

Ranielle Afonso Pinheiro

Oswaldo dos Santos Barros

# A medida do ângulo e as Grandes Navegações



<https://mestredomar.com/almanaque-do-oceano/almanaque-astronomia/>



# A medida do ângulo e as Grandes Navegações

Ranielle Afonso Pinheiro

Oswaldo dos Santos Barros

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Biblioteca do Instituto de Educação Matemática e Científica – Belém-PA

---

P665m Pinheiro, Ranielle Afonso, 1994-

A medida do ângulo e as grandes navegações / Ranielle Afonso Pinheiro, Osvaldo dos Santos Barros — Belém, 2023.

1,74 MB: il. ; ePUB.

Produto gerado a partir da tese intitulada: Matemática nas grandes navegações: instrumentos de aferição de medidas angulares, defendida por Ranielle Afonso Pinheiro, sob a orientação da Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros, defendida no Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em Belém-PA, em 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/16450>.

Disponível somente em formato eletrônico através da Internet.

Disponível em versão online via: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/743788>.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Astronomia – Estudo e ensino. I. Barros, Osvaldo dos Santos. II. Título.

CDD: 23. ed. 510.7

Titulo do Produto:	A medida do ângulo e as <i>Grandes Navegações</i>
Tipo do Produto:	Livro texto paradidático
Titulo da Dissertação:	<i>Matemática nas Grandes Navegações: Instrumentos de Aferição de Medidas Angulares</i>
Público alvo:	Alunos do Ensino Fundamental do 6º ano
Finalidade do Produto:	Auxiliar na aprendizagem do conceito de ângulos no sexto ano do Ensino Fundamental II, este livro visa desvelar aos estudantes a importância de se conhecer o processo histórico dos conceitos matemáticos de ângulos, levando-os a navegar pela história da matemática e das grandes navegações, exercitando esses conhecimentos para aferir medidas angulares utilizando alguns dos instrumentos próprios daquele movimento.
Disponível em:	
Diagramação e Ilustração:	Ranielle Afonso Pinheiro



RANIELLE AFONSO PINHEIRO

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - PPGDOC da Universidade Federal do Pará - UFPA. Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2017). Especialista em Metodologia do ensino de Matemática pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci (2020) Integrante do grupo de pesquisa "GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS DAS PRÁTICAS ETNOMATEMÁTICAS NA AMAZÔNIA (GETNOMA). Atuou como Professora colaboradora no LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA AMAZÔNIA TOCANTINA (LEMAT) na Universidade Federal do Pará no Município de Abaetetuba.



OSVALDO DOS SANTOS BARROS

Possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (1998), mestrado em Mestrado Em Educação Em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (2004) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atua como professor do Ensino Superior na Universidade Federal do Pará, no Campus de Abaetetuba, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, no curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará. Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisas das Práticas Etnomatemáticas da Amazônia - GETNOMA e o Grupo de Estudos das Práticas Educativas de Canaã dos Carajás - GEPECC, Além de coordenar o Laboratório de Ensino da Matemática da Amazônia Tocantina - LEMAT e suas extensões virtuais: site: [www.osvadosb.com](http://www.osvadosb.com) e o canal do LEMAT GETNOMA, na plataforma do You Tube. Tem experiência na área de Ensino de Matemática e suas tendências, com ênfase na: Etnomatemática, Jogos no ensino da matemática, Ludicidade e artes no ensino da matemática,

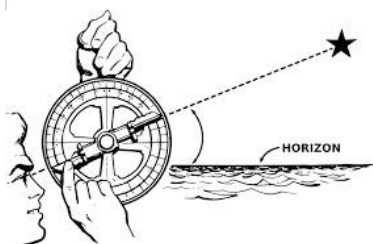
# Sumário

Apresentação .....	3
1 – Navegação na Amazônia.....	4
2 - O que é o mundo? .....	5
3 – Como eram as embarcações?.....	6
4 – Matemática e Astronomia .....	7
Como mediam os astrônomos na Antiguidade .....	7
Linhas e direções .....	8
Medindo ângulos com as mãos .....	10
Medindo ângulos no céu.....	11
5 – Estudos de ângulos notáveis.....	12
Medidas em graus.....	13
6 – Construindo e usando um astrolábio.....	17
Exercícios .....	19
Bibliografia .....	21

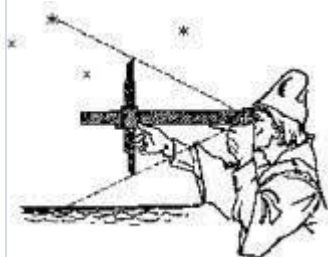
## Apresentação



A Caravela é uma das mais importantes criações que impulsionaram viagens por longas distâncias e transporte de grandes cargas.



Os instrumentos de medição de altura foram muito importantes, entre eles o teodolito.



A balhastilha antecedeu os instrumentos de medição de ângulos, como o oitante e o sextante.

A Astronomia e a Matemática sempre estiveram entre os principais conhecimentos de todas as civilizações da Antiguidade, seja na elaboração de calendários, como na orientação para o deslocamento marítimo ou regiões de desertos, onde as referências são mais escassas.

Para compreender os ciclos naturais, como os movimentos dos astros no céu, fez-se necessário desenvolver conceitos de medição como a unidade métrica do ângulo.

Nesse livro vamos apresentar um pouco dos métodos de orientação pelas estrelas utilizadas pelos navegantes, no período das Grandes Navegações, relacionando conhecimento de Astronomia e Matemática com a proposição de atividades para a sala de aula.

O tema do nosso estudo é a relação entre as distâncias e a altura de estrelas, medidas a partir do ângulo descrito em arcos. Esperamos, assim, transportá-los para um tempo quando a matemática e a astronomia andavam de mão dadas na construção do conhecimento.

Boa Viagem

# 1 - Navegação na Amazônia

Navegar é preciso,  
viver não é preciso.

