UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE DESENVOLVIMENTO AMAZÔNICO EM ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFRAESTRUTURA E
DESENVOLVIMENTO ENERGÉTICO

RAFAEL SILVA DO NASCIMENTO

CONFIABILIDADE APLICADA À ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA ENCOSTA FLUVIAL NO NORTE AMAZÔNICO

Tucuruí - PA

2021

RAFAEL SILVA DO NASCIMENTO

CONFIABILIDADE APLICADA À ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA ENCOSTA FLUVIAL NO NORTE AMAZÔNICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Infraestrutura.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Rassy Teixeira

Tucuruí – PA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N244c Nascimento, Rafael Silva do.

Confiabilidade aplicada à análise da estabilidade de taludes : Um estudo de caso de uma encosta fluvial no Norte Amazônico / Rafael Silva do Nascimento. — 2021.

92 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Marcelo Rassy Teixeira

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético, Tucuruí, 2021.

1. Confiabilidade. 2. Encosta fluvial. 3. Estabilidade de taludes. 4. Região Amazônica. I. Título.

CDD 624

RAFAEL SILVA DO NASCIMENTO

CONFIABILIDADE APLICADA À ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA ENCOSTA FLUVIAL NO NORTE AMAZÔNICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Infraestrutura.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Rassy Teixeira

Aprovada em 02 de Abril de 2021.

BANCA EXAMINADORA:

Dr. Marcelo Rassy Teixeira – Orientador
(Universidade Federal do Pará / UFPA)

Dr. Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres – Examinador Interno
(Universidade Federal do Pará / UFPA)

Dr. Rafael Suzuki Bayma – Examinador Externo
(Universidade Federal do Pará / UFPA)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus, que me sustentou e por todos os dias renovou as minhas forças.

Agradeço também ao meu orientador, Prof. Marcelo Rassy Teixeira, por se disponibilizar, pela oportunidade ímpar de pesquisa, pela liberdade no desenvolvimento deste trabalho e pela ajuda financeira.

À minha família que me incentivou e sempre esteve torcendo para o meu crescimento, em especial a minha mãe, Solidade, e a minha querida avó materna, Maria do Carmo.

Agradeço também à minha noiva, Ana Claudia, por estar ao meu lado, sempre motivando e me ouvindo e ajudando em revisões.

Aos meus amigos do aloja, Prof. Lucas, Vinicius e Gabriel, entre outros. E, em especial, também agradeço a meu amigo, Prof. Davi Barbosa, que muito contribuiu com importantes sugestões e conselhos desde a graduação.

A todos os colegas do LADS, que compartilharam diariamente dos labores e de muitas experiências de alegria.

Agradeço também aos servidores da UFPA pela paciência e atenção prestada e ao PPGINDE/NDAE/UFPA.

O acaso tem um papel fundamental no Universo.
(Werner Karl Heisenberg)

Every empirical rule based on past experience is valid only statistically. In other words, it expresses a probability and not a certainty.
(Karl Terzaghi)

RESUMO

Dentre as estruturas geotécnicas, as encostas fluviais se destacam pelas incertezas em suas propriedades. Além disso, tem crescido o uso de métodos acoplados de confiabilidade na análise de taludes, em contraste aos métodos determinísticos que não consideram as incertezas. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta o estudo da confiabilidade de uma encosta fluvial na região amazônica que sofreu uma ruptura. Para isto, foram utilizadas três metodologias de confiabilidade (Monte Carlo, FOSM e PEM), via método de equilíbrio limite e elementos finitos. As propriedades das argilas moles da encosta foram tratadas como variáveis aleatórias e obtiveram-se os indicadores de confiabilidade para cada metodologia. Além disso, realizaram-se as análises de sensibilidade desses parâmetros. Os resultados dos modelos de fatias foram comparados aos resultados numéricos. Por fim, concluiu-se que as incertezas nas propriedades dos solos moles não foram suficientes para provocar a ruptura da encosta, portanto, outro(s) fator(es) deve(m) ter desencadeado a ruptura.

Palavras-chave: Confiabilidade. Encosta fluvial. Estabilidade de taludes. Região Amazônica.

.

ABSTRACT

Among the geotechnical structures, the river slopes stand out for the uncertainties in their properties. In addition, the use of coupled reliability methods in the analysis of slopes has grown, in contrast to deterministic methods that do not consider uncertainties. In this context, the present work presents the study of the reliability of a fluvial slope in the Amazon region that suffered a rupture. For this, three reliability methodologies were used (Monte Carlo, FOSM and PEM), using the limit equilibrium method and finite elements. The properties of the hillside soft clays were treated as random variables and the reliability indicators for each methodology were obtained. In addition, sensitivity analyzes of these parameters were carried out. The results of the slice models were compared to the numerical results. Finally, it was concluded that the uncertainties in the properties of soft soils were not sufficient to cause the rupture of the slope, therefore, another factor(s) must have triggered the rupture.

Keywords: Reliability. River slope. Slope stability. Amazon region.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Escorregamentos. a) Hong Kong; b) Cingapura. 15
Figura 2.1 – Resistência mobilizada e resistência mobilizável. 20
Figura 2.2 – Critério de ruptura de Mohr-Coulomb. 22
Figura 2.3 – Terminologia para os elementos de um escorregamento de massa..... 23
Figura 2.4 – Tipos de movimentos de massa de taludes. a) tombamento, b) escorregamento, c) espalhamento lateral, d) queda e e) escoamento..... 24
Figura 2.5 – Superfícies tentativas de um talude, com *FS* mínimo destacado. 28
Figura 2.6 – Método das fatias: a) superfície tentativa; b) equilíbrio de uma fatia 29
Figura 2.7 – Discretização de um domínio genérico por elementos triangulares..... 30
Figura 2.8 – Zona de distribuição de tensões de cisalhamento em um talude analisado via MEF 31
Figura 2.9 – Gráfico de uma distribuição de probabilidades normal e lognormal. 38
Figura 2.10 – Probabilidade de ruptura (Pf) da função densidade de *FS*(X). 42
Figura 2.11 – Comparativo da Pf vs *FS* determinístico. 42
Figura 2.12 – Índice de Confiabilidade (β). 43
Figura 2.13 – Ábaco da relação da Probabilidade de ruptura (Pf) e Índice de confiabilidade (β). 44
Figura 2.14 – Representação esquemática do método de MC..... 45
Figura 2.15 – Estimativas pontuais da função f(x). 50
Figura 3.1 – Fluxograma das etapas da metodologia desse trabalho. 56
Figura 3.2 – Representação do Piezocone (CPTu). 58
Figura 3.3 – Seção tipo da encosta fluvial. 59
Figura 3.4 – Condições de contorno para o modelo em MEF da encosta. 61
Figura 3.5 – Fluxograma da aplicação do método de MC. 63
Figura 3.6 – Fluxograma da aplicação do método FOSM. 64
Figura 3.7 – Fluxograma da aplicação do método de PEM. 65
Figura 3.8 – Combinações utilizadas no método PEM. 65
Figura 4.1 – Resultado determinístico da análise via EL no Slide. 67
Figura 4.2 – Convergência da malha utilizada no modelo da encosta 68
Figura 4.3 – Malha refinada utilizada na modelagem, com 9.600 elementos 68
Figura 4.4 – Resultado determinístico da análise via MEF no Phase2. 69

Figura 4.5 – Comparação entre superfícies de ruptura em EL e MEF..... 69
Figura 4.6 – Convergência do método de Monte Carlo. 70
Figura 4.7 – Resultado do método de Monte Carlo..... 71
Figura 4.8 – Histograma dos resultados do MC com região de falha (FS<1) em destaque. ... 72
Figura 4.9 – Sensibilidade no método de Monte Carlo..... 72
Figura 4.10 – Correlação entre Su da Argila 1 e *FS* pelo método de MC. 73
Figura 4.11 – Correlação entre o Peso Espec. da Argila 1 e *FS* pelo método de MC. 74
Figura 4.12 – Correlação entre Su da Argila 2 e *FS* pelo método de MC. 74
Figura 4.13 – Correlação entre o Peso Espec. da Argila 2 e *FS* pelo método de MC. 75
Figura 4.14 – Contribuição de cada variável para os resultados da análise FOSM via EL. 77
Figura 4.15 – Contribuição das variáveis aleatórias para os resultados da análise FOSM via MEF. 79
Figura 4.16 – Resumo dos resultados do índice de confiabilidade..... 81
Figura 4.17 – Resumo dos resultados de probabilidade de ruptura. 81

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Classificação segundo a velocidade..... 25
Tabela 2.2 – Critérios de classificação de movimento de massa segundo Augusto Filho (1992). 25
Tabela 2.3 – Resumo das principais causas e fatores de instabilidade de taludes..... 27
Tabela 2.4 – Valores típicos do coeficiente de variação. 37
Tabela 2.5 – Vantagens da confiabilidade aplicada à geotecnia. 33
Tabela 2.6 – Parâmetros de confiabilidade para a distribuição normal. 46
Tabela 2.7 – Valores aceitáveis de confiabilidade para diferentes obras geotécnicas..... 53
Tabela 2.8 – Valores alvos para análises de confiabilidade. 53
Tabela 3.1 – Parâmetros da encosta estudada 58
Tabela 4.1 – Parâmetros de entrada do método FOSM. 75
Tabela 4.2 – Avaliação da função desempenho (*FS*) no método FOSM via EL..... 76
Tabela 4.3 – Resultados básicos do método FOSM e contribuições de cada variável via EL. 76
Tabela 4.4 – Resultados do método PEM para análise via EL..... 77
Tabela 4.5 – Avaliação da função desempenho (*FS*) no método FOSM via MEF. 78
Tabela 4.6 – Resultados do método FOSM e contribuições de cada variável via MEF..... 79
Tabela 4.7 – Resultados do método PEM para análise via MEF 80
Tabela 4.8 – Resumo das Análises de Confiabilidade..... 81

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CPT	Ensaio de Penetração de Cone (Cone Penetration Test)
CPTu	Ensaio de Piezocone (Piezocone Penetration Test)
EL	Equilíbrio Limite
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FOSM	Método do Segundo Momento de Primeira Ordem
FS	Fator de Segurança
MC	Método de Monte Carlo
Me	Mediana
MEF	Método dos Elementos Finitos
Mo	Moda
NBR	Norma Brasileira
PEM	Método das Estimativas Pontuais (Point Estimate Method)
SPT	Ensaio de Penetração Padronizado
SSR	Redução de Resistência ao Cisalhamento (Shear Strength Reduction)

LISTA DE SÍMBOLOS

c'_M	Coesão reduzida
M	Fator de redução
τ_f	Resistência ao cisalhamento
τ_m	Tensão média de cisalhamento desenvolvida/mobilizada
c	Coesão
c'	Coesão efetiva
u	Poropressão
c'_M	Coesão reduzida
$E[X]$	Média ou Esperança
$V[X]$	Variância
$COV[X]$	Coeficiente de variação
$g(X)$	Função de estado limite
P_f	Probabilidade de falha
N	Número de Repetições
n	Número de parâmetros variáveis
$h_{\alpha/2}$	Índice dado em função do nível de confiança
$E[FS^m]$	Momento probabilístico de interesse de *FS*
m	Ordem do momento de *FS*
FS_+^m, FS_-^m	*FS* avaliado nos pontos discretos x + e x −
P_+, P_-	Concentrações de probabilidades ou pesos.
T6	Elemento Triangular de seis nós
Su	Resistência não-drenada
Su-1	Resistência não-drenada da Argila 1
Su-2	Resistência não-drenada da Argila 2
Q	Carga
R	Resistência
σ	Tensão total
σ'	Tensão efetiva
ϕ	Ângulo de atrito interno
ϕ'	Ângulo de atrito interno efetivo

ϕ'_M	Ângulo de atrito interno reduzido
τ	Tensão cisalhante
μ_X	Média ou Esperança
σ_X	Desvio padrão
β	Índice de Confiabilidade
ϵ	Máximo erro permitido
ψ	Ângulo de dilatância
Φ	Função densidade acumulada da distribuição normal padrão
δ	Incremento
γ	Peso específico
γ-1	Peso específico da Argila 1
γ-2	Peso específico da Argila 2

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15
1.1 Objetivos 17
1.1.1 Objetivo geral 17
1.1.2 Objetivos específicos 17
1.2 Organização da Dissertação 17
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 19
2.1 Análise da Estabilidade de Taludes 19
2.1.1 Generalidades 19
2.2 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb 21
2.3 Tipos de movimentos de massa 23
2.4 Fatores que influem no movimento de massas 26
2.5 Métodos de Análise de Estabilidade Taludes 27
2.5.1 Método de Equilíbrio Limite 28
2.5.2 Método dos Elementos Finitos 30
2.6 Teoria da Confiabilidade 33
2.6.1 Abordagens determinísticas e de confiabilidade 33
2.6.2 Conceitos Básicos de Estatística 34
2.6.3 Distribuições Contínuas de Probabilidade 38
2.6.4 Incertezas e Variabilidade Espacial dos Parâmetros do Solo 39
2.6.5 Probabilidade de Falha e Índice de Confiabilidade 40
2.6.6 Aceitabilidade dos indicadores da análise de confiabilidade 52
2.7 Estudos correlatos 53
3 METODOLOGIA 56
3.1 Estudo de caso 57
3.1.1 Descrição do Local de Estudo 57
3.1.2 Propriedades do solo, seção tipo e variáveis aleatórias 57
3.1.3 Modelo Constitutivo e demais considerações 59
3.2 *Softwares* utilizados 59
3.3 Análises realizadas 60
3.3.1 Análises determinísticas 61
3.3.2 Análises de confiabilidade 63
4 RESULTADOS 67
4.1 Análise determinística 67
4.1.1 Via EL 67
4.1.2 Via MEF 68
4.2 Análise de confiabilidade 70
4.2.1 Via EL 70
4.2.2 Via MEF 78
4.3 Resumo comparativos dos métodos confiabilidade e aceitabilidade 80
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 83
5.1 Análises determinísticas 83
5.2 Análises de Confiabilidade 83
5.3 Aceitabilidade 84
5.4 Sugestões para trabalhos futuros 84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 86

1 INTRODUÇÃO

A perda de estabilidade de encostas (Figura 1.1) é um dos maiores desastres naturais e podem causar danos significativos, afetando vidas humanas, infraestruturas (rodovias, pontes, abastecimento de água, etc.) e o meio ambiente (alterações morfológicas e poluição), tornando-se, até mesmo, um problema de ordem pública e governamental (ERING; BABU, 2016; LU; GODT, 2013).

(a) (b)

Figura 1.1 – Escorregamentos. a) Hong Kong; b) Cingapura.
Fonte: Jesus (2008).

Ademais, as encostas encontram-se em uma classe especial de taludes que, em consequência de sua presença marcante no relevo geral e da elevada variabilidade espacial dos seus parâmetros, acabam dificultando sua modelagem e a determinação do seu estado de equilíbrio. Visão esta compartilhada pela norma de encosta (ABNT NBR 11682/2009), a qual é enfática na afirmação de que "no caso de encostas, a variabilidade dos materiais naturais pode reduzir significativamente a segurança, aumentando a probabilidade de ocorrência de uma ruptura da encosta" (ABNT, 2009, p. 17).

Metodologias de análises de estabilidade de taludes, geralmente, usam o método de equilíbrio limite (EL), que consiste na análise do equilíbrio de massas com tendência a tornarem-se instáveis. Utilizam para isso um indicador de desempenho fixo (determinístico), resultado de médias e fatores cuja adoção e quantificação é, muitas vezes, subjetiva e dependente do grau de experiência dos geotécnicos e demais engenheiros civis.

Por outro lado, na engenharia geotécnica, as metodologias de confiabilidade despontam como uma ferramenta científica e lógica para o tratamento das incertezas em solos naturais e na gestão dos riscos de ordem técnica e econômica (JINSONG *et al.*, 2017). Nesse sentido, são grandes aliadas no estudo da estabilidade de taludes por permitirem uma análise baseada em parâmetros variáveis, e não somente em valores fixos.

O uso da abordagem da confiabilidade possibilita, através de princípios estatísticos e probabilísticos, a quantificação e incorporação de incertezas. Assim, a partir da adoção de indicadores não determinísticos, essa abordagem, permite a obtenção de resultados mais realistas no que se refere à estabilidade de taludes.

Além disso, conforme destacam El-Ramly *et al.* (2002), Baecher e Christian (2003), a utilização de métodos de confiabilidade, nas análises de estabilidade de taludes, não requerem muitos dados e grandes esforços além daqueles necessários para realização da análise determinística, o que representa outra vantagem a sua aplicação no estudo de taludes.

Dessa maneira, a teoria da confiabilidade se destaca como ferramenta para tratamento racional das incertezas em análises de taludes e tem sido objeto de investigação por diversas pesquisas durantes as últimas décadas (CHO, 2010; DENG *et al.*, 2017; EL-RAMLY, H.; MORGENSTERN; CRUDEN, 2002; GRIFFITHS; FENTON, 2004; GRIFFITHS; HUANG; FENTON, 2009; HONG; ROH, 2008; JAVANKHOSHDEL; BATHURST, 2014; JAVANKHOSHDEL; LUO; BATHURST, 2017; JIANG; HUANG, 2016; LOW; TANG, 2007; WANG *et al.*, 2020).

Além disso, as novas tecnologias de alto processamento e processos de tratamento de dados propiciaram cenários favoráveis e polarizaram o uso da estatística e probabilidade na engenharia para estudos de confiabilidade. Favorecem, também, o uso cada vez mais recorrente de métodos numéricos, que antes apresentam custos onerosos em termos temporais e financeiros.

Tendo como base a ruptura de uma encosta fluvial ocorrida na região norte amazônica, esse trabalho busca realizar a análise acoplada das incertezas nas propriedades do solo dessa encosta e, através de diferentes métodos, avaliar se tais incertezas foram suficientes para deflagração da ruptura desta encosta.

Dentre as motivações para esse estudo, cita-se: o limitado número de trabalhos que recorrem à confiabilidade na análise de taludes fluviais, mesmo diante de suas vantagens

potenciais; a variabilidade inerente dos solos de encostas; e a racionalidade do uso da confiabilidade em estudos geotécnicos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral realizar a análise da estabilidade de uma encosta fluvial no norte amazônico por meio da teoria da confiabilidade.

1.1.2 Objetivos específicos

- Realizar a análise determinística da estabilidade de uma encosta fluvial por meio dos métodos de Equilíbrio Limite e Elementos Finitos;

- Realizar a análise da estabilidade da encosta fluvial por diferentes métodos de confiabilidade (Monte Carlo, PEM e FOSM) em Equilíbrio Limite e Elementos Finitos, considerando as incertezas inerentes nas propriedades dos solos;

- Comparar os resultados das análises de confiabilidade aplicados à encosta, para avaliar as diferenças entre os indicadores de segurança produzidos em cada um dos métodos;

- Averiguar se as incertezas nas propriedades do solo foram suficientes para levar a encosta à ruptura.

1.2 Organização da Dissertação

O presente trabalho foi dividido em 5 capítulos. O capítulo 2 corresponde à revisão de literatura e fundamentação teórica, onde buscou-se levantar os princípios básicos sobre taludes: sua dinâmica de movimento, métodos de análise de estabilidade e os fatores de influência desta. Além disso, apresenta-se a teoria da confiabilidade, seus princípios, aplicações e procedimentos gerais. Por fim, os trabalhos da literatura especializada, correlatos a este, foram apresentados. Tais trabalhos consistem em teses, dissertações e artigos científicos.

No capítulo 3 é apresentado a metodologia utilizada no presente trabalho. O caso da ruptura da encosta fluvial na região norte amazônica é então apresentado, com as informações

de datas, composição geológica dos solos e demais fatores ambientais. Nesse capítulo, ainda, são apresentados os parâmetros geotécnicos utilizados para a análise de confiabilidade. Outros detalhes, como *software*s, critérios dos modelos e outras considerações a respeito dos procedimentos de análises são brevemente descritos.

No capítulo 4, os principais resultados são apresentados e discutidos. O capítulo é iniciado pelos resultados determinísticos via EL e MEF e as discussões concernentes a tais resultados. Em seguida, são apresentados os resultados das análises de confiabilidade pelos métodos de MC, FOSM e PEM por ambos os métodos de solução (EL e MEF).

No capítulo 5, apresentam-se as principais conclusões do trabalho, bem como as sugestões para trabalhos futuros. Ao final, as referências bibliográficas são expostas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Análise da Estabilidade de Taludes

2.1.1 Generalidades

Segundo Das e Sobhan (2015) um talude é uma superfície de solo exposta, que forma um ângulo com o plano horizontal. Além disso, taludes podem ser subdivididos em dois tipos distintos: taludes naturais ou construídos (GERSCOVICH, 2016).

De acordo com Norris *et al.* (2008) taludes naturais são formados por meio de sucessivos processos geológicos e geomorfológicos (como as encostas fluviais, por exemplo), ao longo de elevados períodos de tempo. Estes, podem ser constituídos por solos residuais, coluvionares, rochas ou a junção destes (GERSCOVICH, 2016).

Dessa forma, devido a esta multiplicidade de processos e interações em sua gênese, os taludes naturais, ou simplesmente encostas, possuem uma elevada heterogeneidade em termos de constituintes, propriedades e, consequentemente, apresentam maior variabilidade em seu comportamento.

Por sua vez, segundo Gerscovich (2016), os taludes construídos (artificiais) são fruto direto da intervenção humana, através de cortes ou aterros, como, por exemplo, cortes de encostas, enrocamento de barragens, etc. Devido a essa intervenção humana, dirigida e organizada, durante a construção ou manutenção de taludes artificiais, as incertezas quanto as suas propriedades e comportamento são reduzidas.

A análise da estabilidade de taludes tem, em um primeiro momento, a função básica de contribuir para a segurança e a economia nos projetos envolvendo materiais geomecânicos, como, por exemplo, túneis, rodovias, barragens de terra, taludes naturais, escavações, etc. (ABRAMSON *et al.*, 2002). Com efeito, muitos trabalhos foram desenvolvidos ao longo dos anos, buscando aprimorar métodos e compreender os mecanismos e fatores que influenciam a estabilidade de um talude (DUNCAN; WRIGHT; BRANDON, 2014; GRIFFITHS; FENTON; ZIEMANN, 2006; NORRIS *et al.*, 2008).

Tais análises são, em sua maioria, realizadas por métodos bidimensionais, em estado plano de deformações, para os quais avaliam-se cenários compostos com as diferentes possibilidades de carregamento, resistência, níveis freáticos, etc., objetivando-se definir o estado da estabilidade de taludes.

Além da análise com finalidade preditiva/projetiva, algumas vezes, realizam-se retroanálises, as quais buscam determinar as condições anteriores do talude que o levaram à ruptura.

Segundo Gerscovich (2016), na instabilidade de um talude, forma-se uma zona de cisalhamento contínua e, quando as tensões de cisalhamento solicitantes (mobilizadas) dessa zona forem iguais ou maiores que a tensão resistente do talude (mobilizáveis), o talude sofre ruptura. Na Figura 2.1 é ilustrado a formação dessa zona de interação entre a tensão mobilizada e a tensão resistente.

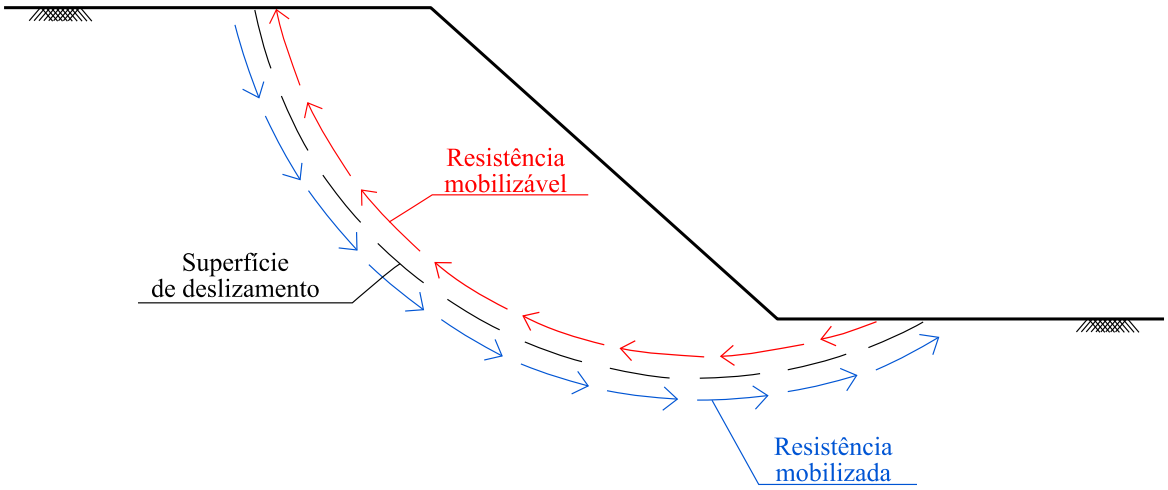


Figura 2.1 – Resistência mobilizada e resistência mobilizável.
Fonte: Silva (2011).

Dessa maneira, a instabilidade de taludes pressupõe que as forças solicitantes (resistência mobilizada) são superiores às forças resistentes (mobilizáveis). Assim, define-se como indicador da condição de estabilidade de um talude o Fator de Segurança (*FS*), dado pela razão entre a tensão resistente ao cisalhamento do solo e a tensão solicitante, conforme a Equação (2.1) (GERSCOVICH, 2016)

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_m} \qquad \textbf{(2.1)}$$

Onde:

FS – Fator de Segurança com relação à resistência;

τ_f – Resistência ao cisalhamento;

τ_m – Tensão média de cisalhamento desenvolvida/mobilizada ao longo da zona de ruptura.

A correspondência do fator de segurança com o estado de equilíbrio de taludes costuma ser parametrizada da seguinte forma: quando $FS > 1$ considera-se o talude estável, e para $FS = 1$, considera-se como o talude como instável (GERSCOVICH, 2016). Assim, convenciona-se que, quanto mais próximo do valor unitário, maior a possibilidade de o movimento de massa ocorrer.

Por fim, vale ressaltar que a definição e rigor do valor adequado para o *FS*, naturalmente, depende do propósito da análise e das prescrições normativas aplicáveis. Assim, por exemplo, a ABNT NBR 11682/2009 (Estabilidade de encostas) estabelece o *FS* em função do nível de segurança contra danos materiais, ambientais e contra danos a vidas humanas.

