SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MADSON SANCHES BRABO

PERCURSO ETNOMATEMÁTICO: das narrativas de pescadores para o ensino e aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos

Belém – Pará
2024

PERCURSO ETNOMATEMÁTICO: das narrativas de pescadores
para o ensino e aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos

Madson Sanches Brabo

Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Docência em Educação em Ciências e Matemática, do Programa de Mestrado em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará.

Área de Concentração: Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores de Ciências e Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Renata Lourinho da Silva

Belém – Pará
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

BRABO, MADSON SANCHES.
Percurso Etnomatemático : das narrativas dos pescadores para o ensino e aprendizagem de função na Educação de Jovens e Adultos
/ MADSON SANCHES BRABO. — 2024.
176 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Renata Lourinho da Silva Dissertação
(Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós- Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2024.

1. Pesca artesanal. 2. Conceito de Função. 3. Etnomatemática como ensino e pesquisa. 4. Educação Matemática. 5. Produto educacional. I. Título.

CDD 371.102

Madson Sanches Brabo

PERCURSO ETNOMATEMÁTICO: das narrativas de pescadores
para o ensino e aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos

Aprovada em:

Banca examinadora:

Prof.ª Dr.ª Renata da Silva Lourinho – IEMCI/UFPA
(Presidente)

Prof. Dr. José Carlos de Souza Pereira – IEMCI/UFPA
(Examinador interno)

Prof. Dr. Carlos Gaia – UNIFESSPA
(Examinador externo à instituição)

Prof. Dr. Alan Gonçalves Lacerda – CUMB/UFPA
(Examinador externo ao programa)

Belém – Pará
2024

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, e a todos os amigos que acreditam em meu potencial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço infinitamente a Deus que me tem sustentado em todos os desafios e batalhas travadas ao longo de minha vida. A Ele toda honra e toda glória!

Agradeço ao PPGDOC por oportunizar formações aos professores da educação básica que tanto necessitam de apoio didático, pedagógico e metodológico para melhor desempenharem seus papéis fundamentais de transformadores de realidades por meio da educação escolar.

Agradeço à minha orientadora, professora doutora Renata Lourinho da Silva, por dedicar seu tão precioso tempo para compartilhar conhecimento e sabedoria a fim de alcançarmos êxito no percurso deste trabalho. Agradeço também aos professores doutores Alan Lacerda, Carlos Gaia e José Carlos Pereira que fizeram parte da banca de avaliação desta dissertação.

Agradeço aos meus familiares, em especial ao meu companheiro e futuramente marido, professor Patrick Rodrigues Barbosa, por fazer parte dessa história e por compreender minha ausência no decorrer dessa formação que acreditei ser necessária para minha vida.

Agradeço aos professores mestrandos da turma PPGDOC-2023, em especial aos amigos Laércio Machado, Maria Dilcilene, Patrícia Nascimento e Renata Brasil, com os quais formamos o quinteto denominado “Lotação”, e vivenciamos momentos memoráveis que estarão marcados para sempre em minha vida. Com esses amigos o processo de formação do Mestrado se tornou melhor, mais agradável e possível de ser concluído. “Ninguém solta da mão de ninguém”!

Agradeço a todos os professores doutores que estiveram compartilhando sabedorias e conhecimento nessa formação do Mestrado. A todos, meu muito obrigado!

Aos que estiveram torcendo por mim, orando, rezando, emanando energias positivas, meu muito obrigado!

“Certamente que a bondade e a misericórdia do Senhor me seguirão todos os dias da minha vida; e habitarei na casa do Senhor por longos dias” (Salmos 23:6).

RESUMO

Este trabalho trata de uma pesquisa de campo com abordagem qualitativa, cujo objetivo é estruturar uma sequência de atividades na perspectiva da etnomatemática, a partir das narrativas de pescadores artesanais, para o ensino e aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos. Dessa maneira, a questão norteadora: Que potencialidades são evidenciadas na utilização das narrativas de pescadores na perspectiva da Etnomatemática para contribuir com o ensino e aprendizagem de função na 1ª etapa do ensino médio da EJA? Metodologicamente esta investigação se deu em dois momentos, de modo que no primeiro foi realizada produção de dados junto a três pescadores artesanais da cidade de Gurupá-Pá, a partir da gravação em áudio e vídeo de relatos de suas atividades relacionadas a prática da pesca, em especial na construção e manipulação da rede de malha para a captura do peixe chamado ‘Dourada’. O segundo momento se deu na exibição das filmagens produzidas no primeiro momento da pesquisa para alunos de uma turma da 1ª etapa do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos, de modo que se buscou, embasados na Etnomatemática como método de ensino e pesquisa, elementos para explorar o conceito de função em atividades que fazem parte da cultura desses alunos. Os resultados destacam potencialidades na utilização de estratégias que envolvam ações culturais reconhecidas e praticadas pelos alunos para a compreensão de elementos pertencentes ao conceito funcional, como variável, grandezas, dependência entre grandezas e regularidade, os quais são importantes para a compreensão e progressão dos estudos sobre o conceito de função. Nesse sentido, a partir dos resultados e do percurso possibilitado por esta investigação, elaborou-se um produto educacional intitulado “Explorando o conceito de função: a Matemática presente na prática da pesca”, o qual se refere a um guia didático com potencial a ser utilizado por professores para explorar o conceito de função em turmas da EJA-Ensino médio. Consideramos a necessidade de as ações docentes pautarem e valorizarem as culturas em que estejam inserias, na busca de entrelaçar saberes culturalmente compartilhados dentro e fora da academia, em uma perspectiva dialógica, sem hierarquização de saberes.

Palavras-chave: Pesca artesanal; Conceito de Função; Etnomatemática como ensino e pesquisa; Educação Matemática; Produto educacional.

ABSTRACT

This is a qualitative field research project whose aim is to structure a sequence of activities from the perspective of ethnomathematics, based on the narratives of artisanal fishermen, for the teaching and learning of the concept of function in Youth and Adult Education. Thus, the guiding question: What potential can be seen in the use of fishermen's narratives from the perspective of ethnomathematics to contribute to the teaching and learning of function in the first stage of secondary education in the EJA? Methodologically, this research took place in two stages, so that in the first stage, data was collected from three artisanal fishermen from the city of Gurupá-Pá, based on audio and video recordings of their accounts of activities related to fishing, especially the construction and manipulation of mesh nets to catch the fish called 'Dourada'. The second stage was the showing of the footage produced in the first stage of the research to students in the first stage of secondary school in Youth and Adult Education, so that, based on Ethnomathematics as a teaching and research method, we sought elements to explore the concept of function in activities that are part of these students' culture. The results highlight the potential of using strategies that involve cultural actions recognized and practiced by the students in order to understand elements belonging to the concept of function, such as variables, quantities, dependence between quantities and regularity, which are important for understanding and progressing with studies on the concept of function. In this sense, based on the results and the path made possible by this research, an educational product was produced entitled “Exploring the concept of function: Mathematics present in the practice of fishing”, which refers to a didactic guide with the potential to be used by teachers to explore the concept of function in EJA-high school classes. We consider the need for teachers' actions to be guided by and value the cultures in which they are inserted, seeking to interweave culturally shared knowledge inside and outside academia, in a dialogical perspective, without hierarchizing knowledge.

Keywords: Artisanal fishing; Function concept; Ethnomathematics as teaching and research; Mathematics education; Educational product.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este trabalho é fruto de esforços para desenvolver estratégias didáticas para o desenvolvimento de ações em sala de aula, a fim de potencializar os processos de ensino e aprendizagem no âmbito dos objetos de conhecimento da Matemática tratados no currículo escolar, neste caso, o objeto de conhecimento “função”.

Nesse sentido, esta pesquisa de campo está organizada em dois momentos oportunos. O primeiro momento refere-se à produção de dados junto à três pescadores artesanais da cidade de Gurupá, região marajoara do estado do Pará. Neste momento, procurei evidenciar as técnicas e habilidades utilizadas pelos pescadores no desenvolvimento de suas atividades pesqueiras, de modo especial no que se refere à construção e manipulação da rede de malha utilizada para a captura do pescado. Para a produção desses dados, foi utilizada a entrevista focalizada, culminando na gravação de áudio e vídeo dessas entrevistas, bem como de algumas práticas realizadas pelos referidos pescadores.

Já o segundo momento da pesquisa de campo foi realizado em uma turma da primeira etapa do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em uma escola pública localizada na cidade de Gurupá. A turma continha 36 alunos, com faixa etária de 20 a 48 anos. Por se tratarem de alunos da EJA, dos quais, a maioria realizava atividades laborais ou domésticas no período diurno, restando-lhes apenas a noite para desenvolver as atividades escolares, foi exibido o vídeo produzido a partir do primeiro momento da pesquisa de campo contendo, as entrevistas realizadas com os pescadores. Assim, na perspectiva da Etnomatemática como método de pesquisa e ensino, o interesse nesse momento da pesquisa foi de recorrer às práticas realizadas pelos pescadores na manipulação e utilização da rede de malha para explorar elementos do objeto de conhecimento “função”, de modo a entrelaçar os conhecimentos apresentados pelos pescadores aos conhecimentos matemáticos estudados na escola, potencializando o ensino e a aprendizagem.

De maneira organizatória, esta dissertação está estruturada em 8 capítulos, os quais vão desde as considerações inicias, perpassando pelo capítulo em que apresento o produto educacional emergido nesta investigação. Além disso, tem-se as considerações finais, bem como as referências bibliográficas utilizadas, e os anexos. Assim, os próximos parágrafos apresentam sinteticamente o conteúdo de cada capítulo e das considerações finais.

O primeiro capítulo, intitulado “Considerações iniciais: caminhos para a construção da problemática”, prende-se em situar o leitor sobre os direcionamentos que desencadearam a problemática evidenciada para o encaminhamento desta investigação. O capítulo possui um subcapítulo, o qual tem por título “memorial de formação: da sala de aula para sala de aula”, em que apresento as experiências que perpassei no ramo da docência, tanto como aluno quanto como professor. Também apresento os percursos formativos até a chegada no programa de mestrado. Explicito os movimentos desencadeados para a escolha da temática a ser estudada na pesquisa de mestrado, bem como o interesse por tratar de tarefas contextualizadas para a abordagem de objetos de conhecimento da Matemática junto à modalidade EJA, bem como o contexto no qual surgiu a pretensão de elaborar estratégias para tratar do objeto de conhecimento “Função”.

O segundo capítulo, cujo título é “problemática e objetivos da pesquisa”, está subdividido em dois subcapítulos: o primeiro apresenta algumas pesquisas já realizadas no âmbito da EJA que levam em consideração o ensino de função, de modo a identificar as contribuições já existentes nesse campo de pesquisa e apresentar os desafios enfrentados e as lacunas ainda persistentes; no segundo subcapítulo apresenta-se uma contextualização do desencadeamento da questão norteadora e dos objetivos pretendidos com a investigação aqui tratada, de modo a situar as evidências que fizeram suscitar a problemática.

O terceiro capítulo, intitulado “aspectos relacionados ao objeto de conhecimento ‘Função”, apresenta tópicos sobre este objeto de conhecimento, bem como, as abordagens realizadas pelo livro didático de Matemática utilizado na escola onde ocorreu a pesquisa de campo. O capítulo está subdividido em três subcapítulos: no primeiro subcapítulo, intitulado “conceito de função”, apresenta-se a maneira como a definição sobre o objeto função foi se consolidando em cada período da história, dependendo das condições e restrições de cada época, bem como a formalização atualmente utilizada para este conceito; no segundo subcapítulo, intitulado “níveis de compreensão do conceito de função”, destacam-se elementos que demonstram, no sujeito, os níveis de entendimento a respeito do conceito de função, o que se faz necessário para que o professor possa desenvolver estratégias didáticas para melhorar esses níveis; por fim, no terceiro subcapítulo que tem por título “objeto de conhecimento Função no livro didático”, é apresentado um estudo a respeito do conceito de função tratado no livro didático utilizado pelos professores da escola onde ocorreu a pesquisa de campo, evidenciando a maneira como está conceituado esse objeto de conhecimento e como são propostas as tarefas para serem exploradas com os alunos.

No quarto capítulo, intitulado “a Educação de Jovens e Adultos no Brasil” é feito um apanhado geral a respeito dessa modalidade de ensino no contexto brasileiro, evidenciando os principais desafios que ainda persistem para a realização de ações docentes que desencadeiem em mais bem resultados na formação dos alunos dessa modalidade. Evidenciam-se alguns dados estatísticos que reverberam o perfil dos alunos da EJA, bem como, os índices de crescimento e decrescimento da procura por essa modalidade de ensino no Brasil.

No quinto capítulo, o qual está intitulado “abordagem sobre Etnomatemática”, apresento apontamentos sobre essa temática, bem como seu conceito e principais objetivos. O capítulo está subdividido em dois subcapítulos: no primeiro subcapítulo, que tem como título “Etnomatemática: algumas considerações”, aborda-se a respeito da Etnomatemática no que consiste, especialmente, aos estudos de Ubiratan D’Ambrósio considerando a valorização dos saberes oriundos dos grupos culturais distintos; no segundo subcapítulo, “Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino”, apresento a utilização da Etnomatemática como caminho a ser utilizado em sala de aula, o qual é cunhado por Isabel de Lara, possibilitando explorar elementos matemáticos em sala de aula a partir das estratégias Etnomatemáticas.

No sexto capítulo, que tem como título “aspectos metodológicos” são apresentados os caminhos utilizados para o encaminhamento da pesquisa. Nesse sentido, para melhor organizar as ideias, o capítulo possui seis subcapítulos: o primeiro traz uma síntese sobre a utilização da Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino cunhado por Isabel de Lara, possibilitando explorar elementos matemáticos em sala de aula a partir das estratégias Etnomatemáticas; no segundo subcapítulo discorre-se sobre a natureza da pesquisa, de modo a evidenciar a natureza qualitativa, bem como, as sustentações teórico-metodológicas para tal; no terceiro subcapítulo destaca-se os sujeitos participantes das duas etapas da pesquisa, constituindo-se nos pescadores e nos alunos; no quarto subcapítulo realizo uma referência ao contexto de aplicação da pesquisa, de modo a apresentar dados da cidade de Gurupá, e também, de caracterizar o espaço escolar onde ocorreu a segunda etapa desta investigação; no quinto subcapítulo apresentam-se os principais instrumentos de pesquisa utilizados, embasando-os de modo especial nos estudos de Gil (2008); finalmente, no sexto subcapítulo discorro sobre uma síntese a respeito das duas etapas desta investigação.

No sétimo capítulo consta os “Resultados e discussões”, o qual está subdividido em três subcapítulos: no primeiro, é realizada uma transcrição das narrativas dos pescadores a partir dos dados para a construção e manipulação das redes de malhas; no segundo subcapítulo, é apresentada a segunda etapa da pesquisa de campo, a qual se deu no ambiente da sala de aula, em que se apresentou o vídeo construído a partir das entrevistas com os pescadores; por fim, no terceiro subcapítulo faz-se uma categorização dos resultados emergidos, com intuito de apresentar as principais potencialidades evidenciadas para explorar o conceito de função a partir da organização explicitada nesta investigação.

No oitavo capítulo, é apresentado o produto educacional emergido após a estruturação e aplicação desta investigação. O produto educacional elaborado se refere a um guia didático a ser utilizado, em especial, por professores da educação de jovens e adultos do ensino médio que precisam de uma organização específica para o trabalho nas turmas da EJA. Este produto apresenta elementos a respeito da concepção de função, bem como, aspectos curriculares apresentados pela Base Nacional Comum Curricular e pelo Documento Curricular do Estado do Pará, de modo a destacar os princípios curriculares orientados para a EJA. O produto educacional apresenta tarefas que entrelaçam as técnicas utilizadas pelos pescadores, possibilitado, a contextualização de ações para potencializar o ensino e aprendizagem em turmas da Educação de Jovens e Adultos.

Finalmente, são apresentadas as considerações finais, as quais se orientam a partir da questão norteadora e objetivo geral, ambos explicitados para o encaminhamento desta investigação. Assim, as considerações finais revisitam todo o trabalho realizado por esta investigação, de modo a explicitar as principais contribuições para explorar o conceito de função em turmas da EJA, bem como, as contribuições de ações embasadas pela Etnomatemática para entrelaçar saberes, em uma dialogicidade, sem hierarquizar um saber em detrimento de outro.

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS: caminhos para a construção da problemática

“Conhece-te, aceita-te, supera-te”.
Santo Agostinho

Este capítulo apresenta aspectos introdutórios desta dissertação, bem como a perspectiva do professor pesquisador para a escolha da profissão docente, suas experiências na formação docente e na atuação como professor da educação básica, caracterizando um memorial de formação. O capítulo apresenta os caminhos percorridos para a escolha do tema a ser pesquisado no âmbito do programa de mestrado, além de apresentar estudos já realizados que levem em consideração a temática escolhida para a pesquisa.

1.1 Memorial de formação: da sala de aula à sala de aula

Um dos exercícios que, particularmente, considero de muito esforço, foco e concentração é mergulhar em si mesmo para compreender a própria essência, as inquietações, as motivações, a própria identidade, seja pessoal ou profissional. A epígrafe que abre este capítulo surgiu a mim como um farol para que eu pudesse olhar para mim mesmo e buscar entender minhas ações e reações, a fim de superá-las a cada episódio vivenciado.

Este memorial é um recorte de minha trajetória em que evidencio algumas recordações que me fazem refletir e buscar respostas para o questionamento “*de onde me saiu essa ideia, já, de ser professor!?”.* Justamente em um movimento de me conhecer e reconhecer como professor e entender o *porquê que realizo minhas ações docentes do jeito que as realizo* e, com isso, entrar na perspectiva de melhorar cada vez mais tais realizações para orgulhar-me de mim.

Para buscar em minhas recordações episódios que possam me inferir a respeito do meu interesse pela docência, ancoro-me nas ideias de Larrosa, para o qual “[...] pensar não é somente ‘raciocinar’ ou ‘calcular’ ou ‘argumentar’, como nos tem sido ensinado algumas vezes, mas é sobretudo dar sentido ao que somos e ao que nos acontece” (Larrosa, 2002, p. 21).

Busco evidenciar experiências que vivenciei em minha trajetória de formação acadêmica que me influenciaram a desenvolver minhas ações docentes da forma como desenvolvo, e ainda busco evidenciar experiências em minha atuação como professor de Matemática que me fazem refletir a respeito da importância da profissão de professor, a qual se revela mais como uma forma de vida, pois ser professor é mais do que uma profissão. Sobre experiência, Larrosa (2002) destaca que:

> A experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca. A cada dia se passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos acontece. Dir-se-ia que tudo o que se passa está

> organizado para que nada nos aconteça. Walter Benjamin, em um texto célebre, já observava a pobreza de experiências que caracteriza o nosso mundo. Nunca se passaram tantas coisas, mas a experiência é cada vez mais rara (Larrosa, 2002, p. 21).

Assim, as experiências que trato neste recorte são acontecimentos que me transpassaram, deixando marcas de reflexão que permeiam e permearão ainda por muito tempo, uma vez que são bases daquilo que me tornei e me atualizarei enquanto profissional. Para melhor organizar, apresento dois momentos a seguir: formação acadêmica e docência na educação básica.

1.1.1 Formação acadêmica

Em 2012 tive a graça de ser aprovado no curso de licenciatura plena em Matemática, pela Universidade Federal do Pará, no Campus Universitário do Marajó – Breves (CUMB), em minha cidade natal. E para minha surpresa, alguns de meus colegas do Ensino Médio também foram aprovados nesse mesmo curso, o que me deixava feliz, pois muitas pessoas não acreditavam nem no meu potencial e nem no potencial deles.

Durante minha formação inicial em Licenciatura em Matemática inquietava-me o fato da abordagem dos conteúdos específicos da área de Matemática, pois eu não conseguia visualizar em que momento esses conteúdos seriam tratados em minhas futuras turmas de Ensino Fundamental e/ou Médio, uma vez que não me recordava de que os professores de Matemática houvessem abordado os referidos conteúdos durante minha passagem pela Educação Básica.

Nesse sentido, comecei a procurar outras formas para que a minha formação pudesse atender muitas das necessidades que o ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio exigem para que os alunos compreendam os conteúdos abordados em sala de aula, pois minhas experiências até então me colocavam na posição de professor em formação. Isto é, algo que muitos de meus colegas de curso ainda não compreendiam, e muitos professores também não davam importância, pois o foco era, tão somente, nos encher de informações acerca de conteúdos específicos da área, sem atentar em nos apresentar técnicas pedagógicas para tais abordagens.

Sobre isso, Nóvoa (2013) destaca que é na fase da formação inicial que o futuro professor precisa ser colocado em situações interacionais entre os estudos da teoria e as supostas experiências na prática, uma vez que essa fase é uma transição do sujeito aluno para o sujeito professor. Com isso, existe a necessidade de se estabelecer metodologias que sejam capazes de evidenciar essa relação dialógica.

Dessa maneira, em 2013 ingressei ao Grupo de Estudos em Modelagem Matemática de Breves (GEMMB), coordenado pelo professor Luiz Neto da Faculdade de Matemática (FAMAT) do CUMB. E, com isso, as primeiras ideias de Educação Matemática me foram apresentadas, pois me encontrei realmente como um indivíduo a serviço dos atos de apreender e a comunicar os objetos matemáticos numa perspectiva diferenciada de tudo aquilo que experimentei como aluno da educação básica - uma vez que os professores de Matemática desse nível sempre estavam numa perspectiva somente tecnicista - e, até então, como discente do curso de Licenciatura em Matemática.

No período em que estive no GEMMB pude realizar atividades fora das paredes da sala de aula, percebendo a Matemática em diversas práticas sociais, em grupos culturais distintos (D'Ambrosio, 1986), se mostrando de diferentes formas e com diversos objetivos para sua utilização, principalmente na perspectiva laboral, pois estivemos realizando investigações nos trabalhos de carpinteiros, construtores de embarcações, criadores de galinha e de peixe, pedreiros, e outros profissionais.

Com essa perspectiva de Educação Matemática voltada para as abordagens metodológicas que integram o sujeito dentro das atividades do aprendizado, procurei divulgar aos colegas de curso essas abordagens educacionais, recordando-os que estávamos em formação para sermos os futuros professores de Matemática. E, com isso, mostrar a importância do conjunto de ações didáticas, pedagógicas e metodológicas que um professor precisa para superar os obstáculos da prática docente, de modo que não basta somente o saber do conteúdo, mas também saberes ligados a pedagogia desse conteúdo e sua organização curricular (Pimenta, 1999).

Outra experiência que me aproximou mais ainda da formação para o exercício da docência foi minha atuação, nos anos de 2016 e 2017, no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), coordenado pelo professor Alan Gonçalves Lacerda (UFPA/FAMAT/CUMB). Nesse programa, desenvolvemos ações sempre voltadas para contribuir com professores da educação básica em suas articulações em sala de aula.

No PIBID, além dos excelentes textos selecionados pelo professor Alan Lacerda para discutirmos o tratamento dos aspectos educacionais, de modo a debater as práticas de professores para o desenvolvimento dos alunos, exercemos algumas atividades no contexto da sala de aula da educação básica, bem como em atividades de parceria com os professores titulares de turmas do ensino fundamental e médio. Essas atividades tinham o interesse de nos colocar em contato com a sala de aula para que experimentássemos, mesmo que de maneira superficial, alguns dos muitos desafios que o professor se defronta no dia a dia de sua profissão.

Isso causava-me muitas preocupações e o sentimento de que nunca ia dar conta de realizar atividades docentes, pois muitos eram os desafios para isso, seja no contexto da própria estrutura das escolas, ou mesmo no contexto de encaminhar atividades que possibilitassem, ao aluno, a compreensão daquilo que se está ensinando. Mais do que isso, atividades que pudessem ganhar a atenção dos alunos numa interação e integração do sujeito, haja vista que, atualmente, é de extrema dificuldade fazer o sujeito parar para refletir numa sociedade na qual a velocidade de informação impede qualquer tipo de experiência (Larrosa, 2002).

Ainda no contexto da formação inicial, no mesmo ano que concluí a Licenciatura tive a oportunidade de ser aprovado na primeira turma de Especialização em Ensino de Matemática ofertada pela Faculdade de Matemática da UFPA-CUMB. Foram momentos de muito aprendizado de questões voltadas ao ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Nesse curso pude aprofundar os debates na perspectiva da Educação Matemática, de modo que nos foi possibilitado o tratamento do ensino e da aprendizagem dos objetos de estudos da Matemática em diferentes tendências da Educação Matemática, como a Didática da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Linguagem Matemática, Tecnologias digitais para o ensino de Matemática e a Etnomatemática.

Essa gama de discussões dos aspectos relacionados à Educação Matemática por meio das experiências dos professores do curso de Especialização me instigou a ter uma outra visão sobre as práticas docentes e as abordagens dos objetos de ensino da Matemática, pois percebi que existem diferentes maneiras de abordar um mesmo objeto de ensino utilizando diferentes ferramentas para isso, de modo a melhor adaptar àquela realidade em que se esteja inserido. E não somente dos professores formadores, mas também de alguns colegas cursistas que já estavam inseridos na prática docente, ou seja, formou-se ali um espaço de trocas de experiências docentes, algo extremamente importante, uma vez que “a troca de experiências e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua, nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando” (Nóvoa, 1992, p. 26).

Antes da conclusão da especialização fui agraciado com a efetivação na rede estadual de ensino como professor de Matemática do Nível Médio, lotado na cidade de Gurupá-Pa. Todo o processo de formação inicial para o exercício da docência na educação básica me possibilitou olhar com mais atenção para o processo de escolarização no que tange a disciplina de Matemática como ferramenta de formação e transformação do sujeito para o exercício da cidadania.

Para a conclusão do curso de Especialização realizei uma atividade em uma de minhas turmas, de modo a aplicar algumas teorias que havia adquirido durante a formação inicial. Tal atividade relacionava a introdução do estudo de “função” (objeto de ensino da Matemática) com conhecimentos extraescolares que esses alunos apresentavam. Nesse momento, pude refletir sobre minha prática docente e suas relações com as teorias estudadas na formação de professor, percebendo as dificuldades e possibilidades de unir teoria e prática.

1.1.2 Docência na Educação Básica

Entrar em sala de aula pela primeira vez na condição de professor de Matemática foi algo que não tem como não recordar. O frio na barriga, a boca seca, as palavras que deveria ter dito, mas não disse, enfim, um misto de sensações e emoções que me fez refletir se realmente ia dar conta de continuar com essa prática. Sobre esse aspecto, Larrosa (2010) sublinha:

> E, então, nos sentimos inseguros, e não sabemos o que ensinar, e não sabemos com que cara nos apresentar na sala de aula e com que palavras nos dirigir a nossos alunos, e já começamos a duvidar de que tenhamos cara, ao menos essa cara solene e bastante dura que costumam ter os educadores quando falam em nome da verdade, e já inclusive duvidamos de que tenhamos palavras, ao menos essas palavras seguras e asseguradas que pronunciam os educadores quando falam em nome da realidade, e já começamos a duvidar também que nossos alunos sejam reais e verdadeiramente nossos. E agora? (Larrosa, 2010, p. 164).

Recordo-me de ouvir de alguns alunos e colegas professores: *você não tem cara de professor! De Matemática, principalmente.* Esse tipo de frase me colocava numa posição de cobrança a mim mesmo para mostrar a verdadeira “cara” do professor, que vai além da fisionomia (ou isso não tem nada a ver), mas são nas ações e na maneira de conduzir as atividades e considerar os processos de ensino, aprendizagem e avaliação para produzir estratégias que atendam o quanto mais para os alunos atingirem os objetivos educacionais propostos.

Sempre busquei possibilidades diferenciadas para o tratamento das atividades em sala de aula, bem como a utilização de ferramentas didáticas para abordar os conteúdos exigidos pelo desenho curricular. Entretanto, ainda existem diversos obstáculos para o tratamento desses conteúdos, e me vejo sempre na posição de aprendiz, uma vez que considero a necessidade de refletir sobre as experiências do dia a dia na escola, muitas vezes parando os afazeres para buscar compreender os acontecimentos. Bem como destaca Larrosa (2002):

> A experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, requer um gesto de interrupção, um gesto que é quase impossível nos tempos que correm: requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço (Larrosa, 2002, p. 19).

Ao mesmo tempo que o frio na barriga do primeiro dia de aula se mostrou algo não tão bom, hoje em dia creio que sem esse frio na barriga a expectativa de melhorar a prática docente seria quase zero. Se faz necessário estar em constante transformações, mesmo que uma certa pratica tenha dado certo em um determinado momento pode ser que em outro contexto já não tenha mais o efeito esperado. E isso é algo que sempre tento incorporar, bem como sublinha Larrosa (2002):

> o sujeito da experiência é também um sujeito sofredor, padecente, receptivo, aceitante, interpelado, submetido. Seu contrário, o sujeito incapaz de experiência, seria um sujeito firme, forte, impávido, inatingível, erguido, anestesiado, apático, autodeterminado, definido por seu saber, por seu poder e por sua vontade (Larrosa, 2002, p. 25).

É nessa perspectiva que procuro me posicionar na sala de aula. Entretanto é um exercício extremamente difícil, haja vista o caráter atribuído ao professor de Matemática, o qual é visto como algo parecido com um robô, que não tem dúvidas acerca de seus ensinamentos ou dos conteúdos que ministra e da forma como ministra. É algo que percebo estar enraizado na cultura escolar: de que o professor de Matemática sempre terá resposta para tudo, e se não tiver então não é bom professor.

No contexto amazônida marajoara em que atuo, se acentua ainda mais a diversidade de modos de vida de sujeitos que compõe a clientela estudantil. São histórias que me marcam pela complexidade a que muitos alunos precisam se submeter para estarem inseridos no ambiente escolar: acordar na madrugada para esperar o barqueiro ou o ônibus até chegar à escola, por exemplo.

Esse fato é apenas um dos desafios enfrentados por alguns alunos que entram em minhas aulas, os quais chegam muitas vezes atrasados e ainda esperam a compreensão para serem liberados mais cedo do que os demais alunos por conta do retorno aos seus respectivos lares ocorrer por meio de barcos e ônibus que viajam para o meio rural do município. Ser professor no contexto amazônida marajoara é um desafio que devemos conviver e superar a cada dia, pois são diversas formas de vida que nos deparamos em cada sala de aula, em cada turno de trabalho, em cada olhar dos alunos.

São costumes, histórias de vida, formas de enxergar o mundo, formas de se ver no futuro, enfim, perspectivas diversificadas em um mesmo contexto de sala de aula, o qual encontramos todos os dias e temos a missão, como professor, de contribuir com a perspectiva de futuro desses alunos, dentro de nossas próprias limitações.

Nesse sentido, eu procuro desenhar minhas aulas buscando integrar todos esses "encontros e desencontros" de histórias de vida, uma vez que a grande maioria dos alunos desenvolvem atividades extraescolares de cunho pessoal e familiar e precisam ver o quanto a escola (ou a disciplina, ou ainda o objeto de conhecimento estudado) se mistura com sua vida fora da escola.

Mostrar que a escola e tudo o que a integra é importante para o desenvolvimento pessoal e social, num contexto cultural para a integração democrática e política na sociedade, sinceramente, não é tarefa tão simples como parece ou como deveria ser. Muitos alunos já se veem desenvolvidos por completo, pois já executam atividades comerciais para o sustento de sua família, e com isso, "já não precisam da escola para nada" (ouvi centenas de vezes essa frase dos alunos), principalmente os alunos da modalidade da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Alguns deles são pescadores, vendedores de açaí, produtores de farinha (de mandioca), trabalham na perspectiva da agricultura familiar, enfim, já estão de certo modo inseridos no cunho social e desenvolvimento profissional, e com isso, a escola já não faz tanto sentido como deveria.

Evidentemente que todas essas formas de trabalho são válidas, uma vez que são culturalmente repassadas de geração em geração e necessárias para o abastecimento do mercado para o consumo dos munícipes. Entretanto, é importante que esses alunos trabalhadores possam ter a oportunidade da participação escolar para a promoção humana em todos os sentidos da palavra.

Portanto, esforço-me para abordar os objetos de ensino de Matemática em uma perspectiva de estreitar as relações com as situações vivenciadas pelos alunos em suas perspectivas extraescolares. Tomando-se como exemplos suas próprias atividades laborais, compreendo a necessidade das aulas de Matemática conduzirem os alunos à situações-problemas para contextualizar os conhecimentos matemáticos que se têm por objetivo desenvolver, a fim de que tais conhecimentos ganhem sentido para o aluno. Para que isso ocorra, deve-se:

> Simular na sala de aula uma "microssociedade" matemática para provocar um debate científico; dominar as situações de formulação e de validação;

> institucionalizar o saber cultural e comunicável que quisermos ensinar aos alunos; os alunos também devem recontextualizar e descontextualizar seu saber (Brousseau, 1986 *apud* Almouloud, 2022, p. 139).

Dessa maneira, quando as possibilidades são favoráveis - haja vista que seria hipocrisia minha dizer que todas as minhas aulas são recheadas de momentos contextualizados e dinâmicos e os alunos são 100% participativos – realizo tarefas para provocar os alunos a perceberem o conhecimento tratado em sala de aula em suas manifestações fora da sala de aula, bem como em atividades que vão desde a compra de produtos com desconto como em atividades relacionadas à construção de casas, plantação de mandioca, extração de açaí, fabricação de tijolos, entre outras.

Considero importante que as aulas também sejam desenvolvidas na perspectiva desses alunos que labutam desde cedo (no sentido de idade), para que o contexto escolar se entrelace com o contexto extraescolar, possibilitando o desenvolvimento desse aluno e promovendo a participação da melhor forma possível à vida social, político, cultural e profissional, valorizando o seu modo de trabalho e se qualificando cada vez mais.

De maneira particular, preciso mostrar que a Matemática vai muito além de uma simples habilidade de trabalhar com dinheiro no momento de dar o troco para o cliente ou somar o valor da sua dívida; ou ainda para contar quanto foi o lucro ou quantos litros de açaí é preciso vender para alcançar um lucro maior. É preciso mostrar que os objetos matemáticos estão na própria prática sociocultural, se mostrando como práticas com matemáticas evidenciadas nas ações da produção de farinha, da captura dos peixes, da coleta de açaí, da modelação dos tijolos, na construção de embarcações, enfim, possibilitar perceberem que a Matemática é vívida e está presente em diferentes práticas.

Para utilizar de atividades contextualizadas é preciso investigar quais atividades esses alunos realizam em seu dia a dia, pois "a investigação pelos professores brota de questões ou gera questões e reflecte os desejos dos professores para atribuírem sentido às suas experiências e vivências, para adoptarem uma atitude de aprendizagem ou de abertura para com a vida em sala de aula", apontam Cochram-Smith e Lytle (1993, *apud* Alarcão, 2001, p. 5). Dessa forma, acredito que esse movimento investigativo é uma postura de professor pesquisador, uma vez que entendo a necessidade de mostrar a razão de ser de determinados objetos de ensino de Matemática, bem como os aspectos que os relacionam com o fazer diário desses alunos.

Essas articulações entre os fazeres diários dos alunos entrelaçadas ao desenvolvimento de habilidades, a partir dos objetos de conhecimentos da Matemática, se exacerbaram mais ainda dentro dos aspectos da EJA, pois são turmas que apresentam um público diferenciado no que diz respeito às turmas do período diurno (modalidade regular). Ao entrar em contato com a EJA, percebi a presença de representantes de famílias que retornaram à escola por iniciativa própria de concluir os estudos mesmo com idade avançada (do ponto de vista dos alunos diurnos) e carregados de responsabilidades junto a seus familiares.

Dentre as diversas atividades extraescolares realizadas pelos alunos da EJA das turmas que ministro aula, a atividade da pesca artesanal é uma das mais recorrentes, principalmente no período de agosto e setembro em que ocorre a safra do peixe Dourada. Grande parte dos alunos, ou de seus familiares, praticam ou já praticaram atividades relacionadas a pesca da Dourada no rio Amazonas.

Uma das atividades relacionadas a essa pesca diz respeito a fabricação da rede de malha para captura do peixe. Essa atividade de construir a rede de malha me chamou bastante atenção, uma vez que são redes de grande capacidade e que muitos dos alunos conhecem as técnicas dessa fabricação.

Nessa perspectiva, para realizar a pesquisa no programa de mestrado optei por incluir os alunos da modalidade EJA, de modo a explicitar as atividades relacionadas a pesca com intuito de explorar o conceito matemático de função. O leitor pode se perguntar “por que o conceito de função?”, nesse sentido, uma das argumentações respondentes diz respeito às diversas dificuldades que presenciei ao abordar tal objeto de conhecimento em sala de aula, de modo que, em turmas concluintes da educação básica, ainda persistiam tais dificuldades, mesmo que as habilidades inerentes aos estudos sobre função estejam descritas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) desde as séries iniciais do ensino fundamental (mesmo que de maneira intuitiva).

Essas dificuldades na compreensão do conceito de “função” se dão em termos do não reconhecimento do significado de variável, grandeza, dependência entre grandezas, covariação, relação biunívoca, enfim, elementos que fazem parte do domínio da conceituação de função, os quais são de caráter *sine qua non* para a compreensão e prosseguimento dos estudos funcionais.

Outro fator relevante diz respeito as formas de explorar o conceito de função expressas nos livros didáticos utilizados pelos alunos, pois sentia a ausência de conexão com questões relacionadas ao cotidiano desses alunos, principalmente os alunos da modalidade da EJA, pois estes experimentam diversas ações que poderiam ser relacionadas ao conceito funcional, mas que no livro didático não eram exploradas.

Assim, no capítulo a seguir, destaco a revisão bibliográfica feita na literatura sobre pesquisas referentes ao ensino de “função” na EJA, em seguida anunciamos a questão de pesquisa e objetivos delineados para esta investigação, levando em consideração o contexto cultural, onde os alunos(as) da EJA estão inseridos.

2 PROBLEMÁTICA E OBJETIVOS DA PESQUISA

Para melhor entender sobre o ensino de "função" na modalidade da Educação de Jovens e Adultos no ensino médio, bem como as dificuldades dos alunos decorrentes desse ensino que foram observadas em sala de aula, busquei pesquisas acadêmicas já realizadas que contenham em seu escopo o ensino de "função" na EJA, tal qual as contribuições já existentes para essa perspectiva de trabalho. Essa ação reforçou ainda mais essa problemática e a necessidade de um trabalho a partir da exploração dos elementos culturais do contexto dos alunos, o que considero essencial para facilitar o entendimento com relação aos conteúdos de matemática tratados em sala de aula. O subcapítulo a seguir apresenta tais pesquisas e, em seguida, anunciamos a questão de pesquisa e os objetivos desta investigação.

2.1 Revisão na literatura de pesquisas que tratam sobre o ensino de "função" na Educação de Jovens e Adultos

Para o desenvolvimento deste capítulo realizamos uma pesquisa exploratória do tipo bibliográfica a qual "é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos" (Gil, 2002, p. 44). Nesse sentido, apresentamos pesquisas sobre o ensino de "função" na modalidade da Educação de Jovens e Adultos, procurando elementos que contribuam com a prática do professor que lida com essa clientela.

Dessa maneira, como *corpus*, utilizamos o catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Ministério da Educação (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). No que se refere ao catálogo da CAPES, a primeira busca se deu com os descritores "conceito de função" e "Educação de Jovens e Adultos", e com isso, dois resultados foram encontrados. Assim, fez-se nova busca com os descritores "função" e "Educação de Jovens e Adultos", entretanto, dos 96 resultados encontrados, 94 não condisseram com o objeto matemático "função", mas com o termo função para tratar, por exemplo, da função do professor em turmas da EJA. Novamente outra busca foi realizada, agora com os descritores "ensino de função" e "educação de jovens e adultos", com isso, 4 resultados foram encontrados. Vale ressaltar que o recorte temporal foi de 2013 a 2023 devido os poucos resultados encontrados em recortes temporais menores. E que, o termo função, deve vir marcado por aspas ("") para que se entenda que se trata do objeto de ensino e não do papel a se desempenhar por um profissional.

Para as buscas na BDTD, seguimos com os descritores análogos aos utilizados no catálogo da CAPES, de modo que os resultados foram similares, com exceção da busca realizada com os descritores “ensino de função” e “Educação de Jovens e Adultos”, pois foram encontrados 8 resultados, dos quais 4 eram os mesmos encontrados no catálogo da CAPES.

Feito isso, passamos para a leitura dos títulos e resumos dos 12 trabalhos encontrados, dos quais, 8 foram selecionados, pois os demais não apresentavam pertinência com os objetivos traçados para esta pesquisa. Dessa maneira, o quadro 1 a seguir destaca as pesquisas selecionadas:

Quadro 1 - Pesquisas selecionadas para levantamento bibliográfico

Título	Autor	Ano	Tipo de Programa	Instituição
O computador em sala de aula: ensino e aprendizagem de funções através de resolução de problemas	Mozart Edson Lopes Guimarães	2013	Mestrado Acadêmico	Universidade Federal de Campina Grande
Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no programa de educação de jovens e adultos	Victor Luiz Castro del Rio	2014	Mestrado profissional	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
A ideia de função por meio da resolução de problemas: narrativas da educação de jovens e adultos	Ana Paula Gonçalves Pita	2016	Mestrado Acadêmico	Universidade Anhanguera de São Paulo
Ensino de função afim em turmas de educação de jovens e Adultos do campo – EJA - campo ensino médio	Josias Pedro da Silva	2017	Mestrado Acadêmico	Universidade Federal de Pernambuco
O estudo de função polinomial do 1° grau para educação de jovens e adultos baseada na concepção pedagógica freireana: uma proposta de sequência didática	Joel Oliveira Dias	2019	Mestrado Acadêmico	IFGO - Itajaí
O celular e o letramento científico no ensino de matemática na EJA tendo como suporte a utilização de sequências didáticas	Luís Claudio da Costa Ferreira	2020	Mestrado Profissional	Centro Universitário Unicarioca
Algebrismo e ensino de funções: uma proposta didática para a Educação de Jovens e Adultos	Carlos Antônio Rezende Filho	2020	Mestrado Profissional	Universidade Federal De Uberlândia
O ensino da função polinomial do 1º grau através da resolução de problemas no contexto da EJA	Nilton Lásaro Jesuino	2022	Mestrado Acadêmico	IFGO - Itajaí

Fonte: Organizado pelos autores com base na CAPES e na BDTD

Assim, os parágrafos seguintes abordam a respeito de cada pesquisa, apresentando os principais resultados encontrados pelos seus respectivos autores e corroborando para as ações docentes no âmbito da Educação de Jovens e Adultos para a abordagem das concepções de “função”.

Mozart Edson Lopes Guimarães realizou dissertação de mestrado, no ano de 2013, intitulada “O computador em sala de aula: ensino e aprendizagem de funções através de resolução de problemas”, na qual objetivou “integrar o computador na sala de aula de matemática, procurando criar aulas inovadoras, através de atividades contextualizadas e adaptadas ao recurso didático, visando tornar as aulas mais dinâmicas e, com isso, favorecer a compreensão e fixação dos conteúdos matemáticos".

Dessa maneira, embasado em Onuchic (2008), Guimarães (2013) utilizou a metodologia de resolução de problemas em Matemática, aliando o uso do *software* "GeoGebra" para potencializar e dinamizar as ações em sala de aula.

Em sua dissertação, Guimarães (2013) propõe situações problemas para abordar os objetos de conhecimentos função, função afim e função quadrática, de modo que algumas dessas situações problemas foram aplicadas em uma turma da 1ª etapa da Educação de Jovens e Adultos.

As situações problemas elaboradas contextualizavam problemas reais de muitos alunos, além de apresentar características relacionadas à compreensão dos aspectos peculiares em cada tipo de função abordada pelo autor, bem como a contextualização dentro da própria matemática, por exemplo, em situações que se solicitou aos alunos manipular os pontos dos gráficos explicitados no *software* "GeoGebra" e quais as consequências dessas movimentações.

Guimarães (2013) destaca que por meio da metodologia utilizada os alunos se envolveram na construção das respostas dadas as situações problemas propostas, permitindo a compreensão dos objetos de conhecimentos tratados. Segundo o autor:

> a familiaridade com algumas das situações problema apresentadas nas atividades, como também a rapidez na visualização dos resultados a partir do software GeoGebra, funcionaram como agentes motivadores da aprendizagem, proporcionando aos alunos a compreensão e apreensão dos conteúdos abordados (Guimarães, 2013, p. 67).

