



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS MESTRADO PROFISSIONAL

**MATEMÁTICA NAS GRANDES NAVEGAÇÕES: INSTRUMENTOS DE
AFERIÇÃO DE MEDIDAS ANGULARES**

RANIELLE AFONSO PINHEIRO

BELÉM-PA

2023

RANIELLE AFONSO PINHEIRO

**MATEMÁTICA NAS GRANDES NAVEGAÇÕES: INSTRUMENTOS DE
AFERIÇÃO DE MEDIDAS ANGULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA), como requisito para obtenção do título de mestre em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo dos Santos
Barros

BELÉM – PA

2023

FICHA CATALOGRAFICA

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

P654m PINHEIRO, RANIELLE AFONSO.
MATEMÁTICA NAS GRANDES NAVEGAÇÕES:
INSTRUMENTOS DE AFERIÇÃO DE MEDIDAS
ANGULARES / RANIELLE AFONSO PINHEIRO. — 2023.
56 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-
Graduação em Docência em Educação em Ciências e
Matemáticas, Belém, 2023.

1. HISTORIA DA MATEMATICA. 2. EDUCAÇÃO
MATEMATICA. 3. GRANDES NAVEGAÇÕES. I. Título.

CDD 510.981

RANIELLE AFONSO PINHEIRO

**MATEMÁTICA NAS GRANDES NAVEGAÇÕES: INSTRUMENTOS DE
AFERIÇÃO DE MEDIDAS ANGULARES**

Banca Examinadora

Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros-IEMCI/UFPA
Orientador

Profa. Dra. Renata Lourinho da Silva- UFPA
Membro Interno

Prof. Dr. Alexandre Damasceno - UFPA
Membro Externo

Prof. Dr. Albedir Seixas – UFPA
Professor Convidado

Data de aprovação: ____/____/____

Conceito: _____

Parecer da Banca Examinadora:

BELÉM
2023

DEDICATÓRIA

À minha amada mãe que nunca mediu esforços para que eu pudesse estudar, e que gastou o pouco do que recebia para pagar cursos para eu ter chance de entrar em uma universidade. Obrigada por tudo Mãe, te amo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente minha eterna gratidão é a Deus que me sustentou e me permitiu chegar até aqui, a ele sou grata por tudo.

Agradeço aos meus pais Antônio Pinheiro e Neuza Afonso e minha irmã Rafaele Afonso por tudo que fizeram e por tudo que fazem por mim, vocês são meu alicerce, muito obrigada.

Agradeço muitíssimo ao meu Marido Dhonny Guimaraes por ter sido minha base, por ter me levantado todas as vezes que eu pensei em desistir, obrigada por me apoiar sempre.

Aos meus amigos que ao longo desses anos se tornaram meus irmãos, Daniela Gonçalves e Elizeu Neto vocês são as melhores coisas que me aconteceram ao longo da minha vida acadêmica, agradeço imensamente por todo incentivo que me deram.

Agradeço a Simone Neves que foi uma grande amiga durante o mestrado, você foi e é muito mais que uma amiga, você se tornou uma mãe pra mim, muito obrigada por tudo que você fez por mim.

A turma do PPGDOC eu agradeço pelo companheirismo e amizade de todos, nos tornamos uma grande família e eu sou muito grata por ter feito parte dessa turma.

EPÍGRAFE

A tua palavra é lâmpada que ilumina os meus
passos e luz que clareia meu caminho
Salmos 119:105

RESUMO

O presente trabalho tem como temática o estudo do uso de conhecimentos matemáticos nas Grandes Navegações, com foco nas medidas angulares utilizadas nas orientações pelas estrelas. Esse tema se faz pertinente devido às dificuldades dos estudantes do ensino fundamental maior, em manipular instrumentos de aferição e realizar cálculos com as medidas de aberturas angulares. Assim, objetivamos abordar o conceito de unidade angular e seus sistemas de medição, além de explicitar seu contexto histórico, a partir da manipulação de instrumentos de aferição, como o transferidor e o teodolito, que foram utilizados nesse período das conquistas marítimas a partir do oitante, sextante e da bússola. Compreendemos que o conceito de ângulos, suas medições e aplicações, são pouco contextualizados quando da construção dos conceitos e nos exercícios de aplicações, para isso, propomos utilizarmos a abordagem da história da matemática evidenciando o uso de recursos e instrumentos voltado às medições de aberturas angulares. Para o desenvolvimento dessa proposta, vamos trazer estudos do uso da história no ensino da matemática partindo dos estudos de MENDES (2015), FIALHO (2011). Como produto educacional, elaboramos um livro paradidático que apresentam o conceito de unidade de ângulo e suas medições, a partir do uso de instrumentos relacionados às grandes navegações, tendo o conceito de unidade angular, como objeto matemático que será trabalhado e associado a outros elementos de ensino e aprendizagem, tais como as coordenadas em um plano quadriculado.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino da Matemática. História da Matemática. Medidas de ângulos. Grandes Navegações.

ABSTRACT

The present work focuses on the study of the use of mathematical knowledge in the Age of Exploration, specifically the angular measurements used for celestial navigation. The aim is to address the concept of angular units and their measurement systems, as well as their historical context, through the use of measurement instruments such as protractors and theodolites. The goal is to provide a contextualized understanding of angles, their measurements, and applications, by incorporating the history of mathematics into teaching. As an educational product, a supplementary textbook has been developed that explores the concept of angular units and their measurements within the context of maritime exploration, linking them to other teaching and learning elements such as coordinates on a grid.

KEYWORDS: Teaching Mathematics. History of Mathematics. Angle measurements. Great Navigations.

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1: Bússola.....	30
Imagem 2: Agulha de Marear	30
Imagem 3: Carta de Marear	31
Imagem 4: Exemplo de Navegação por Latitudes	31
Imagem 5: Cálculo da latitude com base na Polaris	33
Imagem 6- Latitude Obtida com o zênite ao norte do sol	34
Imagem 7: Latitude obtida com o zênite ao sul do sol	34
Imagem 8- Abertura angular... ..	39
Imagem 9- Ângulo raso.....	39
Imagem 10- Ângulo reto.....	40
Figura 11- Ângulo agudo.....	40
Imagem12- Ângulo Obtuso.....	40
Imagem 13- Aplicativo no IOS.....	41
Imagem 14- Transferidor digital.....	42
Imagem 15- Transferidor digital.....	42
Imagem 16 – Mapa	43
Imagem 17- Quadrante Náutico	45
Imagem 18- Astrolábio	47
Imagem 19- Astrolábio Dundee	47
Imagem 20- Método de utilização do astrolábio	48
Imagem 21- Capa do produto	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Ângulos.....44

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
SEÇÃO I- TRAJETÓRIA DE VIDA E FORMAÇÃO.....	19
SEÇÃO II- O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL, BREVE INTERPRETAÇÃO.....	21
SEÇÃO III- A NECESSIDADE DE METODOLOGIAS INOVADORAS	23
SEÇÃO IV- AS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO	25
SEÇÃO V- A ESCOLHA DAS GRANDES NAVEGAÇÕES COMO CAMPO DE ESTUDOS	30
SEÇÃO VI- OS ÂNGULOS: SUA MEDIÇÃO E INSTRUMENTOS DE AFERIÇÃO.....	37
QUADRANTE NÁUTICO	47
ASTROLÁBIO.....	48
.....	50
SEÇÃO VII - PRODUTO EDUCACIONAL.....	51
CONSIDERAÇÕES	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54

INTRODUÇÃO

A matemática conforme Bishop (1999) é considerada extremamente difícil, e é uma das disciplinas mais trabalhadas na escola e ao mesmo tempo em que é uma das menos compreendidas. O ensino e aprendizagem de matemática possuem problemas específicos e em todos os níveis apontamos como o maior a desconexão da matemática ensinada em espaços escolares com o cotidiano do aluno, este não enxerga onde e como utilizar os conhecimentos de conceitos matemáticos no seu dia a dia, para SADOVSKY (2007, p. 15) o baixo desempenho dos alunos em matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil.

É comum que o ensino de Matemática se resuma em regras mecânicas oferecidas pela escola, que ninguém sabe onde utilizar. Bishop (1999) afirma que essa aprendizagem baseada na mecanização das práticas matemáticas, moldadas em um restrito grupo de situações, envolvendo valores e condições ideais, tem como propósito único de suprir as necessidades internas da própria Matemática.

Com os avanços tecnológicos os conteúdos passaram por transformações, com isso, temos como documento principal a Base Nacional Comum Curricular-BNCC que é um documento de caráter normativo que aponta um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo do ensino básico. O que significa que tanto professores (as) quanto a escola deve estar em constante mudança, daí percebemos que o homem necessita de preparação para a sobrevivência e a aplicação da Matemática faz-se necessária. A matemática é uma ciência em constante evolução, que é considerada como um corpo de conhecimento constituído por teorias bem determinadas, sendo aplicável a todas as disciplinas.

Percebendo as dificuldades em aprender matemática, a falta de interesse e o baixo rendimento dos alunos em matemática foi ápice para a nossa proposição de pesquisa, para muitos alunos a matemática é uma ciência abstrata e completamente teórica, daí escolhemos como objeto matemático para essa pesquisa as medidas angulares. Para avançar no estudo de conceitos de matemática os alunos precisam se familiarizar não apenas com os conhecimentos matemáticos básicos, mas também com instrumentos de medidas, como régua, compassos, transferidores e esquadros Amorim (2016).

Com isso, como situação problema, buscamos compreender as dificuldades de aprendizagem das medidas e operações com unidades angulares, onde observamos dificuldades de compreensão pela forma com a qual suas operações precisam ser feitas. As medidas angulares devem ser operados com base sexagesimal, logo surge a grande dificuldade, pois o sistema de medida utilizado e operação, tanto no meio acadêmico quanto no cotidiano, é o decimal.

Compreendemos que o ensino de matemática em específico as medidas angulares precisam ser mais práticas, com isso, corroboramos com Gasperi e Pacheco (2007) que,

Considerou-se que a organização da disciplina Matemática deve buscar a interdisciplinaridade e a contextualização para possibilitar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática já que o ensino-aprendizagem da Matemática deve permitir ao indivíduo dar conta de gerir sua vida pessoal e profissional, tomar decisões, ter condições de enfrentar múltiplos e complexos desafios da vida contemporânea. Conduzir o aluno de forma a torná-lo apto a enfrentar as novas transformações da sociedade, contribuindo para torná-la mais justa, igualitária e solidária, deveria ser o grande foco da escola. (Gasperi e Pacheco 2007).

Mendes (2003) considera que a história da matemática deva ser utilizada na elaboração e realização de atividades voltadas à construção das noções básicas de conceitos matemáticos, fazendo com que os alunos percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses conceitos ao longo do seu desenvolvimento histórico.

Assim trazemos como questão de pesquisa: Como promover o ensino do sistema de medida angular, por meio de instrumentos de aferições, em especial, alguns, usados nas Grandes Navegações, com o intuito de promover a aprendizagem das relações matemáticas explicitadas por meio desses instrumentos?

Para tanto, como objetivo geral: identificar as relações matemáticas, em especial, as do sistema de medida angular, presentes nos instrumentos de aferição, no período das Grandes Navegações, como forma de possibilitar o ensino dos objetos matemáticos relacionado neste contexto histórico, e assim, favorecer a aprendizagem do conceito de ângulo. A partir das situações levantadas como problemas, temos como objetivos específicos:

1 - Apresentar registros históricos que tragam a estrutura lógica da construção do conceito de ângulo perante o uso dos instrumentos de aferição utilizados nas Grandes navegações.

2 - Explicitar as relações matemáticas presentes nos instrumentos de aferição utilizados durante as Grandes Navegações no que se refere ao conceito de ângulo;

3 - Compreender quais os conceitos matemáticos são possíveis de serem relacionados aos instrumentos de aferição e como podem ser utilizados no ensino do conceito de ângulo;

4 - Produzir um livro texto paradidático como produto educacional, que servirá de material didático ao estudante do ensino básico, auxiliando-o na aprendizagem do conceito de ângulos

A elaboração do produto educacional, para a sala de aula visa desvelar aos estudantes a importância de se conhecer o processo histórico dos conceitos matemáticos de ângulos, levando-os a navegar pela história da matemática e das grandes navegações, exercitando esses conhecimentos para aferir medidas angulares utilizando alguns dos instrumentos próprios daquele movimento.

Para o levantamento de hipóteses acreditamos que ao articular o ensino de geometria em particular o conceito de ângulos à História das Grandes Navegações utilizando alguns instrumentos de aferição utilizados naquela época, venha fortalecer e valorizar o reconhecimento da importância do ensino de Geometria para a manutenção formativa e educativa dos alunos e professores, promovendo uma aprendizagem mais concisa e emancipatória. Como referencial teórico, utilizaremos Mendes (2006, 2008 e 2015), que trata das tendências metodológicas no ensino de matemática, onde iremos buscar base teórica para descrever a história da matemática como Tendência em Educação Matemática.

Gadotti (2008) e Vieira (2010), que define o conceito de ângulos e suas possibilidades no ensino, onde teremos base teórica para conceituar medidas angulares e os apontamentos sobre a importância de utilizar recursos didáticos diversificados no ensino e aprendizagem de matemática.

Oliveira (2007), que trata das grandes navegações e instrumentos náuticos onde trataremos de toda historicidade das grandes navegações e de todos os instrumentos náuticos utilizados naquela época.

Deste modo, a História da Matemática será eleita para este trabalho com intuito de promover aos alunos um contexto histórico para ser utilizado como base para estruturar um produto educacional capaz de analisar e explorar elementos matemáticos que estão inseridos nos instrumentos utilizados no período das grandes navegações e que servem para saber a localização.

As grandes navegações são utilizadas para fazer referência ao período em que Portugal resolveu cruzar o atlântico, a opção de cruzar o atlântico se deu pelo interesse nas especiarias (cravo, canela, pimenta etc..) que vinham da Ásia, as cidades italianas de Gênova e Veneza possuíam o monopólio dessas especiarias e distribuíaam pela Europa cobrando altos impostos, elas chegavam por vias terrestres então Portugal resolveu procurar rotas marítimas para chegar a Ásia, Fausto (2013).

Iremos tratar os instrumentos utilizados nas grandes navegações, partindo de conceitos matemáticos, esses instrumentos foram utilizados para permitir a localização em alto mar, Morey e Mendes (2005) ressaltam que “em toda a história, a espécie humana imaginou, representou e desenvolveu estratégias técnicas que viabilizassem o transito pelas águas quer seja nos rios, nos mares e nos oceanos do planeta”, afirmam também que o processo de organização sistemática da navegação vem de muito tempo com isso criou-se a ciência náutica.

Com a criação da ciência náutica surgiu à necessidade de desenvolver técnicas de navegação que fossem utilizadas para a localização em alto mar, essa necessidade fez com que houvesse a produção de conhecimentos nas áreas geográficas, astronômicas e principalmente matemático que segundo Oliveira (2017) “possibilitou o surgimento da Navegação Astronômica, que se baseava na relação entre a posição e a altura angular dos astros celestes com a localização do observador sobre o globo terrestre”.

O ensino da matemática se torna adequado à superação das dificuldades dos alunos, quando é apresentado de forma lúdica, com isso iremos propor, como um método capaz de facilitar o ensino de ângulos, o estudo dos instrumentos que foram utilizados nas navegações portuguesas que buscavam novas rotas para as índias, esses instrumentos são utilizados até hoje e precisam de um conhecimento prévio de unidade angular.

Então é a partir da navegação astronômica que chegaremos ao conteúdo unidade angular, pois é nesse contexto que o conceito se estabelece e ganha grande repercussão, ao ser utilizado em cálculos de altura dos astros e a posição do observador, é um conhecimento matemático indispensável quando o assunto é navegação astronômica.

Dentre os possíveis objetos matemáticos vamos considerar o ensino de ângulos, e deste modo, vale destacar algumas situações que evidenciam as dificuldades enfrentadas por estudantes e educadores. Na primeira surge pela dificuldade que o aluno

tem em não relacionar as operações com ângulos ao sistema sexagesimal¹, por termos como sistema de operações matemáticas e do cotidiano o sistema decimal. A segunda situação se dá pelos professores não exercitarem os ângulos de maneira aplicada, e mostrar situações antes de defini-lo, Vieira (2010) conclui em sua pesquisa sobre as dificuldades dos alunos ingressantes na licenciatura em matemática sobre o conceito de ângulo, que a maioria dos professores trabalham com situações contendo ângulos no cotidiano antes de defini-lo, ainda, que o universo e a forma dessas abordagens são limitadas e também o fato de alguns professores não iniciarem o ensino de ângulos no ano recomendado pode comprometer o desenvolvimento de outros saberes geométricos.