2.2 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb

Conceitua-se a resistência aos esforços cisalhantes, ou simplesmente, resistência ao cisalhamento de um solo, utilizada nas análises de estabilidade, como a máxima tensão de cisalhamento que o solo é capaz de suportar sem sofrer ruptura (PINTO, 2006).

Na maior parte das análises de taludes e demais problemas de engenharia geotécnica, adota-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb para se definir a máxima tensão cisalhante que um solo pode suportar (DAS; SOBHAN, 2015; KNAPPETT; CRAIG, 2012; PINTO, 2006). De modo que, caso as tensões solicitantes superem o critério de Mohr-Coulomb, ocorrerá a ruptura do solo.

A resistência ao cisalhamento de solos segundo o critério de ruptura de Mohr-Coulomb é dada pela Equação (2.2). Sendo a coesão e o ângulo de atrito obtidos por meio de ensaios em campo ou em laboratório.

$$\tau_f = c + \sigma . tg\phi \qquad \textbf{(2.2)}$$

Onde:

c – coesão;

ϕ – ângulo de atrito interno;

σ – tensão total.

Segundo Das e Sobhan (2015), em termos de tensão efetiva, o critério de Mohr-Coulomb passa a ser expresso pela Equação (2.3)

$$\tau_f = c' + \sigma'.tg\phi' \quad \textbf{(2.3)}$$

Onde:

c' – coesão efetiva;

ϕ' – ângulo de atrito interno efetivo;

σ' – tensão efetiva.

Sendo a tensão efetiva (σ') dada pela diferença entre a tensão total (σ) e a poropressão (u), como expresso na Equação (2.4).

$$\sigma' = \sigma - u \quad \textbf{(2.4)}$$

Na Figura 2.2 é ilustrado um elemento de massa submetido a esforços normais e cisalhantes (Figura 2.2a), e a representação gráfica do critério de falha de Mohr-Coulomb (Figura 2.2b). Percebe-se, que a reta inclinada tem coeficiente angular igual ao ângulo de atrito, ϕ', e a interseção entre esta reta e as ordenadas, corresponde ao intercepto de coesão efetiva, c'.

Assim, por exemplo, caso as magnitudes das tensões (σ' e τ) no plano *ab* (Figura 2.2a) forem representadas pelo ponto A (Figura 2.2b) então não haverá ruptura, pois não há interseção com a reta que delimita a região estável (abaixo da reta) e instável (acima da reta). Por outro lado, se as magnitudes das tensões desse plano forem representadas pelo ponto B, a envoltória traçada intercepta a reta e, portanto, haverá ruptura (DAS; SOBHAN, 2018).

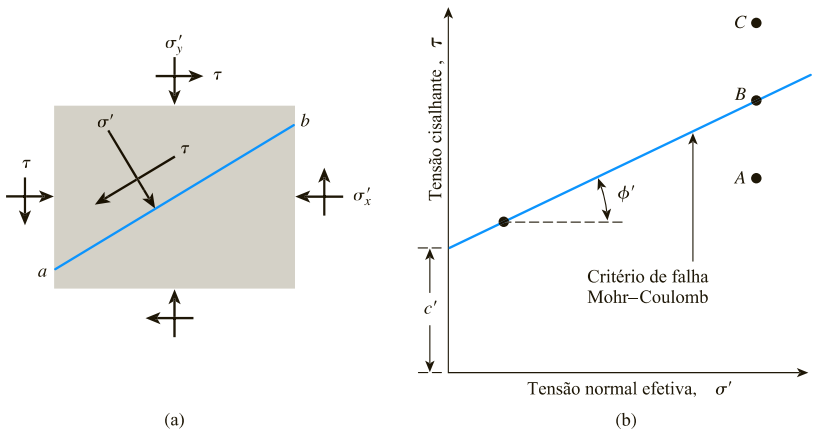


Figura 2.2 – Critério de ruptura de Mohr-Coulomb.
Fonte: Das e Sobhan (2018).

2.3 Tipos de movimentos de massa

Na ABNT NBR 11682/2009 (Estabilidade de Encostas) são apresentadas as seguintes terminologias para os elementos de um movimento de massa e suas nomenclaturas, conforme pode ser observado na Figura 2.3.

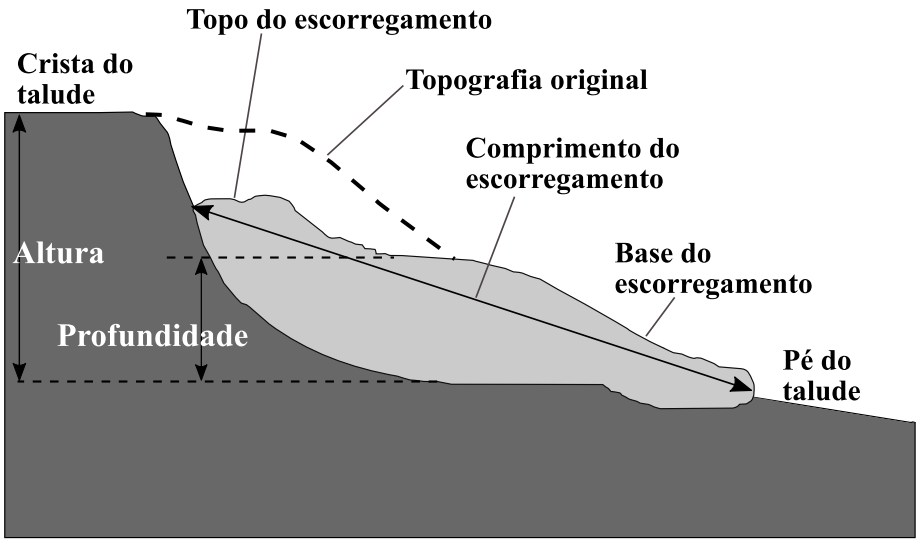


Figura 2.3 – Terminologia para os elementos de um escorregamento de massa.
Fonte: ABNT NBR 11682 (2009).

Na ruptura de um talude (natural ou artificial) ocorre o movimento de massa de solo ou rocha, os quais são classificados segundo a natureza do material mobilizado, velocidade e direção, a recorrência, entre outros fatores (AUGUSTO FILHO; VIRGILI, 1998 *apud* VILHETE, 2017). Creden e Varnes (1996 *apud* DAS; SOBHAN, 2015) classificam os movimentos de massa nas seguintes categorias:

I. *Tombamento*: caracterizado pelo movimento brusco de "rotação à frente do solo ou rocha aproximadamente no eixo abaixo do centro de gravidade da rocha que está sendo deslocada";

II. *Escorregamento*: caracterizado pelo movimento rápido de solo ou rocha, notadamente no sentido descendente com uma superfície de ruptura/escorregamento bem definida;

III. *Espalhamento lateral*: é o tipo de movimento de massa caracterizado pela translação de porções de solo ou rocha. Ocorre pelo "movimento súbito de uma fração de areia ou silte recoberta por argila retentora de água ou sobrecarregada por aterro";

IV. *Queda*: "é o desprendimento de solo e/ou fragmentos de rocha que caem de um talude". Alguns autores definem esse tipo de movimento de massa como uma forma generalizada para o movimento de tombamento;

V. *Escoamento*: nesse tipo de movimento o solo tem comportamento semelhante ao de um fluido viscoso.

Na Figura 2.4 são ilustrados os principais tipos de movimentos de massa supracitados.

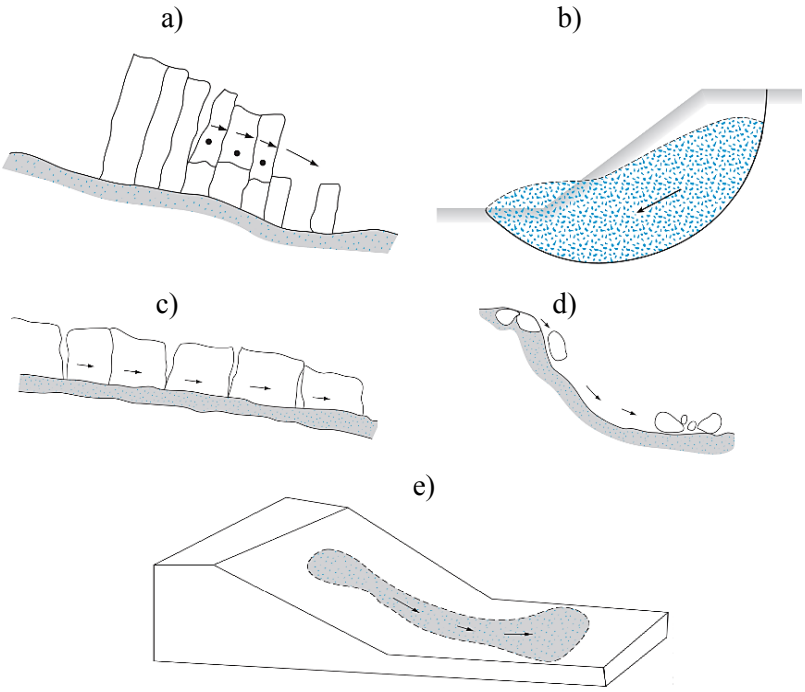


Figura 2.4 – Tipos de movimentos de massa de taludes. a) tombamento, b) escorregamento, c) espalhamento lateral, d) queda e e) escoamento.
Fonte: Das e Sobhan (2015).

Para Knappett e Craig (2012) o escorregamento e o escoamento são os dois tipos de movimentos de massa mais relevantes.

Os movimentos de massas podem, ainda, ser compostos pela junção de dois ou mais tipos dos movimentos supra mencionados, sendo, nesses casos, denominados de movimentos complexos (VARNES, 1978). O mesmo autor apresenta, também, critérios para classificação quanto à velocidade dos movimentos de massa, conforme é apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Classificação segundo a velocidade

Classificação	Velocidade
Extremamente rápido	v > 3 m/s
Muito rápido	0,3 m/min < v < 3 m/s
Rápido	1,5 m/dia < v < 0,3 m/min
Moderado	1,5 m/mês < v < 1,5 m/dia
Lento	1,5 m/ano < v < 1,5 m/mês
Muito lento	60 mm/ano < v < 1,5 m/ano
Extremamente lento	v < 60 mm/ano

Fonte: Varnes (1978).

Em outros trabalhos foram propostas classificações para os tipos de movimentos de massa, entre os quais pode-se citar Barata (1969), Augusto Filho (1992), Carson e Kirkby, 1975; Dikau *et al.* (1996), Hutchinson (1988) e Vargas (1999). Na Tabela 2.2, são apresentadas as classificações de movimentos de massa propostos por Augusto Filho (1992), o qual adaptou tais nomenclaturas para solos tropicais, e descreveu as principais características de cada processo.

Tabela 2.2 – Critérios de classificação de movimento de massa segundo Augusto Filho (1992).

PROCESSOS	CARACTERÍSTICAS DO MOVIMENTO, MATERIAL E GEOMETRIA
RASTEJO OU FLUÊNCIA	Vários planos de deslocamento (internos) Velocidades muito baixas (cm/ano) e decrescentes com a profundidade Movimentos constantes, sazonais ou intermitentes Solo, depósitos, rocha alterada/fraturada Geometria indefinida
ESCORREGAMENTO	Poucos planos de deslocamento (externos) Velocidades médias (km/h) e altas (m/s) Pequenos e grandes volumes de material Geometria e materiais variáveis Planares → solos pouco espessos, solos e rochas com um plano de fraqueza Circular → solos espessos homogêneos e rochas muito fraturadas Em cunha → solos e rochas com dois planos de fraqueza
QUEDA	Sem planos de deslocamento Movimentos tipo queda livre ou em plano inclinado Velocidades muito altas (vários m/s) Material rochoso Pequenos a médios volumes Geometria variável: lascas, placas, blocos, etc. Rolamento de matacão Tombamento
CORRIDA	Muitas superfícies de deslocamento (internas e externas à massa em movimentação) Movimento semelhante ao de um líquido viscoso Desenvolvimento ao longo das drenagens Velocidades médias a altas Mobilização de solo, rocha, detritos e água Grandes volumes de material Extenso raio de alcance, mesmo em áreas planas

Fonte: Augusto Filho (1992 *apud* GERSCOVICH, 2016).

2.4 Fatores que influem no movimento de massas

Os movimentos de massa têm como principais fatores as ações que levam à redução da resistência ao cisalhamento e/ou o aumento da solicitação, seja por causas internas ou externas (ABRAMSON *et al.*, 2002; LUCAS, 2016).

A água, em termos de percolação ou em escoamento, é um dos fatores que mais contribuem para a instabilidade de encostas, por meio do aumento das poropressões; ou como sobrecarga devido ao peso da água acumulada da chuva; ou por provocar expansões (congelamento), etc. (GERSCOVICH, 2016; LUCAS, 2016). Em encostas, por exemplo, a variação do nível de água provoca perda de confinamento lateral e a infiltração altera as poropressões, reduzindo a estabilidade (RINALDI *et al.*, 2004; FOX *et al.*, 2007; KHATUN; GHOSH; SEN, 2019).

Terremotos, enquanto solicitações dinâmicas, provocam a liquefação dinâmica de solos, o que reduz a resistência ao cisalhamento de encostas. He *et al.* (2019) desenvolveram uma metodologia analítica para avaliar a influência de efeitos sísmicos em encostas, notando o aumento nas trincas de tensões, comuns no início do movimento de massa, sobretudo para solos argilosos.

A vegetação e sua influência sobre a estabilidade de encosta é frequentemente objeto de avaliação (ABERNETHY; RUTHERFURD, 2000; CHIRICO *et al.*, 2013; FATTET *et al.*, 2011; ONWEREMADU; ONYIA; ANIKWE, 2007; SCHWARZ *et al.*, 2010). Em geral, foram observados, em diferentes análises e modelos, que a vegetação aumenta a resistência do solo e a estabilidade, por provocar alterações nas propriedades, sobretudo, mecânicas e de percolação.

Segundo Schwarz *et al.* (2010), o efeito estabilizador proporcionado pela vegetação depende de parâmetros como inclinação, propriedades mecânicas do solo e distribuição das raízes. Por fim, há ocasiões em que o efeito da vegetação pode ser danoso a estabilidade, como no caso da transferência de esforços provocados pelo vento para os solos.

Na Tabela 2.3 é resumido as principais causas e fatores que levam a instabilidade de taludes. As causas externas, via de regra, elevam as solicitações, enquanto as causas internas produzem reduções na resistência ao cisalhamento. Por fim, as causas intermediárias, são aquelas que não podem ser classificadas de maneira tão direta quanto as anteriores.

Tabela 2.3 – Resumo das principais causas e fatores de instabilidade de taludes.

Causas externas	Aumento da inclinação dos taludes, por escavação ou por erosão
	Aumento da altura do talude, devido a escavação no pé ou aterro na crista
	Aplicação de sobrecargas
	Variação sazonal da temperatura e umidade, podendo originar abertura de fendas de Tração
	Ação sísmica ou vibrações induzidas nos terrenos
	Erosão superficial
	Efeito da vegetação
Causas Internas	Aumento das pressões intersticiais
	Aumento das tensões de origem tectônica
	Degradação da resistência do material
Causas Intermédias	Rebaixamento rápido do nível das águas exteriores
	Erosão interna
	Liquefação

Fonte: Guerra (2008 *apud* LUCAS, 2016) (adaptado).

Ressalva-se, ainda, que tais fatores podem ocorrer de forma conjunta em termos temporais e, por vezes, podem até mesmo ter seus efeitos amplificados, ao interagirem sinergicamente.

Para Popescu (1994 *apud* LUCAS, 2016) as causas de instabilidade podem ser dividi das em dois grupos: Processos preparatórios e Processos de desencadeamento. De maneira que os processos preparatórios envolvem os fatores que fazem com que a encosta se torne cada vez mais instável, mantendo-a na fase marginalmente estável (*FS* próximo a 1), sem, contudo, desencadear a ruptura. Posteriormente, os processos de desencadeamento levam a encosta até a fase instável (*FS* unitário), comportando-se como gatilhos na ruptura de encostas.

2.5 Métodos de Análise de Estabilidade Taludes

Segundo Gerscovich (2016) os métodos de estabilidade de taludes convencionais podem ser divididos em dois grupos básicos: os métodos de Equilíbrio Limite (EL) e os métodos de análise de tensões *x* deformações (elementos finitos e diferenças finitas). Ambos os métodos são tratados nas subseções seguintes.

2.5.1 Método de Equilíbrio Limite

O cálculo do *FS* usado para determinar o estado de equilíbrio de um talude é, na maior parte das vezes, realizado por métodos baseados em Equilíbrio Limite (EL). Este método, por sua vez, consiste no cálculo do equilíbrio de uma massa ativa de solo delimitada por uma superfície de ruptura (circular, poligonal, etc.) (GERSCOVICH, 2016).

No método de EL, assume-se que a ruptura dessa massa ativa ocorra de maneira simultânea em todos os pontos ao longo da superfície de ruptura, como um corpo deslizante, em que todos os pontos da superfície alcancem a condição limite (*FS* = 1) (GERSCOVICH, 2016).

A determinação da superfície de ruptura é realizada por meio de um processo de busca: incialmente, arbitram-se diversas superfícies (denominadas por superfícies tentativas), para as quais determina-se o *FS* associado, e dentre todas as superfícies tentativas, a que apresentar o menor *FS* é tomada como superfície de ruptura do talude, conforme exemplificado Figura 2.5.

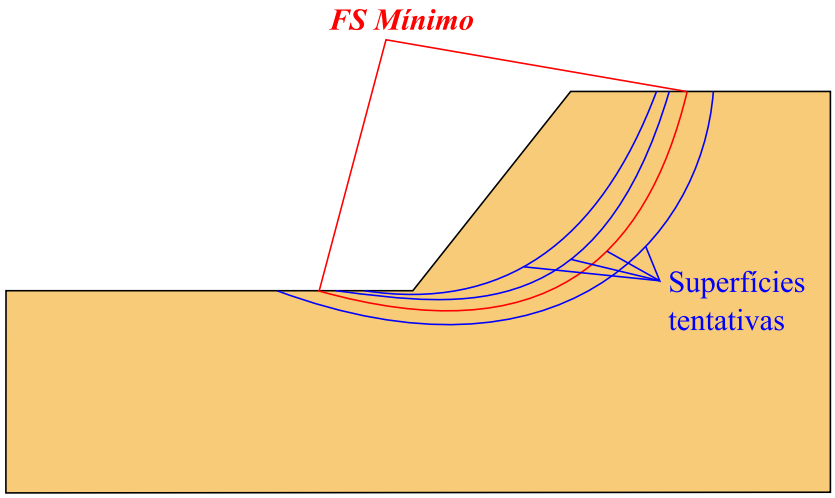


Figura 2.5 – Superfícies tentativas de um talude, com *FS* mínimo destacado.
Fonte: O Autor (2021).

Segundo Das e Sobhan (2015), os procedimentos de análise de taludes via EL podem ser divididos em duas classes: os procedimentos de massa, onde se define uma única massa de solo, e aplicam-se as equações de equilíbrio da estática; e o método das fatias, para o qual, após a delimitação da região analisada é realizada a divisão vertical da massa em fatias paralelas, avalia-se individualmente o equilíbrio de forças, momentos, ou ambos, em cada uma delas.

O método de fatias é especialmente recomendado para análises de taludes de feições irregulares e constituídos de solos não homogêneos (CHOWDHURY; FLENTJE;

BHATTACHARYA, 2010). Na Figura 2.6 é ilustrado a divisão da massa de solo em fatias e os esforços que agem sobre uma fatia isolada.

Entre os métodos de EL utilizados para determinar a superfície crítica e o *FS* associado a ela, pode-se citar: método de Bishop, Janbu, Spencer, Morgenstern-Price. Segundo Duncan (1996) os resultados produzidos por esses métodos são muito próximos entre si, sobretudo os métodos de Spencer e Morgenstern-Price.

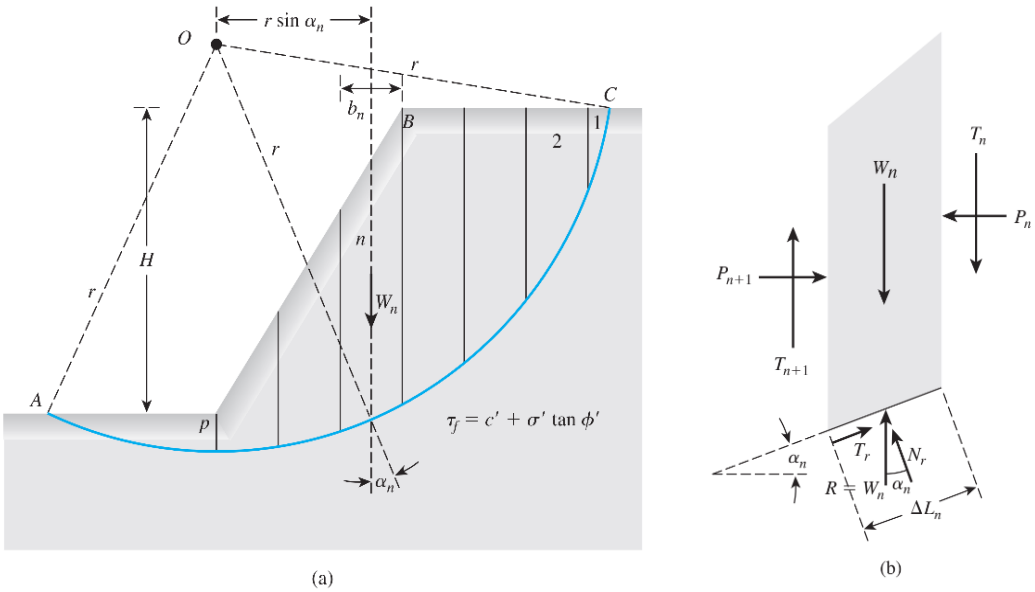


Figura 2.6 – Método das fatias: a) superfície tentativa; b) equilíbrio de uma fatia
Fonte: Das e Sobhan (2015).

Além da grande aceitação e uso corrente nas análises de taludes, o método de EL tem como vantagem a simplicidade na realização dos cálculos (rapidez), a precisão de seus resultados, e a necessidade de poucos parâmetros de entrada, o que facilita sua implementação em programas computacionais (HUANG, 2014).

Por outro lado, no EL a condição de ruptura simultânea com $FS = 1$, implica a adoção de um modelo constitutivo rígido plástico, onde o solo rompe de forma brusca, sem deformação, diferentemente do comportamento real esperado, conforme assevera Gerscovich (2016).

Outra grande desvantagem do método de EL é que este negligencia o comportamento de tensão e deformação do solo. Além disso, por vezes, é necessário utilizar um grande número de superfícies tentativas, até a obtenção da superfície de ruptura representativa.

2.5.2 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) destaca-se por ser uma ferramenta numérica-computacional muito versátil e de ampla utilização na engenharia, com ganhos em capacidade de simular comportamentos sem a necessidade de grandes simplificações nos problemas aos quais é aplicado (ALKASAWNEH *et al.*, 2008).

Em síntese, o método de elementos finitos consiste na discretização de um domínio contínuo por intermédio de pequenos elementos interconectados por pontos em comuns (nós ou pontos nodais), para os quais montam-se sistemas de equações algébricas, que ao serem solucionados, seguindo certas condições, fornecem uma solução aproximada (LOGAN, 2017).

Na Figura 2.7 é ilustrado a discretização de um domínio genérico mediante elementos triangulares de ordem superior, denominados T6.

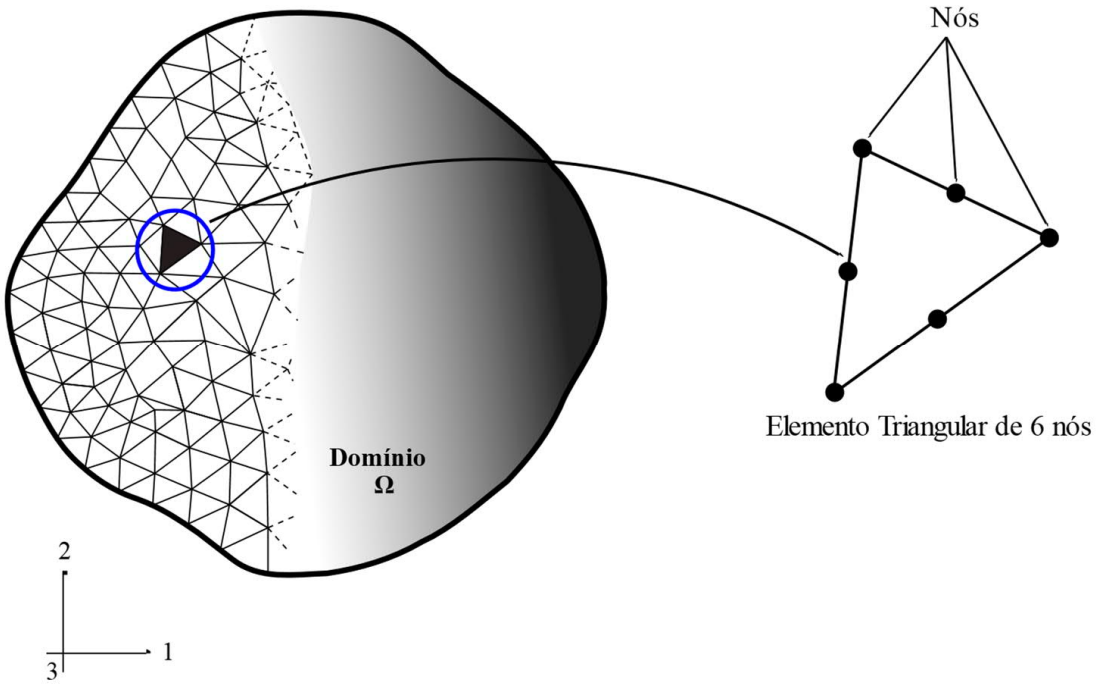


Figura 2.7 – Discretização de um domínio genérico por elementos triangulares
Fonte: Bobet (2010) (adaptado).

Na engenharia geotécnica o MEF é utilizado para a análise das mais diversas finalidades e obras, como, por exemplo, tuneis, taludes, fundações, escavações em minas, percolação em barragens, etc.

A aplicação do MEF nas análises de estabilidade de taludes, permite a determinação das tensões e deformações do solo, assim como, a determinação do *FS*, e tem sido utilizado ao longo dos últimos 50 anos (DUNCAN, M.; WRIGHT; BRANDON, 2014).

