas sobre a formação em GeoGebra, constatou-se que estes consideram o curso positivo para a ampliação dos conhecimentos necessários ao uso de TDICs no ensino de geometria. No tocante a identificação dos conhecimentos docentes que surgiram durante a formação, constatou-se que o curso, analisado a partir do TPACK, mobilizou os diferentes conhecimentos que integram o referido modelo.

Além disso, a pesquisa trouxe diferentes questões, reflexões e aprendizados, inclusive para o professor pesquisador, como destacado a seguir.

Enfatiza-se que o formato do curso, a distância e aos sábados, apresentou pontos positivos e negativos. Em termos positivos, destaca-se que a formação permitiu aos docentes permanecerem no curso, contando com disponibilidade das aulas gravadas de cada encontro. Essa situação foi muito elogiada por eles, pois com a gravação dos encontros, puderam assistir novamente ao conteúdo da aula. Houve assim respeito ao tempo disponível dos professores e a seus ritmos de aprendizagem. Quanto aos aspectos negativos, percebeu-se a necessidade de maior apoio aos

docentes, pois alguns tiveram dificuldades técnicas de instalação do software/aplicativo por meio do celular e/ou do computador.

A partir dos resultados e da análise do curso ministrado, seguem algumas recomendações para futuras formações com o GeoGebra:

- Que a formação siga um modelo híbrido que possa contemplar momentos de atividades a distância com encontros presenciais;
- Que os encontros presenciais de formação sejam realizados em dia útil de trabalho dos docentes, sendo esses liberados a partir de um calendário quinzenal ou mensal;
- Que a carga horária destinada à formação tecnológica com o GeoGebra, em um modelo híbrido, seja no mínimo de 40 horas, para evitar que o curso seja meramente de instrução técnica, mas que sirva para os professores explorem os recursos, ferramentas e possam desenvolver um processo de aprendizagem matemática com o GeoGebra;
- Que as atividades síncronas e a distância sejam apoiadas com recursos pedagógicos variados como tutoriais, videoaulas, indicação de jogos etc;
- Que nos cursos de formação continuada de professores, a relação entre o professor-formador e os cursistas seja de respeito profissional e entre pares, valorizando e respeitando as experiências da prática docente dos professores-cursistas;

Entre os aprendizados, importa assumir que o curso também repercutiu na ampliação dos conhecimentos docentes do próprio professor-pesquisador. Como a formação demandou um mergulho em conteúdos geométricos e nos comandos de diferentes softwares, a pesquisa impulsionou a reflexão da própria prática do pesquisador como PEMAI. Por exemplo, com a percepção da ausência no uso do GeoGebra para o ensino de conteúdos envolvendo a ampliação e redução de figuras poligonais, tendo usado, com alunos do 5º ano, somente a malha quadriculada, não obtendo resultado satisfatório na compreensão desse conteúdo pelos educandos. Assim, apesar de conhecer o *software* GeoGebra, ainda não articulava seu uso à alguns conteúdos específicos, evidenciando que a formação trouxe momentos muito importantes de aprendizagem e autoaprendizagem.

É fundamental admitir que a presente pesquisa apresenta limitações que impactam na qualidade de seus resultados, entre as quais o formato *on-line* do curso

que impossibilitou conhecer melhor os sujeitos de pesquisa e acompanhar suas aprendizagens durante a formação. Outra limitação foi o número de cursistas, pois este foi menor do que o esperado no planejamento da pesquisa, bem como não se conseguiu montar uma turma de professores da mesma rede ou do mesmo município. Apesar dos percalços, acredita-se que o estudo possibilitou reflexões importantes sobre os conhecimentos docentes para o uso das tecnologias no ensino de matemática.

As limitações apontadas sugerem a necessidade de novas pesquisas sobre o tema, com procedimentos metodológicos que permitam melhores condições de análise sobre as aprendizagens docentes, bem como sobre a utilização desses novos conhecimentos tecnológicos para a mudança da prática pedagógica em sala de aula.

Portanto, apesar das limitações a investigação foi fundamental para o planejamento do produto educacional e a decisão de elaborar e disponibilizar um curso digital, com propósito de formar PEMAls para o ensino de conteúdos de geometria, utilizando o *software* GeoGebra.

Para finalizar, importa destacar que, embora o estudo tenha sido centrado no *software* GeoGebra, a concretização da pesquisa e do produto educacional demandou o uso de diferentes tecnologias como: aplicativos do ambiente Microsoft Windows (Word, Excel e PowerPoint), aplicações do Google (Docs, Drive, Meet e You Tube), IRaMuTeQ, Adobe Illustrator, plataforma Canva e Camtasia Studio. Essa gama de recursos exigiu, em alguns momentos, o apoio de profissionais com maior domínio da tecnologia demandada, como ocorreu na inclusão dos dados no IRaMuTeQ, na produção das imagens no Adobe Illustrator e na diagramação do e-book na plataforma Canva.

Por um lado, essa situação leva a refletir como a produção de conhecimento científico por professores não pode ser pensada como o resultado de um trabalho solitário. Aliás, na solidão seria impossível ter finalizado a pesquisa e o produto, pois as exigências do mestrado profissional se somaram a manutenção das atividades como PEMAI, exigindo decisões de onde priorizar o tempo e as energias.

Por outro, essa situação também evidencia como o conhecimento tecnológico não se expressa como um letramento estático, encontrando-se em constante atualização, tanto pelo surgimento de novas tecnologias quanto pelas novas necessidades colocadas pela prática. Ter uma formação tecnológica e ser um usuário relativamente avançado de TDICs não significou o domínio de todas as ferramentas

necessárias a pesquisa, o que também ocasionou dúvidas e incertezas que permitiram inclusive compreender de forma mais empática as inseguranças demonstradas pelos professores cursistas participantes da pesquisa.

Por fim, destaca-se que apesar dessa investigação voltar-se à formação docente, ela não defende e nem acredita em soluções individualizadas para os problemas coletivos do sistema educacional. Por isso, além da formação docente para o uso das TDICs no ensino de matemática, é importante oferecer condições de trabalho para que os professores possam utilizar seu conhecimento tecnológico e pedagógicos do conteúdo (TPACK) no ambiente escolar, por meio de políticas públicas que efetivamente possam implantar estruturas tecnológicas, que garantam o acesso à *internet* de qualidade, equipamentos de *hardware* e *softwares* que permitam maior mobilidade, usabilidade e flexibilidade, ultrapassando o modelo de laboratório de informática.

## REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, Marli. O que é um estudo de caso qualitativo em educação? **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013.
- AQUINO, K M B. e PINTO, S M C. Formação docente e inclusão digital – um estudo com egressos da licenciatura em História do DCH. **V Encontro dos Núcleos de Pesquisa da Intercom**. 2005.
- ARCHAMBAULT, L; CRIPPEN, K. Examining TPaCK Among K-12 On-line Distance Educators in the United States. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*. v. 9, n. 1, 2009.
- ARRUDA, F. S. de; FERREIRA, R. dos S.; LACERDA, A. G. LETRAMENTO MATEMÁTICO: Um olhar a partir das competências Matemáticas propostas na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 181–207, 2020. DOI: 10.23925/2358-4122.2020v7i2p156-179. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48745>. Acesso em: 02 jul. 2022.
- ARXER, Eliana Alves; ZANON, Dulcimeire Ap. Volante; BIZELLI, José Luís. Contribuições do processo reflexivo para o entendimento da prática docente. **Dialogia**, São Paula, n. 28. 2018.
- BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Tradução Lucie Didio. Brasília, DF: Plano Editora, 2002.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70; 1977.
- BORGES NETO, Hermínio. Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola. Simpósio “Novas abordagens da comunicação na escola: a sala de aula como processo comunicacional”. **IX ENDIPE**. Águas de Lindóia, SP. 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Governo Federal. **Base Nacional Curricular Comum** (BNCC), 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit\\_e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf). Acesso em: 13/03/2021.
- BRASIL. **Parecer CNE/CP nº 9/2020, de 8 de junho de 2020**. Brasília, DF: Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação, 2020.
- CARDOSO, Amanda Mayra; AZEVEDO, Juliana de Freitas; MARTIN, Ronei Ximenes. Histórico e tendências de aplicação das tecnologias no sistema educacional brasileiro. **Colabor@ – Revista Digital da CVA - Ricesu**, Volume 8, Número 30, Dezembro de 2013. ISSN 1519-8529.
- CAREGNATO, Rita Catalina Aquino; MUTTI, Regina. Pesquisa qualitativa: análise de discurso versus análise de conteúdo. **Texto Contexto Enferm**, Florianópolis, 2006 Out-Dez; 15(4): 679-84.

CHAI, C. S; KOH, J. H. L; TSAI, C. C. A Review of Technological Pedagogical Content Knowledge. **Educational Technology & Society**, v.16 (2), 31–51. 2013. Disponível em: [https://www.j-ets.net/collection/published-issues/16\\_2](https://www.j-ets.net/collection/published-issues/16_2). Acesso em: 18/07/2021.

COSTA, Sílvia Letícia Castro. **Letramento Matemático: saberes que fundamentam a ação dos Coordenadores pedagógicos que atuam no Programa Pacto pela educação no âmbito do território Baiano do Sertão do São Francisco**. Dissertação: [Mestrado] do Programa de Pós-Graduação em Formação de Professores e Práticas Interdisciplinares da Universidade de Pernambuco UPE – Campus Petrolina, 2018.

CUNHA, Débora Alfaia da. FREITAS, Claudio Lopes de. Formação de professores e inclusão digital no Parfor. **Seminário Parfor Pedagogia**, 2012.

D'AMBROSIO, U. Avaliação do alfabetismo matemático: intenções e possibilidades de pesquisa. In: FONSECA, M. **Letramento no Brasil: Habilidades matemáticas**. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, 2004, p. 31-46.

DEBASTIANI NETO, João; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius ; FRANCO, Valdeni Soliani. A Construção do Espaço Geométrico por Crianças Entre 03 e 10 Anos. UNOPAR Cient. Exatas Tecnol., Londrina, v. 9, n. 1, p. 71-78, Nov. 2010.

FAGUNDES, Tatiana Bezerra. Os conceitos de professor pesquisador e professor reflexivo: **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 21 n. 65, 2016.

FERNANDEZ, Carmen. Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PcK) de professores de ciências. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte – MG, 2015, v. 17, n. 2. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/ensaio/article/view/10103>. Acesso em: 27/01/2023. DOI: <https://doi.org/10.1590/1983-21172015170211>.

FERREIRA, Et ali. Ensino de Matemática e COVID-19: práticas docentes durante o ensino remoto. EM TEIA – **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, vol. 11 – Nº 2 – 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/247850>. Acesso em: 12 jun. 2021. DOI: <https://doi.org/10.36397/emteia.v11i2.247850>.

FERREIRA, Leonardo Alves et all. ENSINO DE MATEMÁTICA E COVID-19: práticas docentes durante o ensino remoto. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – vol. 11 - número 2 – 2020.

FRANÇA, Maria Dasdores Vieira de. A utilização do laboratório de informática pelos docentes como uma ferramenta de ensino. V EPEAL. **Pesquisa em Educação: desenvolvimento, ética e Responsabilidade Social**. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Alagoas. 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

FREITAS, C. L. de; CUNHA, D. A. da; MANFREDO, E. C. G. Práticas e formações de professores de matemática no ensino remoto: letramento digital como desafio no pós-pandemia. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. e22012, 2022. DOI: 10.26571/reamec.v10i1.12985. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/12985>. Acesso em: 3 abr. 2022.

FREITAS, C. L. de; OLIVIERA, J. S de; MACHADO; P NS. **O uso das tecnologias da informação e comunicação na gestão de uma escola da rede particular de ensino em Belém**. Trabalho de conclusão de curso. Fapan. Belém, 2016.

FRÓES, Jorge R. M. Educação e Informática: A Relação Homem/Máquina e a Questão da Cognição. 2007. Disponível em: <http://www.proinfo.gov.br/biblioteca/textos/txtie4doc.pdf>. Acesso em: 04/07/2012.

GALVÃO, Taís Freire; PEREIRA, Mauricio Gomes. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiol. Serv. Saúde**, Brasília, v. 23, n. 1, p. 183-184, mar. 2014. Disponível em: [http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1679-49742014000100018&lng=pt&nrm=iso](http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-49742014000100018&lng=pt&nrm=iso). Acessos em: 10/07/2021.

GERDES, Paulus. Incorporar ideias matemáticas provenientes da África na educação matemática no Brasil? **Revista Quipu**, v. 14, n.1, jan-abril 2012. Disponível em: [http://www.revistaquipu.com/Sub1/?page\\_id=958](http://www.revistaquipu.com/Sub1/?page_id=958). Acesso em: 08/01/2022.

GONÇALVES, Heitor Antônio. **O conceito de letramento matemático: algumas aproximações**. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora: Virtú, 2005.

HOHENWARTER, Markus. **Ajuda do GeoGebra**. Tradução de Jorge Gerales, 2006. Disponível em: [http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/geogebra/quia\\_rapido\\_geogebra.pdf](http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/geogebra/quia_rapido_geogebra.pdf). Acesso em: 12/12/2021.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional** (livro eletrônico): formar-se para a mudança e a incerteza. São Paulo: Cortez, 2022. (Coleção questões da nossa época; v. 14).

JOLANDEK, Emilly G.; PEREIRA, Ana L.; MENDES, Luiz O. R. Letramento Matemático e Suas Vertentes. **Revista Valore**, Volta Redonda, Paraná – PR, 2021. Disponível em: <https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/download/831/582>. Acesso em: 10/12/2021.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994 Disponível em:

<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10671>.

Acesso em: 21/01/2023.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya; AKCAOGLU, Mete e ROSENBERG, Joshua. *The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework for Teachers and Teacher Educators*. 2013.

KUKLINSKI, H. P.; COBO, C. **Expandir la universidad** más allá de la enseñanza remota de emergência Ideas hacia un modelo híbrido post-pandemia. Barcelona: Outliers School, 2020.

LEIVAS, J. C. P. Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura em Matemática..Tese (Doutorado em Educação, UFPR),Curitiba, 2009, 294p.

LEIVAS, José. C. Pinto.; OLIVEIRA, Marluce. Trentin. Visualização e Representação Geométrica Com Suporte Na Teoria De Van Hiele. **Ciência e Natura**, [S. l.], v. 39, n. 1, p. 108–117, 2016. DOI: <https://doi.org/10.5902/2179460X23170>. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/23170>. Acesso em: 25 jan. 2023.

MANFREDO, Elizabeth Cardoso Gerhardt. Letramento matemático de alunos dos anos iniciais empregando gêneros textuais no contexto de um projeto de intervenção metodológica. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6470\\_2743\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6470_2743_ID.pdf). Acesso em: 02/07/2022.

MARCELINO, Alcione Ludgério. **Estudando sobre os números racionais no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Florestal, Minas Gerais, 2018. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/22362>. Acesso em: 18/12/2021.

MARQUES, P. P. M.; ESQUINCALHA, A. C. Desafios de se ensinar matemática remotamente: os impactos da pandemia Covid-19 na rotina de professores. **IX Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro** – Edição Virtual, 2020. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/spem-rj/ix-spem-rj/paper/view/1399/1167>. Acesso em: 29 mai. 2021.

MISHRA, Punya e KOEHLER, Matthew J. *Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge*. 2006.

NISS, Margaret. Guest Editorial: Preparing teachers to teach mathematics with technology. In: Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 6(2). 2006. Disponível em <https://citejournal.org/volume-6/issue-2-06/mathematics/guest-editorial-preparing-teachers-to-teach-mathematics-with-technology/>. Acesso em 16/01/2023.

NÓVOA, Antônio. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações D. Quixote, 1997.

NÓVOA, António. **A formação de professores e trabalho pedagógico**. Lisboa: Educa, 2002.

NÓVOA, António. Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. **Educação & Realidade**. 2019, v. 44, n. 3. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2175-623684910>. Acesso em: 08/07/2022.

PERRENOUD, Philippe. Formar professores em contextos sociais em mudança. Prática reflexiva e participação crítica. **Revista Brasileira de Educação**, Genebra, n. 12, p. 05-21, 1999.

POLLI, Cileide Teixeira da Silva. **Geometria no 5º ano do ensino fundamental**: Proposição de uma Sequência Didática para o Ensino de Polígonos. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias). Universidade Norte do Paraná, 2017. Disponível em: <https://repositorio.pgskroton.com//handle/123456789/10285>. Acesso em: 18/12/2021.

REIS, M. A. dos; NANTES, E. A. S.; MACIEL, C. M. L. A. Letramento Digital: uma investigação da teoria à prática docente dos professores do Estado de Mato Grosso. **Revista Prática Docente**, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 249-262, 2018. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/88>. Acesso em: 18 jul. 2021. Doi: <https://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2018.v3.n1.p249-262.id88>.

REIS, Patrícia Rodrigues Carvalho dos; COSTA, Michel da e TAVARES, Elisabeth dos Santos. **Uma Abordagem Pedagógica – TPACK no Ensino Fundamental**, Santos/SP, 2019.

REIS, Patrícia Rodrigues Carvalho dos; COSTA, Michel da; TAVARES, Elisabeth dos Santos. Uma Abordagem Pedagógica – **TPACK no Ensino Fundamental**. Santos – São Paulo, 2019. Disponível em: <http://www.abed.org.br/congresso2019/anais/trabalhos/33740.pdf>. Acesso em: 06/02/2021.

RITTER, D.; SCHMITZ, G.; BULEGON, A.; TOLENTINO-NETO, L. Percepções de professores de Matemática sobre as aulas remotas: uma análise à luz da teoria fundamentada nos dados. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 3, p. 1-19, 6 jun. 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2965>. Acesso em: 26 jun. 2021. Doi: <https://doi.org/10.26843/rencima>.

RODRIGUES, Renata Udvary. **Geometria e ensino híbrido... você já ouviu falar?** Uma formação continuada de professores do Ensino Fundamental I. Dissertação (Mestrado em Educação: Matemática) – PUC/SP, PPEM, 2019. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/22739>. Acesso em: 18/12/2021.

SAMPAIO, P. A. S. R.; COUTINHO, C. P. Avaliação do TPACK nas atividades de ensino e aprendizagem: um contributo para o estado da arte. **Revista Educa On-line**. v. 06.nº 03. Set-Dez 2012.

SANTOS, Vanessa Kulichski Matias dos. **Simetria no plano**: um estudo com alunos de 5º ano, utilizando o software GeoGebra e o SimiS. Dissertação (Mestrado) – UEM, PPECM, Maringá, 2018. Disponível em: <http://www.pcm.uem.br/dissertacao-tese/264>. Acesso em: 18/12/2021.

SELLTIZ, C.; WRIGHTSMAN, L. S.; COOK, S. W. **Métodos de pesquisa das relações sociais**. São Paulo: Herder, 1965.

SHULMAN, Lee. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986. Disponível em: <https://www.wcu.edu/webfiles/pdfs/shulman.pdf>. Acesso em: 07/11/2021.

SHULMAN, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. Revista de Currículum y formación del profesorado, 9, 2, p. 1-30, 2005. Disponível em: <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>. Acesso em: 07/01/2023.

SHULMAN, Lee S. Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea. In: WITTROCK, Merlin C. (Ed.) **La investigación de la enseñanza I**. Barcelona, Buenos Aires – México. Paidós, 1989.

SILVA, Estéfani Magalhães; VASSALLO NETO, Rafael; COSTA JUNIOR, Ayrton Ferreira da. A MATEMÁTICA E A ARTE: uma aproximação na perspectiva de isometria e homotetias. Anais do **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Cuiabá – MT, 2019. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/schedConf/presentations>. Acesso em: 20/04/2022.

SILVA, Juliana Pereira Zorzin. **Contribuições de uma prática formativa envolvendo o software GeoGebra para professores e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado), PPE, UFA, Alfenas, 2021. Disponível em: <https://bdtd.unifal-mg.edu.br:8443/handle/tede/1861>. Acesso em: 31/10/2021.

SILVA, Juliana Pereira Zorzin. **Contribuições de uma prática formativa envolvendo o software GeoGebra para professores e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas, Minas Gerais – MG, 2021. Disponível em: <https://bdtd.unifal-mg.edu.br:8443/handle/tede/1861>. Acesso em: 31/10/2021.

SILVA, Ricardo; RAIMUNDO, Isabel; RATO, Virgílio e MARTINS, Fernando. TPACK: uma proposta de integração da tecnologia na aula de matemática. **Exedra**, Número Temático, 2019.

SOARES, Magda. Novas práticas de leitura e escrita: letramento na cibercultura. Revista **Educ. Soc.**, Campinas, vol. 23, n. 81, p. 143-160, dez. 2002. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/zG4cBvLkSZfcZnXfZGLzsXb/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 12/03/2021.

SOBRE o GeoGebra. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, s/d. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>. Acesso em: 12/12/2021.

SOUZA, José Kemeson da Conceição. **Percepções docentes sobre o ensino e aprendizagem de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental**: reflexos e reflexões de uma experiência formativa. Dissertação (Mestrado) – PPGDOC, IEMCI/UFPA. Belém, 2018. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/12223>. Acesso em: 27/11/2021.

SOUZA, V. V. S. Letramento digital e formação de professores. **Revista Língua Escrita**, n. 2, p. 55-69, dez. 2007. ISSN 1981-6847. Disponível em: <https://www.ceale.fae.ufmg.br/pages/view/lingua-escrita-n-2.html>. Acesso em: 22 jul. 2021.

STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. **Pesquisa Qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada**. Porto Alegre (RS): Artmed, 2008.

TEIXEIRA, Alcinda de Souza Muniz. **O uso do geogebra na resolução de problemas de geometria espacial**: uma experiência com alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental. Dissertação. Boa Vista – RR. 2020. Disponível em: <https://www.uerr.edu.br/ppgec/wp-content/uploads/2020/11/Dissertacao-2020-Alcinda-de-Souza.pdf>. Acesso em: 02/11/2021.

TEIXEIRA, Alcinda Souza Muniz; MUSSATO, Solange. Contribuições do software GeoGebra nas aulas com sólidos geométricos de faces planas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. In: **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 449-466, 2020. DOI: 10.26571/Reamec.v8i3.10835. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10835>. Acesso em: 31/10/2021.

UNESCO. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Brasília, São Carlos, EdUFSCar, 2016. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246861>. Acesso em: 04/07/2022.

VIEIRA, W.; MENEGUIN, F. Formação inicial do professor: um estudo de caso a partir dos cursos de licenciatura em Matemática do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica – Parfor. **Revista Tempos e Espaços em Educação**, v. 13, n. 32, p. 1-20, 2020. DOI: 10.20952/revtee.v13i32.13080. Disponível em: <https://seer.ufs.br/index.php/revtee/article/view/13080>. Acesso em: 11/03/2023.+

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele. **Educacao Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>. Acesso em: 08/01/2022.

VITORINO, V. C. L. N.; ROLKOUSKI, Emerson. O PNAIC de alfabetização matemática no Município de Curitiba: um olhar a partir do ciclo de políticas públicas educacionais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 22, p. 32–57, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.22.32-57. Disponível em:

<https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6300>. Acesso em: 11 mar. 2023.

WAGNER, Flávio R. **Habilidade e inclusão digital** - o papel das escolas. In: CGI.br (Comitê Gestor da Internet no Brasil). Pesquisa sobre o uso das tecnologias da informação e da comunicação 2009. São Paulo, 2010, pp. 47-51.

## **APÊNDICES**

### **Apêndice A: Questionários aplicados durante a pesquisa**

Questionário 1: Questionário de sondagem do curso de “desenvolvimento de letramento matemático e pensamento geométrico”

DADOS GERAIS DE IDENTIFICAÇÃO				
1. Nome do cursista				
2. Gênero				
3. Idade				
4. Estado civil				
5. Possui filhos? Se Sim, quantos?				
6. Estado onde você vive?				
7. Cidade onde você mora?				
8. Rede de ensino que atua (se necessário, marque mais de uma opção):				
<input type="checkbox"/> pública municipal	<input type="checkbox"/> pública estadual	<input type="checkbox"/> privada	Outro:	
9. Graduação(ões) que possui (se mais de uma, separar por vírgulas):				
CONHECIMENTO E DOMÍNIO DAS TDICS				
10. Indique quais atividades de formação tecnológica foram vivenciadas durante seu curso de graduação em pedagogia (marque quantas opções forem necessárias):				
<input type="checkbox"/> Disciplina específica sobre educação e tecnologia				
<input type="checkbox"/> Oficina de introdução à informática				
<input type="checkbox"/> Oficinas para o uso de softwares educativos				
<input type="checkbox"/> Cursos de extensão sobre tecnologias educacionais				
<input type="checkbox"/> Palestras sobre as tecnologias em educação				
<input type="checkbox"/> Uso de tecnologias básicas durante diferentes disciplinas do curso (PowerPoint, Word, Internet etc.)				
<input type="checkbox"/> Uso de tecnologias intermediárias durante diferentes disciplinas do curso (elaboração e editoração de vídeos, áudios, imagens etc.)				
<input type="checkbox"/> Uso de tecnologias avançadas durante diferentes disciplinas do curso (elaboração de jogos digitais, uso de softwares de autoria etc.)				
<input type="checkbox"/> Não houve atividade de formação tecnológica no meu curso				
Outro:				
11. Avaliando seu curso de pedagogia, em relação ao aprendizado dos recursos de tecnologias educacionais, marque o nível de contribuição desse curso de graduação para o seu atual domínio tecnológico:				
<input type="checkbox"/> Não contribuiu				
<input type="checkbox"/> Contribuiu muito pouco				
<input type="checkbox"/> Contribuiu pouco				
<input type="checkbox"/> Contribuiu em alguns aspectos				
<input type="checkbox"/> Contribuiu muito				
12. Marque as formações ou atividades (em ordem de importância) que você considera que mais contribuíram para o seu domínio tecnológico				
	Muito importante	Razoavelmente importante	Pouco importante	Sem importância
Graduação em pedagogia				
Outra graduação diferente de pedagogia				
Pós-graduação				
Exigências da docência nos anos iniciais				
O ensino remoto durante a pandemia				
Cursos ofertados pela escola				
Cursos ofertados pela rede de ensino				

Livre pesquisa sobre tecnologias por iniciativa própria (ex.: tutoriais, videoaulas e etc)				
Cursos on-line por iniciativa própria				
Cursos presenciais por iniciativa própria				
13. Indique duas palavras que resumem os seus sentimentos em relação ao seu desempenho docente com o uso das tecnologias. (separe-as por vírgulas):				
SOBRE A FORMAÇÃO MATEMÁTICA				
14. Indique quais atividades de formação matemática foram vivenciadas durante seu curso de graduação em pedagogia (marque quantas opções forem necessárias):				
<input type="checkbox"/> Disciplina específica sobre o ensino de matemática				
<input type="checkbox"/> Oficina de conteúdos matemáticos				
<input type="checkbox"/> Oficinas para o uso de softwares educativos em matemática				
<input type="checkbox"/> Cursos de extensão sobre tecnologias educacionais para o ensino de matemática				
<input type="checkbox"/> Palestras sobre educação matemática				
Outro:				
15. Avaliando seu curso de pedagogia, em relação a aprendizagem para docência de conteúdos matemáticos, especificamente em geometria, nos anos iniciais, marque o nível de contribuição desse curso:				
<input type="checkbox"/> Não contribuiu				
<input type="checkbox"/> Contribuiu muito pouco				
<input type="checkbox"/> Contribuiu pouco				
<input type="checkbox"/> Contribuiu em alguns aspectos				
<input type="checkbox"/> Contribuiu muito				
16. Marque as formações ou atividades (em ordem de importância) que você considera que mais contribuíram para a melhoria do seu desempenho no ensino de matemática nos anos iniciais, particularmente sobre o ensino de geometria.				
	Muito importante	Razoavelmente importante	Pouco importante	Sem importância
Graduação em pedagogia				
Outra graduação diferente de pedagogia				
Pós-graduação				
Exigências da docência nos anos iniciais				
Cursos ofertados pela escola				
Cursos ofertados pela rede de ensino				
Livre pesquisa sobre ensino de matemática por iniciativa própria				
Cursos on-line por iniciativa própria				
Cursos presenciais por iniciativa própria				
17. Marque a sua frequência de utilização dos recursos no ensino de geometria, listados a baixo:				
	Utilizo muito	Utilizo pouco	Não utilizo	
Tangram				
Malha quadriculada				
Régua				
Software de geometria				
Dobradura				
Esquadros				
Sólidos geométricos				
Planificação com material reciclado (embalagens diversas)				

Compasso			
Moldes de sólidos geométricos para imprimir, recortar e montar			
Maquetes			
Mapas			
Geoplano			
Bloco lógicos (peças geométricas planas)			
Espelho			
Mosaico			
Livro didático			
Atividades impressas			
Construção de Figuras planas com Kits ou material reciclado (canudinhos, palito de churrasco, massa de modelar entre outros)			

Questionário 2: Questionário de autopercepção de competência para ensinar conteúdos geométricos nos anos iniciais.