A terceira situação surge com a percepção sobre os livros didáticos, pesquisas apontam que o conteúdo de unidade angular nos livros didáticos são superficiais, e iniciam logo com sua definição, Rocha (2017) diz que “as disparidades entre os livros evidenciam dificuldades em se construir uma definição abrangente”, Mitchelmore e White (1998) Apud Rocha (2017) dizem que por conta da natureza multifacetada de conceito de ângulos, as definições trazidas em livros didáticos acarretam dificuldades de compreensão de tal conceito.

Mendes (2006) traz a história como uma fonte de motivação para a aprendizagem da matemática, é considerada imprescindível para que as atividades de sala de aula se tornem atraentes e despertem o interesse dos estudantes para a matemática. Assim como também se configura como uma fonte de seleção dos objetivos adequados aos procedimentos de ensino, de modo a contribuir diretamente ao trabalho do professor se ele estabelecer continuamente um aprofundamento acerca dos aspectos históricos do assunto que vai ensinar em cada série que atua.

Abordaremos o conceito de ângulos, que segundo a BNCC (2018) começa a ser visto no ensino no fundamental menor, porém só é aprofundado no fundamental maior. Gadotti (2008), define que o conceito de ângulos contidos nos livros didáticos é similar no decorrer do tempo e são bem complexos, têm difícil leitura, demonstração abstratas, apesar dos autores utilizarem linguagem simples para definição, ainda se nota poucas aplicações práticas da matemática.

Os estudos históricos foram baseados em Michalany (1979) onde encontramos informações sobre o período da expansão marítima europeia mais conhecida como o período das grandes navegações. Para falar mais especificamente dos instrumentos

¹ O sistema sexagesimal é um sistema de numeração de base 60, criado pela antiga civilização Assíria.

iremos usar Mendes e Morey (2005) que falam dos conhecimentos matemáticos na época das navegações.

Esta pesquisa está dividida em seis seções. Na seção I, trato de toda minha trajetória de vida e formação, descrevendo como toda essa trajetória se deu até a chegada ao mestrado e escolha do tema para essa pesquisa.

Na seção II, abordo o ensino de matemática no Brasil e uma breve interpretação de como se deu esse processo no País.

Na seção III, trago uma discussão sobre a necessidade de metodologias inovadoras para o processo de ensino aprendizagem de matemática.

Na seção IV, abordo as Tendências em Educação Matemática e a História da matemática como tendência para o ensino de Matemática, trazendo autores que somam as nossas discussões, embasando toda a trajetória da educação matemática até a história da matemática como tendência.

Na seção V, abordo sobre as grandes navegações, trazendo um apanhado histórico de como ocorreu, e os primeiros utensílios utilizados pelos navegadores para navegarem por longos períodos de tempo.

Na seção VI, abordo sobre os instrumentos náuticos de aferição e o ensino de matemática trazendo um apanhado histórico de como esses instrumentos surgiram e como eram utilizados por os navegadores no período das grandes navegações.

Na seção VII, aponto o produto educacional que consiste num livro texto paradidático, que servirá de material didático ao estudante do ensino básico, auxiliando-o na aprendizagem do conceito de ângulos

E por último, faremos uma análise buscando compreender de que forma promovemos o ensino do sistema de medida angular, por meio de instrumentos de aferições, em especial, os utilizados nas Grandes Navegações, e compreender como se deu a aprendizagem das relações matemáticas explicitadas por meio desses instrumentos.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa compreendemos que um permear por diversas estruturas conceituais e práticas no âmbito da Matemática, Educação Matemática e História da Matemática e para isso, nossa primeira seção de discussão irá tratar de um breve histórico do ensino da matemática do Brasil, onde iremos apontar os pontos principais de como se dá esse processo ao longo dos anos até os dias de hoje.

SEÇÃO I- TRAJETÓRIA DE VIDA E FORMAÇÃO

Tenho uma trajetória acadêmica recheada de muitas vitórias, logo é também cheia de muitos desafios, começo dizendo que sou uma mulher, ribeirinha e de um pequeno município do baixo Tocantins chamada Igarapé-Miri, minha formação acadêmica foi inteiramente em escola pública, e sabemos que o ensino público deixa muito a desejar e mais ainda sendo ensino público de um município do interior.

Sempre fui uma aluna esforçada, determinada e muito empenhada em conseguir uma boa profissão para assim poder ajudar meus pais e um dia ter condições de dar tudo o que eles precisam e merecem, essa motivação tem me levado longe. Falando um pouco sobre minha experiência no ensino fundamental maior, lembro que foi um período bem pesado, novas dinâmicas de aula me trouxeram muitas dificuldades, ao longo dos anos fui me acostumando com essa dinâmica, e concluí essa etapa com êxito.

No ensino médio já iniciei com muita pressão por conta do vestibular, as aulas na escola pública não eram o suficiente para conseguir a tão sonhada aprovação no vestibular e com isso precisei que meus pais me ajudassem para conseguir fazer cursinho pré-vestibular, além dos estudos na escola e no cursinho, os estudos em casa também eram intensos.

O desejo de ser professora é de muito tempo, a dúvida era qual área seguir, as duas opções que eu mais me identificava eram matemáticas e biologia, porém a matemática me acolheu e então seguir firme para conseguir me formar.

Na graduação em licenciatura plena em matemática senti muitas dificuldades, pois os professores já esperavam um conhecimento avançado em matemática e esse aprendizado eu não adquiri no ensino público, também tive como principal dificuldade o fato de morar em um município e estudar em outro.

Na metade do curso resolvi fazer uma escolha bem arriscada para tentar melhorar meu rendimento no curso, resolvi morar no município que estudava, essa escolha me ajudou muito em algumas coisas, mas morar longe de casa é algo bem difícil.

Algo que fez com que eu melhorasse cada vez mais meu rendimento no curso, foi à oportunidade de participar de um projeto que tinha como objetivo montar um laboratório de matemática, um lugar que iríamos desenvolver projetos que buscavam a

melhoria do ensino de matemática. Esse laboratório foi criado e se chama Laboratório de matemática da Amazônia Tocantina - LEMAT, que é um espaço que ajuda muitos alunos com as dificuldades que eu senti no início do curso, usamos as nossas vivências no curso para evitar que outros alunos também sintam essas dificuldades.

Meus planos na graduação era fazer um Trabalho de Conclusão de Curso - TCC na área da matemática aplicada, ainda não tinha conhecimento da área da educação matemática, tinha como tema de TCC “o ensino de integrais com auxílio do maple”, mas veio convivência no LEMAT e as disciplinas de educação que me fizeram mudar de ideia logo no primeiro momento e então comecei minha jornada na área da educação matemática.

A vivência no LEMAT me fez pensar em como ser uma professora melhor, em como encontrar métodos que me ajudam a ajudar meus alunos, foi através das vivências e influência do laboratório que tive a oportunidade de sair da graduação e iniciar uma pós-graduação em nível de mestrado em uma instituição de grande renome.

O mestrado do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática (PPGDOC) tem sido um grande desafio, falar de como o professor pode analisar sua prática e melhorar cada vez mais tem sido algo muito prazeroso, saber ensinar cálculos matemáticos é algo muito importante, porém, aprender didáticas para melhorar esse ensino além de ser muito importante e extremamente necessário.

Gonçalves (2016) fala que o futuro professor de matemática deve ser preparado de forma tal que tenha a capacidade de proporcionar aos seus alunos várias experiências significativas em relação à disciplina Matemática e ao seu aprendizado, relacionando, sempre que possível, com o contexto sociocultural no qual estão inseridos.

Ensinar ângulos foi minha escolha para falar neste trabalho, pois foi um conteúdo matemático que passou por mim de maneira superficial e me causou dificuldades na graduação, quando precisei desses ensinamentos percebi que não tinha estudado de maneira aprofundada, e hoje busco métodos que usarei para que meus alunos tenham a oportunidade de aprender ângulos.

SEÇÃO II- O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL, BREVE INTERPRETAÇÃO.

Tratar do ensino de matemática no Brasil para esta seção, apresentaremos a descrição das quatro fases para o desenvolvimento da Educação Matemática Brasileira a partir dos apontamentos de Fiorentini e Lorenzato (2006), a primeira fase é a gestação da educação matemática que é anterior a década de 1970, a segunda fase é o nascimento da educação matemática que perdura de 1970 até 1980, a terceira fase é a necessidade de uma comunidade de educadores matemáticos que aconteceu na década de 1980 e a última e quarta fase é necessidade de uma comunidade científica de educadores matemáticos datada do ano de 1990.

Na primeira fase denominada de gestação da educação matemática é onde surgem os primeiros educadores matemáticos a partir do movimento escola novista e onde surgiram os primeiros manuais de orientação didático-pedagógico de matemática. Nesta época os professores de matemática não pesquisavam a realidade ou o processo de ensino-aprendizagem, preferiam resumir livros para os alunos e prescrever orientações.

Na segunda fase, denominado de nascimento da educação matemática que ocorreu nos anos de 1970 à 1980, onde houve uma valorização pelos dirigentes do regime militar para a formação de mão de obra qualificada.

Para os cursos de pós-graduação houve uma maior produção de estudos e pesquisas sobre a aprendizagem, porém vale ressaltar que os estudos não tiveram uma continuidade, ou seja não havia uma comunidade que discutia e se articulava para a pesquisa e reflexão do Ensino de Matemática.

Na terceira fase, que é denominada de necessidade de uma comunidade de educadores matemáticos que data no ano de 1980. No ano de 1984 surge o primeiro programa brasileiro regular de Mestrado na Unesp de Rio Claro como uma área em matemática e somente no ano de 1987 deixou de ser área de concentração e passou a ter três linhas de pesquisa. Nesta época também a pesquisa foi intensiva e diversificada e embora muitos profissionais nessa época não tivessem formação em Educação matemática, tornaram esta como sua área de pesquisa principal.

Ainda nessa época as pesquisas priorizavam os aspectos mais amplos da educação do que os mais específicos que se relacionam com o conteúdo matemático. Vale ressaltar que neste momento a Educação matemática é ampliada para outro patamar, a exemplo a epistemologia, antropologia, linguística.

Na quarta e última fase que é a necessidade de uma comunidade científica de educadores matemáticos datado no ano de 1990, vinte educadores voltam ao Brasil após concluírem seu doutorado, vindos dos Estados Unidos, França, Inglaterra e Alemanha, sendo formados em diversas áreas, percebe-se nessa fase um imenso movimento de formação de grupos de pesquisa e a partir do ano de 1990 surgiram novas linhas de pesquisa ou focos de investigação, ressaltamos aqui o ensino de geometria e o pensamento geométrico já que esta linha de investigação é a que estamos abordando por toda a pesquisa que está sendo desenvolvida.

Ainda nessa fase, a metodologia de pesquisa em Educação Matemática mudou diferenciação entre pesquisa e relato de experiência, o surgimento de alternativas metodológicas de investigação, coleta de dados, pesquisa-ação, entre outros que atualmente conhecemos hoje.

Nos dias atuais encontramos muitos eventos e revistas científicas que tratam do ensino de matemática em todos os seus aspectos e linhas de pesquisa, citamos nesse caso a Educação Matemática, as Tendências em Educação Matemática e dentro dela a História da Matemática sendo esta a tendência que utilizaremos no permear desta pesquisa.

Na seção seguinte, trataremos da necessidade de metodologias inovadoras no ensino de matemática no Brasil, pois acreditamos que com essa inovação mudaremos o rumo do que chamamos de ensino tradicional onde os únicos recursos didáticos são o livro e o quadro.

SEÇÃO III- A NECESSIDADE DE METODOLOGIAS INOVADORAS

Há muitos anos, vemos com frequência as discussões sobre o ensino de matemática no Brasil e passamos a perceber essas questões quando buscamos fontes teóricas e encontramos pesquisas que falem sobre o rendimento dos alunos em matemática.

Observamos o desinteresse em aprender matemática e com isso percebe-se: “atenção às aulas, atenção nos cálculos, base na matéria, interesse, tempo, treino e repetição, cumprir as tarefas de casa e acompanhamento dos pais” (PRADO, 2000).

Segundo Barros (2016), afirma que,

ao longo dos vinte e cinco anos, tem sido feito um investimento intelectual muito significativo nos programas de Pós-graduação de Brasil[...]. (BARROS, 2016,p.18).

Os primeiros pensamentos matemáticos são datados no Período Paleolítico onde os homens tinham a necessidade de calcular o número de animais, comida e pessoas. Hoje no século XXI, as pessoas ainda têm essa necessidade e para além disso estas precisam aprender como relacionar a matemática que é ensinada nas escolas a ter relação com o cotidiano.

Conforme, Gomes (2012),

Como qualquer outra disciplina escolar, a matemática, em cada momento histórico, molda-se de acordo com os fatores externos, tais como as condições sociais, políticas, culturais e econômicas que envolvem a escola e o ensino, e pelos fatores internos, ou seja, aqueles referentes aos conhecimentos de uma área específica (GOMES, 2012).

Observamos então, em acordo com Gomes (2012) que o ensino de matemática está relacionado aos avanços da sociedade, se molda a partir das transformações que o mundo, a sociedade, as escolas sofrem ao longo dos anos. Mesmo que muito se tenha discutido sobre o ensino de matemática no Brasil, ainda encontramos o formalismo das regras, os cálculos complexos e o rigor das fórmulas, pois nestes casos há uma necessidade de discussões de didáticas inovadoras em ambientes acadêmicos.

Ainda encontramos aulas de matemática baseadas em aulas expositivas tradicionais, onde os recursos didáticos utilizados são o quadro branco e o livro

didático, sobre essa prática tradicional D'Ambrósio (1989), afirma que é possível aprender matemática por meio de um processo de transmissão de conhecimento.

D'Ambrósio (1989),

(...) primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.

Com isso, corroboramos como Libânio (2009), onde afirma que o papel social do professor, em sala de aula, é, inclusive, construir, com seus discentes, uma visão de mundo e não apenas visar a formação profissional.

Assim, podemos apontar que há uma necessidade de se pensar em metodologias inovadoras para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, o que torna imprescindível que os professores de matemática estejam dispostos a captar novas metodologias, novos materiais didáticos ou até mesmo metodologias inovadoras e diferenciadas para sua sala de aula.

Com aulas dinâmicas e inovadoras pode tornar a relação professor-aluno mais fluída, onde o estudante é capaz de raciocinar, relacionar e identificar os conhecimentos escolares o mundo em que está inserido. Estas aulas, faz com que os alunos passem a perceber que também podem ser promotores de sua aprendizagem. No lugar onde somente o professor expõe seu conteúdo, numa sala de aula onde o professor trás metodologias inovadoras o aluno se sente disposto a participar ativamente da aula, questionando o professor e buscando mais conhecimento sobre o assunto que lhe é imposto.

Portanto, nossas discussões acerca de metodologias inovadoras nos dá direcionamentos para justificar o motivo desta pesquisa se encaminhar para a próxima seção tratando das Tendências em Educação Matemática e História da Matemática, pois, nela trataremos mais afundo sobre como se dá a história da matemática e isto irá nos levar ao ponto chave do objeto matemático que nos propomos a tratar e sobre uma metodologia inovadora que é a utilização da História da Matemática descrita na Época das Grandes Navegações em conjunção com a construção dos instrumentos utilizados pelos navegadores para sua localizarem.

Nas seções seguintes, abordaremos a Educação Matemática, a História da Matemática, a escolha das grandes navegações como objeto de estudo, os ângulos até o nosso produto educacional.

SEÇÃO IV- AS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO

A História da matemática como uma tendência para o ensino de matemática se caracteriza como um recurso eficaz que pode ser utilizado em aulas dessa disciplina e assim garantir que o processo de ensino e aprendizagem seja concluído com êxito, existem muitos estudos que definem a história da matemática como um processo didático muito importante para o ensino, então partimos dos pressupostos de Mendes (2008).

Para efetivarmos um ensino-aprendizagem significativo em matemática, é necessário utilizarmos as atividades históricas, buscarmos no material histórico existente todas as informações úteis à condução da nossa ação docente e somente a partir daí orientar os estudantes à realização de atividades. Surge, porém, nesse momento, uma questão: Como conduzir esse processo? Esse questionamento se resolve quando fazemos uma reflexão acerca da necessidade de se buscar a investigação histórica como meio de (re)construção da matemática produzida em diferentes contextos sócio-culturais e em diferentes épocas da vida humana. (MENDES, 2008, p. 41).

Miguel e Miorim (2008) apontam alguns argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da história, nem todos os autores defendem e incentivam a participação da História no processo de ensino aprendizagem da matemática com isso.

Há aqueles que têm levantado problemas e objeções em relação a essa participação. Os argumentos utilizados por esses autores dizem respeito: à ausência de literatura adequada, à natureza imprópria da literatura disponível, à história como um fator complicador, à ausência do sentido de progresso histórico. (MIGUEL E MIORIM, 2008, p. 63).