Na Figura 2.8 é possível observar a discretização de um talude genérico para o uso de MEF. Observa-se neste talude a formação de uma zona de cisalhamento, onde, potencialmente, irá se desenvolver a ruptura.

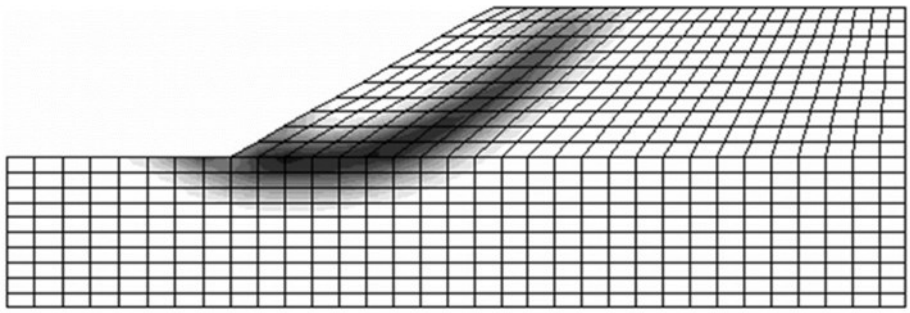


Figura 2.8 – Zona de distribuição de tensões de cisalhamento em um talude analisado via MEF
Fonte: Yang *et al.* (2014)

Atualmente, o método da redução da resistência ao cisalhamento (*Shear Strength Reduction* – SSR) é o mais utilizado para aplicação do MEF em estabilidade de taludes (ALKASAWNEH *et al.*, 2008; LAU; CHENG, 2014).

Em síntese, o SSR consiste na diminuição gradual dos parâmetros de resistência (geralmente c' e/ou ϕ') do talude, até que este se torne instável, segundo algum critério previamente definido (ARVIN; ZAKERI; BAHMANI SHOORIJEH, 2019).

Dessa forma, para o caso de encostas, reduzem-se os parâmetros de resistência, efetuam-se as análises de estabilidade e, caso não ocorra a ruptura, realiza-se uma nova tentativa com um fator de redução ainda maior. O processo é, então, repetido até que seja atingida a ruptura. Sendo, portanto, semelhante a um mecanismo de falha induzido.

Nas Equações (2.5) e (2.6) são demonstrados os procedimentos de redução de resistência dos parâmetros do solo.

$$c'_M = \frac{c'}{M} \tag{2.5}$$

$$tg\phi'_M = \frac{tg\phi'}{M} \tag{2.6}$$

Onde:

c'_M – coesão reduzida;

ϕ'_M – ângulo de atrito interno reduzido;

M – fator de redução.

Assim, para análises que usem o modelo constitutivo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb, a Equação (1.3) passa a ter a forma da Equação (2.7).

$$\tau_f = \frac{c'}{M} + \frac{\sigma'.tg\phi'}{M} \quad \textbf{(2.7)}$$

Segundo Zienkiewics *et al.* (1975 *apud* PACHECO, 2005), ao final desse processo de redução das resistências, quando ocorre a instabilidade, isto é, quando a solução por elementos finitos não mais apresenta convergência numérica ou então passe a exibir grandes deformações em pontos do talude, o valor do fator de redução (*M*) correspondente é tomado como *FS* global do talude, isto é, *M* = *FS*, no momento da ruptura do talude.

O uso do SSR permite determinar as regiões onde ocorrem as maiores concentrações de tensões cisalhantes e de deformações (plastificações no solo), por sua vez, tais regiões correspondem à superfície de ruptura. Dessa maneira, o SSR possibilita determinar a superfície de ruptura de forma automática, ao contrário dos métodos baseados em EL, que necessitam da determinação prévia da geometria e localização desta.

A análise de taludes via MEF permite, também, a incorporação de não linearidade no solo; anisotropia; não homogeneidade; a consideração da influência do estado inicial de tensões e da trajetória de tensões; do amolecimento e endurecimento de regiões da massa de solo (GERSCOVICH, 2016; SANDOVAL, 2012). Através do uso do MEF é possível, ainda, a investigação de trincas e falhas locais, possibilitando a criação de modelos complexos que consideram as alterações na geometria de taludes durante a construção ou a escavação destes (DUNCAN, 1996).

Como desvantagens de uso do MEF, comparado aos métodos de EL, pode-se citar: uma maior necessidade de poder de processamento computacional; a definição de critérios de instabilidade da solução; mais parâmetros de entrada (módulo de Young, coeficiente de Poisson, coeficiente de dilatância) e necessidade de modelos constitutivos mais robustos; necessidade de maior grau de conhecimento e experiência nas propriedades e comportamento de taludes; e, como característica geral do uso de elementos finitos, uma maior discretização da

malha é necessária para obtenção de resultados mais realistas, o que implica um maior tempo de processamento relativo à complexidade do modelo.

Além disso, em muitos casos, o uso do SSR associado ao MEF torna complexa a determinação da superfície de ruptura de forma exata, sobretudo devido ao espalhamento da zona de escoamento sobre um amplo domínio em vez de localizada em uma faixa mais nítida (SANDOVAL, 2012).

Por fim, os valores de *FS* obtidos por ambos os métodos, EL ou MEF, são semelhantes para grande maioria dos casos em que foram efetuadas comparações (CHENG; LANSIVAARA; WEI, 2007).

2.6 Teoria da Confiabilidade

2.6.1 Abordagens determinísticas e de confiabilidade

Usualmente, nas análises de estabilidade de taludes, adota-se o conceito determinístico, onde a estabilidade é definida a partir do uso de *FS* como indicador de desempenho, conforme apresentado nas subseções anteriores. No entanto, nos últimos anos, essa abordagem tem sido criticada, uma vez que, considera os parâmetros obtidos em ensaios de campo e/ou laboratório, como fixos e conhecidos. Porém, tais parâmetros são, na verdade, cercados de incertezas inerentes (GERSCOVICH, 2016).

Por meio da teoria da confiabilidade aplicada à análise da estabilidade de encostas, as incertezas provenientes de diferentes processos podem ser quantificadas, comparadas, previstas e combinadas. Pode-se, ainda, realizar a avaliação criteriosa dos parâmetros usados em modelos diversos, sem a subjetividade de julgamento, presente na análise determinística, ou pelo menos, estas são reduzidas de maneira significativa, o que auxilia na tomada de decisão. Dessa forma, há uma maior racionalidade na determinação da segurança de encostas.

Sob essa mesma perspectiva, na Tabela 2.4 são apresentadas, brevemente, algumas das principais vantagens das análises de confiabilidade na geotecnia.

Tabela 2.4 – Vantagens da confiabilidade aplicada à geotecnia.

Autor(s)	Benefícios da análise de Confiabilidade
Christian e Baecher	Fornece uma estrutura para estabelecer fatores de segurança apropriados e dirige melhor a um entendimento da relativa importância das incertezas.

Ladd e Da Re	Fornece um método sistemático para avaliar combinadas influências de incertezas dos parâmetros que afetam o fator de segurança. Fornece um método sistemático de determinação do grau de segurança, ao menos em termos relativos
Moriwaki e Barneich	Quantifica a contribuição das incertezas de cada parâmetro
Koutsoftas	Fornece uma ferramenta útil para avaliar o risco associado com recomendações de projeto.

Fonte: Duncan (2001 *apud* SILVA, 2015).

Assim, na abordagem de confiabilidade o comportamento real é assumido como aleatório e repleto de incertezas, dando-se prioridade ao aspecto incerto dos parâmetros, em contraste com as abordagens determinísticas, onde a suposição da exatidão dos valores obtidos é tomada como segura e sem distanciamento da realidade.

O uso da abordagem de confiabilidade é recomendado também por agregar muito valor às análises de estabilidade de taludes, sem a necessidade de um grande esforço extra além do que é necessário na abordagem clássica (determinística) (CHOWDHURY; FLENTJE; BHATTACHARYA, 2010; EL-RAMLY, H.; MORGENSTERN; CRUDEN, 2002)

Nesse mesmo sentido, El-Ramly *et al.* (2002) ressaltam que para aplicação da confiabilidade na estabilidade de taludes técnicas simples estão disponíveis. Assim, afirmam os autores, os obstáculos declarados que impedem a adoção de tais técnicas são mais aparentes do que reais.

Nas seções seguintes são abordados os conceitos básicos de estatística e probabilidade e os princípios gerais da teoria da confiabilidade.

2.6.2 Conceitos Básicos de Estatística

A estatística proporciona, por meio de inúmeros métodos, o embasamento matemático no estudo de fenômenos aleatórios e, consequentemente, dotados de incertezas, que envolvam espaços amostrais e populações[1], os quais podem ser resumidos, organizados e, assim, interpretados (WALPOLE *et al.*, 2012). Para tanto, divide-se a estatística em descritiva e inferencial, cujas características, apesar de distintas, se complementam.

[1] População, no sentido estatístico, refere-se à totalidade ou universo de dados, elementos ou conjuntos, bem definidos e com pelo menos uma característica em comum, a serem analisados.

A estatística descritiva, de modo geral, tem por objetivo o estudo exploratório primário dos dados, com base em análise gráfica e numérica. Busca reunir, sumarizar e organizar dados, com objetivo de descrever suas características básicas (LARSON; FARBER, 2015).

Por sua vez, a estatística inferencial, enquanto ramo estatístico, se destaca por permitir que, a partir de uma (ou mais) amostra(s) devidamente escolhida(s), seja possível chegar a conclusões sobre uma população (LARSON; FARBER, 2015). Isto significa que, diante de amostras representativas, é possível estabelecer algumas relações que se apliquem ao conjunto global de dados analisados.

Segundo Bungenstab (2011), o alto custo, o tempo dispendido ou a impossibilidade de estudar todos os elementos da população, são alguns dos principais motivos para que se recorra à utilização de uma amostra, ao invés da população.

2.6.2.1 Variáveis aleatórias

Diante de sucessivas medições de um experimento aleatório, em campo ou laboratório, são encontrados diversos resultados (espaço amostral) para um mesmo parâmetro. De modo que, cada um desses elementos do espaço amostral obtido é associado a um número real através de uma função, a qual é denominada de variável aleatória (WALPOLE *et al.*, 2012).

Segundo Maia (2003, p.42) "uma variável aleatória pode ser visualizada, então, como uma função definida no espaço amostral de um evento onde existe um valor numérico correspondente a cada resultado possível de ocorrer". Estas são divididas em variáveis aleatórias contínuas e discretas.

Variáveis aleatórias discretas são aquelas que podem assumir apenas valores específicos, isto é, tais variáveis assumem apenas uma quantidade enumerável de valores. Por outro lado, variáveis contínuas podem assumir quantidades incontáveis de valores, geralmente relacionadas a medidas. Sendo estas últimas utilizadas para análise de estabilidade de taludes (EL-RAMLY, H. M. F., 2001; FLORES, 2008; LARSSON, 2018).

2.6.2.2 Medidas de Tendência central

Os resultados de experimentos tendem a se agrupar de forma centralizada, fazendo dessa posição a mais propicia para descrição da totalidade de dados. Assim, as medidas de tendência central são essenciais para descrição de dados, entre as quais se destacam: a média, a mediana e a moda.

a) Esperança ($E[X]$)

Dentre todas as medidas de tendência central, a esperança, ou simplesmente média, destaca-se por ser a mais utilizada. Para variáveis contínuas, a média é obtida segundo a Equação (2.8), sendo $f(x)$ a função de probabilidade(WALPOLE *et al.*, 2012).

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \,.\, f(x)\, dx = \mu_X \tag{2.8}$$

A média pode, também, ser descrita como o centro de gravidade do espaço amostral.

b) Moda (Mo)

A Moda (Mo) corresponde ao valor que mais se repete (frequência) dentro de um conjunto de dados (espaço amostral). Pode ser obtida pela ordenação dos elementos de um conjunto seguido pela contagem da frequência de ocorrência de todos eles. Por fim, ao elemento com maior repetição (frequência), denomina-se de moda do conjunto em análise.

c) Mediana (Me)

Outra medida posicional é a Mediana (Me). "A mediana indica o centro de um conjunto de dados ordenado, dividindo-o em duas partes com quantidades iguais de valores" (LARSON; FARBER, 2015, p. 65).

2.6.2.3 Medidas de Dispersão

De modo complementar às medidas de localização supracitadas, as medidas de dispersão ou variação auxiliam no estudo de dados, visto que possibilitam a compreensão da maneira como esses se espalham. O desvio padrão, o coeficiente de variação e a variância se destacam como as principais medidas de dispersão.

a) Variância ($V[X]$)

A variância de uma variável aleatória unidimensional, também denominada de segundo momento de uma variável aleatória, é expressa pela Equação (2.9) (WALPOLE *et al.*, 2012)

$$V[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 \, f(x) dx \qquad \textbf{(2.9)}$$

b) Desvio Padrão (σ_X)

O desvio padrão de uma variável aleatória, é dado pela raiz quadrada da variância, sendo expressa pela Equação (2.10) (WALPOLE *et al.*, 2012)

$$\sigma_X = \sqrt{V[X]} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Essa medida expressa o grau de dispersão de uma variável aleatória em torno da média aritmética.

c) Coeficiente de variação (COV [X])

O coeficiente de variação COV[X] de uma variável aleatória é expressa pela razão entre desvio padrão e seu sua média aritmética. Sua forma analítica é dada na Equação (2.11), expressa em porcentagens

$$COV[X] = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \, .100 \qquad \textbf{(2.11)}$$

O coeficiente de variação é, portanto, uma medida de variação em relação à média.

Para os solos, o coeficiente de variação é obtido por experimentação, no campo ou por meio da literatura segundo valores padrões sugeridos por diferentes autores (HUANG, 2014, LÓPEZ, 2017). Na Tabela 2.5 são apresentados valores típicos para o coeficiente de variação.

Tabela 2.5 – Valores típicos do coeficiente de variação.

Parâmetro	COV (%)	Autor(es)
Peso específico	3-7	Harr (1987), Kulhawy (1992)
Ângulo de atrito efetivo (areias)	2-13	Harr (1987), Kulhawy (1992), Duncan (2000)
	5-15	Lumb (1974), Hoeg e Murarka (1974), Singh (1971)
Ângulo de atrito efetivo (argilas)	12-56	Lumb (1974), Singh (1971)
Resistência não-drenada (Su)	13-40	Harr (1987), Kulhawy (1992), Lacasse e Nadim (1996)
	20-50	Lumb (1974), Singh (1971)

Fonte: Flores (2008) (modificado).

2.6.3 Distribuições Contínuas de Probabilidade

As impossibilidades (financeiras e temporais) de se realizar um grande número de ensaios, em campo ou laboratório, para obtenção das distribuições das variáveis geotécnicas, resulta na adoção de distribuições de probabilidades usuais da literatura. A obtenção das distribuições de probabilidade permite a determinação do comportamento dessas variáveis, usadas como parâmetros de entradas nas análises probabilísticas.

As duas distribuições de probabilidades mais comuns na geotecnia são as distribuições normais e lognormais (EL-RAMLY, 2001; FLORES, 2008; MODARRES; KAMINSKIY; KRIVTSOV, 1999).

2.6.3.1 Distribuição Normal e lognormal

Também denominada de distribuição gaussiana, é caracteriza pela simetria, semelhante a um sino. Na Figura 2.9 são ilustradas as distribuições normais e lognormais para variáveis aleatórias contínuas.

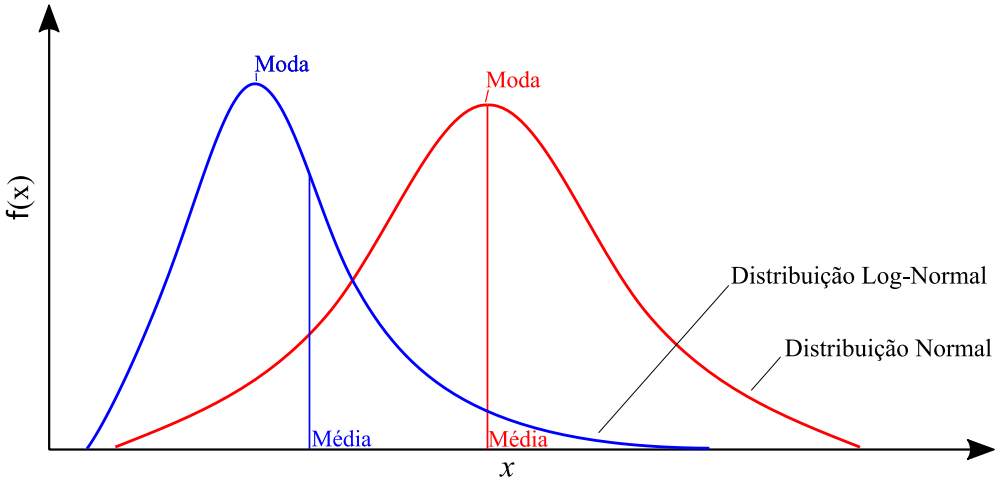


Figura 2.9 – Gráfico de uma distribuição de probabilidades normal e lognormal.
Fonte: Junior (2018).

A Equação (2.12) representa o comportamento da função de densidade normal, a qual depende, fundamentalmente, da média e do desvio padrão do parâmetro analisado.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right]} \quad \textbf{(2.12)}$$

Onde:

σ_X – é o desvio padrão da variável aleatória;

x – é a variável aleatória associada;

μ_X – é a média da variável aleatória.

A distribuição lognormal, via de regra, é usada quando o logaritmo de uma variável *X* tiver distribuição normal. Conforme Junior (2018) a função de distribuição lognormal é dada pela Equação (2.13)

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_{lnX}\sqrt{2\pi}}\, e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu_{lnX}}{\sigma_{lnX}}\right)^2\right]} \tag{2.13}$$

Onde:

$$\mu_{lnX} = ln(\mu_X) - \frac{1}{2}\,.\,\sigma_{lnX}^2 \tag{2.14}$$

$$\sigma_{lnX} = \sqrt{\ln\left(1+\left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2\right)} \tag{2.15}$$

Outro importante fato que pode ser notado é que os valores assumidos pelas variáveis da distribuição lognormal são estritamente não-negativos, assumindo, portanto, apenas valores positivos. Essa característica torna seu uso prático em problemas geotécnicos uma vantagem, sobretudo quando se deseja modelar propriedades não-negativas do solo como coesão, peso específico, módulo de elasticidade, etc. (FENTON; GRIFFITHS, 2008).

2.6.4 Incertezas e Variabilidade Espacial dos Parâmetros do Solo

A inerente natureza aleatória do solo, resultante do seu processo de formação complexo, em termos geológicos (intemperismos, condições de pressão e temperatura) e geotécnicos, torna incerta a previsão precisa de suas propriedades e comportamento. Por conseguinte, as incertezas em taludes naturais são ainda maiores, visto que esses são formados sem qualquer controle ou intervenção humana.

Nesse sentido, nas diferentes áreas da geotecnia a presença de incertezas é inevitável. Seja pelo desconhecimento do subsolo, produto do número limitado de investigações geotécnicas; pelo uso inadequado de equipamentos de mensuração e perturbação no solo, dentre várias outras fontes de incertezas.

Morgenstern (1995 *apud* FLORES, 2008) classifica em três classes as incertezas geotécnicas, quais sejam: **incertezas nos parâmetros** (variabilidade dos solos e erros de medidas), **incertezas humanas** (falta de conhecimento, anotação, contagens, etc.) e **incertezas nos modelos** (processos que não podem ser mensurados, adoção de hipóteses nulas, uso incorreto de ferramentas computacionais, etc.).

Dentre todas essas classes de incertezas, as incertezas nos parâmetros (coesão, ângulo de atrito, peso específico, etc.) são as mais significativas e comumente utilizadas nos modelos de confiabilidade geotécnica (ABRAMSON *et al.*, 2002; FLORES, 2008; JUNIOR, 2018; RIBEIRO, 2008).

2.6.5 Probabilidade de Falha e Índice de Confiabilidade

De acordo com Whitman (1984 *apud* COSTA, 2005), a busca de informações, a exploração e investigação geotécnica otimizadas, a teoria da confiabilidade, a otimização de projetos face às incertezas, e a avaliação de risco, estão entre as principais aplicações da probabilidade e estatística na geotecnia.

Segundo Ang e Tang (1984) a Confiabilidade pode ser definida como a garantia de um desempenho adequado, associado a uma probabilidade. Assim, quanto mais confiável for um sistema, melhor será seu desempenho.

De maneira semelhante, Dhillon (2017) define confiabilidade como a probabilidade de um item[2] realizar sua missão declarada de maneira satisfatória, segundo condições estabelecidas anteriormente. Além disso, a confiabilidade de um sistema pode ser descrita como invariável no tempo ou dependente do tempo; aumentando ou decrescendo com o tempo devido a ações diversas, tais como: rachaduras, fadiga, fatores ambientais (corrosão, lixiviação, etc.), carregamentos, etc. (ANG; TANG, 1984; HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

[2] Pode ser definido aqui por Sistema, Sistema estrutural, Estrutura ou Componente(s).

Nos problemas de confiabilidade, o desempenho adequado de um sistema é relacionado ao seu estado limite. Assim, caso o estado limite seja violado, para uma parte (componente) ou para a totalidade de um sistema, diz-se que ocorreu uma falha ou um desempenho insatisfatório. De outra forma, o estado limite delimita o estado seguro e a falha ou estado inseguro.

A avaliação de um estado limite é realizada por meio da função de estado limite, $g(X)$, que possui a forma da Equação (2.16).

$$g(\boldsymbol{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad \textbf{(2.16)}$$

Onde o conjunto $\boldsymbol{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$ representa as variáveis relacionadas ao desempenho do sistema, em geral, às cargas (Q) e resistências (R) (FENTON, 1997). A falha ocorrerá para valores de $\boldsymbol{X}$ que resultem na função de estado limite menor ou igual a zero, caso contrário, a função indica o estado seguro do sistema, portanto

$$g(\boldsymbol{X}) \leq 0 \Rightarrow \text{Estado de Falha} \quad \textbf{(2.17)}$$

$$g(\boldsymbol{X}) > 0 \Rightarrow \text{Estado Seguro} \quad \textbf{(2.18)}$$

Nesse contexto, a probabilidade de falha (P_f) é dada pela Equação (2.19).

$$P_f = P[g(\boldsymbol{X}) \leq 0] = \int_{g(\boldsymbol{X}) \leq \boldsymbol{0}} f_X(x)dx \quad \textbf{(2.19)}$$

Onde $f_X(x)$ representa a função de densidade de probabilidade conjunta de $\boldsymbol{X}$ e a integral é realizada sobre o domínio da falha (CHO, 2010).

Na análise da estabilidade de encostas, a função de estado limite é associada ao fator de segurança, também denominado de função de desempenho, $FS(\boldsymbol{X})$, por meio da Equação (2.20).

$$g(\boldsymbol{X}) = FS(\boldsymbol{X}) - 1 = 0 \quad \textbf{(2.20)}$$

De maneira simplificada, temos que a função de estado limite de uma encosta é dada pela Equação **(2.21)**.

$$FS(\boldsymbol{X}) - 1 = 0 \quad \textbf{(2.21)}$$

Assim, a probabilidade de falha (P_f) de uma encosta passa a ser definida como probabilidade do fator de segurança ser menor ou igual a 1 (PHOON; CHING, 2015). Conforme ilustrado na Figura 2.10

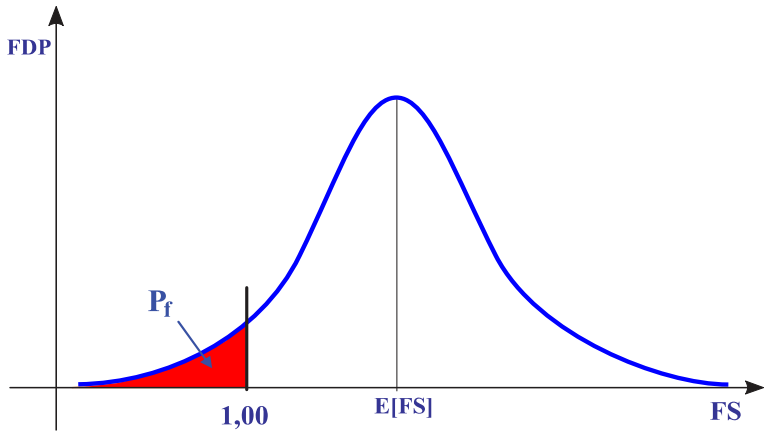


Figura 2.10 – Probabilidade de ruptura (P_f) da função densidade de FS(X).
Fonte: Baecher e Christian (2003).

Em comparação com o FS determinístico, cujo resultado não indica nada sobre a variabilidade dos materiais e esforços, a Probabilidade de Falha de uma encosta permite a avaliação das incertezas. Assim, por exemplo, para o caso em que duas encostas, A e B, tenham fatores de segurança $FS_A = 1{,}35$ e $FS_B = 1{,}50$, o método convencional permite concluir que o talude B é mais seguro que o talude A. Todavia, dependendo da variabilidade dos parâmetros, a probabilidade de falha pode indicar o contrário, conforme pode ser observado na Figura 2.11.

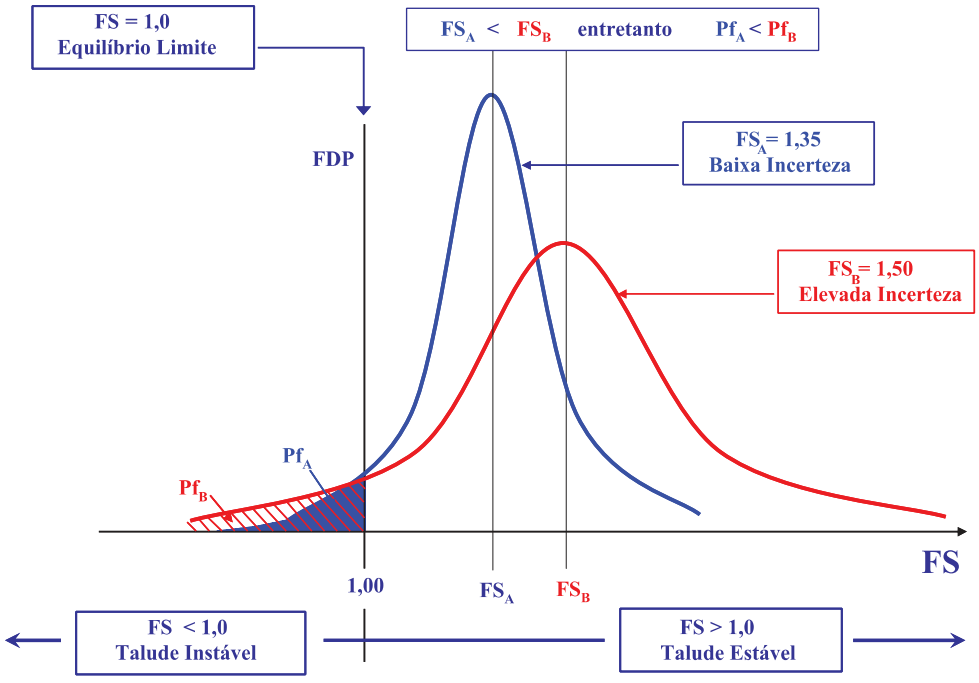


Figura 2.11 – Comparativo de P_f vs FS determinístico.
Fonte: Tapia *et al.* (2007) (adaptado).