De modo geral, Guimarães (2013) atribui que sua pesquisa alcançou os objetivos traçados, uma vez que "percebemos o quanto o uso desse recurso facilitou o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos com os alunos do EJA, despertando sentidos e sentimentos até então inéditos e, em outros, aguçando habilidades já existentes" (Guimarães, 2013, 69).

Victor Luiz Castro del Rio desenvolveu dissertação no âmbito de mestrado profissional intitulada: "práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no programa de educação de jovens e adultos". O autor destaca que sua pesquisa "visa dar ferramenta ao docente que possibilitem o uso do Ensino Colaborativo, além de explicar e estruturar o uso dessa prática colaborativa no ensino de matemática" (Del Rio, 2014, p. 8).

Del Rio (2014) faz um apanhado histórico do desenvolvimento da inserção da metodologia do Estudo Colaborativo no âmbito nacional e internacional, bem como aborda a respeito de Comunidade de Aprendizagem, evidenciando o potencial dessa prática para as ações docentes realizadas em sala de aula, reverberando as estratégias da interação entre alunos e professores na construção do conhecimento.

A pesquisa de Del Rio (2014) foi realizada com alunos de duas turmas da última etapa do Programa de Educação de Jovens e Adultos (correspondendo ao 9º ano do ensino fundamental) do município do Rio de Janeiro. A faixa etária desses alunos eram em média 32 anos de idade, o que reflete a gama de experiência já trazida por esses alunos.

As tarefas propostas por Del Rio (2014) foram extraídas de provas de concursos públicos para motivar os alunos a se prepararem para esse tipo de seleção no mercado de trabalho. O autor destaca como requisito prévio para a elaboração dessas tarefas que os alunos precisavam compreender sobre o conceito de plano cartesiano e valor numérico.

Para o desenvolvimento das estratégias em sala de aula, Del Rio (2014) separou a turma em grupos de 3 ou 4 alunos para promover as discussões entre os colegas a fim de que, as interações permitissem a compreensão dos objetivos de cada tarefa, aproximando do objetivo da pesquisa do autor em evidenciar as potencialidades da metodologia do estudo colaborativo em sala de aula.

As tarefas propostas aos alunos abordavam o conceito de função no que se refere a relação de valores em conjuntos por meio de diagrama de flexas, tabelas e gráficos, de modo a requerer a identificação de situações em que a representação é ou não uma relação funcional, ou seja, se todos os elementos do conjunto domínio possuem único correspondente no conjunto contradomínio, ou ainda, ao se tratar de gráficos, ao traçar retas paralelas ao eixo y exista apenas uma intersecção na curva do gráfico da função. Outra abordagem também se refere a identificação de valores no gráfico apresentado em plano cartesiano, de modo a solicitar ao aluno identificar a imagem de certo valor.

Del Rio (2014) conclui que por meio da estratégia metodológica do ensino colaborativo foi perceptível a interação entre os alunos, o que causou motivação para a execução das tarefas propostas, evidenciando que “o ensino colaborativo é uma prática pedagógica que se baseia, principalmente, na interação entre pessoas e na troca do conhecimento de cada uma delas visando a construção coletiva de um mesmo conteúdo” (Del Rio, 2014, p. 56).

Ana Paula Gonçalves Pita realizou dissertação de mestrado, no ano de 2016, intitulada “A ideia de função por meio da resolução de problemas: narrativas da educação de jovens e adultos”, na qual traçou como objetivo geral “analisar se as conjecturas que emergem do pensamento narrativo conduzem ao pensamento paradigmático por parte de alunos do 9º ano de escolaridade do Ensino Fundamental da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA)”, e como questão de pesquisa “Como são as conjecturas que emergem do pensamento narrativo de alunos de 9º ano da modalidade EJA e que podem conduzir ao pensamento paradigmático levando o aluno a ideia de Função por meio da resolução de problemas?”.

Pita (2016) se embasou nas três fases de resolução de problemas definidas por Mason, Burton e Stancey (1982) sendo a entrada, o ataque e a revisão. Assim, a autora elaborou uma ficha com situações problemas adaptados de Cybis (2014), de modo que tais situações resultassem nas estratégias de resolução que levassem os alunos à processos heurísticos, evidenciando as ideias de Bruner (1986) o qual propõe dois modos de funcionamento cognitivo – o narrativo e o paradigmático – reverberando

> a ideia de que é pela fala e por narrativas que o indivíduo se organiza mentalmente. Dessa forma, é necessário que as pessoas falem enquanto resolvem problemas, não apenas para expor o que estão fazendo, mas para externalizar seus pensamentos, e, assim, conseguir criar representações e se apropriar de conceitos (Pita, 2016, p. 73).

A pretensão de Pita (2016) se deu em criar condições, a partir das situações-problemas propostas, em que os alunos da modalidade EJA pudessem “expor seus pensamentos sobre a ideia de Função por meio de narrativas, e que, consequentemente, possam criar possibilidades de traduzir suas argumentações da linguagem escrita para a linguagem matemática” (Pita, 2016, p. 77).

Assim, por meio da pesquisa participante, as situações problemas propostas por Pita (2016) contemplaram duas temáticas de cunho sociopolítico escolhidos pelos próprios alunos: reciclagem de lixo doméstico e a economia de água, atingindo uma das metas da pesquisa participante ao permitir que os “sujeitos da pesquisa tivessem senso crítico a respeito dos temas abordados pelas situações problema, reciclagem do lixo ou economia de água, abarcando, assim, uma finalidade prática” (Pita, 2016, p. 83).

As situações problemas elaboradas por Pita (2016) utilizaram contas de água trazidas pelos alunos para abordar as relações entre o consumo de água e o valor a ser pago, bem como as tarifas que são cobradas pelo tratamento de esgoto e outros impostos. No que diz respeito a reciclagem, os alunos pesquisaram o valor pago por tonelada de determinados itens recicláveis como papelão e garrafas pet, observando as linearidades relacionadas ao peso e valor a ser pago.

Durante a aplicação das situações problemas, foram gravados os áudios dos diálogos entre os grupos de alunos, a fim de analisar a presença dos modos de pensamento narrativo e paradigmático explicitados pelos alunos. Com isso, Pita (2016) destaca que por meio das estratégias metodológicas e didáticas utilizadas em sua pesquisa foi perceptível a presença desses modos de pensamentos, possibilitando aos alunos realizarem a transcrição dos elementos apresentados nas situações problemas em linguagem matemática formal, ou seja, evidenciaram o conceito de relações funcionais entre as grandezas observadas, bem como a dependência entre elas e as leis que as regiam.

De maneira geral, Pita (2016) conclui ser importante se trabalhar problemas emergidos dentro das turmas de EJA para abordar conceitos matemáticos, como o conceito de função, possibilitando aos alunos o diálogo coerente para a formulação de estratégias de resoluções que culminassem na compreensão daquilo que se é esperado pelo professor.

Josias Pedro da Silva realizou pesquisa em 2017, no âmbito de mestrado acadêmico, intitulada "Ensino de função afim em turmas de educação de jovens e adultos do campo – EJA - campo ensino médio", cuja questão de pesquisa foi "que relações podem ser estabelecidas por professores(as) entre o conceito de função afim e as atividades produtivas camponesas desenvolvidas por alunos(as) de turmas de Educação de Jovens e Adultos – EJA Campo Ensino Médio?", e como objetivo geral "investigar as relações estabelecidas por professores(as) entre o conceito de função afim e as atividades produtivas desenvolvidas por alunos(as) de turmas de Educação de Jovens e Adultos - EJA Campo Ensino Médio".

Silva (2017) se embasou teórica e metodologicamente nos estudos de Ole Skovsmose que tratam a respeito da educação matemática crítica no que tange, principalmente, a promoção de cenários para investigação, articulando essas ações ao contexto da educação do campo e também as especificidades da Educação de Jovens e Adultos do Ensino médio.

Nos moldes da pesquisa qualitativa, participaram da investigação de Silva (2017) 7 professores e 88 alunos, com idade variando de 18 a 71 anos, distribuídos em 8 turmas localizadas em 3 municípios pernambucanos: Bom Conselho (região do Agreste Meridional), Passira (Região do Agreste Setentrional) e Tacaratu (região do Sertão de Itaparica).

Como instrumento de coleta de dados, Silva (2017) utilizou questionário com os alunos para explorar a realidade por eles vivenciadas, bem como suas principais atividades produtivas e as realizadas em seu cotidiano; e com os professores, para analisar seus conhecimentos a respeito das realidades dos alunos. Silva (2017) utilizou, também, a entrevista semiestruturada com os professores com o objetivo de analisar o conhecimento desses profissionais sobre a relação das atividades produtivas dos alunos entrelaçadas ao conceito de função afim.

Outra ferramenta de coleta de dados utilizado por Silva (2017) foi o registro escrito no caderno de um aluno de cada professor participante, com intuito de classificar os tipos de atividades matemáticas com base em Skovsmose (2008). O autor também utilizou o registro escrito dos professores mediante a uma proposta de atividade produzida a partir de um gráfico proposto por Silva (2017), com intuito de verificar se os professores utilizam as atividades cotidianas dos alunos em suas tarefas matemáticas propostas.

Os resultados apontam que as atividades produtivas dos alunos participantes variam entre plantação de milho e feijão, criação de animais, produção de artesanato, funcionário público, vendedor autônomo e atividades do lar. Esses alunos mencionaram que alguns conteúdos matemáticos ajudam a desenvolver os trabalhos que realizam. Dentre esses conteúdos destacam-se operações com números naturais, medida de área, medida de perímetro, medida de comprimento, medida de massa, juros simples, porcentagem, proporção e conteúdos estatísticos.

Vale mencionar que, de acordo com Silva (2017), ao serem questionados de como o ensino de matemática pode contribuir com as atividades produtivas realizadas na comunidade, a maior parte dos alunos respondeu que se faz necessário integrar tópicos relacionados às suas atividades cotidianas para melhorar a compreensão dos conteúdos, bem como para dar significado a esses conteúdos ministrados em sala de aula.

No que se refere às respostas dos professores participantes da pesquisa de Silva (2017), percebe-se que eles conhecem as atividades produtivas realizadas pela maioria de seus alunos, principalmente as atividades relacionadas ao cultivo do milho e feijão. Entretanto, em referência a utilização dos elementos matemáticos no cotidiano dos alunos, 4 dos professores responderam que intensificam o ensino das operações com números naturais na perspectiva financeira, devido as relações comerciais praticadas pelos alunos; 3 professores mencionaram a presença da matemática em diversas situações da vida real, mas sem focar especificamente nas atividades produtivas realizadas pelos alunos.

Silva (2017) menciona que apenas 1 professor demonstrou utilizar o conteúdo de medida de comprimento e de área na perspectiva de criar um cenário para investigação, no que concerne Skovsmose (2014), uma vez que tal professor utilizou de medições dos espaços da escola para potencializar o ensino do objeto matemático.

Sobre o objeto de conhecimento função afim, apenas 1 professor mencionou já ter trabalhado com os alunos e 1 professor estava na introdução do tópico, começando a explorar pontos na reta numérica. Os demais professores responderam que, até o momento da entrevista, não haviam trabalhado o conteúdo e que talvez nem iriam trabalhar, pois consideram que se trata de algo muito abstrato para aqueles alunos, preferindo trabalhar com conceitos concretos.

A análise das atividades elaboradas pelos professores a partir do gráfico fornecido por Silva (2017) apresenta apenas 1 professor utilizando a realidade dos alunos, os demais fazem referência a matemática pura ou a uma semi-realidade fictícia, sem uma conexão genuína entre as atividades produtivas realizadas pelos alunos.

Esse fato ganha mais ênfase na análise dos registros das atividades dos cadernos dos alunos, pois, em consonância a Skovsmose (2014), em nenhum dos casos encontrou-se atividades que se referem a vida real, uma vez que das 302 atividades encontradas, 181 fazem referência a matemática pura e 121 a uma semirrealidade, que muitas vezes se distancia largamente do interesse dos alunos.

Silva (2017) considera a importância da formação continuada dos professores atuantes na educação do campo, permitindo o contato com teorias e métodos que valorizem os fazeres dos alunos aliados às potencialidades de compreensão dos objetos de ensino abordados em sala de aula, permitindo a interação desses alunos às atividades por eles realizadas, mas sem desmerecer o referencial puro da matemática, uma vez que, de acordo com o autor:

> Reconhecemos a importância de se trabalhar com atividades matemáticas que fazem referência à matemática pura, bem como a sua pertinência para a aprendizagem dos(as) alunos(as). A crítica que fazemos é com relação a sua quase hegemonia no ensino de Matemática, na maioria das vezes trabalhada por meio de listas de exercícios que pouco corroboram a reflexão, formulação hipóteses e tomada de decisões pelos(as) alunos(as) (Silva, 2017, p. 174).

Assim, o autor destaca a importância das estratégias matemáticas possibilitarem a formação do sujeito do campo e para o campo munido de ferramentas de transformações sociais a partir da educação do campo, bem como o papel do professor como principal agente dessa transformação que deve ser iniciada por meio de uma educação revolucionária.

A pesquisa de Joel Oliveira Dias, realizada no âmbito de mestrado e publicada em 2019, contou com a seguinte questão de pesquisa: "o ensino de função com base na pedagogia freiriana pode permitir a apropriação e a generalização do seu conceito pelos educandos da EJA, a partir da realidade em que estão inseridos?", e como objetivo geral: "apresentar uma sequência didática (SD) e verificar sua contribuição para a aprendizagem de conceitos de função polinomial do 1.º grau na EJA, a partir do cálculo da conta de água".

Dias (2019) desenvolveu sua pesquisa em uma turma com 21 alunos do primeiro semestre do ensino médio da modalidade EJA de uma escola pública. Embasado pelos pressupostos freirianos, no que se refere a adoção a uma educação dialógica e problematizadora, Dias (2019) elaborou uma sequência didática utilizando aspectos da conta de água da casa dos respectivos alunos para promover o ensino e aprendizagem de tópicos de função polinomial do 1º grau.

A sequência de atividades elaborada por Dias (2019) baseou-se na concepção de sequência didática de Zabala (1998), o que levou a estruturação de 6 etapas distribuídas em 8 aulas. A primeira etapa se deu pela contextualização do tema do abastecimento de água do município, de modo a serem realizadas rodas de conversas seguidas de uma palestra a respeito do assunto. Na segunda etapa, os alunos, em grupos, discutiram como se dava o cálculo da conta de água com base nas contas trazidas por eles e da tabela de consumo disponibilizada pelo sistema de abastecimento do município. A terceira etapa se deu por meio da socialização dos alunos sobre a maneira de como chegaram aos resultados apresentados na segunda etapa. Nessa terceira etapa, o professor interveio para explorar a noção intuitiva de "função". Na quarta etapa, os alunos apresentaram exemplos do cotidiano que representasse o conceito de função polinomial do primeiro grau. Na quinta etapa os alunos resolveram situações problemas que envolveram conhecimentos de função do 1º grau. E, por fim, na sexta etapa se deu a avaliação da sequência didática por meio de um questionário contendo uma questão referente ao desenvolvimento da sequência didática e duas questões referentes à frequência dos alunos na EJA.

A partir da coleta de dados por meio de captura de áudio e vídeo dos diálogos entre os alunos durante a execução da sequência didática, bem como, a análise das respostas elaboradas pelos alunos às tarefas de cada etapa e do questionário final, Dias (2019) vislumbrou a participação dos alunos em todas as etapas da sequência e na execução das tarefas propostas, pois os alunos "sentiram-se motivados ao aprendizado. A associação do conteúdo de função às situações do dia a dia dos educandos foi o que mais os motivou, demonstrando a importância de dar aplicabilidade aos conteúdos matemáticos" (Dias, 2019, p. 64), reverberando a dialogicidade nas aulas e promovendo o debate a partir de temáticas de natureza cotidiana problematizada e estudada com elementos da matemática escolar.

Dias (2019) considera que sua pesquisa contribuiu com a aprendizagem do conceito de função polinomial do 1º grau e fortaleceu os vínculos de interação nas aulas de matemática, permitindo aos alunos a participação em toda a construção do conhecimento, realocando o lugar do professor como mediador dessa construção e não como a única voz a ecoar durante as aulas.

Luís Cláudio da Costa Ferreira desenvolveu pesquisa no âmbito de mestrado, publicada em 2020, com o título “o celular e o letramento científico no ensino de matemática na EJA tendo como suporte a utilização de sequências didáticas”, e o problema, “A carência do desenvolvimento de habilidades cognitivas causadas pela não continuidade dos estudos de matemática no ensino fundamental na idade própria”. Como objetivo geral: “Apresentar um estudo sobre aprendizagem através de metodologias ativas e tecnologias digitais possibilitando a construção de uma proposta para o ensino de matemática”.

Ferreira (2020) embasou-se, teoricamente, nos estudos a respeito das tecnologias digitais aplicadas ao ensino de matemática, bem como, as contribuições das metodologias ativas e o conceito de sala de aula invertida, de modo a fazer uma aproximação de tais conceitos às práticas pedagógicas referentes a educação de jovens e adultos no Brasil.

Em termos metodológicos, Ferreira (2020) utilizou a pesquisa experimental, de modo que contou com a participação de 33 professores da rede pública e privada do estado do Rio de Janeiro atuantes na Educação de Jovens e Adultos (EJA), uma vez que devido a pandemia do novo coronavírus o contato com os alunos foi impossibilitado. Para a coleta de dados foi utilizado um formulário eletrônico (*google forms*) – enviado aos sujeitos participantes por meio do e-mail ou do aplicativo *WhatsApp* - com questões referentes a utilização de recursos digitais nas escolas onde esses professores atuavam, bem como a inserção de estratégias educacionais a partir da utilização das principais plataformas digitais e redes sociais utilizadas pelos alunos. Esse questionário teve como objetivo analisar as possibilidades de articular uma sequência didática, com uso de tecnologias digitais para promover o ensino de matemática no contexto da EJA.

A partir das respostas dos professores participantes como sujeitos da pesquisa, Ferreira (2020) elaborou três sequências didáticas, que utiliza o aplicativo “PHOTOMATH” (disponível para smartphones e tablets) para potencializar a resolução de situações que envolvem função polinomial do 1º grau. O aplicativo é gratuito e com classificação livre, permitindo ao usuário fotografar a situação problema ou a sentença matemática, de modo a disponibilizar as etapas de resolução, funcionando em modo *offline*.

A primeira sequência didática diz respeito a utilização do aplicativo, bem como, sua manipulação e utilização das ferramentas disponíveis; a segunda sequência didática se dirige aos estudos sobre função polinomial do 1º grau, enfatizando a resolução de problemas e exercícios; a terceira sequência didática se refere a construção e reconhecimento de elementos do gráfico da função, bem como as interseções com os eixos e a inclinação.

De maneira geral, Ferreira (2020) considera importante a inserção das tecnologias digitais para desenvolver habilidades educacionais indicadas para os alunos da EJA, tornando o ensino prazeroso e significativo, promovendo a melhor relação entre professores e alunos e melhorando a aprendizagem dos objetos de ensino de Matemática.

Carlos Antônio Rezende Filho realizou pesquisa, no âmbito de Mestrado Profissional, intitulada “algebrismo e ensino de funções: uma proposta didática para a Educação de Jovens e Adultos” publicada no ano de 2020. O autor teve como questão norteadora “de que modo uma proposta didática, elaborada a partir da crítica do algebrismo por Malba Tahan, pode contribuir para o ensino de conceito de funções, considerando as especificidades da Educação de Jovens e Adultos?”, de modo que seu objetivo foi “apresentar reflexões sobre o discurso pedagógico de Malba Tahan acerca do algebrismo, apropriando dessa crítica ao ensino de álgebra da época e elaborando uma proposta didática voltada para estudantes da EJA, em nível de Ensino Médio, para o ensino do conceito de função, tendo como aporte as especificidades desse nível de ensino, e analisar a viabilidade do produto educacional”.

Dentre as tendências delineadas pelo Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat), Rezende-Filho (2020) enquadra sua pesquisa no aspecto da História da Educação Matemática, uma vez que, segundo o autor “realiza-se um estudo da vida e obra de Júlio Cesar de Mello e Souza e suas contribuições para a melhoria do ensino, especificadamente em álgebra, tomando sua crítica ao ensino dessa temática” (Rezende-Filho, 2020, p. 55).

Embasado nos estudos da História da Matemática, referenciado principalmente por Mendes (2012), Garnica e Souza (2012) e Sad (2005), o autor desenvolveu uma proposta didática para o ensino do conceito de função para ser tratado com alunos da EJA, fazendo uma “triangularização entre a História da Educação Matemática, o ensino do conceito de funções e o discurso pedagógico de Malba Tahan” (Rezende-Filho, 2020, p. 58).

Ainda sobre sua proposta didática para o ensino de função, Rezende-Filho (2020) obteve apoio nas ideias de Beatriz D’Ambrosio (1993) no que concerne a criação de ambientes propícios à aprendizagem, bem como para o desenvolvimento de tarefas que explorem o potencial analítico e investigador dos alunos, valorizando mais a qualidade do que a quantidade de tarefas propostas aos alunos.

Com isso, Rezende-Filho (2020) categorizou as tarefas propostas em seis ambientes de aprendizagem, sendo o ambiente 1 denominado como “Malba Tahan e o algebrismo”, onde o autor apresentou uma história retirada do livro "Didática da Matemática" de autoria de Malba Tahan (pseudônimo utilizado pelo professor brasileiro Júlio César de Mello e Souza), na qual constam as características e limitações de um algebrista. O ambiente 2 denominado como "Função? o que é isso?", solicita que o aluno escreva 3 frases que o caracteriza como "função". O ambiente 3 denominado "Preço da gasolina cai nos postos em função da pandemia de coronavírus" traz situações que abordam relações funcionais em contexto corriqueiro dos alunos. O ambiente 4 denominado "As funções em nosso dia a dia" também apresenta situações que apresentam o conceito de função em atividades do dia a dia dos alunos. O ambiente 5 denominado "Encontrando leis (generalizações)" em que sugere a tradução da linguagem natural para a linguagem matemática em situações com relações funcionais. E, por fim, o ambiente 6 denominado "Agora é sua vez", sugerindo que o próprio aluno descreva uma situação da sua rotina em termos de linguagem matemática definida pela "função".

A pesquisa de Rezende-Filho (2020) ocorreu durante o ápice do período pandêmico da Covid-19, impossibilitando a aplicação de sua proposta didática junto aos alunos no ambiente de sala de aula. Dessa forma, o autor analisou a viabilidade de sua proposta didática por meio de questionário aplicado à professores atuantes na modalidade EJA.

Rezende-Filho (2020) destaca que as tarefas exploradas nos ambientes propostos divergem do pensamento mecanizado e algoritmizado, possibilitando a reflexão da utilização dos contextos em que os alunos estão inseridos, seja no labor ou em outra atividade diária, para a incorporação em elementos matemáticos. Tais discursos foram endossados pelos professores participantes da averiguação da proposta didática, fortalecendo que as estratégias apresentadas por Rezende-Filho (2020) estabelecem um "possível caminho para a o ensino do conceito de funções para a EJA, o que dialoga com os apontamentos de Silva (2017), que assevera que os conteúdos matemáticos devem ser relacionados às atividades financeiras e a cálculos básicos" (Rezende-Filho, 2020, p. 89).

Por fim, o autor considera que a pesquisa realizada reverbera a importância de tratar aspecto da História da Matemática como estratégias pedagógicas descortinando a forma como o conhecimento matemático ganha consistência ao longo de sua historicidade e no contexto em que se é desenvolvido. O autor também destaca a importância de se combater o algebrismo ainda em evidência nas práticas de muitos professores, o que torna um fator de dificuldade para a compreensão da Matemática como ferramenta para solucionar problemas reais do mundo real de cada indivíduo.

A pesquisa de Nilton Lásaro Jesuino, realizada no âmbito de mestrado e publicada em 2022, tem como questão norteadora “quais as potencialidades e limites da resolução de problemas enquanto metodologia de ensino-aprendizagem da Função Polinomial do 1º Grau para estudantes da EJA?”, e como objetivo geral: “compreender as potencialidades e limites do uso da metodologia de ensino-aprendizagem da função polinomial do 1º grau através da Resolução de Problemas (RP) aplicada na Educação de Jovens e Adultos (EJA)”.

Jesuino (2022) embasou sua pesquisa teórica e metodologicamente a partir das estratégias da resolução de problemas sugeridas por Onuchic e Allevato (2014), e por meio das tipologias de problemas apresentadas por Dante (1999), bem como, nos estudos a respeito da Educação de Jovens e Adultos (EJA) realizados por Arroyo (2005) e os estudos de Fonseca (2012) na relação da educação matemática em consonância com a EJA.

A pesquisa de Jesuino (2022) realizou-se no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, campus da cidade Jataí, no curso técnico integrado em Secretariado na modalidade de EJA, contando com a participação de 10 alunas que estavam na 2ª etapa do curso. Nesse sentido, Jesuíno (2022) organizou um curso extracurricular ofertado no período de férias dos discentes, oferecendo certificação de 30 horas de atividades.

Devido a pandemia da Covid-19, a aplicação da pesquisa de Jesuino (2022) foi de forma remota, por meio de 13 encontros, dos quais, 5 encontros foram de forma assíncrona (via plataforma Google Formulário e atendimentos e transmissão de informações via aplicativo para smartphones – *WhatsApp*) para o preenchimento dos questionários e a resolução das atividades propostas e 08 encontros síncronos (via plataforma *Google Meet*) para o diálogo e comunicação das ideias no processo de desenvolvimento dos conceitos sobre o conteúdo abordado.

Nesse sentido, por meio da pesquisa qualitativa na modalidade pesquisa-ação, Jesuino (2022) utilizou como estratégias de coleta de dados o questionário com objetivo de coletar informações para o reconhecimento da realidade das sujeitas participantes para posterior elaboração de situações problemas a partir do cotidiano dessas alunas; e as gravações dos encontros síncronos que possibilitaram a observação e anotações das falas das sujeitas participantes a partir das atividades propostas para resolução dentro dos grupos de discussões.

No que se refere a estrutura de aplicação, a pesquisa de Jesuino (2022) inicia-se pelo preenchimento do formulário eletrônico com objetivo de caracterizar as alunas participantes a fim de conhecer suas motivações socioeconômico-culturais na busca pela formação e o ensino-aprendizagem da Matemática, uma vez que o curso ofertado na pesquisa não interessou aos demais alunos da turma.

O segundo encontro foi marcado pela apresentação dos objetivos e metodologias do curso ofertado na pesquisa, bem como relatos de experiências com a Matemática ao longo da trajetória de vida de todos os participantes. No terceiro encontro ocorreu diálogos a respeito das experiências das participantes em relação ao tópico de função polinomial do 1º grau, cabendo ao professor-pesquisador apenas mediar o diálogo, sem definir o que seria o conceito, apenas levantando questões do tipo: "na sua concepção, o que é uma função? Qual o seu entendimento sobre a aplicação da teoria de função no seu dia a dia? Em que situações reais os conceitos desse conteúdo encontram-se presentes, caso você saiba o que é função do 1º grau? [...]" (Jesuino, 2022, p. 65).

A partir das ações realizadas nos três primeiros encontros, Jesuino (2022) elaborou as situações problemas para serem solucionadas pelas alunas participantes. Assim, o quarto encontro aconteceu de forma síncrona em que foi enviado via WhatsApp um link às alunas para acessarem um *quiz*, no qual abordava implicitamente os conceitos de equação do 1º grau, com tempo regressivo para resolução da situação problema exposta (definição dos pesos indefinidos em balanças). As alunas participantes podiam tentar mais de uma vez e suas pontuações ficavam registradas ao final do jogo. No quinto encontro, de forma síncrona, realizou-se diálogos a respeito da atividade do encontro anterior, permitindo às alunas debaterem a forma como realizaram a atividade.

O sexto encontro, de forma assíncrona, as alunas deveriam solucionar uma situação problema envolvendo uma viagem de *uber*. Tal situação foi disponibilizada via *google forms* e encaminhada às alunas por meio de aplicativo de mensagem de celular. O sétimo encontro realizou-se debate na forma síncrona a respeito da resolução da atividade anterior, bem como o caminho e o raciocínio das alunas para chegarem às soluções apresentadas.

No oitavo encontro ocorrido de forma assíncrona, as alunas deveriam resolver uma situação problema sobre o cálculo das contribuições e reajustes do INSS. Devido essa situação problema necessitar de um tratamento mais complexo em termos de técnicas matemáticas para sua resolução, os encontros 9 e 10 foram realizados com 5 alunas cada, para melhor apreensão do pesquisador do modo como as alunas recorreram às técnicas de resolução.

O décimo primeiro encontro, ocorrido sincronamente, foi marcado pela explanação geral das atividades anteriores e pela conceituação de função polinomial do 1º grau pelo professor-pesquisador, bem como sua estrutura algébrica e algumas aplicações em situações práticas. O décimo segundo encontro, de maneira síncrona, foi realizado por meio de um diálogo para que as alunas pudessem explanar a respeito de todo o processo de resolução dos problemas propostos, bem como, a compreensão do conceito de função polinomial do 1º grau para a solução desses problemas. E, por fim, o décimo terceiro encontro foi de maneira assíncrona em que se disponibilizou um questionário final às alunas participantes para preencherem alguns dados e responderem algumas questões abordadas desde o questionário inicial até o momento final do curso.

Jesuino (2022) destaca que, por meio das estratégias evidenciadas em sua pesquisa, é possível vislumbrar contribuições das ações de resolução de problemas para promover compreensão do conceito de função polinomial do 1º grau, uma vez que, ao se tratar de alunas do público da EJA, as experiências trazidas por elas corroboram para a compreensão dos elementos matemáticos destacados para a solução mais adequada para a situação proposta.

O autor enfatiza que, mesmo sendo uma aplicação remota, sem as relações proximais entre os sujeitos envolvidos na pesquisa, as contribuições para a formação das alunas participantes foram suficientemente evidenciadas, permitindo momentos de debates e exposição de opiniões, o que muitas vezes não acontece nem em aulas presenciais.

Por fim, Jesuino (2022) considera que é importante perceber que o tempo de aprendizado de cada aluno se difere, cabendo ao professor promover estratégias para alcançar todos os alunos, de modo a valorizar suas experiências, principalmente quando se trata de EJA.

De maneira geral, as pesquisas apresentadas neste capítulo salientam a necessidade do desenvolvimento de estratégias didáticas voltadas para a modalidade da EJA em que seja promovida a interação entre os alunos, permitindo a troca de experiências vivenciadas ao longo de suas vidas, o que reflete em uma maior motivação na participação das aulas.

Esse fato pode ser interpretado em Del Rio (2014) em que o pesquisador enfatiza as ações que promovem a interação entre os alunos numa perspectiva de construção do conhecimento de forma conjunta, pautando-se na colaboração e na troca de experiências, o que também reflete em fatores motivacionais para a participação das aulas e, consequentemente, para a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Nesse mesmo aspecto, Pita (2016) expressa a necessidade de estratégias que permitem aos alunos da EJA oralizarem e interagirem a respeito de situações reais perpassadas pelas suas vidas, em especial, problemas sociais, políticos e culturais, permitindo a identificação de conceitos matemáticos dentro dessas problemáticas.

Dessa maneira, para a nossa pesquisa tratada nesta dissertação, consideramos essencial a promoção desse aspecto de interação e comunicação entre os alunos e entre os alunos e o professor, possibilitando e evidenciando a valorização dos saberes que esses alunos trazem a partir das suas experiências vivenciadas em suas vidas, em especial, os saberes desses alunos a respeito das práticas relacionadas a pesca artesanal, reverberando o entrelaçamento de saberes culturalmente repassados por seus familiares e os saberes escolares sobre o objeto de conhecimento função.

Outro viés presentificado nas pesquisas deste levantamento, e que atribuímos importância, diz respeito às ações docentes que vislumbrem a contextualização dos afazeres diários dos alunos da modalidade da EJA aos objetos de conhecimento de Matemática, permitindo que esses alunos concedam significado no ato de estudar na escola.

Sobre isso, Silva (2017) explicitou a necessidade da integração de ações praticadas pelos alunos em suas rotinas diárias de labutas aos objetos de conhecimento de matemática, fato este mencionado pelos próprios alunos participantes da pesquisa de Silva (2017). Entretanto, a maior parte dos professores ainda insistem em utilizar atividades em sala de aula que exploram apenas o teor formalista da Matemática, sem a atenção às relações com os afazeres diários dos alunos, incorrendo em perda do sentido dado pelo aluno ao ato de estudar na escola.

Dias (2019) também orienta para a articulação entre a vivência e experiências de vida dos alunos da EJA entrelaçadas aos processos de ensino e aprendizagem de objetos de conhecimento de Matemática, possibilitando maior motivação e interesse dos alunos, uma vez que se tratam de aulas que promovem a valorização de seus conhecimentos adquiridos fora do domínio escolar.

Nessa mesma perspectiva, Rezende-Filho (2020) trata dos aspectos da exploração do objeto matemático função a partir de situações encontradas e perpassadas diariamente pelos alunos em suas vidas cotidianas, possibilitando a promoção de ações que integrem o estudo do conceito matemático e situações contextuais dos alunos.

Além disso, Jesuino (2022) também enfatiza a utilização de situações-problemas gerados a partir de experiências vivenciadas pelos próprios alunos da EJA, de modo que tais vivências trazem consigo aspectos viáveis para explorar elementos matemáticos, reverberando a motivação dos alunos para o estudo, uma vez que se tratam de situações de suas próprias vivências.

Assim, para a nossa pesquisa consideramos essencial a promoção deste viés contextual nas ações em sala de aula para exploração do objeto matemático “função”, de modo a utilizar elementos da própria vivência e experiência dos alunos que são colaboradores e participantes desta investigação.

As pesquisas apresentadas neste capítulo corroboram ainda mais para a busca de estratégias que caracterizem e valorizem as vivências dos alunos pertencentes à região marajoara, enfatizando suas vivências e seus modos de vida, pois as pesquisas que apresentamos neste capítulo não vislumbram esse viés cultural.

Assim, o intuito de realizar uma investigação para tratar de questões da vivência e de práticas realizadas pelas pessoas amazônidas marajoaras como mecanismo didático para explorar conceitos matemáticos em sala de aula da escola de Gurupá, a qual pertence ao Marajó, mostra-se como uma estratégia com potencial para melhorar o aprendizado ao mesmo tempo que valoriza saberes oriundos das práticas compartilhadas culturalmente. Desse modo, no subcapítulo a seguir, anunciamos a problemática e os objetivos de nossa pesquisa.

2.2 Delimitação da questão de pesquisa e objetivos

As experiências que perpassei ao longo da docência na educação básica corroboraram para a busca de implementação de estratégias que produzem ambientes propícios às discussões a respeito do conceito de função, de maneira particular no contexto da educação de jovens e adultos, possibilitando a valorização do conhecimento trazido pelos alunos para visualizarem as ferramentas matemáticas presentes nos seus afazeres, tornando o espaço escolar uma oficina de conhecimentos que podem ser utilizados em outros aspectos fora da sala de aula.

Para a nossa pesquisa (tratada nesta dissertação), o objetivo está em torno da abordagem de “função” por meio da prática da pesca artesanal, a qual se trata de uma atividade conhecida e realizada frequentemente por alunos que fazem parte da Educação de Jovens e Adultos da cidade de Gurupá-Pa, bem como, por seus familiares, inserindo esses alunos nesse contexto da prática da pesca.

De acordo com o Ministério da Integração e do Desenvolvimento Regional (órgão da esfera federal do Brasil):

> Apesar do termo “pescador artesanal” ser bastante conhecido, ainda não existe uma definição perfeita. Basicamente, a pesca artesanal é uma atividade realizada por

> pessoas que vivem em comunidades e que realizam pesca em pequena escala, sem visão comercial e/ou de exportação de grandes proporções. Eles pescam apenas para o consumo da própria família e para vendas locais. Os equipamentos utilizados por esses pescadores são de baixo nível tecnológico como linhas, anzóis, varas de pesca, pequenas canoas ou botes, tarrafas e redes (Brasil, 2022, s/p).

Ainda nessa perspectiva, o órgão federal destaca que os pescadores artesanais possuem uma relação direta com a natureza para sobreviverem. Por isso, acabam desenvolvendo conhecimentos específicos e importantes sobre os ambientes em que trabalham, sendo estes, normalmente, nas proximidades da costa, nos rios, lagos e açudes. Com esse conhecimento e experiência, eles conseguem saber a melhor época para realizar pescas maiores (Brasil, 2022).

Entre os instrumentos utilizados pelos pescadores artesanais da cidade de Gurupá-Pá, constam as redes de malhas, as quais “são as artes mais comumente utilizadas. Geralmente são tecidas com náilon e possuem forma retangular com exceção da tarrafa (cônica) e do puçá. O tamanho varia conforme a espécie alvo e o ambiente da captura” (Isaac *et al,* 2005 *apud* Barreto *et al,* 2023, p. 160).

Nesse sentido, como percebi a movimentação extensa dos alunos, em especial os pertencentes à modalidade da EJA, durante os meses de agosto e setembro para a captura do peixe chamado Dourada, inferi a possibilidade de tratar das questões relacionadas à prática da pesca artesanal como aspecto didático-metodológico propício para discutir o objeto matemático função.

Dessa maneira, após as reflexões realizadas, traçamos como questão norteadora para esta pesquisa de mestrado: “Que potencialidades são evidenciadas da utilização das narrativas de pescadores na perspectiva da Etnomatemática para contribuir com os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função na 1ª etapa do ensino médio da EJA?” Com isso, temos como objetivo geral: “Estruturar uma sequência de atividades na perspectiva da Etnomatemática a partir das narrativas de pescadores para contribuir com o ensino e a aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos no ensino médio”.

Para melhor alcançar o objetivo desta pesquisa, consideramos como objetivos específicos:

a) reunir informações sobre a construção e manipulação da rede de malha junto aos pescadores da cidade de Gurupá-PA;
b) explorar o conceito de função junto aos alunos da 1ª etapa do ensino médio da EJA, a partir das narrativas de pescadores artesanais de Gurupá-PA sobre a construção e manipulação da rede de malha;

c) elaborar um guia didático, utilizando-se das práticas realizadas pelos pescadores com a rede de malha, para didatizar o conceito de função com alunos da modalidade da Educação de Jovens e Adultos do ensino médio.

Como esta investigação trata do ensino do conceito de função, o capítulo a seguir faz um estudo sobre esse conceito, bem como a definição desse objeto de conhecimento ao longo da história. Apresentamos também a definição e exemplificação de atividades sobre o tema "função" descrita no livro didático utilizado na escola onde se aplicou a pesquisa. Por fim são apresentados níveis de compreensão do conceito de função.

3 ASPECTOS RELACIONADOS AO OBJETO DE CONHECIMENTO FUNÇÃO

Este capítulo apresenta alguns aspectos relacionados ao objeto de conhecimento função, bem como concepções sobre o objeto função construídas em alguns momentos da história, evidenciando a natureza da construção desse conceito. O capítulo apresenta estudos que apontam para níveis de compreensão do objeto função, mostrando os modos como este objeto de conhecimento pode ser apresentado pelo sujeito que o compreende. Por fim, é feita uma abordagem desse objeto no contexto escolar a partir do livro didático utilizado na escola onde se deu a aplicação da pesquisa de campo aqui tratada.

3.1 Conceito de função

Pelo menos, desde o início do século XX o conceito do objeto matemático função é considerado um dos mais importantes e fundamentais conceitos dentro e fora da Matemática (Sierpinska, 1992). As concepções de função se estabeleceram de diferentes formas na história da Matemática. O quadro 2, a seguir, apresenta uma síntese das concepções de “função” que emergiram entre os séculos XVII e XX:

Quadro 2 - Síntese das concepções de função

Ano	**Matemático**	**Concepção**
1637	Descartes	Equação em x e y que mostra dependência.
1670	Newton	Quantidades relacionadas; fluentes expressos analiticamente.
1673	Leibniz	Relação, quantidades geométricas que dependem de um ponto da curva, máquina.
1718	Jean Bernoulli	Relação entre grandezas variáveis.
1748	Euler	Expressão analítica.
1755	Euler	Dependência arbitrária.
1778	Condorcet	Dependência arbitrária.
1797	Lacroix	Dependência arbitrária.
1797	Lagrange	Expressão de cálculo, expressão analítica.
1821	Cauchy	Resultado de operações feitas sobre uma ou várias quantidades constantes e variáveis.
1822	Fourier	Série trigonométrica; sequência de valores; ordenadas não sujeitas a uma lei comum.
1834	Lobatchevsky	Expressão analítica; condição para testar os números, dependência arbitrária.
1837	Dirichelet	Correspondência: para cada valor de x (abscissa), um único valor de y (ordenada); função definida por partes.
1870	Hankel	Para cada valor de x em um certo intervalo, corresponde um valor bem definido de y; não é necessária uma mesma lei para todo o intervalo; y não precisa ser definido por uma expressão matemática explicita em x.
1888	Dedekind	Correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo a uma determinada lei.
	Cantor	Subconjunto de um produto cartesiano, obedecendo duas condições.
1939	Bourbaki	Correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo a duas condições.

Fonte: Rossini (2006, p. 54)

Nessa mesma perspectiva, Silva, Miranda e Cabral (2018) apresentam um quadro histórico evolutivo da concepção de função pautando-se na construção dessa concepção a partir de acréscimos de novos elementos aos que existiam até então, ou seja, uma construção coletiva na qual os personagens da história da construção da concepção de função foram aperfeiçoando seus argumentos e superando obstáculos. Os autores pautaram-se nos estudos sobre campo conceitual de Vergnaud, de modo que no quadro 3 a seguir utilizam a letra I para identificar os invariantes, a letra S para identificar as situações e a letra R significa representações:

Quadro 3 - Evolução da concepção do conceito de função, seus avanços e obstáculos

Personagem ano de publicação	Elementos agregados ao campo conceitual	Avanços	Obstáculos
Pitágoras de Samos (Final Séc.VI a.C.)	**I**: Variável, proporcionalidade, interdependência. **S**: Relações entre comprimento da corda e som emitido por ela. **R**: Experimental e verbal	Relacionou variáveis de naturezas diferentes, o que antes era um obstáculo	Limitações quanto aos registros. Antes disso, babilônios representavam tabelas em argila.
Nicole Oresme (1350?)	**I**: Variável dependente **S**: Representar geometricamente quantidades físicas. **R**: Gráfica (sem quantitativo)	Noção de dependência e representação gráfica, não realizada por pitagóricos e babilônios.	Dificuldade em expressar a intensidade de grandezas qualitativas de modo numérico. Demonstração teórica, sem experimentação.
Galileu Galilei (1589?)	**I**: Causa e efeito **S**: Estudo do movimento de corpos em queda livre. **R**: Gráfica (com quantitativo) e algébrica (sem generalização)	Gráficos quantitativos resultantes de experimentação e modelagem algébrica entre variáveis físicas.	Suas representações algébricas limitavam-se em encontrar valores desconhecidos em uma equação não generalizada.
François Viète (1591)	**I**: Generalização **S**: Problemas geométricos **R**: Algébrica e geométrica.	Retomou os problemas geométricos gregos por demonstrações algébricas padronizadas de forma literal e generalizada.	Suas descobertas tinham objetivos dissociados a uma formalização de função.
Gottfried Leibniz (1674)	**I**:Continuidade, variável dependente, variável independente. **S**: Cálculo infinitesimal **R**: Curvas geométricas.	Reforça a ideia de continuidade e de variáveis dependentes e independes e foi o primeiro a usar a palavra “função”.	Não definiu explicitamente função.
Leonard Euler (1755)	**I**:Constantes e descontinuidades. **S**: Formalização do conceito de função. **R**: Notação e definição.	Desvinculou o conceito de função do caráter geométrico, formalizou o conceito e a notação de função.	Excesso de generalização, limitação a representação analítica.
Johann Dirichlet (1837)	**I**: Correspondência entre variáveis de conjuntos distintos. **S**: Busca de uma definição mais ampla. **R**: Definição segundo uma regra de dependência entre variáveis.	Estabeleceu uma definição mais geral função que relacionasse também variáveis não numéricas possibilitando aplicação em outras áreas do conhecimento.	Falta de uma definição de “conjunto” e de “número real”.