Avaliando sua prática como professor de conteúdos matemáticos nos anos iniciais do fundamental, marque o que considerar que melhor expressa sua opinião sobre sua performance no ensino dos seguintes conteúdos geométricos:

1. Eu me considero capaz de ensinar os alunos a descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

2. Eu me considero preparado a ensinar os alunos a classificarem e compararem figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

3. Eu me considero capaz de ensinar os alunos a descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

4. Sou capaz de ensinar os alunos a reconhecerem ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros softwares de geometria.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

5. Eu me considero capaz de ensinar os alunos a reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

6. Eu sou me sinto capaz de ensinar os educandos a utilizarem e compreenderem diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

7. Sou capaz de desenvolver atividades e ensinar os alunos a interpretar, descreverem e representarem a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

8. Eu me considero capacitado a ensinar os alunos a associarem figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisarem, nomearem e compararem seus atributos.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

9. Me sinto capaz de ensinar os discentes a reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

10. Sou capaz de ensinar os alunos a reconhecerem a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Me sinto totalmente capaz.

Me sinto moderadamente capaz, mas venho melhorando meu desempenho nesse conteúdo

Não consigo avaliar meu desempenho

Me sinto parcialmente capaz, pois ainda tenho algumas dificuldades nesse conteúdo

Não me sinto capaz

11. Entre os conteúdos a seguir marque SOMENTE os 3 que você MAIS trabalha nos anos iniciais em geometria.

Deslocamentos e posicionamentos em mapas e croquis

Deslocamentos e posicionamentos em plano cartesiano

Estudo de retas

Estudo de ângulos

Figuras planas

Comparação de polígonos

Sólidos geométricos

Planificação de sólidos geométricos

Congruência e proporcionalidade de figuras

Ampliação e redução de figuras

Simetria

12. Entre os conteúdos a seguir marque SOMENTE os 3 que você MENOS trabalha nos anos iniciais em geometria.

Deslocamentos e posicionamentos em mapas e croquis

Deslocamentos e posicionamentos em plano cartesiano

- Estudo de retas
- Estudo de ângulos
- Figuras planas
- Comparação de polígonos
- Sólidos geométricos
- Planificação de sólidos geométricos
- Congruência e proporcionalidade de figuras
- Ampliação e redução de figuras
- Simetria

13. Marque os motivos que definem os conteúdos geométricos menos ministrados:

- Falta de tempo no planejamento
- Ênfase nas operações
- Os alunos irão ver novamente esse conteúdo em anos posteriores
- Muito complexo para os alunos compreenderem
- Avalio que preciso dominar mais esses conteúdos
- Outros

Muito obrigado pela participação na pesquisa.

### Questionário 3: QUESTIONÁRIO FINAL DO CURSO DE FORMAÇÃO LETRAMENTO GEOMÉTRICO-DIGITAL

Muito obrigado por ter chegado até o final do curso. Nos ajude a avaliar o trabalho, para podermos melhorar futuras formações e a análise do alcance dos objetivos.

1. Nome \_\_\_\_\_

#### **Sobre o curso**

2. Como você avalia o curso **Letramento digital e matemático no ensino de geometria**:

- Ruim
- Regular
- Bom
- Excelente

Comentários sobre o curso (opcional) \_\_\_\_\_

3. Quais as dificuldades enfrentadas para realizar o curso?

(Pode marcar, mais de uma opção).

- Realizar encontros aos sábados
- Conflitar com atividades demandadas do trabalho
- Qualidade da internet utilizada
- Compreender alguns conteúdos
- Precisar assistir as aulas pelo celular
- Demorar a instalar o programa no Pc
- Não conseguir assistir as aulas gravadas
- Demorar a receber as aulas gravadas
- Não conseguir realizar atividades orientadas para casa
- Ausência de familiaridade com alguns conteúdos trabalhados
- Insegurança no uso dos recursos tecnológicos
- Outras: \_\_\_\_\_

Comentários a respeito da questão (opcional) \_\_\_\_\_

4. Quais fatores contribuíram para sua permanência no curso?

(Pode marcar, mais de uma opção).

- Realização dos encontros aos sábados
- Atividades acontecerem à distância
- Disponibilização das aulas gravadas
- Metodologia empregada pelo professor formador
- Interação de atividade manipulativas concretas (ex.: dobradura) com a manipulação no software.
- O feedback pelo grupo de WhatsApp
- Apresentação de abordagens de conteúdos geométricos importantes do currículo de matemática
- Outros: \_\_\_\_\_

Comentários a respeito (opcional) \_\_\_\_\_

5. Dos temas geométricos trabalhados no curso, marque o grau de dificuldades que você tinha na prática pedagógica com alunos dos anos iniciais.

Item	Não tinha dificuldade em ensinar	Tinha algumas dificuldades em ensinar	Tinha muita dificuldade com o assunto/objeto de conhecimento	Ainda não ministrei aula sobre esse conteúdo
Estudos das retas e pontos				
Estudo dos ângulos				
Figuras planas (polígonos)				
Ampliação e redução de figuras planas poligonais				
Estudo do plano cartesiano				
Sólidos geométricos (poliedros): prismas e pirâmides				
Sólidos geométricos (não poliedros): corpos redondos				
Planificação de sólidos geométricos: prismas e pirâmides				
Planificação de sólidos geométricos: cilindro e cone				
Estudos de simetria				
Estudo de Perímetro e área				

6. Dos temas geométricos trabalhados no curso, avalie o seu grau de compreensão das atividades realizadas

Item	Compreensão precária ou insatisfatória da maioria das atividades	Compreensão satisfatória da maioria das atividades	Compreensão plena das atividades realizadas
Estudos das retas e pontos			
Estudo dos ângulos			
Figuras planas (polígonos)			
Ampliação e redução de figuras planas poligonais			
Estudo do plano cartesiano			
Sólidos geométricos (poliedros): prismas e pirâmides			
Sólidos geométricos (não poliedros): corpos redondos			
Planificação de sólidos geométricos: prismas e pirâmides			
Planificação de sólidos geométricos: cilindro e cone			
Estudos de simetria			
Perímetro e área			

7. Após essa formação, você se sente capaz de começar a usar o GeoGebra nas aulas de matemática dos anos iniciais? Complete apenas uma das alternativas.

- ( ) Sim. Sinto-me capaz  
 ( ) Sim, mas precisarei rever algumas videoaulas gravadas.  
 ( ) Sim, mas irei pesquisar um pouco mais sobre o software (tutoriais)  
 ( ) Não me considero capaz de utilizar o GeoGebra

8. Justifique sua resposta na pergunta anterior: \_\_\_\_\_

9. Comparando o GeoGebra com outros materiais concretos manipulativos, na sua opinião

O GeoGebra substitui satisfatoriamente os materiais manipulativos concretos e avança em estímulos à criatividade e ao pensamento lógico importantes à compreensão da geometria

O GeoGebra integra e amplia a compreensão dos outros materiais concretos manipulativos, podendo ser uma opção atrativa como recurso tecnológico digital que contribui para o letramento geométrico

O GeoGebra formaliza os conceitos matemáticos sem necessitar articular-se aos outros materiais manipulativos tradicionais

10. Em relação aos conteúdos geométricos trabalhados na formação, você considera que:

Os conteúdos ampliaram minha compreensão sobre alguns conceitos geométricos

Os conteúdos abordaram conceitos geométricos que já conhecia

Os conteúdos abordaram conceitos geométricos que eu já conhecia, mas tinha dificuldade em ministrar para alunos dos anos iniciais.

11. Em relação ao uso das tecnologias digitais, você considera que o curso:

Ampliou a minha capacidade de articular conteúdos matemáticos com a tecnologia

Utilizou conhecimentos tecnológicos, os quais eu já conhecia, por isso não contribuiu o suficiente

Utilizou ferramentas tecnológicas, das quais ainda não tinha domínio e me ajudou nesse aspecto

Foi bastante proveitoso e me incentivou a buscar mais conhecimentos a respeito das metodologias digitais empregadas

Trouxe melhoria para meus conhecimentos, mas o acesso a equipamentos e aplicativos foi prejudicado

12. Indique 3 palavras capazes de resumir o seu sentimento quanto ao desempenho obtido com o curso sobre desenvolvimento **Letramento digital e matemático no ensino de geometria**:

Palavra 1 \_\_\_\_\_

Palavra 2 \_\_\_\_\_

Palavra 3 \_\_\_\_\_

13. Considerando a sua prática como professor que ensina matemática nos anos iniciais, comente sobre a possibilidade (ou não) de utilização do GeoGebra e de outros recursos abordados para ensinar geometria em uma perspectiva de letramento matemático.

\_\_\_\_\_

14. Que sugestões você forneceria ao professor formador para a proposição de outros cursos com enfoque no ensino de geometria? Comente

\_\_\_\_\_

Obrigada por participar da formação.

## Apêndice B: Modelo do TCLE

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

O Sr.(a) está sendo convidado(a) para participar da pesquisa-formação: FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS COM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINAMICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O LETRAMENTO DIGITAL E MATEMÁTICO, do professor-pesquisador Cláudio Freitas, discente do PPGDOC/IEMCI/UFGA. Tal pesquisa se materializa por meio da oferta do curso de extensão: “Letramento digital e matemático no ensino de geometria: produção de recursos manipulativos digitais com software de geometria dinâmica para os anos iniciais do Ensino Fundamental”. A pesquisa e o curso buscam oferecer gratuitamente formação continuada para professores pedagogos que ensinam matemática nos anos iniciais da rede pública, em especial do 3º ao 5º ano. O curso foca no ensino de conteúdos geométricos com o uso de Software de Geometria Dinâmica (GeoGebra), propiciando a ampliação do letramento digital entre esses docentes e a compreensão sobre os desdobramentos – de conteúdos, metodologias e procedimentos – para o desenvolvimento do pensamento geométrico e das habilidades previstas na BNCC. O curso, na modalidade on-line, possui carga horária total de 80 horas (aulas síncronas e assíncronas). Ocorrerá no período de 5 de março a 30 de abril, somente aos sábados.

Ao se inscrever para o curso de capacitação docente você está ciente que esse será gravado e que os questionários e atividades desenvolvidas durante a formação serão utilizados para fins acadêmicos (escrita da dissertação) e divulgação científica, sendo garantido aos participantes da formação o total anonimato e a obediência aos protocolos éticos da pesquisa social.

O Sr.(a) terá o esclarecimento sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar, podendo retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade.

Para participar deste estudo o(a) Sr.(a) não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira, mas os participantes terão acesso gratuito à formação e receberão, caso atinjam 75% de frequência e realizem as atividades avaliativas, certificado de 80h, emitido pelo projeto LAAB e Campus universitário de Castanhal/UFGA. Além disso, os participantes receberão os kits digitais de etnomatemática produzidos pelo projeto LAAB e o produto educacional vinculado ao curso. Você pode solicitar o desligamento da formação a qualquer momento, sem precisar justificar.

Caso o (a) Sr.(a) tenha alguma dúvida ou necessite de qualquer esclarecimento ou ainda deseje retirar-se da pesquisa, entre em contato com o pesquisador:

Professor/Pesquisador Responsável – CLÁUDIO LOPES DE FREITAS

[claudioprobr@gmail.com](mailto:claudioprobr@gmail.com)

Telefone: 91 98197 5061

Atesto que li, compreendi e aceito participar da formação.

**Apêndice C: planos de aula do curso de formação de professores pedagogos para o ensino de geometria com o software GeoGebra**

PLANO DE AULA	1ª AULA	Data: 05/03/2022	Horário: 09h às 12h e 16h às 18h	
Tema: <b>Apresentações fundamentações teóricas e instalação do software GeoGebra</b>				
Elemento da BNCC destacado: Competências específicas de matemática para o Ensino fundamental:				
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Debater sobre a relação entre matemática e tecnologia, em uma perspectiva crítica e ativa;</li> <li>• Identificar a TPACK como uma metodologia que exige o domínio e a articulação entre o conhecimento matemático e o conhecimento tecnológico;</li> <li>• Relacionar o ensino de geometria pautado na BNCC com o desenvolvimento do pensamento geométrico, do espírito investigativo, da capacidade de produzir argumentos e solucionar problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do saber;</li> <li>• Instalar e conhecer o ambiente do software GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matemática e tecnologias</li> <li>• TPACK: definição e principais conceitos;</li> <li>• BNCC e o ensino de geometria;</li> <li>• A importância do desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais;</li> <li>• O uso de software de geometria dinâmica nos anos iniciais;</li> <li>• O software GeoGebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aula síncrona</li> <li>• Momento de apresentação do professor, da turma e do plano de curso;</li> <li>• Aplicação do questionário de avaliação diagnóstica;</li> <li>• Aula expositiva sobre elementos teóricos do conteúdo;</li> <li>• Apresentação do ambiente on-line do GeoGebra;</li> <li>• Atividade lúdica utilizando um recurso disponível na comunidade do GeoGebra;</li> <li>• Instalação do software GeoGebra Classic 5</li> <li>• Apresentação da interface do software e das ferramentas ponto e polígono no GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Slide</li> <li>• Vídeos do YouTube</li> <li>• Instrumento de avaliação diagnóstica</li> <li>• Instrumento de coleta de dados sobre competências para o ensino de geometria</li> <li>• O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>• Software GeoGebra Classic 5</li> <li>• Internet</li> <li>• Google Meet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>• Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração de polígonos regulares e irregulares.</li> </ul>

PLANO DE AULA	2ª AULA	Data: 12/03/2022	Horário: 09h às 12h e 16h às 18h	
Tema: <b>Noções primitivas de geometria plana e o plano cartesiano</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades <b>(EF03MA12)</b> Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência. <b>(EF04MA16)</b> Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares; <b>(EF04MA18)</b> Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria; <b>(EF05MA14)</b> Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; <b>(EF05MA15)</b> Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar as noções primitivas da geometria plana: ponto, reta, plano e espaço;</li> <li>Diferenciar os tipos de retas;</li> <li>Localizar as ferramentas de ponto e reta no GeoGebra e sua aplicação em situações didáticas nos anos iniciais;</li> <li>Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais;</li> <li>Empregar a ferramenta ângulo no GeoGebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometria plana: ponto, reta e plano;</li> <li>Estudo das retas: paralelismo e perpendicularismo;</li> <li>Ferramentas ponto e retas no GeoGebra;</li> <li>Tipos de ângulos;</li> <li>Ferramenta polígono e ângulo no GeoGebra;</li> <li>Plano cartesiano;</li> <li>Produção de atividades no plano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aula síncrona;</li> <li>Revisão dos conceitos matemáticos da aula: ponto, reta, plano, ângulos e plano cartesiano;</li> <li>Atividades manipulativas para estudo das retas: origami do “epoca ovo”;</li> <li>Elaboração do diagrama d'o origami “epoca ovo” no GeoGebra;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Slide</li> <li>O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>Origami</li> <li>Imagens da internet</li> <li>Software GeoGebra Classic 5</li> <li>Internet</li> <li>Google Meet;</li> <li>Vídeos do YouTube:  Vídeo 1: <a href="#">O que é geometria? Dimensões e planos</a>  Vídeo 2: <a href="#">O que é ponto e reta?</a>  Vídeo 3: <a href="#">O que é ângulo e a sua classificação</a></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração do diagrama do origami “avião de</li> </ul>

<p>em situações didáticas para os anos iniciais;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar as principais características do plano cartesiano;</li> <li>• Realizar atividades envolvendo o plano cartesiano no GeoGebra, com destaque ao primeiro quadrante.</li> </ul>	<p>cartesiano do GeoGebra;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atividades manipulativas para estudo dos ângulos no origami avião;</li> <li>• Desenho de origamis, utilizando a ferramenta polígono, para exploração de ângulos no GeoGebra;</li> <li>• Produção da atividade “Cadeiras do cinema” e “localizando o passarinho”, utilizando o plano cartesiano do GeoGebra e as ferramenta “inserir imagem”, “mover janela de visualização”, “caneta”, “mover” e “segmento”</li> </ul>	<p>Vídeo 4: <a href="#">Ângulos para crianças - Tipos de ângulos - Matemática para crianças</a></p> <p>Vídeo 5: <a href="#">Localização e Movimentação - 4º ano (Geometria)</a></p> <p>Vídeo 6: <a href="#">Coordenadas cartesianas</a>;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação de recursos da comunidade on-line do GeoGebra:</li> </ul> <p>Link 1: <a href="https://www.geogebra.org/m/RZNduSbz">https://www.geogebra.org/m/RZNduSbz</a>;</p> <p>Link 2: <a href="https://www.geogebra.org/m/QyMznuSz">https://www.geogebra.org/m/QyMznuSz</a>.</p>	<p>papel”, com a inclusão dos ângulos e com a utilização dos comandos segmento de reta, ponto e ângulo.</p>
--	--------------------------------	---	--	---

PLANO DE AULA	3ª AULA	Data: 19/03/2022	Horário: 09h às 12h e 16h às 18h	
<b>Tema: Figuras poligonais planas</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<b>(EF03MA15)</b> Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices;				
<b>(EF04MA18)</b> Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.				
<b>(EF05MA17)</b> Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classificar as formas geométricas planas;</li> <li>• Identificar as características das figuras planas poligonais;</li> <li>• Comparar semelhanças e diferenças entre quadriláteros;</li> <li>• Diferenciar os tipos de triângulos;</li> <li>• Utilizar as ferramentas polígono, polígono regular e polígono rígido no GeoGebra, para a construção e/ou aplicação de atividades didáticas nos anos iniciais;</li> <li>• Desenhar figuras planas com o uso da tecnologia digital GeoGebra;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formas planas: poligonais e não poligonais;</li> <li>• Formas poligonais: quanto aos lados (quantidade, posições relativas e comprimento), vértices e ângulos;</li> <li>• Estudo dos quadriláteros e suas definições: quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo;</li> <li>• Estudo dos triângulos: lados e ângulos;</li> <li>• Desenhos de figuras planas no GeoGebra;</li> <li>• Produção de atividades sobre figuras poligonais no software GeoGebra;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aula síncrona;</li> <li>• Revisão de conteúdo da aula anterior;</li> <li>• Revisão dos conceitos matemáticos da aula: polígonos, quadriláteros e triângulos;</li> <li>• Atividades manipulativas para estudo de figuras planas poligonais com a confecção de um tangram de papel;</li> <li>• Elaboração do tangram no GeoGebra: estudo das formas, ângulos, quadriláteros e triângulos;</li> <li>• Demonstração das definições no GeoGebra: todo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Slide</li> <li>• O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>• Tangram</li> <li>• Imagens da internet</li> <li>• Software GeoGebra Classic 5</li> <li>• Internet</li> <li>• Google Meet</li> <li>• Vídeos do YouTube:  Vídeo 1: <a href="#">Figuras geométricas planas para crianças – Vocabulário</a>  Vídeo 2: <a href="#">Polígonos</a>  Vídeo 3: <a href="#">Os polígonos - Geometria para crianças</a>  Vídeo 4: <a href="#">As principais características dos quadriláteros</a></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>• Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração do tangram com a utilização dos comandos polígono rígido, ângulo e ponto.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar ângulos retos e não retos em software de geometria dinâmica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Produção de um classificador de ângulos com o uso da ferramenta “controle deslizante” no GeoGebra.</li> </ul>	<p>quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado; todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado; todo paralelogramo é um quadrilátero, mas nem todo quadrilátero é um paralelogramo;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboração do classificador de ângulos.</li> </ul>	<p>Vídeo 5: <a href="#">Triângulos e suas classificações</a></p>	
--	--	---	--	--

PLANO DE AULA	4ª AULA	Data: 26/03/2022	Horário: 09h às 12h	
Tema: <b>transformações do plano:</b> ampliação e redução de figuras poligonais				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<b>(EF05MA18)</b> Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.				
<b>(EF03MA16)</b> Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diferenciar a semelhança e a congruência de figuras planas;</li> <li>Demonstrar a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais ampliadas ou reduzidas;</li> <li>Utilizar a ferramenta de homotetia do GeoGebra, para a ampliação e redução de figuras planas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Semelhança e congruência de figuras planas poligonais;</li> <li>Transformações de semelhança no plano: homotetias;</li> <li>Produção de atividades de ampliação e redução de figuras poligonais no software GeoGebra, utilizando as ferramentas: homotetia, semirreta, ponto, ângulo, controle deslizante e polígono.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aula síncrona;</li> <li>Revisão de conteúdo da aula anterior;</li> <li>Revisão dos conceitos matemáticos da aula: congruência, semelhança, redução e ampliação de figuras;</li> <li>Atividades manipulativas de ampliação e redução em malha quadriculada impressa;</li> <li>Resolução das atividades realizadas na malha quadriculada impressa no GeoGebra;</li> <li>Produção de atividades envolvendo a ampliação e redução de figuras poligonais regulares e irregulares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Slide</li> <li>O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>Malha quadriculada impressa;</li> <li>Imagens da internet</li> <li>Software GeoGebra Classic 5</li> <li>Internet</li> <li>Google Meet</li> <li>Vídeos do YouTube: Vídeo 1: <a href="#">Ampliação e redução de figuras usando a malha quadriculada</a></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração de uma atividade de ampliação e redução da figura cata-vento, utilizando a ferramenta de homotetia.</li> </ul>

PLANO DE AULA	5ª AULA	Data: 02/04/2022	Horário: 09h às 12h	
Tema: <b>Sólidos geométricos – Poliedros</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<b>(EF03MA13)</b> Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.				
<b>(EF03MA14)</b> Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.				
<b>(EF05MA16)</b> Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrever as características de figuras geométricas espaciais;</li> <li>• Identificar as propriedades geométricas dos poliedros: prismas e pirâmides;</li> <li>• Explorar a planificação de poliedro em objetos do mundo físico;</li> <li>• Desenhar sólidos geométricos com o uso da tecnologia digital GeoGebra;</li> <li>• Utilizar as ferramentas da janela de visualização 3D do GeoGebra, para a construção e/ou aplicação de atividades didáticas sobre poliedros e suas planificações nos anos iniciais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sólidos geométricos: poliedros, corpos redondos, faces, vértices e arestas;</li> <li>• Poliedros: prismas e pirâmides;</li> <li>• Uso de poliedros para confecção de caixas: explorando embalagens de remédios;</li> <li>• Recurso 3D no GeoGebra: construindo prismas e pirâmides;</li> <li>• Planificação de poliedros no GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aula síncrona;</li> <li>• Revisão de conteúdo da aula anterior;</li> <li>• Revisão dos conceitos matemáticos da aula: sólidos geométricos, faces, vértices, arestas em prismas e pirâmides;</li> <li>• Atividades manipulativas de planificação em embalagens de remédios;</li> <li>• Situações problemas envolvendo poliedros;</li> <li>• Resolução das situações problemas no GeoGebra;</li> <li>• Produção de atividades envolvendo sólidos e suas planificações no GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Slide</li> <li>• O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>• Caixas de remédios</li> <li>• Imagens da internet</li> <li>• Software GeoGebra Classic 5</li> <li>• Internet</li> <li>• Google Meet</li> <li>• Vídeos do YouTube: Vídeo 1: <a href="#">Sólidos geométricos, planificações, poliedros, corpos redondos, faces, vértices e arestas</a> Vídeo 2: <a href="#">Poliedros - Sólidos Geométricos</a> Vídeo 3: <a href="#">Corpos Redondos - Sólidos Geométricos</a></li> <li>• Apresentação de recurso da comunidade on-line do GeoGebra: <a href="#">Planificações do cubo</a></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>• Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração de um prisma e sua planificação utilizando as ferramentas 3D.</li> </ul>

PLANO DE AULA	6ª AULA	Data: 09/04/2022	Horário: 09h às 12h	
Tema: <b>Sólidos geométricos – corpos redondos ou sólidos de revolução</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<b>(EF03MA13)</b> Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.				
<b>(EF03MA14)</b> Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.				
<b>(EF05MA16)</b> Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrever as características de figuras geométricas espaciais;</li> <li>• Identificar as propriedades geométricas dos corpos redondos: cilindro, cone e esfera;</li> <li>• Explorar a planificação de cilindro e cones em objetos do mundo físico;</li> <li>• Desenhar cones, cilindros e esferas com o uso da tecnologia digital GeoGebra;</li> <li>• Utilizar as ferramentas da janela de visualização 3D do GeoGebra, para a construção e/ou aplicação de atividades didáticas sobre cilindro, cone e esfera nos anos iniciais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sólidos geométricos: corpos redondos: base e vértice;</li> <li>• Não-poliedros: cilindro, cone e esfera;</li> <li>• Uso de não-poliedros para confecção de objetos do mundo físico: explorando rolo de papel higiênico e o chapéu de aniversário;</li> <li>• Moldes de planificação do cilindro e do cone com papel para cortar e colar;</li> <li>• Construindo cones, cilindro e esfera no GeoGebra;</li> <li>• Revolução de figuras planas para construção</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aula síncrona;</li> <li>• Revisão de conteúdo da aula anterior;</li> <li>• Revisão dos conceitos matemáticos da aula: sólidos não-poliedros (cilindro, cone e esfera), bases e vértices;</li> <li>• Atividades manipulativas de planificação em rolo de papel higiênico e o chapéu de aniversário;</li> <li>• Situações problemas envolvendo não-poliedros;</li> <li>• Resolução das situações problemas no GeoGebra;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Slide;</li> <li>• O ambiente on-line do GeoGebra;</li> <li>• Moldes impresso de cilindro e cone;</li> <li>• Imagens da internet</li> <li>• Software GeoGebra Classic 5;</li> <li>• Internet;</li> <li>• Google Meet;</li> <li>• Apresentação de recursos da comunidade on-line do GeoGebra:</li> </ul> <p><a href="#">Planificação do cilindro 1</a></p> <p><a href="#">Planificação do cilindro 2</a></p> <p><a href="#">Planificação do cone</a></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>• Atividade prática no GeoGebra, com a construção de cilindro, cone e esfera na janela de visualização 3D.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar a ferramenta “Superfície de revolução”, da janela de visualização 3D do GeoGebra, para a construção de sólidos de revolução (cilindro, esfera e cone) e exploração da relação entre figuras planas (retângulo, triângulo e a semicircunferência) e tridimensionais.</li> </ul>	<p>de sólidos não-poliedros no GeoGebra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Produção de atividades envolvendo sólidos não-poliedros no GeoGebra;</li> <li>• Elaboração de sólidos de revolução no GeoGebra.</li> </ul>	<p><a href="#">Esfera de revolução</a></p>	
--	--	---	--	--

PLANO DE AULA	7ª AULA	Data: 23/04/2022	Horário: 09h às 12h	
<b>Tema: transformações do plano – simetrias</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<b>(EF03MA15)</b> Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.				
<b>(EF03MA16)</b> Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais;				
<b>(EF04MA19)</b> Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diferenciar a semelhança e a congruência de figuras planas;</li> <li>Demonstrar a congruência de figuras poligonais em situações de simetria (transformações isométricas);</li> <li>Compreender a simetria de reflexão;</li> <li>Identificar e criar figuras simétricas;</li> <li>Utilizar as ferramentas de “Reflexão em relação a uma reta”; “Reflexão em relação a um ponto”, “inversão”, “rotação em torno de um ponto”, “translação por um vetor” no GeoGebra, para produção de atividades de simetria.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Semelhança e congruência de figuras planas poligonais;</li> <li>Transformações congruentes de figuras geométricas;</li> <li>Tipos de simetria;</li> <li>Produção de atividades de simetria de figuras poligonais no software GeoGebra, utilizando as ferramentas: “Reflexão em relação a uma reta”; “Reflexão em relação a um ponto”, “inversão”, “rotação em torno de um ponto”, “translação por um vetor”, semirreta, ponto,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aula síncrona;</li> <li>Revisão de conteúdo da aula anterior;</li> <li>Revisão dos conceitos matemáticos da aula: congruência, semelhança, simetrias;</li> <li>Atividades manipulativas de simetria em malha quadriculada impressa, recorte de toalhas de papel, recortes de figuras simétricas e desenhos de simetria;</li> <li>Análise da presença de simetria em objetos culturais do continente africano (sonas e tecidos) e ladrilhos portugueses e africanos;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Slide</li> <li>O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>Malha quadriculada;</li> <li>Papel e tesoura;</li> <li>Imagens da internet</li> <li>Software GeoGebra Classic 5</li> <li>Internet</li> <li>Google Meet</li> <li>Vídeos do YouTube: <ul style="list-style-type: none"> <li>Vídeo 1: <a href="#">Isometrias: reflexões, rotações, translações e reflexões deslizantes;</a></li> <li>Vídeo 2: <a href="#">Isto é Matemática T05E09 O Estranho Mundo de Escher</a></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração de simetrias, utilizando as ferramentas apresentadas na aula.</li> </ul>