Embora a inclusão da história da matemática no ensino da Matemática pode trazer inúmeras contribuições, visto que com ela podemos relacionar etapas da história da matemática com a evolução da humanidade e também promover a arte da descoberta e seu método, dando como exemplo os ilustres matemáticos da história (SILVA, s.d. Apud PIZZIRANI 2017).

Para Fialho (2011),

O uso da história da matemática no ensino da matemática que apesar de encontrar fortes razões para defender o uso didático da história da matemática, asseguram que a referente abordagem não significa de maneira alguma que somente está seja a abordagem correta ou mais adequada para se ensinar a matemática, e também que nossos argumentos em contrario à sua utilização não significam que esta abordagem deva ser desconsiderada no processo de ensino de matemática. (FIALHO, 2011, p. 25)

O termo “História da Matemática no ensino” pode fazer referências apenas a contagem de história de grandes matemáticos, porém Mendes (2015) explica que o uso da história da matemática no ensino está vinculado as “explorações didáticas da história das ideias produzidas no tempo e no espaço e como, atualmente, elas podem ser refletidas na matemática que ensinamos” .Assim também vimos trechos em BRASIL (1998) onde afirma que a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento, porém encarando-a como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados.

E D’Ambrósio (1997), acredita que “conhecer historicamente a matemática de ontem poderá, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje.

A BNCC (2018) afirma a importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos”.

É necessário pensar em meios e técnicas que venham contribuir para a melhora do ensino de matemática que por muitas vezes foi visto como mecanizado, e isso acaba causando falta de interesse do aluno, D’Ambrósio (1989) nos apresenta duas situações que caracterizam a falta de interesse pela matemática, a primeira é que os alunos acreditam que a matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, a segunda implica nos alunos acharem que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida e nem questiona.

Analisando a evolução dos conhecimentos matemáticos e a educação matemática, desde os primórdios até o dia de hoje, percebemos a importância de conhecer o contexto histórico para a compreensão dos fatos nos dias de hoje. Ainda nessa análise, mesmo que com as mudanças no processo de ensino aprendizagem de matemática, com a universalidade, a clareza entre outros pontos. Percebemos o abismo

que ainda está presente entre a sociedade e a matemática, muito de abstração ainda se encontra no processo de ensino e aprendizagem de matemática e isso ainda gera preocupações e por isso buscamos outros métodos e novas técnicas para ajudar nesse processo.

Corroboramos com Flemming, Luz e Mello (2005), quando afirmam que “o contexto histórico como uma fonte de inspiração que através do entendimento da evolução histórica, os educadores conseguem produzir estratégias para facilitar a construção do conhecimento dos alunos”.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, 1997, p.34)

Logo, quando tratamos de história da matemática como tendência, compreendemos que a utilizar como ferramenta no processo de ensino aprendizagem da matemática é de grande importância pois, forma estudantes críticos e com a consciência dos problemas enfrentados ao longo dos anos. Além de abordar contextos e constituir saberes assim levando uma melhor compreensão dos conteúdos.

Ainda segundo Roque (2014), devemos enxergar a matemática como uma atividade essencialmente humana, ou seja, a história como parte da natureza da matemática, assim a história não funcionaria mais como um meio para promover interesse ou motivação, mas estaria no coração da matemática e do que significa aprender matemática. Isto nos leva a considerar o ensino de matemática para além da aplicação de axiomas, de regras e de outras formas rígidas de compreender a matemática e seus objetos de ensino. É preciso que o professor compreenda a matemática como um conhecimento que tem seu assento epistêmico.

Mendes (2008) mostra que “Estudos modernos sobre a ciência em geral têm nos ensinado que a pesquisa científica sempre está vinculada a uma ou outra pressuposição de ordem ontológica e/ou epistemológica”. E isso não poderia ser diferente com a Educação Matemática. Essa área de Educação tem se estruturado através de algumas tendências, amparadas em várias concepções filosófico-metodológicas, que norteiam o pesquisador na sua busca de um ensino mais adequado. São tendências que visam promover um ensino de matemática mais eficaz e produtivo, que buscam a autonomia do aluno e principalmente inserir o cotidiano e a cultura dos alunos em sala de aula, elas

são caracterizadas como: resolução de problemas, modelagem matemática, história da matemática, jogos no ensino da matemática, etnomatemática e informática no ensino da matemática.

O desafio do professor agora é inserir essas tendências nas aulas de matemáticas, porém ainda é muito difícil para muitos professores, porém a necessidade é grande, como vemos a partir de D'Ambrósio (1989) que nos apresenta duas situações que caracterizam a falta de interesse pela matemática, a primeira é que os alunos acreditam que a matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, a segunda implica nos alunos acharem a que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se dúvida e nem questiona.

Para Tavares e Alarcão (2001) apud Alarcão (2011):

As aprendizagens na sociedade emergente terão de desenvolver-se de uma forma mais ativa, responsável e experienciada ou experiencial, as quais façam apelo a atitudes mais autônomas, dialogantes e colaborativas em uma dinâmica de investigação, de descoberta e de construção de saberes alicerçada em projetos de reflexão e pesquisa, baseada em uma ideia de cultura transversal que venha ao encontro da interseção dos saberes, dos conhecimentos, da ação e da vida. É preciso valorizar a criação de ambientes estimulantes para aprendizagem e incentivar o desenvolvimento da criatividade, da inovação e da sua divulgação. Deverá destacar-se a explicitação de uma dinâmica espiralada ou bi-implicativa entre flexibilidade e autonomia que deverá animar a ação educativa. (Tavares e Alarcão.2001, p104,apud ALARCÃO,2011,p.29).

Isso se caracteriza para todas as disciplinas, porém o nosso foco é a matemática, não podemos classificar como a disciplina mais difícil, porém sabemos das dificuldades que ela traz, e percebemos a importância e a necessidade da sociedade em desenvolver métodos que possibilitem aos alunos uma aprendizagem significativa.

Podemos dizer que em termos de tendência ao ensino da matemática a história da matemática tem sido uma possibilidade e de acordo com Mendes (2013, p. 185), “nos últimos vinte anos, tem aumentado o número de estudos e pesquisas que evidenciam a tentativa de materializar exercícios de criatividade na pesquisa em História da Matemática”. Ainda, segundo o autor, esses trabalhos procuram encontrar meios para que a aprendizagem matemática possa formar estudantes mais pensantes, criativos e autônomos “em seu processo de cognição matemática” (MENDES, 2013, p. 185).

Ainda há um grande receio em se trabalhar com essa tendência, pois o termo “História da Matemática no ensino” pode fazer referências apenas a contagem de

história de grandes matemáticos, porém Mendes (2015) explica que o uso da história da matemática no ensino está vinculado as “explorações didáticas da história das ideias produzidas no tempo e no espaço e como, atualmente, elas podem ser refletidas na matemática que ensinamos”,. Assim também vimos trechos em (BRASIL, 1998) onde diz que a “A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento, porém encarando-a como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados”.

Miguel e Miorim (2004) ressaltam que,

uma utilização adequada da História, aliada ao conhecimento matemático e suas aplicações, pode levar os alunos a compreender: 1) Matemática é uma criação humana; 2) As razões pelas quais as pessoas fazem matemática; 3) As conexões da matemática com outras áreas; 4) Necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas estimulam desenvolvimento matemático; 5) A curiosidade estritamente intelectual leva a generalização de ideias; 6) Mudança na percepção dos objetos matemáticos; 7) Abstração em relação a generalização da história do pensamento matemático; 8) A natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (MIGUEL E MIORIM, 2004, p.33)

Portanto, quando tratamos de história da matemática como Tendência objetivamos utilizar as Grandes Navegações como um campo de estudos no processo de ensino aprendizagem em Matemática e na seção seguinte trataremos de toda a historização das grandes navegações.

SEÇÃO V- A ESCOLHA DAS GRANDES NAVEGAÇÕES COMO CAMPO DE ESTUDOS

As Grandes Navegações, conhecidas como Expansão Marítima, é destaque histórico até hoje pelos processos de explorações e navegações do Oceano Atlântico que se iniciou no século XV e estendeu-se até o século XVI. Por meio das Grandes Navegações, iniciou-se a colonização da América e consolidou-se a passagem da Idade Média para a Idade Moderna.

Quando tratamos das grandes navegações, destacamos que os portugueses foram pioneiros nessa empreitada e a partir dos exemplos dos portugueses que outros países se lançaram as navegações e a exploração do Oceano Atlântico.

Portugal reunia naquela época, condições econômicas, políticas, geográficas e comerciais que tornaram possível que se tornassem pioneiros neste ramo. Um exemplo disso, foi o fato dos portugueses terem “descoberto” vários locais desconhecidos pela Europa além de abrirem novas rotas para que o comércio pudesse ser expandido.

Esse processo culminou na chegada da expedição de Pedro Álvares Cabral ao Brasil no ano de 1500, citamos como fatores principais para que Portugal atingisse esse nível de pioneiro nas grandes navegações, pois, tinham uma monarquia consolidada, logo um território unificado, ainda Portugal investia no desenvolvimento náutico, tinham grande interesse na expansão do comércio e contavam com uma posição geográfica privilegiada para que tudo isso acontecesse.

Muitos historiadores atribuem à Escola de Sagres e as pesquisas que eram desenvolvidas neste ambiente aos conhecimentos náuticos utilizados pelos portugueses nas grandes navegações, o centro destas pesquisas e estudos eram desenvolvidos por D. Henrique em Algarve.

Quanto à localização geográfica, Portugal está mais a oeste do que qualquer outra cidade europeia, assim fazia de Portugal o ponto de partida para essas expedições que buscavam novas rotas para o comércio de especiarias.

Assim, todos esses aspectos e fatores contribuíram para que os portugueses se tornassem pioneiros nessas expedições e conseguissem “descobrir” novos lugares e que posteriormente resultou em tamanhas descobertas.

Neste âmbito, originaram-se três tipos de navegações, são elas: navegação por rumo e estima, navegação astronômica por latitudes e a navegação astronômica por latitudes e longitudes.

Na navegação por rumo e estima, os instrumentos utilizados eram a bússola ou agulha de marear e a carta de marear.

A bússola ou agulha de marear é um instrumento composto por uma agulha que se alinha ao campo magnético natural da terra, permitindo assim saber a direção para qual o navio, ou seja o rumo ou derrota seguido pelo navio.

Imagem 1: Bússola



Fonte: Google

Esta bússola era alocada num aparelho pendular de latão que ajuda a manter o nível quando o navio está em movimento, existindo uma rosa dos ventos e um ímã instalado sobre a rosa. Nos primórdios as agulhas (bússolas) eram montadas em caixas de madeira (figura 2). Existem provas de sua existência em Portugal desde o ano de 1324.

Imagem 2: Agulha de Marear



Fonte: Google Imagens

A carta de marear apresentava teias de rumos e escalas gráficas divididas em léguas ou milhas (figura 3), uma escala de latitudes em graus que é o elemento que

individualiza as cartas náuticas do século XV, já que a longitude só seria possível determinar a partir do século XVIII. Vale lembrar que a milha da época possuía 1.480m, sendo que atualmente são 1.852m, já a légua marítima possuía 4 milhas, o que equivale a 5.920m, hoje, a légua marítima possui 5.556m ou 6.075 jardas.

Imagem 3: Carta de Marear



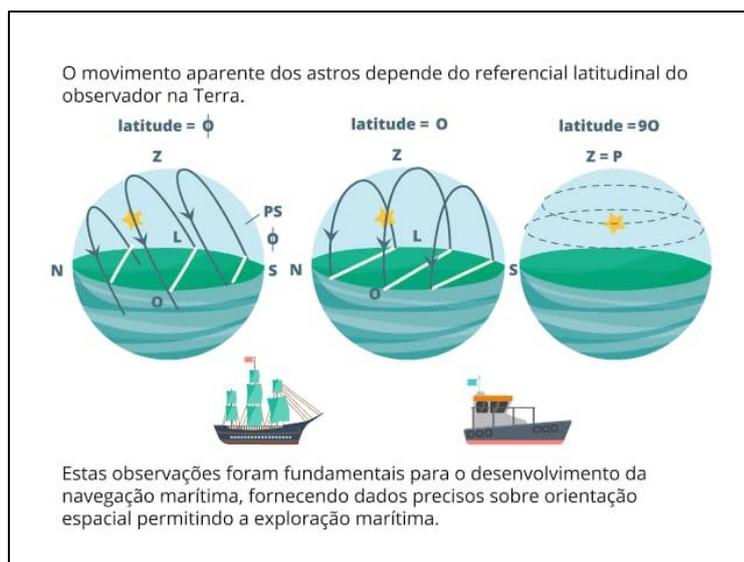
Fonte: Google Imagens

A forma de obter o ponto em que se encontrava a embarcação na carta de marear consistia em traçar sobre a mesma, conhecida a última posição plotada, uma reta paralela ao rumo assinalado pela agulha magnética e, sobre esta reta, inseria-se com o compasso a distância que se estimava haver navegado nas últimas 24hs, medida na escala gráfica da carta.

Vale ressaltar que as navegações desta época fazendo uso destes meios eram bastante precárias, pois o ângulo do rumo aferido pela bússola, quanto a distância, que era estimada nas cartas de marear não eram precisas, devido ao fenômeno de declinação magnética que neste tempo era quase que desconhecida, portanto, não eram adequadas as grandes aventuras em alto mar.

A navegação astronômica por alturas ou latitudes se deve aos marinheiros portugueses do século XV, esse era um método de navegação por rumo e estima corrigida por uma coordenada deduzida de observações astronômicas. Na imagem abaixo, temos uma noção de como essa navegação funcionava.

Imagem 2: Exemplo de Navegação por Latitudes



Fonte: Google Imagens

Quando o procedimento do rumo e da estima coincidia com a latitude de chegada em dado percurso, a navegação fluía com mais confiança de sua localização. Porém quando havia divergência a navegação teria que ser reajustada de forma coerente com o rumo ou à distância.

Vale ressaltar que na Era dos Descobrimentos os navegadores puderam se localizar em alto mar, apenas observando os astros celestes. Para isto, os navegadores responsáveis pela exata condução das embarcações, utilizavam-se *mapas*, *livros*, *almanaques náuticos e guias de navegação*, ao qual destacamos os dois últimos, que também eram chamados de regimentos, se referiam, cada um deles, a um astro específico e constituíam a base teórica para o uso de instrumentos medievais adaptados a navegação.

O primeiro que destacamos é regimento da estrela polar que foi o primeiro a ser utilizado na navegação astronômica na Era das Grandes Navegações, devido à posição ímpar da Estrela Polaris alfa da constelação Ursa Menor, quase que coincidindo com o polo norte celeste.

Admitindo que a Estrela Polaris esteja exatamente ao norte celeste, fica mais fácil e viável calcular a latitude terrestre através dela, sendo assim, a latitude de quem está observando irá coincidir com a altura pela qual o observador enxerga a estrela polar.

Calculando a latitude da estrela polar podemos identificar na Imagem 7, a distância angular da Polar em relação ao polo, a utilização desse método permitiu ultrapassar a dificuldade meridiana, no século XV o cálculo era feito da seguinte forma:

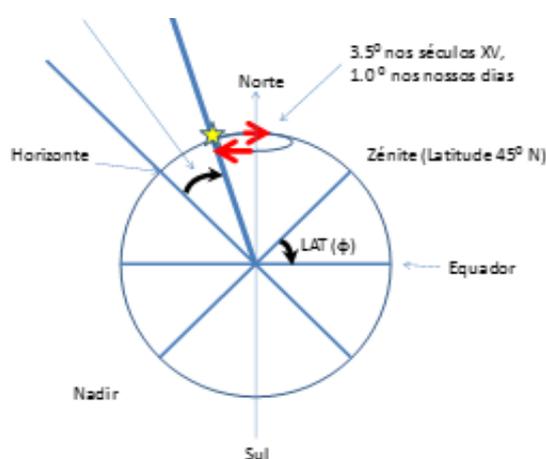
$$\text{Latitude } (\varphi) = 90^\circ - (90^\circ - \Omega \text{ (altura)}) - 3.5^\circ = \Omega \text{ (altura)} - 3.5^\circ$$

$$90^\circ - \text{Latitude } (\varphi) = 90^\circ - (90^\circ - \Omega \text{ (altura)}) + 3.5^\circ = \Omega \text{ (altura)} + 3.5^\circ$$

Com base nesses cálculos concluímos que a latitude de um lugar, através da altura da estrela polar, seria igual à altura observada corrigida por um fator situado no intervalo $[-3.5^\circ, +3.5^\circ]$.

Na realidade, a estrela polar não está exatamente sob o polo norte celeste, na época dos descobrimentos a distância era um pouco maior que 3° , por isso a base de cálculo que eles utilizavam na época era de 3.5° . Para facilitar a obtenção do valor que deveriam ser corrigidos os navegadores passaram a usar toda a constelação da Ursa Menor, da qual Polaris faz parte, como uma espécie de relógio e, através da posição relativa da Polaris com a estrela Kochab, da mesma constelação.