Duncan (2000) descreve que o termo probabilidade de falha parece denotar a ocorrência de uma falha catastrófica. No entanto, em muitos casos, refere-se apenas ao desempenho insatisfatório. Por essa razão, às vezes, o emprego do termo desempenho insatisfatório pode ser preferível.

Nesse mesmo sentido, é comum utilizar o termo confiabilidade ou garantia de desempenho em substituição. Porém, é importante notar que tais termos denotam o sentido complementar ao termo probabilidade de falha. Assim, por exemplo, em vez de descrever a probabilidade de falha de um sistema como igual a 15% ou $1{,}5 \,.\, 10^{-1}$, o termo utilizado seria que a confiabilidade do sistema é igual a 85% ou $8{,}5 \,.\, 10^{-1}$.

Além da Probabilidade de Falha, outro importante fator de mensuração da confiabilidade de sistemas geotécnicos é o Índice de Confiabilidade, denotado por β. De acordo com Araujo (2018, p. 36), o índice de confiabilidade "representa a segurança como o número de desvios padrão que separam a melhor estimativa do *FS* (valor esperado) do seu valor de ruptura (*FS* = 1)". Desta forma, o índice de confiabilidade expressa a incerteza na estabilidade de talude.

O índice de confiabilidade, considerando a distribuição de *FS* como normal, é obtido segundo da Equação (2.22)

$$\beta = \frac{E[FS] - 1}{\sigma[FS]} \tag{2.22}$$

Geometricamente, o Índice de Confiabilidade pode ser representado pela Figura 2.12

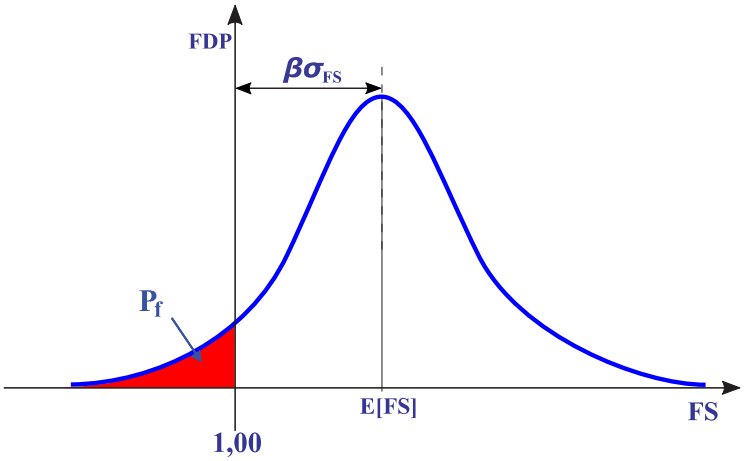


Figura 2.12 – Índice de Confiabilidade (β).
Fonte: O Autor (2021).

Para *FS* com distribuição lognormal o índice de confiabilidade é dado pela Equação (2.23)

$$\beta_{ln} = \frac{\ln\left(\frac{E[FS]}{\sqrt{1+COV[FS]^2}}\right)}{\sqrt{\ln\left(1+COV[FS]^2\right)}} \quad \textbf{(2.23)}$$

O índice de confiabilidade pode ser diretamente associado com a probabilidade de falha/ruptura por meio da Figura 2.13.

É importante notar que, comparativamente, mesmo dois índices de confiabilidade relativamente próximos entre si, terão probabilidades de falha muito distintas, por vezes, ordens de grandeza distintas. Tal variação deve-se ao fato de que enquanto os valores de β estão em escala aritmética linear, os valores de P_f estão em escala logarítmica.

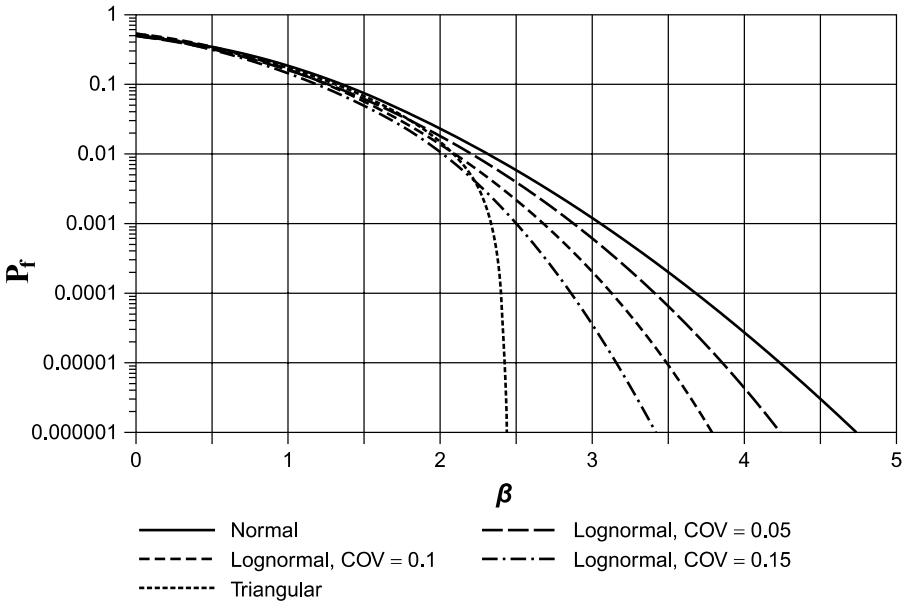


Figura 2.13 – Ábaco da relação da Probabilidade de ruptura (P_f) e Índice de confiabilidade (β).
Fonte: Baecher e Christian (2003).

A determinação da probabilidade de falha e índice de confiabilidade de uma encosta é realizada segundo os métodos de confiabilidade, os quais são subdivididos em: métodos de aproximação (indireto) e simulação (direto).

O primeiro grupo engloba os métodos que utilizam aproximações dos momentos estatísticos, via de regra, os de primeira ordem (média e desvio padrão) e a partir daí determinam os valores de β e/ou P_f. Esses métodos são de fácil aplicação, não requerem o

conhecimento prévio das distribuições dos parâmetros, porém deve-se assumir alguma forma paramétrica de distribuição para *FS* (COSTA, 2005). Entre os mais utilizados estão o Método de Estimativas Pontuais e Método do Segundo Momento de Primeira Ordem.

Por sua vez, no segundo grupo estão os métodos que envolvem simulações. Tais métodos, simulam cenários diversos a partir das distribuições de variáveis aleatórias de entrada (CHOWDHURY; FLENTJE; BHATTACHARYA, 2010). Dentre os métodos de simulação, o mais importante é o método de Monte Carlo.

2.6.5.1 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo (MC) consiste na geração aleatória de números para variáveis aleatórias independentes (amostragem), segundo suas funções de distribuição de probabilidades (conhecidas ou assumidas) e, posteriormente, na realização de simulações de um modelo/sistema a partir dessas entradas (SINGH; JAIN; TYAGI, 2007).

Dessa forma, o método de MC pode ser compreendido matematicamente como um processo que transforma variáveis aleatórias de entrada $x_1, x_2, \dots, x_n$, amostradas segundo suas distribuições, em saídas determinísticas $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Tal como é ilustrado na Figura 2.14.

Por meio da aplicação do método de MC obtém-se um grande número de resultados, de forma similar à repetição de um experimento real em que cada resultado é considerado como uma amostra, sendo estas, ao final, tratadas estatisticamente (ANG; TANG, 1984).

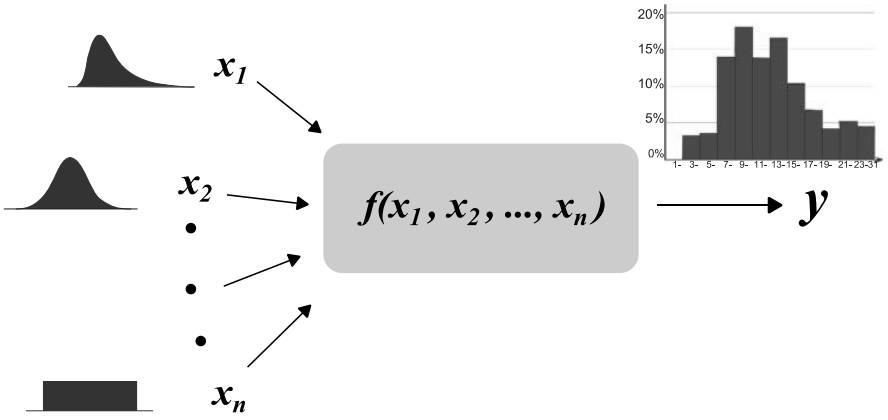


Figura 2.14 – Representação esquemática do método de MC.
Fonte: O'Connor e Kleyner (2012).

Na análise da estabilidade de encostas, os parâmetros do solo são tomados como variáveis aleatórias para as quais serão geradas amostras. Em seguida, para cada uma das

amostras obtidas, aplicam-se as análises determinísticas de estabilidade de taludes, obtendo-se assim um FS. Ao final das *N* repetições desse processo, é montada a função de distribuição de FS. A partir da função de distribuição são determinadas as estatísticas. Por fim, de posse dessas estatísticas de FS obtém-se o índice de confiabilidade (β) e a probabilidade de ruptura (P_f) (VECCI, 2018).

Por se tratar de um método de amostragem, no método de Monte Carlo, desde que as distribuições das entradas sejam bem estimadas, um maior número de repetições conduz a melhores resultados. Como estimativa para o valor de *N*, Harr (1987 *apud* VECCI, 2018) propôs a Equação (2.24) e Tabela 2.6.

$$N = \left[\frac{\left(h_{\frac{\alpha}{2}} \right)^2}{4\,\epsilon^2} \right]^n \qquad \textbf{(2.24)}$$

Onde:

n – é o número de parâmetros variáveis;
ϵ – é o máximo erro permitido, precisão;
$h_{\alpha/2}$ – é um índice dado em função do nível de confiança.

Tabela 2.6 – Parâmetros de confiabilidade para a distribuição normal.

Nível de Confiança (1-α) (%)	**Parâmetro de Confiabilidade $h_{\alpha/2}$**
90	1,64
95	1,96
95,45	2,00
98	2,33
99	2,58
99,5	2,81
99,73	3,00
99,9	3,29
99,99	3,89
99,994	4,00

Fonte: Harr (1987 *apud* VECCI, 2018).

Na prática, uma maneira simples de estimar o número *N* é por meio da utilização do gráfico de convergência de P_f pelo número de simulações. Dessa maneira, realizam-se tentativas de atribuições de valores para *N* até que o comportamento de P_f se torne estável.

A maior desvantagem do método de Monte Carlo é o elevado número de simulações necessárias para uma boa aproximação do modelo com a realidade (ZIO, 2013). Assim, embora

seja uma ótima ferramenta e forneça boas aproximações, em alguns casos o método de Monte Carlo é preterido em função de outros métodos, sobretudo quando utilizado para avaliação de sistemas complexos que requerem um custo computacional muito elevado.

Nesse mesmo sentido, Jiang e Huang (2016) afirmam que o método MC produz resultados pouco eficientes para baixas probabilidades de falha ($P_f < 10^{-6}$), o que requer, em contrapartida, o aumento expressivo do número de simulações.

Contudo, em alguns casos o uso do método MC pode ser indispensável, como, por exemplo, quando se dispõe de recursos computacionais suficientes e se deseja realizar comparações com outros métodos, uma vez que o método MC é o mais utilizado em análises de confiabilidade. Também, segundo Chowdhury, Flentje e Bhattacharya (2010), nos casos em que se deseja avaliar a FDP da função de desempenho (*FS*), o que é possível no MC a partir do histograma de *FS* gerado ao final das simulações.

2.6.5.2 Método do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM)

O Método do Segundo Momento de Primeira Ordem, ou First-Order, Second Moment (FOSM), proporciona uma aproximação analítica para os dois primeiros momentos de uma variável aleatória de interesse, a partir das médias e dos desvios padrões das variáveis de entrada e suas correlações (GRIFFITHS; FENTON, 2007).

Esse método se baseia na aproximação da função de desempenho por meio do uso da série de Taylor, truncada nos termos de primeira ordem, de onde o nome método de primeira ordem.

Assim, sendo a função de desempenho $FS = FS(X_1, X_2, \dots, X_n)$, por meio da série de Taylor, tem-se que a média e a variância de *FS* serão obtidas por meio das Equações (2.25) e (2.26), respectivamente, considerando as entradas como não correlacionadas entre si.

$$E[FS] = FS(E(X_1), E(X_2), \dots, E(X_n)) \quad \textbf{(2.25)}$$

$$V[FS] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial FS_i}{\partial X_i}\right)^2 . \; V[X_i] \quad \textbf{(2.26)}$$

A partir da Equação (2.25) percebe-se que a obtenção da média de *FS,* pelo método FOSM, é dada pela avaliação deste nos valores médios de cada variável de entrada. Na prática, como a forma explícita da função *FS* é desconhecida, utiliza-se uma das metodologias de

análise de estabilidade de taludes (EL, MEF, etc.) para a obtenção de um *FS,* considerando-se os valores médios das variáveis de entrada.

A obtenção da variância (Equação (2.26)), porém, requer a determinação da derivada parcial da função de *FS* em relação às variáveis aleatórias de entrada o que, salvo raras exceções, não é factível de ser realizado. Assim, a solução adotada no método FOSM para esse problema é a aproximação das derivadas parciais por meio da aplicação de pequenos incrementos em cada uma das variáveis independentes (SANDRONI; SAYÃO, 1992). Dessa maneira, a Equação (2.26) passa a ter a forma dada pela Equação (2.27) e a aproximação da derivada $\partial FS_i/\partial X_i$ passa a ser representada pela Equação (2.28)

$$V[FS] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\delta FS_i}{\delta X_i}\right)^2 . \; V[X_i] \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial FS_i}{\partial X_i} = \frac{FS(X_i + \delta X_i) - FS(E[X_i])}{\delta X_i} \tag{2.28}$$

Onde:

$V[FS]$ – é a variância de *FS*;
δX_i – é o incremento na variável independente, X_i;
$V[X_i]$ – é a variância das variáveis independentes, X_i;
$E[X_i]$ – é a esperança das variáveis independentes, X_i;
δFS_i – é o *FS* quando se aplica o incremento a uma das variáveis.

A avaliação da derivada é realizada com a alteração do incremento (δX_i) de apenas uma variável por vez, as demais variáveis são mantidas com seus valores constantes (notadamente o valor médio de cada variável).

O valor do incremento é adotado de maneira que a derivada de *FS* mantenha-se constante. Em geral, as estimativas para δX_i variam entre 1 a 10% do valor médio de cada variável, sendo que a maior parte dos autores têm adotado o valor de 10% (ARAUJO, 2018; FLORES, 2008; MIRANDA, 2005; RIBEIRO, 2008; SANDRONI; SAYÃO, 1992). Considerando o valor de 10% na estimativa do incremento, tem-se como resultado a Equação (2.29)

$$\delta X_i = 0{,}1 \, . \, E[X_i] \quad \textbf{(2.29)}$$

O número de análises necessárias para implementação do método FOSM é igual a n+1, onde n é o número de variáveis aleatórias de entrada. Ao final, após a obtenção de $E[FS]$ e $V[FS]$ é possível determinar o desvio padrão de *FS* e, assim, determina-se o índice de confiabilidade segundo a Equação (2.22) ou pela Equação (2.23). Já a probabilidade de falha pode ser determinada por meio da Figura 2.13 ou por meio da Equação (2.30) (PHOON, 2008)

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad \textbf{(2.30)}$$

Onde:

Φ ( ) – é a função densidade acumulada da distribuição normal padrão (PHOON, 2008).

Segundo Maia (2003) através do método FOSM é possível determinar a contribuição de cada um dos parâmetros de entrada, por meio da Equação (2.31)

$$\text{Contribuição} = \frac{V[X_i]}{V[FS]} \, . \, 100 \quad \textbf{(2.31)}$$

A praticidade desse método é uma de suas principais vantagens, pois para seu uso não é preciso conhecer a função de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias. Entretanto, o método não possibilita determinar a forma da função de densidade de *FS,* a qual deve ser assumida.

Conforme Phoon e Ching (2015), o método FOSM tem como característica mais favorável para sua utilização o fato deste ser o método mais simples para determinação de P_f e β. No entanto, segundo os mesmos autores, quando comparado aos resultados do método de MC, os seus resultados são menos precisos, portanto, menos confiáveis.

2.6.5.3 Método das Estimativas Pontuais (PEM)

O método das estimativas pontuais, do inglês Point Estimate Method (PEM), foi proposto por Rosenblueth em 1975. Ao longo do tempo, muitos autores reportaram seu uso com bons resultados quando aplicados em sistemas geotécnicos (BAECHER; CHRISTIAN, 2003; FENTON; GRIFFITHS, 2008; PHOON; CHING, 2015; VECCI, 2018). Conforme

reportaram Chowdhury e Flentje e Bhattacharya (2010), o método PEM tem obtido valores semelhantes aos obtidos pelos métodos FOSM e MC.

A aplicação do método PEM para determinação dos indicadores de confiabilidade deve-se em grande parte a simplicidade e praticidade deste. Com efeito, o método PEM consiste em determinar os dois primeiros momentos da função de distribuição de uma variável contínua dependente, a partir de uma função geradora (RIBEIRO, 2008).

A função geradora é obtida por meio de combinações da função dependente, avaliada em pontos discretos de suas variáveis independentes, pelas concentrações de probabilidades desses pontos. Desse modo, para o caso em que a função dependente seja o *FS*, e o número de variáveis contínuas e independentes seja igual a 1, a forma da função geradora é apresentada na Equação (2.32)

$$E[FS^m] = P_+ FS_+^m + P_- FS_-^m \quad \textbf{(2.32)}$$

Onde:

$E[FS^m]$ – é o momento probabilístico de interesse de *FS*;
m – é a ordem do momento de *FS*;
FS_+^m, FS_-^m – são os valores de *FS* avaliados nos pontos discretos $x+$ e $x-$;
P_+, P_- – são as concentrações de probabilidades ou pesos.

No método PEM, a FDP de cada variável independente é aproximada por meio de dois pontos discretos $x+$ e $x-$, com concentrações de probabilidade P_+ e P_- , respectivamente. Na Figura 2.15 é apresentada uma ilustração dos pontos discretos e das concentrações de probabilidades.

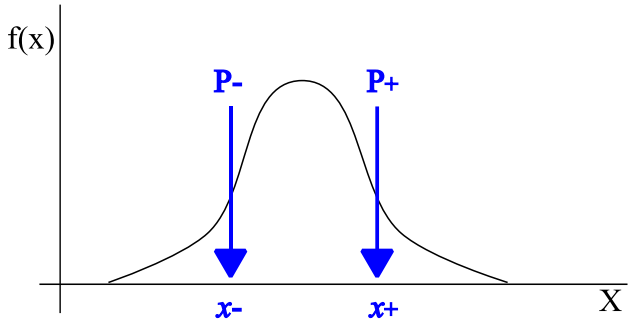


Figura 2.15 – Estimativas pontuais da função f(x).
Fonte: Flores (2008) (adaptado).

Para a escolha dos pontos $x+$ e $x-$ é necessário conhecer apenas a média e desvio padrão das variáveis independentes, em geral, tais pontos estão localizados a um desvio padrão para mais e para menos da média, conforme pode-se observar na Equação (2.33)

$$x+ = E[X] + \sigma_X \qquad \text{e} \qquad x- = E[X] - \sigma_X \tag{2.33}$$

Os pontos de concentrações de probabilidades para as variáveis independentes e não correlacionadas podem ser obtidos por

$$P_{\pm} = \frac{1}{2^n} \tag{2.34}$$

O número total de estimativas (combinações) para execução do método PEM é dado por 2^n, sendo *n* o número de variáveis independentes. Assim, por exemplo, para o caso em que o $n = 2$, tem-se

$$FS_{++} = FS\left[E[X_1] + \sigma_{X_1}\right] + FS\left[E[X_2] + \sigma_{X_2}\right]$$

$$FS_{+-} = FS\left[E[X_1] + \sigma_{X_1}\right] + FS\left[E[X_2] - \sigma_{X_2}\right]$$

$$FS_{-+} = FS\left[E[X_1] - \sigma_{X_1}\right] + FS\left[E[X_2] + \sigma_{X_2}\right]$$

$$FS_{--} = FS\left[E[X_1] - \sigma_{X_1}\right] + FS\left[E[X_2] - \sigma_{X_2}\right]$$

E as concentrações de probabilidades são dadas por

$$P_{++} = P_{+-} = P_{-+} = P_{--} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Logo, a média de *FS* (função geradora de 1 ordem de *FS*) é dada por

$$E[FS] = P_{++}FS_{++} + P_{+-}FS_{+-} + P_{-+}FS_{-+} + P_{--}FS_{--}$$

E, a variância de *FS*

$$Var\,[FS] = E[FS^2] = P_{++}FS_{++}^2 + P_{+-}FS_{+-}^2 + P_{-+}FS_{-+}^2 + P_{--}FS_{--}^2$$

A partir da estimativa da média e da variância é possível obter o índice de confiabilidade (β) e a Probabilidade de Falha (P_f) de modo semelhante ao método FOSM.

A grande vantagem do método PEM é que este não requer o conhecimento prévio da função de densidade das variáveis aleatórias de entrada, assim como o método FOSM. A FDP de *FS* é geralmente assumida como normal ou lognormal. Além disso, poucos cálculos são necessários e podem ser facilmente planilhados.

Apesar de o método PEM ser de simples aplicação, para um grande número de variáveis independentes, o aumento exponencial do número de combinações necessárias torna o seu emprego uma desvantagem.

Outra grande desvantagem na utilização dos métodos aproximados, tal como PEM e FOSM, é o seu pobre desempenho para determinar a confiabilidade de sistemas geotécnicos quando *FS* é altamente não linear.

2.6.6 Aceitabilidade dos indicadores da análise de confiabilidade

Os indicadores obtidos das análises de confiabilidade de encostas devem ser comparados aos valores considerados aceitáveis, para que assim seja possível determinar o desempenho de uma estrutura geotécnica.

Contudo, o real problema surge quando se busca determinar valores padrões de aceitabilidade para tais indicadores. Com efeito, cada estrutura geotécnica possuí incertezas próprias (carregamentos, ações antrópicas, parâmetros de resistência, etc.), sobretudo os solos heterogêneos. Consoante a isto, Larsson (2018) afirma que até mesmo ensaios realizados em um mesmo local, por profissionais diferentes, podem levar a resultados distintos.

Além disso, mesmo o fator de segurança (*FS*), que busca determinar o estado de estabilidade (desempenho) de um talude, é de difícil mensuração. Seu valor é variável segundo o método de solução escolhido (EL, MEF, etc.), o tipo de análise (drenado ou não), as condições de contornos e ambientais, as variáveis de entrada adotadas, o modelo constitutivo escolhido, etc.

No entanto, apesar dessas dificuldades, na literatura, alguns autores estipularam níveis de probabilidades aceitáveis para estruturas geotécnicas. Por exemplo, Dell'avanzi e Sayão (1998) apresentaram os valores da Tabela 2.7 como limites de desempenho aceitáveis.

Tabela 2.7 – Valores aceitáveis de confiabilidade para diferentes obras geotécnicas.

Tipo de Obra	β	P_f
Fundações	2,3 a 3,0	$10^{-2}\ a\ 10^{-3}$
Taludes de mineração	1,0 a 2,3	$10^{-1}\ a\ 10^{-2}$
Barragens	3,5 a 5,0	$10^{-3}\ a\ 10^{-5}$
Estruturas de contenção	2,0 a 3,0	$10^{-2}\ a\ 10^{-3}$

Fonte: Dell'Avanzi e Sayão (1998).

O U.S. Army Corps of Engineers (1997) definiu valores alvos para as análises de confiabilidade, conforme se pode observar na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 – Valores alvos para análises de confiabilidade.

Nível esperado de desempenho	β	P_f
Elevado	5	0.0000003
Bom	4	0.00003
Acima da média	3	0.001
Abaixo da média	2.5	0.006
Pobre	2	0.023
Insatisfatório	1.5	0.07
Perigoso	1	0.16

Fonte: U.S. Army Corps of Engineers (1997)

De maneira crítica, El-Ramly (2001) expressa que a maior parte dos limites apresentados na literatura são muito conservadores. E, a partir da análise de outros casos, este autor propõe o limite de $2 \cdot 10^{-2}$ (2%) para P_f, ou índice de 2 para β, como valores aceitáveis.

Segundo Duncan, Wright e Brandon (2014) não existe um critério universal apropriado para avaliar a aceitabilidade de taludes, no entanto, valores próximos a 1% de probabilidade de falha são, frequentemente, considerados aceitáveis segundo as práticas convencionais de engenharia geotécnica. Esses mesmos autores propõem que a análise da aceitabilidade deve considerar os custos e riscos envolvidos com a ruptura de uma estrutura geotécnica.

2.7 Estudos correlatos

Low e Tang (1997) propuseram um método prático utilizando planilhas para determinação de *FS* baseado no método de Janbu generalizado, assim como também a obtenção de β pelo método aproximado FORM. O método proposto baseia-se na adoção de um elipsoide

tangencial a superfície de falha, onde se realiza a otimização por meio da função solver. O método apresentou bons resultados de confiabilidade.

Duncan (2000) destacou a simplicidade do uso de métodos básicos de confiabilidade na análise da estabilidade de taludes, indicando que estes podem ser utilizados rotineiramente na prática geotécnica. Este autor aplicou os métodos de confiabilidade na ruptura na Baia de São Francisco e em um exemplo de adensamento, recomendando o uso de tais métodos de maneira complementar aos métodos convencionais.