Fernando Pessoa



As embarcações que navegam pelos rios da Amazônia levam de tudo, de gente a alimentos, produtos diferenciados e a vida para muitas localidades.



As canoas são o menos dos veículos de navegação.



As grandes cidades da Amazônia foram desenvolvidas na beira dos rios, tendo assim, grandes portos por onde passam todos e tudo.

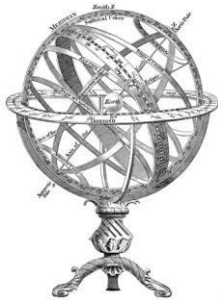
Na Amazônia as embarcações são muito comuns, estão por todos os rios, fazem parte do cotidiano de todos nós. O poeta Rui Barata cantou que "esse rio é minha rua".

As pessoas vivem o rio, as comunidades ribeirinhas possibilitam a descoberta de saberes da floresta e das águas, como o tempo das marés e os caminhos de acordo com o fluxo das águas.

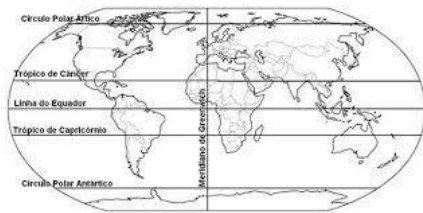
É muito comum vermos os barcos deslizando pelos rios com o barulho singular dos motores que rasgam a calma das manhãs, seguindo firmes para seus destinos. Mas, como o comandante sabe o caminho que devem seguir? Como estimam o tempo das viagens? Essas são perguntas cujas respostas foram sendo criadas na vivência dos navegantes e que há muito tempo auxiliaram diferentes povos na busca por outras terras e outros mares.



## 2 - O que é o mundo?



A Esfera Armilar era uma das representações do mundo constituída a partir da ideia de que a Terra (nosso planeta) é rodondo.



O Planisfério é uma forma de representação do mundo na forma de um mapa plano, sem perder suas linhas de orientação (paralelos e meridianos).



O encontro entre indígenas e portugueses no Brasil, representa uma das principais trocas culturais que conhecemos e que até hoje nos influencia.

A palavra mundo nos remetem a totalidade do espaço com a matéria que o contém; o Universo inteiro como um sistema ordenado; ao espaço onde se vive, onde se pratica o saber, a cultura que se vive, ([www.dicio.com.br/mundo](http://www.dicio.com.br/mundo)).

Podemos compreender que diferentes mundos tiveram suas culturas, que se conectaram a partir de encontros dos sujeitos que neles viviam. Sobre esses encontros, Ubiratan D'Ambrosio (1996) afirma que "o conhecimento é gerado pela interação, pela comunicação social, gerando um complexo de códigos e símbolos organizados intelectual e socialmente, constituindo aquilo que chamamos de cultura.

As culturas, então surgiram "como substrato do conhecimento, dos saberes/fazer e do comportamentos resultantes, compartilhados por grupos, comunidades ou povos. Assim se construiu a Matemática e a Astronomia.

O encontro entre esses mundos se deu, em grande parte, pela navegação. Então, o mundo foi crescendo cada vez mais, assim como cresceram as embarcações e se desenvolveram as técnicas e instrumentos de navegação.

### 3 - Como eram as embarcações?

A navegação em diferentes partes do mundo trazem muitos exemplos de embarcações.



A "galera" era uma antiga embarcação de guerra, cobriam distâncias de acordo com a capacidade física dos escravos.

#### Galera

A galera era uma embarcação movida, geralmente, a remo. O nome nasceu na Grécia antiga, 2500 anos atrás: os gregos chamaram de *galeos* esse tipo de barco de combate, por sua forma estreita e pela sua velocidade. *Galeos* em grego antigo significava...tubarão!



A Caravela é uma das mais importantes criações que impulsionaram viagens por longas distâncias e transporte de grandes cargas.

#### Caravela

A caravela era um barco pesqueiro, utilizado principalmente ao longo da costa da Europa, mas que também podia ser utilizado em alto mar. As caravelas eram pequenas, com no máximo três mastros até então, e utilizavam velas num formato que foi batizado "latino" (triangular). Eram barcos fáceis de conduzir e controlar.



A Nau é uma antiga embarcação a vela, de alto bordo, com três mastros e numerosas bocas de fogo.

#### Nau

É a denominação genérica dada a navios de grande porte com capacidade de 200 pessoas, usados em viagens de grande percurso. Em vários documentos históricos a nau surge com a denominação de **nave**.

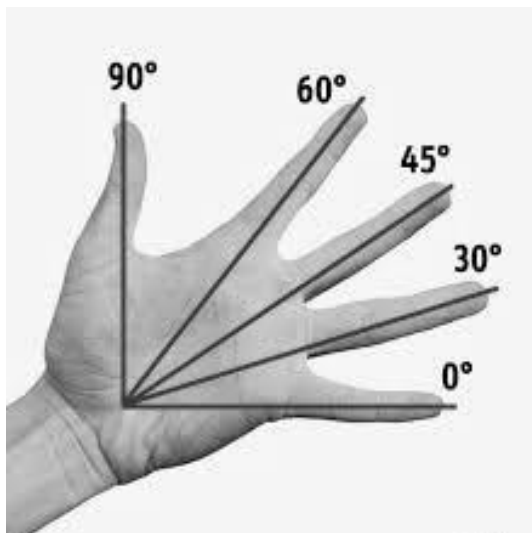
## 4 - Matemática e Astronomia

Os povos da Antiguidade desenvolveram duas áreas de conhecimento que sempre andaram e cresceram juntos: A matemática e a Astronomia. Esse é um dos fatores que indicam o grau de desenvolvimento de uma civilização.

Destacaram-se na Antiguidade: os Babilônios, os gregos e os chineses que além do seu poderio militar e grande capacidade inventiva e tecnológica, também ganharam destaque pelo domínio das técnicas de plantio que proporcionavam colheitas a partir do uso de calendários que ajudavam a saber o período correto das estações do ano. Da mesma forma, tinham conhecimentos de navegação e usavam instrumentos que orientavam as caravanas de viajantes do deserto, ou dos navegantes dos mares.