Imagem 5: Cálculo da latitude com base na Polaris



Fonte: <https://cabodastormentas1488>

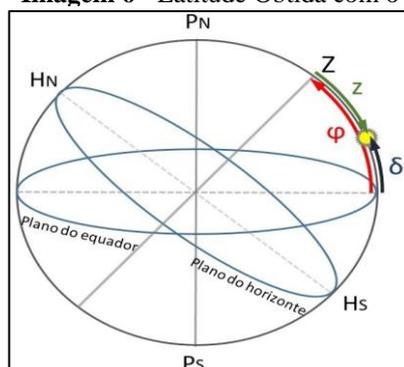
O segundo regimento do sol surgiu da necessidade de se obter latitudes cada vez mais próximas do equador e até mesmo do hemisfério sul, onde a estrela Polaris não podia mais ser vista. Isto ocorreu devido aos novos destinos na América e no sul da África. Para utilizar este regimento, era necessário conhecer o valor da declinação equatorial do sol diariamente ou pelo menos a cada 3 dias subsequentes. Esta

informação era obtida através dos almanaques náuticos que tinham tabelas com os valores da declinação do sol ao longo do ano.

Neste sistema só era possível calcular a latitude ao meio dia solar do local, ou seja, era a chamada meridiana do sol. Observando a Imagem 8 e analisaremos um caso em que o zênite do observador, no exato momento da passagem meridiana solar, está ao norte do sol. Percebemos geometricamente que a relação entre a latitude φ desejada com a declinação δ do sol e sua distância zenital z . Obtemos assim a seguinte equação:

$$\varphi = \delta + z$$

Imagem 6- Latitude Obtida com o



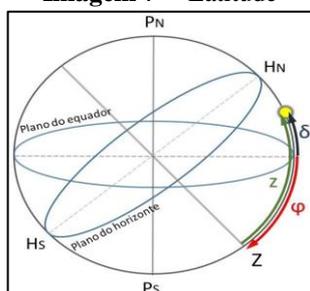
Fonte: David Alisson

A segunda possibilidade de latitude (Imagem 9) é obtida pela seguinte equação:

$$\varphi = \delta - z$$

Vale ressaltar que um valor positivo se encontra a latitude norte e um valor negativo encontra-se a latitude sul.

Imagem 7- Latitude



Fonte: David

Logo, com todo esse processo histórico compreendemos que tratar da historicidade das grandes navegações e associa-las ao processo de ensino aprendizagem

de matemática é de grande importância e neste sentido, na seção seguinte buscamos analisar como a Base Nacional Comum Curricular trata o ensino de ângulos na educação básica para fazermos um comparativo de como utilizar as histórias das grandes navegações com os utensílios de aferição utilizados pelos portugueses a fim de relacionar com o conceito de ângulos.

SEÇÃO VI- OS ÂNGULOS: SUA MEDIÇÃO E INSTRUMENTOS DE AFERIÇÃO

Ao longo da história da educação no Brasil o ensino da matemática tem sido organizado considerando situações didáticas diferenciadas para superar a estrutura tradicionalista de prioridade ao rigor e a rigidez, não apenas no que tange ao ensino, mas em outros processos como os de aprendizagem e de avaliação.

Mas essas dificuldades podem ocorrer também por outros fatores, onde se inserem as questões mentais, psicológicas e pedagógicas (ALMEIDA, 2006).

D'Ambrósio (1989) diz que com o passar dos anos surgiram meios para que a matemática pudesse ser vista de outra maneira, atualmente já percebemos que a condição de um ensino de matemática puramente formalista não é tão forte como antigamente.

Esta pesquisa é uma investigação da matemática utilizada nas grandes navegações, especificamente nos instrumentos de aferição utilizados naquela época, tendo como foco de o ensino de ângulos. Em observações compreende-se a relevância do ensino desse conteúdo e a dificuldade de ensinar o mesmo. Segundo a BNCC (2017),

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BNCC, 2017).

Levando em consideração as dificuldades encontradas para a aprendizagem deste conceito assim, “uma das principais razões na dificuldade do aprendizado de Matemática está associada à mecanização do ensino, uma vez que os alunos apenas reescrevem no caderno ou na avaliação o que já foi escrito no quadro durante as aulas do professor” (FERNANDES et al, 2008).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos diz que “é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. Entretanto, esses recursos e

materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos”.

Historicamente o conceito de ângulos surge nos tempos de Hipócrates e Eudoxo, no estudo das relações envolvendo elementos de um círculo junto com o estudo de arcos e cordas. Eratóstenes de Cirene (276 a.C.-194 a.C) tratavam de problemas relacionados com métodos sistemáticos de uso de ângulos e cordas.

Buscando na história das civilizações, observamos que os povos sempre tiveram o céu como ponto de busca para respostas para a vida na terra, assim, a astronomia tenha sido talvez a primeira ciência a contextualizar o estudo de ângulos como aplicação da matemática.

Sabe-se também, que os babilônicos tinham interesse especial pela Astronomia, por relações religiosas, calendário e também pelo plantio. Não sendo possível estudar as fases da lua, pontos cardeais e estações do ano sem que se faça a utilização de triângulos (COSTA, 2003).

Quando estes buscavam determinar um calendário ou da hora do dia, com isso, deveriam realizar contagem e medidas de distância. Assim, o sol servia como referência o que posteriormente foi utilizado como indicador denominado de relógio de sol. Não se sabe ao certo quando os humanos começaram a medir ângulos.

O ensino de ângulos começa a ser visto nos anos iniciais, espera-se que os alunos nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos, Brasil (2018),

O único momento em que o tema é trabalhado como central ocorre no 6º ou 7º ano do ensino fundamental, nos demais momentos o foco se concentra nas aplicações, Vieira (2010) . Segundo Brasil (2018), “não ocorre investimento visando a sistematizar a evolução deste conceito, conectando a ideia nova às antigas, o quadro abaixo mostra os níveis do conteúdo em cada nível de ensino”.

Partindo dos seus campos abordados esperasse que os alunos “desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações”. (BRASIL 2018, P.265).

Assim identificando situações do cotidiano que podem ser resolvidas utilizando alguns dos conceitos matemáticos. No documento oficial dispomos de cinco unidades

temáticas sendo elas: Número, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatísticas.

Na unidade temática Geometria, temos o estudo dos ângulos que começa a ser visto no final dos anos iniciais onde é esperado que os alunos já saibam nomear, comparar polígonos principalmente pelas propriedades relativas aos ângulos. Já nos anos finais,

A expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais (BRASIL 2018, P.265).

É necessário considerar um contexto significativo, ou seja, aprendizagem significativa para os alunos que segundo Moreira (2010) “aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos”, para assim ocorrer à aprendizagem de determinados conceitos da matemática, não necessita ser algo do cotidiano, mas sim de outras áreas ou até mesmo da própria história da matemática.

Assim, compreendemos a importância de fazermos uma conceituação básica sobre o conteúdo “Ângulos”, abordando sua origem, onde esse sistema era utilizado e como ainda fazemos uso desse sistema de medida.

O sistema de medida sexagesimal tem suas origens ainda desconhecida, porém seus primeiros relatos aparecem na história dos babilônicos, onde Eves (2004, p.36), afirma que “os babilônicos antigos desenvolveram, em algum momento entre 3000 e 2000 a.C um sistema sexagesimal que empregava o princípio posicional (explicar)”.

Segundo D’Ambrosio (1996) os babilônicos tinham como atividades o pastoreio e as necessidades os “levaram a um grande desenvolvimento de aritmética de contagem e de cálculos astronômicos”.

Os babilônicos utilizavam esse sistema que ainda é utilizado nas medidas de tempo, no sistema de medida angular e em coordenadas geográficas, BOYER (1996) fala sobre o sistema ter vida notavelmente longa.

Qualquer que tenha sido a origem, o sistema sexagesimal de numeração teve vida notavelmente longa, pois até hoje restos permanecem, infelizmente para a consistência, nas unidades de tempo

e medida dos ângulos, apesar da forma fundamentalmente decimal de nossa sociedade (BOYER, 1996, p. 17).

O sistema de medidas angulares que utiliza o sistema sexagesimal consiste na circunferência dividida em 360 partes iguais conhecidas como grau, esse conceito tem sua história ainda desconhecida, não se sabe quando começou a utilização de medidas de ângulos e como se chegou nessa divisão de 360 graus.

Seguindo a tabela de habilidades referentes ao ensino de ângulos na BNCC iremos observar ao que se refere ao 6º ano, tem como unidade temática a geometria, o objeto de conhecimento são os polígonos em relação as suas classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados e como habilidades a serem alcançadas, temos:

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

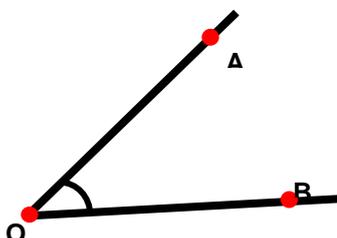
(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. (Brasil, 2018)

Para tanto, observamos a importância de reconhecer os polígonos segundo cada habilidade apresentada pela BNCC, segundo suas características para que posteriormente analisemos junto ao que conheceremos dos instrumentos de aferições utilizados nas grandes navegações numa relação de associação ao conceito e objeto.

Para a primeira habilidade (**EF06MA25**), tem: Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. Para esta introdução ao conceito de ângulo devemos compreender que a palavra ângulo é utilizada pra nomear a abertura entre duas semirretas que partilham do mesmo ponto inicial ou entre dois segmentos de reta que possuem a mesma extremidade em comum. Também é o número usado para medir a abertura do conceito anterior, logo, quando temos uma abertura angular, o valor atribuído a este será maior quanto maior a abertura o que é inversamente proporcional.

Imagem 8: abertura angular



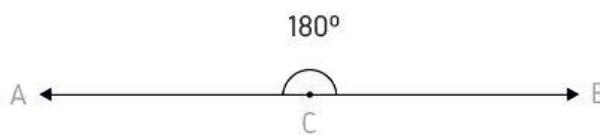
Fonte: acervo da autora

O que vemos na imagem acima é a imagem principal de um ângulo, definido como $A\hat{O}B$ (onde \hat{O} é a abertura angular entre as semirretas A e B), este pode ser nomeado por uma letra maiúscula com acento circunflexo ou uma letra grega minúscula. Ressaltamos que o ângulo tem movimento e esse movimento é circular, uma volta completa representa 360° .

Compreendemos a importância de reconhecer os ângulos e principalmente reconhecer por sua abertura. Com isso, temos quatro nomenclaturas de ângulos que chamamos de ângulos notáveis.

O primeiro deles é o **ângulo raso** que mede 180° , observando que uma volta completa é de 360° , observamos que o ângulo raso é a metade de uma volta completa, ou o que conhecemos como meia volta.

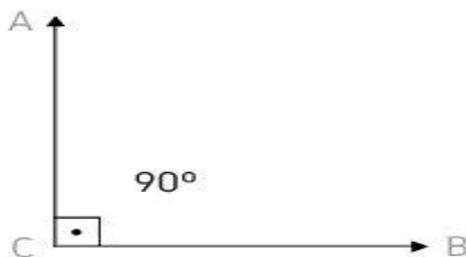
Imagem 9: ângulo raso



Fonte: acervo da autora

O segundo deles denominamos de **ângulo reto** que mede 90° , ou seja, um quarto de uma volta completa vale ressaltar que esse ângulo é identificado em grande parte em figuras geométricas e usado em propriedades com relação a altura, pois é a altura é o segmento de reta que liga o ponto “mais alto” (vertical) ao segmento de reta que está na horizontal.

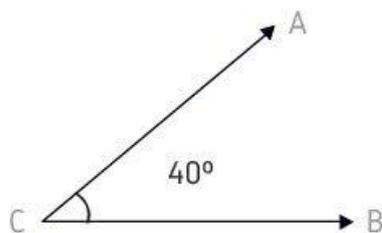
Imagem 10: ângulo Reto



Fonte: acervo da autora

O terceiro é nomeado de **ângulo agudo** onde a abertura angular sempre será menor que 90° , ou seja, este sempre será menor do que o ângulo reto.

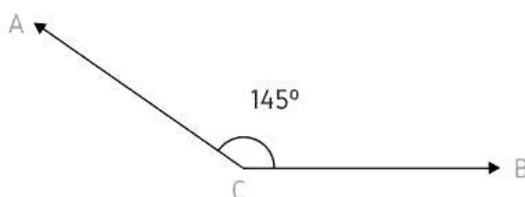
Imagem 11: ângulo agudo



Fonte: acervo da autora

E o último e não menos importante é o **ângulo obtuso**, neste a abertura angular deve medir mais do que 90° e menos que 180° , ou seja, ele deve ser maior que o ângulo reto e menor que o ângulo raso.

Imagem 12: ângulo obtuso



Fonte: acervo da autora

Uma vez apresentados os ângulos e suas nomenclaturas, faremos uma abordagem diferente da ordem em que a BNCC descreve as habilidades para o ensino de geometria no 6º ano do ensino fundamental. Seguindo a ordem da BNCC, deveríamos seguir a ordem: **(EF06MA25)**, **(EF06MA26)** e **(EF06MA27)**.

Porém, consideramos importante apresentar todos os ângulos, após a determinação destes ângulos por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais e por fim

apresentar problemas a serem resolvidos que abordem a noção de ângulos em diferentes contextos e em situações cotidianas.

Assim, trazemos como habilidade **(EF06MA27)**: Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. Para tanto, utilizaremos o aplicativo “Transferidor” disponível nas lojas de aplicativos de Android e Ios.



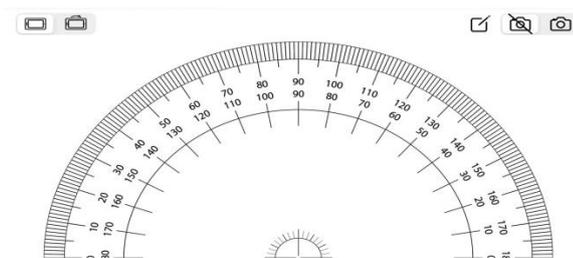
Fonte: acervo da autora

Para isso, utilizaremos como recurso didático o transferidor e um aplicativo de smartphone (Transferidor) para a determinação de ângulos tanto já pré-estabelecidos em atividade de livros didáticos quando ao ângulo observado no dia a dia.

O transferidor contém um segmento de reta em sua base e um semicírculo na parte superior marcado com unidades de 0 a 180, para a utilização deste transferidor coloque o centro do transferidor no ponto 0 e este deve estar alinhado com o segmento de reta, assim podemos chegar a medida do ângulo formado pelo objeto ou imagem em questão.

Este aplicativo tem como conceito fundamental a medição de ângulos a partir de um plano de fundo em uma única cor ou tirando uma foto de qualquer objeto, observamos estes nas imagens a seguir.

Imagem 14: transferidor digital



Fonte: acervo da autora

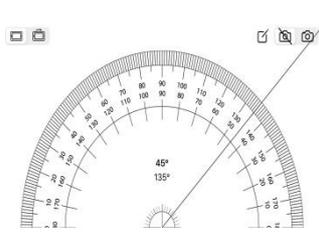
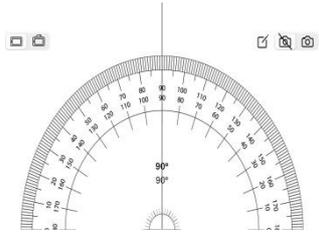
Imagem 15: transferidor digital

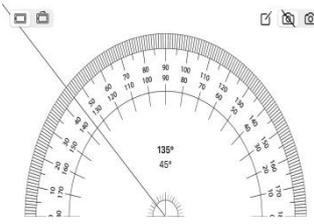
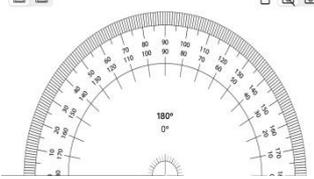


Fonte: acervo da autora

Assim, na tabela abaixo descreveremos os ângulos notáveis a partir de imagens captadas dentro do aplicativo transferidor.