El-Ramly *et al.* (2002) utilizaram simulações de Monte Carlo por meio dos Softwares Excel 97 e @Risk, considerando a variabilidade espacial do solo em suas modelagens aplicadas ao rompimento do dique de baia de James. Esses autores realizaram, também, a análise da sensibilidade dos parâmetros e determinação da contribuição de cada variável de entrada. Concluíram que o uso da análise de confiabilidade sem a consideração da variabilidade espacial do solo pode resultar em valores superestimados de probabilidade de falha.

Griffiths e Fenton (2004) estudaram a estabilidade de um talude em solo coesivo por meio do MEF com campo aleatório, considerando o comportamento elasto-plástico não linear desse solo. Acoplaram em suas análises o MC para avaliação da confiabilidade, e para evitar o elevado custo computacional resultante, adotaram apenas um parâmetro como variável aleatória. Apontaram, em suas conclusões, a grande vantagem do método em localizar a superfície de ruptura mais aproximada possível da realidade.

Ribeiro (2008) realizou análises de confiabilidade aplicadas a diferentes estruturas geotécnicas. Para isso, utilizou os métodos de simulação e aproximação (MC, PEM e FOSM). As comparações das análises apontaram os fatores que mais influenciaram os resultados de influenciaram nos resultados de P_f e β.

Abbaszadeh *et al.* (2011) estudaram duas diferentes encostas por meio dos métodos de confiabilidade de FOSM, PEM e MC. Variações de confiabilidade foram observadas entre às duas encostas e essa diferença é explicada pelas diferenças nas complexidades da geologia dentro da seção transversal.

Jha e Ching (2013) empregam o método dos elementos finitos aleatórias para avaliação da confiabilidade de encostas não-drenadas. Ao todo analisaram 34 casos e com bases em seus resultados, concluíram que a consideração da variação espacial do coeficiente da resistência ao cisalhamento afeta significativamente os resultados.

Silva (2015) realizou o estudo probabilístico do talude de uma mina utilizando o método de EL no Slide. As variáveis aleatórias foram estimadas e o COV foi tomado por valores padrões da literatura. Os métodos utilizados foram de MC, FOSM, PEM, obtendo bons resultados nos três métodos. Ressaltando o uso conjunto do método de MC e FOSM, ou MC e PEM, como configuração mais eficiente na análise de confiabilidade do talude estudado.

Javankhoshdel, Luo e Bathurst (2017) utilizaram o MEF aleatórios e o método de EL aleatório para investigar a influência da variabilidade espacial dos parâmetros de resistência não-drenada na probabilidade de ruptura de taludes em solos coesivos. A influência combinada da variabilidade espacial das propriedades do solo e da correlação cruzada entre a resistência do solo não-drenado e o peso unitário na probabilidade de falha computada foi avaliada. O artigo identifica as condições em que os resultados numéricos são semelhantes aos de EL aleatório e suas principais diferenças.

Vecci (2018) realizou análises determinísticas e probabilísticas de um talude de mineração, por meio de três métodos probabilísticos diferentes (PEM, FOSM e MC). Esse mesmo autor observou, em seus resultados, valores relativamente maiores para o método de Monte Carlo, recomendando o uso do método FOSM para casos análogos.

Em outro estudo, Araujo (2018), analisou a estabilidade de taludes de barragens, obtendo valores próximos de confiabilidade e probabilidade de ruptura, entre os métodos de confiabilidade usados (FOSM, PEM e MC).

Vários autores, realizaram comparações da estabilidade de taludes por abordagens determinísticas via EL e MEF, e concluíram que ambos os métodos obtiveram resultados precisos e muito semelhantes entre si (CHENG; LANSIVAARA; WEI, 2007).

3 METODOLOGIA

Inicialmente, levantaram-se as informações referentes à ruptura de uma encosta fluvial, localizada na região Amazônica. Tais informações possibilitaram a determinação do perfil da encosta e as propriedades das camadas constituintes desta.

Após a determinação da geometria e das propriedades dos materiais, definiu-se quais parâmetros seriam utilizados como variáveis aleatórias de entrada nos modelos de confiabilidade. Além disso, definiu-se o modelo constitutivo utilizado nas análises.

Em seguida, foram executadas as análises de estabilidade da encosta. Tais análises foram divididas em duas etapas maiores: análises determinísticas e análises de confiabilidade. Nas análises determinísticas, a estabilidade do talude foi determinada por meio do método de EL e MEF.

Por sua vez, as análises de confiabilidade via EL foram realizadas utilizando-se os métodos de MC, FOSM e PEM. As análises de confiabilidade via MEF foram executadas apenas pelo método FOSM e PEM. Um resumo da metodologia utilizada para elaboração do presente trabalho é apresentado no fluxograma da Figura 3.1.

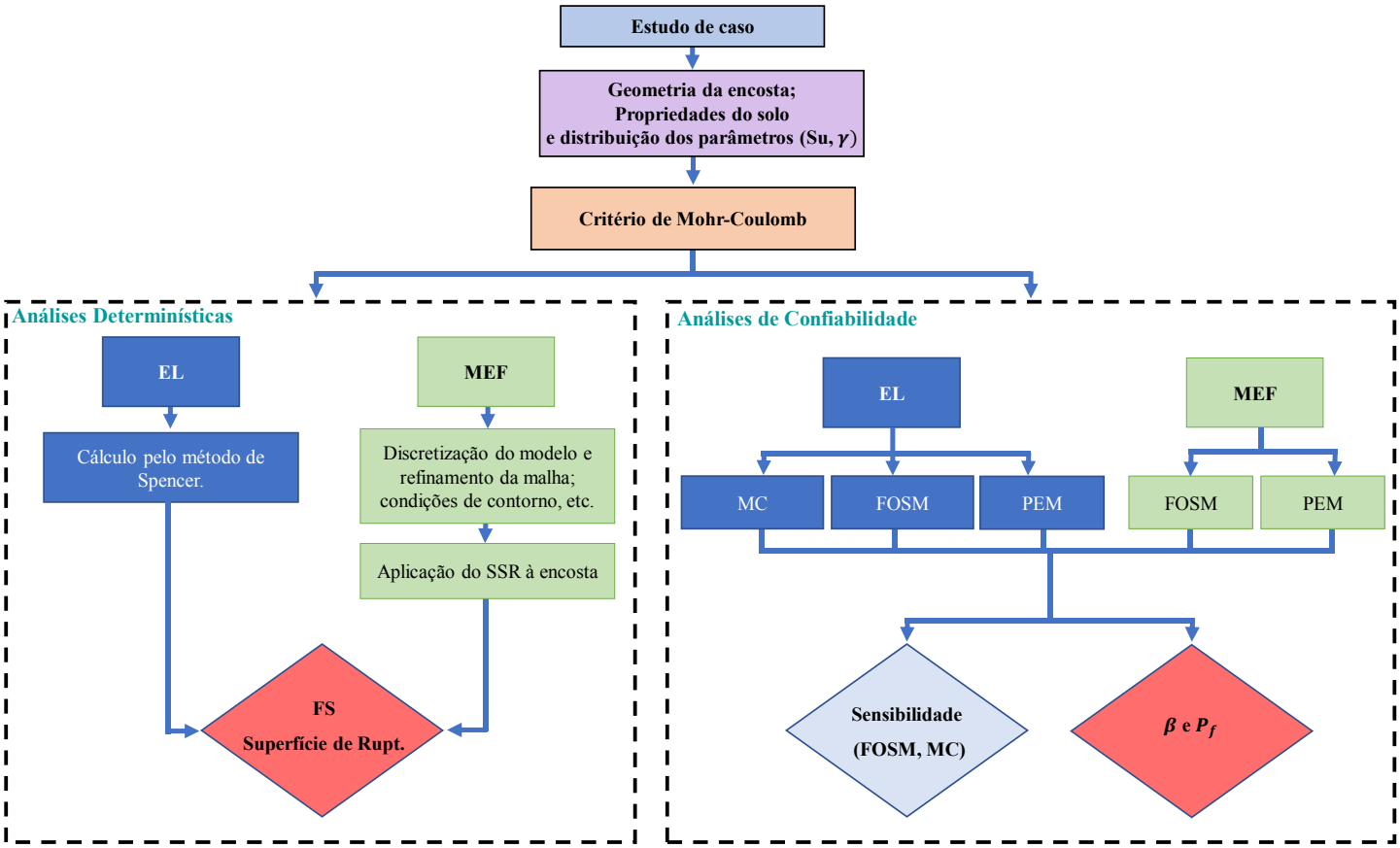


Figura 3.1 – Fluxograma das etapas da metodologia desse trabalho.
Fonte: O Autor (2021).

3.1 Estudo de caso

3.1.1 Descrição do Local de Estudo

A ruptura da encosta fluvial estudada no presente trabalho ocorreu no ano de 2013, na região norte do Brasil, às margens do canal norte na foz do rio Amazonas. Segundo Torres e El-Robrini (2006) essa região é caraterizada pela influência marítima e, consequentemente, dinâmicas de deposição ou fluxo de sedimentos, além de alterações do nível de rio devido às marés.

No que diz respeito à geologia, a unidade geológica da região do acidente é caracterizada por depósitos Aluvionares do Período Quaternário referido ao Holoceno (com idade geológica < 0,01 x 10^6 anos) (BARRETO, 2015).

Os depósitos aluvionares do referido local são compostos por sedimentos silto-argilosos, enquanto a formação barreiras é constituída por arenitos, siltitos, argilitos e conglomerados, depositados em ambiente predominantemente continental por sistemas fluviais, flúvio-lacustre e de leques fluviais (BARRETO, 2015).

Batimetrias realizadas após o acidente permitiram definir que a ruptura ocorreu no solo sedimentar silto-argiloso (argilas moles), limitando-se em profundidade ao solo residual (possivelmente formação barreiras) cuja resistência ao cisalhamento é bem superior ao solo sedimentar.

3.1.2 Propriedades do solo, seção tipo e variáveis aleatórias

O ensaio de CPTu é uma das principais formas de investigação geotécnica *in situ,* cuja multifuncionalidade permite a determinação de diversos parâmetros do solo, de maneira direta, ou indiretamente por correlações. Entre os parâmetros possíveis de serem obtidos com este tipo de ensaio estão: a resistência não-drenada; o ângulo de atrito; a variação de poropressão; razão de pré-adensamento; módulo de elasticidade; coeficiente de empuxo em repouso, dentre outros.

O procedimento de ensaio do CPTu consiste em empurrar, de maneira contínua, um cone e uma manga/luva de superfície para o interior do solo. A realização desse procedimento permite, então, a medição da resistência oferecida pelo cone e pela manga, com a poropressão medida pelos filtros de poropressão. Tais resultados são transformados nos parâmetros do solo através de correlações. Na Figura 3.2 é apresentado uma ilustração do piezocone.

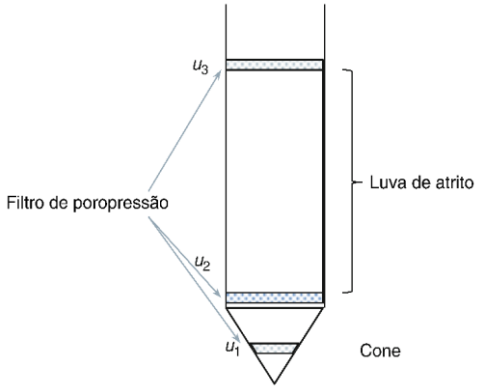


Figura 3.2 – Representação do Piezocone (CPTu).
Fonte: Das, Ameratunga e Sivakugan (2016).

Diferentes ensaios geotécnicos de campo foram realizados na região da encosta que sofreu a ruptura. Assim, em face aos diferentes ensaios geotécnicos realizados, optou-se pela adoção dos parâmetros fornecidos pelos ensaios CPTu (Ensaio de Piezocone) realizados no ano de 2009, anteriormente ao acidente.

Os parâmetros do solo da encosta fluvial e suas estatísticas são apresentados na Tabela 3.1. Os parâmetros escolhidos como variáveis aleatórias foram as resistências não-drenadas[3] (Su) e pesos específicos das argilas moles (Argila 1 e Argila 2), pois, foram estes os solos que entraram em colapso.

Tabela 3.1 – Parâmetros da encosta estudada

Material	**Su (kPa)**	***Desv.P* (kPa)**	**COV (%)**	**Âng. de Atrito (°)**	**Peso Específico (kN/m³)**	**Desv.P (kN/m³)**	**COV (%)**	***v***	***E(kPa)***	
Aterro	10	-	-	30	17	-	-	0,350	3000	
Argila 1	41	11,18	27,26	0	15	0,45	3	0,495	29000	
Argila 2	36	4,33	12,02	0	15	0,45	3	0,495	21000	
Argila Rija	90	-	-	0	18	-	-	0,400	50000	
Solo Residual	150	-	-	40	19	-	-	0,350	75000	

Fonte: O Autor (2021).

[3] Su = c.

Devido à ausência de quantidades significativas de ensaios para determinação do coeficiente de variação dos pesos específicos das argilas moles, adotou-se para estes o coeficiente de variação de 3%, consoante valores sugeridos na Tabela 2.5.

O coeficiente de Poisson foi definido em 0,495 para as camadas argilas moles, de modo a evitar inconsistências numéricas, semelhante ao descrito por Souza (2017).

A seção da encosta foi determinada (Figura 3.3) através de plantas topográficas e levantamentos batimétricos da região pré-acidente. Na mesma figura é possível observar o nível do rio e da superfície freática no interior do solo.

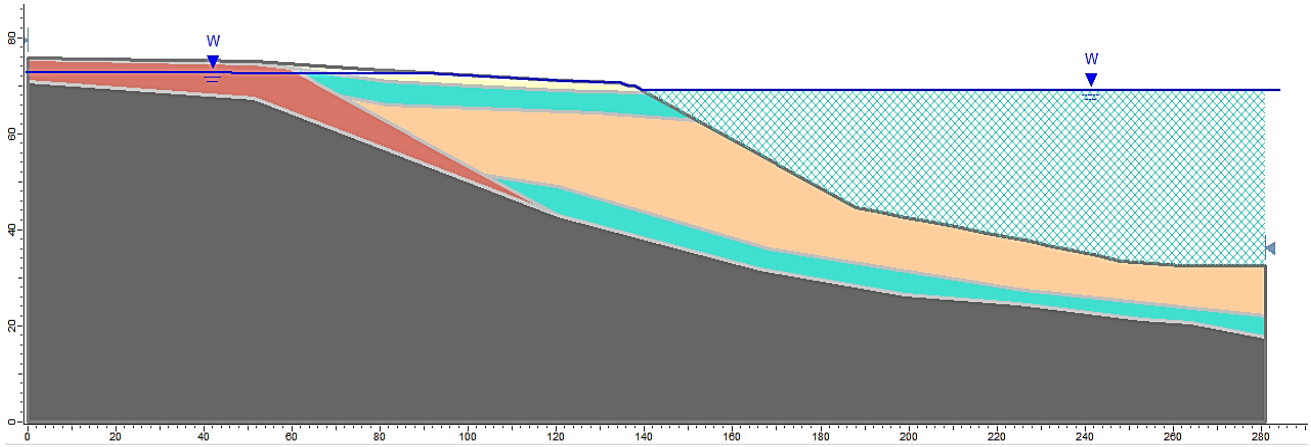


Figura 3.3 – Seção tipo da encosta fluvial.
Fonte: O Autor (2021).

3.1.3 Modelo Constitutivo e demais considerações

Todas as análises no presente trabalho foram executadas considerando-se o estado plano de deformações; o nível médio do rio; e o solo em estado saturado (estado mais crítico).

Além disso, em todas essas análises o critério de ruptura assumido foi o de Mohr-Coulumb, considerando-se o solo como material elástico perfeitamente plástico.

As variáveis aleatórias de entrada, Su e γ, das Argilas 1 e 2, foram consideradas como não correlacionadas entre si.

3.2 *Softwares* utilizados

Para o desenvolvimento do presente trabalho foram utilizados os *softwares* Slide (versão 6.020) e Phase2D (versão 8.0), ambos da Rocscience Inc, voltados para análise da estabilidade de taludes. O Slide é um dos mais poderosos e completos programas de análise da

estabilidade 2D de taludes (em solo ou rocha) com as mais variadas geometrias e diferentes tipos de carregamento (BARRETT, 2018).

Segundo Rocscience (2018) esse *software* utiliza o método de EL para determinar o *FS* em superfícies circulares e não-circulares e, entre outras funcionalidades que possui, pode-se citar:

- Método de busca automática de superfícies de ruptura;
- Entre os métodos de EL possíveis de serem utilizados estão: Janbu, Bishop, Spencer, GLE / Morgenstern-Price, etc.;
- Múltiplos materiais;
- Água subterrânea – análise de infiltração, superfícies piezo, fatores Ru, etc.;
- Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb, Hiperbólico, Hoek-Brown, Anisotrópia, etc.;
- Análise de Sensibilidade e Probabilística.

O Phase2 versão 8.0 é um *software* para análise 2D em elementos finitos de estruturas geotécnicas para aplicações civis e de mineração, em solo ou rocha. Conforme Nascimento (2012) o Phase2 inclui:

- Modelos em estado plano de deformação e axissimétricos;
- Materiais isotrópicos e anisotrópicos ortotrópicos, entre outros;
- Elementos finitos bidimensionais do tipo T3, T6, Q4 e Q8;
- Modelos constitutivos elastoplásticos: Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, Hoek-Brown generalizado, Cam-Clay, Cam-Clay modificado, Drucker-Prager, lei de fluxo-associado e não-associado;
- Análise de estabilidade por Redução de Resistência (SSR);
- Etapas de escavação, aterro e aplicação dos reforços, com a retirada de elementos, alteração das propriedades, inserção de tirantes;
- Consideração da poro-pressão;
- Solver com eliminação de Gauss e gradiente conjugado;
- Convergência por critérios de energia, etc.

3.3 Análises realizadas

As análises executadas foram segmentadas em análises determinísticas e de confiabilidade.

3.3.1 Análises determinísticas

3.3.1.1 Método de Equilíbrio Limite

Vecci (2018) recomenda o uso dos métodos rigorosos de EL para análise de taludes. Assim, no presente trabalho, o método de EL utilizado nas análises foi o método de Spencer. Este método, além de ser um dos mais versáteis e utilizados nas análises via EL é considerado um método rigoroso.

Proposto em 1965, o método de Spencer considera o equilíbrio de forças verticais e horizontais, bem como o equilíbrio de momentos para cada fatia e, tem como principal vantagem, a realização do cálculo do *FS* para superfícies de rupturas com geometrias arbitrárias (CHAKRABORTY; GOSWAMI, 2018).

Os cálculos determinísticos via EL foram realizados no *software* Slide, considerando como parâmetros de entrada os valores médios das propriedades das camadas do solo (Tabela 3.1).

3.3.1.2 Método dos Elementos Finitos

Para as análises em elementos finitos utilizou-se o *software* Phase2D. Além disso, para a discretização do domínio da encosta, adotou-se o elemento do tipo T6 (triangular de 6 nós).

As condições de contorno nas laterais do modelo da encosta foram definidas como restritas para deslocamentos horizontais ($u_x = 0$) e livres para deslocamentos verticais ($u_y \neq 0$). Ademais, para a parte inferior do modelo, as condições de contorno foram prescritas como restritas tanto horizontais quanto verticalmente ($u_x = u_y = 0$). Conforme é ilustrado na Figura 3.4.

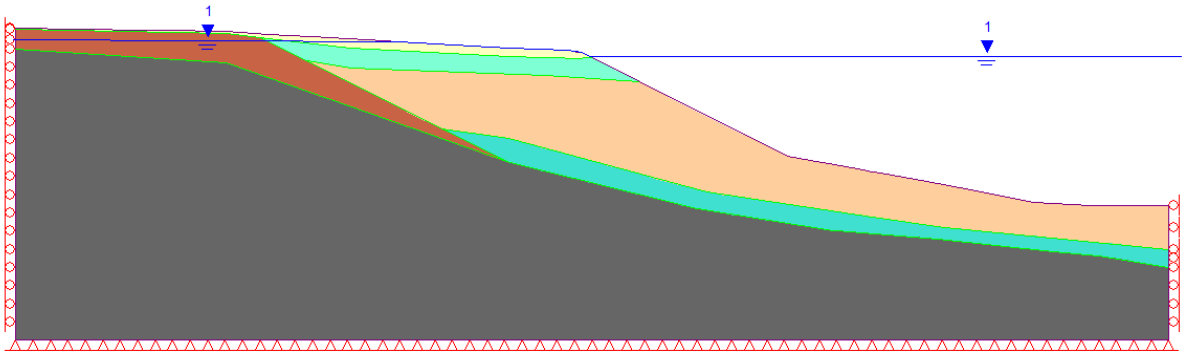


Figura 3.4 – Condições de contorno para o modelo em MEF da encosta.
Fonte: O Autor (2021).

Para aplicação do MEF na estabilidade de taludes, inicialmente, realizam-se verificações das tensões *in situ* no regime elástico e, posteriormente, é realizado o cálculo iterativo considerando-se o comportamento elastoplástico. Após essas etapas, a quantificação da segurança (*FS*) é obtida pela aplicação do SSR (SILVA, 2017).

Assim, para o modelo elaborado em elementos finitos, o comportamento elastoplástico foi definido no *software* Phase2D, e a lei de fluxo foi definida como não-associada ($\psi = 0$).

Por fim, assim como nas análises determinísticas via EL, a determinação de *FS* teve como variáveis de entrada os valores médios dos parâmetros das camadas de solo (Tabela 3.1).

3.3.1.2.1 Refinamento da Malha

Um importante fator a ser considerado nas análises via MEF é a qualidade da malha. Esta, por sua vez, é determinada pelo tipo e o tamanho dos elementos da malha, além do número de nós em cada elemento. Dessa maneira, via de regra, quanto menores os elementos e maior o número de nós de cada elemento, mais precisa se torna a solução numérica em MEF (RAHMAN; ULKER, 2018).

Por outro lado, o refinamento indiscriminado da malha deve ser evitado, pois, à medida que o número de elementos aumenta, o custo computacional do MEF torna-se maior. Para evitar isso, recorre-se ao refinamento de regiões de interesse, que podem ser: regiões onde há alteração de geometria, acúmulo de tensões, contato entre materiais de propriedades diferentes, etc. (RAHMAN; ULKER, 2018; RAISSAKIS, 2012).

Nesse sentido, com o objetivo de realizar uma verificação da melhor discretização da malha, que permita uma análise mais precisa sem despender esforços computacionais em demasia, realizou-se um estudo de convergência da malha para os parâmetros médios (determinístico) da encosta fluvial.

O valor de *FS* foi escolhido como variável de controle na análise de convergência. De modo que, procedeu-se com o refinamento em uma região de interesse, até que o valor de *FS* não sofresse mais alterações significativas com o aumento do número de elementos. A configuração de malha do modelo que apresentou convergência foi, então, definida como padrão para as análises via MEF.

3.3.2 Análises de confiabilidade

3.3.2.1 Método de Equilíbrio Limite e Método dos Elementos Finitos

Nas análises de confiabilidade via EL utilizaram-se os métodos de MC, FOSM e PEM. E, nas análises via MEF, utilizaram-se apenas os métodos FOSM e PEM, pois o método MC necessita de um número muito elevado de simulações, o que é inviável de ser realizado usando esse método numérico.

As etapas descritas nas subseções seguintes foram exatamente as mesmas para o método FOSM e PEM, via EL e MEF. Com exceção da simulação de MC, que conforme supracitado, foi executada somente via EL.

3.3.2.1.1 MC

Segundo Chowdhury, Flentje e Bhattacharya (2010), o uso da distribuição de densidade lognormal é frequentemente preferível, pois esta não implica valores negativos. Por essa razão, no método de MC, as funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias de entrada foram assumidas como lognormais, com média e desvio padrão dados na Tabela 3.1.

As simulações do método MC via EL foram realizadas diretamente no *software* Slide. Na Figura 3.5 é apresentado um fluxograma básico das etapas de análise via MC realizada por meio do Slide.

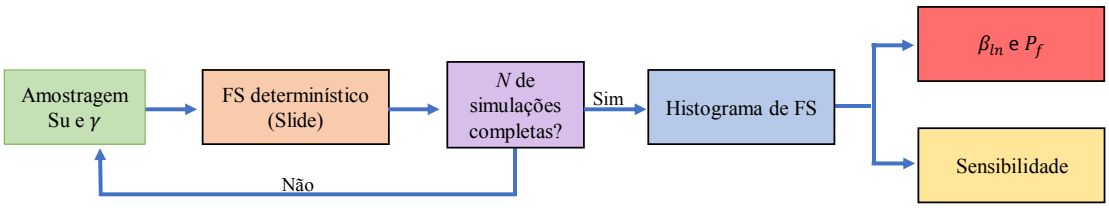


Figura 3.5 – Fluxograma da aplicação do método de MC.
Fonte: O Autor (2021).

Cada amostragem realizada retornou um valor de *FS* determinístico. Ao todo foram realizadas 500 mil amostragens. A partir dessas simulações, realizou-se um breve estudo de convergência da probabilidade de falha pelo número de simulações (*N*) do método de MC.

Ao final das simulações e do processo de verificação de convergência, obteve-se o histograma de *FS*. Então, em seguida, o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha resultantes foram fornecidos pelo *software*.

A sensibilidade do *FS* pelo método de Spencer também foi avaliada no Slide, considerando-se os parâmetros aleatórios de entrada. Esse tipo de análise permite quantificar a influência das incertezas das variáveis aleatórias na função desempenho da encosta.

3.3.2.1.2 FOSM

A Figura 3.7 traz o fluxograma das etapas utilizadas para análise de confiabilidade pelo método FOSM via EL e MEF.

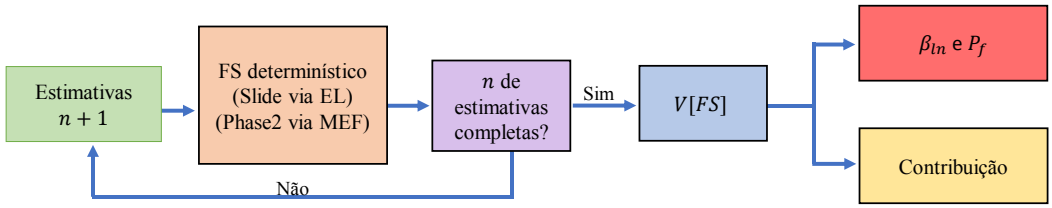


Figura 3.6 – Fluxograma da aplicação do método FOSM.
Fonte: O Autor (2021).