Como mediam os astrônomos da Antiguidade?



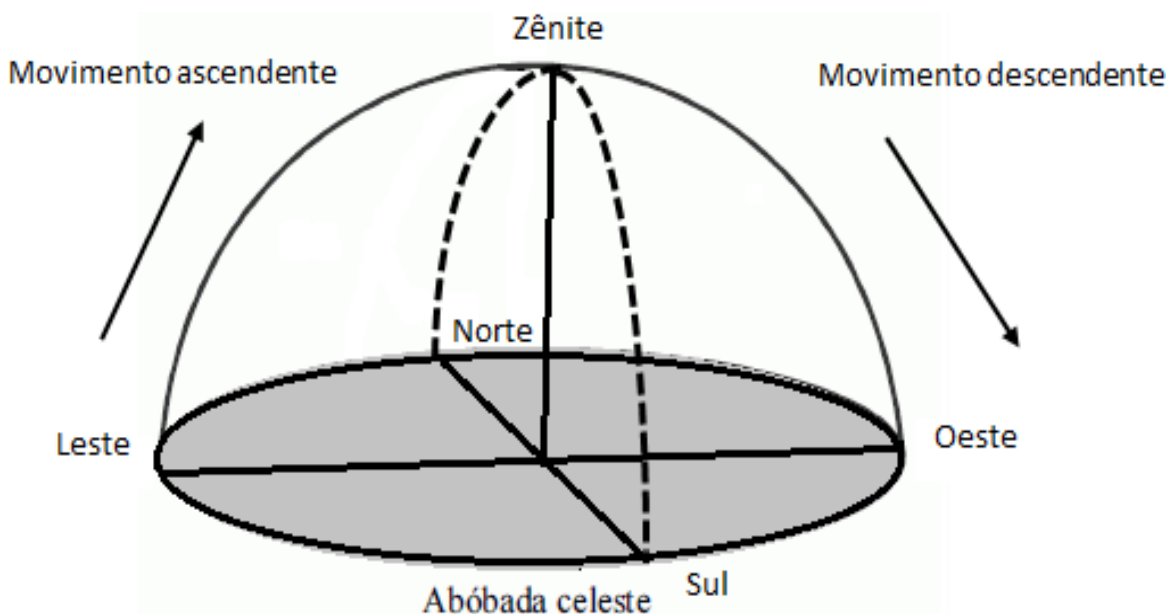
Os babilônios criaram observatórios, que eram prédios onde os astrônomos observavam os movimentos do céu.

Para medir os ângulos e a altura das estrelas eles usavam as mãos.

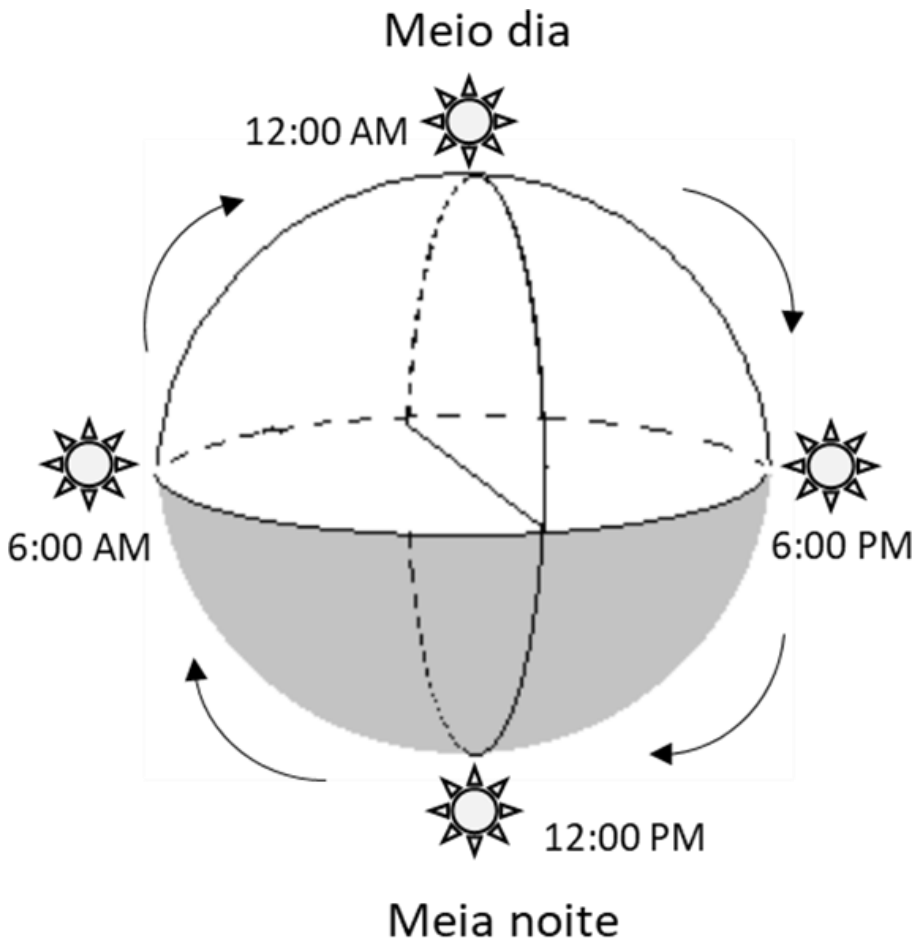
## Linhas e Direções

Os pontos cardeais são importantes elementos de orientação espacial. São em número que quatro: Norte, Sul, Leste e Oeste. O lado **leste** é para onde o Sol, a lua e as estrelas surgem no horizonte e o lado **oeste** é a direção para onde os astros desaparecem no horizonte, o **norte** e o **sul** são as direções dos polos da **Terra**.