Tabela 01: Ângulos

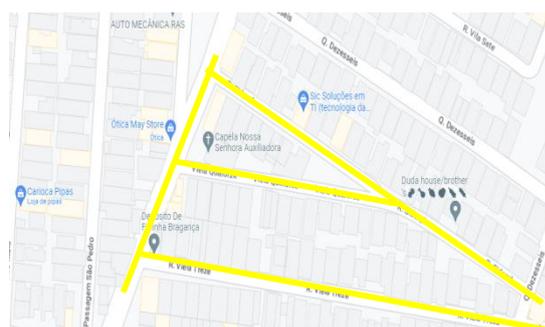
ÂNGULO	CARACTERÍSTICA	NO TRANSFERIDOR
Agudo	Maior do que 0° e menor que 90°	
Reto	Exatamente 90°	

Obtuso	Maior do que 90° e menor do que 180°	
Raso	Exatamente 180°	

Fonte: acervo da autora

E como última habilidade segundo a BNCC para o ensino de Geometria para o sexto ano do ensino fundamental tem: **(EF06MA26):** Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. Observamos os ângulos no nosso dia a dia, podemos observa-los em figuras geométricas planas, espaciais ou até mesmo em situações cotidianas. A exemplo, na imagem abaixo, observamos uma foto do Google Maps.

Imagem 16: mapa



Fonte: acervo da autora

Já tendo conceituado ângulos e mostra-los no transferidor traremos alguns problemas em que utilizaremos esses conceitos como base. Pra a habilidade **(EF06MA26):** Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. Trataremos afundo na seção do

produto educacional, onde temos como produto um livreto de atividades que tratam de ângulos e de como utilizaremos esses conceitos relacionado aos instrumentos de aferição utilizados nas grandes navegações.

Na próxima seção, trataremos dos instrumentos náuticos de aferição e relacionaremos com o ensino de matemática e o estudo dos ângulos, analisando e apontando as relações possíveis para que professores utilizem desse material para modificar sua aula e dinamizar a sua prática docente.

Esta pesquisa trata dos instrumentos utilizadas no período das grandes navegações, ao longo dos anos muitos estudiosos da área da História da Matemática têm se prostrado a estes estudos, “os estudos sobre a inserção de instrumentos matemáticos históricos voltados para seu uso no ensino ainda estão em expansão no Brasil” são as palavras de (PEREIRA 2016, p 12).

Trivizoli (2019) diz que a proposta de trabalhar conteúdos matemáticos a partir do uso de instrumentos históricos tem mostrados em seus resultados como sendo um caminho viável tanto na formação de professores como no ensino de matemática dos níveis de educação básica, ou seja, ela esclarece que esse método de ensino, quando trabalhado de forma correta, é eficaz e promove o aprendizado do aluno.

Trivizoli (2019, p. 64) ainda esclarece que.

Um ponto que deve ser levado em consideração é a dificuldade de ter acesso a esses instrumentos ou mesmo a sua reprodução, haja vista que os manuais que explicam sua construção e a utilização são escritas dos séculos XV à XVII, em sua maioria na língua latina, o que pode dificultar o acesso ao entendimento e funcionamento do instrumento.(TRIVIZOLI, 2019. p.64)

No século XIII os instrumentos que foram importantes para esse período foram à bússola e a carta de marear, a bússola era utilizada para indicar o ângulo dos rumos traçados nas cartas, porém não eram instrumentos que tinham precisão. Com isso houve a necessidade de criar novos instrumentos que pudessem ter a capacidade de se localizar em viagens longas pelo oceano.

Segundo Fernandes, et al (2011),

Se tratando de contribuição na construção de instrumentos para facilitar os navegadores, a Universidade de Lisboa, a partir do século XIII, destacou-se na construção de três instrumentos náuticos importantíssimos, ajudando de forma considerável os homens ao mar,

sendo eles: abalestilha, o quadrante e o astrolábio náutico. (FERNANDES, 2011, p.62).

Nos tópicos seguintes, descrevo estes instrumentos e sua utilização nesse marco histórico importante.

QUADRANTE NÁUTICO

Iniciaremos falando do quadrante, Mendes e Morey (2005) dizem que o quadrante é o instrumento de medição mais antigo que o astrolábio, fazia com que o piloto fizesse a medição partindo da estrela polar e que partindo da tabela de declinação conseguia situar o navio na carta de navegação.

Oliveira (2017) diz que o quadrante já havia sido utilizado pelos árabes por muito tempo, para fins astronômicos, durante os tempos medievais, até chegar à era das grandes navegações nas mãos dos portugueses. Oliveira (2017) também define as características do quadrante:

“O quadrante tinha o formato de um quarto de circunferência e era graduado de 0° a 90° . Um de seus lados possuía duas pínulas próximas às extremidades, as quais tinham um orifício em seus centros por onde o observador mirava o alvo. Do vértice saía um fio de prumo que tinha, na ponta, um peso que o fazia sempre apontar a linha vertical e, assim, indicar no arco graduado, o ângulo entre o lado da mira e a linha horizontal. Dependendo da direção em que se fazia a graduação, o ângulo indicado no quadrante podia representar tanto a altura do astro como a sua distância zenital”. (OLIVEIRA, 2017, p. 20).

Imagem 17- Quadrante Náutico



Fonte: <https://sites.google.com/site/oimperioportugues/instrumentos-de-navegacao>

Reis (1998), afirma que a mais antiga referência ao uso do quadrante na história das navegações aparece Relação do Descobrimento da Guiné, no ano de 1460 cita sobre o quadrante em seu diário de bordo.

Embora o quadrante ter sido um instrumento de grande utilização, Pereira (2000) afirma que, ele apresentava algumas dificuldades de manuseio, a exemplo: a observação da graduação à noite era difícil devido aos ventos e ao balanço do mar não era fácil encontrar o ângulo de inclinação da Estrela Polar correto, o que poderia dar um erro considerável no cálculo das distâncias

Por conta disso, no século XV o quadrante foi substituído pelo astrolábio que não apresentava nenhum desses problemas e apesar disso, a matemática que utilizamos ainda contém relação com o quadrante e acreditamos ainda a importância de utilizá-lo no processo de ensino aprendizagem de ângulos.

ASTROLÁBIO

Outro instrumento que foi utilizado no período das grandes navegações foi o astrolábio, hoje em dia existem muitos modelos desse instrumento, mas na era das descobertas o astrolábio utilizado era conhecido como astrolábio planisférico. Mendes e Morey (2005) afirmam que ele aparece como um instrumento de observação astronômica que vem da mais remota antiguidade.

O astrolábio é uma palavra de origem árabe, asturlab, e Ptolomeu empregou-a para designar uma espécie de mapa-múndi. Foi usado até o aparecimento do sextante no começo do século XVIII e, apesar de a invenção do astrolábio ser atribuída ao astrônomo grego Hiparco (século II a.C.), alguns autores afirmam ser o instrumento do conhecimento de Apollonio de Perga, que viveu do final do século III ao começo do século II a.C., ou talvez do Eudoxo de Cnido (409-395 a.C.), que viveu muitos anos no Egito. O astrolábio passou do Egito aos gregos e destes à Espanha, levado pelos árabes.

Nuno Crato² em seu blog afirma que, o astrolábio consiste no desenvolvimento de uma ideia da antiga Grécia, que nos chegou por via dos árabes, ele acrescenta ainda que o astrolábio é um instrumento muito complexo e delicado, destinado não só para medir altura das estrelas e calcular as horas pela posição do sol, mas também para prever a posição dos astros em determinado dia ou hora.

² <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e7.html>

Astrolábio era um instrumento voltado para a astrologia e acabou sendo simplificado para assim se tornar um instrumento náutico, para Nuno Crato “o astrolábio náutico é constituído simplesmente por um aro graduado, com um eixo no centro, seguro por uma armação em cruz, e uma mira ou alidade, a chamada medeclina, que roda nesse eixo”.

Foi transformado em um instrumento mais robusto e mais pesado que o astrolábio planisférico.

Imagem 18- Astrolábio



Astrolábio planiférico de Nicol Patenal 1616 (frente e verso)
(Museu da Marinha)

Fonte:

Os portugueses na época dos descobrimentos marítimos simplificaram o astrolábio astronômico de modo a facilitar as observações no mar, ficando reduzido a um círculo externo graduado, transformado em um aro e conservada a alidade com suas duas pínulas e respectivos orifícios. As dimensões foram aumentadas para permitir uma melhor visão do limbo e, portanto, uma maior aproximação até o meio grau.

Imagem 19- Astrolábio Dundee

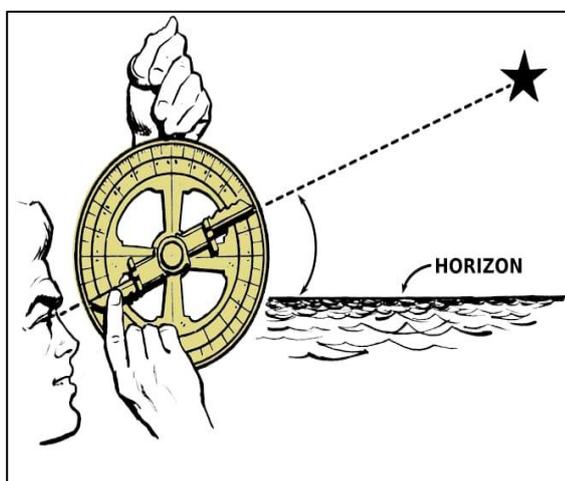


Astrolábio Dundee 1555
(Dundee, Art Galleries and Museums)

Fonte:

Alguns astrolábios da época dos descobrimentos mediam meio metro de diâmetro, um centímetro de espessura e pesavam 10 quilogramas, sendo fabricados em latão ou madeira. Para ser usado, o instrumento era suspenso pelo anel por uma das mãos ou por um cabo e mirava-se o astro pelo orifício das duas pínulas, tendo o cuidado de se colocar o olho junto à extremidade inferior da medeclina. Movia-se a medeclina de maneira que o raio solar passasse pelos orifícios das duas pínulas. O manuseio era facilitado fazendo-se projetar em cheio a sombra da pínula superior sobre a inferior. A altura máxima de uma medição correspondia à posição estacionária, por alguns momentos, da medeclina, cujo movimento, semelhante ao fiel de uma balança, originou a expressão “pesagem do sol”.

Imagem 20- Método de utilização do astrolábio



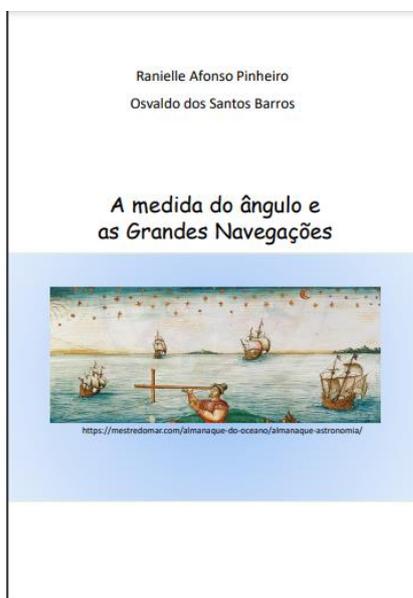
Fonte: <https://cdn.pixabay.com/photo>

A construção do astrolábio permitiu fomentar discussões a respeito do geocentrismo. Os cientistas ainda divergem a respeito de muitas teorias sobre a natureza do universo o conhecimento não está pronto e acabado ele está em constante mudança.

SEÇÃO VII - PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional, resultado desta pesquisa de dissertação de mestrado será um livro texto paradidático que servirá de material didático ao estudante do ensino básico, auxiliando-o na aprendizagem do conceito de ângulos no sexto ano do Ensino Fundamental II, este livro visa desvelar aos estudantes a importância de se conhecer o processo histórico dos conceitos matemáticos de ângulos, levando-os a navegar pela história da matemática e das grandes navegações, exercitando esses conhecimentos para aferir medidas angulares utilizando alguns dos instrumentos próprios daquele movimento.

Imagem 21: Capa do produto



Fonte: acervo da autora

O caderno será intitulado A medida de ângulo nas grandes navegações, que utilizará os instrumentos de aferição nas relações matemáticas, e tem como objetivo a descrever as relações possíveis na utilização dos instrumentos de aferição utilizados nas grandes navegações, terá como foco a geometria mais especificamente o ensino de ângulos, iremos evidenciar o ensino de ângulos a partir da construção e do uso de instrumentos náuticos de aferição conhecidos como: astrolábio e quadrante.

As pontos abordados neste livro será a apresentação do mesmo, o primeiro tópico tratamos da navegação na Amazônia onde mostramos como essa navegação é feita e acreditamos de suma importância de falar sobre as navegações no nosso ambiente social, no segundo tópico tentaremos responder o que é o mundo, no terceiro

tópico mostraremos como eram as embarcações da galera até o Nau, no quarto abordamos a matemática e a astronomia e mostramos como os astrônomos mediam os ângulos na antiguidade, no quinto estudaremos o que são os ângulos notáveis em graus e por fim construiremos um astrolábio e exercitaremos essa construção.

Pensando nesta proposta de produto educacional, voltamos a relacioná-lo com a habilidade **(EF06MA26)** da BNCC, que aponta a resolução de problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

Neste livro, faremos uma breve abordagem sobre a matemática e a Astronomia, sobre as linhas e direções, sobre as medições de ângulos e as medidas de ângulos no céu. Fazemos um breve estudo do grau e da classificação de ângulos. E logo após descrevemos o Astrolábio e propomos a construção de um. Posteriormente ensinamos como utiliza-lo por meio de exercícios e logo após propomos exercícios.

Assim, podemos inferir que este caderno permitirá aos professores atuantes na educação básica em particular o sexto ano do ensino fundamental e ao utilizar este material didático dará ao aluno dinâmica e ludicidade na compreensão da matemática escolar.

CONSIDERAÇÕES

Ao propormos nesta pesquisa utilizar a História da Matemática compreendemos que promover aos alunos um contexto histórico e utilizando como base para estruturar um produto educacional capaz de analisar e explorar elementos matemáticos que estão inseridos nos instrumentos utilizados no período das grandes navegações e que servem para localização seguindo as orientações de Fialho (2011) onde diz , que a história da matemática oferece oportunidades para se obter uma melhor visão do que é a matemática. Nos leva a inferir que nesse contexto existe um potencial de aprendizagem que tenha significado aos alunos.

Gadotti (2008), diz que “O conceito de ângulo, é um conceito difícil de ser aprendido e difícil de ser ensinado, apesar de ser elementar da geometria e aparentemente simples”.

Partindo dessas definições, utilizamos Gadotti (2008) “não se pode esperar que os alunos aprendam através das definições, pois o conceito do ângulo não dá para ser expresso só com palavras, sendo necessário utilizar exemplos, figuras, aplicações. Além

disso, cada definição apresenta algumas limitações, muitas vezes não contemplando todos os tipos de ângulos.

Nossa situação problema se baseava em na busca de compreender as dificuldades de aprendizagem das medidas e operações com unidades angulares e que esse sistema necessita ser operado com base sexagesimal.

Como questão de pesquisa, nos propomos responder a seguinte questão: Como promover o ensino do sistema de medida angular, por meio de instrumentos de aferições, em especial, alguns, usados nas Grandes Navegações, com o intuito de promover a aprendizagem das relações matemáticas explicitadas por meio desses instrumentos? E assim o fizemos, quando relacionamos os utensílios de aferição utilizados nas grandes navegações com o ensino de geometria em particular os ângulos e com esses conceitos, desenvolvemos um caderno com atividades que é um material didático elaborado a partir de conceitos de ângulos e instrumentos de aferição trazendo levando para a sala de aula o uso da história da matemática, os conceitos matemáticos de geometria e ludicidade e dinamismo para esse processo de ensino aprendizagem.

Buscamos identificar as relações matemáticas do sistema de medida angular presentes nos instrumentos de aferição no período das Grandes Navegações possibilitando o ensino dos objetos matemáticos relacionado neste contexto histórico, e assim, favorecer a aprendizagem do conceito de ângulo. Com isso, apresentamos indícios histórico-lógicos em relação à construção teórica do conceito de ângulo e as relações possíveis com os instrumentos de aferição utilizados nas Grandes Navegações e Produzimos um livro onde são apresentados a História das Grandes Navegações, dos objetos de aferições utilizados pelos navegadores daquela época fazendo relação ao conceito de ângulos abordados no ensino de Geometria concluindo com a construção de um astrolábio e exercitando a aprendizagem desses conhecimentos, sendo este livro elaborado especialmente para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental II.