Inicialmente, com o auxílio do *software* Excel determinou-se o número de estimativas a serem realizadas. Em seguida, por meio do Slide (para o caso da análise via EL) ou do Phase2 (para o caso da análise via MEF), avaliou-se a função desempenho para o valor médio das variáveis e para as demais estimativas. Sendo que, utilizou-se o incremento de 10% sobre a média das variáveis aleatórias de entrada (Su, γ) das Argilas 1 e 2.

Após $n+1$ avaliações de *FS*, conforme as estimativas incrementais, determinou-se a variância de *FS* (V[*FS*]). Assumiu-se, então, a distribuição de densidade de *FS* como lognormal, e determinou-se o índice de confiabilidade, por meio da Equação (2.23).

Segundo Phoon e Ching (2015), uma vez determinado o valor de β_{ln}, o valor de P_f, tal como apresentado na Equação (2.30), pode ser determinado no *software* Excel por meio da função dada pela Equação (3.1).

$$P_f = 1 - \text{DIST.NORMP.N}(\beta_{ln}) \quad \textbf{(3.1)}$$

Por fim, realizou-se a avaliação da contribuição de cada uma das variáveis aleatórias.

3.3.2.1.3 PEM

Na Figura 3.7 é apresentado o fluxograma da aplicação do método PEM para avaliação da confiabilidade via EL e MEF.

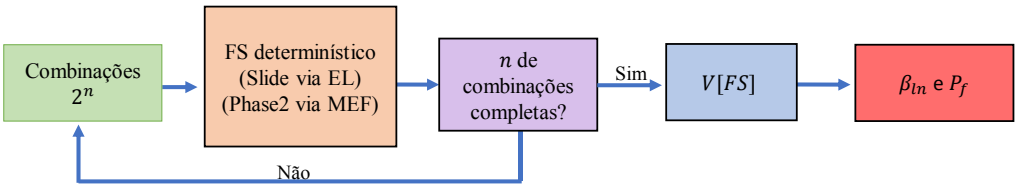


Figura 3.7 – Fluxograma da aplicação do método de PEM.
Fonte: O Autor (2021).

Novamente, as combinações requeridas para aplicação do método foram utilizadas como entradas para avaliar o *FS* da encosta no Slide ou no Phase2. Tais combinações foram organizadas no Excel, seguindo a esquemática ilustrada na Figura 3.8.

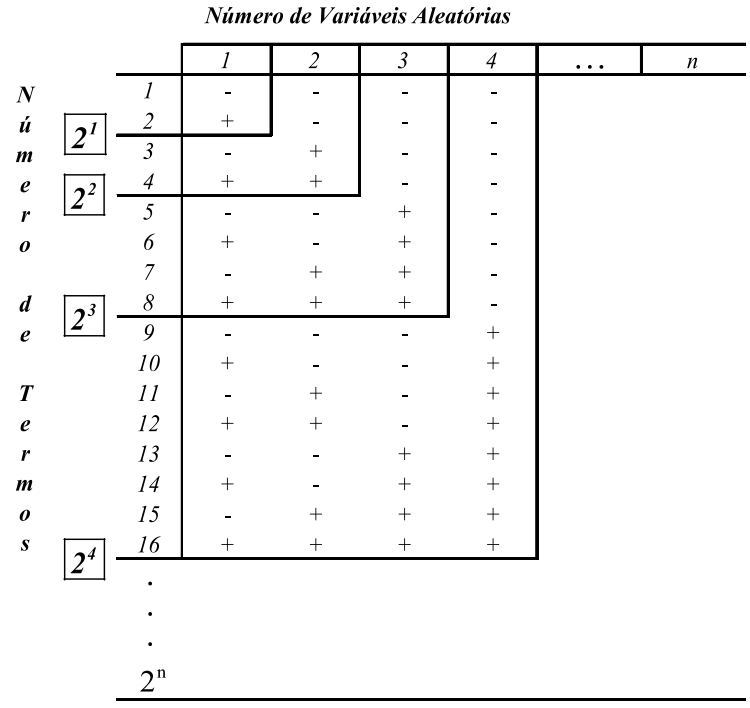


Figura 3.8 – Combinações utilizadas no método PEM.
Fonte: Maia (2003).

A partir dos resultados obtidos, determinou-se o valor da média e desvio padrão de *FS*. Adotou-se a distribuição lognormal para distribuição de *FS*, obtendo-se, por fim, o índice de confiabilidade e a probabilidade falha.

3.3.2.2 Verificação da Aceitabilidade

Ao final, de posse dos indicadores de confiabilidade das análises via EL e MEF, realizou-se o comparativo com os valores limites indicados por El-Ramly (2001).

4 RESULTADOS

4.1 Análise determinística

4.1.1 Via EL

Para Silva (2015) a realização da análise determinística é o primeiro passo para aplicação da abordagem de confiabilidade, pois estas são complementares àquelas e, por vezes, podem ser direcionadas pelas análises determinísticas.

Na Figura 4.1 é apresentado a superfície crítica da encosta e o *FS* associado. Na mesma figura é possível observar o grid de busca das superfícies tentativas, com gradientes de cores para os fatores de segurança associados.

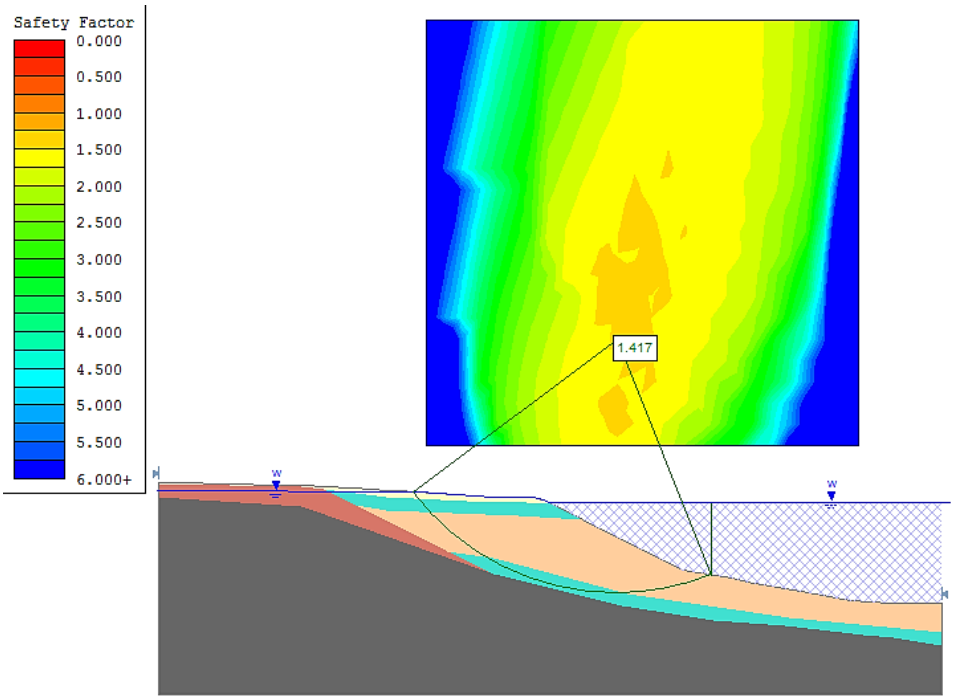


Figura 4.1 – Resultado determinístico da análise via EL no Slide.
Fonte: O Autor (2021).

Pode-se observar que o valor de *FS* é de 1,417, relativamente distante da condição de ruptura, isto é, *FS*>1, o que indica uma situação segura.

Quanto à superfície de ruptura, esta é compatível com a situação real, pois a cunha se desenvolveu inteiramente em solo mole, sendo limitada em profundidade pelo solo mais resistente.

4.1.2 Via MEF

A análise de convergência da malha pelo MEF foi realizada até a malha com 25.877 elementos. Na Figura 4.2 são apresentados os resultados das simulações orientadas para a avaliação da discretização ótima.

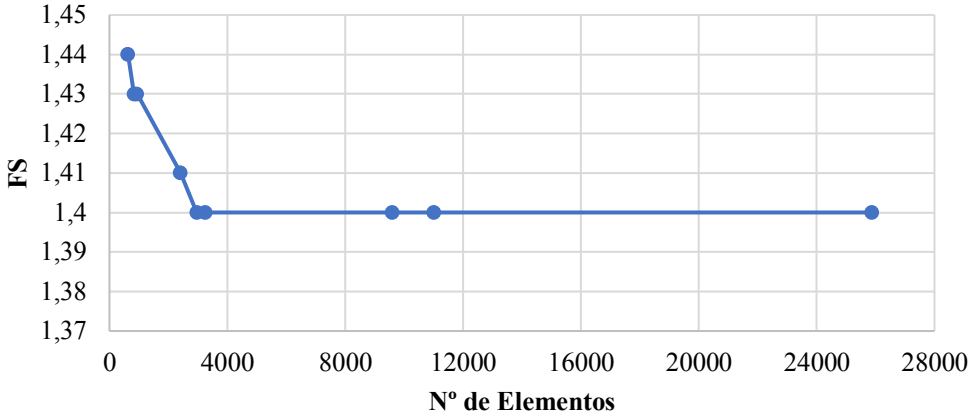


Figura 4.2 – Convergência da malha utilizada no modelo da encosta
Fonte: O Autor (2021).

A partir da malha de 2.963 elementos foi possível alcançar a convergência, com FS = 1,4. No entanto, a fim de evitar problemas de espalhamento na determinação das tensões/deformações cisalhantes, optou-se por utilizar a malha com 9.600 elementos. Sendo, portanto, essa a malha escolhida para o modelo nas análises via MEF.

Na Figura 4.3 é possível observar a região refinada, com a configuração de malha final. Essa região foi escolhida para ser refinada por ser a região onde ocorreu a ruptura e onde há maiores tensões cisalhantes.

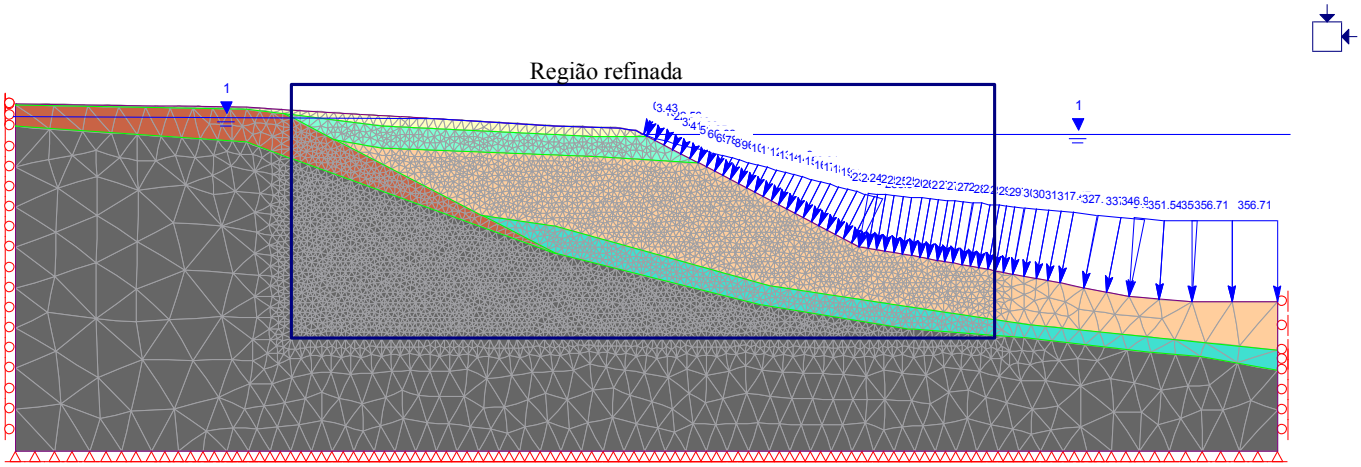


Figura 4.3 – Malha refinada utilizada na modelagem, com 9.600 elementos
Fonte: O Autor (2021).

Na Figura 4.4 apresentam-se as máximas deformações cisalhantes e o *FS* determinístico da encosta fluvial, obtidos pela aplicação do MEF.

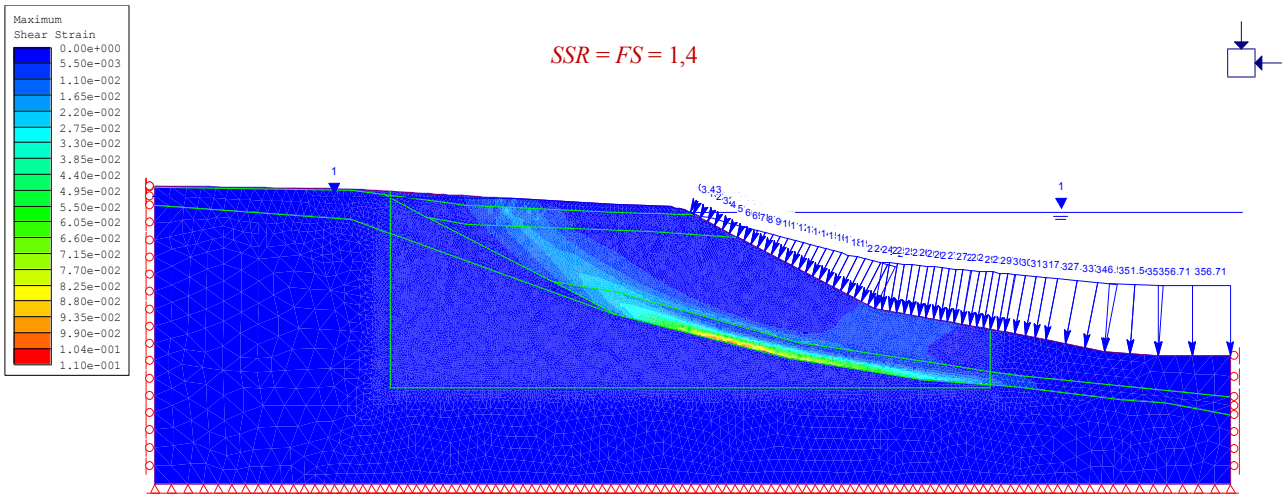


Figura 4.4 – Resultado determinístico da análise via MEF no Phase2.
Fonte: O Autor (2021).

O valor de *FS* obtido é de 1,40, novamente, um valor de $FS > 1$, indicando estabilidade da encosta. Esse valor de *FS* foi apenas 1,20% inferior ao cálculo de *FS* determinístico via EL. Portanto, é possível observar que ambos os métodos chegaram a valores de *FS* bem próximos, e, se considerarmos apenas a análise convencional de taludes, isto é, a análise determinística, podemos concluir que o talude se encontrava em segurança, pois *FS* > 1.

A comparação entre as superfícies de ruptura dos dois métodos é realizada na Figura 4.5.

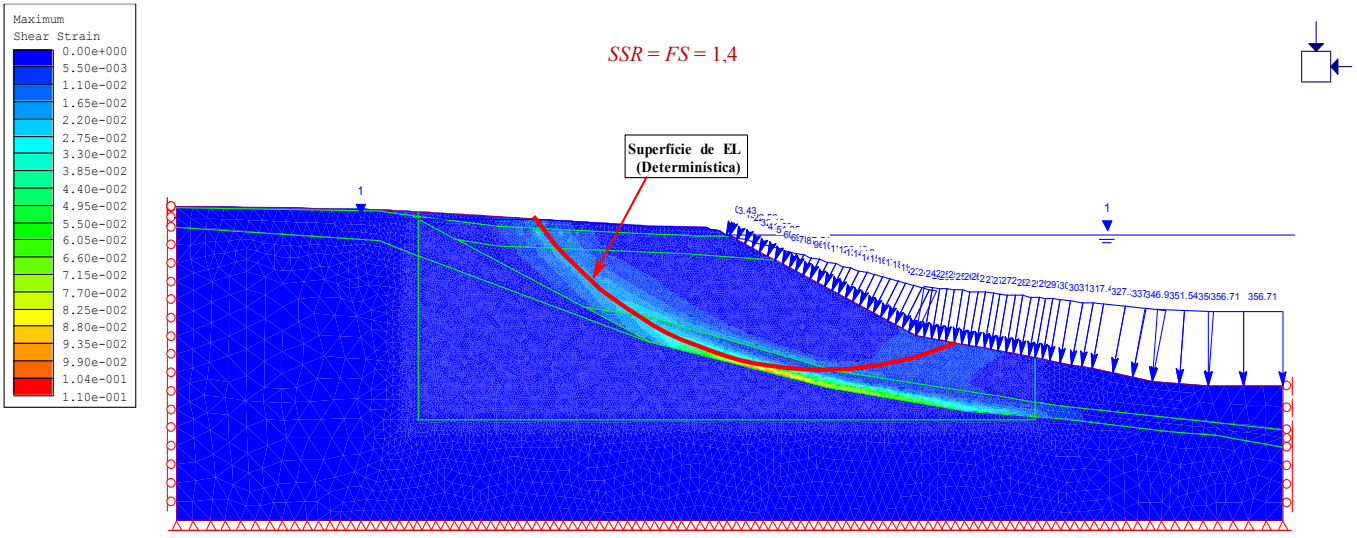


Figura 4.5 – Comparação entre superfícies de ruptura em EL e MEF.
Fonte: O Autor (2021).

Quanto à superfície de ruptura, novamente, ambos os métodos retornaram resultados similares, com posições semelhantes para a superfície de ruptura. No que diz respeito à profundidade, as superfícies de ruptura foram delimitadas pelo solo residual, o qual é mais resistente que as camadas de argilas moles, o que também é compatível com a superfície de ruptura real. Contudo, tal superfície só pode ser considerada como potencial modo de falha, pois essas análises indicaram estabilidade do talude.

É importante notar que, apesar da escolha de uma malha relativamente bem refinada, no modelo determinístico via MEF houve um espalhamento das tensões junto ao pé do talude, o que dificulta definir com precisão a posição de saída da superfície de ruptura, tal como indicado na seção 2.5.2. Contudo, um maior refinamento da malha nessa região pode auxiliar na redução dessa zona de espalhamento, consoante ao que afirma Raissakis (2012).

4.2 Análise de confiabilidade

4.2.1 Via EL

4.2.1.1 Método de Monte Carlo

Foram realizadas ao todo 500 mil simulações para o método MC via EL. Contudo, conforme a análise de convergência da Probabilidade de falha pelo número de simulações, apresentada na Figura 4.6, um número de cerca de 200 mil simulações já seria suficiente para obtenção de resultados consistentes.

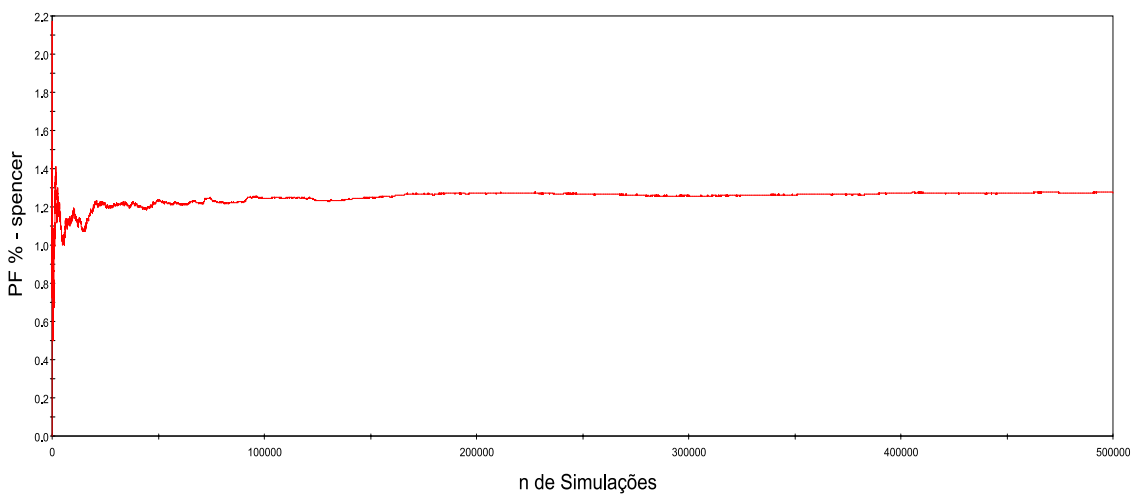


Figura 4.6 – Convergência do método de Monte Carlo.
Fonte: O Autor (2021).

Conforme se observa na Figura 4.7, a probabilidade de falha dada pelo método MC foi de P_f = 1,275% e o Índice de Confiabilidade β = 2,156%. O valor médio de *FS* (E[*FS*]) foi de 1,410, apenas 0,49% inferior ao *FS* determinístico baseado em EL, e 0,71% superior ao valor obtido pelo MEF determinístico.

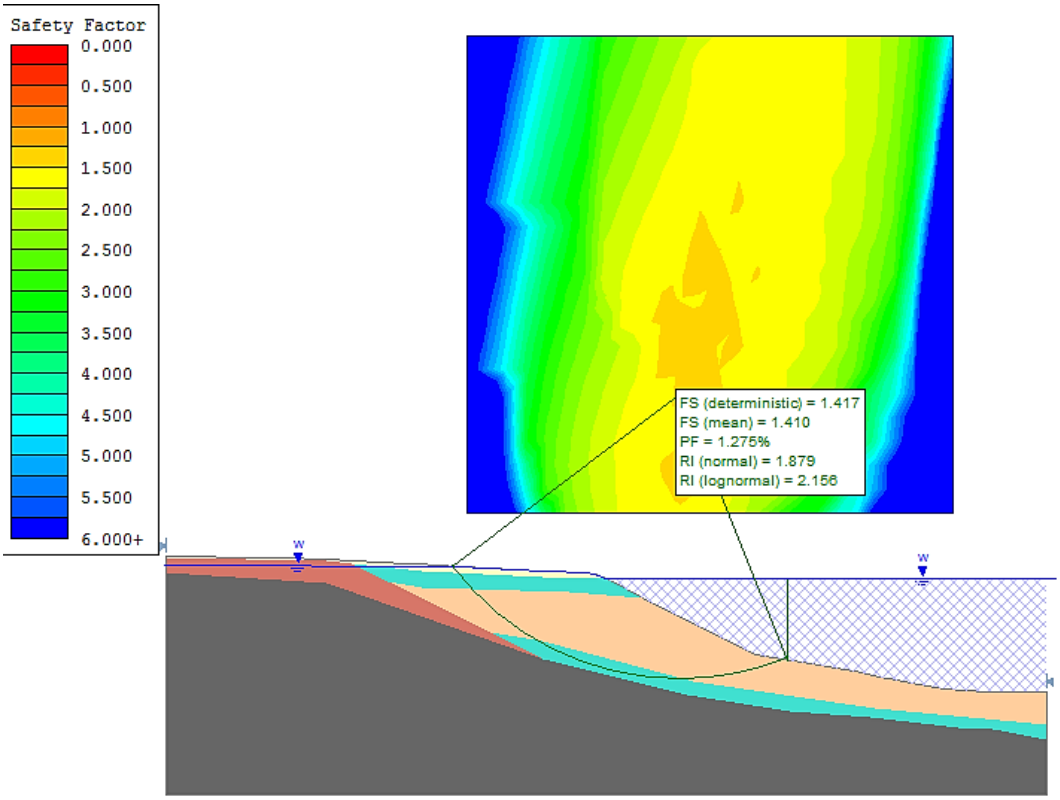
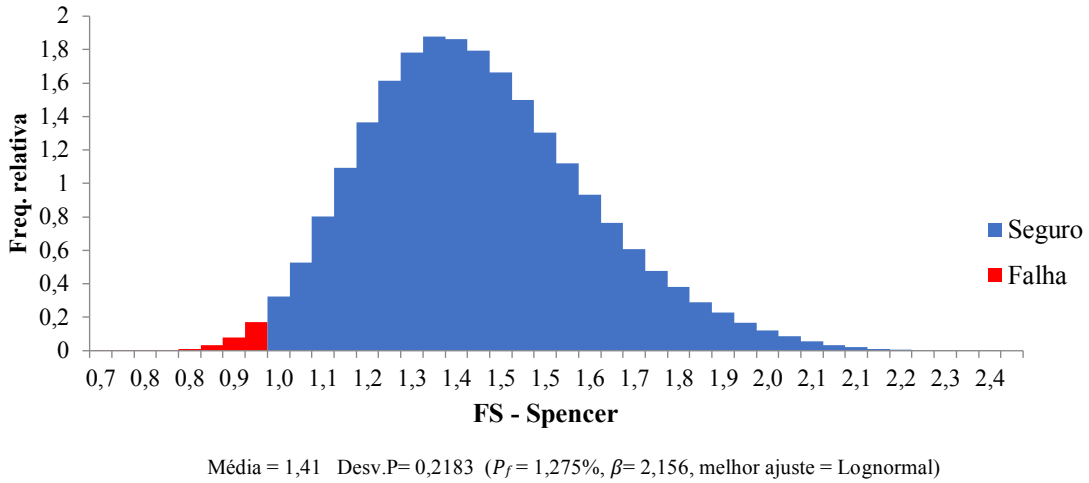


Figura 4.7 – Resultado do método de Monte Carlo
Fonte: O Autor (2021).

O histograma de *FS* obtido pelas simulações de MC é apresentado na Figura 4.8. A distribuição que melhor se ajustou a esse histograma foi a do tipo lognormal. Em destaque, na caudal à esquerda, é possível visualizar a região de falha, a qual representa os eventos de falha da encosta ($FS \leq 1$), correspondente a 1,275% do total de simulações.



Média = 1,41 Desv.P= 0,2183 (P_f = 1,275%, β= 2,156, melhor ajuste = Lognormal)

Figura 4.8 – Histograma dos resultados do MC com região de falha ($FS \leq 1$) em destaque.
Fonte: O Autor (2021).

4.2.1.2 Sensibilidade

A análise de sensibilidade permite definir a influência das variáveis de entrada na determinação da variável de saída El-Ramly (2001). Adicionalmente, para EL-Ramly, Morgenstern e Cruden (2002), a avaliação dos fatores de maior impacto no valor de *FS* permite com que sejam alocados recursos, em termos temporais e materiais, para reduzir as incertezas desses parâmetros.