Nas regiões próximas ao equador os astros tem movimento ascendente no céu a partir do lado leste e depois tem movimento descendente até alcançarem o lado oeste.



Quando os astros desfilam pelo céu noturno, passam pelo ponto mais alto do céu, o **Zênite**, que fica exatamente sobre a cabeça do observador, esteja onde estiver. Por isso a linha que que liga os pontos norte e sul é chamada **Linha Meridional** e separa o céu em dois lados: **ascendente** e **descendente**. A linha meridional marca o **Meridiano Astronômico do Lugar - MAL**.



O lado ascendente do céu é anterior à linha meridional e por isso é chamado *anti meridiam* e o lado descendente é posterior à linha meridional, então chamada *post meridiam*. Assim, o Sol no seu movimento diário está em constante movimento de ascendência pela manhã até o meio dia e em movimento descentente depois que passa pela linha meridional.

As horas do dia são identificadas de acordo com a posição do sol no seu movimento AM (*anti meridiam*) e PM (*post meridiam*)

**Nascente: 6:00 (AM)      Poente: 6:00 (PM)**

## Medindo os ângulos com as mãos

Outros graus menores podem ser medidos usando-se o dedo indicador e suas falanges.



1°

A unidade de grau é medida pela espessura do dedo mínimo, também chamado mindinho.



10°

O punho fechado mede dez graus.



2°

O polegar tem a largura de dois graus.



15°

O dedo indicador e o mindinho esticados medem quinze graus.



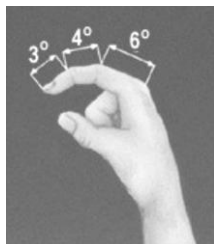
5°

Os três dedos do meio (anelar, médio e indicador), bem unidos, somam cinco graus.



20°

O polegar e o mindinho esticados medem vinte graus.



3° Falange menor

4° Falange média

6° Falange maior

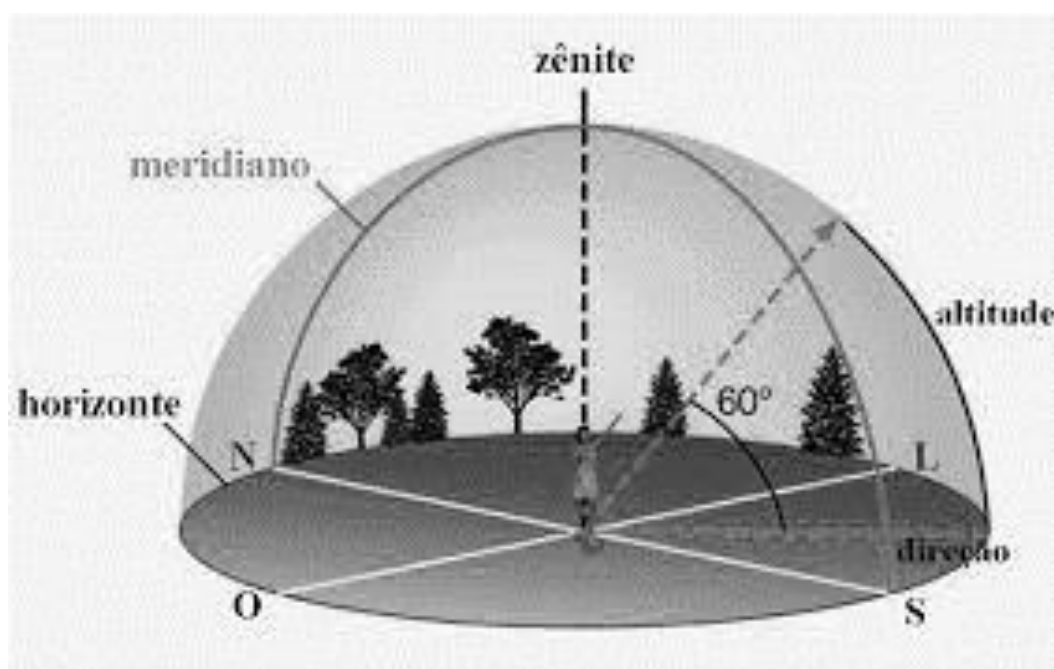


No caso de não termos um teodolito, ainda assim podemos medir as aberturas angulares e identificar a altura das estrelas no céu ou a distância aparente entre elas. Vamos ver as principais medidas angulares usando as mãos.

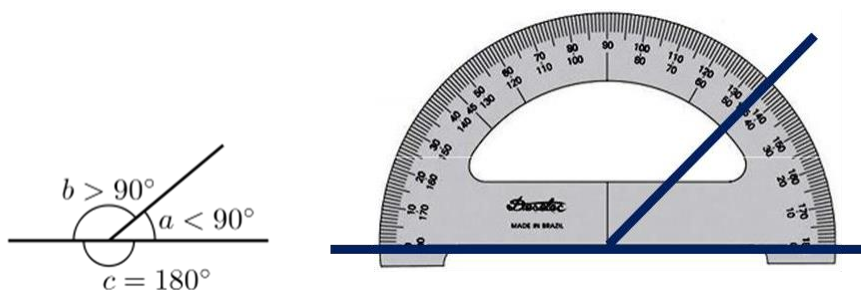
Para medir os ângulos usando a mão você deve ficar com o braço esticado diante do seu rosto. Se esticar o braço direito deve olhar com o olho direito e o outro fica fechado.

## Medindo os ângulos no céu

O céu tem a aparência de uma abobada, ou seja, a metade de uma esfera na qual estamos no centro. Quando olhamos para o céu temos que medir as distâncias em arcos que são descritos em unidades de grau.



O instrumento usado para medir os arcos é o transferidor, que vem com medidas de unidades de grau.