Como resultados alcançados, identificamos a formação continuada de professores, esperamos que estes compreendam e repassem essas relações e que os alunos percebam a importância da aprendizagem de matemática para toda sua vida seja ela escolar e social e que a aprendizagem destes conceitos trazem ganhos para sua vida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALARCÃO, Isabel. Professores reflexivos em uma escola reflexiva/ Isabel Alarcão. – 8. Ed. – São Paulo: Cortez, 2011. – (coleção questões da nossa época; v. 8).
- ALMEIDA, C.S. Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área. Trabalho de Conclusão de Curso – Matemática da Universidade Católica de Brasília – UCB. Brasília, 2006.
- AMORIM, José Alves de. A geometria plana no ensino fundamental: estudo prático e sobre o teodolito. USP, 2016.
- BARROS, Rafael José Alves do Rego. Pesquisas sobre história e epistemologia da matemática contribuições para abordagem da matemática no Ensino Médio. Natal, 2016.
- BISHOP, A. J. Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Paidós, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BOYER. C.B. História da Matemática. São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 1974, Reimp. 1996. 496p.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- DAMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997.
- ESQUINCALHA. Agnaldo da Conceição. Nicolas Bourbaki e o movimento matemática moderna. / Agnaldo da Conceição Esquincalha. Revista de Educação, Ciências e Matemática v.2 n.3 set/dez 2012 ISSN 2238-2380.
- GADOTTI, Marlene F. Definições matemáticas do conceito de ângulo: influências da história, do movimento da matemática moderna e das produções didáticas nas concepções dos docentes. Dissertação (Mestrado em Educação) –Faculdade de Ciências Humanas. Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2008.
- GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Elementos de História da Educação Matemática / Antonio Vicente Marafioti Garnica, Luzia Aparecida de Souza. – São Paulo : Cultura Acadêmica, 2012.

GASPARI, Wlasta N. H. e PACHECO, Edilson Roberto. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica. 2007. Acessado em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Em: 27/04/2023 as 09:47.

GOMÉZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKI, L (Organizadoras). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortografia, textual e matemática. Tradução Stela Oliveira. São Paulo: Editora Ática, 1997.

GONÇALVES, Tadeu Oliver. A CONSTITUIÇÃO DO FORMADOR DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: a prática formadora_ Belém: CEJUP ED. 2006.

FAUSTO, Boris. *História do Brasil*. São Paulo: Edusp, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

MENDES, I, A.. Histórias da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas/Iran Abreu Mendes- São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

_____; Chaquiam, Miguel História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores / Iran Abreu Mendes; Miguel Chaquiam. Belém: SBHMat, 2016.

_____. M538t. Tendências metodológicas no ensino de matemática / Iran Abreu Mendes. – Belém: EdUFPA, 2008.

_____. Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem / Iran Abreu Mendes- Natal: Flecha do Tempo, 2006.

_____. A História como um agente de cognição na educação matemática/ Iran Abreu Mendes. John A. Fossa e Juan E. Nápoles Valdés – Porto Alegre: Sulina, 2006.

_____.; MOREY, Bernadete Barbosa. Conhecimentos matemáticos na época das navegações. Vitória: SBHMat, 2005.

PIZZIRANI, Flávia. Aprendizagem da matemática/ Flávia Pizzirani, Maria Dalvirene Braga, Josinalva Estacio Menezes. – Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.

SADOVSKY, P. Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.

MICHALANY, Douglas, 1921- História do Brasil/ Douglas Michalany, Ciro de Moura Ramos. – São Paulo: GEMSA, 1979.

MIGUEL, Antonio. História na Educação Matemática: propostas e desafios/ Antonio Miguel, Maria Ângela Miorim.—1. ed., 2 reimp.- Belo Horizonte: Autêntica 2008.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. F. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1999. OLIVEIRA, David Alisson Uchôa de. As grandes navegações: aspectos matemáticos de alguns instrumentos náuticos/ David Alisson Uchôa de Oliveira. – João Pessoa, 2007.

PRADO, I. G. Ensino de Matemática: O Ponto de Vista de Educadores e de seus Alunos sobre Aspectos da prática pedagógica. Rio Claro 2000. 255f. Tese de Doutorado – Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências exatas (UNESP).

RAMOS, Fábio Pestana. No tempo das especiarias: O império da pimenta e do açúcar/ Fábio Pestana Ramos. – 4. Ed., 1ª reimpressão. – São Paulo: Contexto, 2013.

REIS, A. Estácio dos. O quadrante náutico. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=Cfwk6HW3owQC&pg=PA243&lpg=PA243&dq=o+qua> . Acesso em: 15 out. 2019.

ROCHA, Mariana Rodolfo. Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2017.

PIZZIRANI, Flávia. Aprendizagem da matemática/ Flávia Pizzirani, Maria Dalvirene Braga, Josinalva Estacio Menezes. – Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.

TRIVIZOLI, Lucieli M. Contextos históricos e matemático a partir do estudo de ilustrações/ Lucieli M. Trivizoli. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019. – (Série história da matemática e da educação matemática para o ensino; volume 3).

VIEIRA, Kléber M. **O ensino do conceito de ângulo: limites e possibilidades**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2010.

Ranielle Afonso Pinheiro

Oswaldo dos Santos Barros

A medida do ângulo e as Grandes Navegações



<https://mestredomar.com/almanaque-do-oceano/almanaque-astronomia/>



A medida do ângulo e as Grandes Navegações

Ranielle Afonso Pinheiro

Oswaldo dos Santos Barros

Titulo do Produto:	A medida do ângulo e as <i>Grandes Navegações</i>
Tipo do Produto:	Livro texto paradidático
Titulo da Dissertação:	Matemática nas <i>Grandes Navegações</i> : Instrumentos de Aferição de Medidas Angulares
Público alvo:	Alunos do Ensino Fundamental do 6º ano
Finalidade do Produto:	Auxiliar na aprendizagem do conceito de ângulos no sexto ano do Ensino Fundamental II, este livro visa desvelar aos estudantes a importância de se conhecer o processo histórico dos conceitos matemáticos de ângulos, levando-os a navegar pela história da matemática e das grandes navegações, exercitando esses conhecimentos para aferir medidas angulares utilizando alguns dos instrumentos próprios daquele movimento.
Disponível em:	
Diagramação e Ilustração:	Ranielle Afonso Pinheiro



RANIELLE AFONSO PINHEIRO

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - PPGDOC da Universidade Federal do Pará - UFPA. Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2017). Especialista em Metodologia do ensino de Matemática pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci (2020) Integrante do grupo de pesquisa "GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS DAS PRÁTICAS ETNOMATEMÁTICAS NA AMAZÔNIA (GETNOMA). Atuou como Professora colaboradora no LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA AMAZÔNIA TOCANTINA (LEMAT) na Universidade Federal do Pará no Município de Abaetetuba.



OSVALDO DOS SANTOS BARROS

Possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (1998), mestrado em Mestrado Em Educação Em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (2004) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atua como professor do Ensino Superior na Universidade Federal do Pará, no Campus de Abaetetuba, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, no curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará. Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisas das Práticas Etnomatemáticas da Amazônia - GETNOMA e o Grupo de Estudos das Práticas Educativas de Canaã dos Carajás - GEPECC, Além de coordenar o Laboratório de Ensino da Matemática da Amazônia Tocantina - LEMAT e suas extensões virtuais: site: www.osvadosb.com e o canal do LEMAT GETNOMA, na plataforma do You Tube. Tem experiência na área de Ensino de Matemática e suas tendências, com ênfase na: Etnomatemática, Jogos no ensino da matemática, Ludicidade e artes no ensino da matemática,

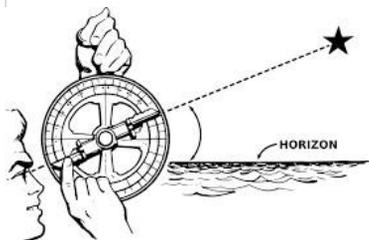
Sumário

Apresentação	3
1 – Navegação na Amazônia.....	4
2 - O que é o mundo?	5
3 – Como eram as embarcações?.....	6
4 – Matemática e Astronomia	7
Como mediam os astrônomos na Antiguidade	7
Linhas e direções	8
Medindo ângulos com as mãos	10
Medindo ângulos no céu.....	11
5 – Estudos de ângulos notáveis.....	12
Medidas em graus.....	13
6 – Construindo e usando um astrolábio.....	17
Exercícios	19
Bibliografia	21

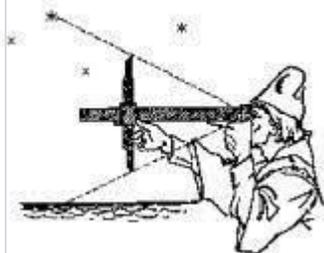
Apresentação



A Caravela é uma das mais importantes criações que impulsionaram viagens por longas distâncias e transporte de grandes cargas.



Os instrumentos de medição de altura foram muito importantes, entre eles o teodolito.



A balhastilha antecedeu os instrumentos de medição de ângulos, como o oitante e o sextante.

A Astronomia e a Matemática sempre estiveram entre os principais conhecimentos de todas as civilizações da Antiguidade, seja na elaboração de calendários, como na orientação para o deslocamento marítimo ou regiões de desertos, onde as referências são mais escassas.

Para compreender os ciclos naturais, como os movimentos dos astros no céu, fez-se necessário desenvolver conceitos de medição como a unidade métrica do ângulo.

Nesse livro vamos apresentar um pouco dos métodos de orientação pelas estrelas utilizadas pelos navegantes, no período das Grandes Navegações, relacionando conhecimento de Astronomia e Matemática com a proposição de atividades para a sala de aula.

O tema do nosso estudo é a relação entre as distâncias e a altura de estrelas, medidas a partir do ângulo descrito em arcos. Esperamos, assim, transportá-los para um tempo quando a matemática e a astronomia andavam de mão dadas na construção do conhecimento.

Boa Viagem

1 - Navegação na Amazônia

Navegar é preciso,
viver não é preciso.

Fernando Pessoa



As embarcações que navegam pelos rios da Amazônia levam de tudo, de gente a alimentos, produtos diferenciados e a vida para muitas localidades.



As canoas são o menos dos veículos de navegação.



As grandes cidades da Amazônia foram desenvolvidas na beira dos rios, tendo assim, grandes portos por onde passam todos e tudo.

Na Amazônia as embarcações são muito comuns, estão por todos os rios, fazem parte do cotidiano de todos nós. O poeta Rui Barata cantou que "esse rio é minha rua".

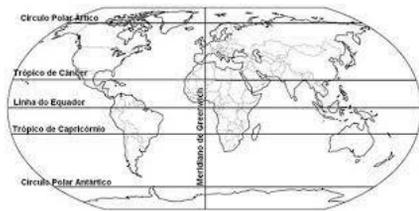
As pessoas vivem o rio, as comunidades ribeirinhas possibilitam a descoberta de saberes da floresta e das águas, como o tempo das marés e os caminhos de acordo com o fluxo das águas.

É muito comum vermos os barcos deslizando pelos rios com o barulho singular dos motores que rasgam a calma das manhãs, seguindo firmes para seus destinos. Mas, como o comandante sabe o caminho que devem seguir? Como estimam o tempo das viagens? Essas são perguntas cujas respostas foram sendo criadas na vivência dos navegantes e que há muito tempo auxiliaram diferentes povos na busca por outras terras e outros mares.

2 - O que é o mundo?



A Esfera Armilar era uma das representações do mundo constituída a partir da ideia de que a Terra (nosso planeta) é rodondo.



O Planisfério é uma forma de representação do mundo na forma de um mapa plano, sem perder suas linhas de orientação (paralelos e meridianos).



O encontro entre indígenas e portugueses no Brasil, representa uma das principais trocas culturais que conhecemos e que até hoje nos influencia.

A palavra mundo nos remetem a totalidade do espaço com a matéria que o contém; o Universo inteiro como um sistema ordenado; ao espaço onde se vive, onde se pratica o saber, a cultura que se vive, (www.dicio.com.br/mundo).

Podemos compreender que diferentes mundos tiveram suas culturas, que se conectaram a partir de encontros dos sujeitos que neles viviam. Sobre esses encontros, Ubiratan D'Ambrosio (1996) afirma que "o conhecimento é gerado pela interação, pela comunicação social, gerando um complexo de códigos e símbolos organizados intelectual e socialmente, constituindo aquilo que chamamos de cultura.

As culturas, então surgiram "como substrato do conhecimento, dos saberes/fazeres e do comportamentos resultantes, compartilhados por grupos, comunidades ou povos. Assim se construiu a Matemática e a Astronomia.

O encontro entre esses mundos se deu, em grande parte, pela navegação. Então, o mundo foi crescendo cada vez mais, assim como cresceram as embarcações e se desenvolveram as técnicas e instrumentos de navegação.

3 - Como eram as embarcações?

A navegação em diferentes partes do mundo trazem muitos exemplos de embarcações.



A "galera" era uma antiga embarcação de guerra, cobriam distâncias de acordo com a capacidade física dos escravos.

Galera

A galera era uma embarcação movida, geralmente, a remo. O nome nasceu na Grécia antiga, 2500 anos atrás: os gregos chamaram de *galeos* esse tipo de barco de combate, por sua forma estreita e pela sua velocidade. *Galeos* em grego antigo significava...tubarão!



A Caravela é uma das mais importantes criações que impulsionaram viagens por longas distâncias e transporte de grandes cargas.

Caravela

A caravela era um barco pesqueiro, utilizado principalmente ao longo da costa da Europa, mas que também podia ser utilizado em alto mar. As caravelas eram pequenas, com no máximo três mastros até então, e utilizavam velas num formato que foi batizado "latino" (triangular). Eram barcos fáceis de conduzir e controlar.



A Nau é uma antiga embarcação a vela, de alto bordo, com três mastros e numerosas bocas de fogo.

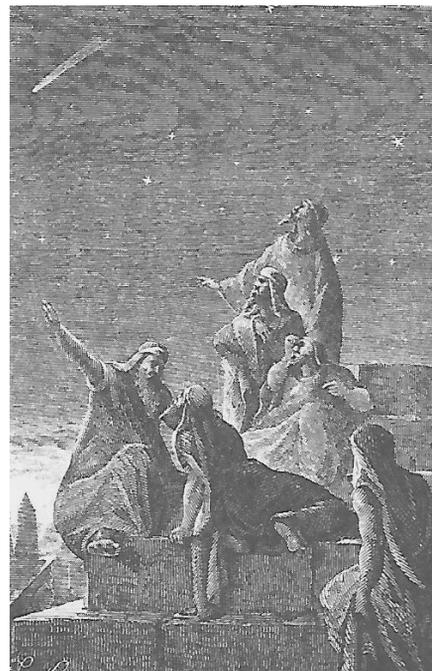
Nau

É a denominação genérica dada a navios de grande porte com capacidade de 200 pessoas, usados em viagens de grande percurso. Em vários documentos históricos a nau surge com a denominação de **nave**.

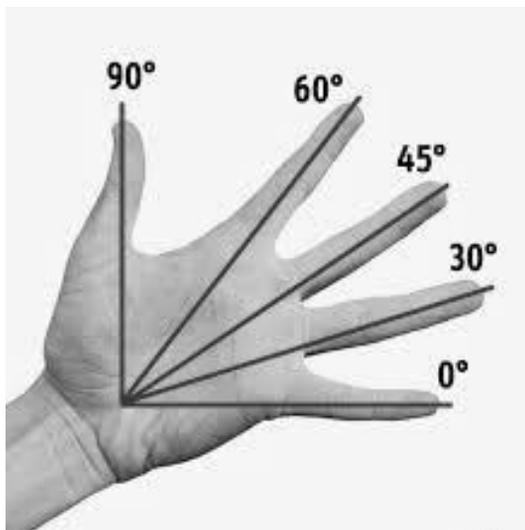
4 - Matemática e Astronomia

Os povos da Antiguidade desenvolveram duas áreas de conhecimento que sempre andaram e cresceram juntos: A matemática e a Astronomia. Esse é um dos fatores que indicam o grau de desenvolvimento de uma civilização.

Destacaram-se na Antiguidade: os Babilônios, os gregos e os chineses que além do seu poderio militar e grande capacidade inventiva e tecnológica, também ganharam destaque pelo domínio das técnicas de plantio que proporcionavam colheitas a partir do uso de calendários que ajudavam a saber o período correto das estações do ano. Da mesma forma, tinham conhecimentos de navegação e usavam instrumentos que orientavam as caravanas de viajantes do deserto, ou dos navegantes dos mares.



Como mediam os astrônomos da Antiguidade?