	ângulo, controle deslizante e polígono.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Observação da presença de simetria nas obras de Escher e na pavimentação do plano por ladrilhos;</li><li>• Situações problemas envolvendo simetria de reflexão;</li><li>• Resolução das atividades realizadas na malha quadriculada impressa no GeoGebra;</li><li>• Produção de atividades envolvendo a simetrias no GeoGebra.</li></ul>		
--	---	--	--	--

PLANO DE AULA	8ª AULA	Data: 30/04/2022	Horário: 09h às 13h	
Temas: <b>Transformações do plano: Simetrias e homotetia e Áreas e perímetros de figuras poligonais.</b>				
Elemento da BNCC destacado: Unidade temática Geometria: Habilidades				
<p><b>(EF04MA19)</b> Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.</p> <p><b>(EF05MA18)</b> Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.</p> <p><b>(EF04MA21)</b> Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.</p> <p><b>(EF05MA20)</b> Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.</p>				
Objetivo	Conteúdo	Metodologia	Recursos	Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diferenciar transformações geométricas no plano: simetria e homotetias;</li> <li>Perceber a presença das transformações geométricas em diferentes culturas, tempos históricos, obras de artes e arquitetura;</li> <li>Compreender o conceito e saber calcular o perímetro e área de um quadrilátero em malha quadriculada;</li> <li>Demonstrar o valor da medida da área e do perímetro de figuras poligonais no GeoGebra;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Transformações do plano (simetrias e homotetia);</li> <li>Transformações congruentes e transformações por semelhança de figuras geométricas;</li> <li>Área e perímetro;</li> <li>Produção de atividades de área e perímetro de figuras poligonais no software GeoGebra, utilizando as ferramentas de “distância, comprimento ou perímetro” e “área”;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aula síncrona;</li> <li>Revisão e integração de conteúdo: simetria e homotetia;</li> <li>Revisão dos conceitos matemáticos da aula: perímetro e área;</li> <li>Atividades manipulativas de área e perímetro em malha quadriculada impressa;</li> <li>Situações problemas envolvendo área e perímetro;</li> <li>Resolução das atividades realizadas na malha quadriculada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Slide</li> <li>O ambiente on-line do GeoGebra</li> <li>Malha quadriculada impressa;</li> <li>Régua</li> <li>Imagens da internet</li> <li>Software GeoGebra Classic 5</li> <li>Internet</li> <li>Google Meet</li> <li>Vídeos do YouTube:</li> </ul> <p>Vídeo 1: <a href="#">O que é o perímetro? - Geometria para crianças</a>;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Processual, observando as participações orais dos professores cursistas, durante a aula e no chat, bem como a capacidade destes de articular o tema da aula com a sua prática pedagógica no ensino de matemática nos anos iniciais;</li> <li>Atividade prática no GeoGebra, com a elaboração de figuras poligonais e a indicação das medidas de área e perímetro.</li> </ul>

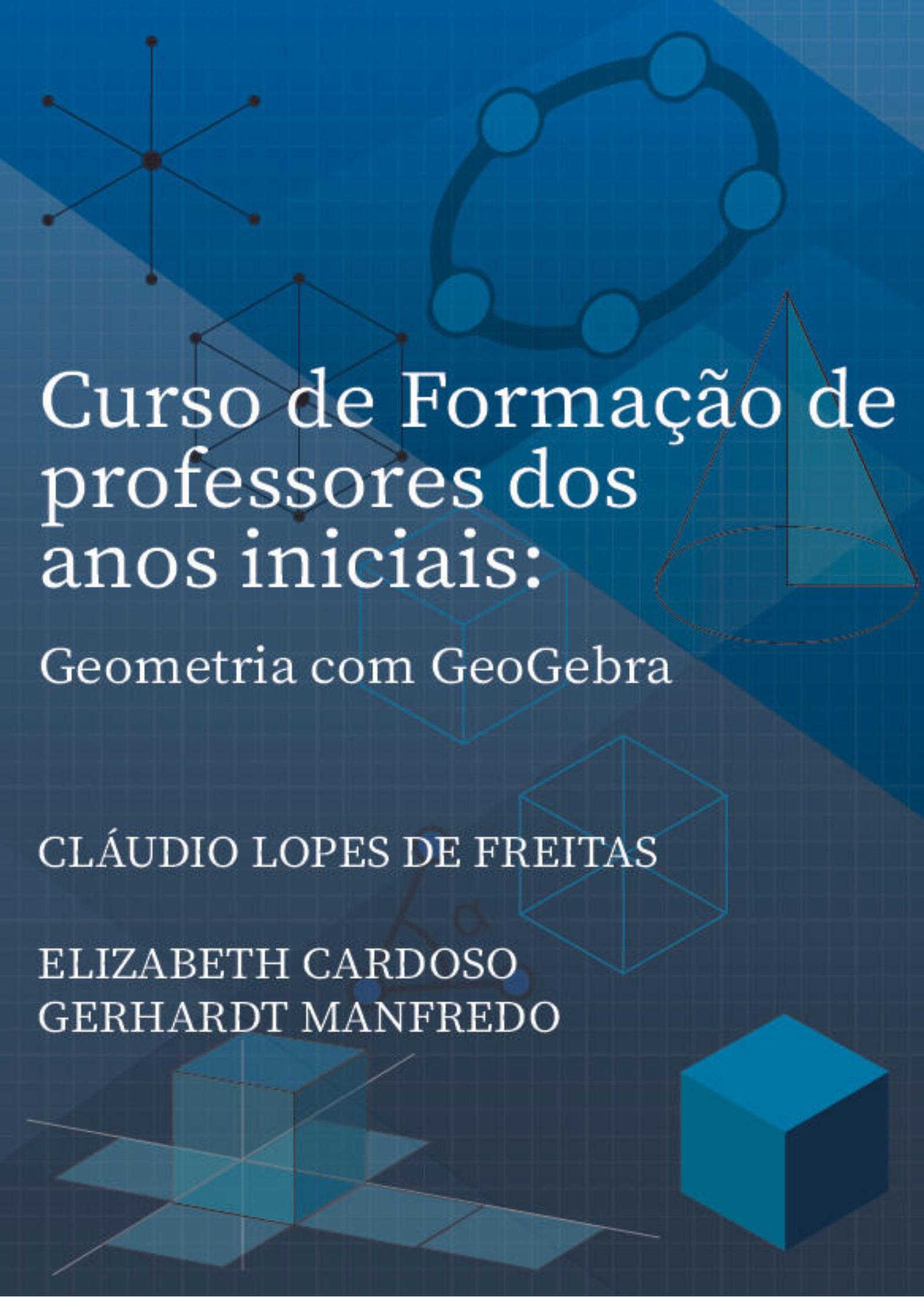
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar as ferramentas de “distância, comprimento ou perímetro” e “área” no GeoGebra, para produção de atividades de medida e comparação de áreas e perímetros de figuras planas;</li> <li>• Explorar as relações entre a medida do lado de um quadrado e sua medida de área e perímetro no GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relações entre medidas de lado de um quadrado e seu perímetro e área.</li> </ul>	<p>impressa no GeoGebra;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produção de atividades envolvendo área e perímetro no GeoGebra.</li> <li>• Exploração das relações entre lado, área e perímetro de um quadrado no GeoGebra, usando as ferramentas “polígono regular”, “controle deslizante”, “área” e “perímetro”.</li> </ul>	<p>Vídeo 2: <a href="#">A área do quadrado - Matemática para crianças.</a></p> <p>Vídeo 3: <a href="#">Calcular área e perímetro na malha quadriculada.</a></p>	
--	---	---	---	--

## **Apêndice D: Produto educacional**

O produto se divide em duas partes interligadas.

1. O E-book a seguir;
2. Canal no YouTube com as videoaulas do curso:

Link: <http://www.youtube.com/@profclaudiofreitas>



# Curso de Formação de professores dos anos iniciais:

Geometria com GeoGebra

CLÁUDIO LOPES DE FREITAS

ELIZABETH CARDOSO  
GERHARDT MANFREDO

**Curso de Formação de  
professores dos anos iniciais:  
Geometria com GeoGebra**

**CLÁUDIO LOPES DE FREITAS**

Orientação:

Profa. Dr<sup>a</sup>. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo

**Belém - Pa  
2023**



**Instituição de Ensino:** Universidade Federal do Pará

**Programa:** Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas

**Nível:** Mestrado Profissional

**Área de Concentração:** Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores de Ciências e Matemáticas

**Linha de Pesquisa:** Formação de Professores para o Ensino de Ciências e Matemáticas

**Título:** Curso de Formação de professores dos anos iniciais: Geometria com o GeoGebra

**Autor:** Cláudio Lopes de Freitas

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo

**Ilustradora:** Suzana Alfaia da Cunha

**Ano:** 2023

**Produto Educacional:** curso em formato de livro digital interativo

**Nível de ensino:** Ensino Fundamental I

**Área de Conhecimento:** Matemática

**Tema:** Geometria

### **Descrição do Produto Educacional:**

O presente produto educacional tem por objetivo apresentar um curso introdutório sobre atividades geométricas com o uso do GeoGebra, tendo como público alvo professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A obra apresenta as ferramentas e comandos do software, bem como sugestões de atividades didáticas para a utilização e integração do software de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (2018), com destaque às habilidades de 3º ao 5º ano, em uma abordagem lúdica, interativa e dinâmica.





## Sobre os autores

### Cláudio Lopes de Freitas



Mestre em Educação em Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI/UFPA). Especialista em Educação para Relações Étnico-raciais (IFPA/NEAB/Belém). Graduado em Pedagogia (UFPA/Campus do Tocantins/Cametá). Tecnólogo em Gestão da Tecnologia da Informação (FAPAN). Possui experiência docente em Educação Superior na Universidade Federal do Pará e no Plano Nacional

de Formação de Professores da Educação Básica - PARFOR/Pedagogia/UFPA e em cursos profissionalizantes na área de tecnologia. É professor da Secretaria de Estado de Educação (SEDUC) nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Atua ainda como assessor em TI, tendo como foco a produção de material didático digital, e na formação de professores.

### Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredi



É Doutora e Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas - PPGECEM/UFPA; especialista em Educação e Problemas Regionais; graduada em Pedagogia e Letras-Língua Portuguesa. É professora de ensino superior, atuando no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI-UFPA) desde 2009, no ensino de graduação e de pós-graduação. É docente permanente do Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas PPGDOC-IEMCI-UFPA.

Coordenou (2019-2022) o projeto de pesquisa: Letramentos matemático e científico na formação e na prática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (PIBIC-UFPA) e atualmente participa como colaboradora (2021-2024) do projeto de pesquisa Letramentos e inclusão na formação e na prática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental vinculado ao IEMCI-UFPA.



## APRESENTAÇÃO

### ORIENTAÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA FORMAÇÃO

## TECNOLOGIA NO ENSINO DE GEOMETRIA

### CONHECENDO O GEOGEBRA

O que é o GeoGebra?

Instalando o GeoGebra no computador

Principais ferramentas utilizadas nas atividades

Apresentando a comunidade do GeoGebra

### RETAS E ÂNGULOS

Conversando sobre o conteúdo

Localizando as ferramentas no GeoGebra

Atividade: dobradura do espoca ovo

### PLANO CARTESIANO

Conversando sobre o conteúdo

Localizando as ferramentas no GeoGebra

Atividade: o caminho da tartaruga

### FIGURAS PLANAS

Conversando sobre o conteúdo

Localizando as ferramentas no GeoGebra

Atividade: construindo o tangram

### AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS

Conversando sobre o conteúdo

Localizando as ferramentas no GeoGebra

Atividade: ampliando e reduzindo na malha quadriculada



## **SIMETRIAS**

**Conversando sobre o conteúdo**

**Localizando as ferramentas no GeoGebra**

**Atividade: criando azulejos**

## **SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

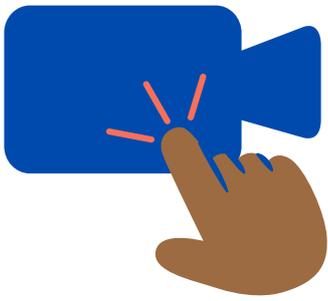
**Conversando sobre o conteúdo**

**Localizando as ferramentas no GeoGebra**

**Atividade: resolvendo problemas e construindo sólidos de papel e digitais**

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

## **REFERÊNCIAS**



## Lista das videoaulas

---

**[Aula 1: parte 1 - instalação do GeoGebra no computador.](#)**

**[Aula 1: parte 2 - conhecendo a comunidade do GeoGebra.](#)**

**[Aula 2: interface do GeoGebra - primeiros passos.](#)**

**[Aula 3: Ferramentas ponto, retas e ângulos.](#)**

**[Aula 4: atividade com a dobradura do esepoca ovo.](#)**

**[Aula 5: plano cartesiano.](#)**

**[Aula 6: atividade "o caminho da tartaruga".](#)**

**[Aula 7: ferramentas figuras planas.](#)**

**[Aula 8: construindo o tangram.](#)**

**[Aula 9: ferramentas de ampliação e redução.](#)**

**[Aula 10: parte 1 - atividades de ampliação e redução.](#)**

**[Aula 10: parte 2 - atividades de ampliação e redução.](#)**

**[Aula 11: ferramentas de simetria.](#)**

**Aula 12: atividade "azulejos".**

**Aula 13: parte 1 - ambiente 3D no GeoGebra.**

**Aula 13: parte 2 - ambiente 3D no GeoGebra.**

**Aula 13: parte 3 - ambiente 3D no GeoGebra.**

**Aula 14: parte 1 - resolvendo problemas de sólidos.**

**Aula 14: parte 2 - resolvendo problemas de sólidos.**

**Aula 14: parte 3 - resolvendo problemas de sólidos.**

## APRESENTAÇÃO

A obra é produto de uma pesquisa de dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC/IEMCI/UFGA). O estudo que originou o presente e-book teve como objetivo investigar as contribuições de um curso de formação continuada, sobre o uso do software GeoGebra no desenvolvimento de atividades geométricas, para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.



**Olá,  
Bem-vindo(a)**

Na pesquisa, observou-se que a referida formação contribuiu tanto para melhorar a compreensão dos conceitos geométricos pelos docentes quanto para expandir o conhecimento pedagógico do conteúdo que, para Shulman (1986), refere-se ao saber ensinar, a capacidade de relacionar os conteúdos com exemplos e problemas apropriados à aprendizagem dos alunos. Os resultados indicaram ainda que o GeoGebra integra e amplia a compreensão de outros recursos, como o tangram e a dobradura, constituindo-se em uma alternativa tecnológica atrativa e lúdica para o estudo de aspectos matemáticos mais complexos de serem observados em outros recursos manipulativos. Tais resultados da pesquisa, justificaram a elaboração do presente e-book.

Apesar de a obra nascer de uma experiência formativa, essa não se constitui em um simples relato, mas parte dos saberes e das atividades realizadas anteriormente para propor uma nova experiência de formação continuada de professores.

Os conteúdos geométricos selecionados seguem as habilidades e objetos de conhecimentos da BNCC (2018). O público alvo são professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Espera-se que o curso estimule e encoraje os professores dos anos iniciais a pensar/fazer um ensino de geometria que articule o letramento matemático ao digital, em prol de uma educação matemática crítica, democrática e comprometida com as urgências sociais.



## ORIENTAÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA FORMAÇÃO

\* Apesar de a formação estar disponível *on-line*, podendo ser feita individualmente por cada docente, é possível e desejável que ela seja mediada por um profissional formador mais experiente com o software, para motivar e orientar em dúvidas não esclarecidas na obra.

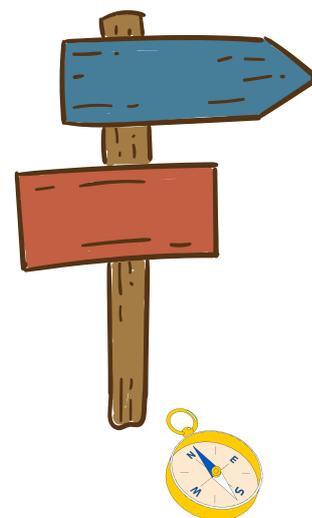
\* Quando ofertada para docentes, sugere-se o modelo híbrido, mesclando encontros presenciais com atividades *on-line* (síncronas e assíncronas). Os encontros presenciais devem priorizar os dias e horários letivos, para não sobrecarregar a rotina dos professores.

\* As atividades *on-line* são importantes para o livre manuseio do software pelos dos professores, pois é preciso um tempo para a aprendizagem dos comandos e para a compreensão de como produzir os elementos geométricos no GeoGebra.

\* No desenvolvimento das atividades deve-se sempre motivar os professores para a reflexão sobre sua prática em sala de aula com os conteúdos geométricos, evitando que o curso foque apenas nos comandos do GeoGebra. Lembre-se: o curso é para melhorar a prática no ensino de matemática, sendo o software um recurso e não o centro do processo. Os docentes são os protagonistas do curso.

\* É fundamental motivar e encorajar os professores para o uso da tecnologia. Muitos possuem insegurança com os recursos digitais e é preciso ir vencendo estes temores. Valorize as tentativas e os pequenos acertos, bem como não critique as limitações tecnológicas dos docentes e demonstre que o erro faz parte do processo de qualquer aprendizado.

\* O curso possui sugestões de atividades e propõe o manuseio de um conjunto de comandos do GeoGebra. Contudo, o formador não deve tomar esse livro como um manual pronto e acabado, mas como um guia de sugestões que pode e deve ser modificado pelas exigências de cada novo contexto formativo.



## TECNOLOGIA NO ENSINO DE GEOMETRIA

O ensino de Geometria nos anos iniciais praticamente não envolve cálculos, mas o domínio de um vocabulário geométrico. Essa situação pode gerar a falsa ideia de que este conteúdo não é tão importante para os estudos matemáticos. As terminologias geométricas são relevantes, pois a matemática é uma linguagem, e suas palavras designam conceitos e imagens mentais sem as quais os alunos, nos anos posteriores, não irão compreender, adequadamente, os teoremas e algoritmos. A questão que fica é como demonstrar as ideias matemáticas atreladas aos conceitos para um público ainda muito vinculado ao mundo da ação prática. É a essa dificuldade de visualização que os recursos digitais se voltam e são úteis.



Fonte da imagem: [br.freepik.com](http://br.freepik.com)



Fonte da imagem: [br.freepik.com](http://br.freepik.com)

A aprendizagem matemática não acontece em uma aula ou sequência didática, mas em uma trajetória composta por diversas situações e retomadas. Assim, é importante entender que os conceitos e a linguagem geométrica vão sendo compreendidos processualmente pelos alunos, sendo a tecnologia uma experiência de aprendizagem valiosa nesse itinerário por seus atrativos multimídias.

A tecnologia no ensino de Geometria não significa apenas a introdução de um recurso, mas a proposição de novas formas de ensinar e aprender. É fundamental motivar a participação ativa e criativa dos alunos, e não simplesmente utilizar o computador no lugar do quadro branco.

Além disso, o uso de tecnologias digitais nas aulas de matemática requer a mobilização de diferentes conhecimentos para além do tecnológico. A escolha da tecnologia necessita tanto do domínio do conteúdo ensinado, quanto da compreensão de como os alunos aprendem e quais as tecnologias estão disponíveis. Nesse cenário, o professor não é somente um aplicador de tecnologia, mas o profissional responsável pelo planejamento e gestão das situações de ensino e aprendizagem matemática.



Observando o infográfico (iceberg do GeoGebra), percebe-se que utilizar o software em sala, para ensinar matemática, é apenas a parte visível de um processo que engloba diferentes formações e aprendizados para além da tecnologia em si. É preciso dominar o conteúdo, compreender formas de ensiná-lo, bem como sua articulação com o currículo oficial, com as demandas sociais, com a vida e as necessidades dos alunos para os quais a aula será efetivamente ministrada.



## CONHECENDO O GEOGEBRA



### O que é o GeoGebra?

GeoGebra é um software de matemática dinâmica de multiplataforma para todos os níveis de ensino, que reúne geometria, álgebra, cálculo, probabilidade, gráficos e tabelas estatísticas, baseado em interface gráfica do usuário (GUI, sigla em inglês). Foi desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo na Áustria, a partir de 2001. O referido Software educacional foi premiado nos EUA e na Europa, sendo utilizado em 190 países, com tradução para 55 idiomas, existindo 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar formação, divulgação e suporte. Sua distribuição é gratuita. Escrito na linguagem Java, encontra-se disponível em várias plataformas, para PC, dispositivo móvel e web (PUC/SP, 2021; HOHENWARTER, 2006).

G  
e  
G  
e  
b  
r  
a

O GeoGebra permite realizar construções com pontos, segmentos, vetores, retas, seções cônicas e funções que podem ser modificadas dinamicamente. Com o software, ainda é possível inserir equações e coordenadas diretamente, permitindo realizar tarefas com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos. O software é caracterizado por duas perspectivas, pois uma expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na janela de desenho ou janela de gráficos e vice-versa (HOHENWARTER, 2006).

Além disso, o software possui aplicativos matemáticos diferentes reunidos para a realização de atividades pedagógicas diversas, podendo esses aplicativos serem instalados e acessados livremente por dispositivos móveis ou com acesso, via navegador web, em desktop ou notebook. Os aplicativos disponíveis são: Calculadora, Calculadora Gráfica, Calculadora 3D, Calculadora CAS, GeoGebra Calculadora Científica e o GeoGebra Classic. Pela sua amplitude de recursos, esse software educacional, pode ser utilizado do Ensino Fundamental ao Superior, pois permite a criação de atividades nas diferentes unidades temáticas do currículo matemático brasileiro.

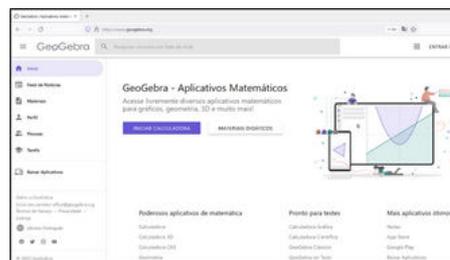




## Instalando o GeoGebra no computador

Para instalar o software no computador, o(a) professor(a), deverá acessar o site do GeoGebra.

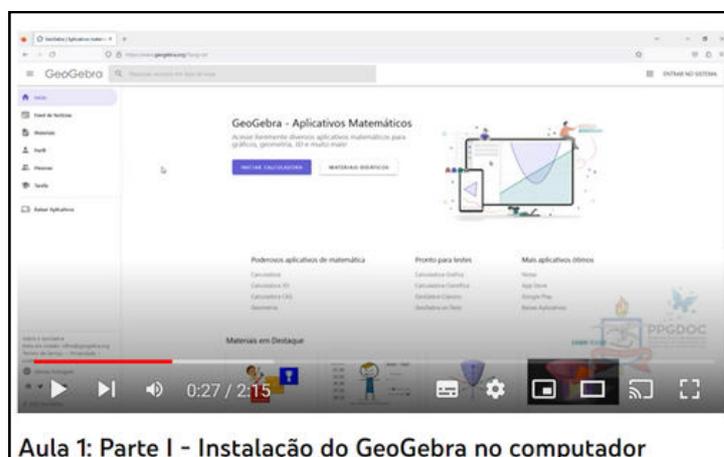
No website do programa, na parte inferior, esquerda, acesse a opção “Baixar Aplicativos”. Abre a página de download, role-a para baixo, para visualizar e baixar a versão 5 do aplicativo.



**clique na imagem para ir ao Site do GeoGebra**

Na página, haverá duas opções do programa, 5 e 6, mas para este trabalho será considerada e recomendada a versão GeoGebra Classic 5 (GGC5), uma vez que essa não exige conexão com a internet, nem para a instalação e nem para execução do programa. Além disso, nessa versão é possível salvar os arquivos diretamente no computador, se constituindo em uma versão que pode ser 100% off-line. Tais características do GGC5 facilitam o acesso ao software mesmo em escolas que ainda não possuem uma infraestrutura de internet adequada, contribuindo para a democratização do uso de softwares de geometria dinâmica.

Após clicar no link para baixar o GGC5, será exibido o processo de download do programa. Após baixar o software, vá até a pasta de download ou outra pasta que tenha selecionado para salvamento, no seu computador, e clique sobre o arquivo baixado. Surgirá a janela principal de instalação do programa, com o idioma português brasileiro selecionado automaticamente. Siga a videoaula com o passo a passo da instalação.



**Clique na imagem para assistir a videoaula de instalação do Software**





## Principais ferramentas utilizadas nas atividades

Segue a apresentação dos grupos de ferramentas do GGC5. Importa destacar que para esse trabalho, não serão utilizados todos os grupos e ferramentas disponíveis no GGC5. Para evitar informações não necessárias nesse momento, serão apresentadas e comentadas apenas as ferramentas e grupos utilizados nas atividades do curso.

### 1. Ferramentas do primeiro grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Mover	Utilizada para mover um objeto. Seleciona-se o objeto clicando-se sobre o mesmo, segurando e arrastando-o até a posição desejada no plano da Janela de Visualização.
	Caneta	Utilizada para escrever ou desenhar no plano.

### 2. Ferramentas do segundo grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Ponto	Cria-se pontos, selecionando uma posição, reta ou objetos na Janela de Visualização.

### 3. Ferramentas do terceiro grupo

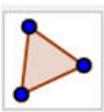
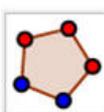
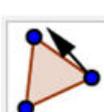
Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Reta	Cria-se ou seleciona-se dois pontos ou duas posições, na janela de visualização, por onde passará uma reta.
	Segmento	Para criação de segmentos definido entre dois pontos, que podem ou não estar representados na "Janela de Visualização".
	Segmento com comprimento fixo	Cria-se um segmento com comprimento determinado a partir de um ponto definido na janela de visualização, ao clicar neste ponto uma caixa de diálogo é aberta para digitar um valor para o tamanho do segmento. O ponto final poderá ser movimentado em torno do ponto inicial usando a ferramenta "mover"
	Semirreta	É criada a partir de dois pontos já estabelecidos ou não na janela de visualização. O primeiro ponto indicará a origem da semirreta, o segundo funcionará como final do vetor direção da mesma que poderá ser movimentado ao longo da semirreta e ao redor do ponto de origem, usando a ferramenta "mover".



## 4. Ferramentas do quarto grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Reta Perpendicular	Ao selecionar-se ou criar um ponto e, depois, escolher uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor), cria-se uma nova reta através desse ponto perpendicular à reta.
	Reta Paralela	Funciona de forma semelhante a ferramenta "Reta Perpendicular", essa ferramenta gera uma reta paralela à desejada, passando pelo ponto escolhido ou criado.

## 5. Ferramentas do quinto grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Polígono	Cria-se um novo polígono, selecionando ou criando os vértices. Cada vértice será ligado ao anterior através de um segmento de reta, sendo necessário selecionar o vértice inicial para fechar a região do polígono.
	Polígono Regular	Cria-se um polígono regular com as arestas de mesmo comprimento, indicando os dois primeiros vértices e, depois, a quantidade total de vértices da figura. Os vértices gerados a partir dessa etapa (indicados por pontos pretos) serão fixos em relação aos outros, enquanto que os dois iniciais (na cor azul) serão livres e, quando movimentados, a distância entre eles determinará o tamanho das arestas do polígono e rotacionando um em torno do outro também rotacionará toda a figura.
	Polígono Rígido	Cria-se todos os vértices do polígono, depois, fecha-se o polígono clicando no primeiro ponto criado. O resultado será um polígono que não poderá ser modificado, tendo apenas um ponto livre e outro que poderá ser rotacionado em torno do primeiro.

## 6. Ferramentas do sexto grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Círculo dados Centro e Um de seus Pontos	Seleciona-se primeiro o ponto que será o centro do círculo e, em seguida, um ponto do círculo que será o seu raio.
	Círculo dados Centro e Raio	Para criar a figura, seleciona-se o ponto referente ao centro do círculo e, em seguida, determinar o valor do seu raio no campo de texto da janela de diálogo que aparece.