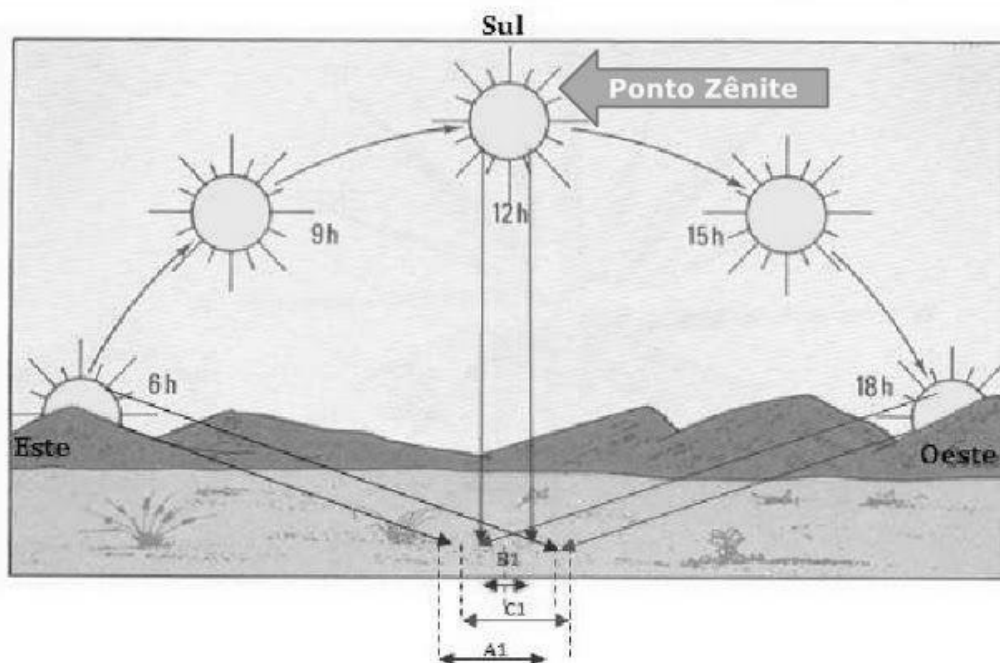


Usamos o transferidor para saber a medida de uma abertura angular. Para medir com o transferidor basta colocar um dos segmentos no zero e o outro no grau correspondente.

## 5 - Estudos dos ângulos notáveis

O céu, porém, apresenta uma aparente curvatura, isso porque, aparentemente, os astros parecem mais baixos quanto mais próximos estão do horizonte leste, quando pelo início da manhã, iniciando sua elevação até o meridiano, ou meio do céu, chegando ao ponto mais alto do céu, o zênite, para depois descrever um movimento descendente até o horizonte oeste.

### Movimento aparente do Sol



Assim, as representações das aberturas angulares se fazem na forma de arcos. O meio do céu é chamado de meridiano astronômico do lugar (MAL), isso porque onde estiver posicionado o observador, ele verá os astros subirem do horizonte leste até o MAL, depois vão descer até o horizonte oeste.

A partir da compreensão dessa curvatura no céu, semelhantes à semi-circunferência, ou metade da circunferência, cuja medida foi definida pelos Babilônios como  $360^\circ$  graus, podemos chegar a algumas conclusões.

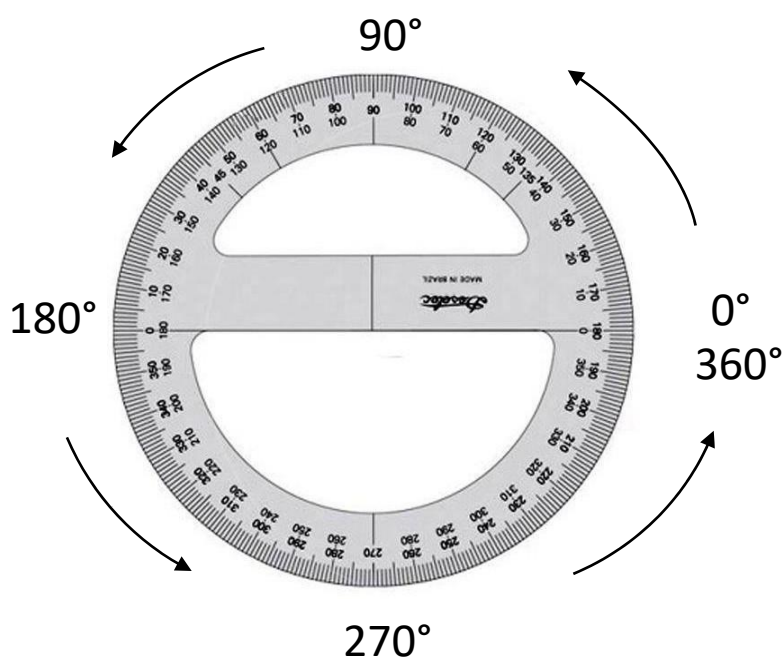


## As medidas em graus

O grau foi criado na Babilônia. Os babilônios dividiram o círculo em 360 partes iguais, pois acreditavam que essa era a quantidade de dias referente ao período de um ano.

Como cada um das 360 divisões do círculo corresponde a um grau, temos que:

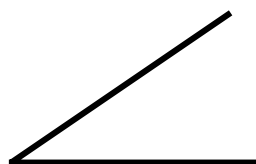
$$\begin{aligned}1 \text{ volta} &= 360 \text{ graus} = 360^\circ \\1/2 \text{ volta} &= 180 \text{ graus} = 180^\circ \text{ (ângulo raso)} \\1/4 \text{ volta} &= 90 \text{ graus} = 90^\circ \text{ (ângulo reto)}\end{aligned}$$



## Classificação dos ângulos

Ângulo **AGUDO**

Medida **MENOR** que  $90^\circ$



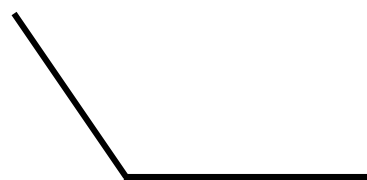
Ângulo **RETO**

Medida **IGUAL** a  $90^\circ$



Ângulo **OBTUSO**

Medida **MAIOR** que  $90^\circ$



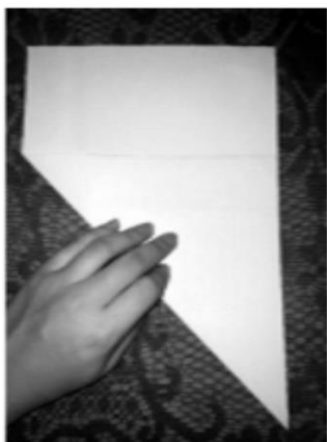
Os ângulos notáveis são muito utilizados no estudo dos ângulos, em atividades escolares e para contribuir para ampliar essa compreensão, vamos construir esses triângulos, com uso de uma folha de papel.