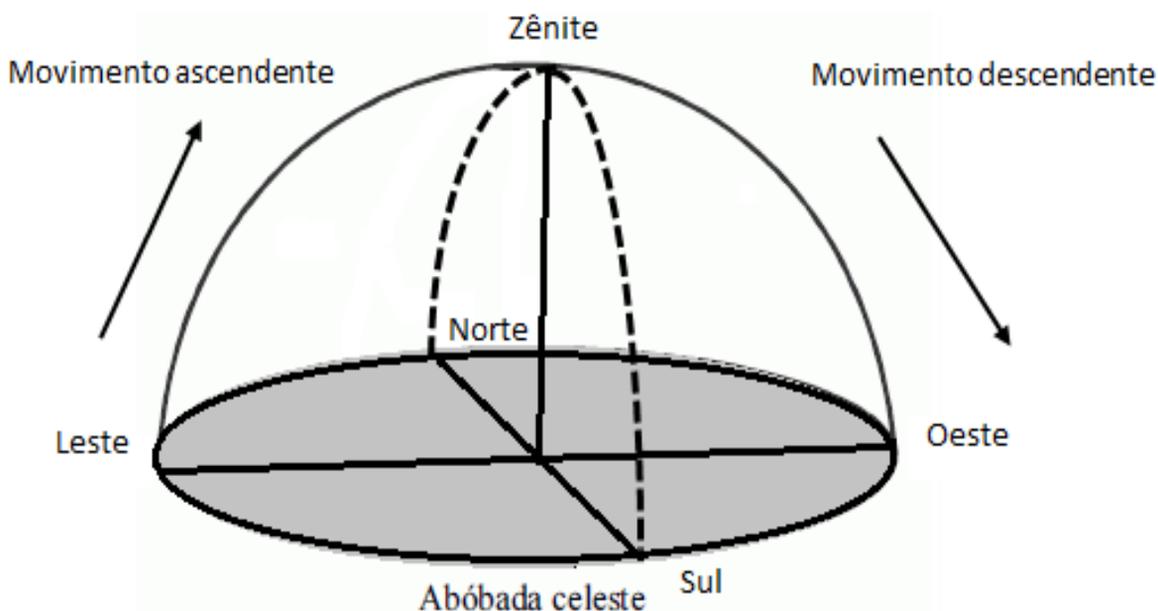
Os babilônios criaram observatórios, que eram prédios onde os astrônomos observavam os movimentos do céu.

Para medir os ângulos e a altura das estrelas eles usavam as mãos.

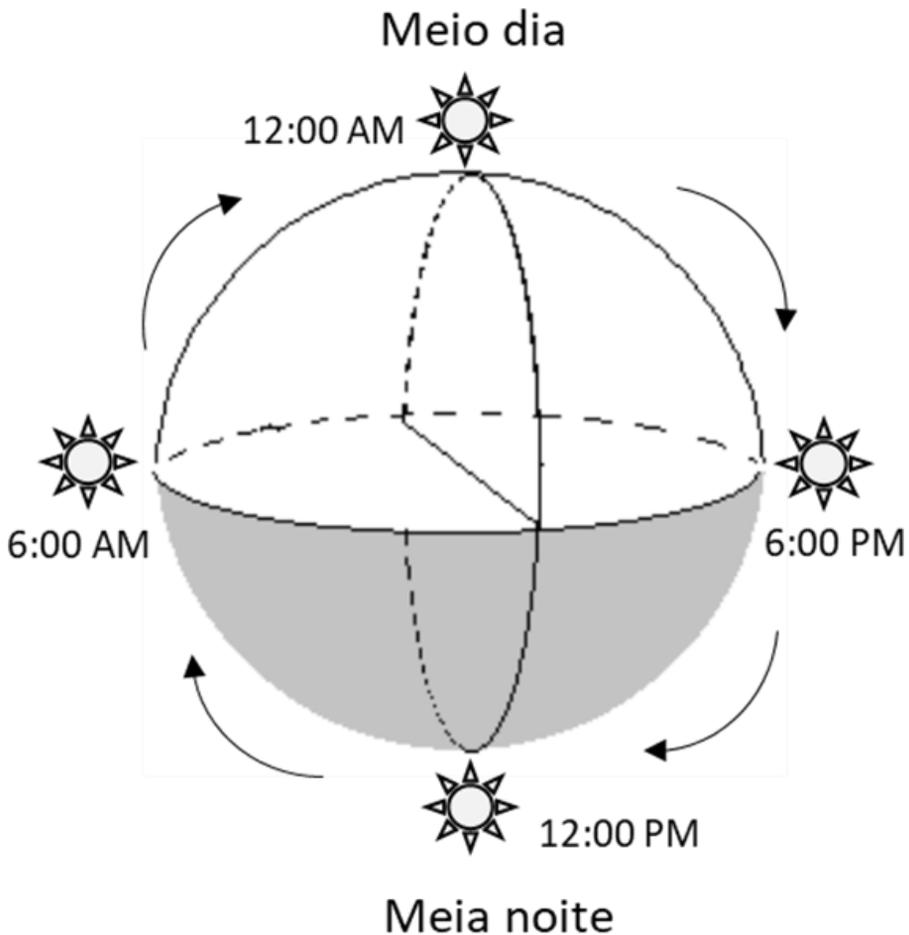
Linhas e Direções

Os pontos cardeais são importantes elementos de orientação espacial. São em número que quatro: Norte, Sul, Leste e Oeste. O lado **leste** é para onde o Sol, a lua e as estrelas surgem no horizonte e o lado **oeste** é a direção para onde os astros desaparecem no horizonte, o **norte** e o **sul** são as direções dos polos da **Terra**.

Nas regiões próximas ao equador os astros tem movimento ascendente no céu a partir do lado leste e depois tem movimento descendente até alcançarem o lado oeste.



Quando os astros desfilam pelo céu noturno, passam pelo ponto mais alto do céu, o **Zênite**, que fica exatamente sobre a cabeça do observador, esteja onde estiver. Por isso a linha que que liga os pontos norte e sul é chamada **Linha Meridional** e separa o céu em dois lados: **ascendente** e **descendente**. A linha meridional marca o **Meridiano Astronômico do Lugar - MAL**.



O lado ascendente do céu é anterior à linha meridional e por isso é chamado *anti meridiam* e o lado descendente é posterior à linha meridional, então chamada *post meridiam*. Assim, o Sol no seu movimento diário está em constante movimento de ascendência pela manhã até o meio dia e em movimento descentente depois que passa pela linha meridional.

As horas do dia são identificadas de acordo com a posição do sol no seu movimento AM (*anti meridiam*) e PM (*post meridiam*)

Nascente: 6:00 (AM) Poente: 6:00 (PM)

Medindo os ângulos com as mãos

Outros graus menores podem ser medidos usando-se o dedo indicador e suas falanges.



1°

A unidade de grau é medida pela espessura do dedo mínimo, também chamado mindinho.



10°

O punho fechado mede dez graus.



2°

O polegar tem a largura de dois graus.



15°

O dedo indicador e o mindinho esticados medem quinze graus.



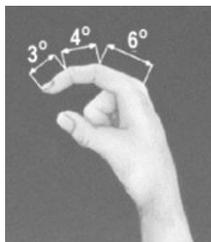
5°

Os três dedos do meio (anelar, médio e indicador), bem unidos, somam cinco graus.



20°

O polegar e o mindinho esticados medem vinte graus.



3° Falange menor

4° Falange média

6° Falange maior

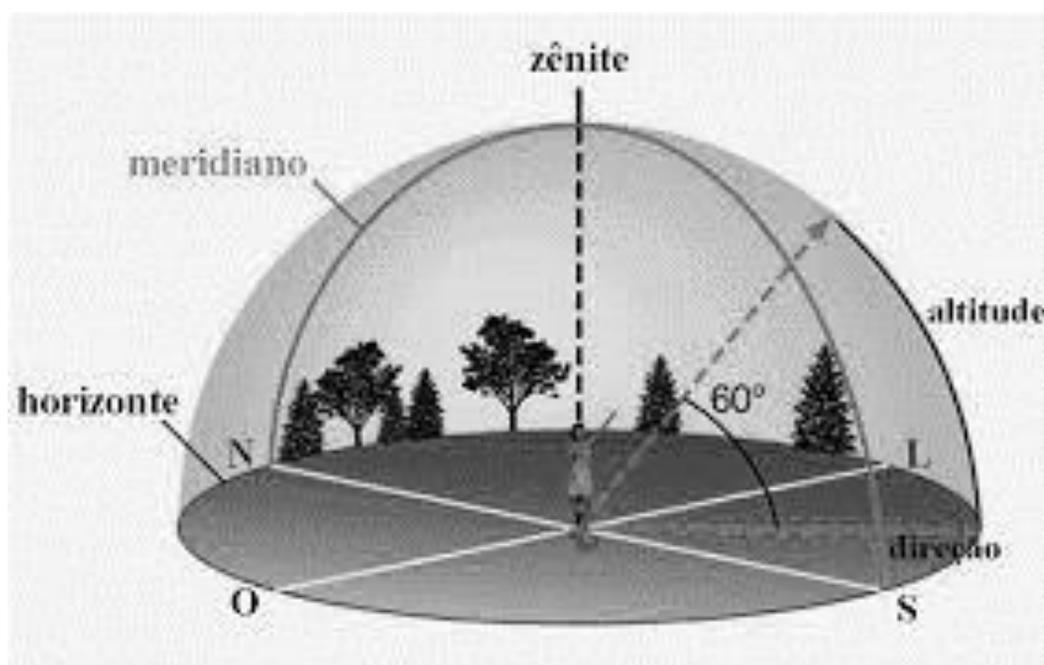


No caso de não termos um teodolito, ainda assim podemos medir as aberturas angulares e identificar a altura das estrelas no céu ou a distância aparente entre elas. Vamos ver as principais medidas angulares usando as mãos.

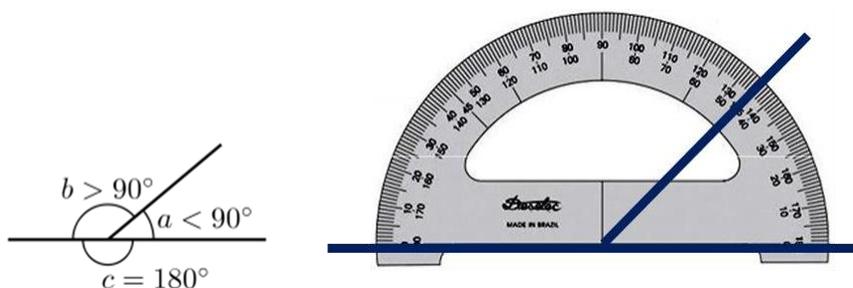
Para medir os ângulos usando a mão você deve ficar com o braço esticado diante do seu rosto. Se esticar o braço direito deve olhar com o olho direito e o outro fica fechado.

Medindo os ângulos no céu

O céu tem a aparência de uma abobada, ou seja, a metade de uma esfera na qual estamos no centro. Quando olhamos para o céu temos que medir as distâncias em arcos que são descritos em unidades de grau.



O instrumento usado para medir os arcos é o transferidor, que vem com medidas de unidades de grau.

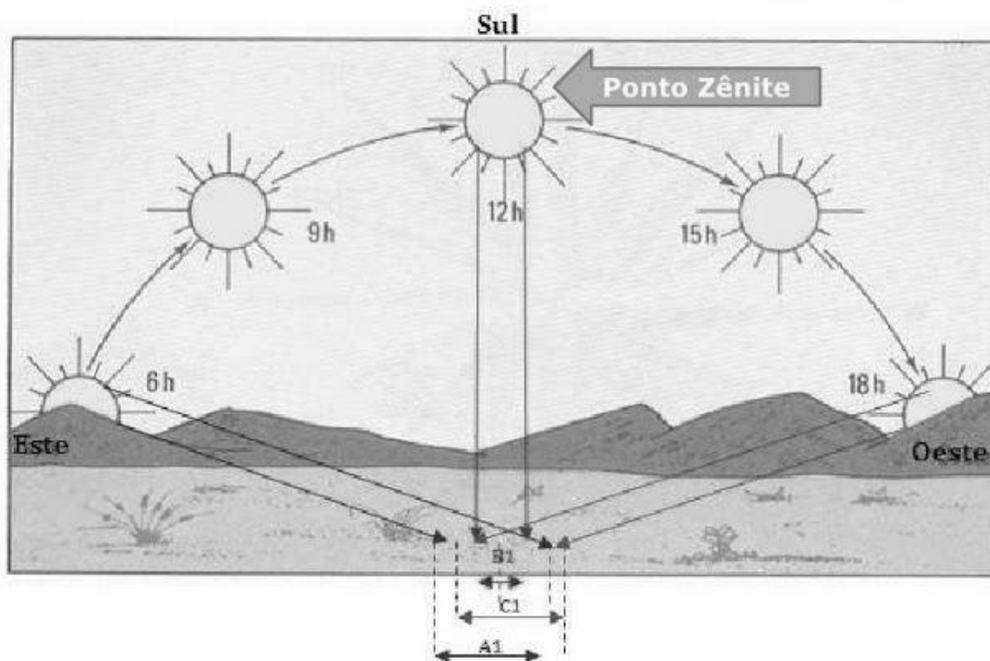


Usamos o transferidor para saber a medida de uma abertura angular. Para medir com o transferidor basta colocar um dos segmentos no zero e o outro no grau correspondente.

5 - Estudos dos ângulos notáveis

O céu, porém, apresenta uma aparente curvatura, isso porque, aparentemente, os astros parecem mais baixos quanto mais próximos estão do horizonte leste, quando pelo início da manhã, iniciando sua elevação até o meridiano, ou meio do céu, chegando ao ponto mais alto do céu, o zênite, para depois descrever um movimento descendente até o horizonte oeste.

Movimento aparente do Sol



Assim, as representações das aberturas angulares se fazem na forma de arcos. O meio do céu é chamado de meridiano astronômico do lugar (MAL), isso porque onde estiver posicionado o observador, ele verá os astros subirem do horizonte leste até o MAL, depois vão descer até o horizonte oeste.

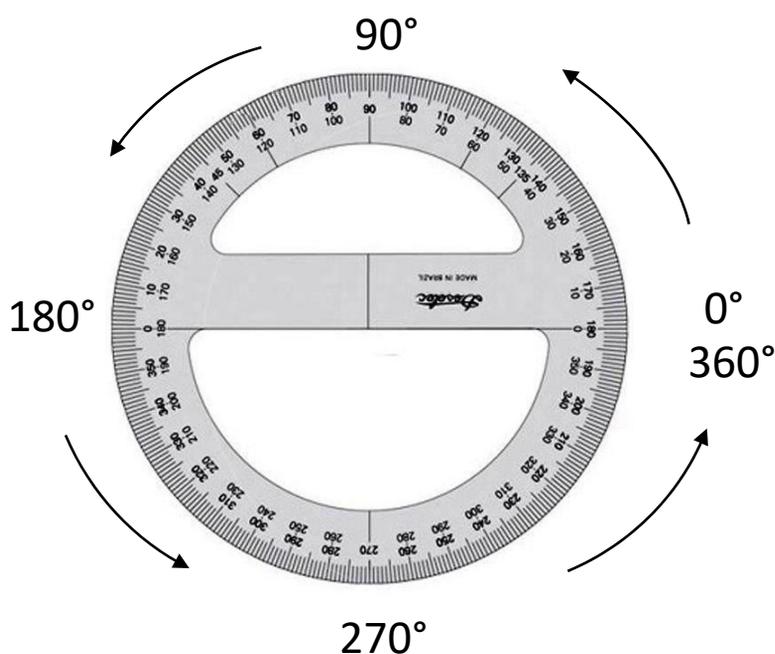
A partir da compreensão dessa curvatura no céu, semelhantes à semi-circunferência, ou metade da circunferência, cuja medida foi definida pelos Babilônios como 360° graus, podemos chegar a algumas conclusões.

As medidas em graus

O grau foi criado na Babilônia. Os babilônios dividiram o círculo em 360 partes iguais, pois acreditavam que essa era a quantidade de dias referente ao período de um ano.

Como cada um das 360 divisões do círculo corresponde a um grau, temos que:

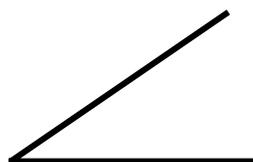
$$\begin{aligned}1 \text{ volta} &= 360 \text{ graus} = 360^\circ \\1/2 \text{ volta} &= 180 \text{ graus} = 180^\circ \text{ (ângulo raso)} \\1/4 \text{ volta} &= 90 \text{ graus} = 90^\circ \text{ (ângulo reto)}\end{aligned}$$



Classificação dos ângulos

Ângulo **AGUDO**

Medida **MENOR** que 90°



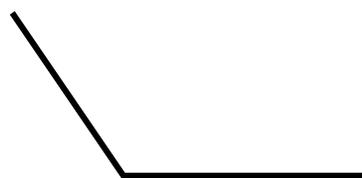
Ângulo **RETO**

Medida **IGUAL** a 90°



Ângulo **OBTUSO**

Medida **MAIOR** que 90°



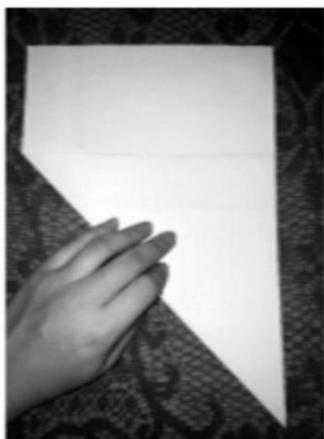
Os ângulos notáveis são muito utilizados no estudo dos ângulos, em atividades escolares e para contribuir para ampliar essa compreensão, vamos construir esses triângulos, com uso de uma folha de papel.

As medidas dos ângulos que vamos construir são: 90° , 45° , 30° e 60° .