## 7. Ferramentas do oitavo grupo



Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Ângulo	Determina o ângulo entre dois segmentos. Seleciona-se os segmentos, ou o primeiro ponto, pertencente ao primeiro segmento, o segundo, interseção entre os segmentos e onde estará situado o ângulo e, por último, o terceiro, determinando o segundo segmento. O ângulo gerado será construído seguindo do primeiro ponto ao terceiro no sentido anti-horário.
	Distância, Comprimento ou Perímetro	Exibe uma caixa de texto com informação sobre, distância, comprimento ou perímetro de um segmento de uma figura. Para tanto, seleciona-se os elementos que determinam a informação desejada.
	Área	Exibe uma caixa de texto com informação sobre a área de um objeto. Seleciona-se o objeto cuja área será exibida

## 8. Ferramentas do nono grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Reflexão em Relação a uma Reta	Reflete/espelha um objeto <b>em relação a uma reta</b> . Seleciona-se o objeto que se deseja refletir. Depois, deve-se clicar em uma linha para especificar o espelho/linha de reflexão. O mesmo objeto será refletido.
	Reflexão em Relação a um Ponto	Reflete/espelha um objeto <b>em relação a um ponto</b> . Seleciona-se o objeto que se deseja refletir. Em seguida, deve clicar em um ponto para especificar o espelho/ponto de reflexão do objeto.
	Rotação em Torno de um Ponto	Cria um novo objeto a partir da rotação do primeiro, rotacionando-o em torno de um ponto. Seleciona-se o objeto que deseja rotacionar/girar. Depois, clicar em um ponto para especificar o centro de rotação e inserir o ângulo de rotação no campo de texto da janela de diálogo que aparece.
	Translação por um Vetor	Cria-se um novo objeto a partir da movimentação de um objeto inicial do mesmo tipo pelo "caminho" descrito por um vetor. Seleciona-se primeiro o objeto que será movimentado e, em seguida, clicar (e arraste o cursor) em um determinado espaço para criar o vetor que descreverá esse caminho.
	Homotetia	Ferramenta de ampliação e redução de figuras. Seleciona-se o objeto desejado, depois deve-se clicar em um espaço para criar o ponto de homotetia e, em seguida, digitar o fator (valor) multiplicativo na caixa de texto que aparecerá.



## 9. Ferramentas do décimo grupo

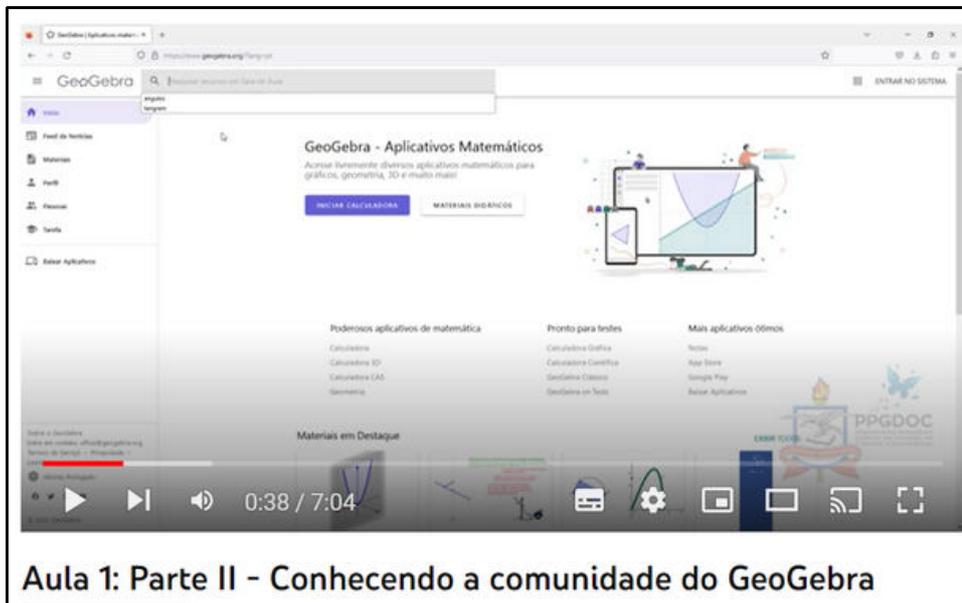
Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Controle deslizante	Permite, ao clicar na Janela de Visualização, a criação de um botão rolante, usado para determinar o valor do objeto em si. Ele pode ser configurado para que tenha um valor mínimo, máximo, uma velocidade de variação e a forma como o mesmo varia. Essa ferramenta é útil para criar parâmetros para serem utilizados juntos a outras ferramentas.
	Texto	Permite a criação de texto para ser exibido na Janela de Visualização, a partir da posição selecionada.
	Inserir imagem	Permite a inserir imagem na Janela de Visualização, que possuirá, em seus cantos inferiores, pontos móveis, que serão necessários para a aplicação de configurações na exibição da mesma.

## 10. Ferramentas do décimo primeiro grupo

Ferramentas	Nome	Definição/explicação
	Mover Janela de Visualização	Para movimentar o conteúdo exibido na Janela de Visualização, permitindo percorrer a visualização do ambiente/plano.
	Ampliar	Para ampliação da Janela de Visualização com foco no local selecionado
	Reduzir	Para redução da Janela de Visualização com foco no local selecionado.



## Apresentando a comunidade do GeoGebra



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a comunidade do GeoGebra.**



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta o ambiente do GeoGebra.**



## Conversando sobre o conteúdo

O ensino de geometria plana nos anos iniciais inclui a apresentação e exploração dos tipos de retas, com ênfase nas relações entre perpendiculares e paralelas, bem como a apresentação e classificação dos tipos de ângulos. Tal conteúdo, de acordo com a BNCC, surge desde o primeiro ano, mas, neste curso, haverá ênfase na habilidade prevista no quarto ano, pela referência explícita à possibilidade/necessidade do uso de tecnologias para a exploração desse conteúdo, conforme texto a seguir:

(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria (BRASIL, 2018).

Importa destacar que o conteúdo de retas não é exclusivo do campo geométrico, estando presente em outras unidades temáticas do currículo de matemática, como na reta numérica, bem como em outras disciplinas, como em História, na linha do tempo, e em Geografia, nos estudos de deslocamentos e coordenadas. Nesse sentido, é fundamental que o docente esteja atento a essas intersecções, destacando a característica interdisciplinar da geometria e a importância do pensamento geométrico em diferentes situações e práticas sociais.

Antes de iniciar as atividades, é importante parar para refletir sobre como aprendemos e como ministramos esse conteúdo, pois a reflexão da prática é fundamental para a inclusão da tecnologia no fazer docente. Como dito, não basta incluir o GeoGebra na aula de matemática, mas compreendê-lo como parte de um esforço de atualização das práticas educativas, cujo objetivo é tornar o aluno mais ativo e protagonista de seu processo de aprendizagem.

### Pontos para reflexão:

- Como estudou esse conteúdo na escola?
- Já viu esse conteúdo na formação inicial ou continuada?
- Quais as experiências e atividades que você já desenvolveu com esse conteúdo?
- Possui alguma dificuldade com alguma parte desse conteúdo?





Como o domínio didático do software depende do domínio do conteúdo pelo docente, é importante uma revisão dos pontos principais do assunto antes da realização das atividades no GeoGebra. Segue uma pequena lista de vídeos que tratam sobre retas e ângulos, alguns inclusive com uma abordagem que pode ser utilizada com as crianças.

[As linhas para crianças - Geometria para crianças](#)

[O que é ponto e reta?](#)

[Ângulos para crianças - Tipos de ângulos](#)

[O que é ângulo e a sua classificação.](#)

Assistam a alguns desses vídeos ou a outros, sobre o conteúdo de retas e ângulos, e depois iniciem a videoaula, pois ela foca no uso do GeoGebra para atividades didáticas relativas ao conteúdo e não aos detalhes do conteúdo em si.

## Localizando as ferramentas no GeoGebra

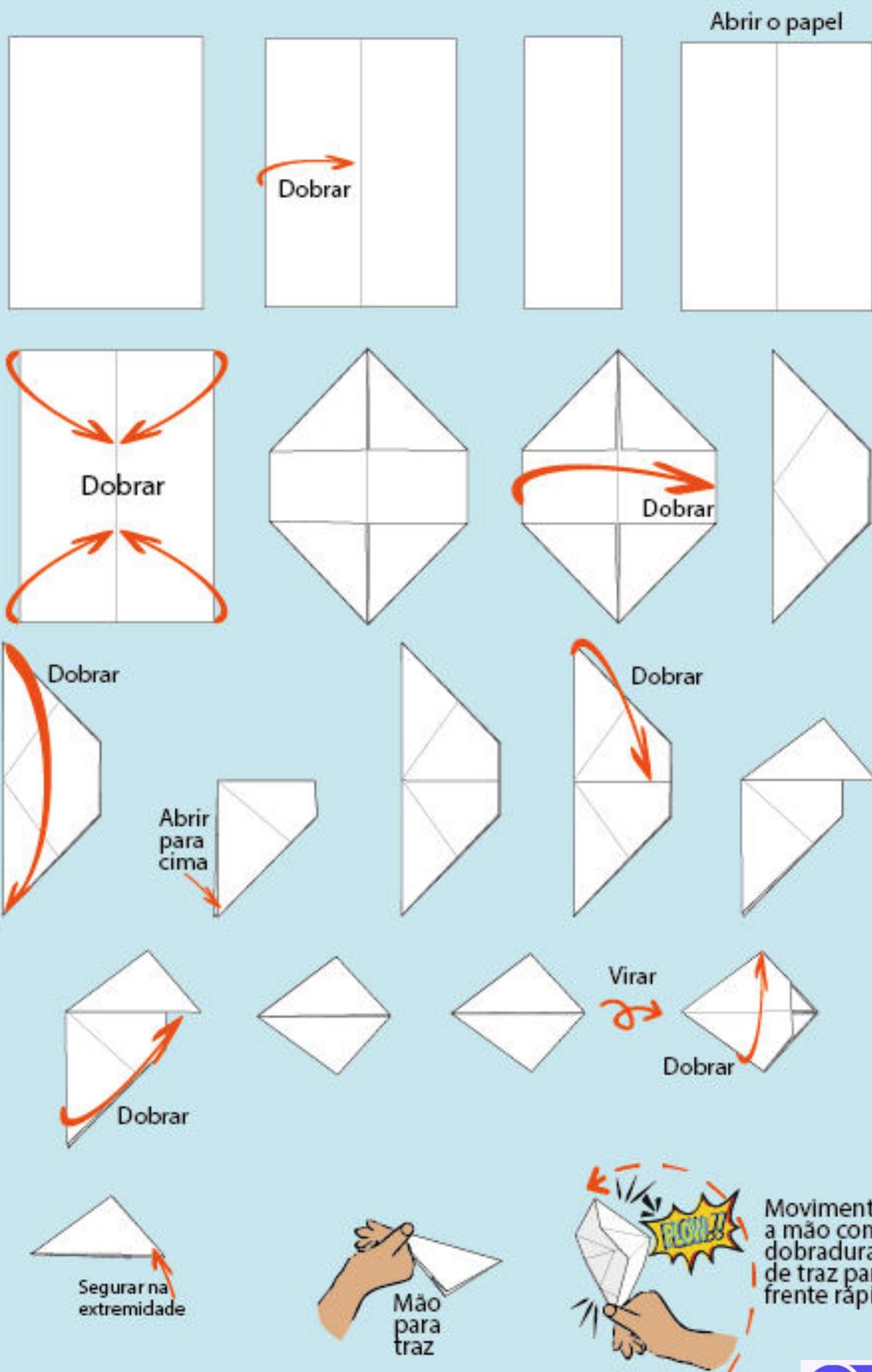


**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta as ferramentas sobre pontos, retas e ângulos no GeoGebra.**

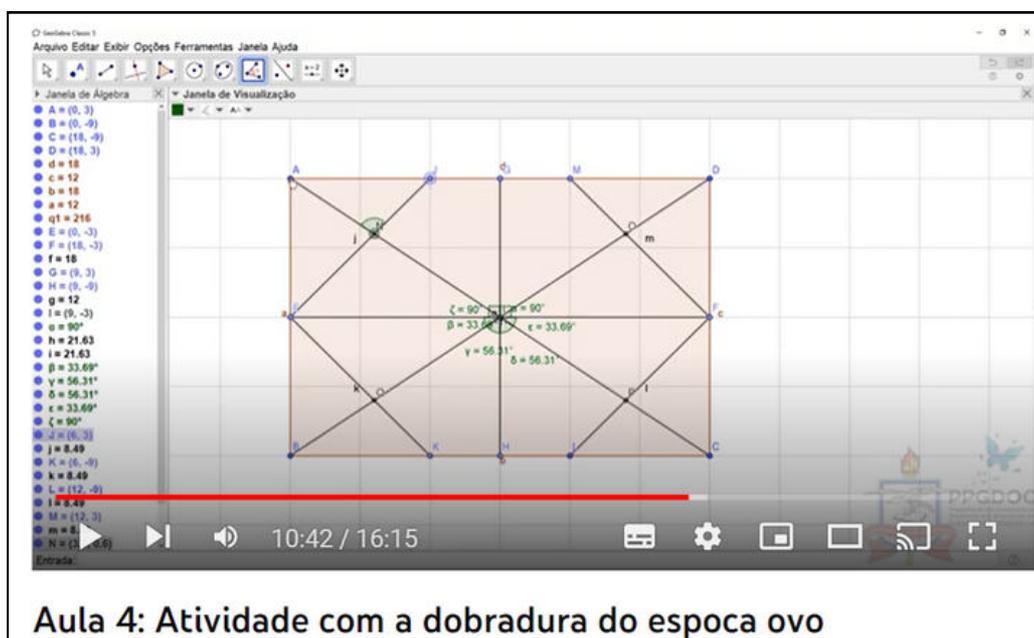
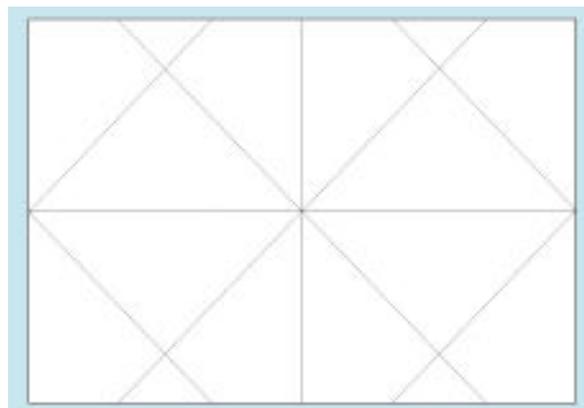
## Atividade: dobradura do espoca ovo

- Essa atividade convida vocês a explorarem a presença de retas e ângulos em objetos lúdicos fabricados em papel. Iniciaremos pela dobradura do “espoca ovo”. O esquema a seguir apresenta a sequência dessa dobradura. E ai, vamos dobrar ? Pegue uma folha de A4.

# Esposa Ovo



- Após dobrarem o brinquedo, abram e observem os vincos no papel. Observem que surgiu um diagrama e é sobre este que vamos analisar os tipos de retas e ângulos presentes na dobradura, com o apoio do software GeoGebra.



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a elaboração do diagrama do espoca ovo no GeoGebra.**

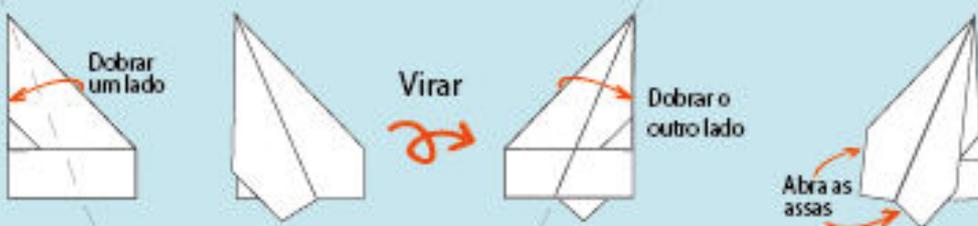
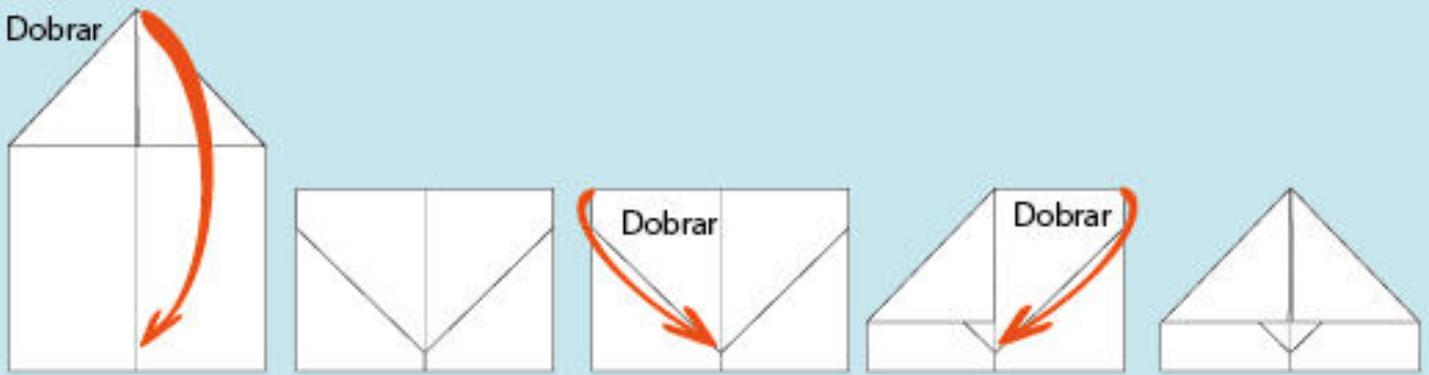
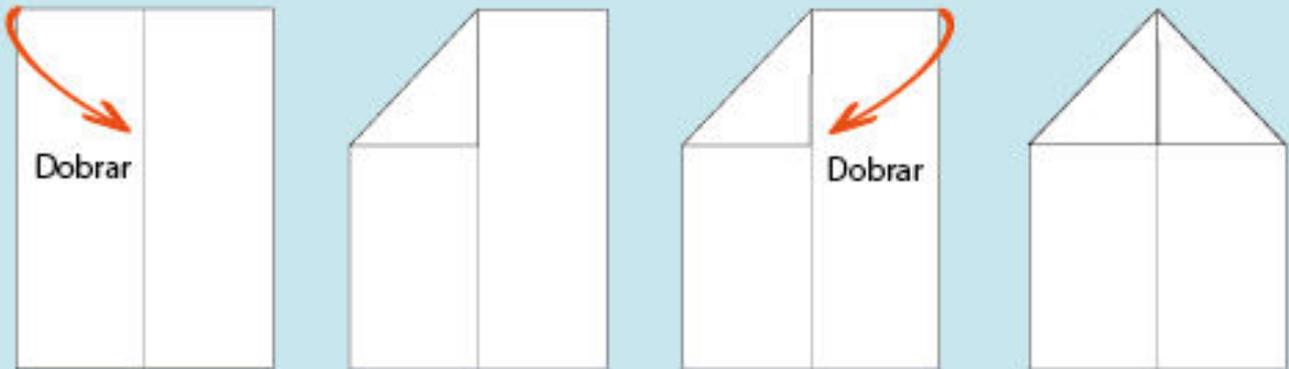
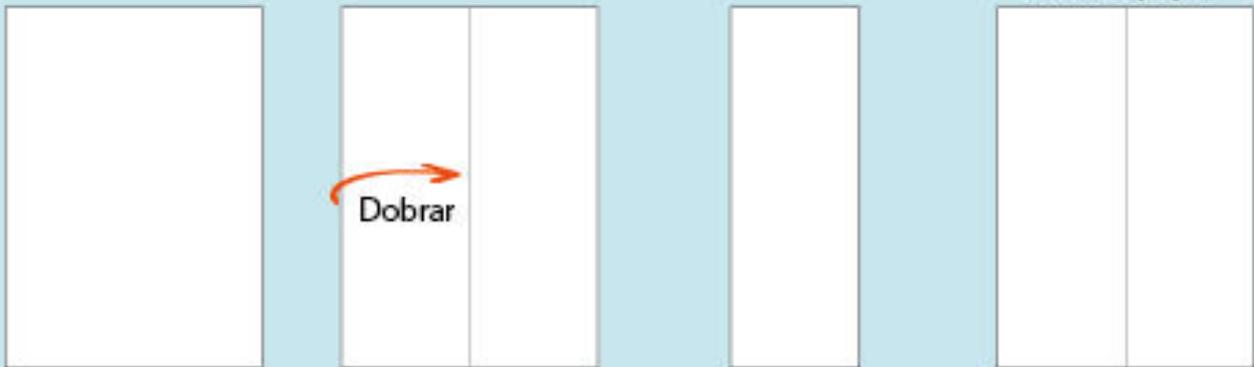
- Agora vamos fazer um aviõzinho de papel. Segue o esquema do brinquedo. Após dobrarem e se divertirem tracem o diagrama da dobradura com o apoio do software GeoGebra, inserindo alguns ângulos.

**Agora  
é sua vez!**



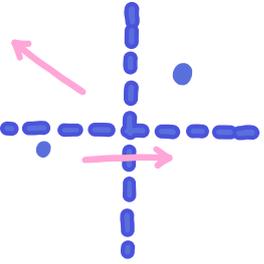
# Avião de Papel

Abrir o papel



Primo

VOLTAR



# PLANO CARTESIANO

## Conversando sobre o conteúdo

O plano cartesiano é composto por duas retas perpendiculares, formando um ângulo de  $90^\circ$ . O ponto comum entre elas marca o número zero, compartilhado pelas duas retas. A reta horizontal, identificada pela letra “X”, marca o “eixo das coordenadas x” e a vertical, identificada pela letra “Y” marca o “eixo das coordenadas y”. A localização dos pontos inicia pela coordenada X e, depois, a coordenada y. Esses dois números, colocados entre parênteses, representam a localização de um ponto qualquer no plano.

O plano é formado por 4 quadrantes, numerados em sentido anti-horário. O primeiro quadrante apresenta, simultaneamente, x e y positivos. Nos demais surgem os números negativos. Nos anos iniciais, o estudo concentra-se no primeiro quadrante. O objetivo é compreender a forma de localização e registro das coordenadas. Além disso, destaca-se ainda os estudos sobre mudanças de direção, sendo os ângulos associados às noções de giros, com o desenvolvimento da compreensão de  $1/4$  de volta,  $1/2$  volta,  $3/4$  de volta e giro completo, conforme as habilidades da BNCC (2018) destacadas a seguir:

(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.

(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano ( $1^\circ$  quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.



Na introdução das noções sobre o plano de cartesiano, não há necessidade de cálculos. O domínio que se busca é de procedimentos, bem como as primeiras identificações do uso do plano cartesiano para produzir informações, destacando sua presença em mapas, trajetos, aplicativos, GPS e outros.

Neste curso, propõem-se os estudos de introdução ao plano cartesiano por meio de atividades de localização e deslocamento, pois não basta apenas explicar oralmente esse conteúdo, mas permitir que os alunos manipulem diferentes situações que utilizam o plano cartesiano.

Novamente é importante, antes de iniciar as atividades com o GeoGebra, refletir sobre como aprendemos e como ministramos esse conteúdo. Cabe aqui, mais uma vez, nosso guia de conversa e reflexão, colocado ao lado:

Segue uma pequena lista de vídeos que tratam sobre plano cartesiano. Assistam os vídeos e depois iniciem a videoaula, que foca no uso do GeoGebra para atividades didáticas relativas a esse conteúdo.

[Vídeo: Princípios do plano cartesiano - Ensino Fundamental](#)

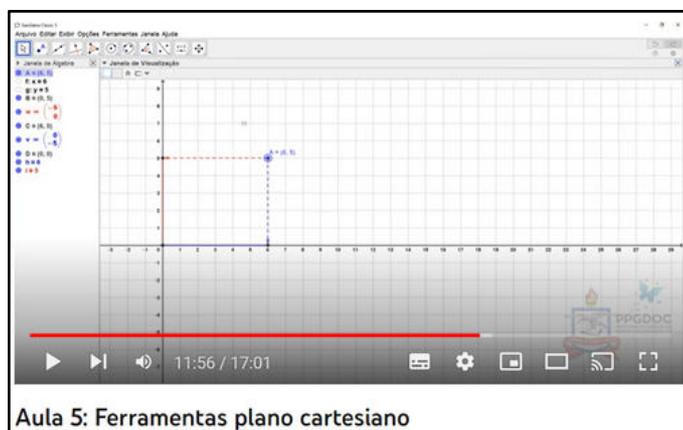
[Vídeo: Coordenadas cartesianas](#)

[Vídeo: Plano Cartesiano - Professora Angela](#)

Pontos para reflexão:

- Como estudou esse conteúdo na escola?
- Já viu esse conteúdo na formação inicial ou continuada?
- Quais as experiências e atividades que você já desenvolveu com esse conteúdo?
- Possui alguma dificuldade com alguma parte desse conteúdo?

## Localizando as ferramentas no GeoGebra



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta o plano cartesiano no GeoGebra.**



[Ir para a lista de videoaulas.](#)



VOLTAR



## Atividade: o caminho da tartaruga

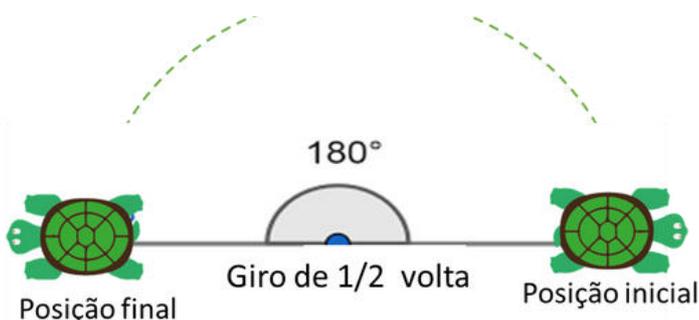
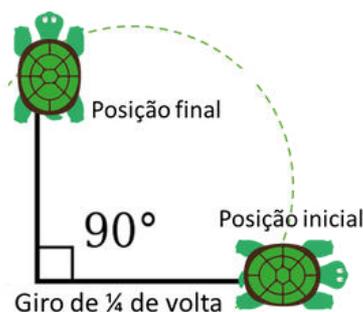
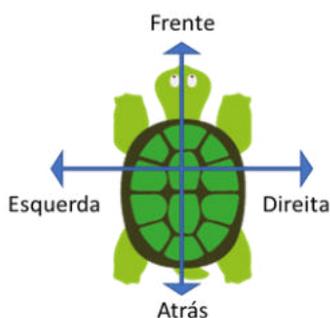
As atividades propostas para introdução de noções de localização e deslocamento no plano cartesiano, aqui apresentadas, prestam uma homenagem a **Seymour Papert**, precursor do uso de computadores na educação. Ele foi o criador da linguagem LOGO (em 1967), voltada a introduzir as crianças no mundo da programação. O que tornou essa proposta revolucionária foi sua efetivação a partir da década de 1970, em um contexto ainda muito limitado das tecnologias digitais, tanto que não existia ainda interface gráfica e nem internet.