Na Figura 4.9 é apresentado o gráfico da sensibilidade de *FS* em função da variação das variáveis aleatórias de entrada. Graficamente, quanto mais acentuada a inclinação (positiva ou negativa) da reta de uma variável de entrada, maior sua influência no valor de *FS*.

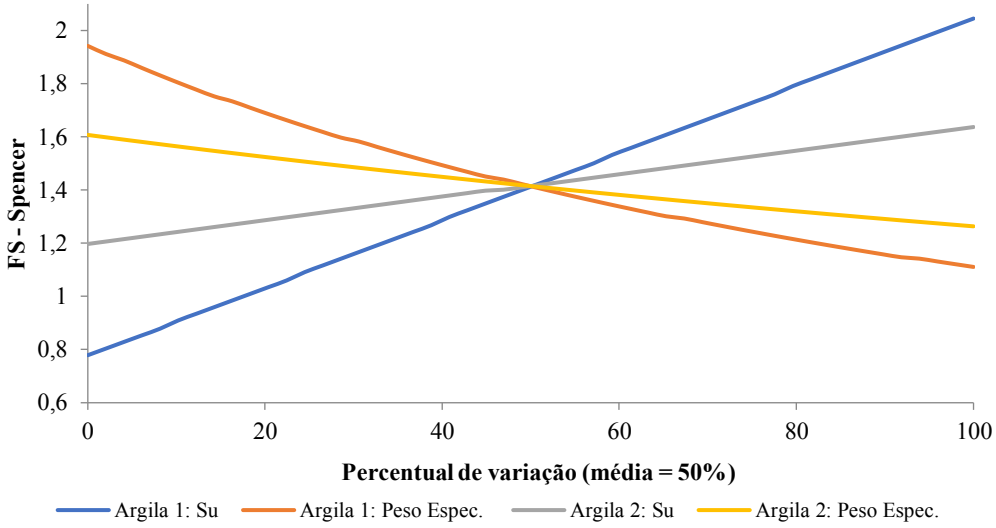


Figura 4.9 – Sensibilidade no método de Monte Carlo.
Fonte: O Autor (2021).

A partir dos resultados de sensibilidade, nota-se que a variável aleatória que mais influenciou a variação de *FS* foi o Su da Argila 1. Em seguida, o Peso específico da Argila 1. Por sua vez, observa-se que as variáveis aleatórias da Argila 2 influenciaram a sensibilidade em menor grau, e de maneira balanceada entre si.

Nas Figuras seguintes (Figura 4.10, Figura 4.11, Figura 4.12 e Figura 4.13) apresentam-se as dispersões de *FS* em relação às variáveis de entrada. Observa-se que, conforme os valores de Su aumentam, o valor de *FS* também tende a aumentar. Logo, tais resistências apresentam correlação positiva com *FS*.

A correlação mais forte encontrada ocorreu entre a resistência não-drenada (Su) da Argila 1 e o *FS*, com coeficiente de correlação de 0,892; alfa= 0,658 e beta= 0,018. Por sua vez, o coeficiente de correlação de Su da Argila 2 e *FS* foi de 0,346; alfa = 0,759 e beta = 0,018, demonstrando uma correlação positiva fraca entre essas duas variáveis aleatórias.

De maneira inversa, os pesos específicos das Argilas estão correlacionados negativamente. Para o peso específico da Argila 1 e *FS*, os resultados foram de -0,131 para o coeficiente de correlação, alfa= 2,369 e beta= -0,064. Para o peso específico da Argila 2 o coeficiente de correlação em relação a *FS* foi de -0,251, alfa= 3,261 e beta= -0,123.

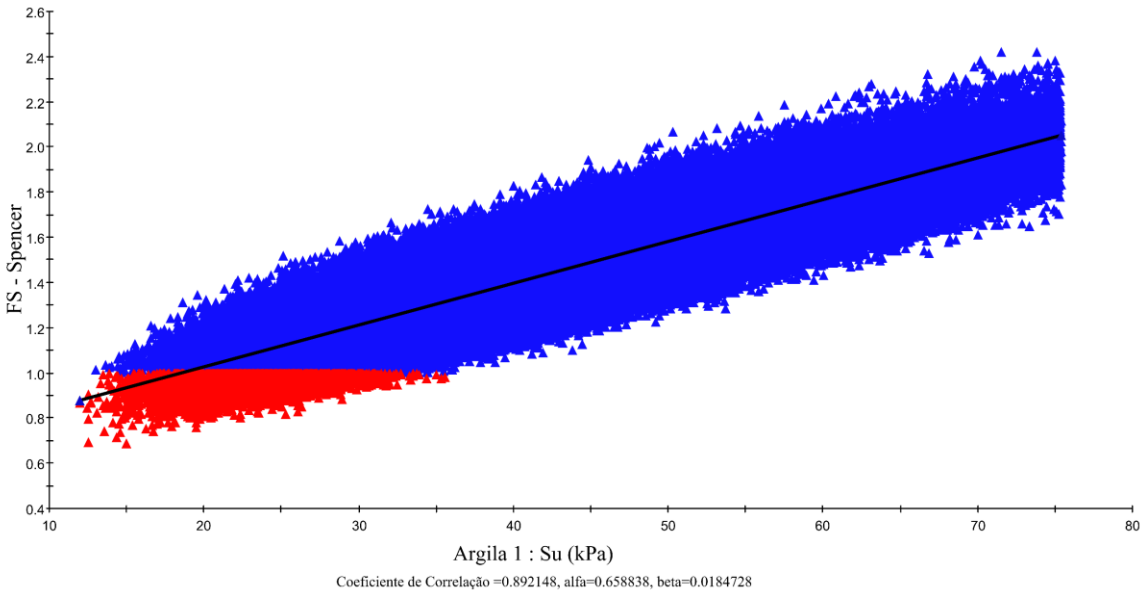


Figura 4.10 – Correlação entre Su da Argila 1 e *FS* pelo método de MC.
Fonte: O Autor (2021).

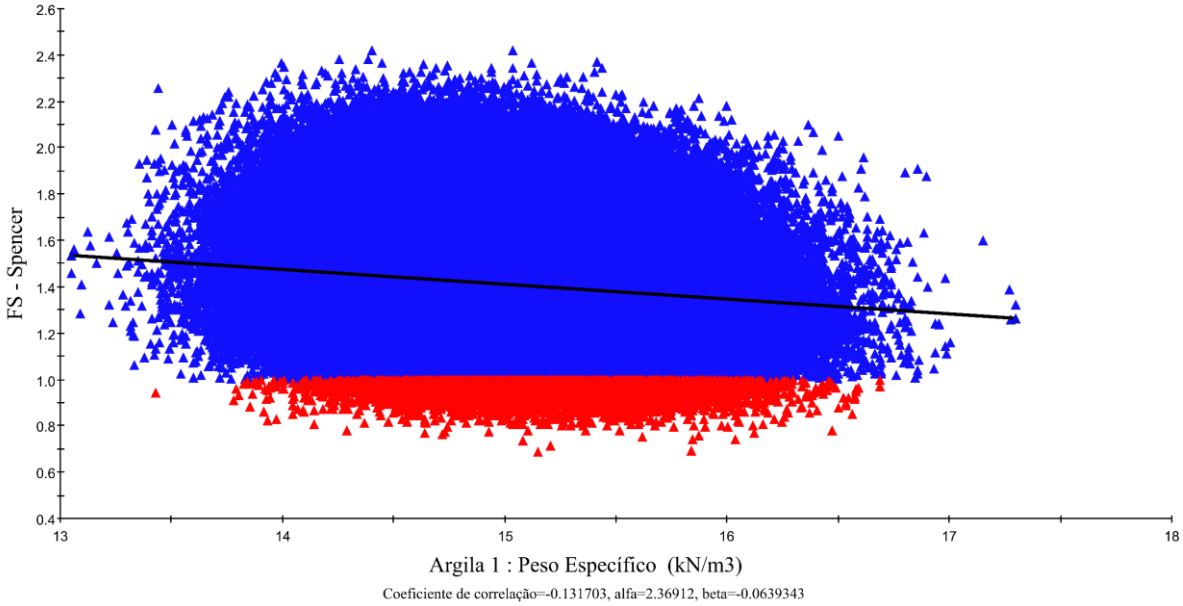


Figura 4.11 – Correlação entre o Peso Espec. da Argila 1 e *FS* pelo método de MC.
Fonte: O Autor (2021).

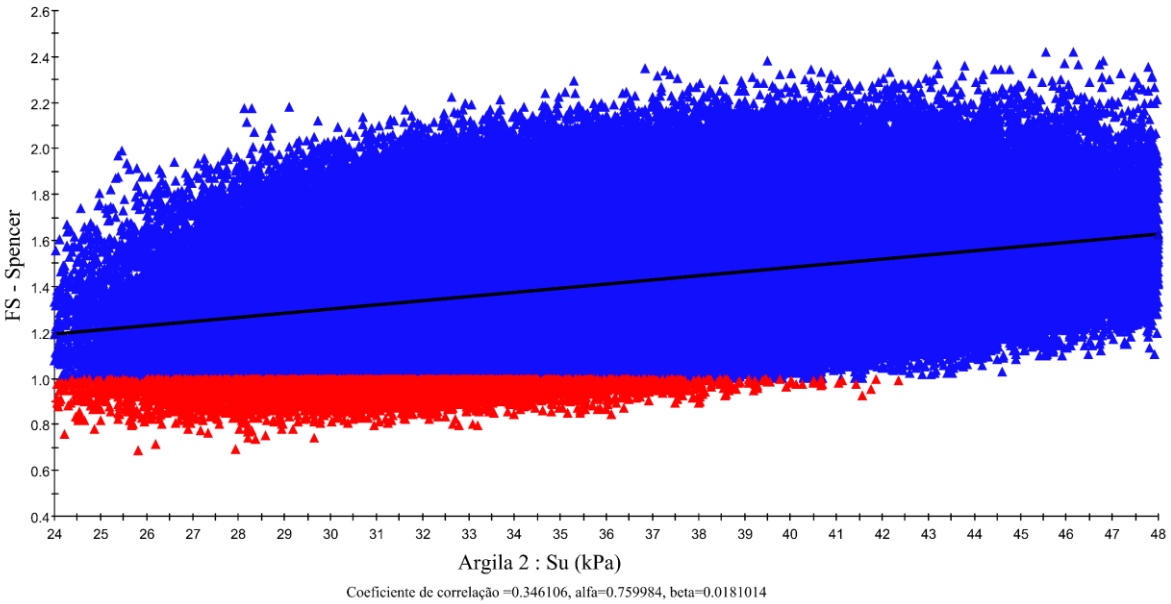


Figura 4.12 – Correlação entre Su da Argila 2 e *FS* pelo método de MC.
Fonte: O Autor (2021).

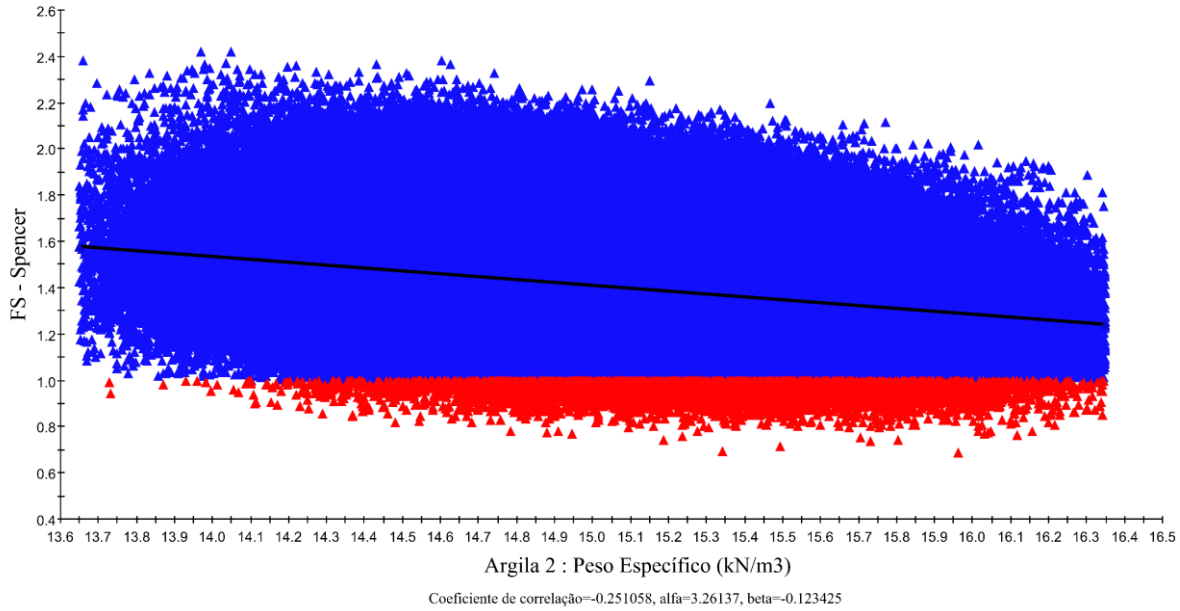


Figura 4.13 – Correlação entre o Peso Espec. da Argila 2 e *FS* pelo método de MC.
Fonte: O Autor (2021).

4.2.1.3 FOSM

Como o número total de variáveis aleatórias é quatro ($n = 4$), então tem-se que

$$n + 1 = 5 \text{ Estimativas}$$

Dessas estimativas, uma deve ser executada considerando-se os valores médios de cada parâmetro, as demais, considerando-se o incremento. O incremento adotado foi de 10% da média de cada variável aleatória. Os valores dos parâmetros médios, o incremento de 10% em cada um deles, e o resultado da soma destes ao valor médio é apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros de entrada do método FOSM.

	Variáveis	**Média** ($\bar{X}$)	δX_i **(10%)**	**Média + 10%** ($\bar{X}+ \delta X_i$)
Argila 1	Su (kPa)	41	4,1	45,1
	γ (kN/m³)	15	1,5	16,5
Argila 2	Su (kPa)	36	3,6	39,6
	γ (kN/m³)	15	1,5	16,5

Fonte: O Autor (2021).

Na Tabela 4.2 apresentam-se os valores da função desempenho avaliada no *software* Slide. As entradas utilizadas são também apresentadas.

Tabela 4.2 – Avaliação da função desempenho (*FS*) no método FOSM via EL.

nº da estimativa	Argila 1		Argila 2		FS_i (Spencer)
	Su (kPa)	γ (kN/m³)	Su (kPa)	γ (kN/m³)	
1 ($E[FS]$)	**41**	**15**	**36**	**15**	**1,417**
2	45,1	15	36	15	1,473
3	41	16,5	36	15	1,327
4	41	15	39,6	15	1,480
5	41	15	36	16,5	1,243

Fonte: O Autor (2021).

Na Tabela 4.3 são apresentados os resultados do método FOSM para determinação da variância de *FS*. Apresenta-se, também, a contribuição individual de cada variável aleatória para a variância de *FS*.

Tabela 4.3 – Resultados básicos do método FOSM e contribuições de cada variável via EL.

	Variáveis	δX_i	δFS_i	$\frac{\delta FS_i}{\delta X_i}$	$V[X_i]$	$\left(\frac{\delta FS_i}{\delta X_i}\right)^2 x\, V[X_i]$	Contribuição (%)
Argila 1	Su (kPa)	4,1	0,06	0,014	124,936	0,02331	71,73%
	γ (kN/m³)	1,5	-0,09	-0,060	0,203	0,00073	2,24%
Argila 2	Su (kPa)	3,6	0,06	0,018	18,720	0,00573	17,64%
	γ (kN/m³)	1,5	-0,17	-0,116	0,203	0,00272	8,39%

Fonte: O Autor (2021).

A partir dos resultados da Tabela 4.3, determinou-se a variância de *FS* igual a V[*FS*] = 0,032 e o desvio padrão $\sigma[FS]$ = 0,179.

Com base nesses valores, obteve-se o índice de confiabilidade pelo método FOSM igual a 2,71. Por sua vez, a probabilidade de ruptura apresentada foi de $3{,}40.10^{-3}$ ou cerca de 0,34%. Tais resultados indicam uma maior confiabilidade da encosta se comparados com os valores obtidos pelo método de MC.

O método FOSM, além de calcular a probabilidade de falha, permite verificar a contribuição de cada uma das variáveis. Assim, a variável Su da Argila 1 é a de maior importância para os resultados da análise, com cerca de 71,73% de contribuição nos resultados (Figura 4.11). Tal resultado é concordante com o que foi obtido pela análise de sensibilidade pelo método de MC.

A contribuição de Su da Argila 2 foi o segundo mais importante com 17,64% de contribuição. Em seguida, os valores da contribuição do peso específico da Argila 1 e Argila 2

foram de 2,24% e 8,39%, respectivamente. De uma maneira geral, as variáveis Su da Argila 1 e 2, segundo o método FOSM, são as que possuem a maior parcela de contribuição (89,37%). Enquanto que os pesos específicos representam pouco mais de 10% do total.

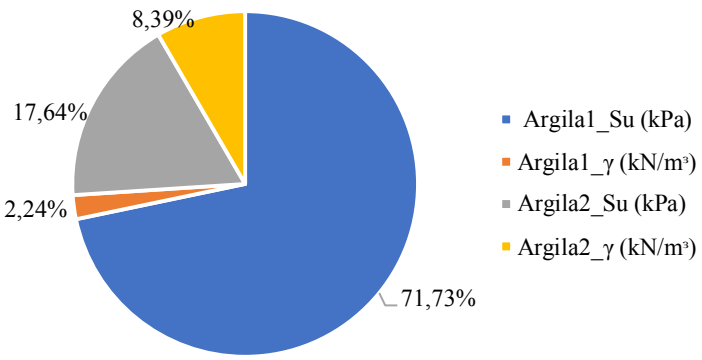


Figura 4.14 – Contribuição de cada variável para os resultados da análise FOSM via EL.
Fonte: O Autor (2021).

4.2.1.4 PEM

Uma vez que o total de variáveis aleatórias é de $n = 4$ variáveis, o número de simulações requeridos pelo método PEM é dado por

$$2^n = 2^4 = 16 \text{ combinações}$$

Na Tabela 4.4 estão descritos os parâmetros utilizados em cada uma das combinações, bem como os resultados de *FS* pelo método de Spencer.

Tabela 4.4 – Resultados do método PEM para análise via EL

Nº da estimativa	**Pontos**				**Valores das Estimativas**				***FS*** **(Spencer)**
	Su-1	**γ-1**	**Su-2**	**γ-2**	**Su-1 (kPa)**	**γ-1 (kN/m³)**	**Su-2 (kPa)**	**γ-2 (kN/m³)**	
1	-	-	-	-	29,82	14,55	31,67	14,55	1,197
2	+	-	-	-	52,18	14,55	31,67	14,55	1,418
3	-	+	-	-	29,82	15,45	31,67	14,55	1,144
4	+	+	-	-	52,18	15,45	31,67	14,55	1,367
5	-	-	+	-	29,82	14,55	40,33	14,55	1,350
6	+	-	+	-	52,18	14,55	40,33	14,55	1,764
7	-	+	+	-	29,82	15,45	40,33	14,55	1,294
8	+	+	+	-	52,18	15,45	40,33	14,55	1,701
9	-	-	-	+	29,82	14,55	31,67	15,45	1,106
10	+	-	-	+	52,18	14,55	31,67	15,45	1,292
11	-	+	-	+	29,82	15,45	31,67	15,45	1,064

12	+	+	-	+	52,18	15,45	31,67	15,45	1,250
13	-	-	+	+	29,82	14,55	40,33	15,45	1,608
14	+	-	+	+	52,18	14,55	40,33	15,45	1,608
15	-	+	+	+	29,82	15,45	40,33	15,45	1,191
16	+	+	+	+	52,18	15,45	40,33	15,45	1,556
								E[*FS*]	1,369
								V[*FS*]	0,045
								B(lognormal)	1,97
								Pf(lognormal)	2,46%

Fonte: O Autor (2021).

O índice de confiabilidade encontrado pelo método PEM foi de 1,97 e a probabilidade de falha de $2{,}46\,.\,10^{-2}$. Estes valores representam uma menor confiabilidade da encosta se comparados com os resultados encontrados pelo MC e na análise utilizando o método FOSM. Maiores probabilidades de falha também foram reportadas por Phoon e Ching (2015).

4.2.2 Via MEF

4.2.2.1 FOSM

Os parâmetros de entrada utilizados na análise FOSM via MEF são os mesmos apresentados na Tabela 4.1. Novamente, o incremento adotado para os parâmetros foi de 10% da média. Utilizou-se o mesmo número de estimativas.

Os resultados da avaliação de *FS* via MEF, considerando os valores incrementais são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Avaliação da função desempenho (*FS*) no método FOSM via MEF.

nº da estimativa	**Argila 1**		**Argila 2**		$\boldsymbol{FS_i}$ **(SSR)**
	Su (kPa)	**γ (kN/m³)**	**Su (kPa)**	**γ (kN/m³)**	
1 ($\boldsymbol{E[FS]}$)	**41**	**15**	**36**	**15**	**1,400**
2	45,1	15	36	15	1,450
3	41	16,5	36	15	1,310
4	41	15	39,6	15	1,470
5	41	15	36	16,5	1,220

Fonte: O Autor (2021).

Na Tabela 4.6 são apresentados os resultados do método FOSM para determinação dos primeiros momentos de *FS*, bem como da contribuição individual de cada variável aleatória considerada.

Tabela 4.6 – Resultados do método FOSM e contribuições de cada variável via MEF

	Variáveis	δX_i	δFS_i	$\frac{\delta FS_i}{\delta X_i}$	$\mathrm{Var}[X_i]$	$\left(\frac{\delta FS_i}{\delta X_i}\right)^2 x\, V[X_i]$	Contribuição (%)
Argila 1	Su (kPa)	4,1	0,05	0,012	124,936	0,01858	63,41%
	γ (kN/m³)	1,5	-0,09	-0,060	0,203	0,00073	2,49%
Argila 2	Su (kPa)	3,6	0,07	0,019	18,720	0,00708	24,15%
	γ (kN/m³)	1,5	-0,18	-0,120	0,203	0,00292	9,95%

Fonte: O Autor (2021).

O índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura determinados nessa análise são iguais a 2,72 e 0,33%, respectivamente.

Os resultados das contribuições de cada variável aleatória são ilustrados na Figura 4.15. Assim como no método FOSM via EL, os resultados indicam a resistência não-drenada (Su) da Argila 1 é o fator de maior contribuição para o valor de *FS*. Com efeito, a resistência não-drenada da Argila 1 teve cerca de 63,41% de contribuição na variação do *FS*.

A contribuição de Su da Argila 2 é de cerca de 24,15%. Os pesos específicos da Argila 1 e Argila 2, contribuíram com 2,49% e 9,95% do valor de *FS*, respectivamente.

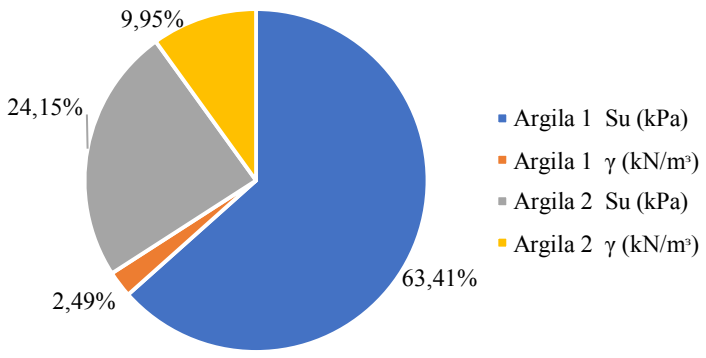


Figura 4.15 – Contribuição das variáveis aleatórias para os resultados da análise FOSM via MEF.
Fonte: O Autor (2021).

4.2.2.2 PEM

Na Tabela 4.7 são apresentados os resultados da análise de confiabilidade usando as estimativas pontuais via MEF.

Tabela 4.7 – Resultados do método PEM para análise via MEF

Nº da estimativa	Pontos				Valores das Estimativas				*FS* (*SSR*)
	Su-1	γ-1	Su-2	γ-2	Su-1 (kPa)	γ-1 (kN/m³)	Su-2 (kPa)	γ-2 (kN/m³)	
1	-	-	-	-	29,82	14,55	31,67	14,55	1,200
2	+	-	-	-	52,18	14,55	31,67	14,55	1,380
3	-	+	-	-	29,82	15,45	31,67	14,55	1,140
4	+	+	-	-	52,18	15,45	31,67	14,55	1,340
5	-	-	+	-	29,82	14,55	40,33	14,55	1,330
6	+	-	+	-	52,18	14,55	40,33	14,55	1,740
7	-	+	+	-	29,82	15,45	40,33	14,55	1,270
8	+	+	+	-	52,18	15,45	40,33	14,55	1,680
9	-	-	-	+	29,82	14,55	31,67	15,45	1,090
10	+	-	-	+	52,18	14,55	31,67	15,45	1,250
11	-	+	-	+	29,82	15,45	31,67	15,45	1,050
12	+	+	-	+	52,18	15,45	31,67	15,45	1,210
13	-	-	+	+	29,82	14,55	40,33	15,45	1,220
14	+	-	+	+	52,18	14,55	40,33	15,45	1,580
15	-	+	+	+	29,82	15,45	40,33	15,45	1,170
16	+	+	+	+	52,18	15,45	40,33	15,45	1,540
								E[*FS*]	1,324
								V[*FS*]	0,041
								B(lognormal)	1,78
								Pf (lognormal)	3,75%

Fonte: O Autor (2021).

O índice de confiabilidade encontrado pelo método PEM via MEF foi de 1,78 e a probabilidade de falha de $3{,}75 \,.\, 10^{-2}$. Tais resultados corroboram com os que foram obtidos no método PEM via EL, demonstrando que, para o presente estudo de caso, o método PEM resulta em valores maiores de P_f que o método MC.

O baixo desempenho do método PEM frente a valores altos de COV, como é caso da resistência não-drenada da Argila 1 (Su-1), é um dos motivos para essa diferença em relação ao método de MC, considerado mais preciso.

4.3 Resumo comparativos dos métodos confiabilidade e a aceitabilidade

Na Tabela 4.8, Figura 4.16 e Figura 4.17, estão sintetizados os principais resultados das análises de confiabilidade executadas.

Tabela 4.8 – Resumo das Análises de Confiabilidade

	MEL			MEF	
	PEM	**FOSM**	**MC**	**PEM**	**FOSM**
B(lognormal)	1,97	2,71	2,16	1,78	2,72
Pf(lognormal)	2,46%	0,34%	1,27%	3,75%	0,33%

Fonte: O Autor (2021).