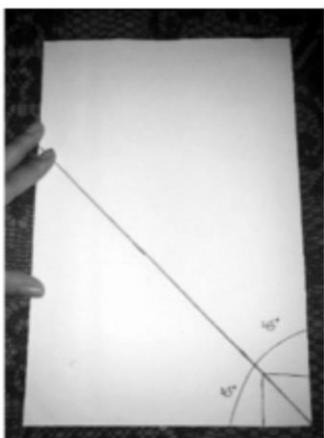
A construção de aberturas angulares com papel, estimula a curiosidade do aluno, e também o incentiva a pensar criticamente sobre um objeto simples. Primeiramente, pegaremos uma folha de papel qualquer, pode ser de caderno ou qualquer outra, como na imagem a seguir:



Podemos observar que a folha tem um formato retangular. Os retângulos, são quadriláteros, que são formados por segmentos de reta, sendo dois lados não consecutivos paralelos, e por definição possui seus ângulos internos todos retos, ou seja, ângulos com 90° graus. Os lados adjacentes são os segmentos de reta que formam o contorno retangular da folha, e os vértices são os pontos de encontro dos dois lados.



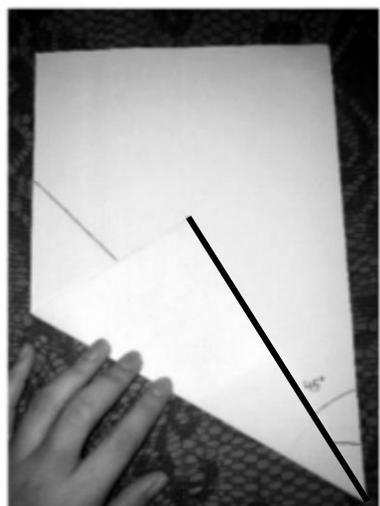
Para a construção de uma abertura angular, vamos dobrar o papel da seguinte forma: escolha um dos vértices e leve até o encontro do lado paralelo oposto, como ilustra a imagem a seguir.



Como se trata de um retângulo, sabemos que seu vértice tem ângulos retos de 90° graus, e a semirreta traçada dividiu este ângulo em duas partes iguais, ou seja, é a bissetriz do ângulo reto, criando assim duas aberturas angulares de 45° graus cada

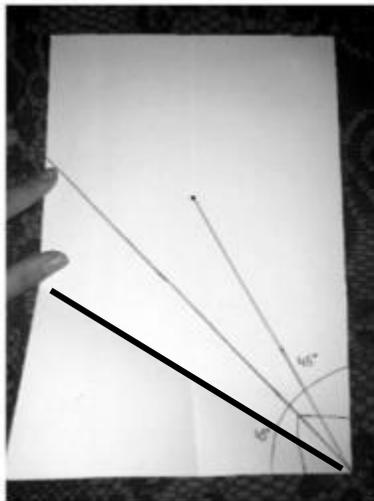


Agora vamos achar a mediana maior desse retângulo, para facilitar o encontro de novas aberturas. Para isso dobramos a folha até juntar os lados maiores, paralelos e traçamos a mediana.



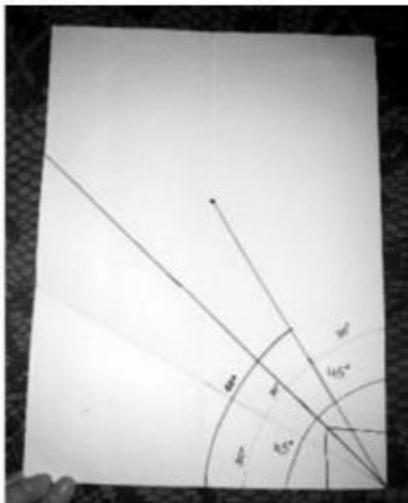
Feito isso, vamos levar um dos vértice inferiores até que esteja sobre a mediana, de modo que fique, ao mesmo tempo, alinhado com o outro vértice da base.

Em seguida, traçamos uma linha que vai do ponto de encontro do vértice com a mediana, até o outro vértice da base.



Podemos observar que onde o papel foi dobrado, ou vincado, pode ser traçada outra linha.

Observe que a abertura de 90° noventa graus está dividida em três partes iguais, sendo cada uma dela a medida de 30° trinta graus.



Assim, podemos concluir a construção de um transferidor alternativo, com as medidas de 90° noventa graus, 60° sessenta graus, 45° quarenta e cinco graus e 30° trinta graus, a partir das dobraduras em uma folha de papel.

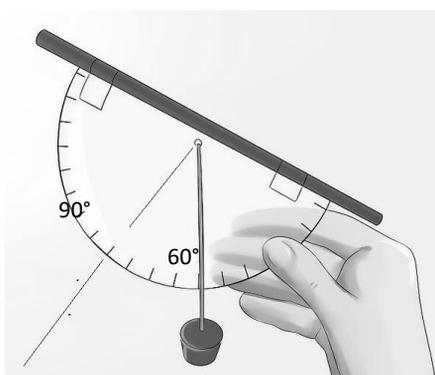
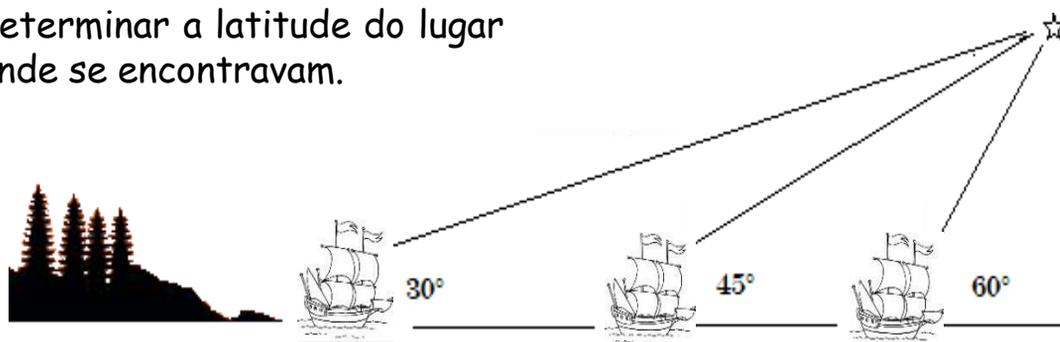
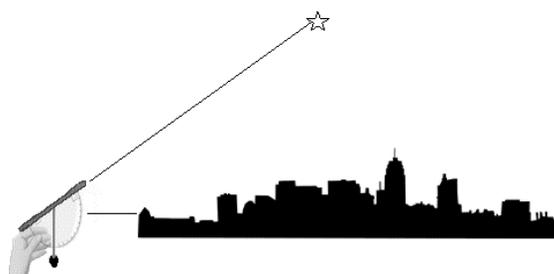


Agora você pode procurar medidas angulares presentes em objetos, como é o caso das lajotas decoradas dos pisos das casas.

6 - Construindo e usando um Astrolábio

Usamos o transferidor para saber a altura de uma estrela.

O **Astrolábio** é um instrumento usado para medir ângulos. Durante o período das grandes navegações esse instrumento foi muito utilizado para medir a altura dos astros em relação ao horizonte. Com o astrolábio eles podiam marcar a sua posição em relação à Terra, medindo o ângulo que a estrela polar fazia com o horizonte e determinar a latitude do lugar onde se encontravam.

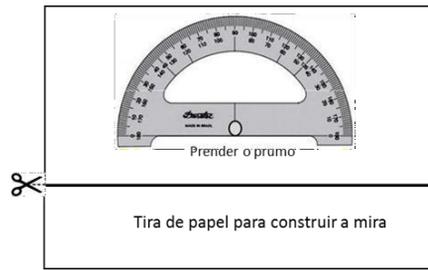


O uso do astrolábio é muito **simples**, basta fazer a subtração de 90° e a medida indicada pelo prumo, que é o fio esticado por um peso.

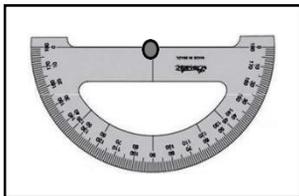
$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Para construirmos o nosso astrolábio, vamos usar o transferidor que está impresso no livro. Será necessário uma tesoura, um pouco de cola, um barbante e algum objeto que sirva de peso para o prumo. Também acompanha o transferidor instruções para construir um cilindro que será usado como mira.

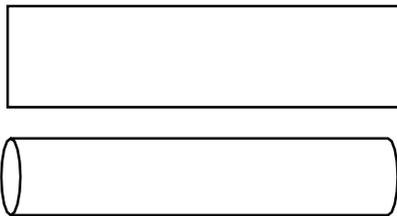
Você vai precisar de uma tesoura e um pedaço de barbante



1 - Recorte o transferidor e cole em um papel mais grosso para que fique firme. Ele será usado em posição invertida.



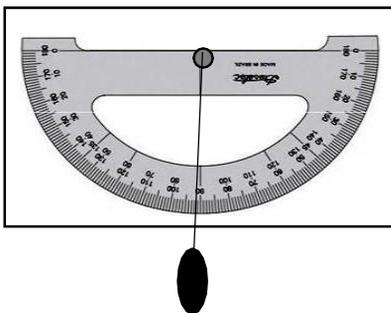
2 - Com a tira de papel faça um cilindro passando cola nas extremidades do lado maior.



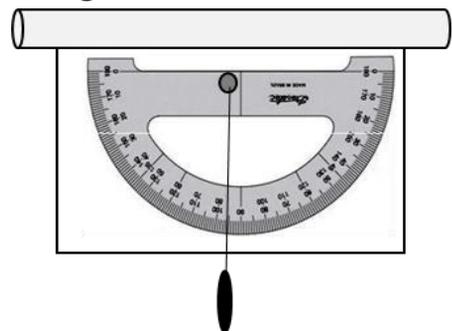
3 - Use o barbante com um peso para fazer o prumo.



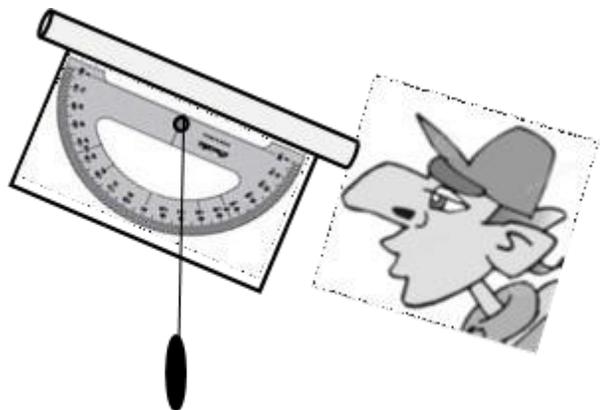
4 - Prenda o prumo no local indicado no transferidor.



5 - cole o cilindro na base do transferidor para que ela fique alinhada com o zero grau.



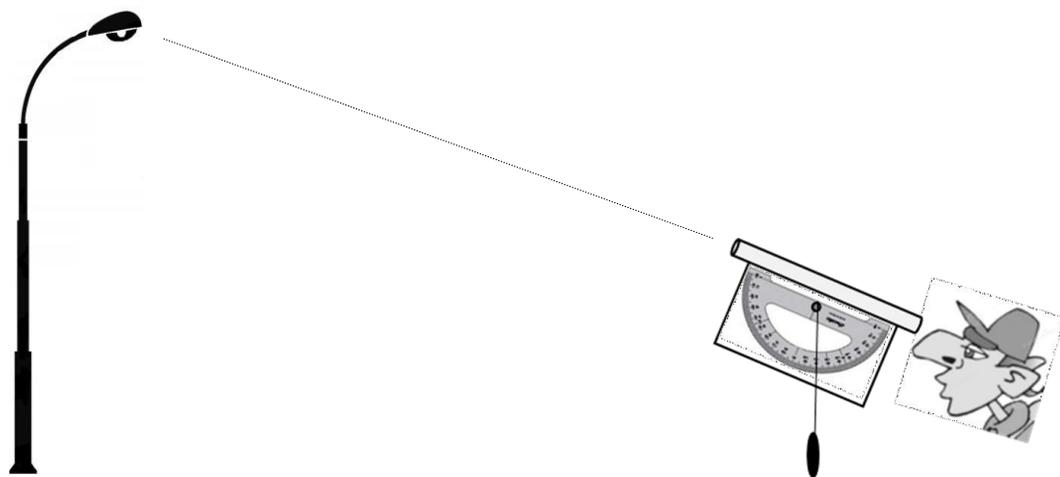
6 - Olhe pela mira para saber a altura em graus, mostrada pelo prumo. Calcule o ângulo subtraindo de 90° .



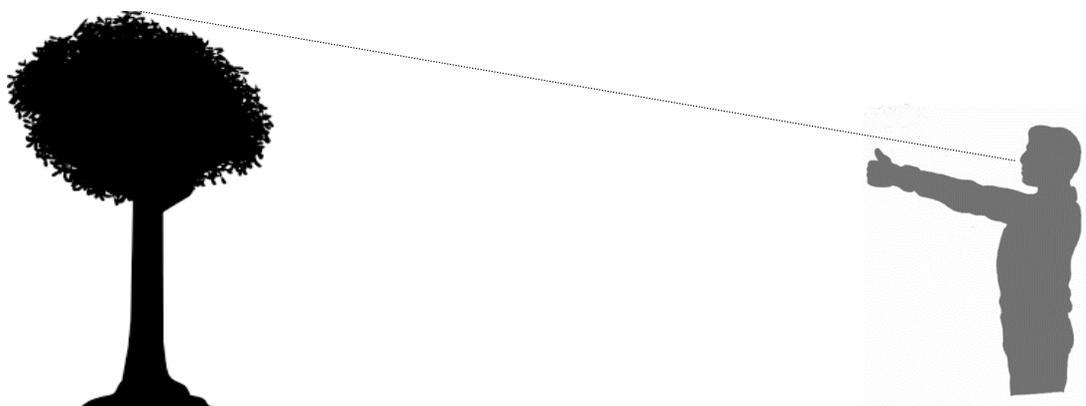
Exercícios

1 – O teodolito é utilizado para se medir a altura de um determinado astro, no céu, em relação ao horizonte. Para exercitar essa medição recomendamos as seguintes atividades:

a) Use o teodolito para determinar a altura, em graus, da lâmpada de um poste de iluminação:



b) Utilize a mesma técnica para determinar a altura, em graus de uma árvore, de um prédio, ou de algo que esteja a uma determinada altura do chão. Você pode utilizar a técnica de leitura de graus com as mãos e dedos:



c) Nesse exercício faça medições, em diferentes distâncias do objeto a ser observado. Verifique o que acontece na medida em que você fica mais próximo ou mais distante do ponto que está medindo.

CAÇA PALAVRAS DAS CONSTELAÇÕES ZODIACAIS

P D G A C E U F H J O L Ç W S R T
G A G A U K O K H O R I Z O N T E
A G K K I L A S D F D S O R V O P
E U J A S A N G U L O L Ç D R A L
T D O B E S D G S G J G A Q R T K
S O L E D C G J F D J U N M C V N
J G W R R I J O I T A N T E A J A
O N D T F R K F S D M Z N X C B V
L D R U G C A S E X T A N T E D E
P C F R H U R H G H A M D M R H G
Ç R Y A A N T A B U S S O L A J A
E T H A S F G J K D S F G H S S Ç
G T U N S E O D F D Q F G H J K A
O E J G D R L T E O D O L I T O O
B S I U G E H J A S W S F R T Y H
T D K L Y N E M A R E S D R F Q B
U E M A H C W K D D S L G E J N A
S I K R R I R A S F W E E T U I R
O K G T L A W L A R C O T O T R C
D F H T U I T E A G S D R L L F O
B C S F M D E S T R E L A S O P S

ANGULOS

ABERTURA ANGULAR

CIRCUNFERÊNCIA

ARCO

TEODOLITO

NAVEGAÇÃO

SEXTANTE

OITANTE

AGUDO

RETO

OBTUSO

CARAVELA

CEU

~~ESTRELAS~~

MARES

HORIZONTE

Bibliografia

D'AMBROSIO, Ubiratan, Educação Matemática da Teoria à Prática. Campinas, Papirus, 1996.

CANIATO, Rodolpho. O céu.

_____. O que é Astronomia. Col. Primeiros Passos. Vol. 45. 8ª ed.

MOURÃO, Ronaldo R. F. Atlas Celeste. Rio de Janeiro, Vozes, 1997.

_____. O Livro de Ouro do Universo. Rio de Janeiro. Ediouro, 2000.

NOGUEIRA, Salvador 5 Canalle. João B. Garcia. Astronomia: Ensino fundamental e médio, Coleção Explorando o ensino ; v. 11. Brasília: MEC, SEB ; MCT ; AEB, 2009.

VIEIRA, Fernando. Identificação do céu. Rio de Janeiro, Fundação Planetário, 1996.