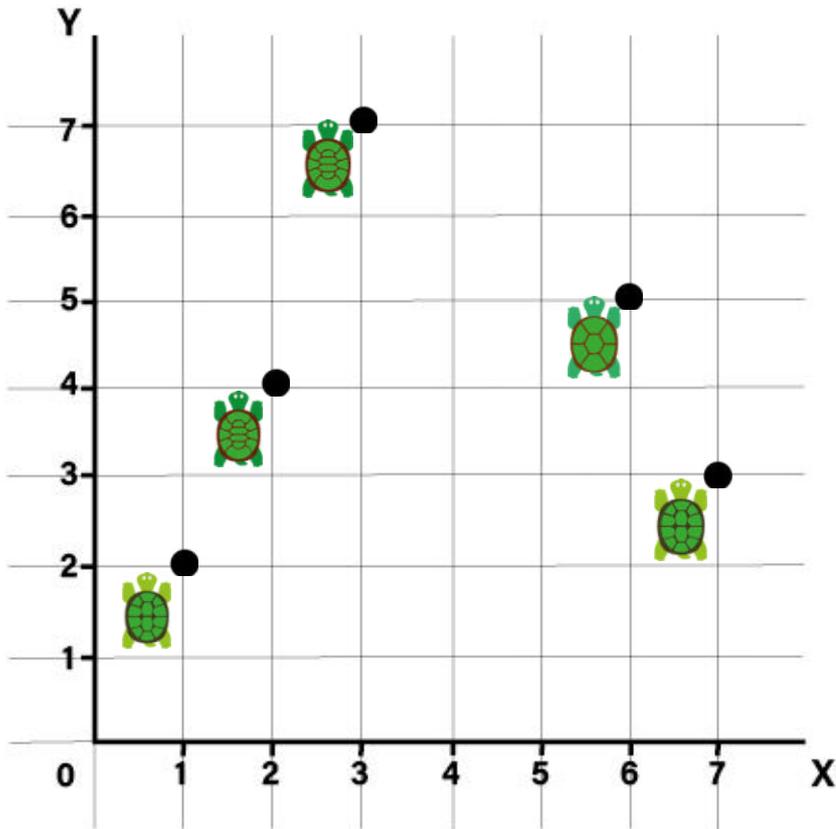


**Seymour Papert**  
(1928 a 2016)

Seymour Papert compreendeu muito cedo os novos caminhos que a tecnologia traria para a educação, enfatizando a ampliação da autonomia dos alunos e a criação de ambientes desafiadores e divertidos de aprendizagem. No LOGO, a criança sai da posição de eterno aluno e vira também professor, pois passa a "ensinar" uma tartaruginha a se movimentar. Aqui também vamos falar da movimentação da tartaruga, observando suas mudanças de direção no plano cartesiano.

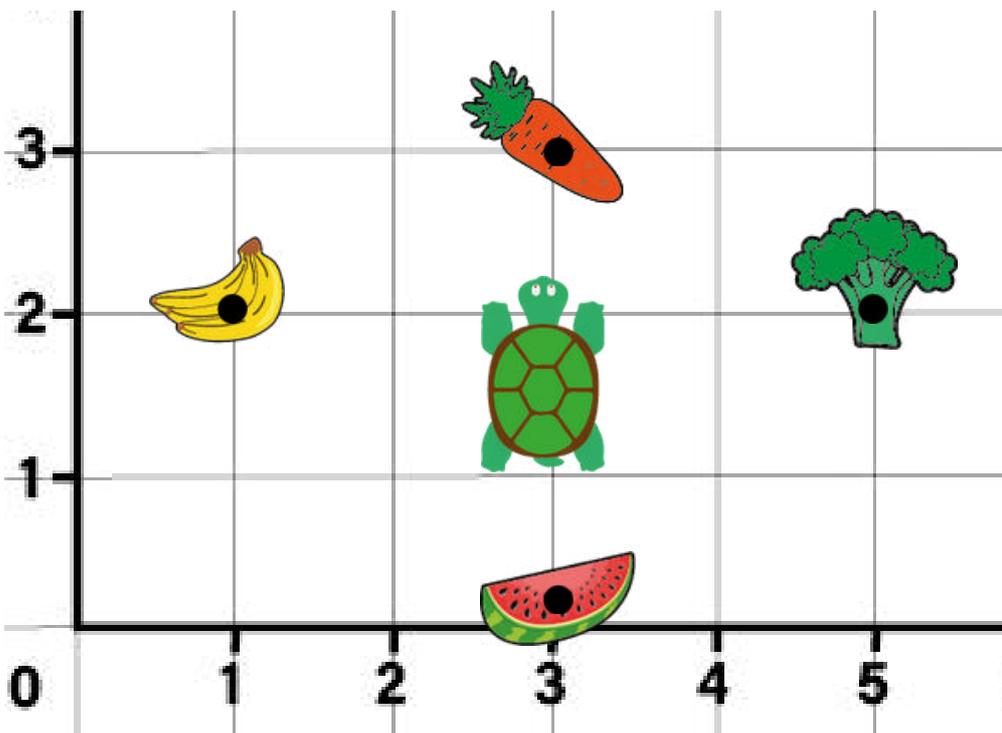
### Direções da tartaruga: giros e ângulos





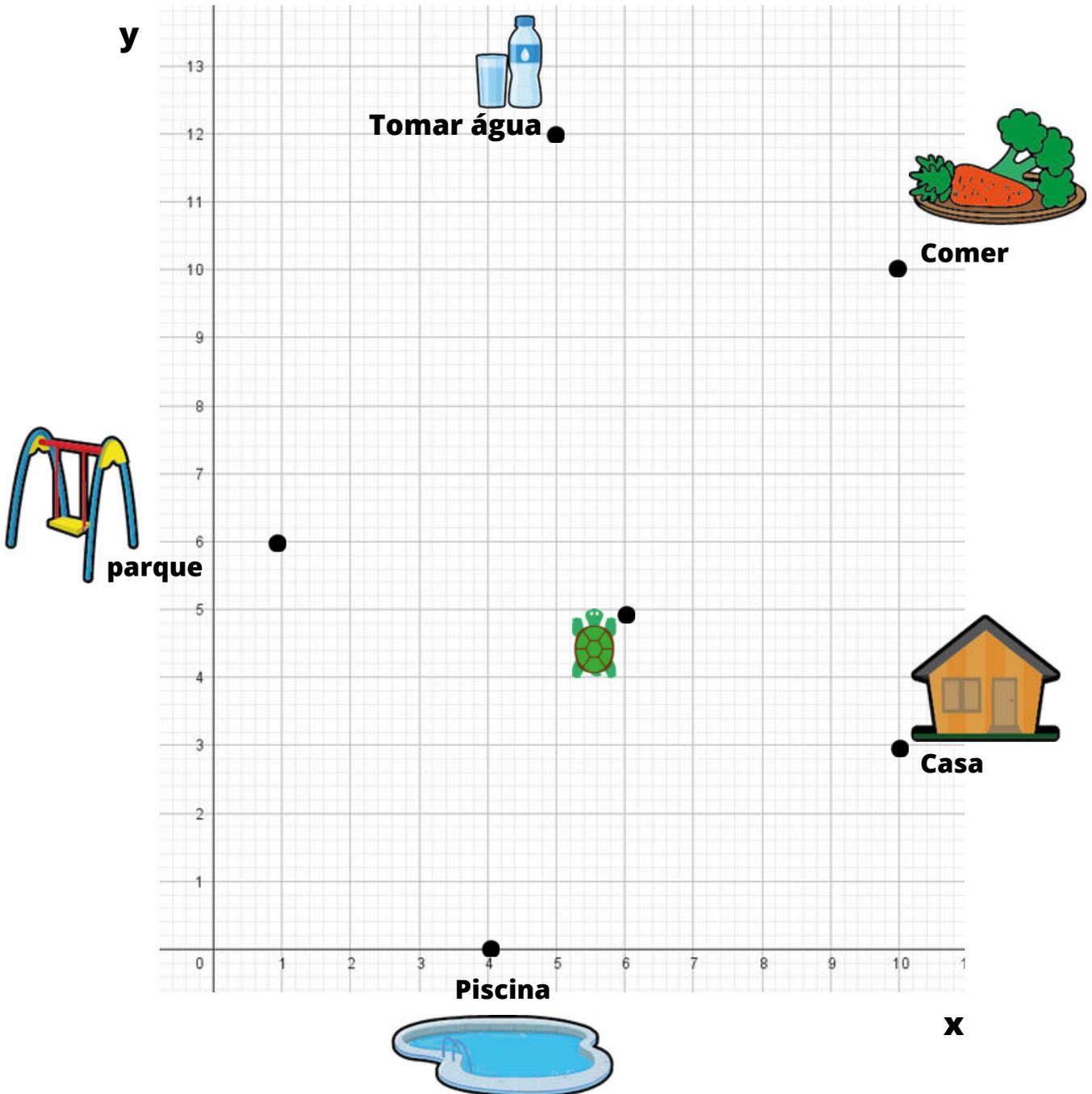
1. As tartarugas estão brincando de jogo. Cada tartaruga marcou seu lugar com uma bola preta. Indique a posição da bola de cada tartaruga escrevendo as coordenadas x e y.

2. A tartaruga está indecisa sobre o que comer. Tem cenoura, banana, brócolis e melancia. Indique a posição de cada alimento em relação à tartaruga (na frente, atrás, lado direito, esquerdo) e qual a posição dele no plano, utilizando as coordenadas x e y.



2.a) Ela decidiu dar um giro de 1/2 volta e comer o que lá encontrou. O que ela comeu?

3. Observe a localização da tartaruga e suas opções de deslocamento.



a) A tartaruga encontra-se nas coordenadas (6,5). Ela deu um giro de  $1/2$  volta, andou 4 pontos e chegou nas coordenadas (6,1). Deu um  $1/4$  de volta para direita, andou 2 pontos e chegou nas coordenadas (4,1). Deu  $1/4$  de volta para a esquerda, andou um ponto e chegou. Onde ela chegou? qual a coordenada do local?

b) A tartaruga se encontra nas coordenadas (6,5). Ela está com muita fome. Seguindo o modelo da questão anterior, indique a movimentação da tartaruga até o prato de comida, inserindo as coordenadas.



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a resolução da atividade "O caminho da tartaruga".**

**Agora é sua vez!**

- Utilizando as ferramentas da videoaula sobre plano cartesiano, elabore seu recurso sobre o giro da tartaruga. Depois trace, com o auxílio da ferramenta caneta, os outros destinos que faltam para a tartaruga percorrer na atividade 3.



## Conversando sobre o conteúdo

Os estudos de figuras planas aparecem ao longo dos nove anos do ensino fundamental, envolvendo a identificação e a compreensão sobre as relações entre figuras poligonais. Especificamente, nos anos iniciais, destacamos as habilidades retiradas da BNCC:

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

No estudo do tema espera-se que, ao final do percurso, o aluno seja capaz de dominar instrumentalmente o vocabulário da geometria básica; conseguindo construir, representar e estabelecer relações entre figuras, formas e ângulos.

Destaca-se que esse conteúdo é um dos mais enfocados, na unidade de geometria, nos anos iniciais. O grande problema é o aprofundamento dele para além da nomenclatura básica, avançando no estudo de categorias e subcategorias, o que exige discussões sobre diferenças de ângulos e propriedades das figuras. Não basta apenas saber diferenciar o triângulo do quadrado, mas conseguir falar sobre diferenças internas, que estabelecem tipos de triângulo e tipos de quadriláteros.

Além disso, é importante avançar para um ensino mais dinâmico das formas planas, para além da apresentação de figuras no livro didático que, as vezes, fornece apenas uma única forma de apresentação do polígono, levando a criança a não identificar a figura quando essa é apresentada em posições diferentes.





Aqui, novamente, é importante parar para refletir sobre como aprendemos e como ministramos esse conteúdo, antes de ir para as videoaulas.

Seguem algumas sugestões de vídeos sobre figuras planas, alguns inclusive com uma abordagem que pode ser utilizada com as crianças.

Pontos para reflexão:

- Como estudou esse conteúdo na escola?
- Já viu esse conteúdo na formação inicial ou continuada?
- Quais as experiências e atividades que você já desenvolveu com esse conteúdo?
- Possui alguma dificuldade com alguma parte desse conteúdo?

[Vídeo: Figuras geométricas planas para crianças – Vocabulário](#)

[Vídeo: Polígonos](#)

[Vídeo: Os polígonos - Geometria para crianças](#)

[Vídeo: As principais características dos quadriláteros - Ensino Fundamental](#)

[Vídeo: Os triângulos para crianças](#)

## Localizando as ferramentas no GeoGebra

Aula 7: Ferramentas figuras planas

**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta as ferramentas de figuras planas no GeoGebra.**

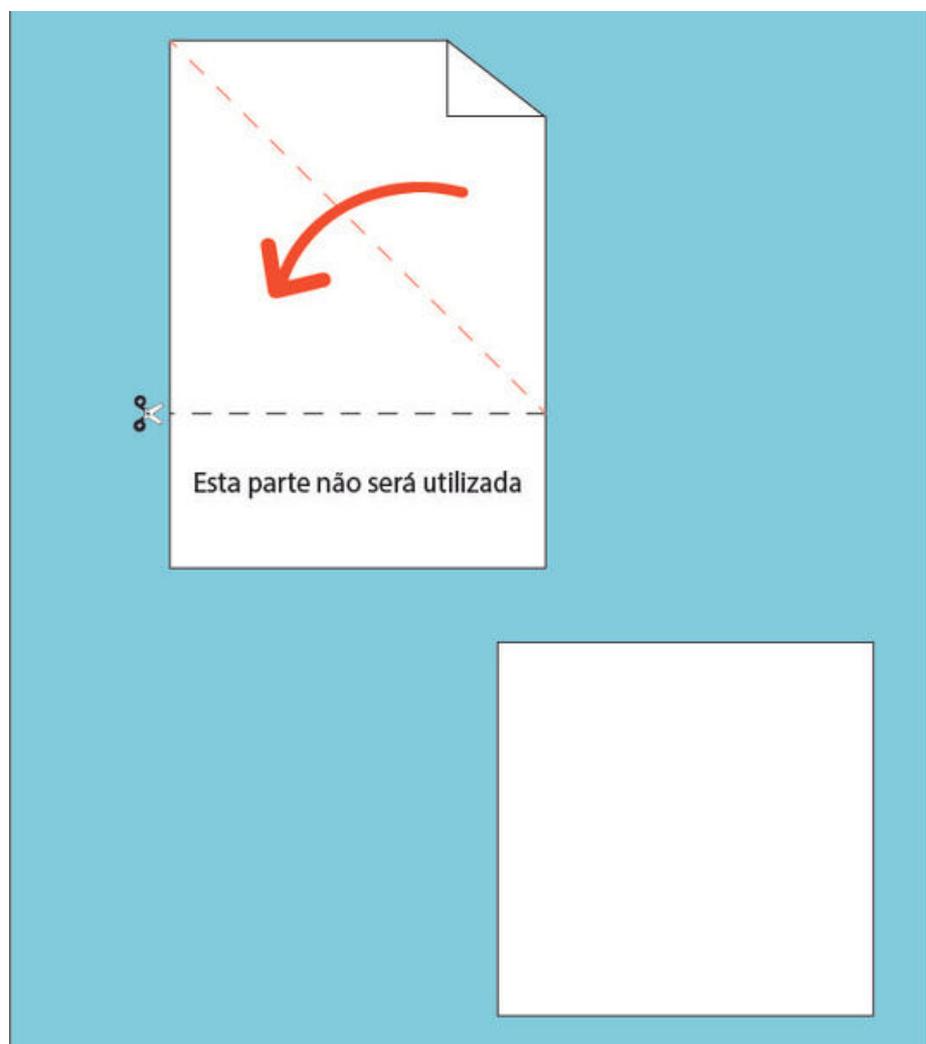


## Atividade: construindo o Tangram

Nesta atividade vamos construir um tangram. Além de ele mesmo ser constituído por polígonos, suas 7 peças permitem a criação de outras figuras poligonais, estimulando o pensamento criativo e rotacional.

Primeiro é preciso construir um quadrado de papel, que pode ser elaborado a partir de uma folha A4, conforme demonstra a figura. Esse quadrado pode ser confeccionado com os alunos ou o professor pode levar já pronto para a sala de aula.

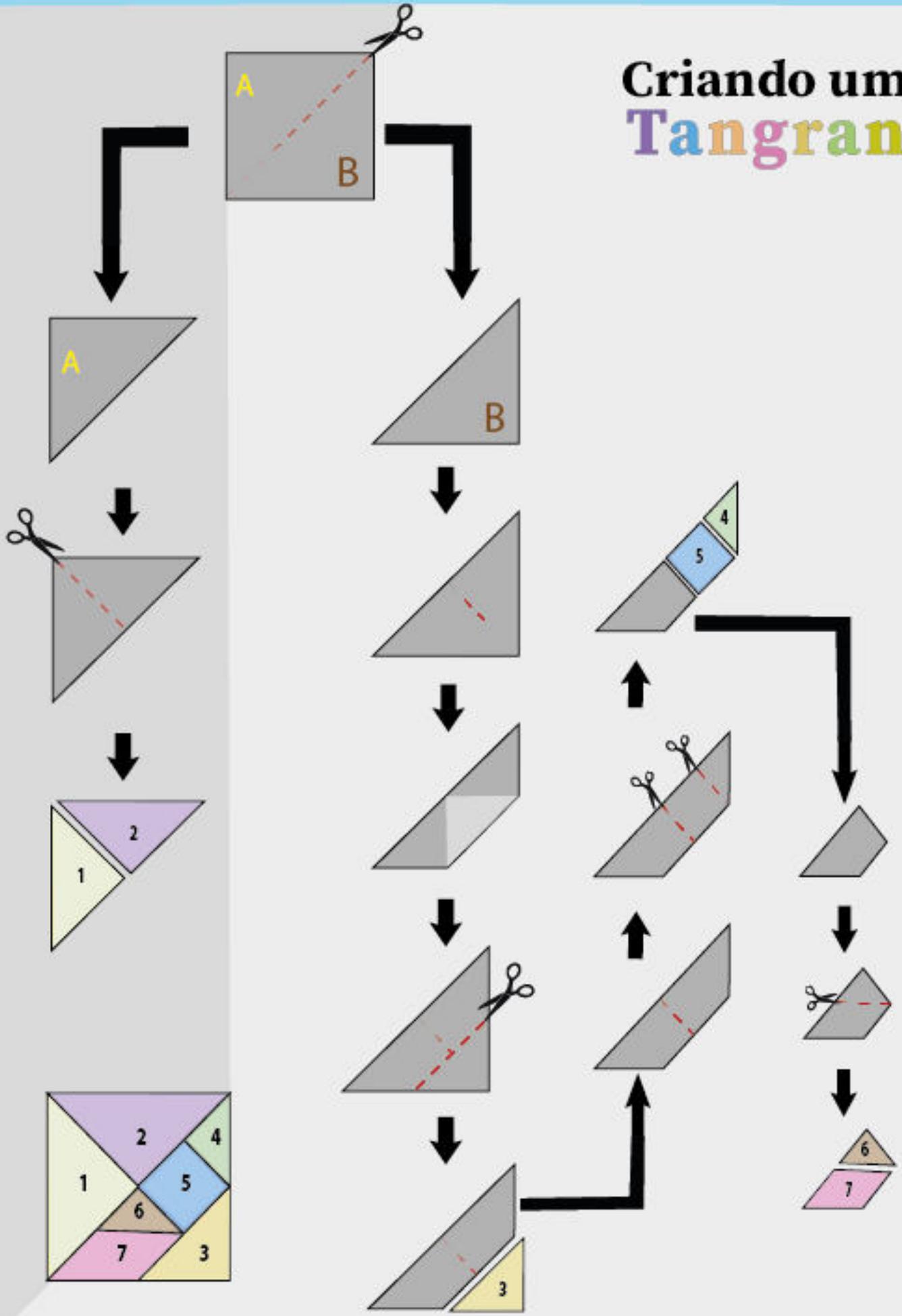
**página de A4 cortada  
para produzir um  
quadrado**



Após confeccionarem o quadrado, o tangram é construído em uma atividade de recorte, explicada no esquema da próxima página.



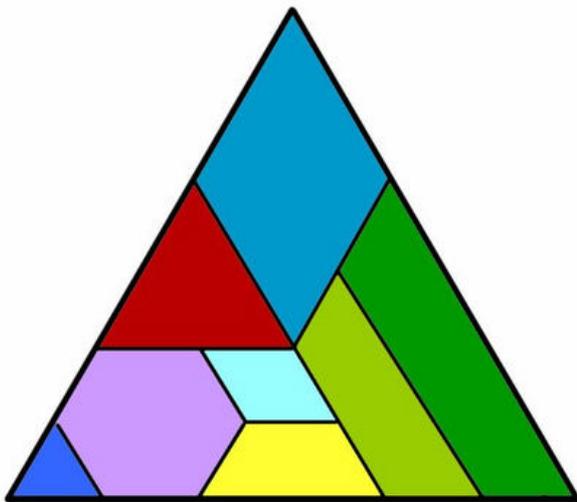
# Criando um Tangran





**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a construção do Tangram no GeoGebra**

Construa um tangram triangular no GeoGebra, utilizando a ferramenta de polígono rígido. Observe o modelo e, se necessário, crie uma malha de triângulos equiláteros para orientar sua elaboração.



**tangram triangular**

**Agora é sua vez!**



# AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS

## Conversando sobre o conteúdo

O currículo brasileiro prevê, na área de matemática, o estudo das figuras planas e suas transformações. Nesse sentido, a BNCC estabelece a necessidade de o aluno não apenas nomear as figuras, mas também ser capaz de analisar e produzir transformações (ampliações ou reduções) de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, compreendendo as noções de congruência e semelhança, conforme a habilidade retirada da BNCC:

(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Dizer que o ângulo de uma figura, ampliada ou reduzida, é congruente é afirmar que esse continua apresentando o mesmo valor, por isso, figuras semelhantes são aquelas que possuem ângulos congruentes e lados correspondentes proporcionais. Na construção desse conceito é importante diferenciar o uso da palavra "semelhante" no dia a dia e na matemática, enfatizando a especificidade do termo matemático.

Além disso, é importante relacionar o conteúdo ao cotidiano infantil, demonstrando como os processos de ampliação e redução estão presentes na sociedade contemporânea, pelo grande uso de imagens em aparelhos digitais.

Como nos outros módulos, antes de iniciar as atividades, é importante parar para refletir sobre como aprendemos e como ministramos esse conteúdo, bem como se temos alguma dúvida que prejudique o ensino dos procedimentos ligados à ampliação e redução de figuras poligonais.

### Pontos para reflexão:

- Como estudou esse conteúdo na escola?
- Já viu esse conteúdo na formação inicial ou continuada?
- Quais as experiências e atividades que você já desenvolveu com esse conteúdo?
- Possui alguma dificuldade com alguma parte desse conteúdo?

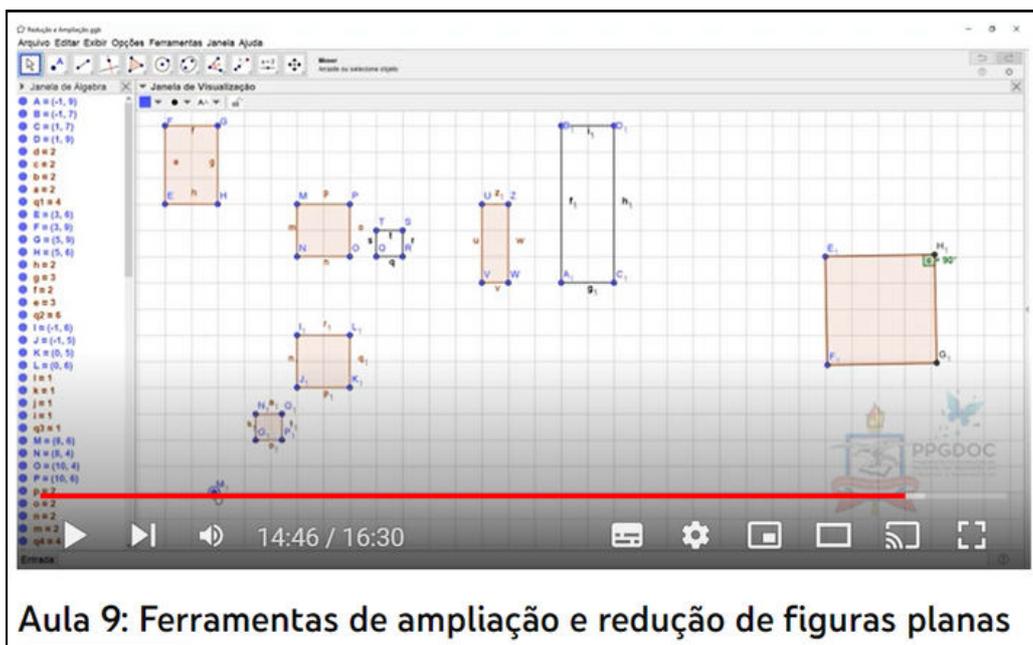
Seguem os links de dois vídeos que tratam sobre ampliação e redução de figuras:

[Vídeo: Ampliação e redução de figuras](#)

[vídeo: Ampliação e Redução](#)

Assistam esses ou outros vídeos sobre o conteúdo de ampliação e redução de figuras poligonais, e depois iniciem a videoaula, pois essa foca no uso do GeoGebra para atividades didáticas relativas ao conteúdo e não no conteúdo em si.

## Localizando as ferramentas no GeoGebra



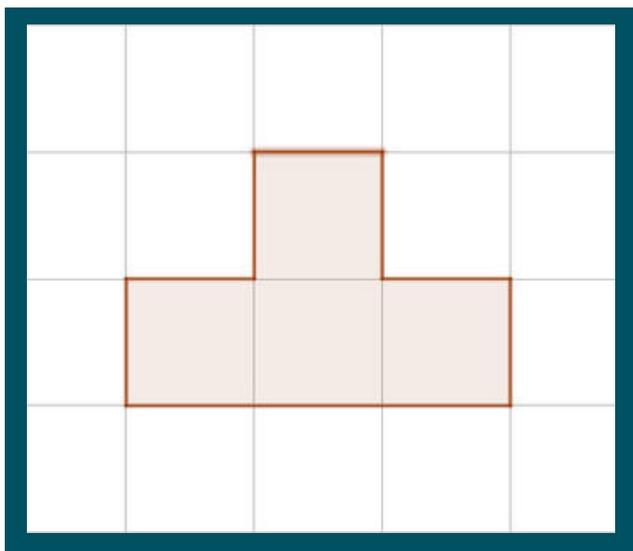
**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta as ferramentas para ampliação e redução de polígonos no GeoGebra.**



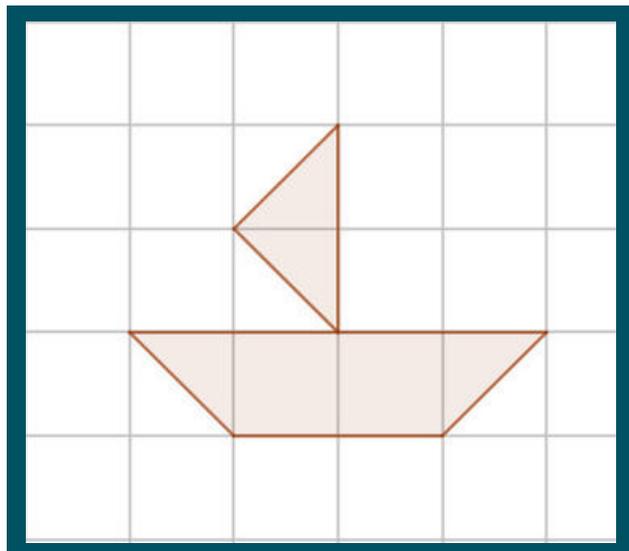
## Atividade: ampliando e reduzindo na malha quadriculada

Em uma malha quadriculada de papel, amplie ou reduza as 4 figuras apresentadas a seguir:

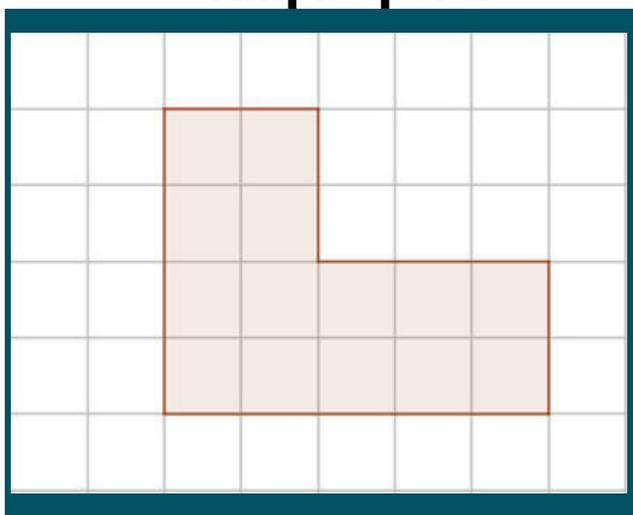
**Amplie por 2**



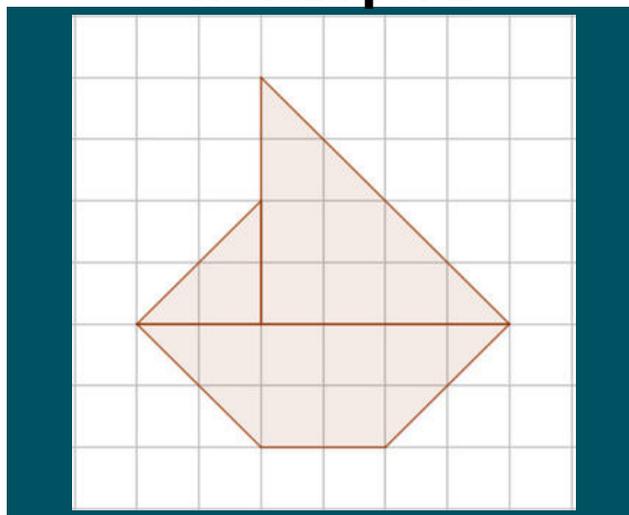
**Amplie por 2**



**Amplie por 2**



**Reduza por 2**



## PARTE 1



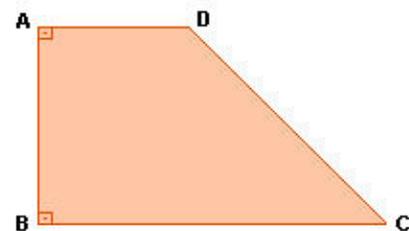
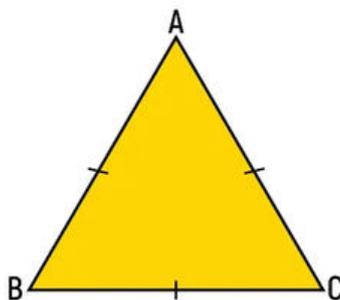
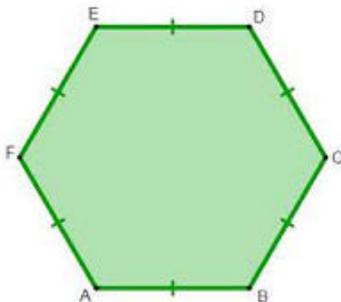
## PARTE 2



**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a resolução da atividade de ampliação e redução no GeoGebra**

**Agora é sua vez!**

Construa uma ampliação e uma redução dos polígonos a seguir, utilizando a ferramenta de homotetia. Escolha uma das figuras para animar com o uso do controle deslizante.