Nikolas Bourbaki (1968)	**I**: Conjuntos de pares ordenados. **S**: Movimento da Matemática moderna e da Educação Matemática. **R**: Diagrama de Venn.	Partiu de uma preocupação com o ensino de Matemática através do movimento da educação Matemática.	Reduziu o conceito de função a conjunto de pares ordenados representados em diagrama de Venn sem fazer associações com outras formas de representação.

Fonte: Silva, Miranda e Cabral (2018)

A partir dos quadros 2 e 3, vislumbramos o percurso histórico pelo qual se compreendeu a concepção de função em cada contexto histórico para atender alguma necessidade da época, seja uma necessidade para a resolução de problemas do contexto da vida real, ou mesmo necessidades emergidas na própria realidade da Matemática, visando a elaboração de estudos mais avançados.

Atualmente o conceito de função mais recorrente e aceito nos estudos matemáticos, bem como disseminados em livros didáticos utilizados em instituições de ensino se refere ao estabelecido pelo grupo Bourbaki. Esse conceito é descrito (ou definido) do seguinte modo:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma função entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento de y de F e um só, que esteja na relação considerada por x. Dá-se o nome de função a operação que associa, assim, a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (Bourbaki, 1970 *apud* Ribeiro; Cury, 2015, p. 44).

Evidentemente, alguns livros didáticos de Matemática apresentam versões simplificadas da definição do conceito de função, mas de todo modo, são embasados, principalmente, nas ideias boubarkianas.

Em “Conceitos fundamentais da Matemática”, Bento de Jesus Caraça (1986) apresenta o conceito de função a partir de contextualizações históricas de estudos científicos e filosóficos. A priori, o autor destaca a questão da interdependência como sendo uma característica fundamental da realidade. De acordo com o autor, “todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o mundo [...] é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (Caraça, 1986, p. 109).

Dessa forma, Caraça (1986) destaca a noção de lei de correspondência, o que remete as regularidades existentes dentro das relações de interdependência dos objetos e fenômenos. De acordo com o autor, “a existência de regularidades é extremamente importante porque permite a **repetição** e **previsão,** desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, **repetir** e **prever** é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a natureza (Caraça, 1986, p. 119 – grifos do autor)”.

É importante mencionar que Caraça (1986) destaca o conceito de variável: "Seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionemos representar qualquer dos seus elementos por símbolos, por ex.: x. **A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamamos variável**" (Caraça, 1986, p. 128 – grifos do autor)**.**

A partir dessas discussões, Caraça (1986) define função da seguinte maneira:

> Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. Para indicar que y é função de x, usaremos também escrever $y(x)$; para representar aquele valor b de y que corresponde a um valor particular a de x, escreve-se $b = f(a)$ ou $b = y(a)$, conforme se usou a representação $y = f(x)$ ou $y(x)$ (Caraça, 1986, p. 129).

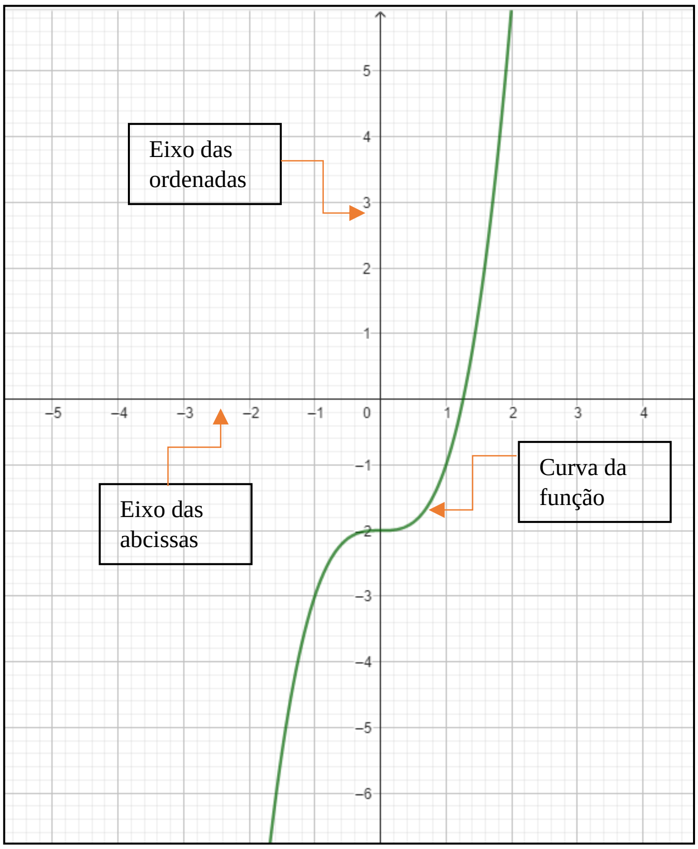
Nesse sentido, Caraça (1986) discute os modos de definição de uma função, apresentando o modo analítico e o modo geométrico. De acordo com o autor, o modo analítico de definição de função consiste em "dar um conjunto de operações de modo tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de x um valor b de y" (Caraça, 1986, p. 130).

Essa definição se trata das expressões algébricas que representam a lei de correspondência entre os elementos de dois conjuntos, o que facilita a previsão e generalização das associações estabelecidas entre esses elementos. Vale ressaltar que esse modo de representação não único, tampouco não se trata do conceito geral de função, mas de uma forma de representá-la, pois "o conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis" (Caraça, 1986, p. 131).

O modo geométrico da definição de função abordado por Caraça (1986) diz respeito às curvas que podem ser construídas no plano cartesiano, de modo que essas curvas não sejam cortadas por mais de um ponto por uma paralela ao eixo das ordenadas (eixo $0y$). O autor novamente destaca a importância de não confundir o modo geométrico de definição de função com o próprio conceito de função, assim como no modo analítico, uma vez que "em cada um dos casos, a função não se confunde com o instrumento que serviu para a definir" (Caraça, 1986, p. 134).

Nesse sentido, a uma mesma relação funcional podemos utilizar o modo analítico e geométrico (dentre outros modos) para sua representação, alcançando uma unificação desses dois campos. Por exemplo, para a função representada de forma analítica por $f(x) = x^3 - 2$, podemos também a representar graficamente como descrito na figura 4, a seguir:

Figura 1 - Representação gráfica de uma função



Fonte: Elaborado pelos autores

Assim é possível abordar representações de uma mesma função a partir de diferentes registros de representação, fortalecendo sempre que cada registro por si só não é o conceito de uma relação funcional, mas uma representação de relações em que se evidencia a dependência unívoca e, em muitos casos, biunívoca entre variáveis.

Nessa perspectiva, existem outros registros que auxiliam na representação do conceito de função, o que pode melhorar a abordagem desse conceito no contexto escolar potencializando a compreensão dos alunos. Sobre esse aspecto, Santos e Barbosa (2017) destacam:

> [...] nas aulas de matemática, nos livros didáticos e em trabalhos com professores, podemos identificar uma diversidade de configurações comunicativas, que dizem respeito a comunicar o conceito de função, tais como: tabela, máquina de transformação (metáfora), diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico e definição (Santos; Barbosa, 2017, p. 28).

Consideramos importante que o professor disponibilize de diversos registros representativos de esquemas funcionais para potencializar a compreensão por parte dos alunos de modo a considerar uma mesma relação funcional sendo representada em diversos modos, seja em tabela, gráfico, expressões analíticas ou em metáforas que mostrem relações entre elementos de dois conjuntos.

Utilizando o exemplo de função representado graficamente na figura 4, podemos representá-lo também utilizando uma tabela com alguns valores de x relacionados a valores de y, como descrito no quadro 8 a seguir:

Quadro 4 - Representação tabular de uma função definida analiticamente por $f(x) = x^3 - 2$

Valores de x	Valores de y relacionados a valores de x
-2	-10
$-1{,}5$	$-5{,}375$
-1	-3
$-0{,}5$	$-2{,}125$
1	-1
2	6

Fonte: Organizado pelos autores

Evidentemente que o quadro com a representação tabular da função apresenta apenas alguns valores, não sendo possível exibir todos os valores por se tratar de uma função cujo domínio é composto por todos os números reais. Nesse sentido, vale mencionar que em situações contextuais é importante tratar a respeito dos recortes possíveis e convenientes para interpretar as situações conforme as possibilidades condicionadas.

Ainda na perspectiva de utilizar diferentes instrumentos para representar (ou comunicar) uma relação funcional podemos representar a função descrita no quadro 8 a partir de um viés metafórico, como destaca Santos e Barbosa (2017). Uma possibilidade para representar metaforicamente a função, cuja representação analítica é descrita por $f(x) = x^3 - 2$ é imaginar uma montanha-russa. O termo x^3 pode ser visto como as subidas e descidas dramáticas da montanha-russa. No começo, quando o valor de x é negativo, a montanha-russa está descendo. Quando o valor de $x = 0$, está em um ponto de inflexão, e depois começa a subir novamente quando x se torna positivo. O termo -2 representa um deslocamento vertical para baixo, como se a base da montanha-russa estivesse construída em um nível mais baixo do solo. Visualmente, a montanha-russa começa abaixo do solo, desce e sobe, e à medida que a altura aumenta (ou x aumenta), a subida se torna mais íngreme. Metaforicamente, essa função pode representar uma jornada com altos e baixos, começando em um ponto baixo, atingindo um ponto de equilíbrio e depois subindo cada vez mais, mas sempre começando a partir de uma base que está deslocada para baixo do zero (por causa do -2).

Assim, ao tratar do conceito de função em sala de aula consideramos necessário que se faça o esforço necessário para desenvolver ações que possam explorar os diferentes instrumentos que representam o conceito de função, estabelecendo suas principais características e esclarecendo que cada instrumento é uma forma de representar relações funcionais, as quais precisam ser conceituadas desde o contexto histórico da Matemática.

Nesse sentido, nos ocorreu que se faz necessário o conhecimento docente a respeito dos níveis de compreensão do conceito de função demostrados pelos alunos, a fim de encaminhar estratégias de ensino para melhor avançar na compreensão desse objeto de ensino. Assim, o subcapítulo a seguir destaca alguns níveis de compreensão do conceito de função.

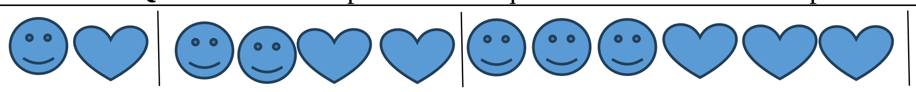
3.2 Níveis de compreensão do conceito de função

No contexto escolar é importante dispor de recursos que possam evidenciar os níveis de aprendizagem ou de compreensão de um certo objeto de conhecimento matemático que se tenha explorado em sala de aula. Nessa perspectiva, Bergeron e Herscovics (1982) consideram que a compreensão do conceito do objeto de conhecimento função se dá em quatro níveis de compreensão. Esses autores denominam esses níveis de compreensão como *compreensão intuitiva*; *matematização inicial*; *abstração*; e *formalização*.

O nível denominado compreensão intuitiva tem como características o conhecimento informal da vida cotidiana; pensamento com base na percepção visual; e ações espontâneas. Desse modo, ao relacionar esse nível de compreensão ao conceito de função, Bergeron e Herscovics (1982) consideram como características o reconhecimento de dependências (não quantificadas); o estabelecimento de leis de formação simples e visuais; construção e interpretação de tabelas e gráficos de coluna e setor.

Um exemplo do nível da compreensão intuitiva pode ser visualizado em uma situação em que os alunos consigam continuar uma determinada sequência de desenhos, como descrito no quadro 5 a seguir:

Quadro 5 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível compreensão intuitiva



Qual seria a próxima sequência de desenhos?

Fonte: Organizado pelos autores

Esse nível de compreensão de função está associado às ideias iniciais, bem como aquelas habilidades orientadas pela BNCC para serem desenvolvidas nos anos iniciais do ensino fundamental.

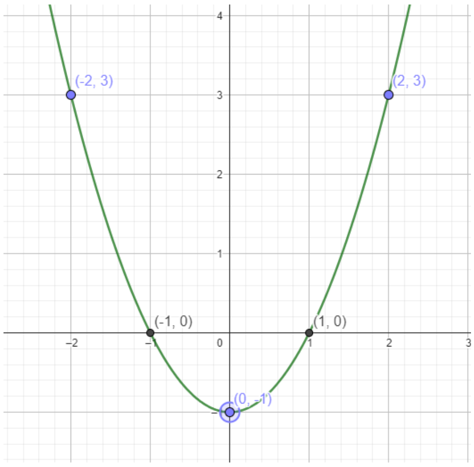
O nível de compreensão do conceito de função denominado por Bergeron e Herscovics (1982) como matematização inicial se refere a quantificação das leis, bem como do reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. Nesse nível, também é esperado que o sujeito seja capaz de fazer construção e interpretação de gráfico cartesiano simples, de modo a reconhecer o domínio analisado no contexto.

Para exemplificar esse nível de compreensão podemos considerar uma tarefa caracterizada pela identificação dos pares ordenados expressos em um gráfico para completar uma tabela, como descrito no quadro 6 a seguir:

Quadro 6 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível matematização inicial

Complete os valores da tabela de acordo com os pares ordenados evidenciados no gráfico:

x	y
-2	3
	0
0	
1	
	3



Fonte: Organizado pelos autores

Consideramos que o nível de compreensão da matematização inicial e o nível compreensão intuitiva inserem-se nos estudos iniciais do conceito de função, de modo que possibilitam a visualização das várias formas como esse conceito pode estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar dos alunos, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

Já no nível de compreensão da noção de função denominado de abstração (Bergeron; Herscovics, 1982) considera-se a escrita de expressões analíticas e a distinção entre equações e funções. Considera-se também a construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais e a caracterização de relações funcionais.

De modo parecido, o nível de compreensão do conceito de função denominado formalização (Bergeron; Herscovics, 1982) diz respeito a notação científica usada para determinar relações funcionais, como $f: A \rightarrow B$, ou $y = f(x)$, e ainda a capacidade de determinar o domínio e imagem de relações funcionais, as classificações de função como polinomiais, racionais, reais, além de realizar operações com funções.

Para vislumbrar esses níveis de compreensão, consideremos a tarefa descrita no quadro 7 a seguir:

Quadro 7 - Exemplo de tarefa para explorar o nível abstração e formalização

Na comunidade ribeirinha, as canoas são essenciais para a locomoção e a pesca. Para construir uma canoa, é necessário calcular a quantidade de madeira que será usada, que depende do comprimento da canoa. Observando a relação entre o comprimento da canoa e a quantidade de madeira utilizada, é possível criar um modelo matemático que descreva essa relação. Miguel, um ribeirinho experiente, notou que conforme o comprimento da canoa aumenta, a quantidade de madeira utilizada também aumenta de forma previsível. Ele registrou a quantidade de madeira utilizada para canoas de diferentes comprimentos: • Para uma canoa de 4 metros de comprimento, Miguel utilizou 3 metros cúbicos de madeira. • Para uma canoa de 6 metros de comprimento, ele utilizou 4 metros cúbicos de madeira. • Para uma canoa de 8 metros de comprimento, ele utilizou 5 metros cúbicos de madeira. Com base nesses dados, Miguel pediu ajuda para construir um modelo matemático que ele pudesse usar para prever a quantidade de madeira necessária para canoas de outros comprimentos. Com base nesses dados, construa um modelo matemático que relacione o comprimento da canoa e a quantidade de madeira necessária para sua construção. Expresse esse modelo em termos de função.

Fonte: Elaborado pelos autores

Por meio da tarefa apresentada no quadro 7 inferimos que é requerido dos alunos os quatro níveis de compreensão do conceito de função, pois requer o nível intuitivo – é o nível do conhecimento informal da vida cotidiana; não há quantificação, por exemplo, no trecho "para construir uma canoa, é necessário calcular a quantidade de madeira que será usada, que depende do comprimento da canoa"; também requer o nível da matematização – há quantificação; há a presença de variáveis dependentes e independentes, por exemplo "uma canoa de 4 metros requer 3 metros cúbicos de madeira"; requer o nível de abstração - escrita de expressões analíticas e a distinção entre equações e funções, considerando também a construção e interpretação de gráficos, e a quantificação de uma lei de formação; e, por último, a tarefa requer o nível de formalização – possui a notação científica, ou seja, a abstração de uma lei.

Desse modo, a tarefa apresentada no quadro 7 possibilita ao professor explorar o conceito de função perpassando pelos quatro níveis de compreensão do conceito de função, destacando a natureza dinâmica da tarefa e as relações entre os níveis de função requeridos para contemplar as soluções em cada etapa de resolução.

Consideramos que esses dois últimos níveis de compreensão do conceito de função elaborados por Bergeron e Herscovics (1982) destacam uma natureza mais profunda e mais completa de compreensão desse conceito, reverberando na capacidade dos alunos em identificar as variadas formas de representação e comunicação das relações funcionais, bem como, os elementos que constituem as variáveis e sua dependência genérica que pode ser descrita por uma expressão analítica.

De modo geral, é válido que o professor disponha de conhecimento acerca de níveis de compreensão de um determinado objeto de conhecimento matemático, pois, como outrora mencionamos, se trata de uma ferramenta que possibilita articular as tarefas e a maneira de explorar aquele objeto de conhecimento, resultando na melhor compreensão e no desenvolvimento de habilidades relativas à sua abordagem.

No subcapítulo a seguir apresentamos a maneira como são realizadas as abordagens a respeito do conceito de função - bem como, as atividades orientadas para serem desenvolvidas junto aos alunos - pelo livro didático de Matemática utilizado pelos professores onde ocorreu a pesquisa de campo tratada nesta dissertação.

3.3 Objeto de conhecimento Função no livro didático

Realizar ações didáticas e metodológicas no ambiente da sala de aula para promover a compreensão dos objetos de conhecimentos se mostra como uma tarefa desafiadora para o professor, uma vez que a grande diversidade de demandas educacionais presentes nas salas de aula são cada vez mais marcantes, implicando diretamente na forma da ação docente.

Se enquadra nesse desafio os professores de Matemática da educação básica, pois estes precisam promover estratégias para que desenvolva no aluno habilidades, como, por exemplo, “identificar oportunidades para usar a matemática em situações-problema e depois providenciar a estrutura matemática necessária para formular esse problema contextualizado matematicamente” (Brasil, 2016, p. 158).

Realizamos uma coleta de dados no livro didático de Matemática do ensino médio utilizado pelos professores pertencentes à escola onde se realizou a pesquisa tratada nesta dissertação. Vale destacar que a modalidade da EJA não conta, até a data da escrita desta dissertação, com livros didáticos específicos ofertados pelo Ministério da Educação, fazendo com que os professores utilizem os mesmos livros ofertados para a modalidade de ensino “regular”. Nesse sentido, procuramos evidenciar o conceito de função apresentado no livro didático, bem como evidenciar algumas tarefas propostas pelo livro para serem tratadas com os alunos.

Assim, o livro didático em questão, o qual está de acordo com o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2021, tem por título “Funções e Progressões”, pertencentes à coleção “Diálogo: Matemática e suas tecnologias”, do ano de 2020 da editora Moderna e de responsabilidade de Lilian Aparecida Teixeira.

Como interessa-nos a respeito do conceito de função, uma vez que a pesquisa aqui tratada tem por objetivo explorar esse conceito, o quadro 8 a seguir destaca a definição desse objeto de conhecimento apresentado no livro didático outrora mencionado:

Quadro 8 - definição de função descrito pelo livro didático

Conceito de função
Sejam os conjuntos A e B não vazios. Uma função f de A em B é uma regra que diz como associar a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y = f(x) \in B$. Indicaremos essa função por $f\colon A \rightarrow B$ (lê-se: função de A em B). O conjunto A chama-se domínio $(D(f))$ e o B, contradomínio $(CD(f))$ da função f. Para cada elemento $x \in A$, o elemento $y \in B$ é chamado imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in A$. O conjunto formado por todas as imagens é um subconjunto de B, denominado imagem da função f $(Im(f))$.

Fonte: Organizado pelos autores baseados em Teixeira (2020)

Essa definição explicitada pelo livro didático possibilita abordar os estudos sobre função em termos de expressão algébrica por meio da regra que associa os elementos, bem como em termos de conjuntos, pois se trata de uma definição que se baseia, principalmente, em Bourbaki. Entretanto, ao tratar de variáveis, dependência entre grandezas e covariação, essa conceituação atribuída pelo livro didático deixa de contemplar.

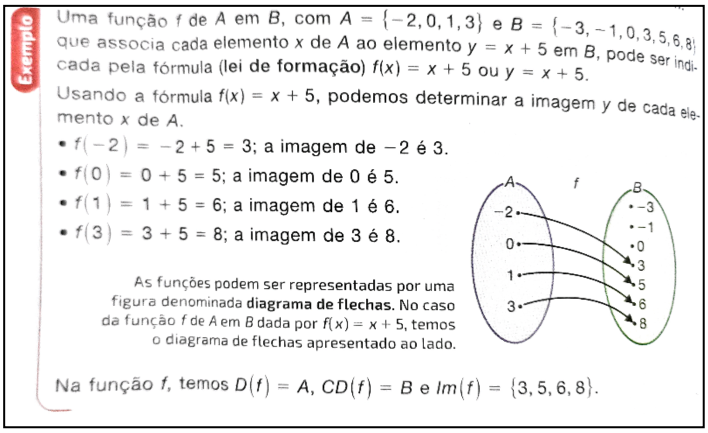
Esse fato deve ser levado em consideração, uma vez que para a abordagem de função no âmbito da sala de aula, a Base Nacional Comum Curricular[1] propõe que os estudos intuitivos de função sejam trabalhados desde os anos iniciais do ensino fundamental, enfatizando a variação entre grandezas a partir de situações que vislumbrem dependências entre elementos (Brasil, 2018).

O livro didático apresenta poucos exemplos e exercícios resolvidos, além de propor poucas tarefas em situações semelhantes às do cotidiano das pessoas em algumas regiões, como em regiões onde se usa o bandeiramento de táxi, o pagamento de contas de luz e água, e locais onde existem grandes indústrias.

O livro enfatiza suas tarefas em exercícios de aplicação direta da definição de função apresentada. As figuras 2 e 3 a seguir destacam o primeiro exemplo e primeiro exercício resolvido após a definição de função apresentado pelo livro didático em análise:

Figura 2 - Exemplo apresentado pelo livro didático para explorar a definição de função

[1] Documento norteador dos currículos escolares da educação básica brasileira. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/


Exemplo

Uma função f de A em B, com $A = \{-2, 0, 1, 3\}$ e $B = \{-3, -1, 0, 3, 5, 6, 8\}$ que associa cada elemento x de A ao elemento $y = x + 5$ em B, pode ser indicada pela fórmula (lei de formação) $f(x) = x + 5$ ou $y = x + 5$.

Usando a fórmula $f(x) = x + 5$, podemos determinar a imagem y de cada elemento x de A.

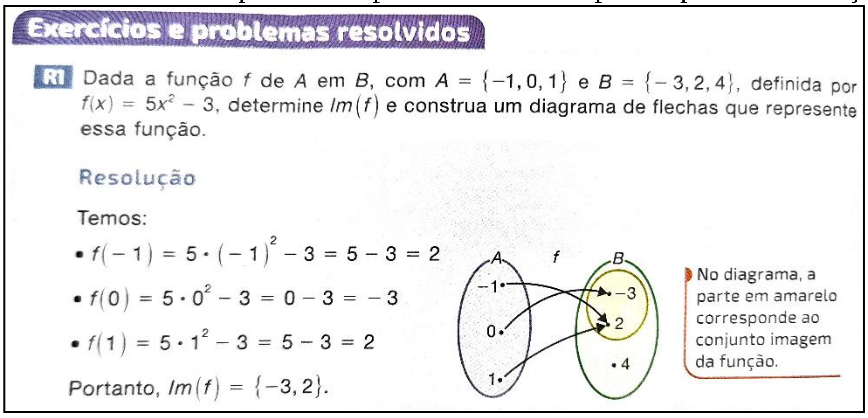
- $f(-2) = -2 + 5 = 3$; a imagem de -2 é 3.
- $f(0) = 0 + 5 = 5$; a imagem de 0 é 5.
- $f(1) = 1 + 5 = 6$; a imagem de 1 é 6.
- $f(3) = 3 + 5 = 8$; a imagem de 3 é 8.

As funções podem ser representadas por uma figura denominada **diagrama de flechas.** No caso da função f de A em B dada por $f(x) = x + 5$, temos o diagrama de flechas apresentado ao lado.

Na função f, temos $D(f) = A$, $CD(f) = B$ e $Im(f) = \{3, 5, 6, 8\}$.

Fonte: Teixeira (2020, p. 26)

Figura 3 - Exercício resolvido apresentado pelo livro didático para explorar a definição de função


Exercícios e problemas resolvidos

R1 Dada a função f de A em B, com $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{-3, 2, 4\}$, definida por $f(x) = 5x^2 - 3$, determine $Im(f)$ e construa um diagrama de flechas que represente essa função.

Resolução

Temos:

- $f(-1) = 5 \cdot (-1)^2 - 3 = 5 - 3 = 2$
- $f(0) = 5 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 3 = -3$
- $f(1) = 5 \cdot 1^2 - 3 = 5 - 3 = 2$

Portanto, $Im(f) = \{-3, 2\}$.

Fonte: Teixeira (2020, p. 26)

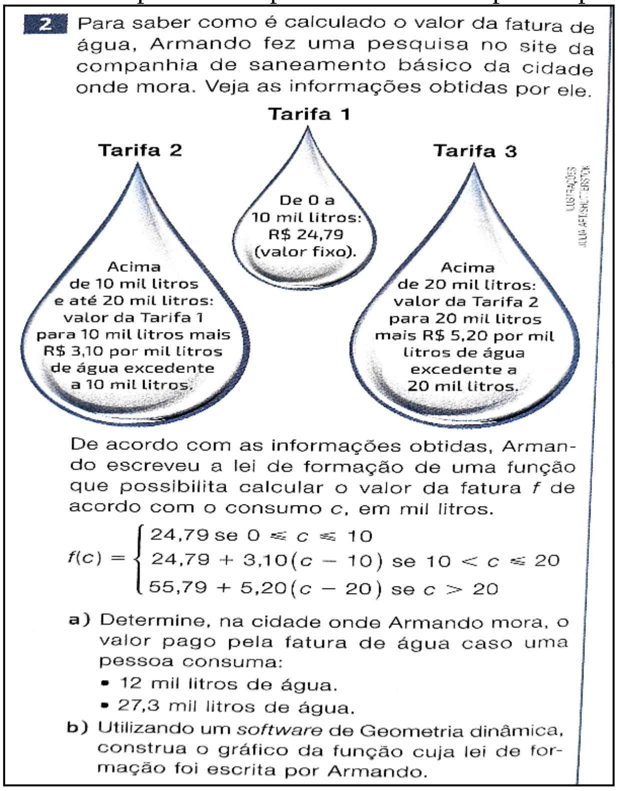
Notamos que essas tarefas explicitam de forma direta uma função associada a conjuntos compostos por números reais, sem mencionar alguma aplicabilidade que possa ser traduzida utilizando esses números. O mesmo acontece com a lei de formação da função, a qual as tarefas já apresentam e só exercitam os cálculos aritméticos para evidenciar o conjunto imagem ou para representar a função por meio de um diagrama de flexas.

Esses exemplos sugeridos pelo livro didático para iniciar os estudos de função, necessitam de mais interação com situações que possam ser vivenciadas pelos alunos, para permitir o desenvolvimento de habilidades relacionadas à interpretação de situações em modelos matemáticos que favoreçam a criticidade e tomada de decisões.

Ao levar em consideração os níveis de compreensão do conceito de função apresentados por Bergeron e Herscovics (1982), o exemplo e o exercício resolvido destacado pelo livro didático em análise (figuras 2 e 3) deixam de contemplar os níveis elementares de compreensão desse conceito, os quais consideramos que sejam os níveis intuitivo e de matematização. A ênfase dada pelo livro didático está voltada mais para os níveis de formalização e abstração, requerendo que os alunos já estejam familiarizados com a temática do objeto função.

Vale ressaltar que, o livro didático analisado, propõe algumas tarefas com características contextuais com intuito de mostrar aos alunos as possibilidades de compreensão de elementos da Matemática inseridos em alguns lugares fora do âmbito escolar. Entretanto, as realidades que são apresentadas se distinguem daquilo que os alunos participantes desta investigação presenciam em suas vidas cotidianas, o que acaba dificultando a percepção da Matemática, também, em seus afazeres diários, e não somente daquelas situações que parecem estar distantes de suas vidas. A figura 4 apresenta uma tarefa contextual apresentada pelo livro didático:

Figura 4 - Tarefa contextualizada apresentada pelo livro didático para explorar o conceito de função



2 Para saber como é calculado o valor da fatura de água, Armando fez uma pesquisa no site da companhia de saneamento básico da cidade onde mora. Veja as informações obtidas por ele.

De acordo com as informações obtidas, Armando escreveu a lei de formação de uma função que possibilita calcular o valor da fatura f de acordo com o consumo c, em mil litros.

$$f(c) = \begin{cases} 24{,}79 \text{ se } 0 \leq c \leq 10 \\ 24{,}79 + 3{,}10(c - 10) \text{ se } 10 < c \leq 20 \\ 55{,}79 + 5{,}20(c - 20) \text{ se } c > 20 \end{cases}$$

a) Determine, na cidade onde Armando mora, o valor pago pela fatura de água caso uma pessoa consuma:
- 12 mil litros de água.
- 27,3 mil litros de água.

b) Utilizando um *software* de Geometria dinâmica, construa o gráfico da função cuja lei de formação foi escrita por Armando.

Fonte: Teixeira (2020, p. 36)

É inegável que essa tarefa apresenta potenciais para o desenvolvimento de habilidades matemáticas a partir de suas resoluções, pois são situações reais que podem ser descritas por modelos funcionais e proporcionar debates sociais de demandas atuais, bem como questões relacionadas ao consumo consciente. Mas, como já mencionamos anteriormente, essa situação não faz parte, efetivamente, do cotidiano dos alunos tratados nesta pesquisa, pois na cidade onde residem não é feita a cobrança de tarifa de água e esgoto.

Novamente, fazendo uma análise da tarefa apresentada com os níveis de compreensão do conceito de função destacados por Bergeron e Herscovics (1982), a tarefa da figura 4 não requer nenhum nível de compreensão destacados pelos autores, pois se trata apenas de uma substituição de valores para a realização de cálculos aritméticos e também de uma outra maneira de representar a função, a qual é dada a priori em termos algébricos e a tarefa solicita que seja representado em termos geométricos por meio de *software* computacional.

Entendemos que são necessários instrumentos didáticos e metodológicos para explorar com mais profundidade o objeto de conhecimento função na etapa do ensino médio, uma vez que, para essa etapa do ensino, a BNCC propõe ainda mais o aprofundamento da compreensão de função, de modo que os alunos entendam e apliquem em situações do mundo real estratégias inerentes a esse objeto de conhecimento, bem como a representação gráfica, algébrica e tabelar, além de propriedades e conceitos como domínio, imagem, translação, taxas de crescimento e decrescimento (Brasil, 2018).

Ainda nessa perspectiva, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) orientam o entrelaçamento das estratégias vinculadas ao estudo de função com outros campos internos da própria Matemática, e ainda, potencializar a compreensão de que o conceito de função "desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia" (Brasil, 2000, p. 42).

Com isso, concluímos que as ações realizadas pelo professor para explorar o conceito de função necessitam de outras fontes de informações além do livro didático, pois pela profundida desse objeto de conhecimento, somente utilizando o livro didático as limitações da compreensão e o desenvolvimento de habilidades oriundas desse objeto de conhecimento serão emergentes.

Ao relacionar as tarefas e exemplos tratados pelo livro didático aos níveis de compreensão de função apontados por Bergeron e Herscovics (1982), entendemos que não são contemplados os quatro níveis elaborados por esses autores, incorrendo de mais dificuldades para a compreensão do conceito desse objeto de conhecimento por parte dos alunos.

Também vale mencionar que o teor dessas tarefas foge da realidade vivenciada pelos alunos da EJA que participaram da investigação tratada nesta dissertação, ou seja, é deixado de lado toda a história de vida e as relações com as práticas Matemáticas perpassadas por esses alunos.

Destacamos que no âmbito da Educação de Jovens e Adultos as ações realizadas em sala de aula de Matemática para a abordagem do conceito de função precisam de um olhar especial, tendo em vista que na Base Nacional Comum Curricular não se leva em consideração explicitamente essa modalidade de ensino (pelo menos até a data de publicação desta pesquisa), ficando a cargo das instituições educacionais, adaptarem seu desenho curricular para atender essa clientela.

Ainda nesse aspecto da modalidade da Educação de Jovens e Adultos, para melhor situar a respeito desse contexto educacional, o capítulo a seguir, destaca argumentos que evidenciam desafios dessa modalidade que ainda persistem atualmente, bem como, as orientações para o desenvolvimento de estratégias docentes que atendam as demandas desses alunos.

4 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

A educação escolar oferecida aos brasileiros sempre foi marcada por lutas de inclusão e adequação aos sujeitos e às necessidades do contexto temporal, mas principalmente aos interesses dos atores políticos de cada época, evidenciando que as ações escolares perpassam por projetos de governos e não por um projeto político a ser implementado independente do governo em ascensão.

Ao tratar sobre a educação voltada aos jovens, adultos e idosos - principalmente aos que estão inseridos na vida laboral, seja nos afazeres de casa ou desenvolvendo suas práticas trabalhistas – as ações de integração desse públicos são ainda mais latentes, haja vista os desafios emergentes para elaborar estratégias que envolvam significativamente os interesses desses alunos aliados aos objetivos educacionais previstos pelos currículos, ou seja, construir propostas curriculares por e com os alunos jovens e adultos que não se centralize apenas na certificação, pois não se trata apenas de alunos com interesses escolares, mas com interesses humanos (Arroyo, 2017).

O retorno de um jovem, adulto ou mesmo idoso ao âmbito escolar pressupõe sua esperança em desenvolver-se academicamente para participar mais ainda da plena cidadania e participação na construção da realidade social e pessoal. Essa garantia de retorno foi marcada por lutas pela garantia da inclusão desse público nas escolas, pois "foram quase quinhentos anos de negação do direito aos sujeitos jovens e adultos que, ao longo da vida, não conseguiram acesso aos estudos ou os interromperam por diversas razões" (Soares; Pedroso, 2016, p. 252).

Entretanto, mesmo com o direito pelo retorno à educação escolar pública os jovens e adultos seguem segregados por muitas práticas pedagógicas e curriculares, uma vez que "a história mostra que, quando as escolas vão chegando, chegam apenas para letramentos, para ensinos-aprendizagens de noções elementaríssimas de conhecimentos escolares" (Arroyo, 2017, p. 78).

Ainda nessa perspectiva, Arroyo (2017) destaca a necessidade da formação inicial e continuada dos educadores inseridos na educação de jovens e adultos para elaborarem currículos e desenvolverem práticas didáticas e pedagógicas que fomentem a formação humana dos educandos. E que leve em consideração, a função social atribuída à escola para a promoção do desenvolvimento social, principalmente desses alunos que muitas vezes são deixados às margens durante a construção de estratégias docentes.

Em termos de bases legais, a educação voltada para as pessoas jovens, adultas e idosas contam com diversos decretos, pareceres e resoluções que contemplam a participação desse público nas ações de formação cidadã e para o mundo do trabalho que se estabelecem nas instituições de ensino. Laffin e Sanceverino (2021) destacam:

> [...] a Educação de Pessoas Jovens, Adultas e Idosas está baseada no que determina a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) no. 9.394.96 e nos seguintes documentos normativos os quais versam sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos: no Parecer nº. 11/2000 (BRASIL, 2000), na Resolução nº. 01/2000 (BRASIL, 2000ª), na Resolução nº 3/2010 (BRASIL, 2010), assim como no Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014). Além disso, marcam o movimento da EJA o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) (BRASIL, 2001 e 2007), bem como os compromissos e os acordos internacionais de EJA a partir das Conferências Internacionais de Educação de Adultos (Laffin; Sanceverino, 2021, p. 64).

São marcos legais elaborados a partir da resistência das lutas dos movimentos sociais populares e organizações não governamentais para sustentar a existência e permanência da oferta de ações formativas realizadas pelas escolas públicas no intuito de oferecer o pleno desenvolvimento dos sujeitos que, por algum motivo de força maior, foram impedidos de frequentar a escola na idade considerada correta no que diz respeito a relação idade/série.

É nesse sentido que em julho do ano 2000 foi aprovada a resolução em que estabelece, pela primeira vez, as diretrizes curriculares em âmbito nacional a serem adotadas pelas instituições de ensino para a oferta da Educação de Jovens e Adultos em todos os níveis da educação básica, pautando o desenvolvimento dos alunos a partir de um perfil próprio, levando em consideração a faixa etária do público da EJA, garantindo:

> I - quanto à equidade, a distribuição específica dos componentes curriculares a fim de propiciar um patamar igualitário de formação e restabelecer a igualdade de direitos e de oportunidades face ao direito à educação; II- quanto à diferença, a identificação e o reconhecimento da alteridade própria e inseparável dos jovens e dos adultos em seu processo formativo, da valorização do mérito de cada qual e do desenvolvimento de seus conhecimentos e valores; III - quanto à proporcionalidade, a disposição e alocação adequadas dos componentes curriculares face às necessidades próprias da Educação de Jovens e Adultos com espaços e tempos nos quais as práticas pedagógicas assegurem aos seus estudantes identidade formativa comum aos demais participantes da escolarização básica (Brasil, 2000, p. 2).

Vale ressaltar que essas diretrizes vislumbram a necessidade de tratar de maneira diferenciada os alunos pertencentes à modalidade da Educação de Jovens e Adultos, refletindo em uma prática pedagógica valorativa das especificidades desse público, bem como na necessidade do professor em buscar ferramentas didáticas que fomentem o desempenho formativo escolar aliado a formação cidadã, humana e, muitas vezes, a formação e/ou aperfeiçoamento para o mundo do trabalho, uma vez que grande parte desses alunos já exercem o labor, fazendo com que “a EJA necessita ser pensada como um modelo pedagógico próprio a fim de criar situações pedagógicas e satisfazer necessidades de aprendizagem de jovens e adultos” (Brasil, 2000a, p. 9).

Entretanto, até o momento de escrita desta dissertação, não há uma orientação organizada nacionalmente para a elaboração de currículos específicos para o atendimento do público da EJA, como é o caso da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que atende somente a orientação de elaboração de currículo para o público da educação básica regular.

Nesse sentido, entendemos que existe a necessidade de um plano advindo da esfera federativa que oriente e apoie as escolas na elaboração de seus currículos voltados para a formação acadêmica, social, cultural e política dos alunos integrantes da Educação de Jovens e Adultos, implicando na constituição de materiais didáticos próprios para a utilização nessa modalidade de ensino, como é o caso de livros didáticos para a EJA, uma vez que atualmente não são disponibilizados livros didáticos do PNLD específicos para este público.

Outro aspecto que empreendemos importância diz respeito as estratégias e ações para o resgate de pessoas jovens, adultos e idosos que possuem o perfil de aluno da EJA, pois muitas dessas pessoas se encontram em situação de analfabetismo e ainda estão fora da sala de aula.

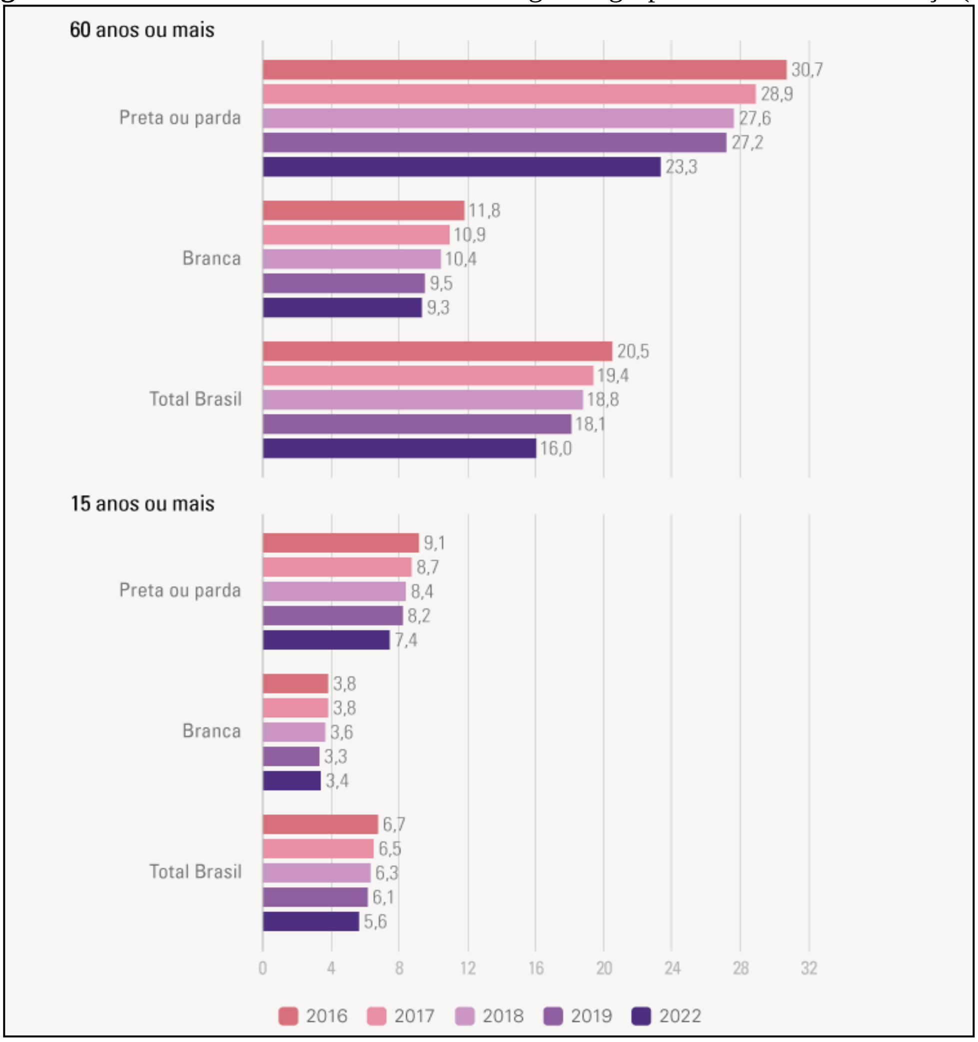
De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a taxa de analfabetismo das pessoas com 15 anos ou mais recuou de 6,1% em 2019 para 5,6% em 2022, de modo que o Nordeste tinha a taxa mais alta, correspondendo a 11,7%, e o Sudeste a taxa mais baixa com 2,9%. O instituto apontou ainda, que no grupo dos idosos (60 anos ou mais) a diferença entre as taxas era ainda maior: 32,5% para o Nordeste e 8,8% para o Sudeste (Agência IBGE Notícias).

Mesmo com esse recuo da taxa de analfabetismo, a quantidade de pessoas jovens, adultas e idosas que não se enquadram como alfabetizados apresenta um número alarmante, pois são mais de 9,1 milhões de brasileiros enquadrados como analfabetos, dos quais mais de 5 milhões são idosos e idosas de 60 anos ou mais.

Esses dados são reflexos de vários fatores, o que não depende da simples vontade do aluno jovem, adulto ou idoso em continuar com sua formação escolar. Muitas dessas pessoas desenvolvem extensas jornadas de trabalho, residem em lugares distantes de instituições escolares que ofertam a modalidade de ensino, possuem limitações físicas que dificultam o acesso às instituições escolares, enfim, são diversas barreiras e ausência de políticas públicas de investimentos para a promoção e permanência desses alunos no âmbito da formação da EJA.