As medidas dos ângulos que vamos construir são:  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

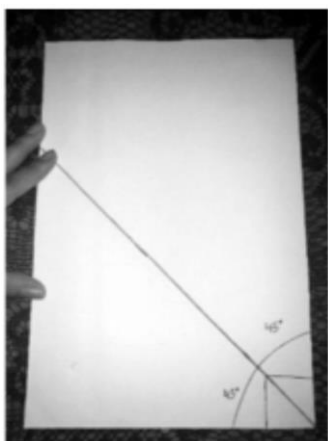
A construção de aberturas angulares com papel, estimula a curiosidade do aluno, e também o incentiva a pensar criticamente sobre um objeto simples. Primeiramente, pegaremos uma folha de papel qualquer, pode ser de caderno ou qualquer outra, como na imagem a seguir:



Podemos observar que a folha tem um formato retangular. Os retângulos, são quadriláteros, que são formados por segmentos de reta, sendo dois lados não consecutivos paralelos, e por definição possui seus ângulos internos todos retos, ou seja, ângulos com  $90^\circ$  graus. Os lados adjacentes são os segmentos de reta que formam o contorno retangular da folha, e os vértices são os pontos de encontro dos dois lados.



Para a construção de uma abertura angular, vamos dobrar o papel da seguinte forma: escolha um dos vértices e leve até o encontro do lado paralelo oposto, como ilustra a imagem a seguir.



Como se trata de um retângulo, sabemos que seu vértice tem ângulos retos de  $90^\circ$  graus, e a semirreta traçada dividiu este ângulo em duas partes iguais, ou seja, é a bissetriz do ângulo reto, criando assim duas aberturas angulares de  $45^\circ$  graus cada

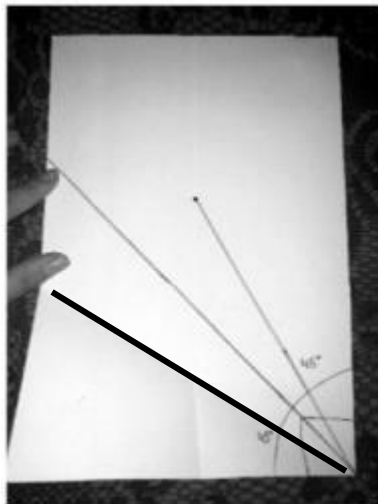


Agora vamos achar a mediana maior desse retângulo, para facilitar o encontro de novas aberturas. Para isso dobramos a folha até juntar os lados maiores, paralelos e traçamos a mediana.



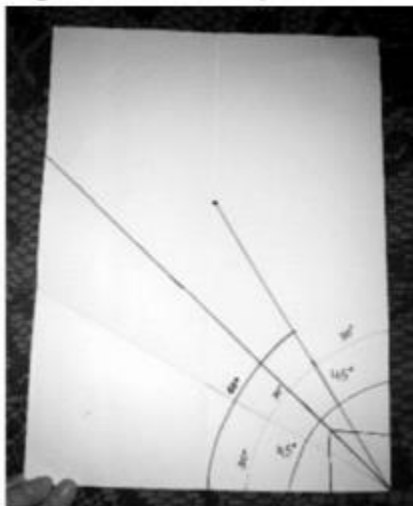
Feito isso, vamos levar um dos vértice inferiores até que esteja sobre a mediana, de modo que fique, ao mesmo tempo, alinhado com o outro vértice da base.

Em seguida, traçamos uma linha que vai do ponto de encontro do vértice com a mediana, até o outro vértice da base.



Podemos observar que onde o papel foi dobrado, ou vincado, pode ser traçada outra linha.

Observe que a abertura de  $90^\circ$  noventa graus está dividida em três partes iguais, sendo cada uma dela a medida de  $30^\circ$  trinta graus.



Assim, podemos concluir a construção de um transferidor alternativo, com as medidas de  $90^\circ$  noventa graus,  $60^\circ$  sessenta graus,  $45^\circ$  quarenta e cinco graus e  $30^\circ$  trinta graus, a partir das dobraduras em uma folha de papel.