## SIMETRIAS

### Conversando sobre o conteúdo

Segundo a BNCC, o conteúdo específico sobre simetria aparece ao longo dos nove anos do fundamental, em especial do 3º ao 9º ano. As atividades seguem uma progressão: iniciam com atividades de reconhecimento de figuras congruentes, no 3º ano, passando para o uso do termo simetria a partir do 4º ano. No quinto ano as transformações, reduções e ampliações das figuras ganham destaque. Do 6º ao 9º ano as transformações geométricas (translação, reflexão e rotação) são aprofundadas. Especificamente para o 4º ano, espera-se que o aluno consiga, por meio das atividades de ensino:

(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.

É importante localizar os diversos exemplos de simetria, desde a sua presença na natureza, no nosso próprio corpo (que pode ser pensado a partir de um eixo de simetria, mesmo que os lados não sejam realmente idênticos), na arquitetura, na arte, na matemática, nos reflexos dos espelhos etc.

Diferente dos exemplos biológicos, nos quais nem sempre um lado é realmente idêntico ao outro (basta analisar nossos rostos), na matemática, a simetria atinge níveis mais elaborados por lidar com recursos geométricos e grandezas formais. Na linguagem matemática, as exigências de paridade de medidas (forma, tamanho dos lados e ângulo) são plenamente satisfeitas, por isso a diferença surge apenas em relação à posição do objeto.

É importante enfatizar que as transformações de posição não geram perdas de congruência, sendo chamadas de transformações isométricas.

Assim, isometria refere-se à igualdade, a produção de figuras homólogas (similares) à original, sendo a simetria de reflexão um caso de isometria.



Novamente, como nos outros módulos, antes de iniciar as atividades, é importante parar para refletir sobre como aprendemos e como ministramos esse conteúdo, bem como se temos alguma dúvida que prejudique o ensino de simetria de reflexão.

Ainda seguindo os módulos anteriores, seguem os links de alguns vídeos que tratam sobre transformações isométricas e simetria de reflexão:

#### Pontos para reflexão:

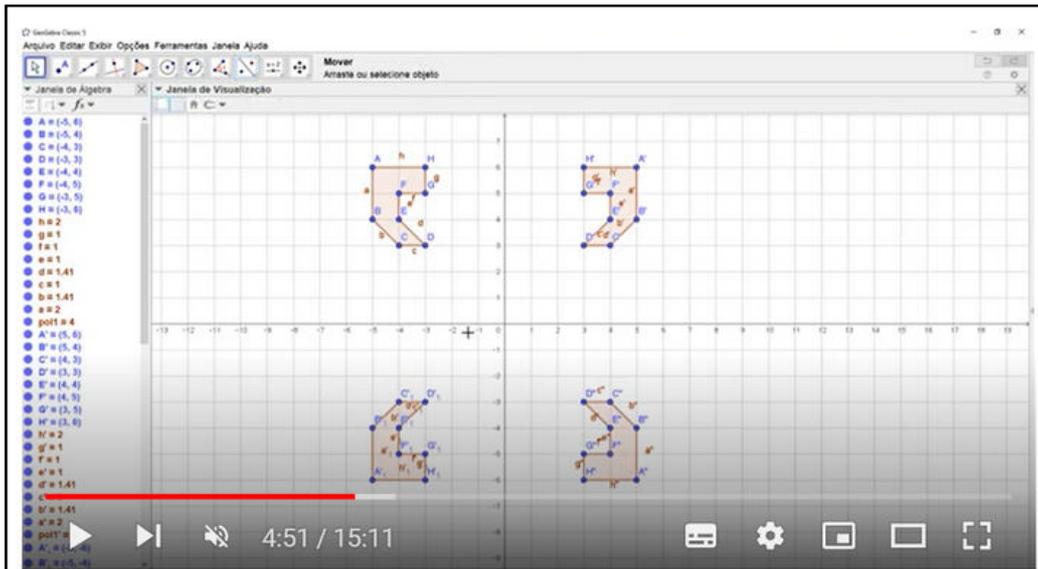
- Como estudou esse conteúdo na escola?
- Já viu esse conteúdo na formação inicial ou continuada?
- Quais as experiências e atividades que você já desenvolveu com esse conteúdo?
- Possui alguma dificuldade com alguma parte desse conteúdo?

[Vídeo: Isometrias: reflexões, rotações, translações e reflexões deslizantes](#)

[Vídeo: Isto é Matemática T05E09 O Estranho Mundo de Escher](#)

Assistam a esses ou a outros vídeos sobre o conteúdo de simetria de reflexão e depois iniciem a videoaula, pois, como sempre informado, a aula foca no uso do GeoGebra para atividades didáticas relativas ao conteúdo e não no conteúdo em si.

## Localizando as ferramentas no GeoGebra



Aula 11: Ferramentas simetrias

**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta as ferramentas para simetria no GeoGebra.**



[Ir para a lista de videoaulas.](#)



VOLTAR

## Atividade: criando azulejos

**Belém, capital do estado do Pará,** é uma das cidades brasileiras famosas pela presença de azulejos portugueses. Contudo, essa tradição não começou na Europa, mas no continente Africano. Os azulejos mais antigos foram localizados no Egito, sendo seu uso difundido pelos árabes mulçumanos, que levaram a técnica de produção dessas peças para à Península Ibérica, tanto que a palavra azulejo vem do árabe “al-zulaich”, significando pedrinha polida.

Em Portugal, a grande procura pelos revestimentos cerâmicos e a necessidade de diminuir os custos de produção, levou a difusão do modelo de azulejos de repetição, que criavam padrões repetindo as imagens, em uma composição baseada em isometrias. Em Belém, os azulejos de repetição ganharam as fachadas dos casarões e palacetes da elite paraense entre os séculos XVIII, XIX e início do XX.

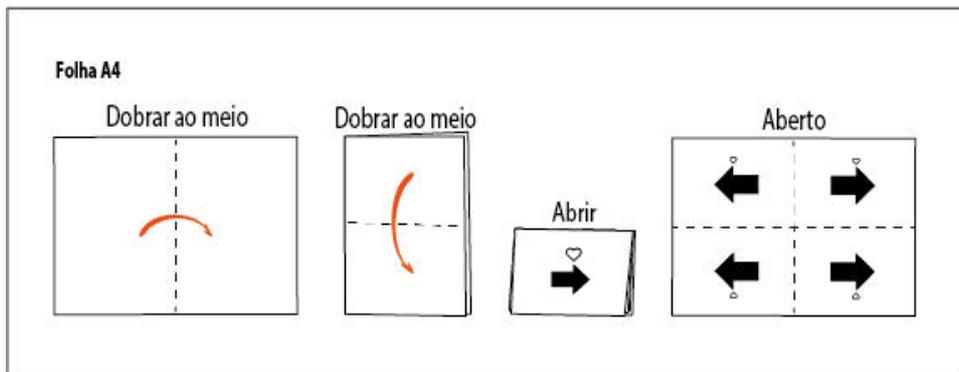
O tamanho dos azulejos também foi padronizado. Até 1973 o padrão, no Brasil, era o formato de 15x15 centímetros. Hoje, há diferentes bitolas, como 20x20, 25x25 e 30x30 centímetros. A união entre o tamanho padrão e os padrões de repetição tornaram os azulejos um dos grandes exemplos do uso das transformações isométricas na arquitetura cotidiana.

Infelizmente, muitos azulejos foram perdidos pela falta de manutenção do bairro da cidade velha, em Belém do Pará.



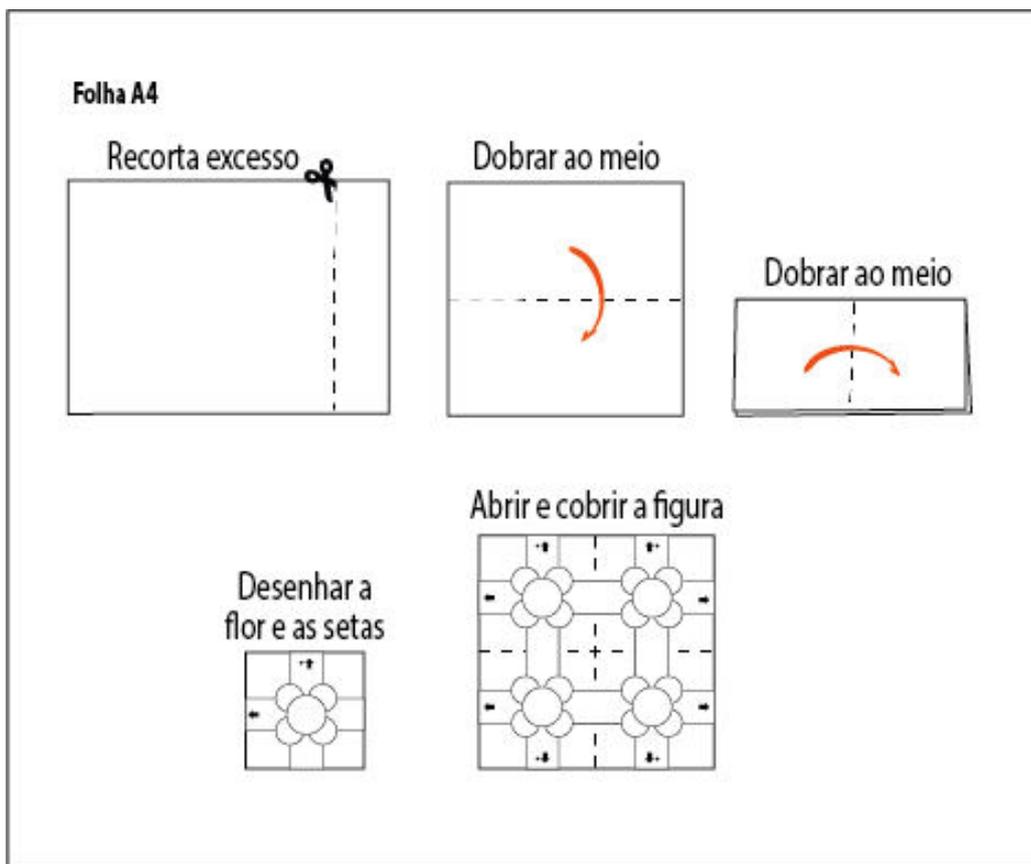
fonte da imagem: civviva

1. vamos fazer um padrão em uma folha de A4. Siga o esquema. Pressione bem o lápis para obter vincos. abra a folha e cubra os vincos.



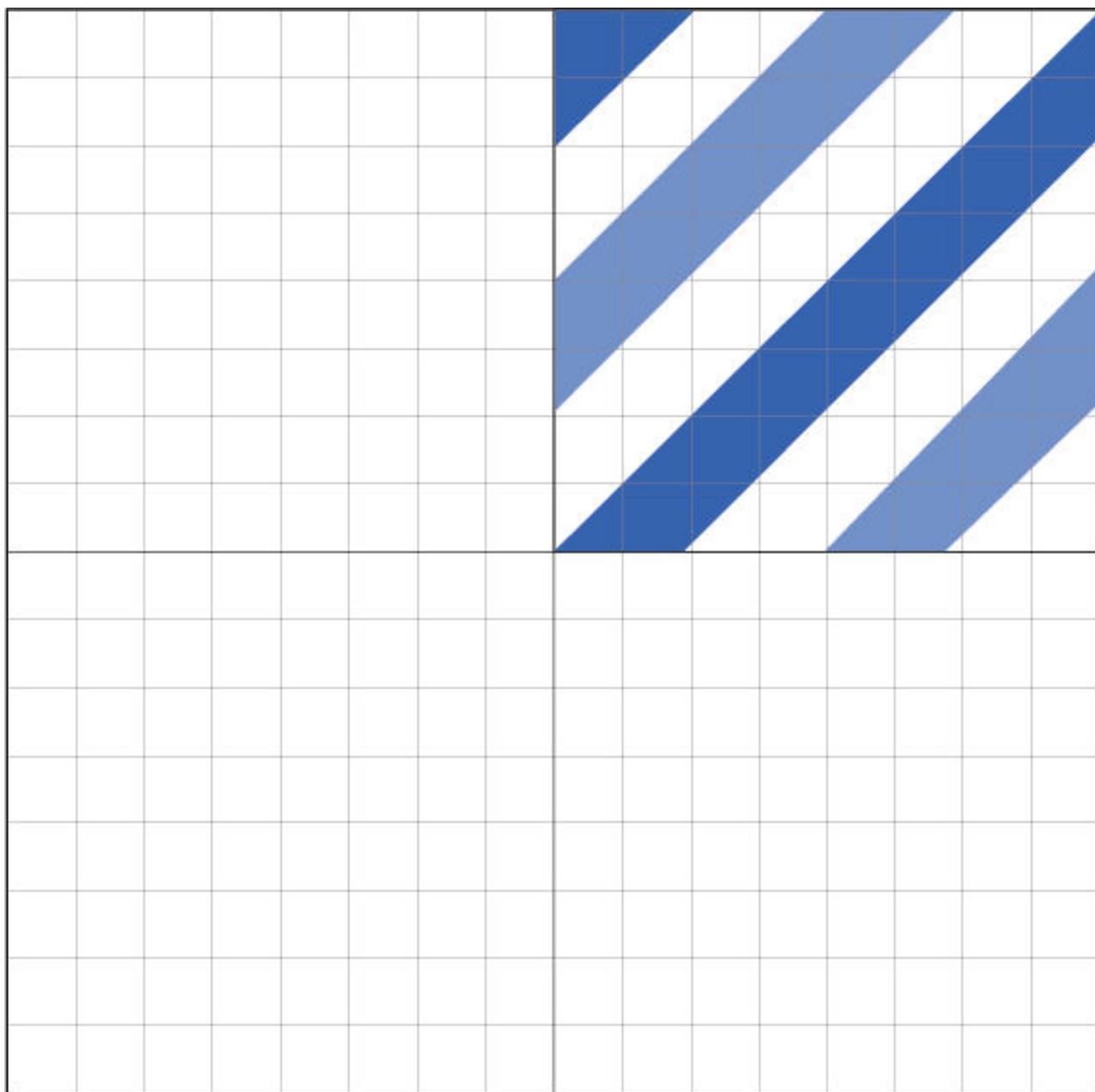
2. Observe que o padrão não apenas se repete, mas há uma mudança de posição ocorrendo. Observando os 4 retângulos o que é possível perceber sobre a forma como ocorrem essas repetições?

3. Os azulejos são formados comumente em um padrão quadrado. Vamos fazer um azulejo de papel seguindo o esquema e usando a mesma técnica de dobrar, desenhar com pressão, abrir e cobrir:

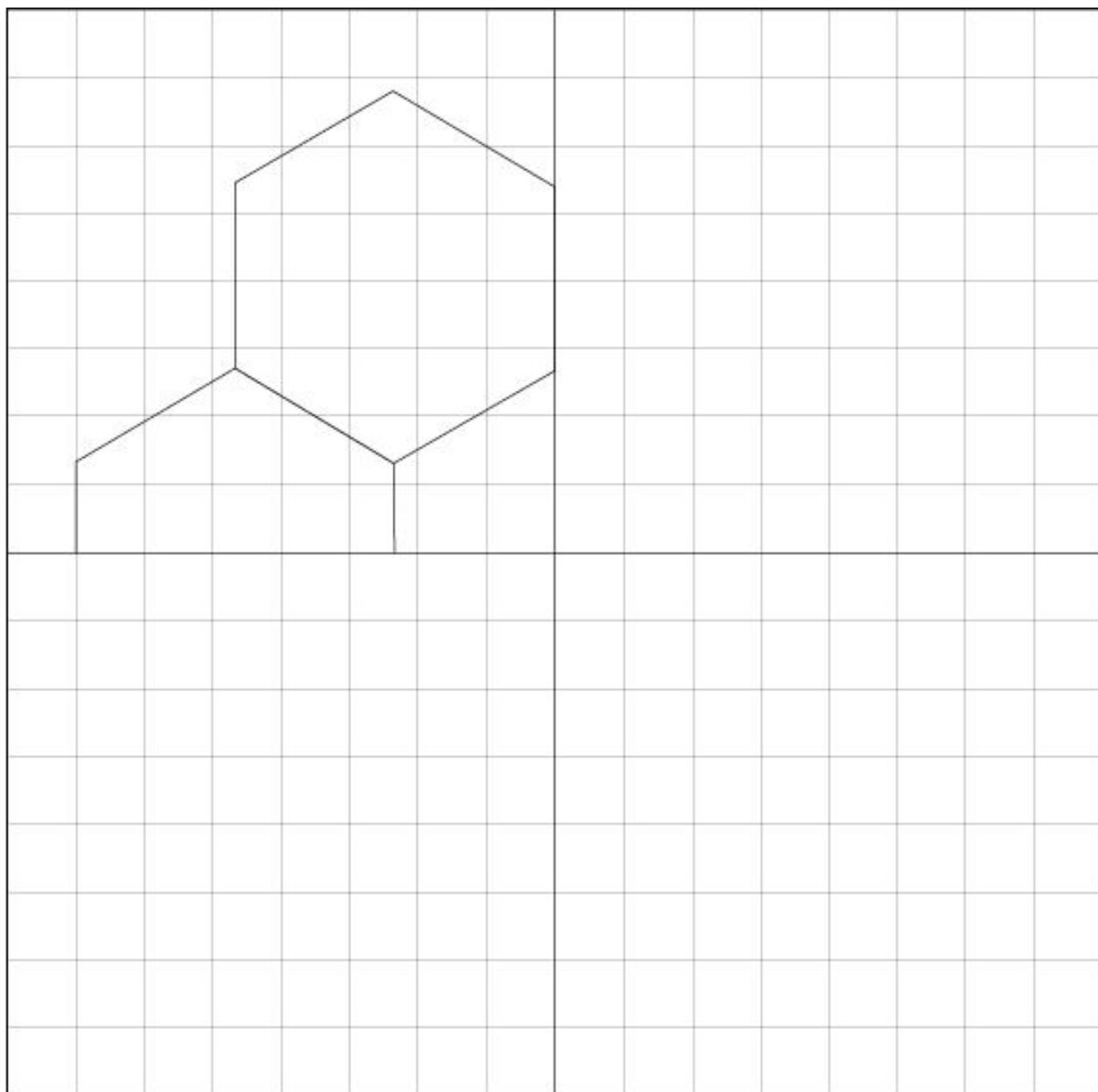


Observe que a forma de repetição das figuras segue um padrão de simetria de reflexão. Vamos explorar mais esse conceito no GeoGebra.

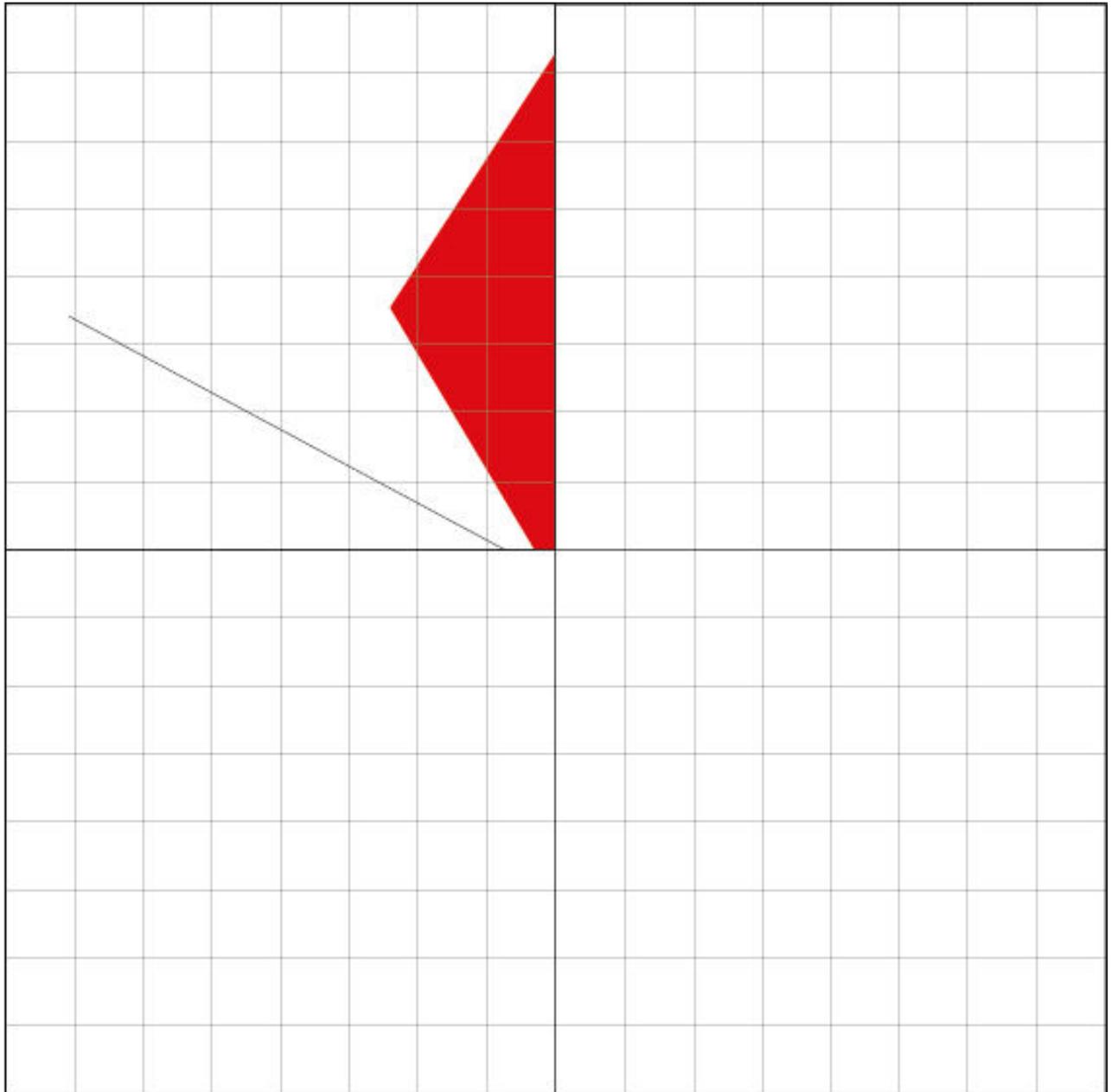
4. Complete a malha colocando os azulejos que faltam.

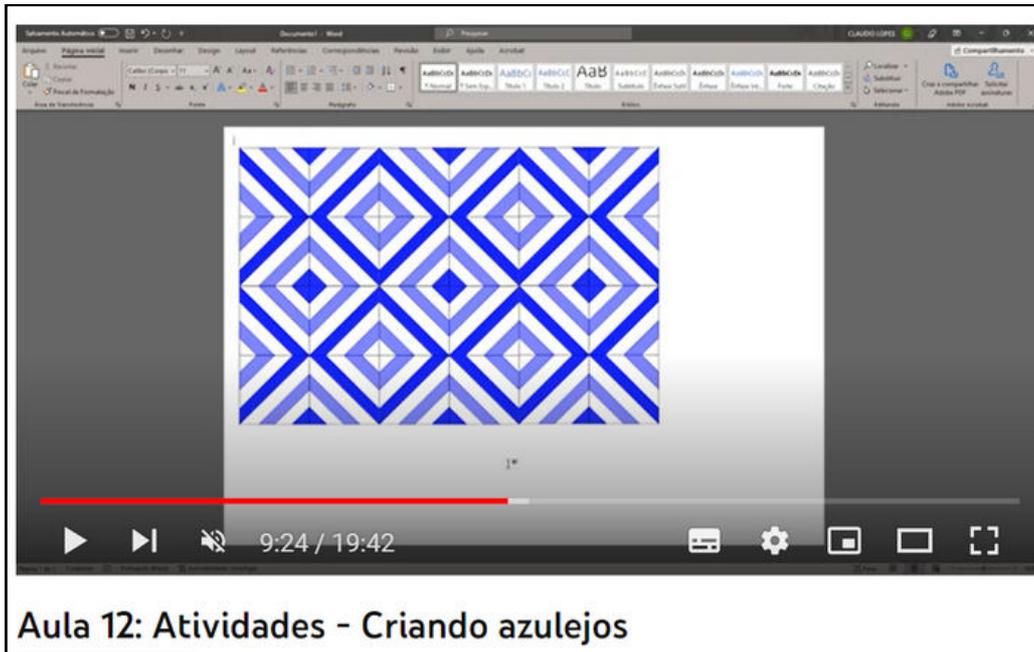


5. Complete a malha colocando os azulejos que faltam.



4. Complete a malha colocando os azulejos que faltam.





**Clique na imagem para assistir à videoaula que apresenta a resolução da atividade de simetria no GeoGebra**

Construa um azulejo. Utilizando as ferramenta de simetria, monte o primeiro grupo de 4 azulejos. Copie e cole no Word sua composição e preencha uma página como se fosse sua parede.



# SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

## Conversando sobre o conteúdo

Sólidos geométricos são objetos tridimensionais definidos no espaço. De um modo geral, esses são divididos em três grupos: poliedros, corpos redondos e outros.

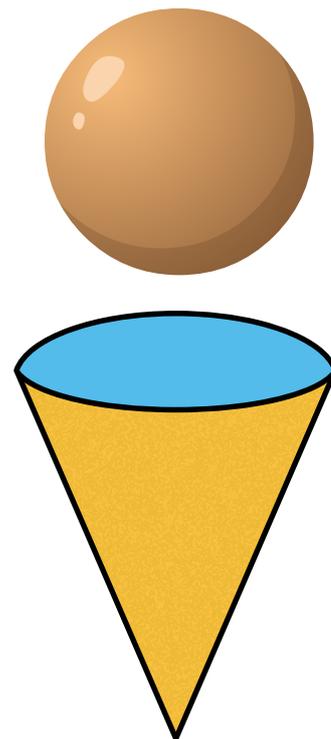
Os sólidos geométricos são estudados desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. O foco é identificar objetos do dia a dia com com figuras sólidas. Até o 5º ano espera-se que o aluno consiga nomear algumas figuras, descrever suas características, planificar e comparar seus atributos, conforme as habilidades destacadas:

(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.

(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

O uso do GeoGebra nesse conteúdo permite melhorar as explorações dos atributos dos sólidos geométricos e a comparação entre esses, estabelecendo semelhanças e diferenças.