Ainda de acordo com os estudos e pesquisa por amostragem de domicílios realizadas pelo IBGE, os grupos de pessoas pardas e pretas seguem em níveis mais elevados comparados as pessoas brancas. A figura 5, a seguir, destaca esses dados:

Figura 5 - Taxas de analfabetismo no Brasil segundo grupos de idade e cor ou raça (%)



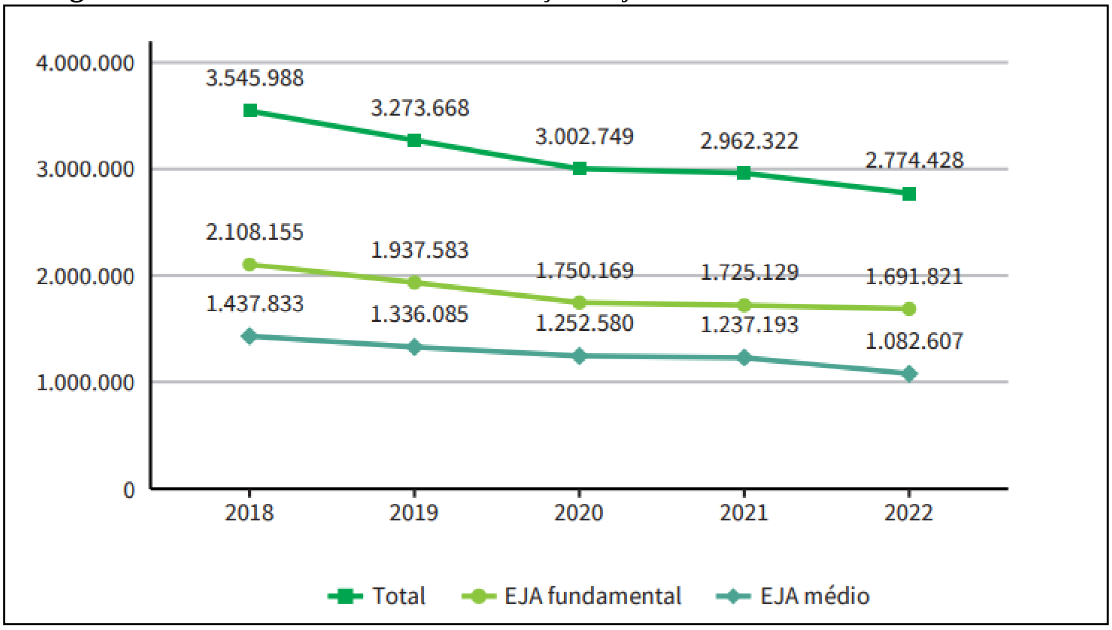
Fonte: PNAD Contínua Educação (Brasil, 2022)

Mesmo com uma queda nessas taxas, os dados revelam que a resistência da exclusão de pessoas ainda é existente no Brasil, mostrando também os desafios em pertencer ao grupo de pessoas pardas e pretas em um país que desfavorece as minorias e se limita em desenvolver estratégias de inclusão aos grupos mais afetados pela pobreza e suas consequências para a permanência de jovens, adultos e idosos na escola, uma vez que grande parte dessas pessoas preferem estar inseridos no mercado de trabalho (muitas vezes informais) para subsistência da família em detrimento de participar da vida estudantil.

Ainda nessa perspectiva, esses dados permitem refletir a respeito da educação promovida aos jovens, adultos e idosos, uma vez que o quantitativo do analfabetismo em meio a esse público é extremamente relevante, necessitando do olhar das políticas públicas educacionais para favorecer o desenvolvimento educacional e aperfeiçoamento profissional, mostrando a esses alunos que a escola ainda é a maior entusiasta para a formação da cidadania.

E essa necessidade de mostrar e de criar mecanismos para a manutenção das pessoas adultas e idosas na educação escolar é perceptível nos números de matriculados na modalidade da EJA no Brasil, pois segundo o censo escolar de 2022 houve uma queda considerável na quantidade de matriculados nessa modalidade de ensino. O censo revelou que essa queda vem acontecendo pelo menos desde 2018, bem como destacado na figura a seguir:

Figura 6 - número de matrículas na educação de jovens e adultos – Brasil – 2018-2022



Fonte: Censo Escolar da Educação Básica 2022: Resumo Técnico (Brasil, 2023)

Esses dados remetem aos dados outrora mencionados no gráfico da figura 1 a respeito da quantidade de pessoas jovens, adultas e idosas em situação de analfabetismo, o qual corresponde a mais de 9 milhões de pessoas, e o gráfico da figura 2 mostra que, em 2022, apenas cerca de 2,8 milhões de matrículas foram evidenciadas, de modo que na etapa da EJA fundamental não chegou a 1,1 milhão de matriculados.

Com isso, percebe-se necessidade da inserção de pessoas jovens, adultas e idosas, bem como a oferta de condições para a permanência desse público na educação escolar, favorecendo a formação humana pautada em projetos didáticos e pedagógicos que garantam vislumbrar as peculiaridades existentes nessa modalidade de ensino.

Também é necessário ofertar condições de formação continuada aos docentes para desenvolverem propostas em sala de aula da EJA entrelaçando a formação curricular à formação cidadã e profissional, aproveitando a carga de experiências de vida trazida por esses alunos.

Sobre esse aspecto, D'Ambrosio (2021), apoiando-se no grande filósofo e educador brasileiro Paulo Freire, remete às ações pedagógicas do professor no âmbito da sala de aula e destaca que "é necessário falar menos e ouvir mais. Dar ao aluno, criança, jovem e adulto, a oportunidade de se expressar, com toda espontaneidade, sobre um tema, uma questão ou um problema, algo que o interesse e o afete" (D'Ambrosio, 2021, p. 11).

Nessa mesma perspectiva, o próprio Paulo Freire frisa o aspecto da valorização dos saberes trazidos pelos alunos como forma de potencializar as ações didáticas em sala de aula, de acordo com ele "o ponto de partida da prática educativa deve ser não a compreensão do mundo que tem o educador e o seu sistema de conhecimento, mas a compreensão do mundo que tem, ou que esteja tendo, o educando" (D'Ambrosio, 2021, p. 16).

Dessa maneira, "abrimos a possibilidade de o outro se reconhecer e, muitas vezes, recuperar sua dignidade reprimida, vilipendiada. Isto é, recuperar sua qualidade de ser humano" (D'Ambrosio, 2021, p. 12), e não apenas para emitir certificados de conclusão de ensino fundamental ou médio. Ventura (2006) destaca que:

> a EJA numa perspectiva ampliada, que abarca tanto a alfabetização e a educação básica de adultos quanto às atividades voltadas para a profissionalização, ressaltando que a origem e a trajetória de ambas são marcadas, no Brasil, por duas características: em primeiro lugar, a EJA sempre destinou-se aos subalternizados da sociedade, ou seja, à classe trabalhadora; em segundo, ao longo da história ela se constituiu predominantemente em paralelo ao sistema regular de ensino. Esse quadro torna-se ainda mais perverso quando consideramos que uma imensa maioria foi e ainda é excluída até mesmo desta estrutura dual, aprofundando o caráter classista da sociedade brasileira (Ventura, 2006, p. 2).

Nessa perspectiva, a oferta da educação escolar que leva em consideração as especificidades do público jovem, adultos e idosos permite a reflexão de questões históricas e de lutas para a inserção desse público na organização escolar. Isso implica no argumento de que nem sempre foi da maneira que está hoje em dia, pois houve a necessidade de emergir vários debates até se chegar nas políticas voltadas especificamente à essa modalidade de ensino, mas que ainda requerem muitas mudanças para alcançar ainda mais pessoas às margens do processo de escolarização, como é o caso da formulação de orientações curriculares e de livros didáticos especificamente para o público da EJA.

No que tange o ensino de Matemática para o público da modalidade da EJA, Fonseca (2012) apresenta tópicos relacionados as questões sociais e culturais desses alunos, levando em consideração três campos: a condição de "não criança", uma vez que são alunos que trazem práticas laborais e de vida, o que implica em ações educativas que integrem esses fatos; a condição de excluídos da escola, o que implica na motivação desses alunos na permanência nos estudos, mesmo com idades distorcidas por conta da precocidade em que foram submetidos à atividades que os impossibilitaram de conciliar os estudos escolares; e a condição de membros de determinados grupos culturais, como pescadores, índios, operários, entre outros, implicando na condução das estratégias de ensino para o entrelaçamento da matemática escolar e a matemática do dia a dia desses alunos.

Nesse sentido, encarar as questões ligadas à socioculturalidade dos alunos da modalidade EJA reflete nas decisões curriculares e nas práticas pedagógicas desenvolvidas pelos professores no contexto da sala de aula, principalmente no que se refere aos objetos de conhecimento da Matemática, a qual ainda é vista com preconceitos que dificultam sua compreensão, mas que seus elementos estão presentes fortemente nas ações extraescolares.

Nessa mesma perspectiva, Miguel (2018) elenca situações a serem levadas em consideração ao tratar de objetos de conhecimentos em sala de aula da educação de jovens, adultos e idosos, a fim de gerar significados aos conceitos explorados. O autor sugere a abordagem a partir da:

> a) Problematização contextualizada: consideração no trabalho pedagógico com Matemática dos aportes socioculturais do alunado para se considerar na escola situações vivenciadas pelos alunos fora dela, o que se poderia denominar de matemática cultural, isto é, as diversas formas de matematização desenvolvidas pelos diversos grupos sociais, de modo a permitir a interação entre essas duas formas de pensamento matemático. b) Historicização: mostrar aos alunos a forma como as ideias matemáticas evoluem e se complementam formando um todo orgânico e flexível, é pressuposto básico para se compreender a Matemática como um processo de construção. c) Enredamento transdisciplinar: organização das ideias matemáticas em articulação com as diversas áreas do conhecimento posto que elas não surgem do nada; pelo contrário, muitas ideias matemáticas nem surgiram em contextos exclusivamente matemáticos. (Miguel, 2018, p. 543).

Assim, é necessário a articulação das ferramentas utilizadas pelo professor para explorar os objetos de conhecimento da Matemática utilizando artifícios que promovam um ambiente propício a compreensão dos conceitos abordados, levando os alunos ao debate e a contextualização com as ações do cotidiano (quando possível) e com as questões históricas do surgimento daquele conceito matemático que se estejam estudando.

Ao que se refere à pesquisa tratada nessa dissertação, também é importante identificarmos se a forma como tratamos o objeto de conhecimento função resulta em ganhos para a compreensão do conceito desse objeto de conhecimento, de modo a fortalecer a estratégia de explorar o conceito de função a partir de práticas socioculturais numa perspectiva Etnomatemática. Nesse sentido, no capítulo 5 a seguir, faremos uma abordagem a respeito da Etnomatemática, bem como da Etnomatemática como estratégia de pesquisa e de ensino.

5 ABORDAGEM SOBRE ETNOMATEMÁTICA

Neste capítulo, realizamos uma abordagem a respeito da Etnomatemática, de modo a embasar-se, principalmente, nos estudos de Ubiratan D'Ambrosio, o qual destaca a valorização dos saberes existentes em grupos culturais distintos, bem como a maneira de transmissão desses saberes ao longo das gerações, pautando a sobrevivência e transcendência das técnicas realizadas pelos sujeitos de cada grupo e cultura. O capítulo também apresenta uma perspectiva de encaminhamento no ensino de objetos matemáticos nas escolas por meio de estratégias da Etnomatemática, permitindo aos alunos vislumbrarem técnicas realizadas por sujeitos em contextos socioculturais semelhantes às técnicas matemáticas constituídas academicamente.

5.1 – Etnomatemática: o que é?

Com a motivação de compreender saberes e fazeres matemáticos praticados pelos povos ao longo da história compartilhados em grupos distintos em consonância com suas realidades e peculiaridades, levando em consideração as condições e restrições perpassadas em cada momento do tempo e do espaço, o professor e pesquisador Ubiratan D'Ambrosio embrenhou em seus estudos o desenvolvimento do Programa Etnomatemática (D'Ambrosio, 2009).

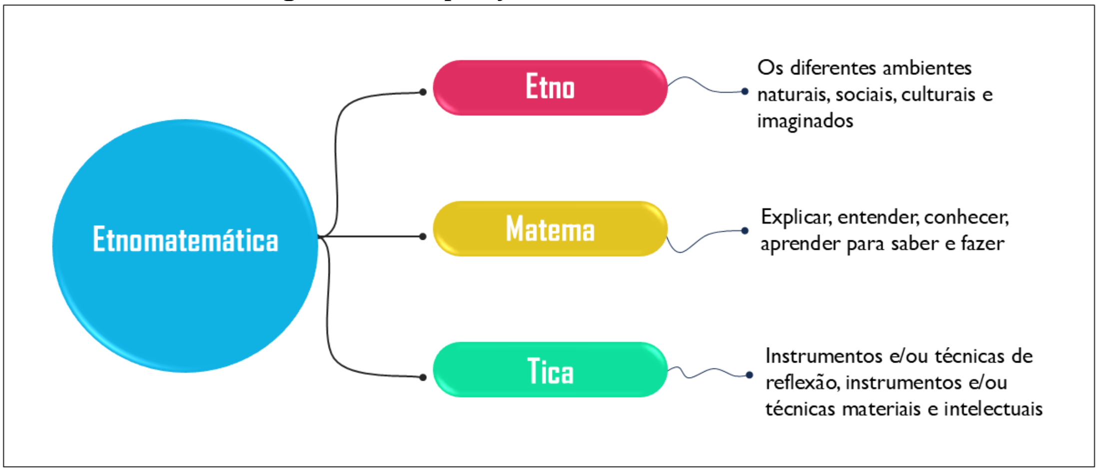
No que se refere ao cenário educacional, inferimos que, em resposta ao modelo tradicional de ensino de Matemática praticado nas escolas, Ubiratan D'Ambrosio desenvolveu outra maneira de enxergar as práticas docentes para integrar os diferentes modos de vida na valorização de saberes. Essa forma de tratar o ensino e aprendizagem foi definida como Etnomatemática, a qual se designa como um programa de valorização de saberes adquiridos por meio da vivência e convivência sociocultural dos sujeitos.

D'Ambrosio (2009) considera a existência de diferentes tipos de Matemáticas praticadas em distintas comunidades ou grupos culturais, bem como a utilização de estratégias Matemáticas para solucionar problemas semelhantes podem apresentar perspectivas diferenciadas, haja vista o aspecto experimental e experiencial perpassado pelo sujeito. Para o autor:

> Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo ticas] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo de matema] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo de etnos] (D'Ambrosio, 2009, p.60).

Ou seja, de maneira esquemática podemos explicitar a utilização do termo Etnomatemática pelo professor Ubiratan D'Ambrosio como apresentado na figura a seguir:

Figura 7 - Composição do termo Etnomatemática



Fonte: Organizado pelos autores com base em D'Ambrosio (2009)

Nesse sentido, o Programa Etnomatemática (a partir de agora somente Etnomatemática) revela o esforço em evidenciar os saberes pertencentes aos diferentes grupos culturais como forma de estabelecer relações desses saberes com práticas realizadas por outros grupos culturais, na tentativa de tratar com mais relevância as estratégias, técnicas e práticas reverberadas dentre esses grupos.

A partir da Etnomatemática, entende-se que as atividades desenvolvidas em grupos que comungam de experiências semelhantes compartilham saberes oriundos de práticas repassadas ao longo de gerações, as quais podem ter sido modificadas devido as estruturas em que se inserem ter se modificado, emergindo necessidades e suprimindo outras.

Evidentemente que em cada contexto, as técnicas realizadas pelos sujeitos para a solução de seus problemas, são compreendidas pelos seus pares devidos o pertencimento ao mesmo grupo cultural. Nesse sentido, outros grupos podem solucionar o mesmo problema com técnicas diferentes, o que nos leva a compreender que as palavras, as técnicas, as estruturas de saberes ganham significado dentro do contexto em que são aplicadas.

Assim, é relevante a iniciativa de articular ações em sala de aula para mostrar aos alunos a maneira como o próprio conhecimento Matemático ensinado nas escolas, oriundo da academia, se constituiu ao longo das gerações de intelectuais, dependendo do contexto daquele momento histórico, até se chegar na estruturação atual, evidenciando a historicidade desses conhecimentos numa perspectiva epistemológica, ou seja, as diferentes visões e versões de um conhecimento ao longo de sua história de criação.

Além disso, é importante a implementação de ações que também integrem os alunos no que tange a valorização dos saberes trazidos por eles relativos ao compartilhamento de práticas e técnicas realizadas dentro de seus grupos culturais, levando em consideração as peculiaridades pertinentes à comunicação e execução dessas técnicas que fazem sentido na vida de cada aluno, ou seja, "[...] o professor enquanto pesquisador tem, como responsabilidade, favorecer o estabelecimento de relações entre a matemática acadêmica e o conhecimento prévio dos alunos, para que os mesmos possam perceber a presença da matemática nas atividades que eles realizam diariamente [...]" (Orey; Rosa, 2009, p. 60).

Com isso, a Etnomatemática vai além do simples estudo da Matemática utilizada pelas diversas etnias, mas se trata de compreender que existem diferentes formas e habilidades de conviver com as diferentes realidades, sejam culturais, políticos e sociais que são apresentadas em realidades diversificadas, e que existe a necessidade de valorizar essas maneiras numa dialogicidade que não permite a hegemonia de um em detrimento de outro.

Ainda sobre essa temática, vale ressaltar que muitas vezes o "termo" Etnomatemática restringe-se apenas as atividades, práticas, estratégias ou habilidades Matemáticas oriundas de grupos como indígenas, quilombolas, carpinteiros, ribeirinhos, lavradores, ou seja, sujeitos que não se atentam tanto para a linguagem formal acadêmica atribuída a Matemática. Entretanto, Etnomatemática considera a cultura onde essas atividades são realizadas, de modo que "cultura é o conjunto de conhecimentos compartilhados e comportamentos compatibilizados" (D'Ambrosio, 2001, p. 33), e nesse sentido

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos (D'Ambrosio, 2001, p. 9).

Assim, Etnomatemática perpassa pela valorização dos saberes trazidos por sujeitos participantes das estruturas socioculturais em atividades de sobrevivência dos valores e atitudes oriundos da transcendência das gerações garantidoras dessas estratégias que demonstram a identidade e singularidade em meio a tantos outros. Esse fato reflete na perspectiva de valorização e reconhecimento das práticas de diferentes grupos étnicos, pois "conhecer o outro, quer indivíduo ou meio social, nos dá uma visão diferenciada de ação, de reconhecimento e de valorização do saber construído pelo grupo étnico" (Ferreira, 2007, p. 276).

Oliveira e Peixoto (2023) destacam as implicações pedagógicas oriundas das diferentes dimensões da Etnomatemática, bem como a possibilidade de tratar das articulações entre os conhecimentos academicamente constituídos e os conhecimentos trazidos pelos estudantes a partir de sua interação com a realidade na qual esteja inserido, e assim "tratar a matemática escolar como uma das muitas possíveis matemáticas, sem super ou sub valorizar suas contribuições, dando tempo e espaço para novas formas de construções de conhecimento" (Oliveira; Peixoto, 2023, p. 149).

Nessa perspectiva, o Programa Etnomatemática não descarta os conceitos proporcionados pela matemática acadêmica, mas aprimora as concepções da matemática para incorporá-las aos valores de ética, respeito, solidariedade e cooperação que fazem parte do sistema sociocultural de qualquer grupo social. Segundo D'Ambrosio,

> Não se trata de ignorar nem rejeitar conhecimento e comportamento modernos. Mas sim aprimorá-los, incorporando a ele valores de humanidade, sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação. Conhecer e assimilar a cultura do dominador se torna positivo desde que as raízes do dominado sejam fortes. Na educação matemática, a Etnomatemática pode fortalecer essas raízes. De um ponto de vista utilitário, que não deixa de ser muito importante como uma das metas da escola, é um grande equívoco pensar que a Etnomatemática pode substituir uma boa matemática acadêmica, que é essencial para um indivíduo ser atuante no mundo moderno. Na sociedade moderna, a Etnomatemática terá utilidade muito limitada, mas, igualmente, muito da matemática acadêmica é absolutamente inútil nessa sociedade (D'Ambrosio, 2009, p. 43).

É pertinente a movimentação pedagógica e didática do professor de Matemática para abordar essas questões em sala de aula, mostrando a dialogicidade dos conhecimentos estruturados pela academia: suas implicações para superação dos obstáculos emergidos em cada época da história do conhecimento, de modo a garantir a sobrevivência em meio aos desafios da realidade; e os conhecimentos, técnicas e estratégias realizadas por diferentes grupos culturais, os quais muitas vezes não escolarizados, mas que realizam ações em seu dia a dia para a sobrevivência, bem como repassam essas ações às demais gerações, fortalecendo os vínculos e aperfeiçoando técnicas, o que representa a transcendência.

Ao tratar das implicações e motivações da realidade em termos de resolução de situações problemas pelos indivíduos, seja esses problemas de cunho real ou artificial, D'Ambrosio (1990) salienta que toda a atividade humana é resultante da natureza motivacional a partir de situações advindas dessa realidade em que esteja inserido o sujeito. Segundo o autor:

> toda atividade humana resulta de motivação proposta pela realidade na qual está inserido o indivíduo através de situações ou problemas que essa realidade lhe propõe, diretamente através de sua própria percepção e de seu próprio mecanismo sensorial, ou indiretamente, isto é, artificializados mediante propostas de outros, sejam professores ou companheiros (D'Ambrosio, 1990, p. 6).

Mesmo que tais situações problemas advenham a partir de uma realidade artificializada proposta pelos professores, como menciona o autor, considera-se importante que essa proposição apresente em seu escopo elementos participativos do modo de vida dos alunos, ou da maioria deles, para que o processo motivacional embrenhado em sua resolução seja contemplado enfaticamente, o que leva a valorização das práticas matemáticas realizadas fora do domínio escolar.

Ribeiro (2023) discute sobre a geração de conhecimento a partir das ações dos sujeitos em meio as atividades realizadas em sua realidade para a busca de sua sobrevivência, ou seja, das ações que satisfaçam seus interesses e necessidades, das mais básicas às mais sofisticadas, de modo que esse ato de sobrevivência leva à fatores transcendentais, o que significa o desejo de melhorar as ações para a garantia de sobrevivência. O autor afirma que:

> A geração de conhecimento, tanto na esfera individual como na coletiva, é completamente dependente da realidade. Essa realidade leva em conta o próprio corpo e suas capacidades biológicas, os ambientes sociocultural e natural e ainda o momento histórico. O impulso de sobrevivência, como o nome sugere, impele o indivíduo a se mover em direção à satisfação das suas necessidades básicas e imediatas, como capturar uma presa ou beber água. O impulso de transcendência, a despeito das interpretações místicas que alguém pode dar a essa palavra, se refere ao desejo de transcender a realidade que se apresenta e se atrela à percepção de si, do outro e da passagem do tempo, em que o presente é percebido como a transição entre o passado e o futuro (D'AMBROSIO, 2012). Produzir ferramentas que tornem algum trabalho mais eficiente é um bom exemplo de uma busca pela mudança da realidade (transcendência) (Ribeiro, 2023, p. 73).

Nesse sentido, considera-se importante que as ações realizadas pelos professores em sala de aula para a abordagem de objetos de conhecimentos da matemática permitam aos alunos contemplarem o modo como as ferramentas de resolução foram articulando-se ao longo da historicidade e necessidade humana, e nessa perspectiva entrelaçar os fazeres desses sujeitos de modo a evidenciar suas ações de sobrevivência, estratégias de transcendências e os elementos matemáticos que podem estar embricados nessas práticas.

Esse entrelaçamento de saberes acadêmicos e saberes trazidos pelos alunos adquiridos ao longo de suas experiências laborais e de vida, corroboram para a contextualização e percepção das diferentes maneiras que um conhecimento, em particular, um conhecimento matemático, se apresenta em grupos culturais distintos mostrando que "cada grupo cultural tem suas formas de matematizar" (D'Ambrosio, 1990, p. 49). O principal na Etnomatemática é justamente ter essa visão cultural da humanidade como um todo, que resulta do intercâmbio de ideias entre indivíduos com experiências das mais diversas (D'Ambrosio, 2000).

Em meio às colocações já mencionadas até aqui, faz-se um questionamento a respeito da maneira de implementar os elementos do Programa Etnomatemática na sala de aula, ou seja, questões do tipo "como elaborar uma aula com base nos pressupostos da Etnomatemática?" Ou ainda, "como tratar um objeto de conhecimento da Matemática em sala de aula levando em consideração a Etnomatemática?". Esses questionamentos foram levados em consideração por autores como Ferreira (1997), Costa (2014), Lara (2019) e mesmo por D'Ambrosio (2001), uma vez que este último, entre outros argumentos, destaca que

> a utilização do quotidiano das compras para ensinar matemática revela práticas apreendidas fora do ambiente escolar, uma verdadeira Etnomatemática do comércio. Um importante componente da Etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática (D'Ambrosio, 2001, p. 23).

Essa instrumentalização dos alunos para atuarem criticamente em suas realidades a partir de elementos matemáticos revela a preocupação em criar condições favoráveis para a visualização de técnicas matemáticas para as soluções de problemas que emergem nos mais variados contextos socioculturais dos alunos, mostrando os efeitos da compreensão dos conceitos.

De modo geral, encaminhar estratégias para explorar conceitos matemáticos estruturados nos currículos escolares a partir de abordagens que levem em consideração a Etnomatemática revela a preocupação do professor em considerar válidos os conhecimentos oriundos das atividades extraescolares explicitados pelos alunos, mostrando a valorização e o entrelaçamento de saberes numa perspectiva de formação cidadã dos sujeitos.

Nesse sentido, a pesquisa tratada nesta dissertação o entrelaçamento dos saberes oriundos da prática da pesca artesanal e dos saberes matemáticos estruturados pelo currículo escolar, de modo especial, o conceito de função, na intenção de potencializar as ações didáticas para a construção desse saber estudado na escola por meio de situações vivenciadas pelos alunos em atividades pesqueiras das quais eles fazem parte.

Assim, o subcapítulo a seguir aborda a respeito da possibilidade da utilização da Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino, o que aproxima os elementos da Etnomatemática ao fazer docente, colaborando com ações para o tratamento de objetos de ensino no contexto escolar.

5.2 Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino

Realizar estratégias no âmbito escolar que permita vislumbrar a diversidade dos saberes trazidos pelos alunos para a sala de aula, de modo a relacionar aos objetos de ensino propostos pelos currículos escolares é uma tarefa complexa para ser desenvolvida pelo professor, uma vez que ainda perdura os modelos de ensino disciplinares, compartimentando as áreas de conhecimento sem relacioná-las umas com as outras e nem mesmo com sua própria história de criação. Entretanto, "se queremos dar conta de situações apresentadas pelo atual contexto, no ensino da Matemática, torna-se necessário outro modo de olhar, de refletir e de pensar, um modo de pensar transdisciplinar” (Lara, 2019, p. 38).

Nessa perspectiva, Lara (2019) destaca a ênfase do conhecimento legitimado instruído nas escolas oriundos da Matemática acadêmica, a qual descarta outras formas do fazer matemático, universalizando a atividade matemática e segregando os saberes oriundos de matemáticas presentes em culturas não acadêmicas. Ainda sobre o discurso que enfatiza o ensino da Matemática como exata, pronta, absoluta, universal, a-histórica, atemporal e incontingente, a autora ainda destaca que esse discurso:

> ainda é hegemônico em muitas escolas, o que reforça a necessidade de pensarmos na Etnomatemática como um método de ensino, no sentido de criar condições de possibilidades para que os saberes matemáticos produzidos em diferentes formas de vida possam ser inseridos no currículo escolar no intuito de colocar sob suspeita o conhecimento e o comportamento moderno, visando assim como afirma D’Ambrosio (2002), “[...] aprimorá-los [comportamento e conhecimento], incorporando a ele valores da humanidade, sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação.” (p. 43) (Lara, 2019, p. 41).

Nesse sentido, Lara (2019) frisa a alternativa de encorajar as ações de valorização dos saberes constituídos por distintos contextos socioculturais dos sujeitos a partir da operacionalização da Etnomatemática como um caminho a ser trilhado para o desenvolvimento de pesquisa e de ensino, corroborando didática, metodológica e pedagogicamente para a contextualização desses saberes com os saberes constituídos a partir da academia, numa relação de respeito, compreensão e cooperação. De acordo com a autora, “é possível pensar a Etnomatemática como um método de pesquisa e de ensino que cria condições para que o estudante reconheça e compreenda o modo como um saber matemático foi gerado, organizado e difundido dentro de determinados grupos culturais” (Lara, 2019, p. 38).

Assim, embasada nas ideias de Ferreira (2003) para a utilização da Etnomatemática como recurso pedagógico de aprendizagem – em que o autor sugere os passos: Contexto Social → Etnografia → Etnologia → Modelo → Solução/Não-Solução → Validação; e entrelaçando isso às ideias de Wittegenstein (2014, *apud* Lara, 2019) sobre jogos de linguagem e formas de vida, e também às ideias de Imannuel Kant (1781, *apud* Lara, 2019) que versa sobre as três faculdades ou capacidades que constituem a mente como aparato representacional (a faculdade de intuir; a faculdade do entendimento; a faculdade de julgar), Lara (2019) desenvolveu três etapas para a utilização da Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino.

A primeira etapa diz respeito a **etnografia**: intuição, percepção, hipóteses; para Kant (1781 *apud* Lara, 2019) a mente percebe algo por meio das sensações (intuições, relacionadas à sensibilidade e apreensão do objeto obtida por meio dos sentidos), qualidades inerentes à experiência, e precisa organizar todo o material, os dados, os fatos percebidos, realizar uma primeira síntese, de tal modo que crie condições para apreensão deles.

Ainda sobre a etapa da etnografia, Lara (2019) aproxima às ideias wittgensteinianas no sentido de enfatizar que nesta etapa pretende-se perceber os jogos de linguagem que estão sendo utilizados no grupo em que se observa, bem como quais as regras que o definem a partir do uso que está sendo feito de determinado objeto ou palavra dentro daquela forma de vida. Também é possível perceber as relações entre os indivíduos que pensam e como pensam, identificando como eles operam com as palavras, criando hipóteses em relação as suas palavras, seus gestos, seus contextos.

Assim, a etnografia é o momento de se inserir nas atividades que se busca pesquisar, percebendo, intuindo e criando hipóteses. Identificando como os indivíduos daquele contexto operam com as palavras e ações, criando hipóteses em relação as suas palavras, seus gestos, seus contextos. Enfim, percebe de que modo aquela forma de vida está atravessada em relações sociais e de poder.

A segunda etapa é denominada de **etnologia**: compreensão, entendimento; para compreender a realidade experimentada é necessário que haja entendimento. Pois as intuições, em um primeiro momento, são apenas hipotéticas e precisam da imaginação, e Kant (1781 *apud* Lara, 2019) afirma a necessidade de vincular conceitos a essas imagens criadas. Assim, define o entendimento como a faculdade de regras, o modo como os objetos são pensados nos conceitos. Os conceitos são classificados como empíricos ou puros, sendo que este último se utiliza apenas do intelecto. No aspecto relacionado às ideias de Wittegenstein (2014, *apud* Lara, 2019), trata-se de identificar e compreender as regras que definem os jogos de linguagem utilizados verificando seus graus de parentescos com outros jogos utilizados em outras formas de vida (Lara, 2019).

Desse modo, na etapa da etnologia é o momento em que serão criadas condições de compreender as regras do jogo realizado pelo grupo investigado. Compreendendo como os objetos são utilizados pelos sujeitos. Entendendo as ações e estabelecendo conceitos. Trata-se de identificar e compreender as regras que definem os jogos de linguagem utilizados verificando seus graus de parentescos com outros jogos utilizados em outras formas de vida

Finalmente, a terceira etapa proposta por Lara (2019) diz respeito à **validação da solução/modelo**: julgamento; considerando que, na perspectiva kantiana, o juízo envolve conceitos responsáveis pela ordenação, unificação e síntese dos dados em uma representação comum. Para determinar se algo está ou não de acordo com determinada regra, é estabelecido o julgamento, ou seja, a subsunção sob regras. No que se refere à aproximação dessa etapa com as ideias de Wittegenstein (2014 *apud* Lara, 2019), destaca-se a percepção das semelhanças de família entre os jogos de linguagem em seus diferentes usos, tanto aqueles apresentados pelo grupo cultural quanto aquele eleito como legítimo no âmbito da sala de aula.

Nesta terceira etapa é o momento de sintetizar os dados em uma representação comum, determinando se existem ações que possam estar obedecendo determinadas regras. Nessa etapa, os estudantes, com base nos conceitos abordados pelo professor, refletirão sobre os saberes matemáticos apresentados pelo grupo estudado, percebendo semelhanças de família entre os jogos de linguagem em seus diferentes usos, tanto aqueles apresentados pelo grupo cultural quanto aquele eleito como legítimo no âmbito da sala de aula.

Assim, para melhor explicitar a maneira como se deu os procedimentos para a aplicação da pesquisa que tratamos neste trabalho, na qual utilizamos também os procedimentos e encaminhamentos descritos por Lara (2019) para tratar a Etnomatemática como caminho a ser percorrido no desenvolvimento de pesquisa e de ensino, o capítulo a seguir versará sobre a metodologia que utilizamos, enfatizando a natureza da pesquisa, ambiente em que ocorreu a investigação, sujeitos envolvidos, e a maneira como se desenvolveu todos os procedimentos.

6. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos os elementos constitutivos dos procedimentos metodológicos elencados para o desenvolvimento da pesquisa aqui tratada, bem como, apresentamos uma abordagem acerca da utilização da Etnomatemática como método de ensino e pesquisa no ambiente escolar para explorar objetos do conhecimento orientados pelos currículos escolares, uma vez que nos embasamos neste aspecto metodológico para o desenvolvimento de nossa investigação. Também discorremos sobre a natureza da pesquisa, os sujeitos envolvidos, o contexto de realização das etapas de coleta de dados, assim como as ferramentas utilizadas para tal coleta. Faremos uma síntese das duas etapas desencadeadas na realização da pesquisa relacionadas a coleta de dados.

6.1 Metodologia de pesquisa e ensino organizado por Lara

As etapas para utilizar a Etnomatemática como metodologia de pesquisa e ensino propostos por Lara (2019), quais sejam: etnografia, etnologia e validação, estão sintetizadas no quadro 10 a seguir:

Quadro 9 - Etapas da Etnomatemática como metodologia de pesquisa e ensino

Etapa	Ações	Embasamento
Etnografia	sensibilização/apreensão: corresponde, na maioria das vezes, a uma etapa de cunho etnográfico na qual o estudante estabelece uma conexão com o grupo ou membros do grupo que será investigado, buscando, direta ou indiretamente, levantar dados inerentes aos saberes culturais, saberes matemáticos, desse grupo em relação aos seus saberes e fazeres e suas formas de vida. Além disso, é possível, por meio de observações, entrevistas e narrativas, perceber os jogos de linguagem que estão presentes nas práticas discursivas hegemônicas das formas de vida estudada. É o momento que, por meio de sua intuição/imaginação levanta suas hipóteses e apreende a realidade investigada.	Faculdade de intuir, destacada por Kant. Utilização das palavras nos seus usos, na sua forma de vida, destacada por Wittegenstein.
Etnologia	compreensão/entendimento: para que seja possível que faça emergir a lógica presente no grupo estudado, o estudante necessita racionar por meio dos princípios gerais, abstratos apresentados pelo professor acerca dos possíveis conceitos matemáticos envolvidos nos saberes matemáticos percebidos durante a primeira etapa, para que seja capaz de articular tais conceitos à realidade investigada buscando refletir acerca de conceitos particulares e sua aplicabilidade em determinadas formas de vida. É o momento em que entende a realidade experimentada buscando vincular as hipóteses levantadas, acerca dos saberes matemáticos percebidos e dos jogos de linguagem retirados do uso que os pesquisados faziam desses saberes, aos conceitos apresentados pelo professor, presente nos jogos de linguagem apresentados pela Matemática Escolar. Intenciona-se a identificação e a determinação de regras.	Faculdade do entendimento, destacada por Kant. Forma de utilização da linguagem dentro de uma forma de vida, podendo evidenciar semelhança e dessemelhança com outras (Wittegenstein, 2014)
Validação	interpretação/julgamento: nessa etapa os estudantes, com base nos conceitos abordados pelo professor, refletirão sobre os saberes matemáticos apresentados pelo grupo	Faculdade do julgar, estabelecida por Kant.

	estudado, percebendo semelhanças de família entre os jogos de linguagem em seus diferentes usos, tanto aqueles apresentados pelo grupo cultural quanto aquele eleito como legítimo no âmbito da sala de aula. O que se propõem é que os estudantes, diante das regras identificadas na etapa anterior, possam analisar, caso existam, os limites de seu uso dentro de cada forma de vida, reconhecendo que esses saberes produzidos por diferentes práticas discursivas podem ser vistos como formas de conhecimento. É possível, nessa etapa, validar modelos construídos com base nas duas primeiras etapas.	Estabelecimento de semelhança de família de distintos jogos de linguagem nas suas respectivas formas de vida (Wittegenstein, 2014)

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Lara (2019)

Por meio dessas etapas, conforme apresentada no quadro 12 é possível valorizar saberes que estão longe do debate em sala de aula, mas que muitas vezes fazem parte da vida dos alunos, o que provoca o reconhecimento e potencialização da aprendizagem, tornando-a significativa. Nesse sentido, Lara (2019) destaca que

> defende-se a viabilidade de considerar a Etnomatemática como um método de ensino para Educação Básica, que ao percorrer as três etapas propostas neste estudo, pode criar condições que possibilitem aos professores e estudantes refletirem acerca de modos de matematizar que muitas vezes são deixados de lado e desqualificados, mas que podem estar presentes em formas de vida muito próximas à realidade em que estão inseridos (Lara, 2019, p. 62).

Nesse sentido, esta investigação tratada nesta dissertação está pautada na condução elaborada por Lara (2019) operalizando a Etnomatemática como abordagem pedagógica, especificamente na etapa da etnologia, uma vez que temos o interesse em identificar o entrelaçamento entre os saberes evidenciados no contexto da prática de pescadores e os conhecimentos matemáticos emergidos pelos alunos no âmbito da Matemática escolar, mais precisamente a respeito do conceito do objeto matemático função.

No subcapítulo, a seguir, discutimos acerca da natureza desta investigação aqui tratada, de modo que recorremos a natureza qualitativa para a realização de uma pesquisa de campo, explicitando o processo de exploração do objeto de conhecimento função a partir da prática artesanal da pesca em um percurso Etnomatemático.

6.2 Natureza da pesquisa

Para a realização da investigação tratada neste trabalho dissertativo, nos ancoramos nos embasamentos oriundos da pesquisa qualitativa, bem como nas reverberações desta abordagem no que se refere aos modos de condução da pesquisa, valorizando os processos e buscando dados no campo investigado.

Acerca da pesquisa qualitativa, Bogdan e Biklein (1994) pontuam considerações pertinentes a serem observadas pelo pesquisador, de modo a orientar as ações integrantes dos procedimentos utilizados para tal. Os autores destacam pelo menos cinco características relativas à investigação qualitativa:

“1 - Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (Bogdan; Biklein, 1994, p. 47), o que valoriza a presença do pesquisador na coleta de dados da pesquisa.

“2 - A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação” (Bogdan; Biklein, 1994, p. 48). Desse modo, por meio dessa abordagem de investigação existe a necessidade de fidelidade nas informações e nas figurações realizadas pelos sujeitos investigados em seu ambiente natural, levando em consideração a realidade a partir dessas falas e ações. Os autores sugerem que para a coleta de dados, sejam utilizadas “transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos oficiais” (Bogdan; Biklein, 1994, p. 49).

“3 - Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (Bogdan; Biklein, 1994, p. 48)”, o que se faz refletir a respeito da condução da investigação propriamente dita, ou seja, o percurso utilizado e as interações emergidas a partir das ações do pesquisador com os sujeitos e o *lócus*.

Nessa mesma perspectiva Garnica (2001) enfatiza essa opção da pesquisa com abordagem qualitativa em preocupar-se mais com o percurso pelo qual vai se desenhando ao longo da investigação em detrimento dos resultados estáticos. De acordo com o autor:

> parece mais sensato optar pelo fluido em detrimento do fixo, pela interação em detrimento da dicotomia, pela multiplicidade em detrimento do absoluto, pelo caminho em detrimento da chegada, pela regulação em detrimento do regulamento, pelo processo em detrimento do produto (Garnica, 2001, p. 40).

Tal colocação amplia o campo de visão dos pesquisadores qualitativos para evidenciar o passo a passo de toda a condução da pesquisa, buscando elementos que corroborem para a compreensão do processo como um todo.

Ainda em relação as características da pesquisa qualitativa apontadas por Bogdan e Biklen (1994), os autores destacam que “4 - os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objectivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente” (p. 50), ou seja, por meio da abordagem qualitativa o pesquisador constrói parte por parte suas compreensões acerca do objeto pesquisado, sem julgar conhecer o resultado final, mas numa espécie de afunilamento a partir de suas ações investigativas.

E, por fim, como quinta característica da pesquisa qualitativa, Bogdan e Biklein (1994) argumentam a respeito do significado das ações realizadas pelos sujeitos investigados, ou seja, as características peculiares existentes entre os sujeitos ou grupos de sujeitos. Os autores destacam:

> 5 - O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. Por outras palavras, os investigadores qualitativos preocupam-se com aquilo que se designa por *perspectivas participantes* (Bogdan; Biklein, 1994, p.50 – grifos dos autores).

Dessa maneira, tratar a investigação por meio da abordagem qualitativa permite ao pesquisador vislumbrar as ações praticadas pelos sujeitos participantes da pesquisa em seu espaço natural, onde costuma desenvolver tais ações rotineiramente, sem qualquer tipo de influência externa àquelas que já fazem parte do cotidiano.

Para D'Ambrosio (2009, p. 103), a pesquisa qualitativa é "focalizada no indivíduo, com toda sua complexidade, e na sua inserção e interação com o meio sociocultural e natural". O autor sugere 8 etapas para organização da pesquisa com abordagem qualitativa. Considera-se que tais etapas (ou a maior parte delas) serão identificadas ao longo da aplicação da pesquisa tratada nesta dissertação. As etapas sugeridas por D'Ambrosio (2009), bem como suas relações com a pesquisa tratada nesta dissertação estão descritas a seguir:

"1 – formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador" (D'Ambrosio, 2009, p. 103). No que se refere a pesquisa aqui tratada, essa etapa é evidenciada na questão norteadora levada em consideração para o seu desenvolvimento, a saber "Quais elementos envolvidos na rede de malhas utilizadas por pescadores da cidade de Gurupá-Pá podem ser utilizados como recursos exploratórios do conceito de função?". Consideramos que tal questão está ancorada no referencial teórico (e metodológico) do Programa Etnomatemática por tratar das relações entre os saberes advindos da prática sociocultural entrelaçado aos saberes matemáticos academicamente constituídos;

"2 – seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação" (D'Ambrosio, 2009, p. 103). Fazendo referência a pesquisa tratada neste trabalho, tal etapa encontra-se desde a sua elaboração da questão norteadora, pois os sujeitos que constituem o foco da investigação são alunos de uma turma da 1ª etapa da EJA do nível médio, o local se trata de uma escola pública marajoara e o objeto examinado se trata do conceito de função;

“3 – identificação das relações entre esses elementos”. Para a pesquisa aqui tratada, esta etapa se constitui em evidenciar as relações ente os conhecimentos demostrados pelos alunos sobre a prática da pesca artesanal para explorar o conceito do objeto matemático função, a fim de colaborar com os sentidos e significados do estudo desse objeto matemático numa perspectiva contextualizada;

“4 – definição de estratégias de coleção e análise de dados” (D’Ambrosio, 2009, p. 103). Essa etapa se deu, na pesquisa tratada nesta dissertação, de maneira a utilizar equipamentos de gravação de áudio das conversas entre alunos e pesquisador, utilização de diário com anotações de principais episódios ocorridos durante a aplicação da pesquisa e captura de imagens das produções dos sujeitos participantes, de modo que as análises desses dados serão na forma de identificar as relações entre os saberes outrora mencionados;

“5 – coleção de dados sobre os elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3” (D’Ambrosio, 2009, p. 103). Nesta etapa, se realiza explanação a respeito dos sujeitos participantes da pesquisa, de modo a explicitar seu perfil de pessoa intra e extraescolar;

“6 – análise desses dados e refinamentos das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2” (D’Ambrosio, 2009, p. 103). Para essa etapa, considera-se que, caso haja necessidade, a questão norteadora pode ser reorganizada, bem como os elementos constitutivos para a aplicação da pesquisa como sujeito, local e objeto. Caso contrário, esses elementos continuarão os mesmos a fim de prosseguir com as investigações;

“7 – redefinição de estratégias definidas no item 4; 8 – coleta e análise dos dados” (D’Ambrosio, 2009, p. 104). Considera-se que essas duas etapas possibilitam a reorganização da pesquisa caso haja dificuldades em prosseguir como planejado a princípio, bem como a reestruturação das ferramentas de coleta de dados e de análise dos resultados.