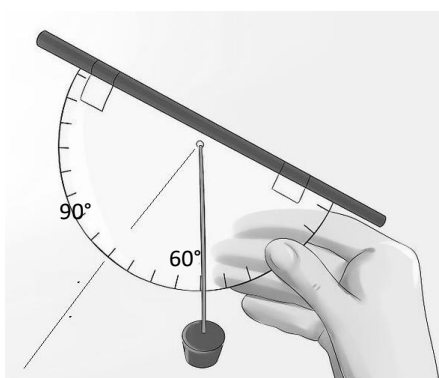
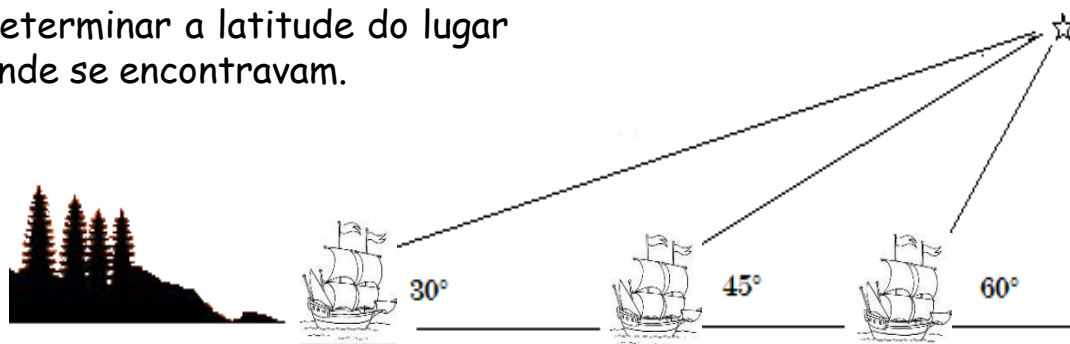
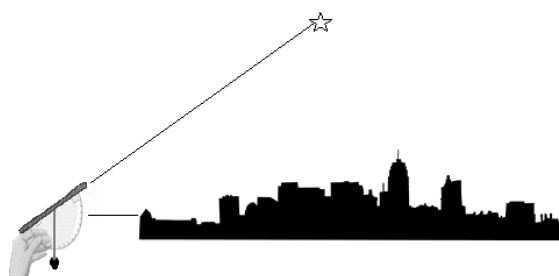


Agora você pode procurar medidas angulares presentes em objetos, como é o caso das lajotas decoradas dos pisos das casas.

## 6 - Construindo e usando um Astrolábio

Usamos o transferidor para saber a altura de uma estrela.

O **Astrolábio** é um instrumento usado para medir ângulos. Durante o período das grandes navegações esse instrumento foi muito utilizado para medir a altura dos astros em relação ao horizonte. Com o astrolábio eles podiam marcar a sua posição em relação à Terra, medindo o ângulo que a estrela polar fazia com o horizonte e determinar a latitude do lugar onde se encontravam.

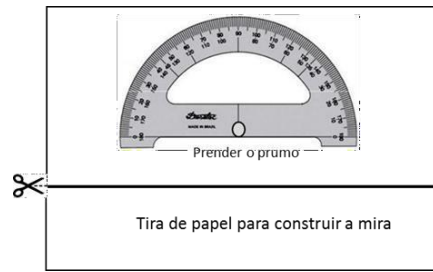


O uso do astrolábio é muito **simples**, basta fazer a subtração de  $90^\circ$  e a medida indicada pelo prumo, que é o fio esticado por um peso.

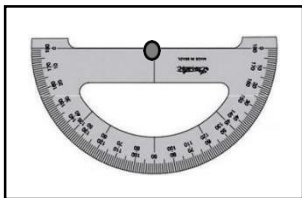
$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Para construirmos o nosso astrolábio, vamos usar o transferidor que está impresso no livro. Será necessário uma tesoura, um pouco de cola, um barbante e algum objeto que sirva de peso para o prumo. Também acompanha o transferidor instruções para construir um cilindro que será usado como mira.

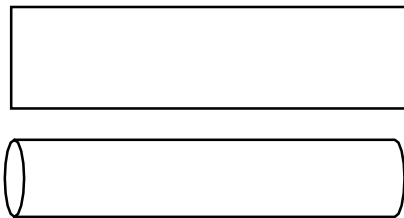
Você vai precisar de uma tesoura e um pedaço de barbante



1 - Recorte o transferidor e cole em um papel mais grosso para que fique firme. Ele será usado em posição invertida.



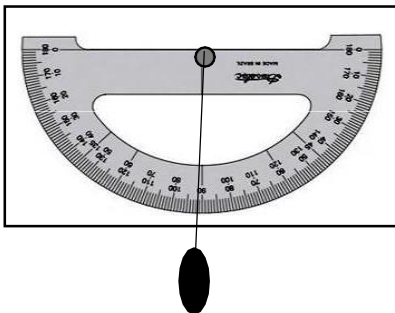
2 - Com a tira de papel faça um cilindro passando cola nas extremidades do lado maior.



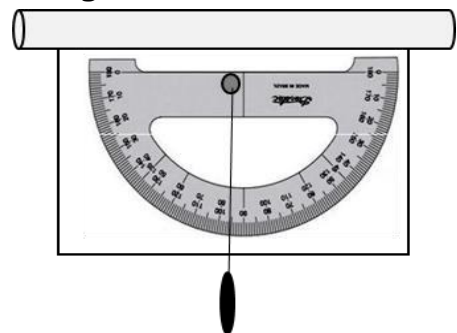
3 - Use o barbante com um peso para fazer o prumo.



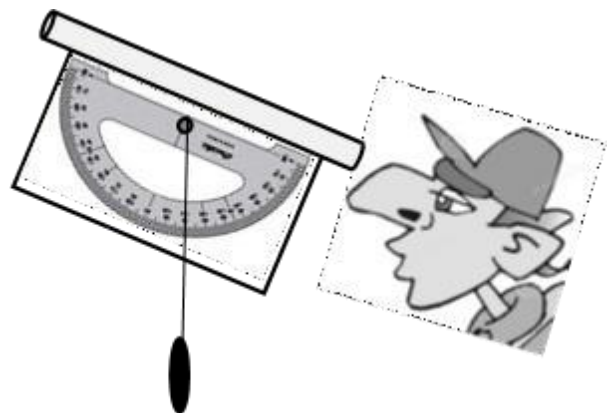
4 - Prenda o prumo no local indicado no transferidor.



5 - cole o cilindro na base do transferidor para que ela fique alinhada com o zero grau.