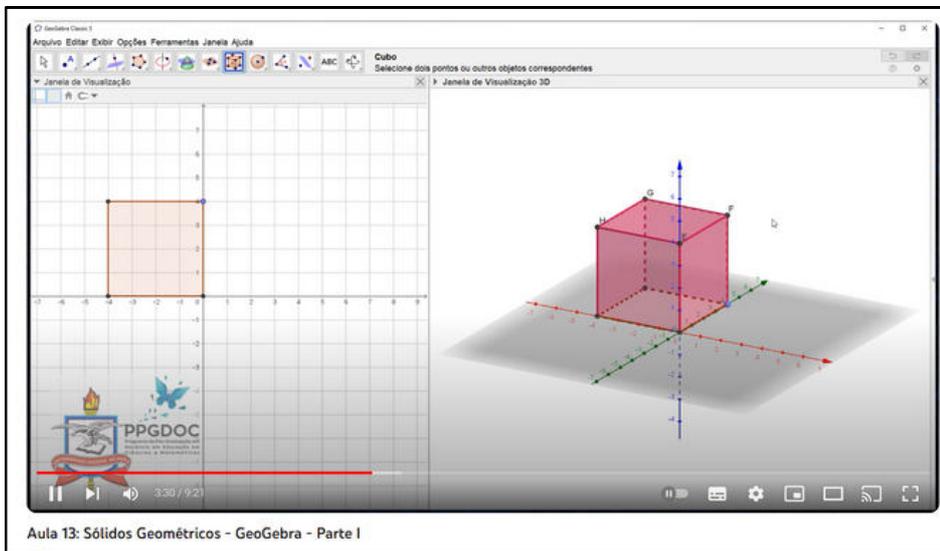




Além disso, o GeoGebra permite aos alunos observarem a construção dos sólidos de diferentes maneiras, respondendo as dúvidas que a montagem dos sólidos de papel acabam criando. Contudo, o GeoGebra não deve substituir as atividades de montagem, que os alunos gostam muito de realizar, mas se unir a essa tarefa, criando o caminho que inicia na manipulação e recorte dos moldes planejados, passa por montar e colar os os sólidos e finaliza na sua composição digital no software.

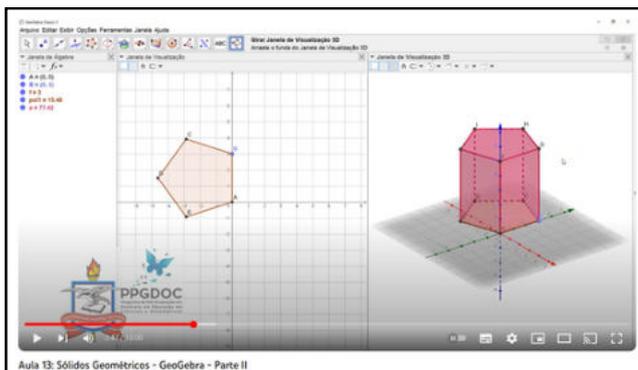
## Localizando as ferramentas no GeoGebra

### Parte 1



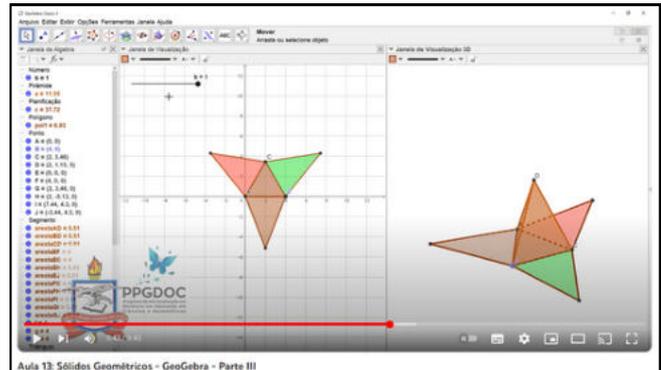
Aula 13: Sólidos Geométricos - GeoGebra - Parte I

### Parte 2

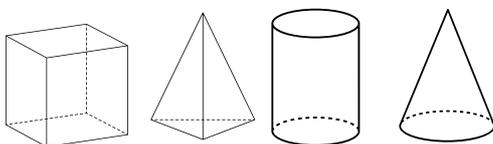


Aula 13: Sólidos Geométricos - GeoGebra - Parte II

### Parte 3



Aula 13: Sólidos Geométricos - GeoGebra - Parte III



**Clique nas imagens para assistir às videoaulas que apresentam as ferramentas o ambiente 3D do GeoGebra.**





## Atividade: resolvendo problemas e construindo sólidos de papel e digitais

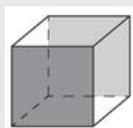
Analise a situação:

Gabriel e Douglas estavam conversando em uma aula de Matemática quando Gabriel afirmou: “O menor número de lados que um polígono pode ter é três, então o menor número de faces que um prisma pode ter é quatro”. Ao escutá-lo, Douglas discordou, dizendo que “com quatro faces não se faz um prisma”.

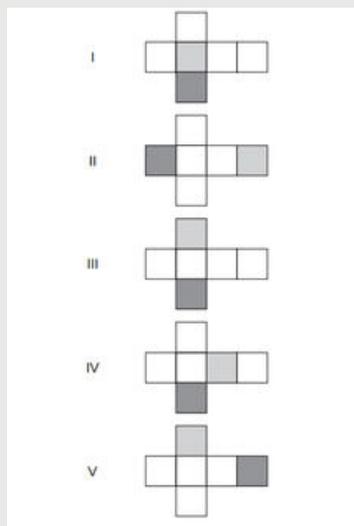
- Quem você acha que está correto? Por quê?
- Qual é o menor número de arestas e de vértices que um prisma pode ter?

Fonte: [https://www.ime.usp.br/~dsmigly/ensino/material\\_apoio/Quest%C3%B5es%20sobre%20Poliedros.pdf](https://www.ime.usp.br/~dsmigly/ensino/material_apoio/Quest%C3%B5es%20sobre%20Poliedros.pdf)

Uma empresa que embala seus produtos em caixas de papelão, na forma de hexaedro regular, deseja que seu logotipo seja impresso nas faces opostas pintadas de cinza, conforme a figura:



A gráfica que fará as impressões dos logotipos apresentou as seguintes sugestões planificadas:

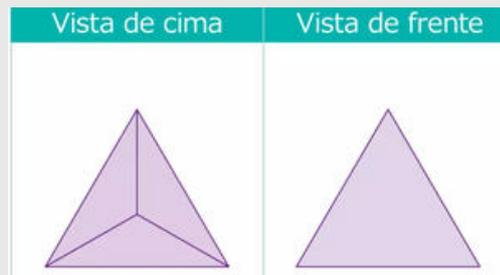
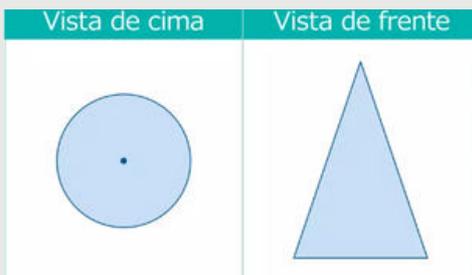
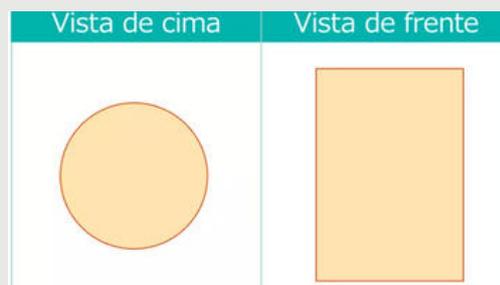
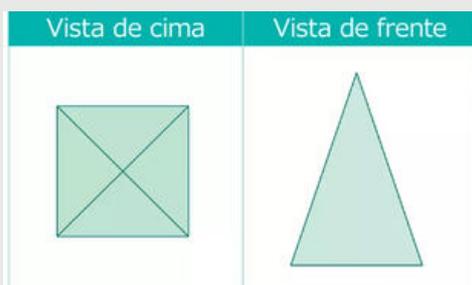


Que opção sugerida pela gráfica atende ao desejo da empresa?

Fonte: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/planificacao-de-solidos-geometricos.htm>



Descubra de qual forma espacial são as vistas de cada quadro:



Fonte: <https://pt.slideshare.net/rosefarias123/cad-matematica-4anointerativo>

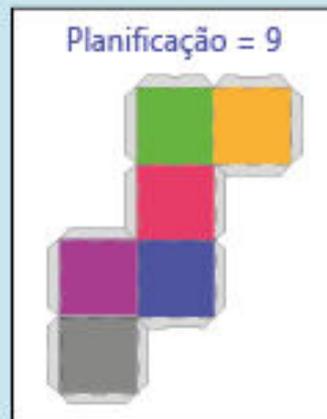
A resolução dessas situações problemas envolve a compreensão e a visualização mental das construções. No desenvolvimento dessa competência é fundamental a vivência de diferentes experiências que desenvolvam o pensamento geométrico, a percepção espacial e a manipulação mental das formas. Desmontar e montar diferentes sólidos, observando as arestas, vértices e faces são atividades manipulativas que permitem o avanço compreensivo e a produção das imagens mentais. O GeoGebra também se constitui em um recurso manipulativo e colabora para a melhorar visualização dos processos de planificar e de recompor sólidos geométricos.

### Planificação do cubo

O cubo é uma forma bastante comum no dia a dia das crianças, aparecendo em dados e diferentes objetos e caixas. Na exploração da planificação do cubo e de sua composição (12 arestas, 6 faces quadradas e 8 vértices) é importante trabalhar com moldes de planificação que apresentem as diferentes possibilidades de planificar o cubo e não apenas o tradicional formato de T, pois isso leva a percepção equivocada de que há apenas uma única forma de planificar essa figura. Nas próximas páginas são apresentadas moldes de 11 formas de planificação do cubo. Se divirtam.

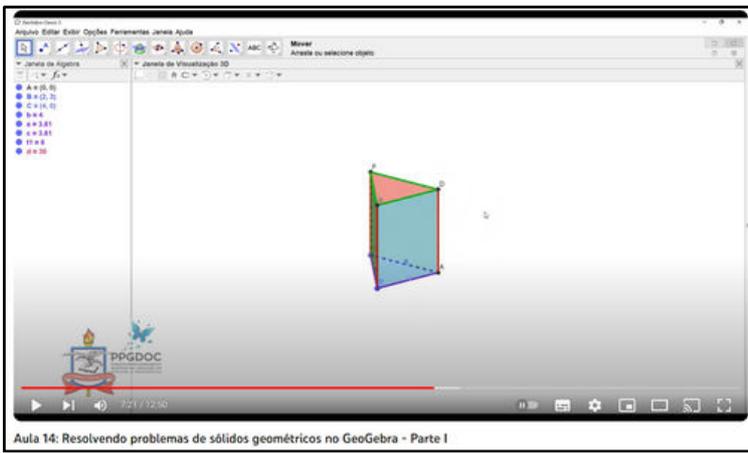
Após recortarem e dobrarem alguns cubos, assistam à videoaula que apresenta a resolução das 3 situações apresentadas nesse módulo sobre sólidos.

# Planificações do cubo

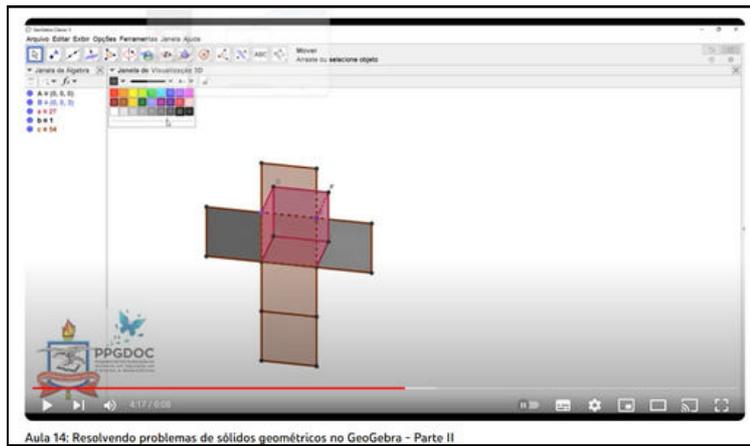




## Parte 1

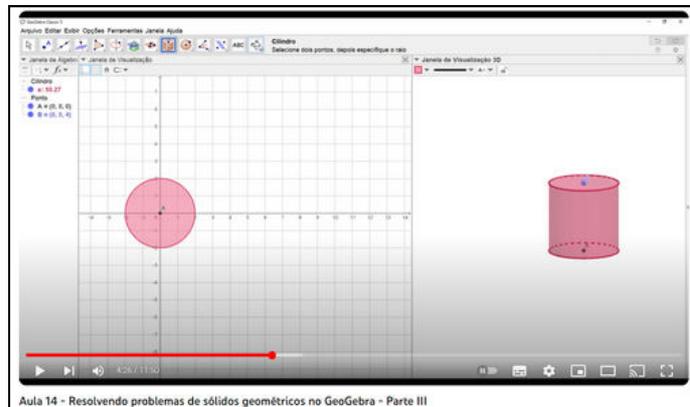


## Parte 2

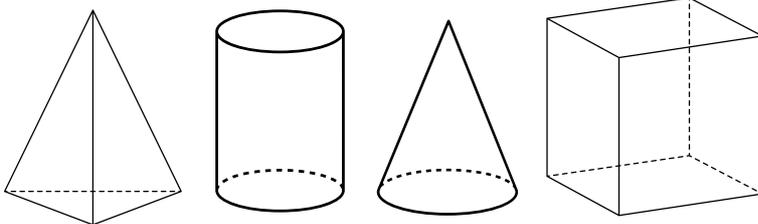


## Parte 3

**Clique nas imagens para assistir às videoaulas que apresentam as resoluções das situações problemas no ambiente 3D do GeoGebra**



Construa no GeoGebra os sólidos apresentados a seguir. Planifique os poliedros.



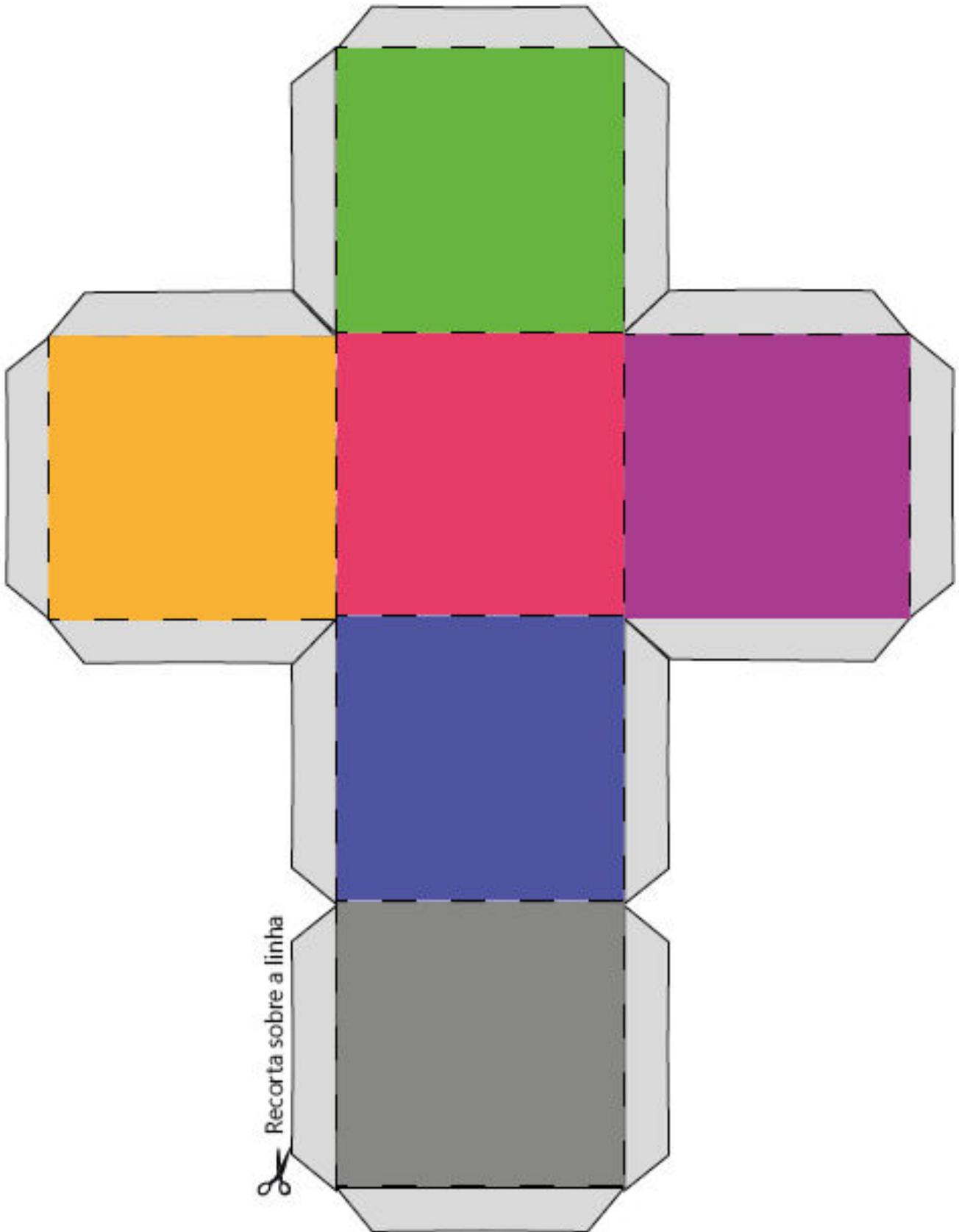
**Agora é sua vez!**





Planificação 1  
Cubo de 5x5 cm

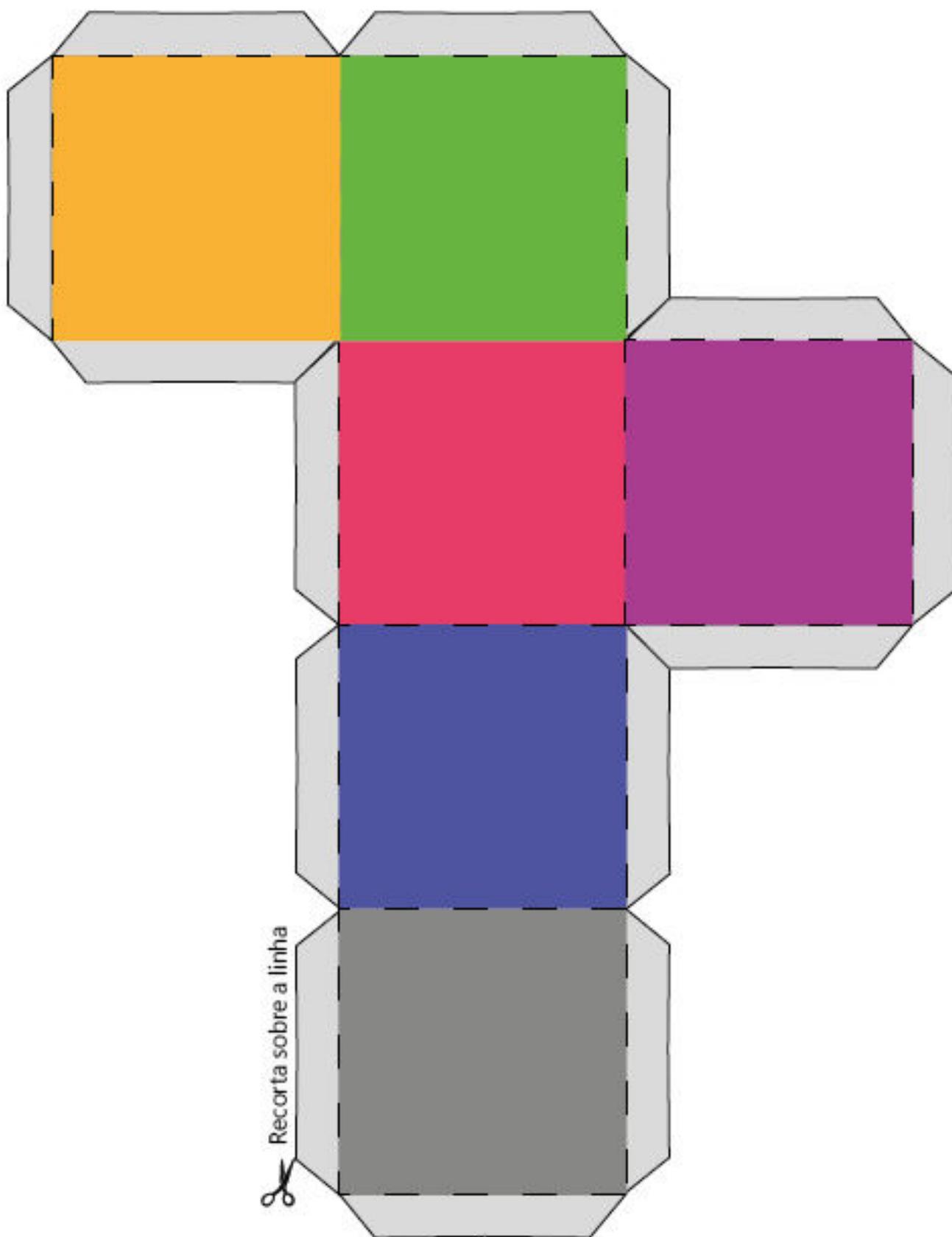
Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



[VOLTAR](#)

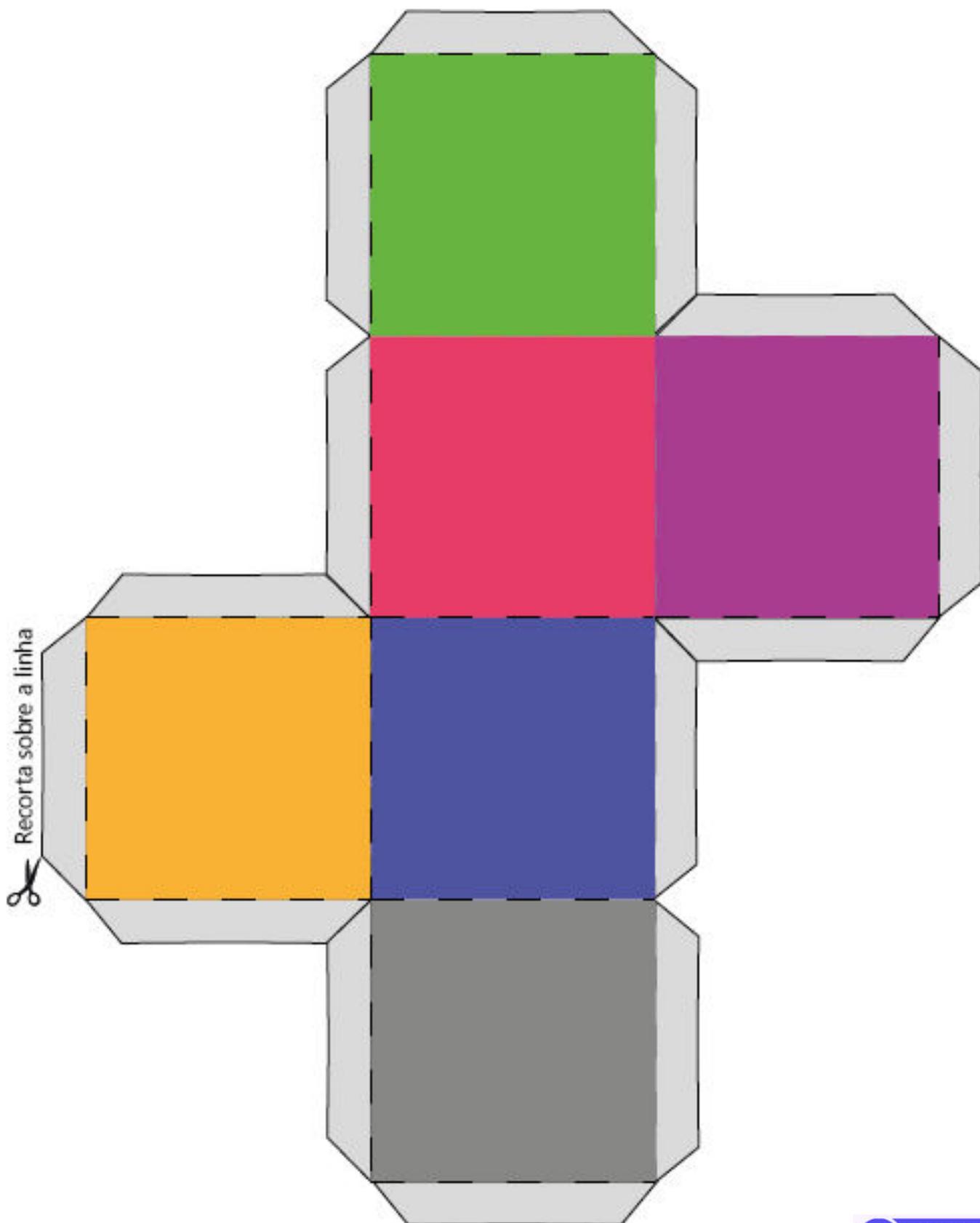
Planificação 2  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



Planificação 3  
Cubo de 5x5 cm

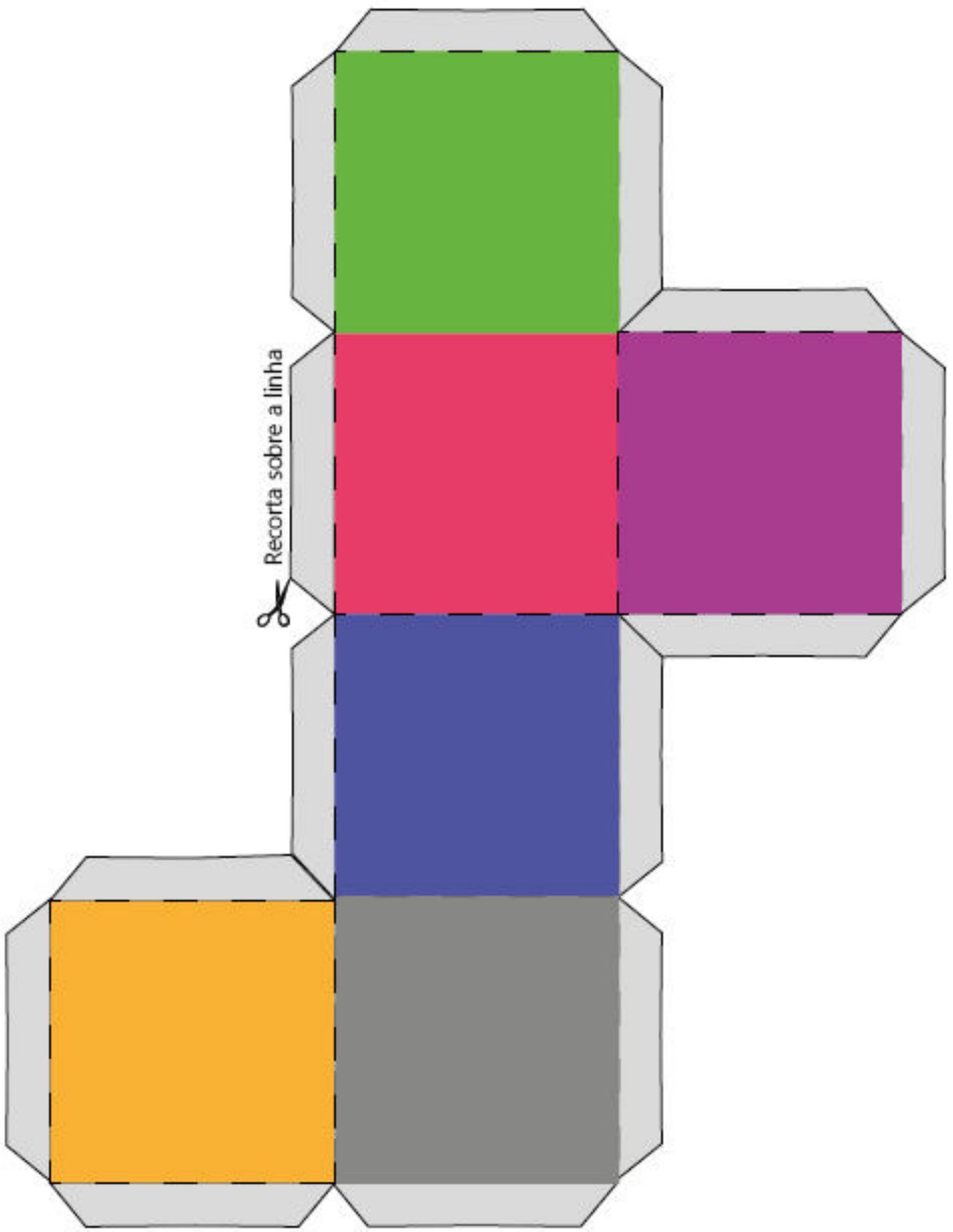
Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