Dessa maneira, a pesquisa qualitativa possui elementos e características que se mostram pertinentes como abordagem para o desenvolvimento da investigação tratada nesta dissertação, bem como, essa abordagem apresenta etapas que geram possibilidades e potencialidades para alcançar os objetivos traçados.

6.3 Sujeitos participantes

Para a realização desta pesquisa, contamos com a participação de dois grupos de sujeitos participantes, os quais integraram as duas etapas que a compõe. Os sujeitos da primeira etapa de produção de dados são pescadores artesanais em atividade no município de Gurupá-Pá, os quais foram selecionados por meio de convite realizado à colônia de pescadores localizada na sede do município. Essa estratégia de selecionar os pescadores a partir de convite à colônia, se deu pelo fato de que, nesse ambiente, os pescadores estão em constante circulação para participar das atividades realizadas pela colônia, com isso, inferimos que os responsáveis por essa instituição conhecem e reconhecem com mais precisão os pescadores que se disponibilizariam em fornecer as informações requerentes pela investigação.

Os dados produzidos se deram a partir dos trabalhos realizados por três pescadores, o que possibilitou uma melhor visualização das semelhanças e diferenças entre suas formas de trabalho. Os trabalhos intencionados para produção de dados se referem, principalmente, a construção e manipulação da rede de malha para a captura do peixe Dourada. A escolha desse pescado se deu pelo fato de que, no período de safra (agosto e setembro) a movimentação de pescadores é extensa para a captura desse peixe, o qual se encontra em um período de oferta abundante, de modo que muitos desses pescadores são alunos integrantes da escola onde se deu a segunda etapa desta investigação.

Assim, após a produção dos dados junto aos pescadores, reunimos o material audiovisual em arquivo único contendo 40 minutos de vídeo o qual exibimos aos alunos de uma turma da 1ª etapa da modalidade EJA-Ensino Médio. Desse modo, o objetivo dessa primeira etapa da pesquisa se deu em buscar elementos que fazem parte da vivência dos alunos fora do contexto escolar, de modo que esses alunos pudessem vislumbrar elementos da Matemática escolar em atividade culturalmente reconhecida no contexto em que eles vivenciam.

Nesse sentido, os alunos mencionados anteriormente pertencem a uma turma da Educação de Jovens e Adultos da primeira etapa do ensino médio. A turma conta com 36 alunos, dos quais 16 são do sexo feminino e 20 são do sexo masculino. A faixa etária desses alunos está em torno dos 20 a 48 anos, e com isso, a maioria deles desenvolvem atividades laborais durante o período diurno, o que os levam a buscar o turno da noite para os seus desenvolvimentos educacionais dos quais têm direito. Outro fato importante é que a grande maioria desses alunos (cerca de 90%) conhecem as atividades realizadas na prática da pesca artesanal, de modo que esse conhecimento se dá diretamente, pois praticam ou praticaram essas atividades; ou indiretamente, pois os pais, avós ou outros integrantes da família desenvolvem ou desenvolveram tais atividades.

Assim, como as atividades da prática da pesca se trata de uma prática conhecida pela maioria dos alunos, exibimos os dados produzidos durante a primeira etapa da pesquisa para que os alunos evidenciassem estratégias matemáticas acadêmicas, principalmente as estratégias relacionadas ao objeto de conhecimento função, dissolvidas de algum modo nas práticas relatadas pelos pescadores.

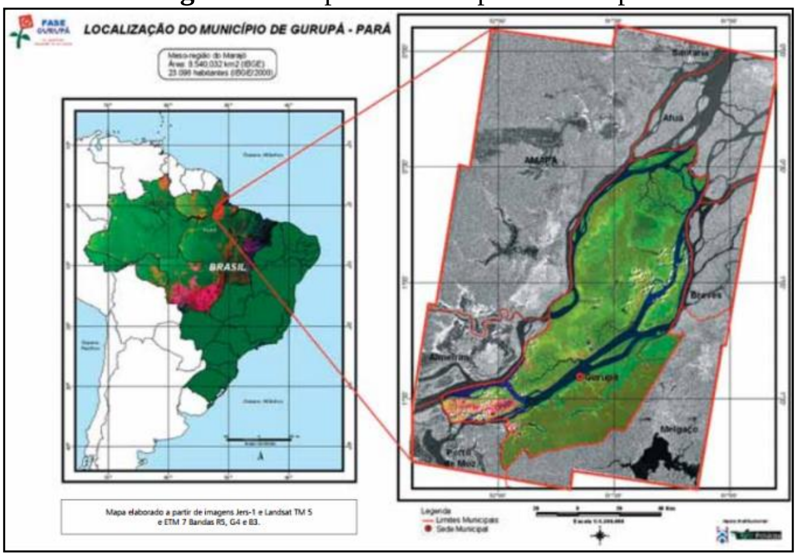
6.4 Contexto da aplicação da pesquisa

A pesquisa que desencadeamos ocorreu na cidade de Gurupá, região do Marajó, no Pará. De acordo com o portal da Câmara Municipal de Gurupá, disponível na rede de *internet*, o nome Gurupá, Segundo Theodoro Braga é de origem Indígena e significa “Porto de Canoas”, devido o nome Gurupá ter surgido na fundação do Forte Santo Antônio. O território do município de Gurupá, primitivamente era habitado por índios, até que em épocas desconhecidas, os holandeses se estabeleceram nas terras da região e construíram feitorias e portos fortificados.

De acordo com o portal da Câmara Municipal de Gurupá, com a chegada dos portugueses na região, travaram-se fortes batalhas terrestres e navais. Os holandeses foram vencidos e o forte holandês destruído. No lugar, os portugueses ergueram o “Forte Santo Antônio” em 1623, na aldeia da nação Tupinambá, à margem direita do rio Amazonas, dando origem a cidade de Gurupá que, na época, era chamada de Ita. Do lugar, partiram as expedições portuguesas que expulsaram holandeses e ingleses da região, período de 1623-1647.

O município de Gurupá está situado no estuário do Rio Amazonas, na chamada “Região das Ilhas”, no Estado do Pará. Conta com uma população estimada, segundo o IBGE, de 33.755 habitantes em 2020, dos quais 70% ainda residem no meio rural, dedicando-se, principalmente, a atividades como pesca artesanal, extrativismo e agricultura de subsistência, a figura a seguir apresenta o mapa da localização do município de Gurupá.

Figura 8 - Mapa do município de Gurupá



Fonte: Portal da Câmara Municipal de Gurupá

A rede hidrográfica é a principal via de comunicação do município com as regiões vizinhas, e também entre a cidade de Gurupá e as comunidades ribeirinhas. Esta rede é formada pelo próprio Rio Amazonas, seus canais e furos. A sede municipal localiza-se a cerca de 24 horas de barco de Belém – PA e a 12 horas de Macapá – AP. Cerca de 70% da área do município de Gurupá é considerada várzea, sendo, portanto, sujeita ao movimento sazonal e diário do nível das águas, situação comum em todo o estuário do Rio Amazonas.

Uma parcela menor do território, cerca de 30% são consideradas terra firme. A região de várzea é formada por um aglomerado de ilhas cuja vegetação original é a Floresta Amazônica (Floresta Ombrófila). O modo de vida e a sobrevivência da população ribeirinha estão intimamente ligados ao uso dos recursos florestais (exploração madeireira, extração do açaí em fruto e palmito, pupunha e óleos vegetais), caça e pesca, além da agricultura de subsistência, na qual destaca-se o cultivo da mandioca.

Em termos de caracterização do espaço escolar onde se deu a aplicação da segunda etapa desta investigação, não tivemos acesso ao projeto político pedagógico da escola, mas pelas nossas observações inferimos que se trata de uma instituição que atende cerca de 1.000 (um mil) alunos durante o ano letivo, de modo que seu funcionamento se dá nos turnos da manhã, tarde e noite, atendendo alunos da 1ª à 3ª série do ensino médio, tanto regular como da modalidade da Educação de Jovens e Adultos que funciona no turno da noite.

A escola conta com 10 (dez) salas de aula (as quais não são climatizadas), além de uma sala de vídeo, laboratório de informática anexado a uma biblioteca e um laboratório de ciências que não estava funcionando até a data da escrita desta dissertação.

A escola também conta com um bloco administrativo/pedagógico no qual funciona a secretaria, sala da diretoria, sala da coordenação pedagógica e sala de professores. Além dos espaços de cozinha e um pequeno salão, onde geralmente são realizados os eventos e comunicações comuns aos alunos.

O terreno pertencente a escola é de tamanho consideravelmente extenso, entretanto a escola não conta com um salão com espaço suficiente para melhor acomodar os alunos nos momentos de partilha, bem como não conta com refeitório e nem ginásio poliesportivo, de modo que as atividades físicas são realizadas em um campo de terra e sem cobertura e proteção nas laterais.

Mesmo com todas as dificuldades estruturais e sem os devidos suportes pedagógicos é visível o empenho dos professores e de todos os atores pertencentes à comunidade escolar em realizar ações que possam desenvolver a formação dos alunos, pautando sempre no respeito, na participação na vida cidadã e no cultivo de uma cultura de paz para a construção de uma região melhor e valorizando as culturas locais.

6.5 Instrumentos de pesquisa

Dentre os instrumentos de coleta e produção de dados utilizados para esta investigação, destacamos a observação participante, a entrevista focalizada, o questionário com questões abertas e fechadas e o diário de campo. Os tópicos a seguir pretendem apresentar cada uma dessas ferramentas embasadas principalmente, nos estudos de Antônio Carlos Gil.

a) Observação participante

A "observação constitui elemento fundamental para a pesquisa. Desde a formulação do problema, passando pela construção de hipóteses, coleta, análise e interpretação dos dados, a observação desempenha papel imprescindível no processo de pesquisa" (Gil, 2008, p. 100). Este instrumento foi utilizado mais efetivamente na segunda etapa nesta investigação, a qual se deu junto aos alunos. Mesmo apresentando importante papel na pesquisa qualitativa, o autor ainda menciona uma desvantagem a respeito desse instrumento, de modo a destacar que

> O principal inconveniente da observação está em que a presença do pesquisador pode provocar alterações no comportamento dos observados, destruindo a espontaneidade dos mesmos e produzindo resultados pouco confiáveis. As pessoas, de modo geral, ao se sentirem observadas, tendem a ocultar seu comportamento, pois temem ameaças à sua privacidade (Gil, 2008, p. 101).

Entretanto, como esta investigação se deu em uma das turmas em que leciona o pesquisador, inferimos que este inconveniente não se configure como uma problemática a ser considerada, uma vez que os alunos participantes da pesquisa apresentavam certa convivência com o professor pesquisador, o que caracterizou o momento da pesquisa como uma aula normal.

Ao tratar especificamente da observação participante, Gil (2008) destaca algumas vantagens:

> Facilita o rápido acesso a dados sobre situações habituais em que os membros das comunidades se encontram envolvidos; possibilita o acesso a dados que a comunidade ou grupo considera de domínio privado; possibilita captar as palavras de esclarecimento que acompanham o comportamento dos observados (Gil, 2008, p. 104).

Desse modo, consideramos como uma ferramenta essencial na captura de informações ocorridas durante a aplicação desta investigação, em especial, na segunda etapa da pesquisa ocorrida em sala de aula, de modo a observar as ações dos alunos nas interações com as ações realizadas pelos pescadores exibidos no vídeo desenvolvido na primeira etapa da investigação.

b) Entrevista focalizada

Este instrumento de pesquisa foi utilizado, principalmente, na primeira etapa desta investigação, a qual ocorreu com os pescadores artesanais da cidade de Gurupá, com foco na construção e manipulação da rede de malhas. Esse instrumento de coleta de dados foi utilizado com objetivo de constituir um vídeo apresentando as falas desses pescadores, de modo que foi exibido aos alunos na segunda etapa desta investigação.

Ao tratar da entrevista como ferramenta de coleta de dados em pesquisas sociais, Gil (2008) destaca que "pode-se definir entrevista como a técnica em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formula perguntas, com o objetivo de obtenção dos dados que interessam à investigação" (Gil, 2008, p. 109). Neste caso, o interesse se deu em evidenciar as formas como os pescadores realizavam a construção das redes, bem como, os materiais necessários, as técnicas empregadas, as restrições e condições de uso das referidas redes.

Gil (2008, p. 109) ainda destaca que "a entrevista é, portanto, uma forma de interação social. Mais especificamente, é uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes busca coletar dados e a outra se apresenta como fonte de informação", o que sinaliza ao grau de leveza na pesquisa, pois nossa preocupação estava em deixar os pescadores à vontade para explicitar suas atividades, sem interferir nos seus modos de falar ou expressar.

No que se refere a entrevista classificada como focalizada, Gil (2008) aponta para uma forma livre de se encaminhar uma entrevista, entretanto busca abordar de um tema em específico. O autor destaca que "o entrevistador permite ao entrevistado falar livremente sobre o assunto, mas, quando este se desvia do tema original, esforça-se para a sua retomada" (Gil, 2008, p. 112).

Nesse sentido, a entrevista focalizada se mostrou como uma ferramenta essencial para proceder com a coleta de dados junto aos pescadores artesanais, evidenciando as práticas realizadas pelos pescadores participantes, pois "este tipo de entrevista é bastante empregado em situações experimentais, com o objetivo de explorar a fundo alguma experiência vivida em condições precisas" (Gil, 2008, p. 112).

O roteiro de entrevista é necessário para a melhor condução dos tópicos a serem explorados. De acordo com Gil (2008, p. 116), "as questões devem ser ordenadas de maneira a favorecer o rápido engajamento do respondente na entrevista, bem como a manutenção do seu interesse". Assim, procuramos elaborar um roteiro que culminasse com a explicitação das ações realizadas pelos pescadores artesanais durante a fabricação e manipulação da rede de malhas para a captura do peixe Dourada. O roteiro que utilizamos está descrito no quadro a seguir:

Quadro 10 - Roteiro para entrevista realizada com pescadores artesanais

Serviço Público Federal
Universidade Federal do Pará - UFPA
Instituto de Educação Matemática e Científica - IEMCI
Programa de Pós-Graduação em Docência Em Ciências e Matemáticas – Mestrado Profissional
Mestrando: Madson Sanches Brabo

ROTEIRO PARA ENTREVISTA COM PESCADORES

1 – Quando você iniciou seu trabalho como pescador?
2 – E fabricando as redes de malha, com quem aprendeu e por que identificou a necessidade de aprender?
3 – Quais as matérias-primas para fabricar a rede e de onde você as adquire?
4 – Quantos dias você leva para confeccionar uma rede?
5 – Você tem relatos de como seus antepassados desenvolviam essa ação?
6 – Quais as especificações das redes (tamanho das malhas, tipologias das linhas, ...) para os determinados tipos de peixes?
7 – Quais as influências dessas especificações?
8 – Quais as dimensões (comprimento e altura) das redes confeccionadas?
9 – Quais as influências dessas dimensões?
10 – Quais as quantidades de materiais utilizados dependendo das dimensões da rede confeccionada?
11 – Por exemplo, uma malhadeira de 100 metros suporta até quantos quilos de pescado?
12 – Por quanto tempo dura uma malhadeira?
13 – Quantas pessoas são necessárias para lançar a rede no rio?
14 – A profundidade do rio influencia no tipo da malha?

Fonte: Elaborado pelos autores

Vale ressaltar que os três pescadores foram entrevistados em momentos e locais distintos, e que todos assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido, estando cientes de se tratar de uma pesquisa com fins acadêmicos, de modo a preservar suas identidades, o que justifica a utilização de pseudônimo para identificação dos trechos das entrevistas elencadas no capítulo de resultados. Também concordaram que as gravações seriam exibidas apenas para os alunos em sala de aula, com todo cuidado para que suas imagens não pudessem ser expostas de maneiras indevidas.

Também é importante destacar que as falas e ações dos pescadores no que diz respeito a primeira etapa desta investigação serão analisadas apenas pelos alunos, em uma perspectiva pedagógica, de modo que nos resultados só serão exibidos os trechos das entrevistas em que os alunos apontaram como ações relevantes no contexto da identificação de elementos pertencentes ao conceito de função.

c) Questionário

Os questionários utilizados nesta investigação dizem respeito, principalmente, a segunda etapa, a qual foi realizada junto aos alunos. Como um dos objetivos específicos desta investigação trata da identificação de dificuldades para a compreensão do conceito de função pelos alunos participantes, consideramos que as tarefas aplicadas no primeiro encontro da segunda etapa desta investigação, se configurem como um questionário com perguntas fechadas.

Gil (2008, p. 121) concebe o questionário como a "técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, [...]". De modo particular, nossa intenção se deu em evidenciar os conhecimentos dos alunos sobre o conceito de função, bem como, as principais dificuldades apresentadas pelos alunos para a compreensão desse conceito.

Assim, as questões evidenciadas neste primeiro questionário são compostas por tarefas elencadas pelo livro didático (PNLD) utilizado pelos alunos da EJA da escola onde ocorreu esta investigação. Essas tarefas estão apresentadas nas figuras que seguem logo abaixo:

Figura 9 - Tarefa 1 do livro didático de Matemática utilizadas no 1º encontro com os alunos

O biodiesel é um tipo de biocombustível obtido a partir de gorduras animais e de plantas oleaginosas, como o algodão, o girassol, a mamona e a soja. Entre as vantagens na utilização desse combustível, pode-se destacar a menor emissão de gases poluentes na atmosfera, se comparado ao óleo *diesel* comum, aquele obtido a partir do petróleo.

Fonte de pesquisa: FONTANA, José Domingos. *Biodiesel*: para leitores de 9 a 90 anos. Curitiba: UFPR, 2011.

Observe a relação entre a quantidade de sementes de mamona e a produção de biodiesel.

Quantidade de sementes de mamona (em t)	Quantidade de biodiesel (em ℓ)
1	290
2	580
3	870
4	1 160
...	...
x	$290 \cdot x$

Por ser uma planta que pode ser cultivada mesmo em regiões inóspitas, como no semiárido brasileiro, e sua semente apresentar alto teor de óleo, a mamona é uma das oleaginosas utilizadas para a produção de biodiesel.

Note que existe uma relação entre as grandezas "quantidade de sementes de mamona" (x) e "quantidade de biodiesel" (q) produzida. Essa relação é um exemplo de função. Para determinarmos quantos litros de biodiesel são produzidos a partir de certa quantidade de sementes de mamona, podemos utilizar a seguinte fórmula:

quantidade de biodiesel (em ℓ)

$$q = 290x$$

quantidade de biodiesel produzida com 1 t de sementes de mamona

quantidade de sementes de mamona (em t)

Podemos calcular, por exemplo, quantos litros de biodiesel são produzidos a partir de 12,5 t de sementes de mamona. Para isso, fazemos:

$$q = 290 \cdot 12{,}5 = 3\,625$$

Portanto, a partir de 12,5 t de sementes de mamona são produzidos 3 625 ℓ de biodiesel.

Agora complete a tabela acima com os valores para as quantidades 5, 6, 7, 8, 9 e 10 toneladas. Utilize a fórmula apresentada.

Fonte: Teixeira (2020, p. 23)

Figura 10 - Tarefa 2 do livro didático de Matemática utilizadas no 1º encontro com os alunos

Uma estamparia cobra uma taxa fixa, referente ao trabalho de desenvolvimento da estampa padrão, mais um valor por peça de roupa estampada. Para estampar camisetas de certa encomenda, o orçamento calculado estabelecia uma taxa fixa de R$ 75,00 mais R$ 9,00 por camiseta.

Observe:

Quantidade de camisetas	1	2	10	20	50	...	x
Valor cobrado (R$)	$\underbrace{84,00}_{75+9}$	$\underbrace{93}_{75+9\cdot 2}$	$\underbrace{165}_{75+9\cdot 10}$	$\underbrace{255}_{75+9\cdot 20}$	$\underbrace{525}_{75+9\cdot 60}$	...	$75 + 9 \cdot x$

A relação entre a quantidade de camisetas e o valor cobrado é descrita por uma função, cuja fórmula é:

$$\underbrace{v}_{\text{valor cobrado}} = \underbrace{75}_{\text{taxa fixa}} + \underbrace{9}_{\text{valor por camiseta}}\underbrace{x}_{\text{quantidade de camisetas}}$$

Nesse caso, o valor cobrado está expresso em função da quantidade de camisetas. Assim, dizemos que o "valor cobrado" (v) é a **variável dependente** e a "quantidade de camisetas" (x), a **variável independente** da função.

Agora complete a tabela acima com os valores para as quantidades 55; 60; e 100 camisetas. Utilize a fórmula apresentada.

Fonte: Teixeira (2020, p. 24)

Figura 11 - Tarefa 3 do livro didático de Matemática utilizadas no 1º encontro com os alunos

Todos os meses, Joana deposita, em sua conta bancária, uma quantia D, em reais. A quantia D é calculada utilizando a fórmula $D = 0,75x + 50$, em que x representa a comissão de vendas mensal recebida por ela.

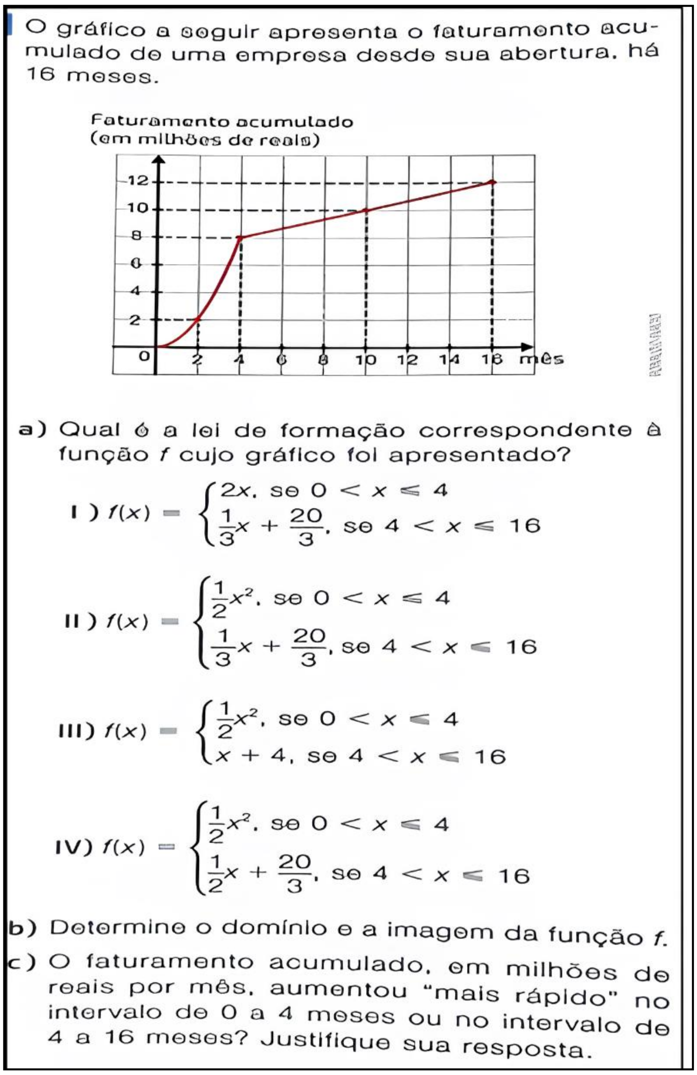
a) Quais são a variável dependente e a variável independente na fórmula descrita?

b) Determine a quantia depositada por Joana em março, sabendo que nesse mês ela recebeu uma comissão de R$ 1 200,00.

c) Qual deve ser a comissão de Joana para ela depositar R$ R$ 1 250,00?

Fonte: Teixeira (2020, p. 25)

Figura 12 - Tarefa 4 do livro didático de Matemática utilizadas no 1º encontro com os alunos



O gráfico a seguir apresenta o faturamento acumulado de uma empresa desde sua abertura, há 16 meses.

a) Qual é a lei de formação correspondente à função f cujo gráfico foi apresentado?

I) $f(x) = \begin{cases} 2x, \text{ se } 0 < x \leq 4 \\ \frac{1}{3}x + \frac{20}{3}, \text{ se } 4 < x \leq 16 \end{cases}$

II) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, \text{ se } 0 < x \leq 4 \\ \frac{1}{3}x + \frac{20}{3}, \text{ se } 4 < x \leq 16 \end{cases}$

III) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, \text{ se } 0 < x \leq 4 \\ x + 4, \text{ se } 4 < x \leq 16 \end{cases}$

IV) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, \text{ se } 0 < x \leq 4 \\ \frac{1}{2}x + \frac{20}{3}, \text{ se } 4 < x \leq 16 \end{cases}$

b) Determine o domínio e a imagem da função f.

c) O faturamento acumulado, em milhões de reais por mês, aumentou "mais rápido" no intervalo de 0 a 4 meses ou no intervalo de 4 a 16 meses? Justifique sua resposta.

Fonte: Teixeira (2020, p. 39)

Essas quatro tarefas foram realizadas nos dois primeiros encontros de um total de 4 encontros, cada um com 1 hora e 30 minutos de duração ao longo de 4 dias. No primeiro encontro realizamos as tarefas das figuras 9, 10 e 11; e no segundo encontro realizamos a tarefa da figura 12. Nesse sentido, a partir dessas tarefas iniciais foi possível adentrar no tópico de função, bem como analisar o nível de compreensão e as dificuldades apresentadas pelos alunos para compreenderem esse objeto de conhecimento. As análises e discussões desses dois primeiros encontros estão descritas no capítulo 7 desta dissertação.

Vale mencionar que outro questionário foi elaborado, entretanto consideramos que se trata de um questionário emergido a partir da aplicação da pesquisa, caracterizando-o assim como resultados. Assim, este questionário estará apresentado no capítulo dos resultados e discussões desta dissertação.

6.6 Síntese das etapas da investigação

Em vários momentos da escrita deste texto dissertativo explicitamos a respeito dos dois momentos ocorridos nesta investigação, os quais denominamos de etapas da pesquisa de campo. Dessa maneira, inferimos a necessidade de apresentar uma síntese dessas etapas ainda no capítulo do percurso metodológico, a fim de que o leitor possa melhor se situar nas ações transcorridas.

Dessa maneira, a primeira etapa diz respeito a coleta e produção dos dados junto aos pescadores artesanais da cidade de Gurupá (PA), de modo que utilizamos como principal fonte de produção de dados a entrevista focalizada (roteiro no quadro 11). Essa etapa contou com a gravação de imagens e captura dos áudios do momento das entrevistas com os pescadores, de modo a constituir o vídeo a ser posteriormente exibido aos alunos. Vale ressaltar que a produção desses dados se deu ao longo de três dias, no período da manhã.

Já a segunda etapa desta investigação refere-se às ações realizadas em sala de aula de uma turma da 1ª etapa do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos. Essa etapa contou com quatro dias de aplicação, no horário da noite, com 1 hora e 30 minutos cada encontro. O cronograma de organização desses encontros está no quadro a seguir:

Quadro 11 - Ações realizadas na 2ª etapa da investigação

Encontro	Ação realizada
1º	Resolução das tarefas contidas nas figuras 9,10 e 11
2º	Resolução das tarefas contidas na figura 12
3º	Exibição do vídeo das entrevistas com os pescadores para os alunos identificarem nas práticas dos pescadores elementos que fazem parte do conceito de função.
4º	Resolução das tarefas contidas no questionário final (quadro 15).

Fonte: Elaborado pelos autores

Com isso, os dados produzidos na primeira etapa desta investigação serviram como fonte etnográfica para os alunos vislumbrarem o entrelaçamento entre as ações dos pescadores e os elementos do conceito de função que estudaram, sendo assim, o capítulo de discussão e análise dos resultados desta dissertação se debruçará nas interações dos alunos, evidenciando as falas e ações dos pescadores apenas nos momentos em que esses alunos apontarem como algo relacionado com o objeto matemático estudado.

Assim, o capítulo 7 a seguir, abordará a respeito dos resultados e suas referidas análises e mostrando as possibilidades e limitações do desenvolvimento de ações de ensino e aprendizagem para gerar ambientes propícios de aprendizagem do objeto matemático função, de maneira particular, orientado por meio do percurso Etnomatemático como ferramenta de ensino.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo, apresentamos os resultados oriundo das aplicações das duas etapas desta pesquisa, bem como as análises realizadas com base na Etnomatemática, buscando aproximar elementos matemáticos oriundos do currículo escolar (que neste caso se trata do objeto de conhecimento função) de práticas realizadas fora do ambiente escolar, que neste caso se trata da prática da pesca artesanal.

O capítulo está subdividido em três subcapítulos: o primeiro diz respeito a produção e dados junto aos pescadores artesanais, o qual ocorreu por meio de uma entrevista, de modo que as respostas dadas pelos pescadores estão destacadas no quadro 13; o segundo subcapítulo diz respeito das ações realizadas em sala de aula, ou seja, a segunda etapa desta pesquisa de campo, a qual se deu no âmbito da sala de aula da primeira etapa da EJA – ensino médio; o terceiro subcapítulo apresenta os eixos emergentes surgidos a partir de toda a aplicação da pesquisa de campo.

7.1 1ª etapa da pesquisa: produção de dados junto aos pescadores

Como outrora mencionado, esta etapa se caracterizou pela entrevista com três pescadores artesanais da cidade de Gurupá (PA), os quais desenvolvem a prática da pesca principalmente na construção e manipulação da rede de malhas, em especial na época de safra do peixe Dourada, compreendido entre os meses de agosto e setembro.

Novamente enfatizamos que todos os pescadores estiveram cientes de que se tratava de uma pesquisa com fins puramente acadêmicos, de modo que assinaram o termo de livre e esclarecidos e que foram garantidos da preservação de suas identidades. Nesse sentido, ao longo desta dissertação esses pescadores serão identificados com pseudônimos de senhor Carlos, senhor Antônio e senhor Elias.

Nesse sentido, no quadro a seguir, serão apresentados trechos das entrevistas realizadas com esses pescadores. A primeira coluna do quadro diz respeito ao número do questionamento apresentado no roteiro para a entrevista (ver quadro 11). Vale ressaltar, que estas entrevistas foram compiladas em um vídeo que foi exibido aos alunos de uma turma da 1ª etapa da EJA do ensino médio, de modo que esses alunos estiveram buscando elementos que fazem parte do conceito de função nas narrativas dos pescadores. Sendo assim, para simplificar a apresentação das entrevistas realizadas, decidimos apresentar os trechos transcritos apenas das narrativas apontadas pelos alunos como ações interligadas ao conceito de função.

Vale observar que, em um determinado tempo da entrevista, o pescador nomeado de senhor Elias precisou resolver algumas demandas de ordem pessoal, impossibilitando finalizar as respostas para as quatro últimas questões.

Quadro 12 - Respostas dos pescadores aos questionamentos da entrevista

Q.	Pescador 1: Carlos	Pescador 2: Antônio	Pescador 3: Elias
1	Estou nessa profissão há mais de 25 anos". Iniciei quando tinha uns 15 ou 16 anos de idade.	Eu comecei a trabalhar com isso quando eu tinha 15 anos de idade, agora estou com 53 anos.	Eu trabalho com isso já tem uns 30 anos.
2	Aprendi com meu pai e com meus irmãos. A gente teve que trabalhar, né. Pra ajudar na casa. Compras as coisas que faltavam. A situação era difícil.	Eu via meus vizinhos trabalhando com isso... aprendi com eles. Vizinhos e parentes também. Tios... eu comecei a trabalhar com a pesca por que a gente precisava mesmo. Ninguém dava nada de graça. A gente tinha que trabalhar, né?!	O meu avô, pai e tios trabalhavam com pesca. Eu fui aprendendo com eles. E meu pai me dizia que eu tinha que trabalhar. Ainda mais se eu quisesse arrumar mulher. Eu tinha que dar o sustento dela.
3	Esse material aqui que estou fazendo a gente já compra assim. Só pra entralhar. Colocar o cabo de cima e de baixo, as bóinha e o prego pra afundar...mas eu sei tecer o pano da rede...mas esse aqui já comprei pronto. Dá menos trabalho.	São dois tipos de cabo: o que é tecido as malhas da rede, que no caso pode ser o 10; e os cabos que sustentam a rede, um em cima e um em baixo, que pode ser o 36. Uso as boias pra sustentar a parte de cima e os pregos enfiados dentro do cabo pra dar sustentação pra baixo.	Nessa rede que tô fazendo aqui, eu uso o cabo 10, fio 36, as boias e a chumbada.
4	Pra uma rede de 380 braças de comprimento por 6 metros de altura é uns 4 dias.	Se for uma rede de 700 metros de comprimento com 5 ou 6 de altura é uns 5 dias.	Pra uma rede que tem 10 panos de rede, eu entralho em uns 4 dias.
5	Bom, antigamente pra fazer esse tipo de rede era mais difícil. A gente tinha que ir pra longe pra comprar o material. E as vezes nem tinha todos. Aí a gente ia fazendo gambiarra pra ir pescando. Por exemplo, como não tinha outro material pra servir de peso pra parte de baixo da rede afundar, a gente pegava tampa velha de panela de alumínio e usava pra isso.	Não me lembro muito bem, mas meu pai conta que na época dele eles usavam mais outros tipo de armadilha pra pegar o peixe, por quê no interior que ele morava era mais difícil de ter a rede de malha. Ele diz que faziam cacuri que era de ripa de paxiúba. Eles faziam parí também pra tapar igarapé. Mas a rede de malha mesmo no tempo dele era mais ruim. Mas quando eu era pequeno eu lembro que eles já usavam a rede de malha. Mas era só rede de malha pequena. Malha 30. Era só amarrada no meio do aningal mesmo.	No caso da rede, muitas coisas que eles faziam antes a gente ainda faz hoje, mas muitas coisas mudou. Antigamente o tipo de material era diferente. A chumbada era enrolada no cabo e não tinhas essas boínha. Era só bóia grande com a corda cumprida.
6	Essa rede aqui que estou fazendo é próprio pra pegar Dourada. Esse cabo aqui [apontando para o cabo da parte superior que sustenta a rede] é o cabo 10 [milímetros de espessura], a malha é 90 [milímetros	Essa aqui que tô fazendo é pra pegar Sarda. A malha é 55, fio 40. A linha pra entralhar é a 8. Essa rede pega sarda de com tamanho de1kg pra frente... até 4kg. É uma rede de 150 metros de	Essa rede que eu tô terminando de fazer é pra pegar Dourada. Ela tem 100 metros de comprimento por 6 de altura. A malha é 75. O cabo é 8. Pega Dourada de uns 4 kg mais ou menos. Essas boínha é pra deixar ela ficar na flor

	relacionados ao lado do quadrado que forma a malha]. Ela tem 360 braças de comprimento e 6 metros de altura.	comprimento mais ou menos. E 6 metros de altura.	d'água. E a gente coloca umas peça de chumbo pra afundar no cabo de baixo.
7	Olha, muito desses tipo de coisa que eu falei que tem na rede depende as vezes do peixe e do lugar. Pra peixe menor a gente usa malha menor. Se for rede de arrastar, a bóia tem que ser menor pra rede poder afundar. Dependendo do tamanho da malha a gente pega um tamanho de peixe. Se a malha é menor, pega Dourada menor, Filhote menor, Sarda menor, ... E se a malha é maior, pega Dourada maior, ... Essa malha aqui é tamanho 90 milímetros. O cabo pra amarrar é o 10 e o fio da malha é o 36.	Muito dessa influência é pro tipo de peixe que se queira. Se for pra Dourada é de um jeito. Tem que ser uma malha maior, de 70 pra cima. Com cabo mais grosso pra entralhar a panada da rede. Se for pra pegar sarda de dia a rede tem que ser de arrastar no fundo, e se for pra pegar sarda de noite a rede já tem que ficar flutuando.	Bom, para pegar a Dourada a gente usa a malha 90, por que é a malha que pega os peixe do tamanho certo...se pegar muito miúdo a gente é embarcado pelas autoridades, então tem que ser o peixe do tamanho correto. Pra chegar nesse tamanho de malha, a gente testou quatro redes quase com o mesmo comprimento no nosso pesqueiro: uma com malha 30, outra com malha 50, outra com malha 90 e outra com malha 100. Aí a malhadeira com malha 30 pegava uns 15 peixes; a com malha 50, uns 25 peixes; a com malha 90 chegava pegar 30; e a com malha 100 uns 20 peixes. Mas dessas umas só a com malha 90 que pegava os peixes que a fiscalização autorizava.
10	Essa rede de 360 braças, que dá uns 14 ou 15 panos de rede, é uma faixa de 100 kg de pregos. Vai ser usado 2 peças de cabo, e cada peça tem 280 metros. Vai usar 230 boínha. 1 pano de rede leva uma faixa de 5,5 a 6,5 kg de pregos mais ou menos. No cabo da parte de cima da rede a gente coloca boias de isopor (para esta rede que tô fazendo é a boia número 3). E pra afundar a parte de baixo a gente coloca pregos de quatro e meia polegadas (sem a cabeça) nesse cabo de baixo da rede. Aí com os pregos e as boinhas a rede fica aberta na água. Cada boinha puxa 250 gramas pra cima. Esse cabo aí vai levar 100 kg de pregos. Essa peça de cabo tem 280 metros de comprimento. É para uma rede com 14 panos. Serão duas peças de cabo que vai ser colocado os pregos.	Pra uma rede de 150 metros mais ou menos eu uso umas 3 panagem...a panagem vem com 100 metros de comprimento, mas ela fica com 55 ou 60 metros depois de entralhada... ela encolhe por que na hora de entralhar a gente vai juntando de duas malha em um nó... esse nó tem o mesmo tamanho da malha, se for malha 90, então a distância de um nó pro outro também é 90... Essa panagem a gente compra pronta, mas eu sei tecer. Mas é mais por encomenda. Eu fiz uma de 25 metros de comprimento com 8 metros de altura pra pegar tilápia... nós usamos 12 tubo de linha. Cada tubo tem 100 metros	
11	Dá muito peixe... não sei bem, mas é uma faixa de 1 tonelada. Se ela tiver bem entralhada e se tiver nova também.	Antigamente, quando dava muito peixe, uma rede dessa aqui de uns 150 metros de comprimento dava quase 2 mil quilo de peixe. Agora já não pega mais como antigamente.	

12	Depende muito do lugar. Quando tem muito boto eles rasgam muito a malhadeira. As vezes a gente usa só uma vez e o boto esbandalha tudo. Mas se não tiver boto pra rasgar, uma malhadeira dessa dura bem 1 ano.	Olha, uma malhadeira bem feitinha e num lugar que o boto não esbandalhe dá pro cara usar um bom tempo. Usando direto mesmo dura uns 5 ou 6 meses. Com um tempo ela vai apodrecendo a linha.	
13	Se for em um lugar perto vai uns 3. Se for longe vai mais... uns 5 mais ou menos.	Olha. Vai eu e a minha esposa e dois filho. A gente se garante.	
14	Sim. Se for um rio muito fundo que seja pra pegar peixe grande igual aqui no Amazonas que a gente vai pegar dourada a rede tem que ser de fio químico. Pra aguentar o peso da maré e do peixe. Agora se for em um rio calmo, um furo, um igarapé, a gente usa essas rede mais simples mesmo... de linha.	Pro rio Amazonas a gente faz a malha maior que é pra pegar o peixe maior. Agora, quando é pra pescar em no furo ali, a gente usa a malha menor. Pra pegar aracu e esses outros peixes menor.	

Fonte: Organizado pelos autores

Assim, essas narrativas em conjunto com as filmagens exibidas em vídeo, proporcionaram a análise que foi realizada pelos alunos, de modo que a grande maioria desses alunos conheciam a prática da pesca, uma vez que eles mesmos a praticam ou seus familiares sobrevivem dessa prática.

O subcapítulo a seguir, destaca a realização da 2ª etapa desta investigação tratada nesta dissertação. Desse modo, são apresentados e discutidos os resultados da aplicação das tarefas nos dois primeiros dias, bem como a apresentação do vídeo com as narrativas dos pescadores e a resolução das tarefas emergidas a partir dessas entrevistas.

7.2 2ª etapa da pesquisa: produção de dados junto aos alunos

A segunda etapa desta investigação ocorreu em uma turma da primeira etapa da EJA-ensino médio, de modo que desenvolvemos as ações em quatro dias, conforme explicitado no quadro 12 outrora apresentado. Assim, a seguir explicitaremos os resultados dessas ações, apontando as análises em cada uma delas.

1º dia: resolução de tarefas do livro didático (parte 1)

Nesse primeiro encontro, a ideia foi em explorar tarefas escolhidas do próprio livro didático utilizados pelos alunos para iniciar os estudos sobre o conceito de função. Vale ressaltar que mesmo se tratando de uma de minhas turmas em que leciono regularmente, eu esclareci aos alunos que naquela semana eles iriam participar de uma pesquisa acadêmica, de modo que eu iria registrar imagens e áudios, mas que suas identidades estariam seguras e mantidas em anônimo. Os alunos assinaram o termo de livre consentimento e esclarecido. Informei também, que naquela semana eles iriam ter os três primeiros horários cedidos à disciplina de Matemática justamente para a participação nessas ações de pesquisa acadêmica.

Desse modo, pedi para que os alunos abrissem seus livros na página 23, a qual consta a primeira tarefa para iniciarmos os estudos sobre função. A tarefa em questão foi anteriormente apresentada na figura 9 desta dissertação. Entreguei algumas folhas em branco para os alunos registrarem suas respostas, as quais foram recolhidas para posterior análise.

Inicialmente, fizemos a leitura em conjunto da situação apresentada na tarefa, de modo que eu fui conduzindo a leitura e explicando ponto por ponto para que os alunos compreendessem melhor o que estava descrito ali. A aluna Cláudia questionou o que significava os três pontinhos contidos na tabela apresentada na situação problema do livro. E, em seguida, o aluno Rafael questionou o que significava a expressão “relação entre grandezas” mencionada na questão.

Esses questionamentos foram essenciais para explorar elementos do conceito de função presentes ali naquela situação problema apresentada pelo livro didático, pois foi a partir daí que iniciamos a explicar sobre esses conceitos matemáticos sobre o que é uma grandeza, uma relação, e como se dá essa relação.

A tarefa solicitou que os alunos calculassem a quantidade de biodiesel produzida (dados em litros) a partir da quantidade de sementes de mamona (dadas em toneladas). Como a questão estava explícita, a fórmula matemática para esse cálculo, rapidamente os alunos entenderam que bastava multiplicar o valor de 290 pelo valor da quantidade de toneladas. Esses cálculos foram feitos sem registrarem nas folhas de respostas, apenas registravam o resultado, pois o cálculo era realizado em calculadoras.

Eu questionei aos alunos se eles poderiam explicar o porquê daquela fórmula estar correta. Eles pensaram por alguns minutos, mas não conseguiram dizer o motivo. Alguns mencionaram que eles precisariam de algum estudo específico sobre o que é a mamona, pois eles não conheciam essa fruta, bem como, não sabiam como era esse biodiesel, pois nos postos de combustíveis de sua cidade só era ofertado diesel comum.

Refletindo sobre essas ações inerentes, a solução dessa primeira tarefa percebemos que essa tarefa focalizou mais na habilidade de multiplicação de valores, o que foi realizado com o auxílio da calculadora. Também foi perceptível o distanciamento da realidade apresentada pelo livro didático e a realidade vivenciada pelos alunos, o que resultou em falta de vontade dos alunos em participar de forma mais ativa da resolução da tarefa.

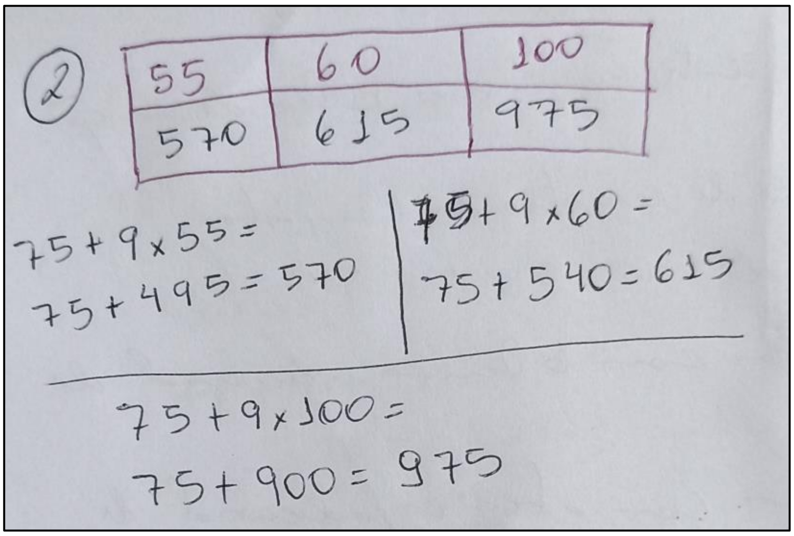
Vale ressaltar que, do viés transdisciplinar, essa tarefa oportunizou a discussão a respeito de questões ambientais, como poluição, cultivo da mamona, contribuição do biocombustível, ou seja, questões importantes de serem discutidas com o público da EJA para inseri-los nos debates em que são evidenciadas essas questões. Entretanto, do ponto de vista da construção do conhecimento matemático, essa tarefa pouco contribuiu.