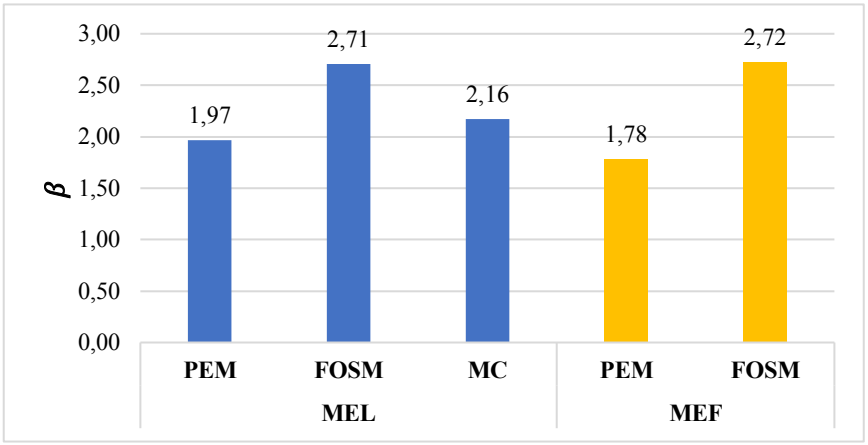


Figura 4.16 – Resumo dos resultados do índice de confiabilidade.
Fonte: O Autor (2021).

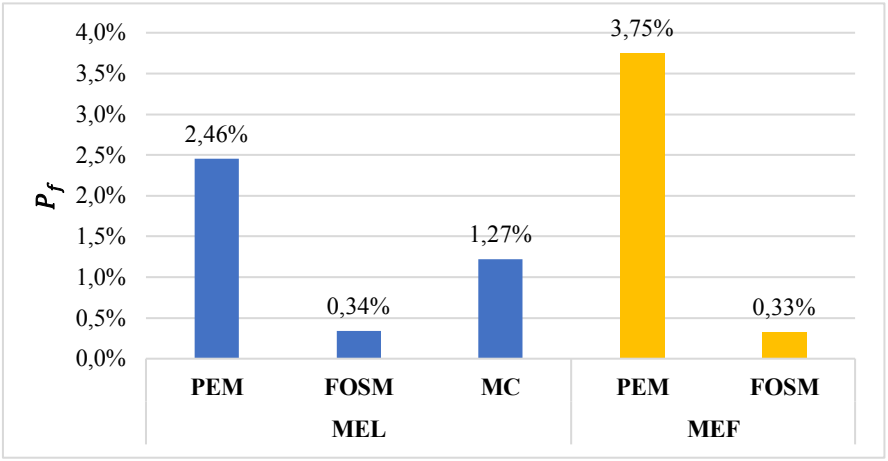


Figura 4.17 – Resumo dos resultados de probabilidade de ruptura.
Fonte: O Autor (2021).

De acordo com os resultados encontrados, o método FOSM apresentou os menores valores de probabilidade de falha e maiores índices de confiabilidade, tanto nas análises via EL quanto nas análises via MEF. Além disso, este método necessitou de um menor número de

estimativas e, portanto, dentre os métodos de confiabilidade utilizados foi o mais rápido e prático.

Já o método de MC apresentou valores intermediários de confiabilidade, tanto de β e P_f. O que demonstra sua aplicabilidade se comparado aos métodos aproximados, apesar do seu custo computacional.

Por sua vez, o método PEM foi o que apresentou valores de probabilidade de ruptura mais elevados, e menores valores de confiabilidade, sendo, portanto, mais conservador quando comparado aos demais, no presente estudo.

Adotando-se como limite aceitável para probabilidade de falha o valor de $2 . 10^{-2}$, tal como sugerido por El-Ramly (2001), tanto o método de MC quanto o método FOSM (via EL e MEF) apresentam desempenho adequado/aceitável. Porém, em nenhum dos dois casos analisados o método PEM tem desempenho satisfatório.

Apesar disso, segundo Phoon e Ching (2015), desde que não seja alterada a ordem de grandeza, variações de alguns decimais da probabilidade de falha não representam adições significativas às estimativas. Tal conclusão pode, também, ser obtida pela análise da Figura 2.13, onde se pode observar que a probabilidade de falha varia em escala logarítmica e o índice de confiabilidade varia em escala linear.

Apesar das variações observadas, os métodos probabilísticos apresentaram resultados balanceados e relativamente próximos. Portanto, a diferença entre os métodos para a encosta estudada é considerada pequena, tanto para as análises via EL quanto via MEF.

Por fim, considerando os cenários elaborados no presente trabalho, e a partir dos resultados encontrados, é possível afirmar que a ruptura ocorrida nessa encosta fluvial não se deu em razão variabilidade dos parâmetros do solo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por mais que se aumente o número de ensaios em campo ou laboratório o grau de incerteza sempre estará presente, assim, é mais racional buscar encontrar o ponto de equilíbrio, que seja econômico, seguro e prático. Nesse sentido, a incorporação da abordagem de confiabilidade nas análises de taludes permite uma maior racionalidade frente às incertezas inerentes, sobretudo de encostas naturais.

5.1 Análises determinísticas

No presente trabalho, as análises determinísticas permitiram determinar o *FS* via método de EL e MEF. Isoladamente, por meio dessas duas análises, os resultados apontam para a estabilidade da encosta, pois os valores de *FS* foram superiores a 1.

O método numérico (MEF) apresentou grande concordância com os resultados em EL, tanto em termos de *FS* quanto na superfície de ruptura. Tais resultados demonstram a aplicabilidade do MEF à estabilidade de encostas.

5.2 Análises de Confiabilidade

O índice de confiabilidade e a probabilidade de falha foram determinados por diferentes métodos de confiabilidade (MC, FOSM e PEM), complementando as análises determinísticas pela incorporação das incertezas nas propriedades dos solos.

O método FOSM foi o que apresentou maiores valores de confiabilidade e menores valores de probabilidade de ruptura dentre todos os métodos aplicados à análise da encosta, tanto via EL quanto via MEF.

O método PEM apresentou as maiores probabilidades de falha/ruptura e, portanto, menores índices de confiabilidade. Assim, no presente estudo, o método PEM foi o mais conservador entre todos os métodos utilizados. Em seguida, o método MC indicou valores intermediários de confiabilidade, quando comparado aos demais.

Comparativamente, todos os métodos que avaliaram a sensibilidade da função desempenho em relação às variáveis aleatórias, permitem concluir que o parâmetro Su da Argila 1 foi o mais importante para a estabilidade da encosta, sendo, portanto, mais provável que a ruptura tenha se iniciado na Argila 1 por meio de algum mecanismo de redução de resistência

(por exemplo, alteração de poropressão, alteração de geometria ou carregamento, etc.). Inversamente, o peso específico da Argila 2 foi o de menor relevância para alteração de *FS*.

5.3 Aceitabilidade

Ainda não há um consenso para valores de aceitabilidade dos diversos tipos de sistemas geotécnicos (ex.: taludes de mineração, barragens). De fato, esse é certamente o fator de maior dificuldade nas análises de confiabilidade. Além disso, essa indefinição da aceitabilidade se torna ainda mais acentuada diante da encosta fluvial estudada; localizada em uma região de poucos casos correlatos e composta por solos moles.

Apesar de ainda não haver níveis de aceitabilidade generalizados, todas as metodologias aplicadas indicaram valores de probabilidade de falhas menores que 5%. Assim, tais resultados permitem concluir que a encosta se encontrava estável.

Nesse sentido, é coerente supor que outras causas não abrangidas no presente estudo, mas que de alguma forma influenciavam a estabilidade dessa encosta fluvial, tenham contribuído de maneira determinante para a ruptura desta. Assim, a partir de uma perspectiva mais ampla, algum outro fator/processo deve ter deflagrado a ruptura, uma vez que se trata de um sistema geotécnico complexo.

Como possíveis outros gatilhos de ruptura dessa encosta, pode-se citar: a reologia (desgaste temporal das propriedades do solo); os carregamentos cíclicos como o nível do rio influenciado pela maré; chuvas; erosões ou deposições no pé do talude; etc. Ressalta-se, portanto, a necessidade da aplicação sistemática da confiabilidade aos demais componentes dessa encosta (relacionados às cargas ou resistências), o que demanda a realização de outras pesquisas.

5.4 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros sugere-se:

1. Uma análise 3D da encosta ou de outras encostas naturais para comparação com os modelos 2D de confiabilidade, verificando as similaridades e diferenças;
2. Realização de estudos estocásticos das variáveis, pois a dependência do tempo é um dos principais pontos que afetam a estabilidade das encostas naturais fluviais, como a que foi estudada. Entre os parâmetros possíveis de serem avaliados o comportamento

hidrodinâmico, sobretudo o nível do rio e alterações de poropressão causadas, devem ser considerados;

3. Realizar uma análise acoplada para consideração das alterações de poropressão causadas por chuvas e a análise de confiabilidade;
4. Buscar definir um critério local, no âmbito da região amazônica, de aceitabilidade para encostas em solos moles.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBASZADEH, M. *et al.* Uncertainty and Reliability Analysis Applied to Slope Stability: A Case Study From Sungun Copper Mine. *Geotechnical and Geological Engineering*, v. 29, p. 581–596, 1 jul. 2011.

ABERNETHY, B.; RUTHERFURD, I. The Effect of Riparian Tree Roots on the Mass-Stability of Riverbanks. *Earth Surface Processes and Landforms*, v. 25, p. 921–937, 1 ago. 2000.

ABNT. *NBR 11682 - Estabilidade de encostas*. Rio de Janeiro, RJ: [s.n.], 2009.

ABRAMSON, L. W. *et al. Slope stability and stabilization*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.

ALKASAWNEH, W. *et al.* A comparative study of various commercially available programs in slope stability analysis. *Computers and Geotechnics*, v. 35, n. 3, p. 428–435, 2008. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X07000730>.

ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. 2: Decision, Risk, and Reliability*. 1. ed. [S.l.]: ohn Wiley & Sons Inc, 1984.

ARAUJO, M. B. *Considerações sobre análises probabilísticas de estabilidade de taludes de barragem*. 2018. 65 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2018.

ARVIN, M. R.; ZAKERI, A.; BAHMANI SHOORIJEH, M. Using Finite Element Strength Reduction Method for Stability Analysis of Geocell-Reinforced Slopes. *Geotechnical and Geological Engineering*, v. 37, n. 3, p. 1453–1467, 1 jun. 2019. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10706-018-0699-0>. Acesso em: 7 fev. 2021.

AUGUSTO FILHO, O. Caracterização Geológica-Geotécnica Voltada à Estabilização de Encostas: Uma Proposta Metodológica. 1992, Rio de Janeiro: ABMS-ABGEISSMGE, 1992. p. 721–733.

BAECHER, G. B.; CHRISTIAN, J. T. *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. [S.l.]: John Wiley e Sons Ltd, 2003.

BARATA, F. E. Landslides in Tropical Region of Rio de Janeiro. *Proc. 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering/México*, v. 2, p. 507 – 516, 1969.

BARRETO, E. C. G. *Caracterização física, química, mineralógica e micromorfológica do solo mole do Porto de Santana, no Amapá.* 2015. 207 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2015.

BARRETT, C. Launched Soil Nails: What they are, what they're used for, and how to model them in Slide 2018. 2018, Vancouver, Canada: [s.n.], 2018. p. 3.

BOBET, A. NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 35, p. 27–48, 2010.

BUNGENSTAB, F. C. *Estimativa de recalques de sapatas apoiadas em solos arenosos – Uma abordagem probabilística*. 2011. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Espírito Santo, 2011.

CARSON, M.A., KIRKBY, M. J. *Hillslope Form and Processes*. 2. ed. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1975.

CHAKRABORTY, A.; GOSWAMI, D. Two Dimensional (2D) Slope-Stability Analysis- A review. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRASET)*, v. 6, n. II, p. 2108–2112, 2018.

CHENG, Y. M.; LANSIVAARA, T.; WEI, W. B. Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and Geotechnics*, v. 34, n. 3, p. 137–150, 2007. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X06001108>.

CHIRICO, G. B. *et al.* Role of Vegetation on Slope Stability under Transient Unsaturated Conditions. *Procedia Environmental Sciences*, v. 19, p. 932–941, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1878029613003733>.

CHO, S. E. Probabilistic Assessment of Slope Stability That Considers the Spatial Variability of Soil Properties. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 136, n. 7, p. 975–984, 28 jul. 2010. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29GT.1943-5606.0000309>. Acesso em: 21 abr. 2021.

CHOWDHURY, R.; FLENTJE, P.; BHATTACHARYA, G. *Geotechnical Slope Analysis*. London: Taylor e Francis Group, 2010.

COSTA, E. A. DA. *Avaliação de Ameaças e Risco Geotécnico Aplicados à Estabilidade de Taludes*. 2005. 159 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

DAS, B. M.; AMERATUNGA, J.; SIVAKUGAN, N. *Correlations of Soil and Rock Properties in Geotechnical Engineering*. India: Springer India, 2016.

DAS, B. M.; SOBHAN, K. *Fundamentos de engenharia geotécnica*. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning Edições Ltda, 2015.

DAS, B. M.; SOBHAN, K. *Principles of Geotechnical Engineering*. 9. ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2018.

DAVI BARBOSA COSTA SILVA. *Análise numérica da estabilidade de taludes utilizando o método de Galerkin Livre de Elementos*. 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, 2017.

DELL'AVANZI, E.; SAYÃO, A. . Avaliação da Probabilidade de Ruptura de Taludes. *COBRAMSEG*, v. 2, n. 11, p. 1289–1295, 1998.

DENG, Z. P. *et al.* Reliability evaluation of slope considering geological uncertainty and inherent variability of soil parameters. *Computers and Geotechnics*, v. 92, p. 121–131, 1 dez. 2017.

DHILLON, B. S. *Engineering systems reliability, safety, and maintenance : an integrated approach*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, LLC, 2017.

DIKAU, R. *et al. Landslide Recognition. Identification, Movement and Causes*. John Wiley & Sons: John Wiley & Sons, 1996.

DUNCAN, J. MICHAEL. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 126, n. 4, p. 307–316, 2000.

DUNCAN, JAMES MICHAEL. State of the Art: Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 122, n. 7, p. 577–596, jul. 1996. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9410%281996%

29122%3A7%28577%29>. Acesso em: 20 ago. 2019.

DUNCAN, M.; WRIGHT, S.; BRANDON, T. *Soils Strenght and Slope Stability (2)*. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2014.

EL-RAMLY, H.; MORGENSTERN, N. R.; CRUDEN, D. M. Probabilistic slope stability analysis for practice. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 39, n. 3, p. 665–683, 27 jul. 2002.

EL -RAMLY, H. M. F. *Probabilistic analyses of landslide hazards and risks: Bridging theory and practice*. 2001. 391 f. University of Alberta, Edmonton, 2001.

ERING, P.; BABU, G. L. S. Probabilistic back analysis of rainfall induced landslide- A case study of Malin landslide, India. *Engineering Geology*, v. 208, p. 154–164, 24 jun. 2016.

FATTET, M. *et al.* Effects of vegetation type on soil resistance to erosion: Relationship between aggregate stability and shear strength. *CATENA*, v. 87, n. 1, p. 60–69, 2011. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0341816211000907>.

FENTON, G. A. *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. . Logan, Utah: ASCE Geotechnical Safety and Reliability Committee, 1997.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V. *Risk assessment in geotechnical engineering*. [S.l.]: John Wiley e Sons, Inc., 2008.

FLORES, E. A. F. *Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes Considerando a Variabilidade Espacial do Solo*. 2008. 178 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

FOX, G. A. *et al.* Measuring streambank erosion due to ground water seepage: Correlation to bank pore water pressure, precipitation and stream stage. *Earth Surface Processes and Landforms*, v. 32, n. 10, p. 1558–1573, set. 2007.

GERSCOVICH, D. M. S. *Estabilidade de taludes*. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2016.

GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. [S.l.]: Springer Publishing Company, 2007.

GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 130, n. 5, p. 507–518, 1 maio 2004. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%282004%29130%3A5%28507%29>. Acesso em: 21 abr. 2021.

GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A.; ZIEMANN, H. R. The Influence of Strength Variability in the Analysis of Slope Failure Risk. 28 ago. 2006, Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 28 ago. 2006. p. 113–123. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/40870%28216%299>. Acesso em: 2 jul. 2019.

GRIFFITHS, D. V.; HUANG, J.; FENTON, G. A. Influence of Spatial Variability on Slope Reliability Using 2-D Random Fields. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 135, n. 10, p. 1367–1378, 23 out. 2009. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29GT.1943-5606.0000099>. Acesso em: 21 abr. 2021.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. *Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2000.

HE, Y. *et al.* Stability analysis of seismic slopes with tensile strength cut-off. *Computers and*

Geotechnics, v. 112, p. 245–256, 2019. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X19301326>.

HONG, H. P.; ROH, G. Reliability Evaluation of Earth Slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 134, n. 12, p. 1700–1705, 1 dez. 2008. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%282008%29134%3A12%281700%29>. Acesso em: 21 abr. 2021.

HUANG, Y. H. *Slope Stability Analysis by the Limit Equilibrium Method*. [S.l.]: American Society of Civil Engineers, 2014.

HUTCHINSON, J. N. General report: morphological and geotechnical parameters of landslides in relation to geology and hydrogeology. 1988, Rotterdam: Balkema: Bonnard, C., 1988. p. 3–35.

JAVANKHOSHDEL, S.; BATHURST, R. J. Simplified probabilistic slope stability design charts for cohesive and cohesive-frictional (c-φ{symbol}) soils. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 51, n. 9, p. 1033–1045, 2014.

JAVANKHOSHDEL, S.; LUO, N.; BATHURST, R. J. Probabilistic analysis of simple slopes with cohesive soil strength using RLEM and RFEM. *Georisk*, v. 11, n. 3, p. 231–246, 3 jul. 2017. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17499518.2016.1235712>. Acesso em: 18 fev. 2021.

JESUS, A. C. *Retroanálise de Escorregamentos em Solos Residuais não Saturados*. 2008. 284 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2008.

JHA, S. K.; CHING, J. Simplified reliability method for spatially variable undrained engineered slopes. *Soils and Foundations*, v. 53, n. 5, p. 708–719, 2013. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038080613000905>.

JIANG, S. H.; HUANG, J. S. Efficient slope reliability analysis at low-probability levels in spatially variable soils. *Computers and Geotechnics*, v. 75, p. 18–27, 1 maio 2016.

JINSONG, H. *et al. Geo-Risk 2017: Reliability-Based Design and Code Developments*. [S.l.]: American Society of Civil Engineers, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1061/9780784480700>. (Proceedings).

JUNIOR, A. JOSÉ G. *Análise probabilística da estabilidade de taludes via teoria da confiabilidade*. 2018. 86 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2018.

KHATUN, S.; GHOSH, A.; SEN, D. An experimental investigation on effect of drawdown rate and drawdown ratios on stability of cohesionless river bank and evaluation of factor of safety by total strength reduction method. *International Journal of River Basin Management*, v. 17, n. 3, p. 289–299, 8 ago. 2019.

KNAPPETT, J. A.; CRAIG, R. F. *Craig's Soil Mechanics, Eighth Edition*. 8. ed. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 2012.

LARSON, R.; FARBER, B. *Estatística aplicada*. 6. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

LARSSON, L. *Slope Stability Evaluation from a Risk Management Perspective. Case Study: the Slussen project in Stockholm*. 2018. 109 f. School of Architecture and the Built

Environment, Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Soil and Rock Mechanics. Estocolmo, Suécia, 2018.

LAU, C. K.; CHENG, Y. M. *Slope Stability Analysis and Stabilization: New Methods and Insight*. 2. ed. London: CRC Press, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1201/b17015>.

LOGAN, D. L. *A First Course in the Finite Element Method*. 6. ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2017.

LÓPEZ, C. N. M. *Métodos probabilísticos aplicados na análise da estabilidade de taludes em solo*. 2017. 131 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2017.

LOW, B. K.; TANG, W. H. Efficient Spreadsheet Algorithm for First-Order Reliability Method. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 133, n. 12, p. 1378–1387, 1 dez. 2007. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9399%282007%29133%3A12%281378%29>. Acesso em: 21 abr. 2021.

LOW, B. K.; TANG, W. H. Probabilistic slope analysis using Janbu's generalized procedure of slices. *Computers and Geotechnics*, v. 21, n. 2, p. 121–142, 1997. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X97000190>.

LU, N.; GODT, J. W. *Hillslope Hydrology and Stability*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

LUCAS, J. L. *Soluções de estabilização de taludes junto a plataformas ferroviárias. Caso de estudo: Estabilização de taludes na Linha do Oeste*. 2016. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Instituto Técnico de Lisboa, Departamento de Engenharia civil, 2016.

MAIA, J. A. C. *Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes e Cavidades em Rocha*. 2003. 196 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, BRASÍLIA, 2003.

MIRANDA, M. F. *Avaliação da estabilidade de contenções através de métodos probabilísticos*. 2005. 175 f. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2005.

MODARRES, M.; KAMINSKIY, M.; KRIVTSOV, V. *Reliability engineering and risk analysis*. [S.l.]: Marcel Dekker, Inc., 1999.

NASCIMENTO, A. L. *Análise de estabilidade de contenções via MEF considerando a interação solo-estrutura*. 2012. 273 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

NORRIS, J. E. *et al. Slope stability and erosion control: Ecotechnological solutions*. [S.l.]: Springer Science + Business Media B.V, 2008.

O'CONNOR, P. D. T.; KLEYNER, A. *Practical Reliability Engineering*. 5. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2012.

ONWEREMADU, E. U.; ONYIA, V. N.; ANIKWE, M. A. N. Carbon and nitrogen distribution in water-stable aggregates under two tillage techniques in Fluvisols of Owerri area, southeastern Nigeria. *Soil and Tillage Research*, v. 97, n. 2, p. 195–206, 2007. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016719870700150X>.

PHOON, K.-K. *Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications*. 1. ed. [S.l.]: Taylor e Francis, 2008.

PHOON, K.-K.; CHING, J. *Risk and reliability in geotechnical engineering*. [S.l.]: Taylor e Francis Group, 2015.

PINTO, C. S. *Curso básico de mecânica dos solos*. 3. ed. [S.l.]: Oficina de Textos, 2006.

RAHMAN, M. S.; ULKER, M. B. C. *Modeling and computing for geotechnical engineering : an introduction*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, LLC, 2018.

RAISSAKIS, I. *Comparison of Limit Finite Element Analysis and Strength Reduction Techniques*. 2012. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Institute of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Graz University of Technology, 2012.

RIBEIRO, R. C. H. *Aplicações de probabilidade e estatística em análises geotécnicas*. 2008. 161 f. 2008.

RINALDI, M. *et al.* Monitoring and modelling of pore water pressure changes and riverbank stability during flow events. *Earth Surface Processes and Landforms*, v. 29, n. 2, p. 237–254, 2004.

ROCSCIENCE. *Slide2 Program Overview*. Disponível em: <https://www.rocscience.com/help/slide2/#t=program_overview%2FIntroduction.htm>. Acesso em: 20 dez. 2020.

SANDOVAL, M. A. P. *Análise determinística e probabilística da estabilidade de taludes*. 2012. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012.

SANDRONI, S. S.; SAYÃO, A. S. F. J. Avaliação Estatística do Coeficiente de Segurança de Taludes. *1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes*, v. 2, n. Rio de Janeiro, ABMS, p. 523–535, 1992.

SCHWARZ, M. *et al.* Quantifying the role of vegetation in slope stability: A case study in Tuscany (Italy). *Ecological Engineering*, v. 36, n. 3, p. 285–291, 2010. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925857409001980>.

SILVA, C. C. DA. *Análise de estabilidade de um talude da cava de Alegria utilizando abordagem probabilística*. 2015. 134 f. Dissertação (Mestrado) – Núcleo de Geotecnia - NUGEO, Universidade Federal de Ouro Preto, 2015.

SILVA, J. P. M. DA. *Os métodos de equilíbrio limite e dos elementos finitos na análise de estabilidade de taludes*. 2011. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Porto, 2011.

SINGH, V. P.; JAIN, S. K.; TYAGI, A. K. *Risk and reliability analysis : a handbook for civil and environmental engineers*. [S.l.]: American Society of Civil Engineers (ASCE), 2007.

SOUZA, A. N. DE. *Análise do comportamento da barragem engenheiro Armando Ribeiro Gonçalves – Açu/RN – Durante sua construção, primeiro enchimento e operação do reservatório*. 2017. 293 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Natal, RN, 2017.

TAPIA, A. *et al.* Risk Evaluation of Slope Failure at the Chuquicamata Mine. *In Slope Stability 2007, Proceedings of the 2007 International Symposium on Rock Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering*, p. 477–495, 1 jan. 2007.

TORRES, A. M.; EL-ROBRINI, M. Erosão e Progradação do Litoral Brasileiro – Amapá. *Programa de Geologia e Geofísica Marinha. Ministério do Meio Ambiente*, p. 11–40, 2006.

U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. *Introduction to probability and reliability methods for use in geotechnical engineering*. . DEPARTMENT OF THE ARMY: [s.n.], 1997.

VARGAS, M. Revisão histórico-conceitual dos escorregamentos da Serra do Mar. *Solos e Rochas*, v. 22, n. 1, p. 53–83, 1999.

VARNES, D. J. Slope movement types and processes. *Transportation and Road Research Board, National Academy of Science*, p. 11–33, 1978.

VECCI, A. N. *Análise Probabilística da Estabilidade de um Talude de Mineração*. 2018. 82 f. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2018.

VILHETE, D. F. *Retroanálise da ruptura do talude de montante da Barragem do Açu no final do período construtivo*. 2017. 92 f. Brasil, Natal, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/24603>. Acesso em: 23 jul. 2019.

WALPOLE, R. E. *et al. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. 9. ed. México: Pearson Educación, 2012.

WANG, B. *et al.* Reliability analysis of slopes considering spatial variability of soil properties based on efficiently identified representative slip surfaces. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, v. 12, n. 3, p. 642–655, 1 jun. 2020.

YANG, G. H. *et al.* Slope analysis based on local strength reduction method and variable-modulus elasto-plastic model. *Journal of Central South University*, v. 21, n. 5, p. 2041–2050, 2014.

ZIO, E. *The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*. [S.l.]: Springer-Verlag London, 2013.