Planificação 4  
Cubo de 5x5 cm



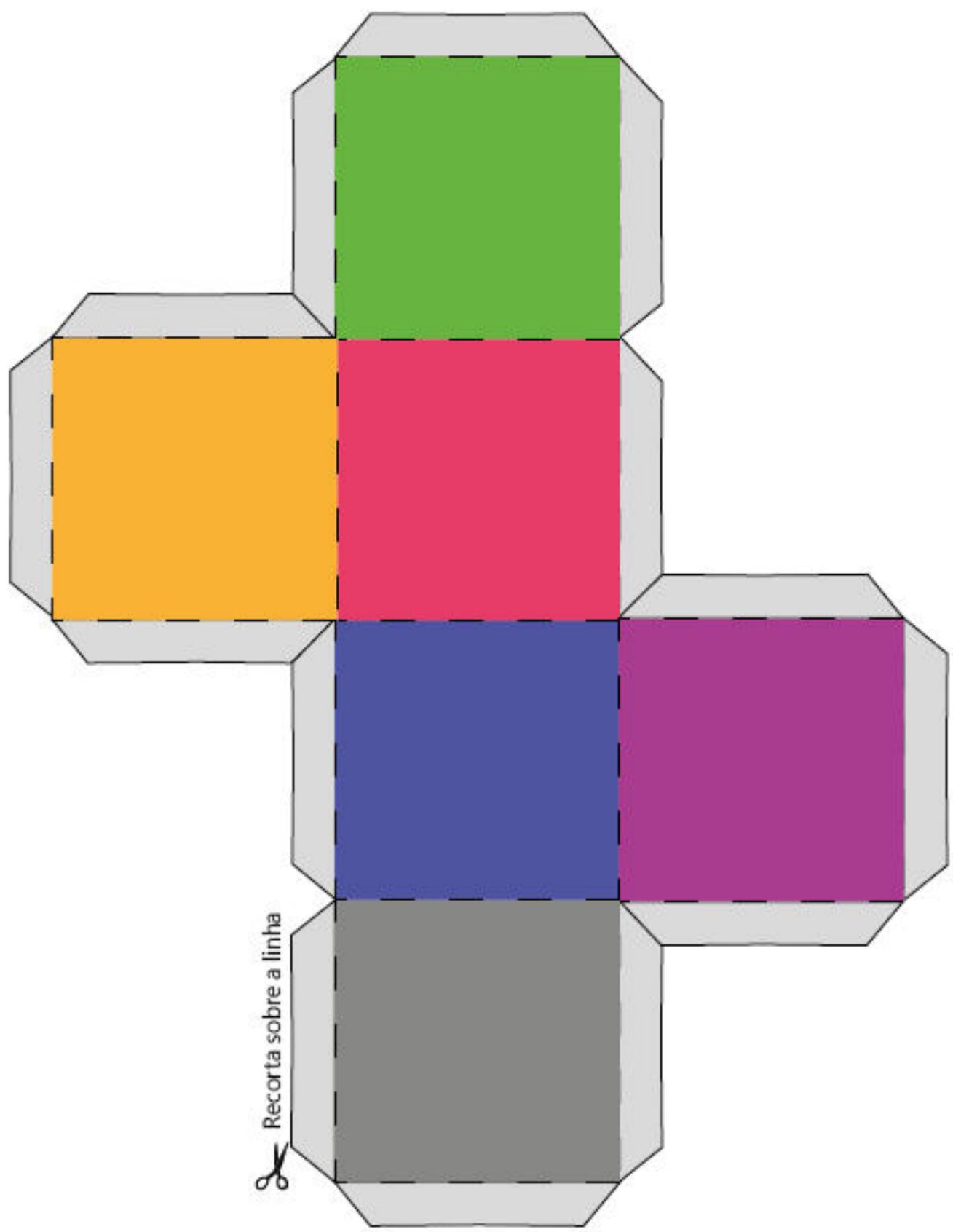
Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



 VOLTAR

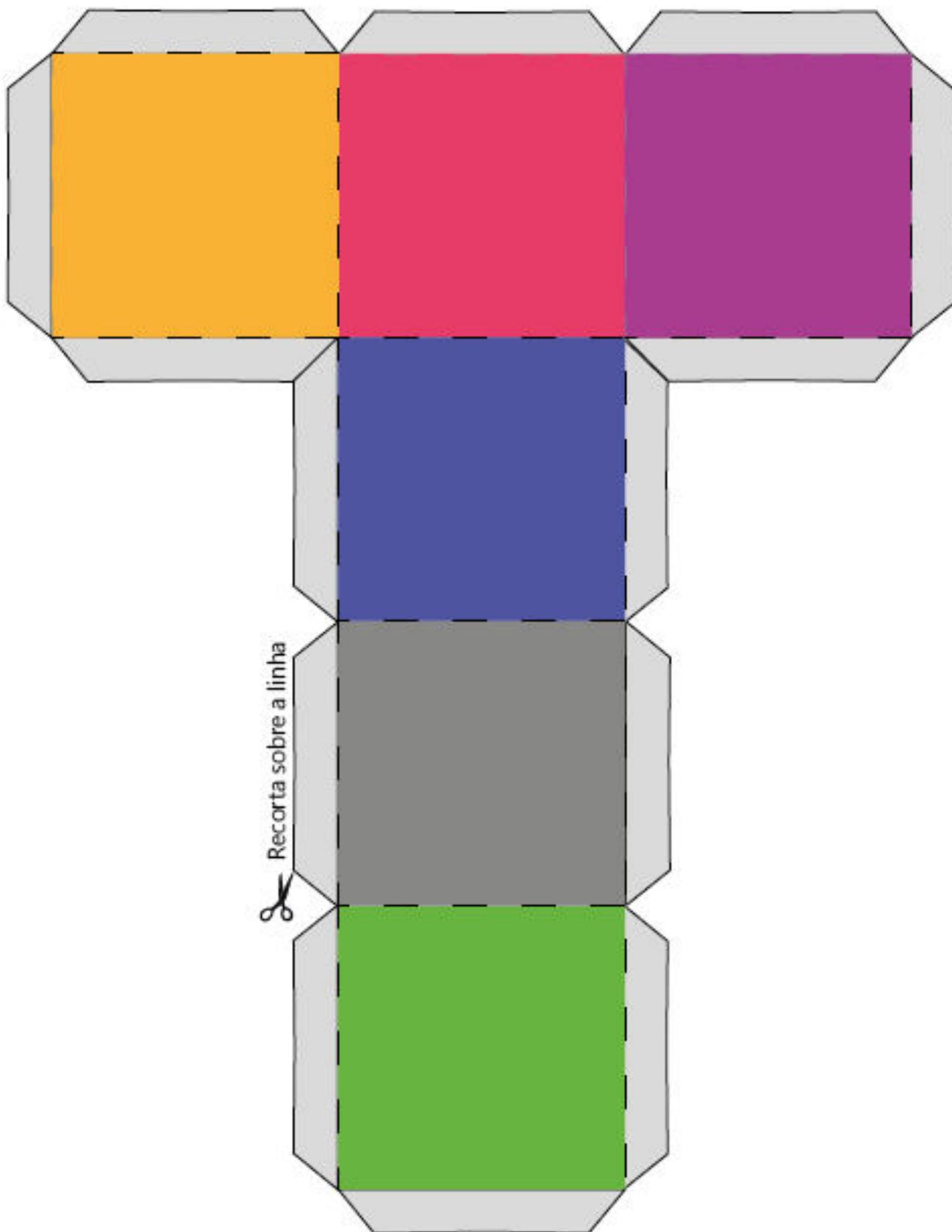
Planificação 5  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



Planificação 6  
Cubo de 5x5 cm

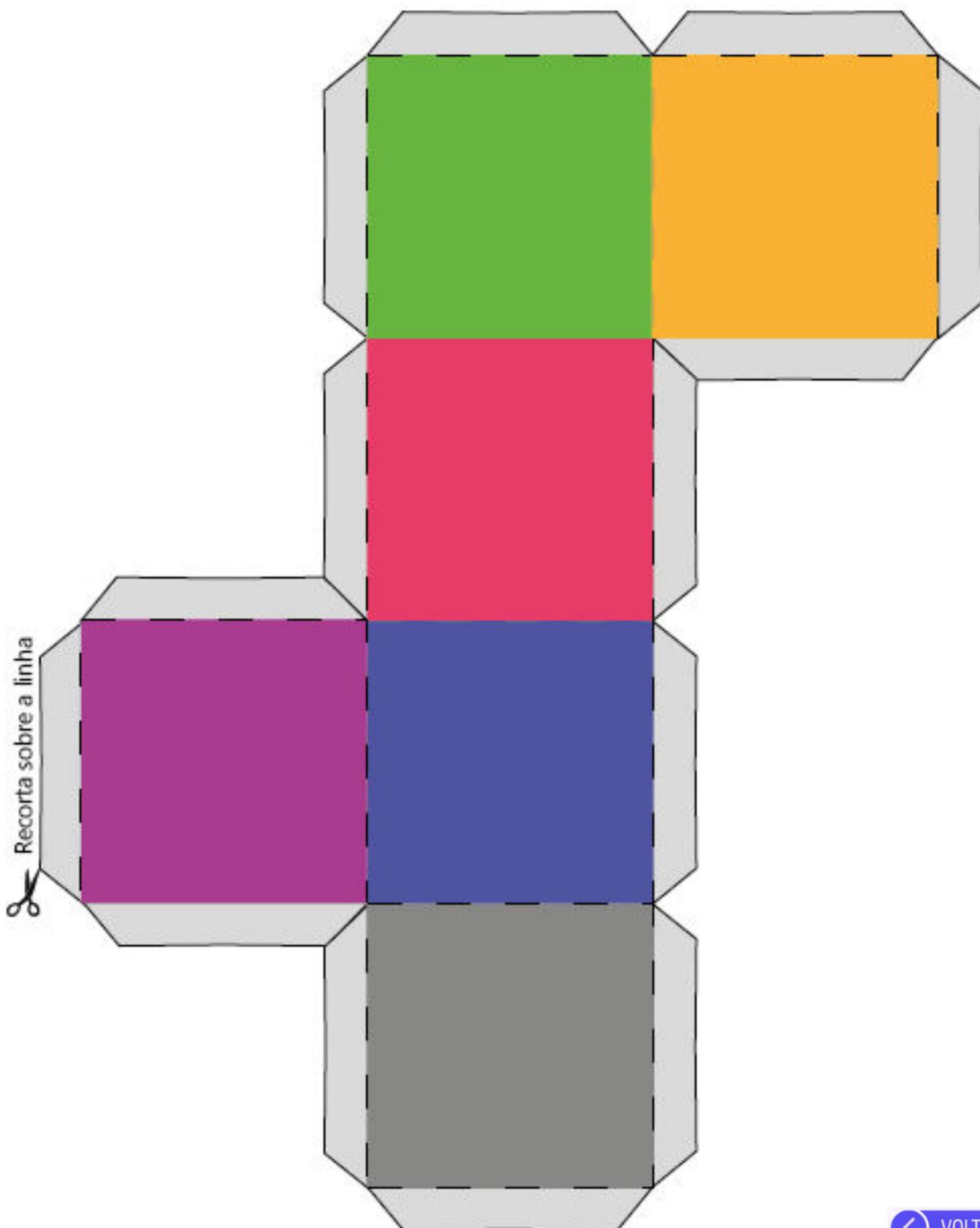
Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



Recorta sobre a linha 

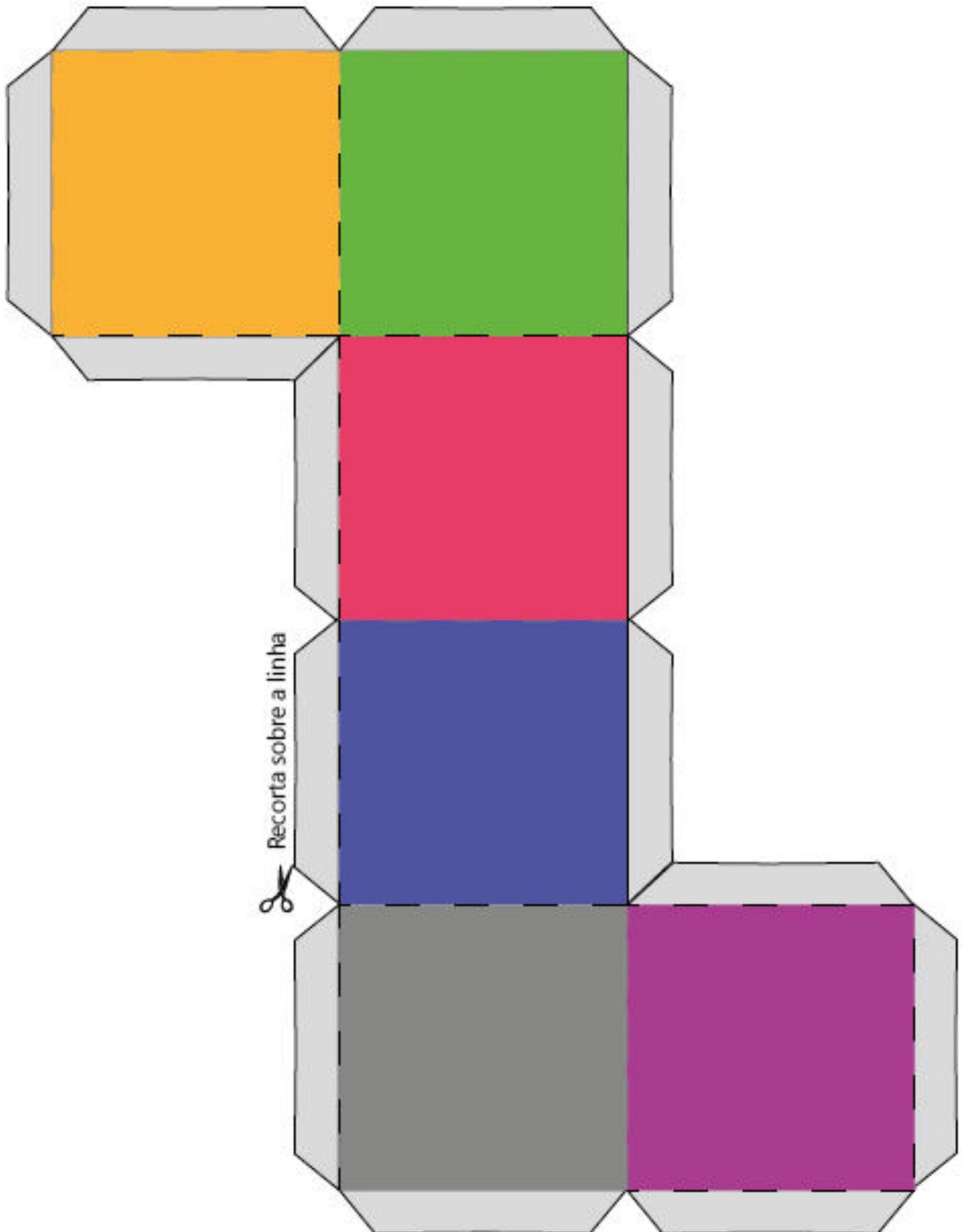
Planificação 7  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



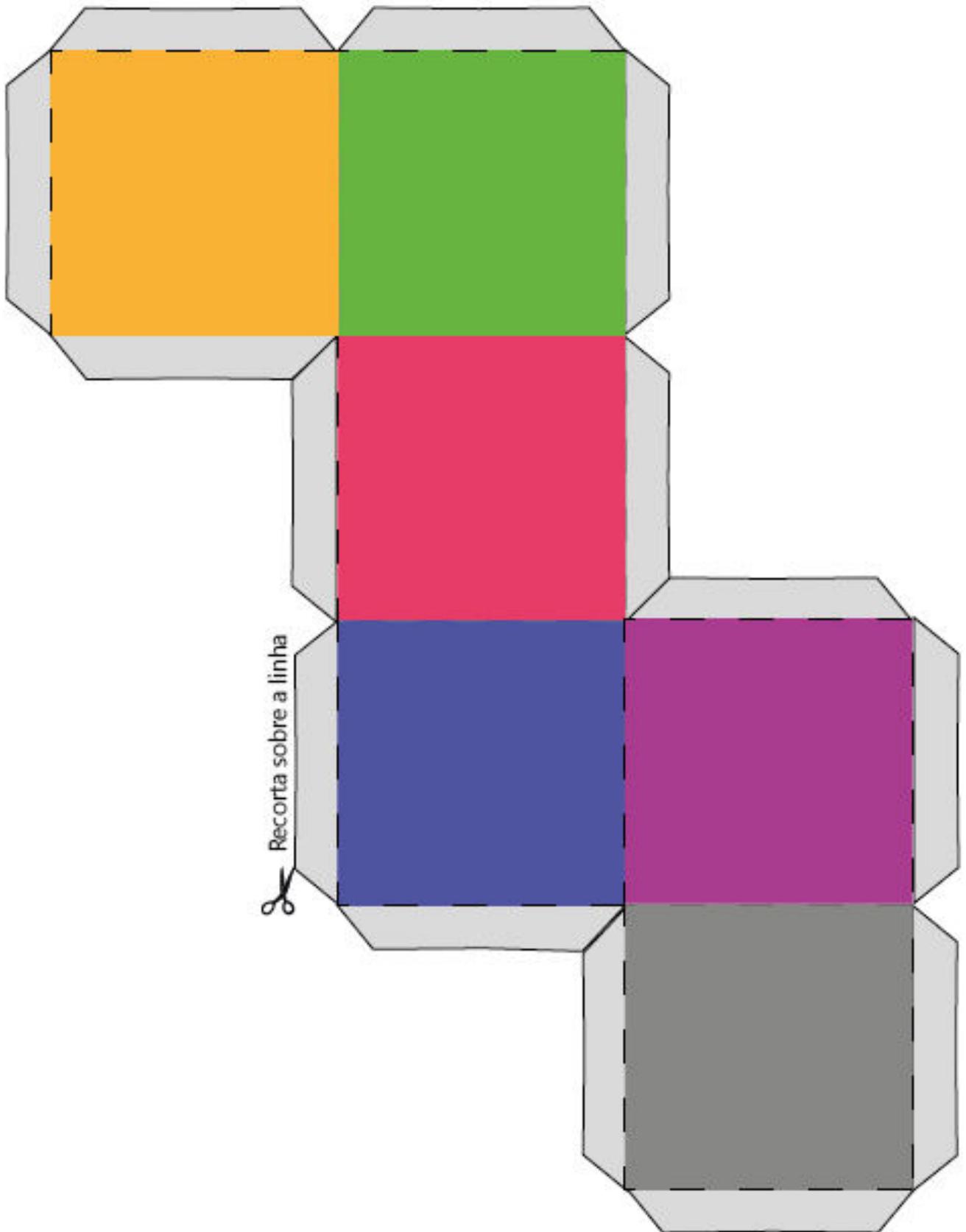
Planificação 8  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



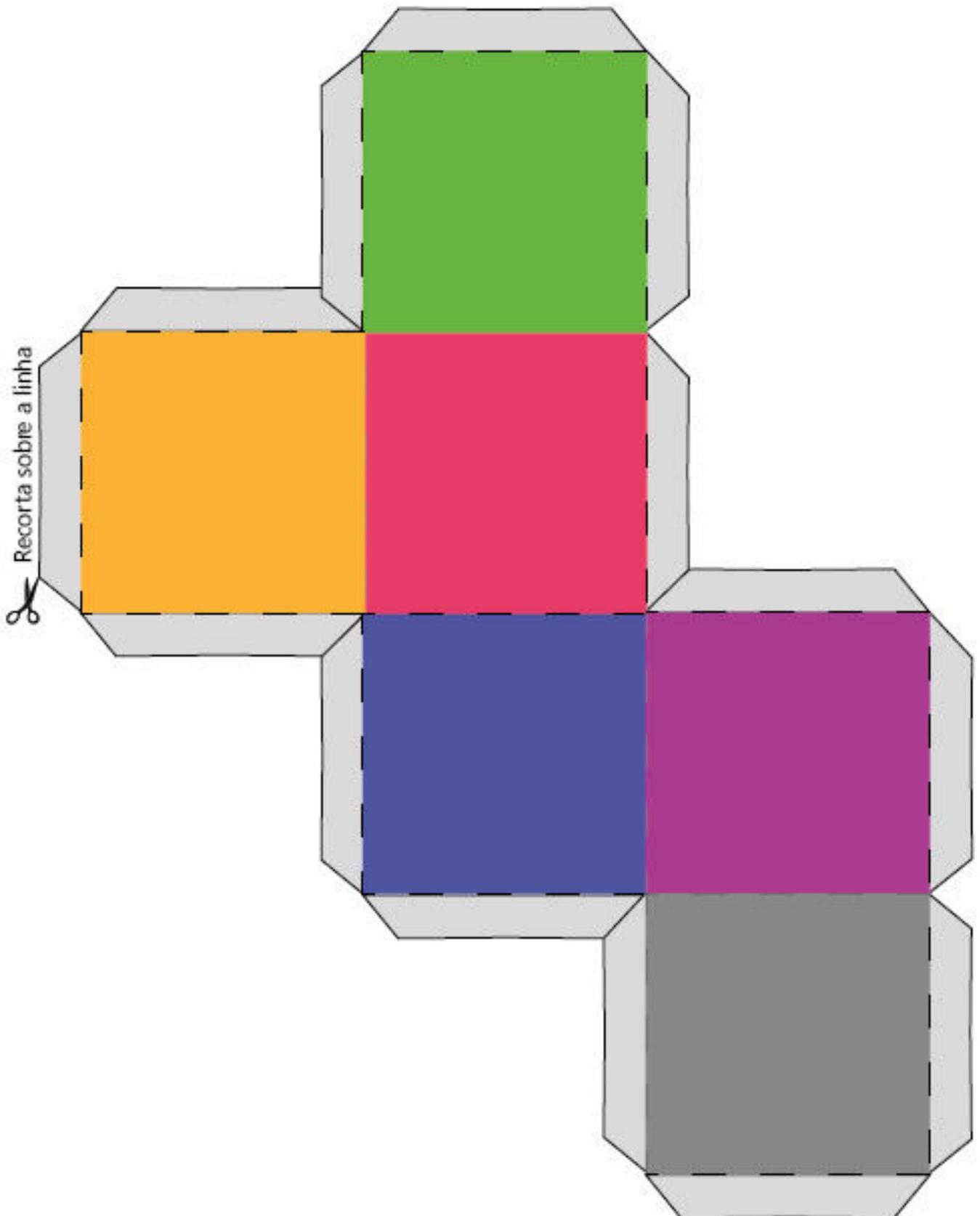
Planificação 9  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



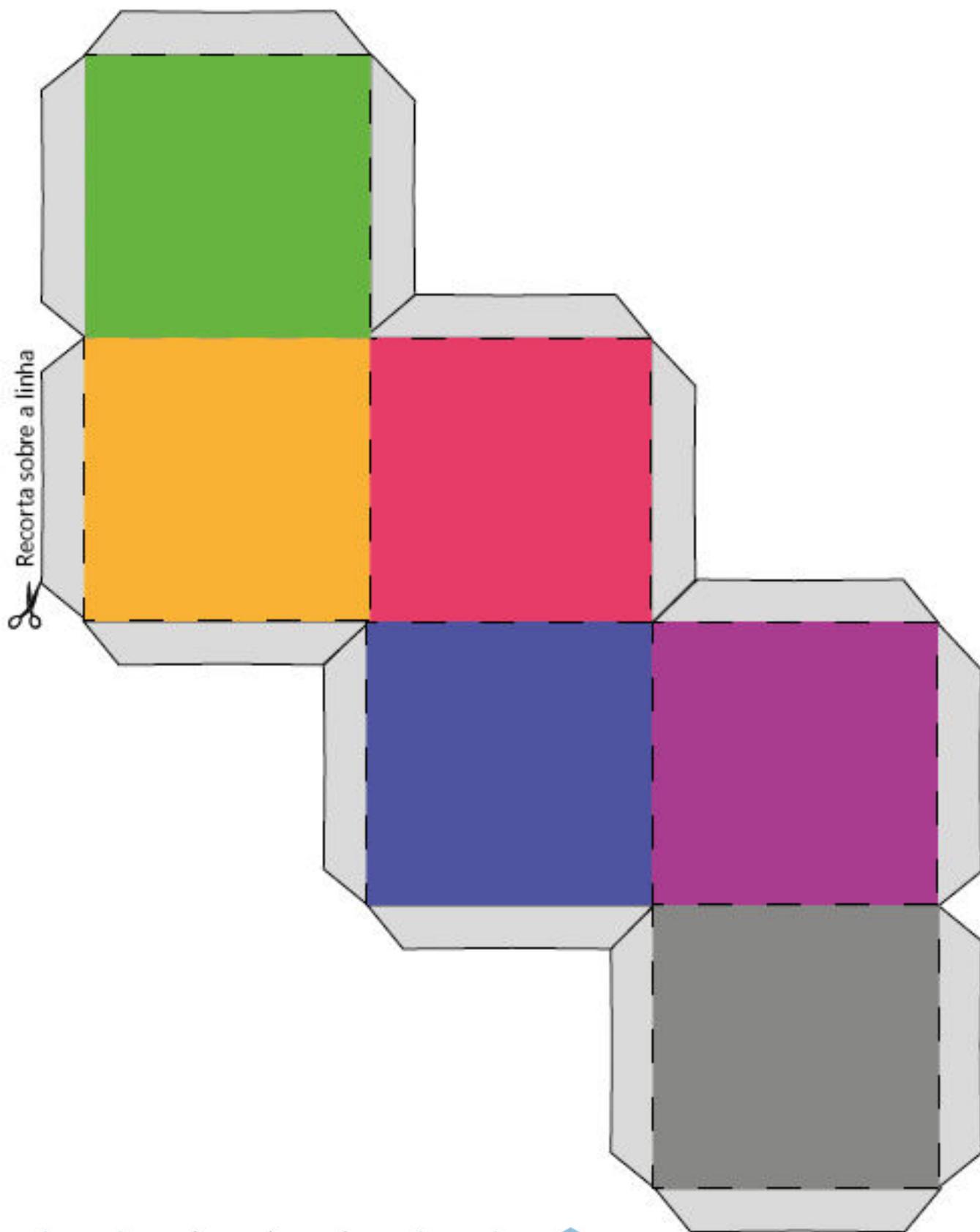
Planificação 10  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:   
Dobrar:   
Colar: 



Planificação 11  
Cubo de 5x5 cm

Recorta:  \_\_\_\_\_  
Dobrar: - - - - -  
Colar: 



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O curso buscou apresentar ferramentas básicas do GeoGebra e sugestões de atividades relacionadas as habilidades do 3º e/ou 5º ano do fundamental, da unidade temática de Geometria, que possam tanto ser realizadas pelos professores durante o curso de formação continuada ora proposto, quanto replicadas em sala de aula, com os alunos dos anos iniciais.

As diferentes atividades pautam-se nas habilidades previstas na BNCC (2018) e nos pressupostos de Shulman (1986), para o qual o professor precisa dominar o conhecimento pedagógico do conteúdo, conseguindo transformar um conteúdo específico, como a geometria, em matéria de ensino.

Além disso, esse livro/curso digital pode tanto ser utilizado diretamente pelos professores, como estudo individual, quanto como apoio para cursos ofertados para grupos de professores, mediados por formadores mais experientes no software GeoGebra. Há várias formas de realizar a formação. Essa flexibilidade permite aos docentes adaptarem seus estudos ao ritmo da formação em serviço. Por fim, esse livro é um trabalho de um educador dos anos iniciais preocupado com a melhoria da qualidade de ensino e com a formação continuada de seus pares. É um trabalho de um professor, escrito para professores.



## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Governo Federal. Base Nacional Curricular Comum (BNCC), 2018. Disponível em:  
[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 13/03/2021.

HOHENWARTER, Markus. Ajuda do GeoGebra. Tradução de Jorge Gerales, 2006. Disponível em:  
[http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/geogebra/guia\\_rapido\\_geogebra.pdf](http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/geogebra/guia_rapido_geogebra.pdf). Acesso em: 12/12/2021.

SOBRE o GeoGebra. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, s/d. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>. Acesso em: 12/12/2021.

SHULMAN, Lee. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986. Disponível em:  
<https://www.wcu.edu/webfiles/pdfs/shulman.pdf>. Acesso em: 07/11/2021.





Curso de Formação de  
professores dos  
anos iniciais:

Geometria com GeoGebra

CLÁUDIO LOPES DE FREITAS



ELIZABETH CARDOSO  
GERHARDT MANFREDO



VOLTAR