A resolução da tarefa dois do livro didático (ver figura 10), a qual tem como nível de compreensão de função em matematização inicial (Bergeron e Herscovics, 1982), despertou um pouco mais a atenção dos alunos para as relações entre as grandezas apresentadas na tarefa. Também intencionamos explorar a respeito de variáveis, bem como, sua dependência e independência no contexto de relações funcionais.

A situação problema apresentada na tarefa já trazia o modelo algébrico da função, de modo que diferente da tarefa anterior, o modelo desta tarefa foi de uma função polinomial do 1º grau do tipo $y = ax + b$. Assim, os alunos precisariam verificar qual variável deveriam substituir para determinar o valor desejado.

A maioria dos alunos compreenderam essa variação de valores, pois todos concordaram que para uma maior quantidade de um produto o valor a ser pago tende a ser maior. A taxa fixa apresentada na situação problema também foi compreendida por eles, uma vez que eles mencionaram que seria um valor "*cobrado pela utilização das máquinas*", disse o aluno Marcos. Mesmo assim, na hora de registrar as respostas de maneira escrita, alguns alunos não colocavam todo o cálculo realizado. Os alunos que explicitaram todo o cálculo deixavam de explicitar as letras que representavam as variáveis, ficando os resultados como na figura a seguir:

Figura 13 - Resposta do aluno Pedro para a tarefa 2



Fonte: Arquivo da pesquisa

Um debate interessante surgiu quando a aluna Joice perguntou: "*Mas professor, se caso eu não quiser nenhuma camiseta, ou seja, zero camisetas, eu ainda terei que pagar a taxa fixa de setenta e cinco reais?*". Antes que eu pudesse dizer alguma coisa, o aluno Marcos interrompeu dizendo: "*Não, pois esse valor só é cobrado se for usado as máquinas, então como não será usada, tu não ia pagar nada, né professor?!*".

Outra situação que chamou a atenção foi que uma das alunas era costureira, e ela interagiu com a tarefa dizendo que de fato ela cobrava uma taxa fixa para grandes encomendas de roupas, pois seria justamente pelo uso dos seus equipamentos.

Esses diálogos emergidos durante a exploração da tarefa são de relevante importância para promover a participação e possibilitar compreensões a respeito do objeto de conhecimento que se estejam estudando, pois, de modo particular, mesmo que a situação problema não especificasse a origem da taxa fixa apresentada do enunciado, os alunos puderam deduzir com base em evidências da vida real. Em turmas da EJA essa relação participativa e interativa ligadas ao debate do que se estejam estudando é sempre necessária, pois potencializa a compreensão do objeto de conhecimento em jogo.

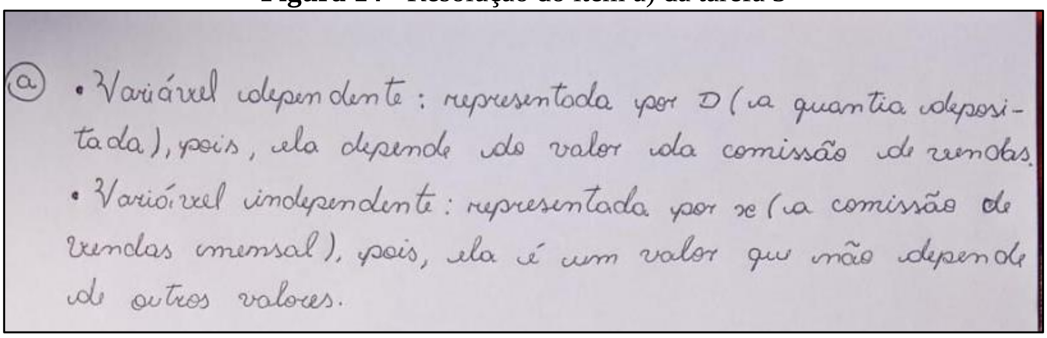
Passamos a discutir a respeito de dependência de variáveis, de modo que retomei as questões anteriores para explorar o significado de variável, bem como o motivo de se caracterizar em variável dependente e variável independente. Após essas discussões, os alunos passaram a solucionar a terceira tarefa (ver figura 11), na qual um dos itens solicitava a identificação das variáveis dependente e independente contida na situação problema apresentada.

A fala da aluna Rafaela apresenta evidências de que a aluna tenha compreendido a diferença dessas variáveis, pois a aluna disse: "*professor, pra eu saber qual variável é dependente e qual é independente eu posso falar assim: quem depende de quem aí?!, né, professor?!*". Ainda assim, muitos alunos defendiam que - no caso da situação problema apresentada na tarefa – o valor da comissão dependia do valor que seria depositado. Outros alunos diziam que a variável independente seria o valor de cinquenta reais.

Essas discussões propositivas novamente foram importantes para que eu pudesse explorar ainda mais sobre esses conceitos, de modo a potencializar a compreensão dos alunos a respeito do que estávamos estudando. Por exemplo, retomei a fala de Rafaela para que os demais alunos percebessem que o valor a ser depositado dependia do valor da comissão de vendas, o que implicava no valor a ser depositado ser a variável dependente e o valor da comissão de vendas ser a variável independente. "*E esses cinquenta reais?*", disse o aluno Pedro. Novamente o aluno Marcos interrompeu: "*Esse valor é como se ela tivesse que depositar mesmo que ela não tivesse nenhuma comissão de venda...tipo pra manter um dinheirinho guardado todo mês, né professor?!*"

Por meio desses diálogos emergidos foi possível potencializar a compreensão dos alunos acerca desses conceitos que estávamos estudando, de modo que procurei aproveitar todas as falas dos alunos para explorar a situação e melhorar o aprendizado. E depois desses debates, os alunos procuravam responder o que se solicitava na tarefa. A figura a seguir mostra a resolução da aluna Rafaela:

Figura 14 - Resolução do item a) da tarefa 3


a) • Variável dependente: representada por D (a quantia depositada), pois, ela depende do valor da comissão de vendas.
• Variável independente: representada por x (a comissão de vendas mensal), pois, ela é um valor que não depende de outros valores.

Fonte: Arquivo da pesquisa

A partir da exploração dessas tarefas, eu prossegui com a formalização do conceito de função presente no livro didático, de modo que expliquei que grande parte dos livros didáticos expressam uma relação funcional na linguagem algébrica (ou modelo analítico). Desse modo, voltamos a explorar as tarefas anteriores para compreender melhor o conceito de função estabelecidos nas situações problemas.

Em relação as tarefas exploradas nesse primeiro dia, é importante evidenciar a participação e interação dos alunos que foi possível experimentar a partir da provocação do professor/pesquisador, pois os alunos da EJA precisam de incentivo para se expressarem nas aulas, sem que isso gere algum tipo de constrangimento.

Também foi possível perceber muitas dificuldades dos alunos em compreender a respeito da dependência e independência de variáveis, bem como da própria identificação de quais seriam as variáveis envolvidas em alguns casos. Felizmente essas dificuldades serviram como inspiração para que pudéssemos explorar ainda mais sobre esses conceitos essenciais para compreender o conceito de função.

Sob a interpretação dos níveis de compreensão do conceito de função (Bergeron; Herscovics, 1982), os alunos mostraram-se sob o aspecto da compreensão intuitiva e da matematização inicial, uma vez que comunicaram seus entendimentos a respeito do que estávamos estudando com situações simples vivenciadas em seus contextos reais, bem como mostraram compreender a respeito das situações que apresentam variáveis dependentes e independentes.

Para tratar a respeito da representação gráfica de relações funcionais deixei para o segundo dia de aplicação da pesquisa de campo junto aos alunos, pois além de tratar dos gráficos também tive a intenção de fazer um *feedback* do que estudamos no primeiro dia. O tópico a seguir destaca os resultados do segundo dia de aplicação.

2º dia: resolução de tarefas do livro didático (parte 2)

Para iniciar a aula deste segundo dia, fizemos uma revisão do que estudamos na aula anterior, de modo que pontuei, principalmente, nas questões onde surgiram muitas dúvidas, como foi o caso do conceito de variável, bem como sua dependência e independência em relações funcionais.

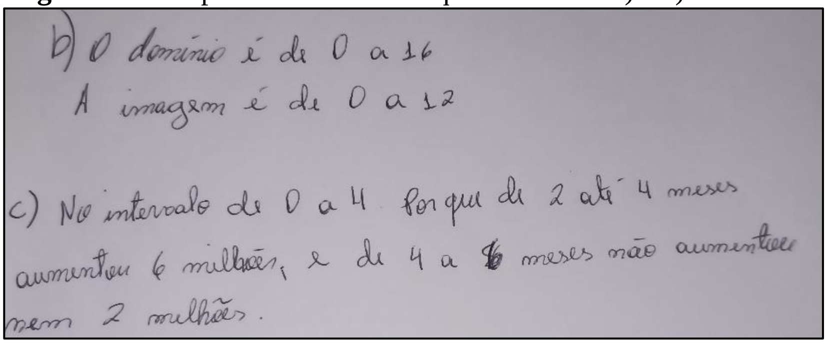
Em seguida, fui explicando que as relações funcionais poderiam ser representadas de outras maneiras, de modo que utilizei as tarefas já exploradas nas tarefas do primeiro dia para mostrar como aquelas situações poderiam ser representadas por meio de tabelas, fórmulas e por meio de gráficos.

Em seguida, passamos a explorar a tarefa quatro (ver figura 12), a qual intencionou mostrar graficamente a representação de relações funcionais. Em termos de níveis de compreensão de função (Bergeron e Herscovics, 1982), essa tarefa tendia para os níveis de abstração e formalização, pois os alunos precisariam – além da interpretação gráfica – identificar uma expressão analítica que representasse o gráfico exposto.

Vale ressaltar que essa tarefa se mostrou desafiadora aos alunos, em especial o item a) em que solicitou que determinassem a lei de formação da função representada no gráfico apresentado na tarefa. Enfatizo que nenhum aluno chegou ao resultado, necessitando que o item fosse solucionado por mim.

Os itens b) e c) da tarefa foi solucionado pelos alunos, de modo que a maioria conseguiu determinar um resultado correto. Nesse sentido foi notório que os alunos apresentavam compreensões acerca da interpretação do gráfico, de modo que suas respostas foram alcançadas a partir de diálogos entre si que mostravam como chegavam aos resultados. Por exemplo, o aluno Ezequiel, em conversa com os alunos Pedro e Carlos relatou que: "*o domínio é o valor da reta deitada, então vai de zero a dezesseis [...] e a imagem é os valores da reta empinada que se ligam com os valores da reta deitada. E dá pra ver que a imagem vai ser de zero a doze*". A figura a seguir destaca as respostas do aluno Ezequiel aos itens b) e c) da tarefa três:

Figura 15 - Respostas do aluno Ezequiel aos itens b) e c) da tarefa 3


b) O domínio é de 0 a 16
A imagem é de 0 a 12

c) No intervalo de 0 a 4. Porque de 2 até 4 meses aumentou 6 milhões, e de 4 a 16 meses não aumentou nem 2 milhões.

Fonte: Arquivo da pesquisa

Vale enfatizar que para responder ao item c) o aluno Ezequiel fez uma rápida comparação entre o crescimento do faturamento apenas em um recorte de dois meses em cada intervalo do gráfico. Isso mostra que o aluno compreendeu as variáveis ali descritas, bem como, as relações entre os intervalos do domínio e da imagem correspondente.

Uma dúvida emergida durante a exploração da tarefa, especificamente no item b) em que os alunos deveriam explicitar o domínio e imagem da função representada graficamente. Como no gráfico estava plotado apenas alguns pontos – de coordenadas (2, 2), (4, 8), (10, 10) e (16, 12) – então muitos alunos entenderam que o domínio e a imagem se referiam apenas nesses pontos, sem levar em consideração o conjunto de pontos que formavam as curvas apresentadas pelo gráfico.

Essa dúvida emergida durante a exploração dessa tarefa foi relevante, uma vez que abriu a possibilidade de discutir a respeito dessa situação e esclarecer essas demandas para que os alunos pudessem melhor compreender os elementos constituintes do gráfico de uma função, bem como os pontos que formam a curva apresentada.

Novamente foi possível perceber a participação dos alunos na aula, de modo que se empenharam para resolver os itens da tarefa apresentada, mesmo que não tenham conseguido resolver o item a) dessa tarefa. Esse fato fez-me inferir que o nível de compreensão de função - descrito por Bergeron e Herscovics (1982) - desses alunos se encontram na matematização inicial.

Encerramos esse segundo dia e anunciamos aos alunos que o dia seguinte teríamos um vídeo com entrevistas feitas com pescadores artesanais da cidade para que esses alunos pudessem enxergar o que havíamos estudado sobre função dentro da prática da pesca realizada pelos pescadores. O tópico a seguir destaca os resultados desse terceiro dia de aplicação da pesquisa junto aos alunos.

3º dia: Exibição do vídeo contendo as entrevistas realizadas com pescadores artesanais

Antes de exibir o vídeo contendo as entrevistas com os pescadores artesanais produzido a partir da 1ª etapa desta pesquisa de campo, expliquei aos alunos que todas as informações ali apresentadas precisariam ser respeitadas, pois se tratava de práticas realizadas por gerações nas famílias daqueles pescadores, as quais poderiam ser diferentes das que os alunos praticam ou conhecem. Também explicitei que os pescadores poderiam pronunciar palavras de maneira incorreta ou mesmo frases que são consideradas incorretas do ponto de vista da gramática oficial da língua portuguesa, mas que deveriam respeitá-los, pois são trabalhadores que não tiveram a oportunidade de participar do processo de escolarização.

Também explicitei aos alunos o objetivo principal desse momento, o qual se deu em explorar o conceito de função a partir das narrativas de pescadores artesanais sobre a construção e manipulação da rede de malha. Nesse sentido, concordei com os alunos que, ao longo da exibição das entrevistas, no momento em que eles percebessem alguma informação dada pelo pescador, eles pediriam para que eu pausasse o vídeo para que eles fizessem os seus comentários sobre a relação entre aquela informação e o conceito de função, de modo que registrassem na folha de papel a referida observação.

Entendo que essa ação realizada em sala de aula seja considerada como as etapas da etnografia e etnologia apontadas por Lara (2019) em que a autora trata da Etnomatemática como caminho metodológico para realizar pesquisa e desenvolver o ensino no âmbito escolar. Mesmo que os alunos não tenham ido a campo, mas a partir das ações e narrativas dos próprios pescadores apresentados no vídeo, esses alunos puderam entender como as práticas relacionadas a fabricação e manipulação da rede de malhas são realizadas por esses pescadores, e, ao mesmo tempo, buscar elementos matemáticos estudados nas aulas anteriores.

Desse modo, foi exibido o vídeo e muitas discussões foram emergidas ao longo do que estava sendo apresentado. Muitos alunos explicitavam que realizam de modo diferenciado algumas daquelas práticas explicadas pelos pescadores entrevistados, por exemplo, o Aluno Pedro relatou: "*Lá em casa no interior a gente pesca mais de linha de mão e de caniço. As redes a gente deixa no meio da anhinga... a gente coloca quando a água tá bem cheia.... aí quando seca a gente vai lá verificar se tem peixe*".

Essas diferenças de realização dessa atividade pesqueira reverbera as distintas formas que os grupos culturais desenvolvem para lidar com situações semelhantes, mas que se apresentam em contextos diferentes, ou seja, é necessário levar em consideração as condições e restrições existentes para articular estratégias que atendam as demandas específicas daquele espaço e tempo.

No que se refere às buscas por evidenciar elementos do conceito de função nas narrativas dos pescadores artesanais, muitas discussões foram emergidas, as quais seriam quase impossíveis de trazer à tona nesta dissertação, seja por falta de tempo de escrita ou de minha própria expertise em interpretar todas as situações ocorridas aliando-as ao aporte teórico-metodológico da Etnomatemática em perspectiva de explorar conceitos matemáticos específicos no ambiente da sala de aula.

Nesse sentido, na tentativa de melhor organizar as situações que pretendo apresentar neste terceiro dia de aplicação desta pesquisa de campo, categorizarei em tópicos emergidos a partir de narrativas específicas dos pescadores pontuadas por algum ou alguns alunos, de modo que o conteúdo desses tópicos evidencia o modo pelo qual os alunos compreenderam as relações da narrativa com o conceito de função.

a) "Dependendo do tamanho da malha a gente pega um tamanho de peixe. Se a malha é menor, pega Dourada menor, Filhote menor, Sarda menor, ... E se a malha é maior, pega

Dourada maior, ... Essa malha aqui é tamanho 90 milímetros. O cabo pra amarrar é o 10 e o fio da malha é o 36."

Ao ouvir essa narrativa do senhor Carlos, dois alunos (Rafaela e Benedito) levantaram as mãos solicitando pausa no vídeo. Os alunos mencionaram que perceberam uma relação de dependência entre alguns elementos expostos pelo pescador. Para evidenciar a observação dos alunos descrevemos suas respectivas falas:

Aluna Rafaela: Professor, eu acho que tem alguma coisa de dependência aí no que ele disse... tipo, ele disse que o tamanho do peixe depende do tamanho da malha da rede. Eu acho que é igual aquilo que a gente *tava* estudando, por que uma variável depende de outra, né?!

Aluno Benedito: Era isso que eu ia falar! Por que a gente *tava* estudando sobre coisas que dependem de outra, né?! Que o nome é variável, né professor?! Tipo, aí quando ele fala que o tamanho do peixe depende do tamanho da malha, a gente pode perguntar 'qual é a variável dependente e qual é a independente'?

Esses comentários realizados por esses dois alunos possibilitou o debate na turma para enfatizar o conceito de variável e mostrar como ele é importante para a compreensão do conceito de função, pois ficou evidente a necessidade de se estabelecer o reconhecimento de variáveis, bem como a relação em que uma variável é dependente e outra é independente.

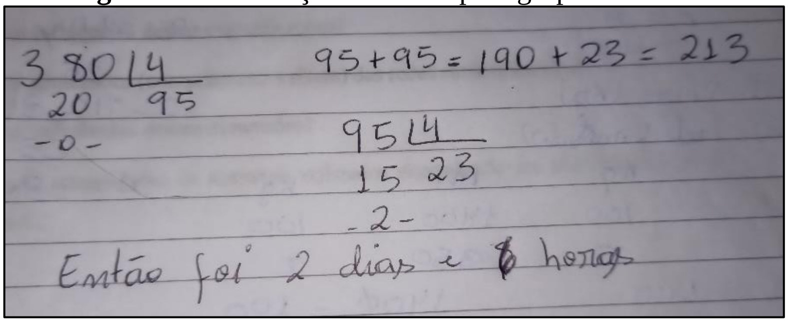
b) "Essa rede que tô fazendo é malha 90. Ela tem 380 braças de comprimento e 6 metros de altura. Eu levo uma base de quatro dias pra aprontar uma rede dessas"

Ao ouvirem esse relato do pescador Carlos, alguns alunos começaram a discutir entre si a respeito do tempo que se leva para a construção de uma rede. Nesse momento o vídeo foi pausado e solicitei que esses alunos expusessem seus argumentos a toda a turma. Dessa maneira, o aluno Gabriel declarou:

Aluno Gabriel: Professor, eu acho que pra 1 pessoa só fazer uma rede desse tamanho tem que ser no mínimo uns 6 ou 7 dias! Mas assim, se for pra ver aquilo que a gente tava estudando aí no que ele disse, eu acho que dá pra verificar que o tempo pra fazer uma rede depende do tamanho dela, né?! E se for esse cara aí fazendo, porque se for eu ia ser uns dois ou três dias a mais.

A partir do comentário feito pelo aluno Gabriel, outros alunos também apontaram essa situação em que apresenta a relação entre a quantidade de dias e o comprimento da rede, levando em consideração o ritmo de trabalho do pescador Carlos como referência. Aproveitei a situação e questionei se fosse uma rede menor, por exemplo uma rede de 210 braças de comprimento, qual seria o tempo para a fabricação. Um grupo formado por Gabriel e mais três alunos me deu a resposta mostrada na figura a seguir:

Figura 16 - Resolução realizada pelo grupo do Gabriel



Fonte: Arquivo da pesquisa

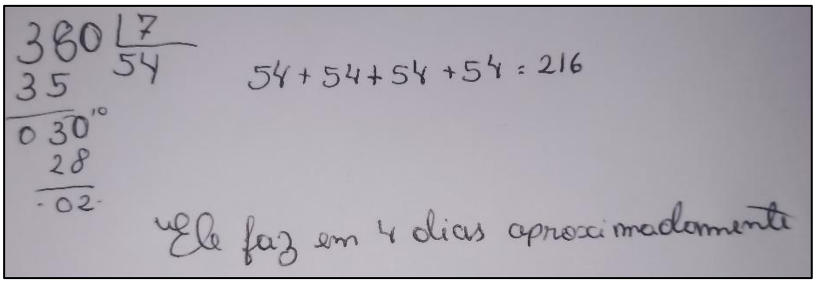
Solicitei que o grupo de alunos me explicassem como chegaram a esse resultado, de modo que explicitassem os cálculos ali presentes. A aluna Juliana explicou:

Aluna Juliana: Professor, o pescador falou que em 4 dias ele fazia 380 braças. Aí a gente pensou pra 1 dia, por isso a gente dividiu o 380 pra 4, que deu 95. Depois a gente somou 95 mais 95, que dá 2 dias. Mas o resultado deu 190, aí se a gente fosse somais mais 95 ia passar muito do 210 braças que o senhor pediu pra fazer. Aí o Marcos disse pra gente dividir o dia em 4 pedaço, que dá 6 horas, né?! Por isso que a gente dividiu o 95 por 4, que deu 23 braças. Passou ainda umas 3 braças, mas chegou perto.

Essa explicação da aluna Juliana mostra as técnicas matemáticas que esses alunos dispõem para solucionar situações dessa natureza, de modo que são técnicas elementares que utilizam cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão, mas que dão conta de solucionar essas situações. Vale mencionar que esses alunos trabalham no comércio local da cidade, fazendo cálculos mentais para produzir troco ou projetar compras, e isso contribuiu para o desenvolvimento de estratégias para realizar cálculos matemáticos.

Aproveitando a discussão que o Aluno Gabriel realizou ao afirmar que, caso fosse ele que construísse a rede de malhas, levaria de três a quatro dias a mais que o afirmado pelo pescador na narrativa, questionei aos alunos caso a construção fosse feita pelo aluno Gabriel. Assim, utilizando-se das ideias outrora apresentadas, os alunos realizaram os cálculos para determinar essa quantidade de dias, de modo que levaram em consideração que Gabriel produziria uma rede de 380 braças de comprimento em 7 dias. A figura a seguir mostra a resolução feita pelo aluno Benedito:

Figura 17 - Resolução feita pelo aluno Benedito



Fonte: Arquivo da pesquisa

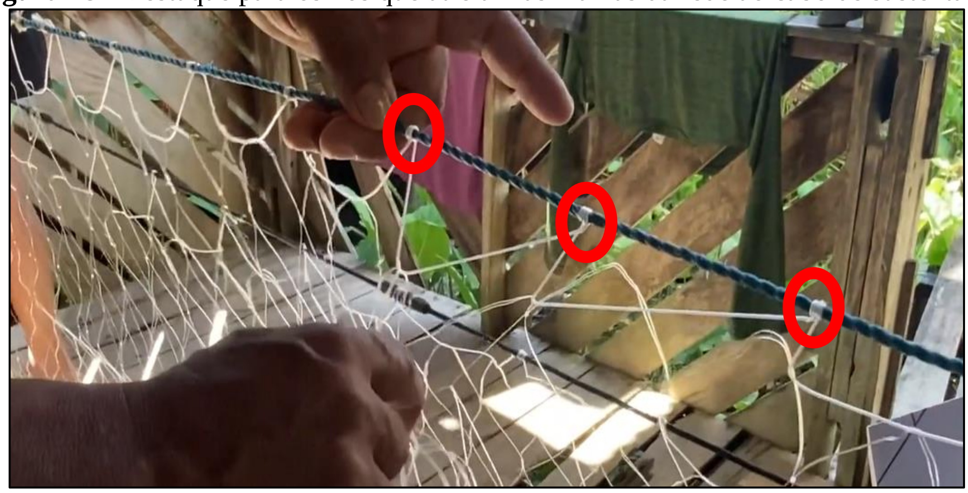
As discussões geradas a partir da narrativa do pescador apresentam ganhos em relação ao desenvolvimento de estratégias matemáticas para solucionar essas situações, as quais envolveram a relação do tempo que se leva para construir uma rede de malhas de um determinado comprimento (o qual foi utilizado a unidade de medidas “braças”). Ou seja, potencializam também a compreensão dos alunos sobre variáveis dependentes e variáveis independentes, conceitos fundamentais para a compreensão do conceito de função.

c) *“Esse nó tem o mesmo tamanho da malha, se for malha 90, então a distância de um nó pro outro também é 90 (milímetros)”.*

Depois de perceberem a dinâmica daquela aula, os alunos passaram a interagir melhor, de modo mais natural, pois até então muitos alunos ainda estavam apreensivos por acreditar que se tratava de algum tipo de teste, ou mesmo por acreditarem que falariam algum tipo de bobagem.

Nesse sentido, a aluna Marcela pediu para pausar o vídeo ao presenciar a narrativa do pescador Antônio em que ele destacou a respeito dos nós que atrelavam as malhas da rede ao cabo de sustentação. Esses nós estão em destaque a figura a seguir:

Figura 18 - Destaque para os nós que atrelam as malhas da rede ao cabo de sustentação

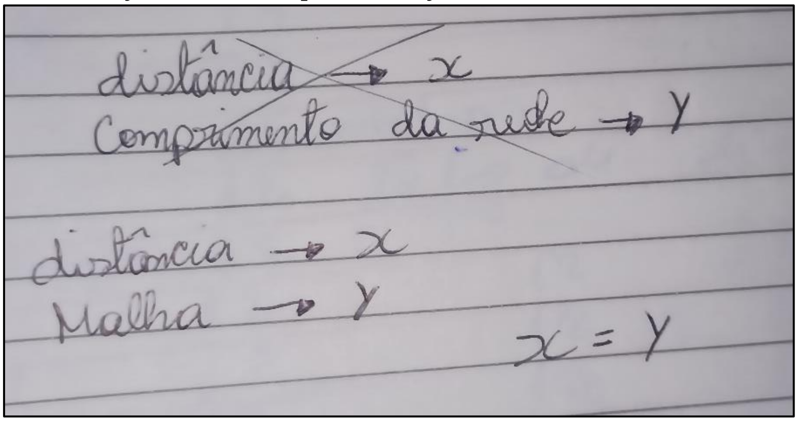


Fonte: Arquivo da pesquisa

A observação feita pela aluna diz respeito ao espaçamento entre esses nós, de modo que tal espaçamento deve seguir a mesma medida do comprimento do lado do quadrilátero que forma a malha da rede, ou seja, se o lado desse quadrilátero mede 90 milímetros, então a medida do espaçamento desses nós deve ser de 90 milímetros.

Nesse sentido, sugeri a aluna Marcela que me especificasse qual relação ela teria evidenciado a partir da narrativa do pescador Antônio, e com isso, a aluna destacou: "*eu acho que aí vai ter uma relação... tipo assim, a distância dos nós vai depender do tamanho da malha, né professor?!*". Aproveitando essa observação da aluna, pedi que os alunos pensassem e escrevessem como seria a representação em formas de símbolos, em especial os símbolos que utilizamos nas aulas anteriores que expressavam as relações funcionais. Um grupo com 3 alunos entregou a seguinte resposta expressa na figura a seguir:

Figura 19 - Resolução dos alunos para a relação distância de nós × tamanho da malha



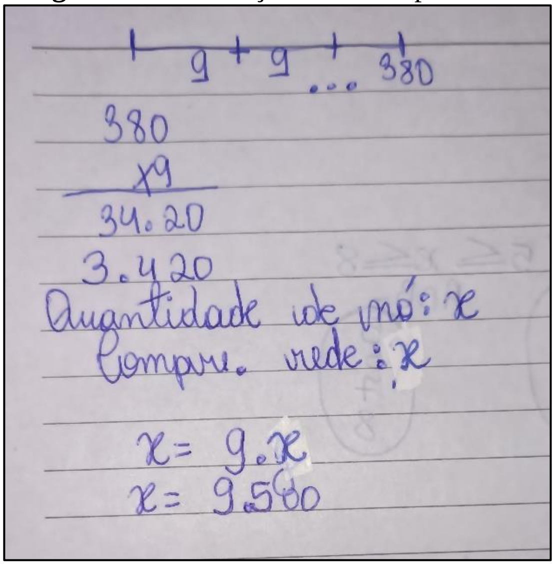
Fonte: Arquivo da pesquisa

É interessante perceber que, ao se tratar de nível de compreensão do conceito de função, esses alunos conseguiram abstrair a situação estabelecida de modo a representar simbolicamente, explicitando o que significa (ou o que representa) cada símbolo, os quais estão associadas as variáveis comprimento da distância dos nós e comprimento do lado dos quadriláteros que formam as malhas da rede.

Ao observar a respostas desses alunos (figura 18), foi possível perceber que, a priori, eles estavam tratando da relação entre a distância dos nós e comprimento da rede. Então, aproveitei esse erro aparente e explicitei que eles poderiam utilizar o comprimento da rede associado a algo relacionado aos nós. Como eles não conseguiram identificar, eu mencionei que havia uma quantidade finita de nós ao longo da linha. Com isso, o aluno Pedro sugeriu: "*Professor, então a gente pode verificar quantos nós contém no cabo da rede. E isso depende do comprimento do cabo e do tamanho da malha, por que se tem um certo tamanho lá, então vai ter um certo tanto de nó também, né?!*".

Nesse sentido, para melhor explicitar a situação mencionada pelo aluno Pedro eu questionei a respeito da quantidade de nós em uma rede que tivesse 380 metros de comprimento e que a malha fosse de 90 milímetros, como a rede construída pelo pescador apresentado no vídeo. Assim, Pedro e alguns colegas descreveram como mostrado na figura abaixo:

Figura 20 - Resolução realizada por Pedro



Fonte: Arquivo da pesquisa

Solicitei ao Pedro e sua equipe que explicassem como chegaram aquele resultado. O aluno explicou: "*Bom, a gente viu que cada espaço entre os nós é de 90 milímetros, mas a gente usou 9 centímetros... aí a gente viu que esse 9 ia se repetir até chegar em 380 metros, que é o comprimento da rede. Aí a gente viu que vai se repetir 380 vezes*".

Compreendo que essa situação pode ser refletida de várias maneiras, mas não irei me aprofundar tanto nessa análise. Entretanto, devo mencionar que esse caminho escolhido por esses alunos para solucionar a situação sugerida possibilitou muitas discussões com a turma toda. Levei os alunos a utilizarem o mesmo pensamento elaborado por Pedro e sua equipe, de modo a perceberem quantas vezes o valor 90 milímetros caberia dentro do valor 380 metros, o que mostrou a necessidade de igualar as unidades de medidas para melhorar os cálculos. Vale destacar que eles perceberam que se tratava de uma divisão, ou seja, que deveriam dividir o valor do comprimento da rede pelo valor do comprimento da malha.

Interessante ressaltar que depois dessas discussões, o aluno Pedro questionou: "*então toda vez que eu quiser saber quantos nós tem no cabo da rede, basta eu dividir pela malha, né?*". Esse questionamento levou a reflexão de um modelo matemático que pudesse representar essa situação.

Os alunos não conseguiram realizar a articulação de um modelo, mas sugeri a eles que uma forma de representar seria simulando a quantidade de nó pela letra y, o comprimento do cabo da rede pela letra a, e o comprimento da malha pela letra b. Nesse sentido, mostrei aos alunos que se tratava de uma função com três variáveis, de modo que essas variáveis dependiam entre si. Assim, mostrei que para determinar a quantidade de nó bastava dividir o comprimento da rede pelo valor do comprimento da malha (comprimento do lado do quadrado que forma a malha). Com isso, o modelo funcional alcançado foi $y = \frac{a}{b}$ ou ainda $f(a, b) = \frac{a}{b}$.

As discussões a partir dessas explicitações dão conta de que os alunos puderam compreender o motivo dessa representação, bem como, o significado de cada letra e símbolo apresentado na expressão analítica advinda de uma situação imaginada, mas baseada em situações reais.

Essa situação evidenciada em sala de aula, de modo a possibilitar aos alunos um ambiente de inferências e reflexões, a partir de narrativas de pessoas em suas práticas diárias do labor, revelam a proposta pedagógica da Etnomatemática, a qual "é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora" (D'Ambrosio, 2014, p. 45).

d) "*No cabo da parte de cima da rede a gente coloca boias de isopor. E pra afundar a parte de baixo a gente coloca pregos de quatro e meia polegadas nesse cabo de baixo da rede. Aí com os pregos e as boinhas a rede fica aberta na água. Cada boinha puxa 250 gramas pra cima. Esse cabo aí vai levar 100 kg de pregos. Essa peça de cabo tem 280 metros de comprimento. É para uma rede com 14 panos. Serão duas peças de cabo que vai ser colocado os pregos*"

Essa narrativa do pescador Carlos trouxe à baila inúmeros comentários por parte dos alunos. Observei que, enquanto essa cena estava ocorrendo, muitos alunos anotavam as informações repassadas pelo pescador, bem como comentavam entre com os colegas argumentos do tipo: "*aí nessa fala do Elias tem um bocado de coisa que depende de outras[...] diz pro professor pausar!*" (Fala da aluna Cláudia aos alunos Rafael e Pedro).

Um dos comentários de alguns alunos se referiam a respeito do equilíbrio que precisa existir para manter a rede aberta quando estive dentro do rio. O aluno Miguel destacou que, ao iniciar as atividades de pescador, não tinha noção dessa situação, e com isso, chegou a perder bastante peixe, pois suas primeiras redes não apresentavam esse equilíbrio.

Esse comentário possibilitou a discussão a respeito do conceito de equação, o qual perpassa também por um sistema de equilíbrio, de modo que usei como metáfora a abertura apropriada da rede, uma vez que essa abertura deveria ocorrer quando a quantidade de pregos e de boias estivessem em equilíbrio para não ir tanto para baixo e nem para cima.

Assim, as discussões possibilitaram mostrar as diferenças e semelhanças entre equações e funções, de modo que revisitamos as tarefas realizadas até então para vislumbrar que a função procura estabelecer relações gerais entre, pelo menos, duas grandezas variáveis, e a equação pode ser compreendida como um caso particular dessas relações, e com isso, também foi possível discutir sobre variáveis e incógnitas.

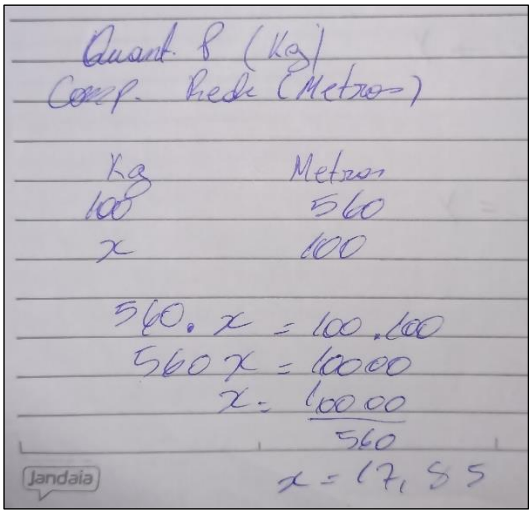
As discussões a respeito da narrativa do pescador Carlos também mostraram a percepção de muitos alunos sobre as relações entre algumas grandezas presentes na prática descrita pelo pescador. Por exemplo, a aluna Ana apontou uma relação de dependência entre a quantidade de boias e a quantidade de pregos utilizados na construção da rede para mantê-la em equilíbrio ao ser colocada no rio.

Essa colocação da aluna Ana promoveu um momento a mais de investigação dentro dos dados informados na própria narrativa do pescador, pois os alunos perceberam que na relação da quantidade de boias e a quantidade de pregos, também estava atrelada o comprimento da rede de malhas, pois, como disse o aluno Rafael: "*primeiro o cara tem que saber o tamanho da rede que ele vai querer, pra depois saber quanto de prego e quanto de boia vai levar, né professor?!*"

Nesse sentido, alguns alunos mencionaram que seria parecido com a situação que foi evidenciada na narrativa anterior, em que se tratava de uma relação entre três variáveis, mas que não iriam conseguir fazer, mesmo entendendo o que havia ocorrido na relação. Desse modo, passaram e verificar a relação entre a quantidade de pregos e o comprimento da rede, uma vez que essa informação também foi explicitada pelo pescador.

Foi interessante perceber que o aluno Miguel utilizou a técnica da regra de três simples para determinar a quantidade de pregos necessárias (dadas em quilogramas) para uma rede de malhas com 100 metros de comprimento, de modo que foi o próprio aluno que determinou esse comprimento de rede. O registro escrito do aluno está apresentado na figura a seguir:

Figura 21 - Resolução do aluno Miguel



Fonte: Arquivo da pesquisa

Vale ressaltar que o aluno Miguel solicitava a minha ajuda para lembrar como realizava o cálculo utilizando a técnica da regra de três simples, mas foi evidente a sua autonomia e sua capacidade para desenvolver as ideias necessária para articular o passo a passo do cálculo e chegar a uma resposta válida para a situação proposta.

Ao compartilhar com a turma a situação desenvolvida e solucionada por Miguel questionei se os alunos conseguiriam determinar qual variável era considerada dependente e qual variável era independente. Assim, após algumas inferências os alunos perceberam essas diferenças, de modo que a aluna Marcela destacou: "*acho que o tanto de prego depende do comprimento da rede... por que se eu fosse encomendar uma rede eu ia pedir pelo tamanho dela e não por quantos quilos de pregos tem...e tem lugar que nem é prego que usa, usa outras coisas pra afundar*".

Os demais alunos concordaram com a aluna Marcela, e continuei a questionar aos alunos, de modo a levá-los a perceber a existência de uma regra que associasse a quantidade de pregos dependendo do comprimento da rede de malhas. Então solicitei que os alunos utilizassem a técnica da regra de três simples, evidenciada pelo aluno Miguel, para determinar a quantidade de pregos para uma rede de 1 metro de comprimento. Assim, ao realizarem os cálculos, e com o auxílio da calculadora chegaram ao resultado aproximado de 0,178 quilogramas de pregos, o que significava 178 gramas, como os próprios alunos mencionaram.

Dessa maneira, realizei alguns questionamentos a respeito da quantidade de pregos para comprimentos específicos de rede de malhas, com o objetivo de levar os alunos a perceberem a existência de uma regra que associasse a quantidade de pregos dependendo do comprimento da rede. Esses questionamentos foram válidos, pois, como mencionou o aluno Pedro: "*eu acho* *que basta multiplicar o comprimento da rede de malha pelo valor de 0,178 que foi achado pra 1 metro*".

Essa argumentação do aluno Pedro possibilitou a discussão a respeito das representações de relações funcionais, pois a forma como o aluno destacou percebemos a representação metafórica (Santos e Barbosa, 2017) de uma função, a qual pode ser vislumbrada em uma situação em que apresenta os elementos constituintes para ser considerada uma relação funcional.

Ainda nessa perspectiva de representação de relações funcionais, solicitei que os alunos escrevessem um modelo de expressão analítica que pudesse representar a função destacada no argumento do aluno Pedro. Dois alunos se juntaram ao aluno Pedro e passaram a realizar tentativas de modelos, até que chegaram a um modelo que descrevia a situação. Esse modelo foi da forma $P = 0{,}178 \times M$ em que P representava a quantidade de pregos e M o comprimento da rede de malhas.

Ao compartilhar com o restante da turma o modelo de representação elaborado pelo grupo de alunos exploramos os significados dos símbolos presentes e realizamos testes para diferentes valores, inclusive para os valores mencionados pelo pescador no vídeo. Mostrei aos alunos que na maioria dos livros didáticos essas representações analíticas (ou algébricas) de relações funcionais sempre apresentam a letras f, x e y. Com isso, mostrei que a mesma expressão poderia ser substituída por $y = 0{,}178x$ ou ainda $f(x) = 0{,}178x$, evidenciando o significado de cada letra.

Novamente menciono a possibilidade de discutir, explorar e debater conceitos matemáticos a partir de práticas conhecidas e realizadas pelos alunos da Educação de Jovens e Adultos, promovendo a participação propositiva dos alunos, os quais passaram a querer participar da aula, uma vez que tratava de questões ligadas às suas próprias vivências, mostrando elementos da matemática escolar entrelaçados às técnicas matemáticas realizadas por pessoas em seus afazeres diários.

Ao vislumbrarem a narrativa do pescador Elias, sobre as técnicas utilizadas para chegar ao melhor comprimento de malha para a captura da maior quantidade de peixes, levando em consideração a fiscalização oficial, os alunos apontaram que naquela prática também existiam relações entre variáveis.

Entretanto, fomos interrompidos pelo tempo de aula, o qual havia chegado ao fim. Nesse sentido, reiterei aos alunos que na aula seguinte eu iria levar algumas tarefas para eles solucionarem, de modo que tais tarefas estariam relacionadas com as abordagens que eles mesmos promoveram na sala de aula, inclusive essa última percepção que tiveram a respeito da narrativa do pescador Elias.

4º dia de aplicação: resolução de tarefas relacionadas às narrativas dos pescadores

As tarefas elaboradas para serem exploradas neste último dia de aplicação da pesquisa de campo se deram a partir das discussões desenvolvidas no terceiro dia de aplicação da pesquisa, em que os alunos assistiram às entrevistas dos pescadores disponíveis no vídeo exibido em sala de aula.

Nesse sentido, elaborei seis tarefas para serem trabalhadas com os alunos e explorar o conceito de função, de modo que as tarefas elaboradas procuravam desenvolver os níveis de compreensão do conceito de função, os quais são apontados por Bergeron e Herscovics (1982) como compreensão intuitiva; matematização inicial; abstração; e formalização.

Para melhor promover o debate entre os alunos foram formados dois grupos com 5 alunos e dois grupos com 6 alunos, pois nesse dia compareceram 22 alunos da turma. Vale ressaltar que, todos esses alunos estiveram presentes nos demais dias de aplicação desta pesquisa de campo.

Nesse sentido, para melhor discutir essas ações ocorridas em sala de aula neste quarto dia de aplicação da pesquisa de campo, os tópicos a seguir estarão intitulados pelo nível de compreensão do conceito de função mais explícito na tarefa elaborada, de modo que o conteúdo desses tópicos serão as discussões a respeito dos resultados obtidos a partir da resolução dessas tarefas.

a) *Compreensão intuitiva*

As tarefas exploradas para esse nível de compreensão de função estão descritas no quadro a seguir:

Quadro 13 - Tarefas para desenvolver o nível compreensão intuitiva

1ª) Analise o trecho da conversa realizada com seu Antônio (pescador artesanal da cidade de Gurupá) a respeito da confecção da rede de malha para captura do peixe Dourada. Em seguida responda aos itens: “Dependendo do tamanho da malha a gente pega um tamanho de peixe. Se a malha é menor, pega Dourada menor, Filhote menor, Sarda menor, ... E se a malha é maior, pega Dourada maior, ... Essa malha aqui é tamanho 90 milímetros. O cabo pra amarrar é o 10 e o fio da malha é o 36”. a) Quais as variáveis você consegue identificar nesse trecho da conversa? b) Dentre as variáveis que você identificou quais possuem relações entre si? c) Dessas variáveis que se relacionam quais são as variáveis dependentes e quais são as variáveis independentes? 2ª) A respeito de outro trecho da conversa com seu Antônio a respeito da fabricação da rede de malha para captura do peixe Dourada, responda aos itens seguintes:

“Essa rede que tô fazendo é malha 90. Ela tem 380 braças de comprimento e 6 metros de altura. Eu levo uma base de quatro dias pra aprontar uma rede dessas”. a) Você consegue identificar alguma relação de dependência entre variáveis nessa ação de seu Antônio? Se sim, qual(is) seria(m) essa (s) relação(ões)? b) Como você representaria a relação que você identificou no item anterior? c) Suponha que alguém encomende uma rede com malha 90 mm e com 6 metros de altura, mas com comprimento medindo 500 braças. Se seu Antônio manter o ritmo de trabalho, em quantos dias, no mínimo, ele entregaria essa rede? E se a rede fosse de 150 braças, em quantos dias concluiria o serviço?