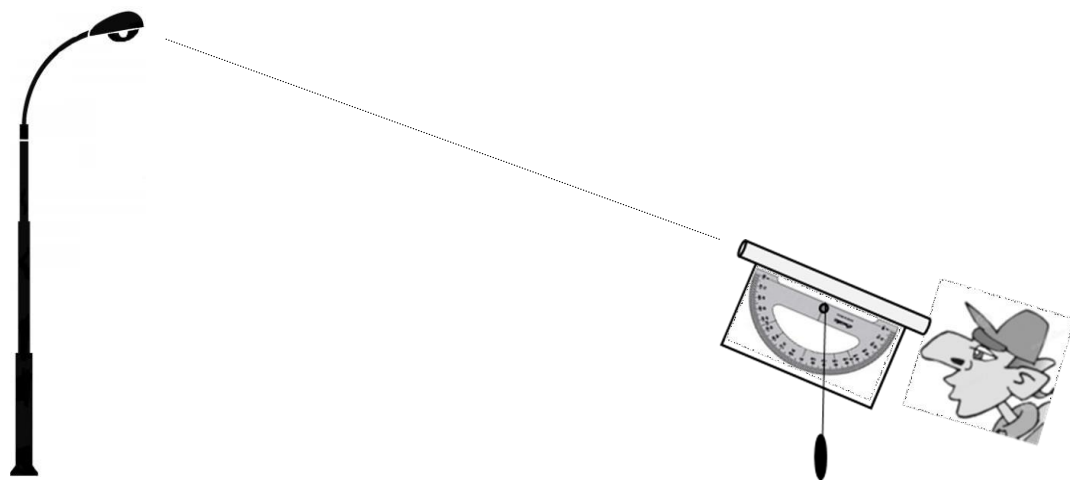
6 - Olhe pela mira para saber a altura em graus, mostrada pelo prumo. Calcule o ângulo subtraindo de  $90^\circ$ .



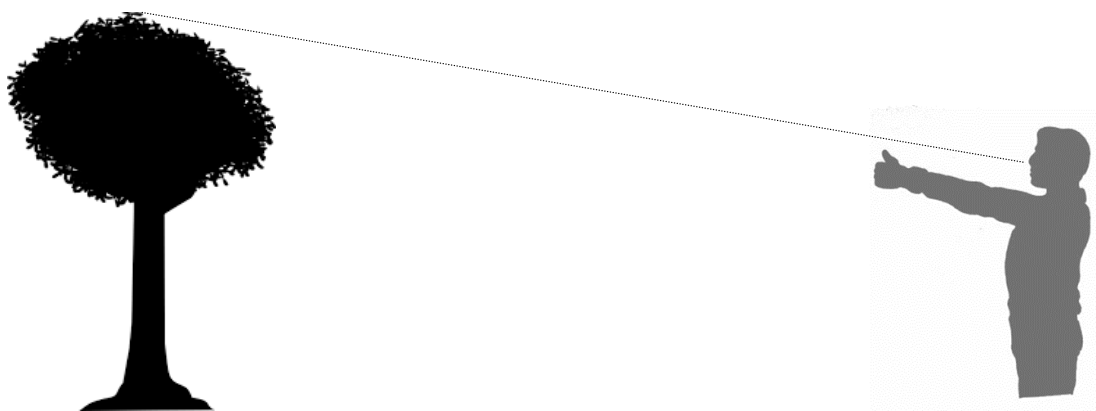
## Exercícios

1 – O teodolito é utilizado para se medir a altura de um determinado astro, no céu, em relação ao horizonte. Para exercitar essa medição recomendamos as seguintes atividades:

a) Use o teodolito para determinar a altura, em graus, da lâmpada de um poste de iluminação:



b) Utilize a mesma técnica para determinar a altura, em graus de uma árvore, de um prédio, ou de algo que esteja a uma determinada altura do chão. Você pode utilizar a técnica de leitura de graus com as mãos e dedos:



c) Nesse exercício faça medições, em diferentes distâncias do objeto a ser observado. Verifique o que acontece na medida em que você fica mais próximo ou mais distante do ponto que está medindo.

# CAÇA PALAVRAS DAS CONSTELAÇÕES ZODIACAIS

---

P D G A C E U F H J O L Ç W S R T  
G A G A U K O K H O R I Z O N T E  
A G K K I L A S D F D S O R V O P  
E U J A S A N G U L O L Ç D R A L  
T D O B E S D G S G J G A Q R T K  
S O L E D C G J F D J U N M C V N  
J G W R R I J O I T A N T E A J A  
O N D T F R K F S D M Z N X C B V  
L D R U G C A S E X T A N T E D E  
P C F R H U R H G H A M D M R H G  
Ç R Y A A N T A B U S S O L A J A  
E T H A S F G J K D S F G H S S Ç  
G T U N S E O D F D Q F G H J K A  
O E J G D R L T E O D O L I T O O  
B S I U G E H J A S W S F R T Y H  
T D K L Y N E M A R E S D R F Q B  
U E M A H C W K D D S L G E J N A  
S I K R R I R A S F W E E T U I R  
O K G T L A W L A R C O T O T R C  
D F H T U I T E A G S D R L L F O  
B C S F M D E S T R E L A S O P S

---

ANGULOS

ABERTURA ANGULAR

CIRCUNFERÊNCIA

ARCO

TEODOLITO

NAVEGAÇÃO

SEXTANTE

OITANTE

AGUDO

RETO

OBTUSO

CARAVELA

CEU

~~ESTRELAS~~

MARES

HORIZONTE



## Bibliografia

D'AMBROSIO, Ubiratan, Educação Matemática da Teoria à Prática. Campinas, Papirus, 1996.

CANIATO, Rodolpho. O céu.

\_\_\_\_\_. O que é Astronomia. Col. Primeiros Passos. Vol. 45. 8ª ed.

MOURÃO, Ronaldo R. F. Atlas Celeste. Rio de Janeiro, Vozes, 1997.

\_\_\_\_\_. O Livro de Ouro do Universo. Rio de Janeiro. Ediouro, 2000.

NOGUEIRA, Salvador 5 Canalle. João B. Garcia. Astronomia: Ensino fundamental e médio, Coleção Explorando o ensino ; v. 11. Brasília: MEC, SEB ; MCT ; AEB, 2009.

VIEIRA, Fernando. Identificação do céu. Rio de Janeiro, Fundação Planetário, 1996.