Fonte: Elaborado pelos autores

Atribui um tempo limite de 10 minutos para a resolução dessa tarefa, de modo que ao final desse tempo pedi para que os alunos manifestassem as respostas que deram para os itens propostos em cada tarefa.

Assim, para a primeira questão, os grupos formados pelos alunos não demonstraram dificuldades em responder, de modo que para o item a) apontaram como variáveis “tamanho da malha”, “tamanho do peixe”, “cabo para amarrar” e “fio da malha”.

Para o item b) da primeira questão os grupos concordaram que as variáveis que possuíam relações entre si seriam o “tamanho da malha” e o “tamanho do peixe”, de modo que complementaram respondendo de imediato ao item c), pois mencionaram que a variável “tamanho do peixe” dependeria da variável “tamanho da malha”, o que resulta em tamanho do peixe sendo a variável dependente e o tamanho da malha sendo a variável independente.

No que se refere a segunda questão, os alunos relembraram que já tinham feito algo parecido na aula anterior, com isso, perceberam que, no que se refere ao item a), havia a relação entre a quantidade de dias e o comprimento da rede de malhas que se deseja fazer.

Para o item b) dessa segunda questão os alunos representaram a relação por meio de texto, ou metaforicamente (Santos; Barbosa, 2017), de modo que explicitaram que “*o tempo para construir a rede de malha dependeria do comprimento dessa rede, sendo que por dia é feito 95 braças de comprimento*”, resposta do grupo do aluno Pedro.

Interessante perceber que, mesmo que os alunos ainda não apresentassem a representação por meio de símbolos matemáticos, configurando-se como uma expressão analítica, mas conseguiram representar por meio de um texto escrito, reverberando a compreensão da relação funcional contida naquela narrativa do pescador.

Nesse sentido, para o item c) da segunda questão os alunos articulavam seus cálculos de acordo com a representação descrita no item b), de modo que procediam a soma de repetidas parcelas de 95 que representavam o comprimento da rede de malhas (dados em braças) produzidos em 1 dia de trabalho.

O grupo da aluna Marcela inferiu da seguinte maneira: "*se pra fazer 380 braças ele gasta 4 dias, então se eu somar mais 95 vai dar 475 braças, que é perto de 500...então dá uns 5 dias e meio pra inteirar as 500 braças, né?!*".

Essas técnicas de resolução apresentadas pelos alunos mostram que possuem estratégias matemáticas para solucionar diversas situações, de modo que, muitas dessas estratégias são advindas das suas experiências laborais e de situações vivenciadas em suas vidas, evidenciando a importância de o trabalho docente propiciar a explicitação desses saberes trazidos por esses alunos, em especial da Educação de Jovens e Adultos.

Aproveitei a situação para propiciar o debate acerca da seguinte situação: e se fossem mais braças de comprimento? Será que vale a pena ficar somando 95? Há uma forma mais rápida de fazer? Com isso, a partir das somas das parcelas de 95 realizadas pelos alunos, promovi com que eles chegassem à conclusão que bastava verificar quantas vezes o valor 95 caberia na quantidade de braças requerida para construção da rede, ou seja, "*o tempo de construção vai ser o tamanho da rede dividido por 95*", afirmou o aluno Pedro após essas análises.

Essas ocorrências mostraram e possibilitaram a compreensão das técnicas matemáticas presentes na ação do pescador narrada na tarefa, de modo que levaram os alunos a refletirem a respeito de elementos inerentes ao conceito de função, como é o caso das variáveis e da representação de uma relação funcional.

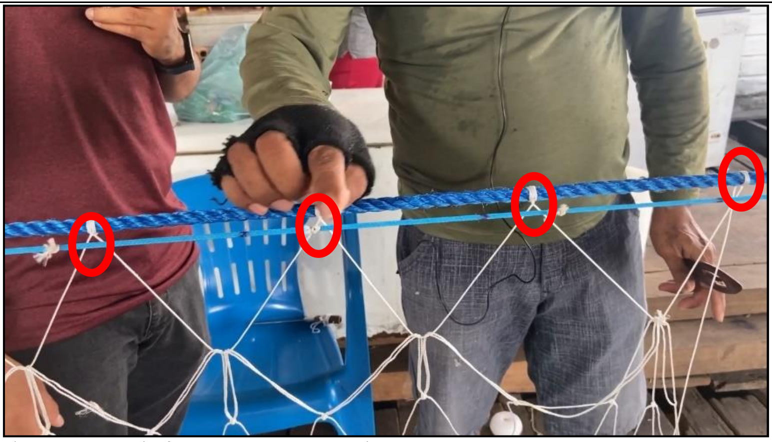
Nesse sentido, as ações realizadas mostram também que os alunos puderam desenvolver o nível de compreensão intuitiva do conceito de função, de modo que, demonstraram por meio de suas reflexões e respostas aos itens das tarefas que compreenderam como essas relações estavam constituídas.

b) Matematização inicial

Na busca para desenvolver o nível de compreensão de função denominado de matematização inicial (Bergeron e Herscovics, 1982) nos alunos participantes desse último dia de aplicação da pesquisa de campo, elaborei as tarefas descritas no quadro a seguir, as quais foram baseadas nas narrativas dos pescadores apontados pelos próprios alunos na aula anterior, como já mencionado anteriormente:

Quadro 14 - Tarefas para desenvolver o nível Matematização Inicial

3ª) De acordo com seu Antônio, os nós que são dados no cabo (o qual ele também chama de fio químico) – destacados em vermelho na imagem abaixo - respeitam o mesmo espaçamento da malha, ou seja, se a malha é de 90 milímetros, então o espaçamento entre esses nós também será de 90 milímetros.



Com base nessas informações, responda:

a) A partir das informações dadas por seu Antônio, quais seriam as variáveis presentes nessa situação?
b) Nas condições descritas por seu Antônio, quantos nós teriam em uma rede de 130 metros?
c) Considerando as informações dadas por seu Antônio, se a malha possuir tamanho 55 milímetros, então quantos nós, ao máximo, teriam em uma rede de 80 metros?
d) Utilizando uma rede com malha medindo 90 milímetros, e comprimento medindo 100 metros, como calcular a quantidade de nós? Represente a maneira que você chegou nesse resultado.
e) Como representar graficamente a relação quantidade de nós e tamanho da rede?

Fonte: Elaborado pelos autores

Novamente foi dado um tempo limite de 10 minutos para que os alunos pudessem registrar suas respostas, e após esse tempo, solicitei que comentassem as respostas que suscitaram de maneira que dialogávamos a respeito.

Para o item a) as respostas dos alunos convergiam para destacar que as variáveis presentes nesse trecho da narrativa do pescador Antônio se tratavam das dimensões das malhas e do espaçamento entre os nós. Destaco a resposta do grupo de Marcela, a qual destacou que: "*Professor, a gente viu duas variáveis só aí... uma é o tamanho da malha e a outra é o tamanho que fica de um nó para o outro... a gente acha que essas coisas são variáveis, porque elas podem variar de tamanho*".

Percebe-se, a partir da fala em destaque, que o grupo de Marcela julgou de maneira correta as variáveis presentes na narrativa do pescador, de modo que a aluna explicitou um significado atribuído para o termo variável, apontado como algo que pode variar de tamanho, como bem disse a aluna.

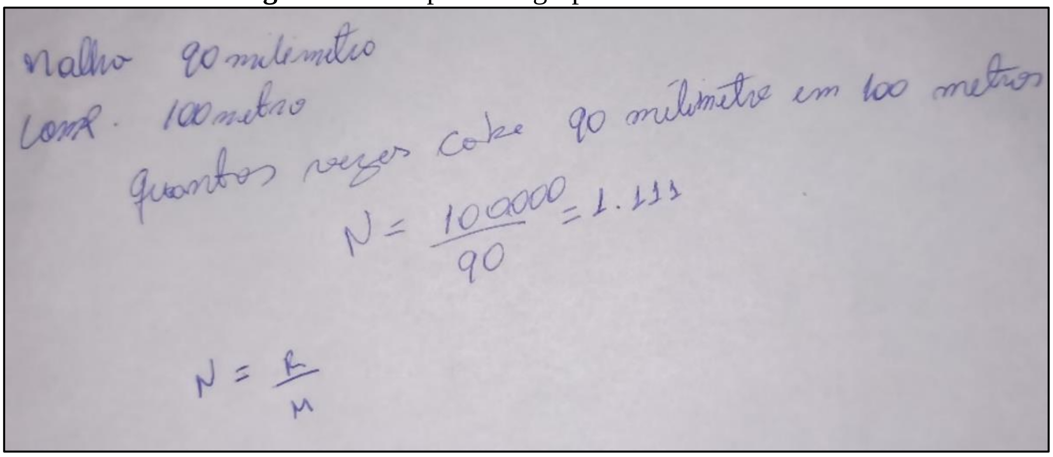
Para o item b) o grupo do aluno Pedro foi levado a um erro que já tinha sido recorrente na aula anterior, pois o aluno mencionou que para determinar a quantidade de nós presentes em uma rede com 130 metros de comprimento bastava dividir o valor 130 por 90 que daria o resultado esperado. Nesse sentido, voltei a discutir a necessidade de se atentar para a unidade de medidas, as quais deveriam ser equivalentes para proceder corretamente com a operação. E essa necessidade de tornar as medidas na mesma unidade foi bem visível, pois o resultado da divisão realizada pelos alunos foi igual a pouco mais de 1, assim, eu os questionei se esse valor representava de fato a quantidade de nós, de modo que os alunos vislumbraram que se tratava de um valor equivocado.

Assim, com o auxílio da calculadora os alunos refizeram suas respostas de modo a determinar o valor correto, implicando também na resolução do item c), na qual os alunos perceberam que deveriam verificar "q*uantas vezes os 55 milímetros cabe dentro de 80 metros*", como destacou a aluna Maria.

Novamente, volto a destacar a importância da presença do professor para conduzir as ações em sala de aula, promovendo a aprendizagem por meio de questões levantadas e investigadas pelos alunos, os quais participam da construção do próprio conhecimento.

Para o item d) notei que os alunos perceberam a regra que determinava a quantidade de nós em uma rede. Essa constatação pode ser observada na fala do aluno Matheus: "*pra saber a quantidade de nó é só dividir o comprimento da rede pelo tamanho da malha... mas tem que deixar o tamanho da rede em milímetros também, né professor?!*". Solicitei que os alunos representassem essa relação por meio de algum símbolo que a resumisse. Assim, a resposta do grupo do aluno Matheus está destacada na figura a seguir:

Figura 22 - Resposta do grupo do aluno Matheus



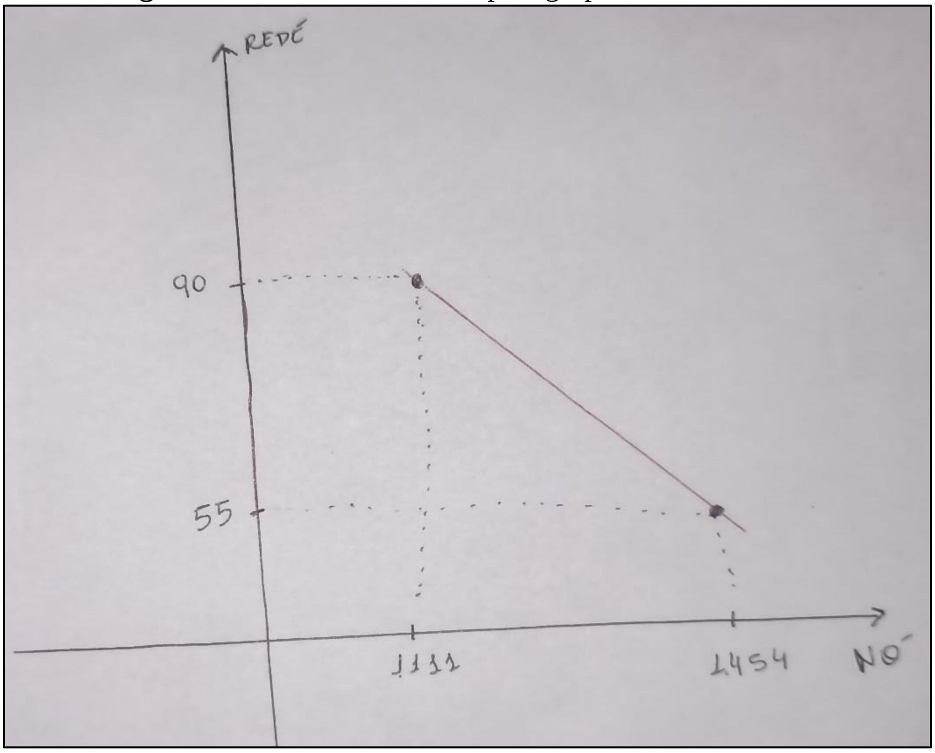
Fonte: Arquivo da pesquisa

Entre outros aspectos, é interessante perceber que os alunos conseguiram representar a relação funcional por meio de um texto escrito (ou metaforicamente) e ainda, por meio de uma escrita matemática, em que utilizaram as letras N, R e M para representar as variáveis $quantidade\ de\ nós$, $comprimento\ da\ rede$ e $dimensões\ das\ malhas$, respectivamente.

Nesse sentido, essas ações mostram que os alunos conseguiram desenvolver o nível de compreensão matematização inicial, pois visualizaram as várias formas como esse conceito pode estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar deles, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

Entretanto, para a resposta ao item d) apenas dois grupos conseguiram determinar uma representação gráfica para a relação descrita no item. Porém, os dois grupos de alunos não posicionaram corretamente as variáveis nos eixos dos gráficos, o que mostrou suas dificuldades de compreender a posição da variável dependente na representação gráfica da relação funcional. Esse fato pode ser observado na resposta do grupo da aluna Marcela descrita na figura a seguir:

Figura 23 - Gráfico construído pelo grupo da aluna Marcela



Fonte: Arquivo da pesquisa

Essa resposta dada pelos alunos proporcionou a oportunidade de explorar a respeito da posição em que se representam as variáveis no plano cartesiano para construir o gráfico da função, situação que ainda não tinha sido discutida e que eu não havia me atentado para isso. Nesse sentido, levei os alunos a refletirem a partir da interpretação do gráfico, de modo que realizei questionamentos do tipo: o que aconteceria com o gráfico se aumentar o comprimento da rede? O que o gráfico "diz" se caso diminuir o comprimento da rede?

Assim, os alunos perceberam que de fato o gráfico que eles construíram não levava a interpretação da relação funcional estabelecida, necessitando de reajuste, o que os levou a compreensão de que a variável dependente estaria no eixo vertical do plano do plano cartesiano, e com isso, construíram outro gráfico que melhor interpretava a relação funcional destacada.

Portanto, a partir da exploração dessa tarefa elaborada por meio da narrativa do pescador, foi possível criar um espaço para o debate de ideias e construir o conhecimento inerente ao conceito de função, mostrando que os alunos desenvolveram o nível de compreensão do conceito de função denominado por Bergeron e Herscovics (1982) como matematização inicial.

c) *Abstração e formalização*

Para o desenvolvimento dos níveis de compreensão de função denominados abstração e formalização (Bergeron; Herscovics, 1982), elaborei as tarefas descritas no quadro a seguir:

Quadro 15 - Tarefas para desenvolvimento dos níveis de compreensão de função: abstração e formalização

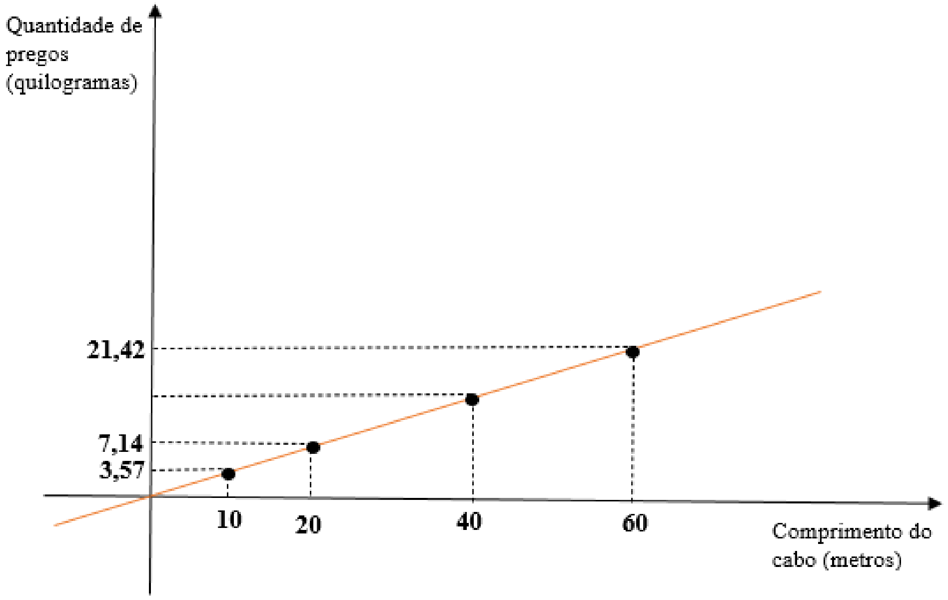
4ª) De acordo com seu Elias (pescador artesanal de Gurupá), para a produção da rede de malha, entre outros itens, é necessário a utilização de dois cabos – um superior e um inferior - com espessuras maior do que o fio que se tece o pano da rede. Para o cabo superior é adicionado boias de isopor para flutuação da rede sobre a água, e no cabo inferior é adicionado algum peso para a submersão parcial da rede, para que ela possa ficar aberta dentro da água. Essa ação é relatada pelo pescador no trecho:
"No cabo da parte de cima da rede a gente coloca boias de isopor (para esta rede que tô fazendo é a boia número 3). E pra afundar a parte de baixo a gente coloca pregos de quatro e meia polegadas (sem a cabeça) nesse cabo de baixo da rede. Aí com os pregos e as boinhas a rede fica aberta na água. Cada boinha puxa 250 gramas pra cima. Esse cabo aí vai levar 100 kg de pregos. Essa peça de cabo tem 280 metros de comprimento. É para uma rede com 14 panos. Serão duas peças de cabo que vai ser colocado os pregos".

Boias usadas no cabo superior da rede

Inserção de pregos no cabo inferior da rede

De posse dessas ações, responda:

a) Você consegue identificar variáveis e suas relações nessa situação apresentada no trecho da conversa com seu Elias? Caso consiga descreva-as.
b) Como você representaria as relações identificadas no item anterior?
c) Você consegue representar alguma dessas relações por meio de uma expressão matemática? Caso sim, qual seria essa expressão?
d) Analise o gráfico que representa a relação entre o comprimento do cabo (em metros) e a quantidade de pregos (em quilogramas) descrito a seguir e responda:



- Qual a quantidade de pregos correspondente para 40 metros de cabo?
- Você consegue identificar qual a expressão matemática que também representa essa relação contida no gráfico? Se sim, qual é essa expressão? Como você determinou essa expressão?
- Qual seria o conjunto domínio, contradomínio e imagem da função apresentada no gráfico?

5ª) Analise o trecho da conversa com seu Edvaldo (pescador artesanal da cidade de Gurupá-Pa) e em seguida responda aos itens:

"[...]bom, para pegar a Dourada a gente usa a malha 9, porque é a malha que pega os peixe do tamanho certo...se pegar muito miúdo a gente é embarcado pelas autoridades, então tem que ser o peixe do tamanho correto. Pra chegar nesse tamanho de malha, a gente testou quatro redes quase com o mesmo comprimento no nosso pesqueiro: uma com malha 3, outra com malha 5, outra com malha 9 e outra com malha 10. Aí a malhadeira com malha 3 pegava uns 15 peixes; a com malha 5, uns 25 peixes; a com malha 9 chegava pegar 30; e a com malha 10 uns 20 peixes. Mas dessas umas só a com malha 9 que pegava os peixes que a fiscalização autorizava".

a) Você identifica variáveis que se relacionam nessa situação apresentada pelo pescador? Se sim, quais são essas variáveis e qual a relação entre elas? Qual a variável dependente e independente?
b) Você consegue representar essa situação em forma de tabela? Se sim, faça a representação.
c) Você consegue representar essa situação em forma de gráfico? Se sim, faça essa representação e identifique se essa relação é uma função. Caso seja uma função evidencie o conjunto domínio e imagem.

6ª) A partir das situações analisadas nos diálogos dos pescadores e com base nos seus conhecimentos sobre pesca, elabore uma situação em que seja evidenciado relações funcionais, identificando as variáveis dependente e independente, o domínio e imagem. Também represente a situação em forma de tabela, gráfico ou expressão analítica.

Fonte: Elaborado pelos autores

Para a resolução das tarefas apresentadas no quadro acima (quadro 15) o tempo atribuído para a resolução foi de 5 minutos, pois as tarefas requereriam maior atenção e análise para a construção de suas soluções.

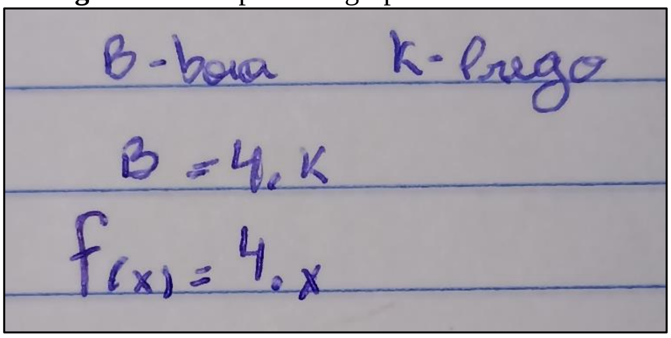
No que se refere a questão número quatro, notadamente os alunos apresentaram expertises para a produção das soluções, realizando-as sem muitas dúvidas, haja vista que as tarefas anteriores contribuíram para o desenvolvimento de suas estratégias resolutivas.

Nesse sentido, para efeito de exemplificação do ocorrido, o grupo encabeçado pelo aluno Paulo destacou as variáveis e suas relações contidas na narrativa apresentada pelo pescador, de acordo com o grupo de alunos: "*as variáveis são: o cabo, as boias e os pregos*". No mesmo aspecto, o grupo do aluno Pedro foi mais específico para a resposta desse item a) da questão quatro, de modo a mencionar: "*a quantidade de boias, a quantidade de quilos de pregos, o comprimento dos cabos*".

Para o item b) da quarta questão os grupos de alunos representaram as relações identificadas por meio de texto escrito (metaforicamente). Por exemplo, "*a quantidade de boias depende da quantidade de pregos*" apontado pelo grupo do aluno Pedro; ou ainda "*a quantidade de pregos depende do tamanho do cabo da rede*" explicitado pelo grupo do aluno Paulo.

No que se refere ao item c) da quarta questão, apenas o grupo do aluno Pedro e da aluna Marcela apresentaram resposta. De maneira particular, ressalta-se a resposta do grupo da aluna Marcela, pois esses alunos explicitaram em termos de uma expressão analítica análogo às que comumente são representadas as relações funcionais. Esses alunos estabeleceram a relação entre a quantidade de boias dependendo da quantidade de pregos. Podemos constatar esse fato ao analisar a resposta desses alunos apresentadas na figura a seguir:

Figura 24 - Resposta do grupo da aluna Marcela



Fonte: Arquivo da pesquisa

Questionei a respeito da maneira como esses alunos determinaram essa representação, de modo que apontassem cada um desses elementos da representação e seus significados, bem como a maneira como chegaram a esse valor 4 apresentado na expressão. A aluna Marcela respondeu: "*esse quatro é porque pra cada quilo de prego é usado 4 boias*". Eu interrompi questionando a maneira que chegaram a esse valor, e a aluna continuou: "*é porque cada boia puxa 250 gramas, né?! Aí pra dar 1 quilo é 4 vezes 250 gramas. Por isso é 4 boias pra cada quilo... aí o B é a quantidade de boias e o k é o quilo de prego..., mas aí a gente colocou com esse símbolo do 'f' e do 'x' que o senhor ensinou pra gente*".

De maneira particular, esse relato apresentado pela aluna demostra a abstração dos elementos funcionais relativos às variáveis dependentes e independentes, bem como, a própria relação funcional entre essas vaiáveis. Para além disso, também é possível perceber o desenvolvimento da formalização matemática explicitada pelo grupo de alunos, mostrando os símbolos e seus respectivos significados para representar a relação funcional contemplada.

Também é importante mencionar, dentre outras interpretações que se possa fazer desse resultado alcançado por esta pesquisa, a maneira como os alunos - do grupo da aluna Marcela - chegaram ao resultado da proporção de 4 boias para 1 quilo de prego, pois foi por meio de composição a partir de adições de valores, o que mostra as diferentes técnicas operatórias dispostas pelos alunos.

No que se refere ao item d) da quarta questão, os alunos ainda demonstraram algumas dificuldades em apresentar uma expressão analítica que representasse a relação apresentada no gráfico. Entretanto, eles conseguiram determinar a quantidade de pregos para um cabo de 40 metros (pergunta do primeiro ponto do item), de modo que fizeram isso "*somando* $3{,}57 + 3{,}57 + 3{,}57 + 3{,}57$" como afirmou a aluna Marcela; ou ainda "*fazendo 4 vezes 3,57... já que para 10 é 3,57, então pra 40 é 4 vezes 3,57*" destacado pelo aluno Pedro.

Ao responderem sobre o domínio, contradomínio e imagem a dificuldade ainda estava em perceber os valores que não estavam explícitos no gráfico, pois os alunos mencionaram que o domínio seria somente os valores 10, 20, 40 e 60; e da mesma forma a imagem seria $3{,}57$, $7{,}14$ e $21{,}42$.

Nesse sentido, foi possível discutir a respeito dessa temática acerca do domínio e imagem de função, na qual levei os alunos a perceberem que mesmo os valores não estando de maneira explícita poderíamos destacá-los, como foi o caso do valor correspondente (elemento da imagem) para o valor 40 (elemento do domínio).

Um fato interessante que também possibilitou as discussões e as possíveis compreensões a respeito do tema se deu a partir de um questionamento do aluno Matheus, o qual destacou: "*Mas professor, então vai ter como construir uma rede bem grande? Porque aí nesse caso que o senhor disse eu poderia colocar um valor de comprimento bem alto, tipo uns 2 milhões de comprimento... será que dá pra fazer uma rede dessas?!*".

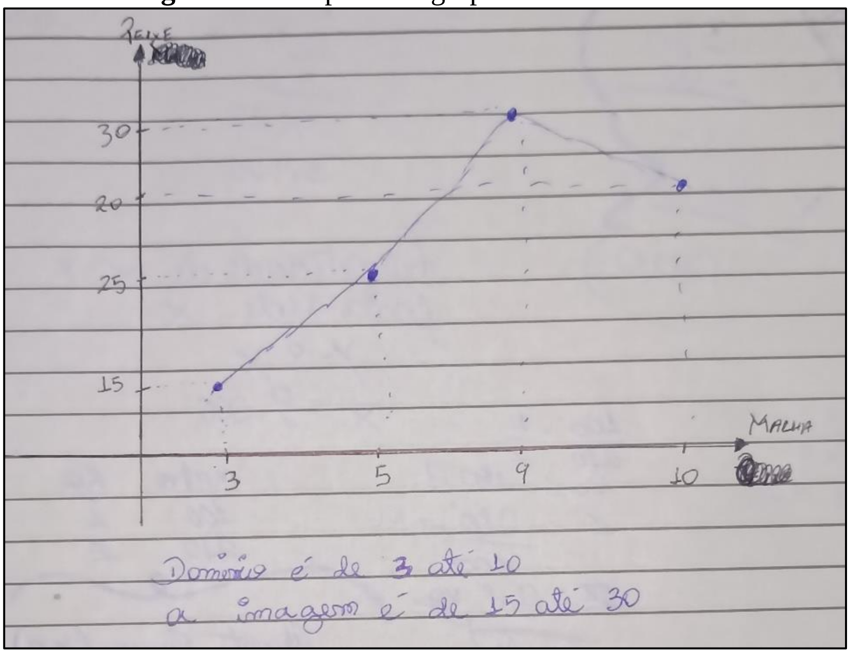
Essa indagação do aluno Matheus tornou possível explorar a respeito dos intervalos que possam ser considerados em uma relação funcional, pois eu evidenciei que, em uma situação real, o comprimento da rede importa no sentido de que, no contexto dos pescadores seria inviável a construção de uma rede de malhas com comprimento de dois milhões de metros como sugerido pelo aluno.

Também foi possível evidenciar nesse gráfico expresso nesse item da questão quatro que, ao analisarmos o gráfico, poderíamos perceber que ele apresentaria valores negativos, o que seria impossível do ponto de vista da construção de rede de malhas. Ou seja, foi preciso estabelecer os intervalos e a partir daí discutir a respeito dos elementos domínio, contradomínio e imagem de uma função.

A título de exemplificação, no momento em que foi estabelecido o intervalo do domínio, o qual ficou compreendido pelos alunos que seria referente ao comprimento da rede de malhas, esses alunos perceberam a diferença entre o contradomínio e imagem, pois "*alguns valores da reta em pé ficaram sem ninguém... tipo o 2 milhões*" observou a aluna Juliana.

Assim, essas discussões refletiram na 5ª questão, pois além de explorar os conceitos de variáveis dependente e independente, bem como as relações entre essas variáveis e a representação por meio de tabelas e gráficos, também foi possibilitado explicitar sobre domínio e imagem de funções. Para destacar, a figura a seguir apresenta uma resposta dada pelo grupo da aluna Benedita:

Figura 25 - Resposta do grupo da aluna Benedita



Fonte: Arquivo da pesquisa

É importante destacar que as dificuldades na compreensão acerca do domínio e imagem de funções se trata de algo ainda persistente em muitas turmas do ensino médio, pois eu presencio esse fato em todas as turmas que abordo esses tópicos. Nesse sentido, explorar esses conceitos matemáticos por meio de situações advindas da realidade, bem como das narrativas dos pescadores, mostrou-se como uma estratégia acertada que contribuiu para a compreensão acerca desses elementos pertencentes ao conceito de função.

Para a questão 6 não foi possível estabelecer as discussões, pois o tempo concedido para o dia de aplicação se esgotou. Assim, solicitei que os alunos a realizassem como atividade extraclasse. No entanto, refleti que essa não seria uma estratégia muito bem acertada para o público da Educação de Jovens e Adultos, pois são alunos que, em sua maioria, exercem atividades laborais ou compromissos de casa, impossibilitando-os de se reunirem para a realização dessas atividades extraescolares.

Embora não tenha dado tempo em discutir a respeito dessa questão número 6, as demais questões exploradas em sala de aula possibilitaram o desenvolvimento de ações numa perspectiva de didatização do objeto de conhecimento função a partir de narrativas de pescadores artesanais sobre a construção e manipulação de suas redes de pesca.

Assim, numa tentativa de explicitar as potencialidades evidenciadas a partir das ações em sala de aula advindas da pesquisa aqui tratada, elaborei três eixos emergentes que refletem e reúnem essas contribuições do percurso Etnomatemático encaminhado, bem como da utilização dos pressupostos da Etnomatemática como caminho metodológico explorados em sala de aula. Esses eixos gerais que emergiram a partir das ações realizadas em sala de aula são: o processo investigativo; explicitação da importância das ações (ou intervenções) do professor em sala de aula; o desenvolvimento dos níveis de compreensão do conceito de função; e a valorização e entrelaçamento dos saberes. O subcapítulo a seguir, denominado “Eixos emergentes da pesquisa” apresenta as discussões desses eixos.

7.3 Eixos emergentes da pesquisa

Para esse subcapítulo me debrucei sobre as ações realizadas em sala de aula na busca de responder a indagação norteadora desta pesquisa, a qual se dá em “que potencialidades são evidenciadas da utilização das narrativas de pescadores na perspectiva da Etnomatemática para contribuir com os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função na 1ª etapa do ensino médio da EJA?”. Nesse sentido, os tópicos a seguir destacam contribuições acerca dessas ações. Vale mencionar que podem existir outras contribuições que passaram despercebidas ou que não foram possíveis de serem aqui explicitadas, o que remete a natureza inacabada da pesquisa científica, a qual é passível de atualização(ões).

a) O processo investigativo

É válido destacar que as ações realizadas na turma com os alunos da primeira etapa do Ensino Médio da EJA propiciaram diversos debates e discussões entre os alunos, bem como entre eles e eu, para a solução das tarefas propostas e mesmo para comentário a respeito do que esses alunos estavam assistindo no vídeo que tratava sobre as narrativas dos pescadores artesanais.

Assim, foi perceptível o desencadeamento de um processo de investigação que levou esses alunos às tentativas de resolução das tarefas, mesmo que no meio dessas tentativas fossem vislumbrados os possíveis erros, os quais foram tratados com a devida atenção para que se tornasse degrau de aprendizagem.

De acordo com Ponte (2003, p. 21) "a investigação requer uma racionalidade muito diferente da simples opinião. Pressupõe, da parte de quem a realiza, um esforço de clareza nos conceitos, nos raciocínios e nos procedimentos", e isso foi observado nas discussões emergidas durante a aplicação desta pesquisa, em especial a partir da exploração na sala de aula das narrativas dos pescadores sobres suas atividades com as redes de malhas, pois os alunos não atribuíam uma simples opinião, mas atrelavam seus comentários com inferências reais por experiências próprias já vividas ou com base nas próprias narrativas dos pescadores.

Vale ressaltar, que em toda a exploração realizada em sala de aula das narrativas dos pescadores, os alunos se mostraram interessados em participar, seja com seus comentários a respeito de como eles mesmos manipulam as redes de malhas, ou com a identificação das relações funcionais presentes nas ações dos pescadores, ou ainda nas resoluções das tarefas propostas no último dia de aplicação desta pesquisa.

Esse fato reverbera a necessidade das ações docentes oportunizarem momentos para desenvolver e/ou potencializar as habilidades investigativas dos alunos, pois concorda-se que "as actividades investigativas constituem uma oportunidade de promover, junto dos alunos, processos matemáticos característicos amiúde esquecidos no processo de ensino-aprendizagem" (Cunha, Oliveira e Ponte, 1995, p. 1).

Ainda nessa perspectiva, é válido dizer que o processo investigativo vislumbrado nas ações desta pesquisa no âmbito da sala de aula se deu em decorrência, também, do desenvolvimento das atividades matemáticas nos alunos participantes, os quais puderam agir de maneira a formular questões, sugerir encaminhamentos, perceber aproximações com a matemática do currículo escolar, enfim, o desenvolvimento de ações matemáticas em sala de aula, como destaca Cunha, Oliveira e Ponte (1995, p. 12) "é pertinente considerar que a actividade matemática de qualquer aluno poderá englobar: identificar questões, formular, testar e provar conjecturas, argumentar, reflectir e avaliar".

Assim, é possível inferir que as ações realizadas em sala de aula, em especial no ato de se debruçar sobre as narrativas de pescadores sobre a construção e manipulação das redes de malhas para explorar o conceito de função mostrou-se como uma estratégia com potencial para contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem desse objeto de conhecimento, bem como para o desenvolvimento das habilidades investigativas dos alunos.

b) Explicitação da importância das ações (ou/e intervenções) do professor em sala de aula

Muito se tem discutido a respeito do papel do professor diante do processo de ensino e aprendizagem, bem como a interação desse profissional com os alunos e com o saber em jogo, reverberando a importância da condução realizada pelo professor para o sucesso (e por que não falar insucesso) dos objetivos de aprendizagens almejados com as aulas.

As ações realizadas nesta pesquisa, sobretudo a partir da exploração em sala de aula das narrativas dos pescadores, numa perspectiva Etnomatemática, evidenciando saberes culturalmente desenvolvidos, seja na academia ou fora dela, e aproximando-os dialogicamente, mostrou a importância do fazer pedagógico do professor para melhor abordar os objetos de conhecimento em sala de aula, especialmente com alunos Jovens e Adultos, uma vez que houve a explicitação dos saberes que esses alunos já traziam consigo sobre questões relacionadas à pesca artesanal e sobre o conhecimento matemático escolar, entrelaçando tais saberes.

Nesse sentido, foi notório que minhas ações e intervenções – enquanto professor no exercício da profissão – potencializaram o desenvolvimento dos alunos no sentido de que eles puderam participar plenamente das aulas, sem vergonha ou medo de falar, apresentando suas ideias e maneiras de fazer e resolver situações que eram próprias deles, o que reflete a autonomia necessária para que o professor precisa atribuir ao aluno. Nesse aspecto, Freire (1996, p. 31) destaca que:

> O professor que desrespeita a curiosidade do educando, o seu gosto estético, a sua inquietude, a sua linguagem, mais precisamente, a sua sintaxe e a sua prosódia; o professor que ironiza o aluno, que o minimiza, que manda que ‘ele se ponha em seu lugar’ ao mais tênue sinal de sua rebeldia legítima, tanto quanto o professor que se exime do cumprimento de seu dever de propor limites à liberdade do aluno, que se furta ao dever de ensinar, de estar respeitosamente presente à experiência formadora do educando, transgride os princípios fundamentalmente éticos de nossa existência (Freire, 1996, p. 31).

É nesse sentido que as atividades embasadas num percurso Etnomatemático vislumbraram a experiência formadora perpassadas pelos alunos, pois o processo de ensino e de aprendizagem foi constituído conjuntamente, dando espaço para os alunos, para o professor e para as narrativas dos pescadores, permitindo a exploração de um objeto de conhecimento matemático a partir de uma prática sociocultural reconhecida e executada também pelos alunos.

Outro ponto a ser evidenciado nesse eixo emergente diz respeito a necessidade da existência do professor em sala de aula, o qual jamais poderá ser substituído por máquinas, tecnologias digitais ou qualquer que seja a inteligência artificial, pois a sensibilidade do professor para interferir nos momentos oportunos ou para complementar ideias discutidas no seio da sala de aula são características humanas que não pode e nem poderá ser substituída.

Mesmo que esta pesquisa tenha utilizado a tecnologia digital, a qual se deu na exibição de um material audiovisual, mas ainda assim foi explicitamente necessário a condução realizada por mim enquanto professor da turma. Em vários momentos foi crucial as minhas indagações, intervenções, explicações, orientações, enfim, diversas ações que possibilitaram aos alunos o desenvolvimento de suas capacidades intelectuais, tanto para a aprendizagem do objeto de conhecimento função, como para suas expertises comunicativas, interativas e colaborativas evidenciadas em sala de aula.

Arrisco-me a declarar que nada poderá substituir o professor, pois como destaca Larrosa (2018) o ofício de professor é um "ofício milenar, que muda de acordo com as épocas e as funções às quais se atribui, mas muito similar no que se refere à materialidade concreta de seu trabalho e aos gestos básicos que a constituem" (Larrosa, 2018, p. 7). O autor ainda salienta que "a figura genérica do professor, uma figura que encarna de modos diferentes em circunstâncias diversas e, certamente, em distintas modalidades de escola" (*op. cit.*). Ou seja, o professor se molda de distintas formas para atender as diferentes demandas de alunos, as quais vão desde os diferentes alunos em uma mesma turma, ou turmas diferentes, em turnos diferentes e de escolas diferentes, em épocas diferentes. São muitas diferenças, mas que o profissional professor é capaz de se moldar para melhor atendê-las.

Assim, reitero que as experiências perpassadas ao longo de minha atuação docente e ao longo da aplicação desta pesquisa explicita a necessidade da ação docente em sala de aula, a qual se configura como uma condução das aulas para garantir o melhor desempenho dos alunos, aproveitando todos os debates para alcançar o desenvolvimento das aprendizagens almejadas.

c) Desenvolvimento dos níveis de compreensão do conceito de função

Ainda na perspectiva de explicitar as potencialidades buscadas na questão norteadora desta investigação, a qual se dá em "que potencialidades são evidenciadas da utilização das narrativas de pescadores na perspectiva da Etnomatemática para contribuir com os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função na 1ª etapa do ensino médio da EJA?", considero que uma dessas potencialidades diz respeito ao processo perpassado pelos alunos culminando no desenvolvimento dos níveis do compreensão do conceito de função, de modo que tais níveis estão ancorados em Bergeron e Herscovics (1982).

Foi perceptível que as tarefas elaboradas a partir das narrativas dos pescadores sobre a construção e manipulação das redes de malhas proporcionaram condições para que os alunos pudessem vislumbrar elementos pertencentes ao conceito de função, como as variáveis presentes nas ações dos pescadores, as relações entre essas variáveis, de modo que verificaram a covariação e a dependência entre essas variáveis.

Esses elementos são essenciais para melhor compreender as relações funcionais estabelecidas entre as variáveis, que neste caso particular, foram identificadas em todas as ações apresentadas aos alunos por meio do material audiovisual exibido, permitindo a esses alunos o entrelaçamento entre as ações dos pescadores e os elementos pertencentes ao conceito de função.

De modo geral, os alunos mostraram seus níveis de compreensões do conceito de função na forma como exploravam as narrativas e nas resoluções das tarefas, pois foi perceptível que eles demostraram a noção intuitiva de função nos momentos e em que percebiam as variáveis e suas dependências; também demostraram a matematização inicial, pois conseguiram construir e interpretar gráficos; demostraram a abstração e a formalização nas ocasiões em que perceberam as relações funcionais entre as variáveis e puderam representar utilizando alguma lei generalizadora.

Assim, é possível inferir que as ações realizadas em sala de aula, baseadas num percurso Etnomatemático - o qual busca não traduzir as práticas realizadas em um determinado grupo social em elementos da matemática academicamente constituída, mas sim presenciar esses práticas sociais e buscar semelhanças com conceitos matemáticos estudados na escola – possibilitou ganhos para o desenvolvimento dos níveis de compreensão do conceito de relações funcionais, se mostrando como uma possibilidade pedagógica e didática para ser evidenciada na escola.

d) Valorização e entrelaçamento dos saberes

Como outrora mencionado, considero o percurso Etnomatemático como uma maneira de contemplar as práticas desenvolvidas por um determinado grupo cultural, bem como os saberes que esses grupos compartilham entre seus membros, o que equivale as ticas de matemas (ou seja, as técnicas de explicar, de compreender, de fazer) compartilhadas e compatibilizadas dentro dos determinados grupos culturais; e nesse percurso emergir semelhanças com ticas de matemas incluídas nos currículos escolares para o ensino da Matemática. E essa emergência pode ser que não ocorra, pois no percurso Etnomatemático não há a intensão de traduzir as técnicas desses grupos em técnicas matemáticas academicamente constituídas, as quais também pertencem a um grupo cultural, mas sim buscar elementos semelhantes, que talvez sejam elementos que potencializem a compreensão das técnicas matemáticas exploradas na escola.

Nesse sentido, o percurso Etnomatemático experimentado nesta investigação trouxe o potencial de valorizar os saberes dos pescadores nas suas ações de pesca, bem como os saberes já trazidos pelos alunos por conta de suas experiências de vida, entrelaçando-os aos saberes almejados pelo currículo escolar, mostrando que todos possuem a possibilidade de contribuir com a formação e a compreensão dos objetos de conhecimentos tratados na escola. Sobre esse entrelaçamento, Freire (1996, p. 17) destaca:

> Por isso mesmo pensar certo coloca ao professor ou, mais amplamente, à escola, o dever de não só respeitar os saberes com que os educandos, sobretudo os das classes populares, chegam a ela – saberes socialmente construídos na prática comunitária – mas também [...] discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos. Por que não aproveitar a experiência que têm os alunos de viver em áreas da cidade descuidadas pelo poder público para discutir, por exemplo, a poluição dos riachos e dos córregos e os baixos níveis de bem-estar das populações, os lixões e os riscos que oferecem à saúde das gentes (Freire, 1996, p. 17).

É nessa perspectiva de valorizar os saberes outros - tanto dos alunos que compõe uma determinada sala de aula, como dos distintos grupos culturais que se presentificam em uma cidade ou região - que o percurso Etnomatemático se configura, explicitando que um conhecimento matemático se apresenta de diferentes maneiras em grupos culturais distintos mostrando que “cada grupo cultural tem suas formas de matematizar” (D’Ambrosio, 1990, p. 49), o que destaca o eixo principal na Etnomatemática, que é ter essa visão cultural da humanidade como um todo, que resulta do intercâmbio de ideias entre indivíduos com experiências diversas (D’Ambrosio, 2018).

Consequentemente esse entrelaçamento experimentado nesta investigação influenciou na potencialização da aprendizagem do objeto de conhecimento função, o qual se deu a partir da exploração realizada pelos alunos sobre as narrativas dos pescadores, aliando a isso as experiências desses alunos tanto no ramo da pesca como das habilidades matemáticas já apresentadas, das quais muitas foram adquiridas por meio de vivências do cotidiano.

Assim, reitero as assertivas evidenciadas ao longo deste trabalho sobre a valorização, reconhecimento e entrelaçamento dos saberes para gerar ganhos na aquisição e desenvolvimento de outros saberes, permitindo uma sala de aula onde todos tem vez e voz, caracterizando um ensino participativo e dinâmico.

De modo geral, os resultados aqui apresentados intencionaram mostrar ao leitor uma possibilidade, mesmo que simples e limitada, da utilização da Etnomatemática como caminho metodológico para a organização e exploração de um determinado objeto de conhecimento exigido pelo currículo escolar, destacando os limites e potencialidades do que chamei de percurso Etnomatemático como forma de valorizar e contextualizar saberes.

O capítulo a seguir apresenta um esboço do produto educacional pretendido na consolidação deste trabalho, o qual se caracteriza por um guia didático contendo uma proposta para o ensino do conceito de função. O guia também possui capítulos destinados a apresentação do conceito de função, bem como o entrelaçamento de algumas habilidades propostas pela BNCC para o desenvolvimento desse objeto de conhecimento e as competências elencadas para a Educação de Jovens e Adultos sugeridas pelo Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA), reverberando a utilização deste material tanto pelos alunos como pelos professores responsáveis pela condução das atividades docentes em sala de aula.

8 – PRODUTO EDUCACIONAL

FICHA TÉCNICA DO PRODUTO

Título do produto:	Explorando o conceito de função: a Matemática na atividade sociocultural da pesca artesanal
Tipo de produto:	Guia didático
Título da dissertação:	PERCURSO ETNOMATEMÁTICO: da rede de malhas dos pescadores da cidade de Gurupá-PA para o ensino de função na Educação de Jovens e Adultos.
Público-alvo:	Professores e alunos da 1ª etapa da EJA-Ensino Médio
Finalidade do produto:	Contribuir com as abordagens do conceito de função em turmas da Educação de Jovens e Adultos do contexto Marajoara a partir do entrelaçamento de conhecimentos a respeito da pesca artesanal e os conhecimentos academicamente constituídos sobre o conceito de função.
Disponível em:	https://www.repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011 /3775 https://educapes.capes.gov.br
Diagramação e ilustração:	Vanessa Rodrigues

AUTORES

Madson Sanches Brabo

Mestre em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC-IEMCI-UFPA). Professor de Matemática (ensino médio) da rede estadual de ensino do estado do Pará. Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Pará. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará - Campus Breves. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas das Praticas Etnomatematicas na Amazônia, Membro do Grupo de Estudos das Práticas de Linguagem e Comunicação no ensino e aprendizagem da Matemática Tutor da disciplina de Cálculo 1 no curso de licenciatura em química (turma 2024.2) pela Universidade Federal do Pará por meio da Universidade Aberta do Brasil.

Renata Lourinho da Silva

Doutorado em Educação Matemática pelo PPGECM/IEMCI /UFPA (2019). Possui estágio de pós-doutoramento em educação matemática - PUC-SP.(2024.)Graduação plena em Matemática pela UFPA\campus Cametá(2010), graduação licenciatura em Pedagogia (2012), especialista em Matemática do Ensino Básico (2012) e em Educação Matemática e Ciências para os anos Iniciais do ensino fundamental(2013), mestrado em docência em Educação Matemática pelo PPGDOC-IEMCI-UFPA(2016) Atualmente Professora adjunta I no Instituto de Engenharia do Araguaia-IEA/UNIFESSPA\Faculdade de ciências exatas. É Vice coordenadora do Grupo de estudos e pesquisas das práticas etnomatemáticas na Amazônia-GETNOMA\UFPA\Campus Abaetetuba.

SUMÁRIO

Apresentação

Cara(o) professora(o), este produto educacional é fruto de uma pesquisa de mestrado profissional em docência em educação matemática, a qual contou com uma abordagem Etnomatemática como ferramenta para explorar e entrelaçar saberes constituído pela matemática acadêmica e saberes advindos da prática da pesca artesanal, em especial na construção e manipulação da rede de malhas.

Nesse sentido, este produto educacional surge como possibilidade para explorar o conceito de função com alunos da 1ª etapa do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos, levando em consideração às atividades inerentes a pesca artesanal, a qual é realizada e/ou reconhecida por grande parte dos alunos dessa modalidade de ensino, em especial, das escolas que fazem parte da região marajoara, no estado do Pará.

Assim, por meio deste produto educacional é possível promover um ambiente propícios para o ensino e aprendizagem do objeto de conhecimento função, de modo a articular discussões acerca de uma atividade sociocultural que faz parte de grande maioria dos alunos da EJA, perfazendo um material necessário devido a ausência de materiais didáticos específicos para o púbico da EJA.

Desse modo, este produto educacional apresenta dois capítulos principais: o primeiro capítulo em que apresenta uma abordagem a respeito do conceito de função, bem como um apanhado histórico a respeito das concepções de função ao longo da história. Esse capítulo também apresenta aspectos relacionados aos níveis de compreensão de função, o que é essência para o professor promover ações para identificar e progredir com esses níveis. Também é apresentado um entrelaçamento entre as habilidades propostas pela BNCC e os princípios curriculares propostos pelo DCEPA para serem implementados ao público da EJA.

Com isso, esse primeiro capítulo interessa a você, professora(a), para que possa se situar diante deste objeto de conhecimento que é essencial para a caminhada na Matemática escolar e extraescolar.

No segundo capítulo são feitas proposições de tarefas com intuito de explorar conceitos que fazem parte do conceito de função, como a noção de variável, noção de regularidade e as distintas formas de representar as relações funcionais.

Assim, esse segundo capítulo aponta diretamente para o trabalho em sala de aula, evidenciando as potencialidades em cada uma das tarefas, bem como os níveis de compreensão que elas podem desenvolver, bem como as habilidades da BNCC alinhadas aos princípios curriculares do DCEPA.

Assim, esperamos que este produto educacional possa ser um ponta pé inicial para explorar o objeto matemático proposto, bem como para mostrar a você, professora(o), o potencial do entrelaçamento de saberes acadêmicos e saberes advindo das práticas socioculturais que envolvem os alunos da Educação de Jovens e Adultos.

01

Objeto de conhecimento função:

Concepções, níveis de compreensão e abordagem no Documento Curricular do Estado do Pará e na Base Nacional Comum Curricular

Este primeiro capítulo tem como objetivo apresentar alguns elementos pertencentes ao conceito de função que são importantes para que o professor possa melhor se preparar para a abordagem desse objeto de conhecimento em sala de aula, pois é realizado um apanhado da história desse conceito, além de ser apresentado quatro níveis de compreensão do objeto de conhecimento função, o que é interessante para o fazer docente alcançar os objetivos de aprendizagem estipulados.

Além disso, é realizado uma espécie de ensaio para a construção de um currículo (ou uma orientação de ensino) específico para a Educação de Jovens e Adultos no que concerne ao ensino do conceito de função. Para esse ensaio entrelaçou-se habilidades orientada pela Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental e as orientações para a Educação de Jovens e Adultos destacados no Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA).

Enfatiza-se que o esforço em delinear um currículo para o ensino do conceito de função para o público da EJA se dá pelo fato de que até a escrita deste produto educacional os professores que trabalham com esse público não dispõem de materiais específicos e adaptados, o que torna ainda mais dificultoso alcançar bons rendimentos.

❖ Do conceito de função

Pelo menos desde o início do século XX o conceito do objeto matemático função é considerado um dos mais importantes e fundamentais conceitos dentro e fora da Matemática (Sierpinska, 1992), de modo que essa definição se estabelece de diferentes formas na história da Matemática.

Rossini (2006) apresenta um quadro com as principais concepções de função ao longo da história da matemática. O quadro apresenta uma linha do tempo de importantes contribuições matemáticas, começando em 1637 com René Descartes, que introduziu a equação em x e y, mostrando a dependência entre variáveis.

Em 1670, Isaac Newton abordou quantidades relacionadas e expressou fluições analiticamente. Três anos depois, em 1673, Gottfried Wilhelm Leibniz explorou a relação entre quantidades geométricas dependentes de um ponto na curva.

Jean Bernoulli, em 1718, também tratou da relação entre grandezas variáveis, enquanto Leonhard Euler, em 1748 e 1755, desenvolveu expressões analíticas e discutiu a dependência arbitrária. Em 1778, Condorcet e, em 1797, Lacroix e Lagrange, continuaram a explorar a dependência arbitrária e expressões de cálculo. Em 1821, Augustin-Louis Cauchy apresentou resultados de operações com quantidades constantes e variáveis.

Em 1822, Joseph Fourier introduziu séries trigonométricas e sequências de valores. Nikolai Lobatchevsky, em 1834, e Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, em 1837, discutiram expressões analíticas e correspondências entre valores de x e y. Em 1870, Hermann Hankel afirmou que para cada valor de x em um intervalo, poderia haver um valor bem definido de y, sem a necessidade de uma mesma lei para todo o intervalo.

Em 1888, Georg Cantor tratou de subconjuntos de produtos cartesianos, e em 1939, Nicolas Bourbaki abordou a correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo a condições específicas. Essa linha do tempo destaca a evolução do pensamento matemático sobre dependência e relações entre variáveis ao longo dos séculos.

Nessa mesma perspectiva, Silva, Miranda e Cabral (2018) apresentam um quadro histórico evolutivo da concepção de função pautando-se na construção dessa concepção a partir de acréscimos de novos elementos aos que existiam até então, ou seja, uma construção coletiva em que os personagens da história da construção da concepção de função foram aperfeiçoando seus argumentos e superando obstáculos.

Vislumbramos o percurso histórico pelo qual se compreendeu a concepção de função em cada contexto histórico para atender alguma necessidade da época, seja uma necessidade para a resolução de problemas do contexto da vida real, ou mesmo necessidades emergidas na própria realidade da Matemática, visando a elaboração de estudos mais avançados.

Atualmente o conceito de função mais recorrente e aceito nos estudos matemáticos, bem como disseminados em livros didáticos utilizados em instituições de ensino se refere ao estabelecido pelo grupo Bourbaki. Esse conceito é descrito do seguinte modo:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma função entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento de y de F e um só, que esteja na relação considerada por x. Dá-se o nome de função a operação que associa, assim, a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (Bourbaki, 1970 apud Ribeiro e Cury, 2015, p. 44).

Evidentemente que alguns livros didáticos apresentam versões simplificadas da definição do conceito de função, mas de todo modo são embasados principalmente nas ideias boubarkianas.

Em "Conceitos fundamentais da Matemática", Bento de Jesus Caraça (1986) apresenta o conceito de função a partir de contextualizações históricas de estudos científicos e filosóficos. A priori, o autor destaca a questão da interdependência como sendo uma característica fundamental da realidade. De acordo com o autor "todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o mundo [...] é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros" (Caraça, 1986, p. 109).

Dessa forma, Caraça (1986) destaca a noção de lei de correspondência, o que remete as regularidades existentes dentro das relações de interdependência dos objetos e fenômenos. De acordo com o autor "a existência de regularidades é extremamente importante porque permite a repetição e previsão, desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, repetir e prever é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a natureza (Caraça, 1986, p. 119 – grifos do autor)".

É importante mencionar que Caraça (1986) destaca o conceito de variável: "Seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionemos representar qualquer dos seus elementos por símbolos, por ex.: x. A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamamos variável" (Caraça, 1986, p. 128 – grifos do autor).

A partir dessas discussões, Caraça (1986) define função da seguinte maneira:

> Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. Para indicar que y é função de x, usaremos também escrever $y(x)$; para representar aquele valor b de y que corresponde a um valor particular a de x, escreve-se $b = f(a)$ ou $b = y(a)$, conforme se usou a representação $y = f(x)$ ou $y(x)$ (Caraça, 1986, p. 129).

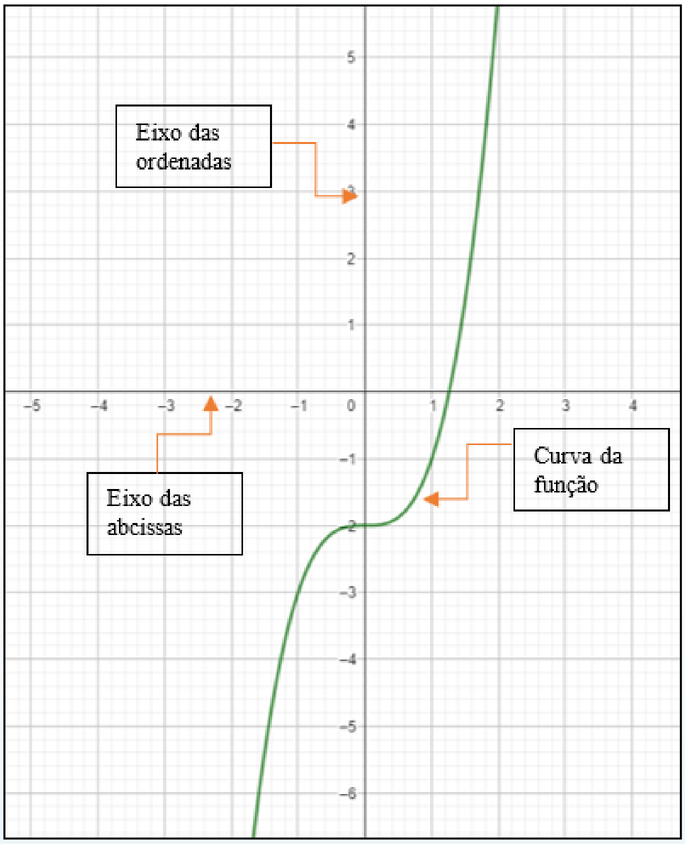
Nesse sentido, Caraça (1986) discute os modos de definição de uma função, apresentando o modo analítico e o modo geométrico. De acordo com o autor, o modo analítico de definição de função consiste em "dar um conjunto de operações de modo tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de x um valor b de y" (Caraça, 1986, p. 130).

Essa definição se trata das expressões algébricas que representam a lei de correspondência entre os elementos de dois conjuntos o que facilita a previsão e generalização das associações estabelecidas entre esses elementos. Vale ressaltar que esse modo de representação não único, tampouco não se trata do conceito geral de função, mas de uma forma de representa-la, pois "o conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis" (Caraça, 1986, p. 131).

O modo geométrico da definição de função abordado por Caraça (1986) diz respeito às curvas que podem ser construídas no plano cartesiano, de modo que essas curvas não sejam cortadas por mais de um ponto por uma paralela ao eixo das ordenadas (eixo $0y$). O autor novamente destaca a importância de não confundir o modo geométrico de definição de função com o próprio conceito de função, assim como no modo analítico, uma vez que “em cada um dos casos, a função não se confunde com o instrumento que serviu para a definir” (Caraça, 1986, p. 134).

Nesse sentido, a uma mesma relação funcional podemos utilizar o modo analítico e geométrico (dentre outros modos) para sua representação, alcançando uma unificação desses dois campos. Por exemplo, para a função representada de forma analítica por $f(x) = x^3 - 2$, podemos também a representar graficamente como descrito na figura 1 a seguir:

Figura 26 - Representação gráfica de uma função



Fonte: Elaborado pelos autores

Assim é possível abordar representações de uma mesma função a partir de diferentes instrumentos, fortalecendo sempre que cada instrumento por si só não é o conceito de uma relação funcional, mas uma representação de relações onde se evidencia a dependência unívoca e, em muitos casos, biunívoca entre variáveis.

Nessa perspectiva, existem outros instrumentos que auxiliam na representação do conceito de função, o que pode melhorar a abordagem desse conceito no contexto escolar potencializando a compreensão dos alunos. Sobre esse aspecto, Santos e Barbosa (2017) destacam:

> [...] nas aulas de matemática, nos livros didáticos e em trabalhos com professores, podemos identificar uma diversidade de configurações comunicativas, que dizem respeito a comunicar o conceito de função, tais como: tabela, máquina de transformação (metáfora), diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico e definição (Santos; Barbosa, 2017, p. 28).

Consideramos importante que o professor disponibilize de diversos instrumentos representativos de esquemas funcionais para potencializar a compreensão por parte dos alunos de modo a considerar uma mesma relação funcional sendo representada em diversos modos, seja em tabela, gráfico, expressões analíticas ou em metáforas que mostrem relações entre elementos de dois conjuntos.

Utilizando o exemplo de função representado graficamente na figura 1, podemos representa-lo também utilizando uma tabela com alguns valores de x relacionados a valores de y, como descrito no quadro a seguir:

Quadro 16 - Representação tabular de uma função definida analiticamente por $f(x) = x^3 - 2$

Valores de x	Valores de y relacionados a valores de x
-2	-10
$-1{,}5$	$-5{,}375$
-1	-3
$-0{,}5$	$-2{,}125$
1	-1
2	6

Fonte: Elaborado pelos autores

Evidentemente que o quadro com a representação tabular da função apresenta apenas alguns valores, não sendo possível exibir todos os valores por se tratar de uma função cujo domínio é composto por todos os números reais. Nesse sentido, vale mencionar que em situações contextuais é importante tratar a respeito dos recortes possíveis e convenientes para interpretar as situações conforme as possibilidades condicionadas.

Ainda na perspectiva de utilizar diferentes instrumentos para representar (ou comunicar) uma relação funcional podemos representar a função descrita no quadro 8 a partir de um viés metafórico, como destaca Santos e Barbosa (2017). Uma possibilidade para representar metaforicamente a função, cuja representação analítica é descrita por $f(x) = x^3 - 2$ é imaginar uma montanha-russa. O termo x^3 pode ser visto como as subidas e descidas dramáticas da montanha-russa. No começo, quando o valor de x é negativo, a montanha-russa está descendo. Quando o valor de $x = 0$, está em um ponto de inflexão, e depois começa a subir novamente quando x se torna positivo. O termo -2 representa um deslocamento vertical para baixo, como se a base da montanha-russa estivesse construída em um nível mais baixo do solo. Visualmente, a montanha-russa começa abaixo do solo, desce e sobe, e à medida que a altura aumenta (ou x aumenta), a subida se torna mais íngreme. Metaforicamente, essa função pode representar uma jornada com altos e baixos, começando em um ponto baixo, atingindo um ponto de equilíbrio e depois subindo cada vez mais, mas sempre começando a partir de uma base que está deslocada para baixo do zero (por causa do -2).

Assim, ao tratar do conceito de função em sala de aula consideramos necessário que se faça o esforço necessário para desenvolver ações que possam explorar os diferentes instrumentos que representam o conceito de função, estabelecendo suas principais características e esclarecendo que cada instrumento é uma forma de representar relações funcionais, as quais também precisam ser conceituadas desde o contexto histórico da Matemática.

Nesse sentido, nos ocorreu que se faz necessário o conhecimento docente a respeito dos níveis de compreensão do conceito de função demostrados pelos alunos, afim de encaminhar estratégias de ensino para melhor avançar na compreensão desse objeto de ensino. Assim, o tópico a seguir destaca alguns de níveis de compreensão do conceito de função.

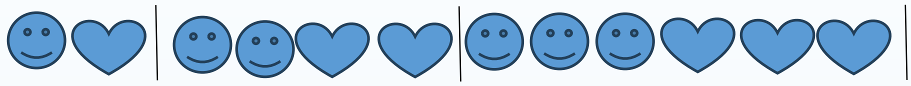
- Dos níveis de compreensão do conceito de função

No contexto escolar é importante dispor de recursos que possam evidenciar os níveis de aprendizagem ou de compreensão de um certo objeto de conhecimento matemático que se tenha explorado em sala de aula. Nessa perspectiva, Bergeron e Herscovics (1982) consideram que a compreensão do conceito do objeto de conhecimento função se dá em quatro níveis de compreensão. Esses autores denominam esses níveis de compreensão como compreensão intuitiva; matematização inicial; abstração; e formalização.

O nível denominado compreensão intuitiva tem como características o conhecimento informal da vida cotidiana; pensamento com base na percepção visual; e ações espontâneas. Desse modo, ao relacionar esse nível de compreensão ao conceito de função, Bergeron e Herscovics (1982) consideram como características o reconhecimento de dependências (não quantificadas); o estabelecimento de leis de formação simples e visuais; construção e interpretação de tabelas e gráficos de coluna e setor.

Um exemplo do nível da compreensão intuitiva pode ser visualizado em uma situação em que os alunos consigam continuar uma determinada sequência de desenhos, como descrito no quadro a seguir:

Quadro 17 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível compreensão intuitiva



Qual seria a próxima sequência de

Fonte: Elaborado pelos autores

Esse nível de compreensão de função está associado às ideias iniciais do estudo desse objeto de conhecimento, bem como as ideias de sequencias recursivas, evidenciando as regularidades apresentadas em uma situação.

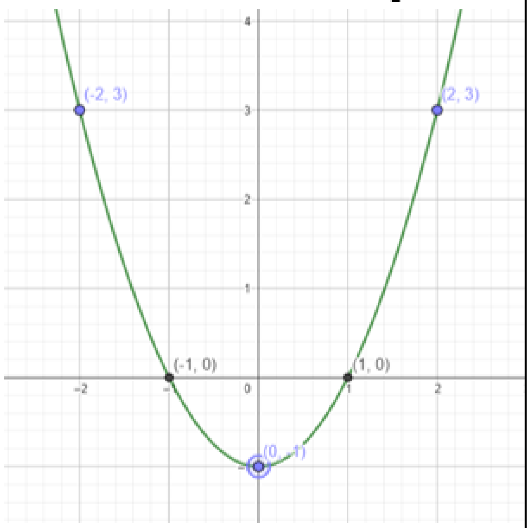
O nível de compreensão do conceito de função denominado por Bergeron e Herscovics (1982) como matematização inicial se refere a quantificação das leis, bem como do reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. Nesse nível ainda é esperado que o sujeito seja capaz de fazer construção e interpretação de gráfico cartesiano simples, de modo a reconhecer o domínio analisado no contexto.

Para exemplificar esse nível de compreensão podemos considerar uma tarefa caracterizada pela identificação dos pares ordenados expressos em um gráfico para completar uma tabela, como descrito no quadro a seguir:

Quadro 18 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível matematização inicial

Complete os valores da tabela de acordo com os pares ordenados evidenciados no gráfico:

x	y
-2	3
	0
0	
1	
	3



Fonte: Elaborado pelos autores

Consideramos que o nível de compreensão da matematização inicial e o nível compreensão intuitiva inserem-se nos estudos iniciais do conceito de função, de modo que possibilitam a visualização das várias formas como esse conceito pode estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar dos alunos, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

Já no nível de compreensão da noção de função denominado de abstração (Bergeron; Herscovics, 1982) considera-se a escrita de expressões analíticas e a distinção entre equações e funções. Considera-se também a construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais e a caracterização de relações funcionais.

De modo parecido, o nível de compreensão do conceito de função denominado formalização (Bergeron; Herscovics, 1982) diz respeito a notação científica usada para determinar relações funcionais, como $f: A \to B$, ou $y = f(x)$, e ainda a capacidade de determinar o domínio e imagem de relações funcionais, as classificações de função como polinomiais, racionais, reais, além de realizar operações com funções.

Para vislumbrar esses níveis de compreensão, consideremos a tarefa descrita no quadro a seguir:

Quadro 19 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível abstração e formalização

Na comunidade ribeirinha, as canoas são essenciais para a locomoção e a pesca. Para construir uma canoa, é necessário calcular a quantidade de madeira que será usada, que depende do comprimento da canoa. Observando a relação entre o comprimento da canoa e a quantidade de madeira utilizada, é possível criar um modelo matemático que descreva essa relação. Miguel, um ribeirinho experiente, notou que conforme o comprimento da canoa aumenta, a quantidade de madeira utilizada também aumenta de forma previsível. Ele registrou a quantidade de madeira utilizada para canoas de diferentes comprimentos:

- Para uma canoa de 4 metros de comprimento, Miguel utilizou 3 metros cúbicos de madeira.
- Para uma canoa de 6 metros de comprimento, ele utilizou 4 metros cúbicos de madeira.
- Para uma canoa de 8 metros de comprimento, ele utilizou 5 metros cúbicos de madeira.

Com base nesses dados, Miguel pediu ajuda para construir um modelo matemático que ele pudesse usar para prever a quantidade de madeira necessária para canoas de outros comprimentos.

Com base nesses dados, construa um modelo matemático que relacione o comprimento da canoa e a quantidade de madeira necessária para sua construção. Expresse esse modelo em termos de função.

Fonte: Elaborado pelos autores

Consideramos que esses dois últimos níveis de compreensão do conceito de função elaborados por Bergeron e Herscovics (1982) destacam uma natureza mais profunda e mais completa de compreensão desse conceito, reverberando na capacidade dos alunos em identificar as variadas formas de representação e comunicação das relações funcionais, bem como os elementos que constituem as variáveis e sua dependência genérica que pode ser descrita por uma expressão analítica.

De modo geral, é válido que o professor disponha de conhecimento acerca de níveis de compreensão de um determinado objeto de conhecimento matemático, pois, como outrora mencionamos, se trata de uma ferramenta que possibilita articular as tarefas e a maneira de explorar aquele objeto de conhecimento, resultando na melhor compreensão e no desenvolvimento de habilidades relativas à sua abordagem.

Nesse sentido, também é importante, caro professor (a), identificarmos se a forma como exploramos o objeto de conhecimento função em sala de aula resulta em ganhos para a compreensão do conceito desse objeto de conhecimento, de modo a fortalecer as estratégias que utilizamos didaticamente em nossas aulas.

É importante que vislumbremos as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) entrelaçadas ao Documento Curricular do Estado do Pará, sobretudo nas orientações que este último trata para a organização de ensino na modalidade da Educação de Jovens e Adultos, para desenvolver estratégias que possam atender às demandas da EJA. Assim, o tópico a seguir evidencia um ensaio de organização curricular concernente ao conceito de função para ser tratado na EJA-Ensino Médio.

- Organização curricular para o ensino do conceito de função da EJA-Ensino Médio

Realizar ações didáticas e metodológicas no ambiente da sala de aula para promover a compreensão dos objetos de conhecimentos se mostra como uma tarefa desafiadora para o professor, uma vez que a grande diversidade de demandas educacionais presentes nas salas de aulas são cada vez mais marcante, implicando diretamente na forma da ação docente.

Se enquadra nesse desafio os professores de Matemática da educação básica, pois estes precisam promover estratégias para que desenvolva no aluno habilidades, como, por exemplo, “identificar oportunidades para usar a matemática em situações-problema e depois providenciar a estrutura matemática necessária para formular esse problema contextualizado matematicamente” (Brasil, 2016, p. 158).

Para a organização curricular das escolas paraenses, em especial as escolas do ensino médio, em 2021 foi proposto pela Secretaria de Estado de Educação do Pará, em conformidade com o Conselho Estadual de Educação, o Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA) – Etapa Ensino Médio. A priori este documento busca “caminhos possíveis para se propor um ensino médio compatível com a realidade do Estado do Pará, sobretudo, dos seus sujeitos que fazem e se refazendo todos dos dias no cotidiano das escolas paraenses, nas múltiplas Amazônias que formam nosso território” (Pará, 2021, p. 21).

Entre os principais objetivos do DCEPA encontram-se: “a) necessidade de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC); b) necessidade de flexibilização curricular, por meio de Itinerários Formativos; e c) a ampliação da carga-horária mínima do ensino médio para 3.000 horas" (Pará, 2021, p. 20).

Nessa perspectiva, o DCEPA-Etapa Ensino Médio se embasa nos princípios curriculares norteadores da educação paraense: "respeito às diversas culturas amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo, a educação para a sustentabilidade ambiental, social e economia, e a interdisciplinaridade e a contextualização no processo de ensino-aprendizagem" (Pará, 2021, p. 22).

No que se refere a Educação de Jovens e Adultos, o DCEPA-Ensino Médio destaca que:

> A Educação de Jovens e Adultos se propõe a apresentar um currículo que congregue os conhecimentos socialmente construídos incorporados aos saberes advindos da dinâmica social. Dessa forma, orienta-se um currículo dinâmico/dialógico, tomando por base os princípios da Educação Popular, que proporcione ao educando assumir sua condição de sujeito social, histórico e político (Pará, 2021, p. 508).

Com isso, as orientações descritas no DCEPA para a EJA destacam as trajetórias socioculturais dos alunos que fazem parte dessa modalidade de ensino, carecendo a adaptação das ações didáticas para pautarem no diálogo, respeito e reconhecimento da diversidade cultural e de saberes trazidas pelos alunos, reverberando que "a organização metodológica parte do conhecimento que os estudantes trazem de suas experiências e incorporando a este o saber sistematizado" (Pará, 2021, p. 511).

Levando em consideração as ideias Freirianas da pedagogia libertadora, o DCEPA-Ensino Médio para a EJA tem como princípios orientadores de suas proposições os elementos descritos no quadro a seguir:

Quadro 20 - Princípios norteadores das proposições do DCEPA-EJA-Ensino Médio

Princípios	Descrição
Politicidade do Ato Educativo	a educação não é neutra. Nos processos educativos, homens e mulheres aprendem a ler e a escrever a sua história, desvelam a sua realidade.
Dialogicidade do Ato Educativo	o diálogo é a base da relação pedagógica, da interação triádica; educador - educando - conhecimento. A atitude dialógica se constitui num ato de amor, de humildade.
Transversalidade	a transversalidade dos conhecimentos se torna real no currículo por meio da inclusão de processos culturais identitários e da acolhida da diversidade dos/as sujeitos/as da EJA em seus

	múltiplos aspectos: econômico, político, social, cultural, de gênero, geração e etnia.
Contextualização	os temas geradores, eixos temáticos e atividades curriculares do processo formativo devem pautar-se pela contextualização a partir de múltiplas perspectivas: histórica, sociológica, cultural, filosófica de problematização e compreensão da realidade.
Transformação social	o ato educativo permite que homens e mulheres percebam-se como construtores de suas histórias e compreendam seu papel na possibilidade de transformação social.
Interculturalidade	A interculturalidade fortalece a construção de identidades dinâmicas, abertas e plurais, assim como questiona uma visão essencializada de sua constituição. Potencializa os processos de empoderamento, principalmente de sujeitos e atores inferiorizados e subalternizados, e a construção da autoestima, assim como estimula os processos de construção da autonomia num horizonte de emancipação social, de construção de sociedades onde sejam possíveis relações igualitárias entre diferentes sujeitos e atores socioculturais (CANDAU. 2012).

Fonte: Organizado pelos autores com base em Pará (2021, p. 512)

Nesse sentido, essas proposições colocam o aluno como sujeito principal a ser levado em consideração para o desenvolvimento das ações em sala de aula, buscando integrá-lo no processo de ensino e aprendizagem, evidenciando seus saberes constituídos ao longo de suas experiências de vida, a fim de aproveitá-los para entrelaçar aos saberes escolares.

Esses princípios norteadores das proposições do DCEPA para os encaminhamentos dos trabalhos na EJA do ensino médio inserem-se no âmbito das metodologias adotadas para explorar os objetos de conhecimento junto a esses alunos, buscando maneiras para melhor atender as demandas dos alunos.

Ao que se refere os princípios curriculares a serem elaborados para o público da EJA, o DCEPA destaca os elementos apontados no quadro a seguir:

Quadro 21 - Princípios curriculares orientados pelo DCEPA-EJA-Ensino Médio

Princípio	Descrição
Flexibilidade	A dinamicidade da produção do conhecimento, o que exige transformações permanentes nos processos educativos e estruturas curriculares. Conceber a flexibilidade do currículo é condição *sine.qua. non* para a constituição de itinerários formativos dinâmicos e abertos às mudanças pedagógicas e socioculturais da diversidade de tais realidades.
Interdisciplinaridade	O modelo linear e disciplinar de currículo impôs uma visão restrita, circunscrevendo-o como lista de disciplinas e conteúdos justapostos. A ruptura paradigmática proposta pela interdisciplinaridade transcende essa concepção tradicional a que os currículos estavam confinados. A opção por assumir a interdisciplinaridade como princípio curricular, não significa um exercício de retórica, mas um sentido de direção ao

	processo de formação de estudantes e como eixo articulador da práxis do cotidiano. Assim, esse princípio é assumido como articulador de conteúdos escolares e saberes locais, contextualizados no plano regional e global, possibilitando a inter-relação entre os múltiplos aspectos que configuram a diversidade da EJA no Estado do Pará.
Pluralidade de Saberes e Linguagens	Os saberes constitutivos ultrapassam o domínio de conhecimentos científicos, pedagógicos e tecnológicos, contemplando os elementos culturais, as experiências e vivências de homens e mulheres educandos/as, a inserção social desses sujeitos em suas comunidades, suas lutas e história. Valorizar a pluralidade de saberes requer incorporar a multiplicidade de linguagens, não se restringindo apenas à forma escrita, oral e dos números, mas potencializando a linguagem corporal, artística, estética, cartográfica, etc.
Trabalho como princípio educativo	O trabalho é atividade constitutiva do processo de hominização de homens e mulheres, é o instrumento por meio do qual se exerce ação transformadora consciente, é elemento constitutivo da cultura, é práxis humana. Assumir o trabalho como princípio educativo no contexto da EJA significa incorporar as práticas sociais na matriz pedagógica de sua formação. É pertinente recorrer a Kuenzer (1998), que ao discutir os desafios teóricometodológicos da relação trabalho, educação e o papel social da escola, afirma que o contexto atual está a exigir "o desenvolvimento da capacidade de educar-se permanentemente e das habilidades de trabalhar independentemente, de criar métodos para enfrentar situações não previstas, de contribuir originalmente para resolver problemas complexos". (KUENZER,1998, p. 37).
Movimentos Sociais como princípio educativo	O processo histórico de lutas de homens e mulheres da Amazônia: das comunidades do campo, quilombolas, dos povos indígenas, deverá ser incorporado. A partir de um determinado modo de produção da formação humana que encontra no movimento social um princípio educativo, em que se educam nas lutas sociais que protagonizam e que os constituem como sujeitos sociais, políticos e culturais.
A dialogicidade como princípio educativo	O diálogo não pode ser concluso, acabado, determinante e definitivo, pois ele representa o embate das múltiplas vozes que se manifestam e, do mesmo modo, as múltiplas consciências e mundos que se articulam.
Práxis	A indissociabilidade teoria e prática leva à compreensão da prática como lugar constitutivo de aprendizagens, de (re)construção teórica de saberes e conhecimentos; ao movimento de ir e vir, de refletir sobre a ação e gerar nova ação – a práxis. O compromisso com a transformação da realidade requer uma dinâmica de ensino-aprendizagem que valorize e estimule a compreensão crítica dos/as educandos/as a partir do aprofundamento teórico, entendido como um processo educativo que possibilita a apreensão e compreensão da realidade e os diferentes modos de encontrar explicações para um mundo complexo.

Fonte: Organizado pelos autores com base em Pará (2021, p. 513-514)

Dessa maneira, os princípios orientados para a construção de currículos das escolas paraenses para a educação de jovens e adultos levam em consideração o modo holístico do conhecimento, bem como as relações entre esses conhecimentos tratados na escola e as múltiplas identidades demonstradas nos sujeitos alunos dessa modalidade de ensino, carecendo um olhar pedagógico que inclua essa variedade de realidades que chegam na escola.

Assim, com intuito de organizar orientações para explorar o conceito de função na educação de jovens e adultos no ensino médio, buscamos realizar uma conexão entre esses elementos que estruturam o DCEPA e as habilidades apontadas pela BNCC para o desenvolvimento do objeto de conhecimento função. Esse intuito se embasa na constante necessidade dos professores alinharem suas práticas em sala de aula aos documentos oficiais.

Mesmo que este material de apoio didático seja direcionado às atividades realizadas no ensino médio, é importante que você, professor, vislumbre as habilidades relacionadas com os estudos de função desde o ensino fundamental menor, analisando como essas habilidades vão se constituindo e mantendo relações umas com as outras e com outras áreas dentro da Matemática e com outras áreas de conhecimento.

Dessa maneira, o quadro a seguir destaca as habilidades inerentes ao conceito de função vislumbradas na BNCC da educação básica atreladas aos princípios norteadores curriculares presentes no DCEPA para a EJA do ensino médio:

Quadro 22 - Emparelhamento entre as habilidades da BNCC e os princípios curriculares do DCEPA para EJA ensino médio

Objeto do conhecimento (BNCC)	Descrição da habilidade (BNCC)	Princípio curricular (DCEPA)
Grandezas diretamente proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.	Pluralidade de Saberes e Linguagens; Trabalho como princípio educativo
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.	Interdisciplinaridade
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em	Práxis

	contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	
Competência específica 1	(EM13MAT101): Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	Interdisciplinaridade
Competência específica 4	(EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	Práxis

Fonte: Organizado pelos autores com base em Brasil (2018) e Pará (2021)

Vale dimensionar que, ao analisarmos as habilidades da BNCC que se relacionam com o desenvolvimento do conceito de função, foram explicitadas 9 habilidades do ensino fundamental I, 18 habilidades do ensino fundamental II e 10 habilidades do ensino médio, totalizando 37 habilidades que apresentam potencial para o desenvolvimento do conceito de função.

Entretanto, aproximando essas habilidades com os princípios curriculares orientados pelo DCEPA para a organização do ensino da modalidade EJA do ensino médio, vislumbramos apenas 5 habilidades da BNCC que contemplam alguns desses princípios curriculares, ficando de fora a flexibilidade e os movimentos sociais como princípio educativo.

Esse fato reverbera a necessidade de políticas educacionais mais efetivas voltadas para o público da EJA-ensino médio para garantir maior segurança na escolha dos objetos de conhecimentos e objetivos educacionais de aprendizagens que serão escolhidos pelos professores atuantes nessa modalidade de ensino, uma vez que em um cenário como este, os professores se sentem sem elementos que norteiem a sua prática em sala de aula das turmas da EJA.

Assim, essas habilidades necessitam de ações no contexto escolar para que seja vislumbrada a Matemática, de maneira particular o conceito de função, presente em diferentes contextos, seja da realidade vivenciada pelos alunos ou em outras situações do contexto das outras áreas do conhecimento, seja na Biologia, Química, Geografia, entre outras áreas.

Nessa perspectiva, o estudo de funções na EJA precisa aproximar o contexto cultural dos alunos em tarefas a serem exploradas em sala de aula, orientando aos professores para a importância de que os "saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais" (Brasil, 2018, p. 542).

Assim, o capítulo a seguir apresenta uma proposta para explorar o conceito do objeto matemático função de modo a entrelaçar conhecimentos dos alunos acerca da prática da pesca artesanal com redes de malha. Essa proposta originou-se a partir de uma pesquisa de mestrado, como outrora mencionado, em que se embasou teórica e metodologicamente nos estudos da Etnomatemática.

02

Uma proposta para explorar o conceito de função na Educação de Jovens e Adultos:

Entrelaçando saberes da prática da pesca em turmas da EJA-Ensino Médio

Para esta proposta consideramos conveniente que seja explorado em sala de aula alguns tópicos relacionados ao conceito de função, como variáveis, dependência de variáveis, noção de regularidade e algumas representações de função: metafórica, expressão analítica, gráfica e por meio de tabela. Também abordamos questões relacionadas ao domínio, contra domínio e imagem de relações funcionais.

2.1. Noção de Variável

Muitos alunos apresentam uma concepção equivocada sobre o conceito de variável, limitando-a à ideia de uma letra que substitui números desconhecidos. Essa compreensão leva os estudantes a cometerem erros, como tentar resolver qualquer expressão algébrica buscando um valor específico para as variáveis, mesmo quando isso não é necessário. Essa visão simplista dificulta o aprendizado da álgebra, já que impede uma compreensão mais ampla e flexível do papel das variáveis em diferentes contextos matemáticos.

Um ponto relevante nessa abordagem diz respeito à necessidade em diferenciar (esclarecer) o conceito de variável e o conceito de incógnita. Enquanto um está relacionado à ideia de variação, em que um determinado valor varia de acordo com a variação de outros valores; o outro está relacionado a valores desconhecidos de uma equação, podendo ser obtidos realizando um conjunto de operações que o determinam.

No quadro a seguir apontamos alguns papéis da utilização de letras em expressões matemáticas:

Quadro 23 - Papéis das letras nas expressões matemáticas

Denominação	*Descrição*	*Exemplo*
Incógnita	Representa um número que não varia. Representa um número desconhecido que pode ser determinado a partir de um conjunto de operações matemáticas.	$2x + 8 = x - 1$
Padrão aritmético	Nesse caso, as letras podem representar quaisquer valores numéricos. A expressão representa uma propriedade, uma generalização.	$a.(b + c) = a.b + a.c$
Modelo Matemático (Fórmula)	A letra não se caracteriza como uma incógnita, mas como uma fórmula matemática para determinar valores dependendo das condições e restrições.	$A = b.h$
Conjunto de valores	Nesse caso, a letra representa um conjunto de valores que, ao substituído, dará uma sequência de números.	$2n + 1$ (ao substituir n por números naturais teremos uma sequência de números ímpares)
Variável	As letras representam valores que variam em dependência, ou seja, ao atribuirmos valores para uma letra, obteremos valores correspondentes à outra. É possível construir um gráfico que represente essa variação.	$y = 2x^2$

Fonte: Organizado pelos autores

Vale salientar, professora (o), as diferentes formas e significados assumidos pelas letras nas expressões matemáticas, de maneira a enfatizar as equações, nas quais são consideradas como incógnitas e valores dados; e nas funções, onde impera a ideia de variáveis.

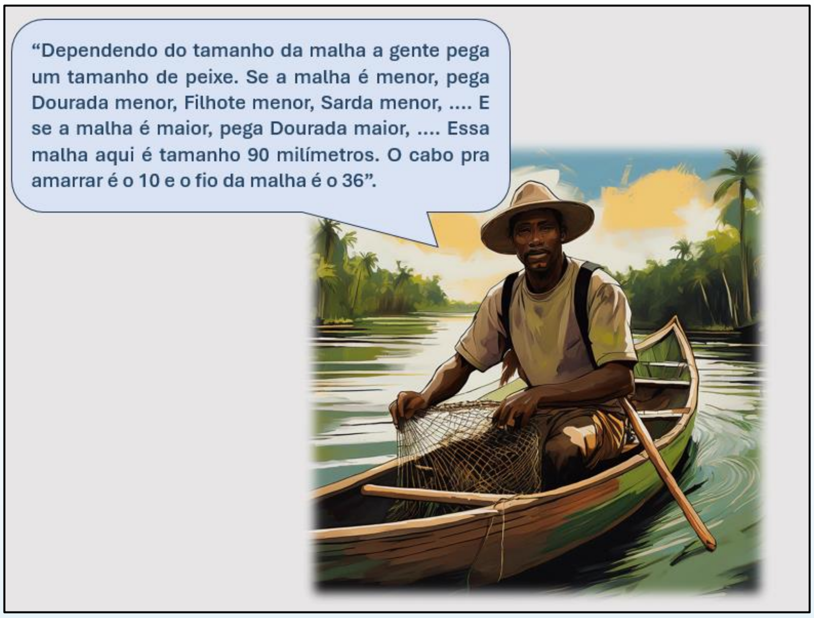
A variável é um símbolo que pode representar qualquer número dentro de um grupo de números, seja esse grupo limitado ou ilimitado. Ou seja, a variável funciona como um "substituto" para qualquer número desse conjunto, podendo ser usada tanto em situações com poucos números (finito) quanto com infinitos números. Por exemplo, se você tem um conjunto de números que vai de 1 a 10, a variável pode representar qualquer um desses números.

Ao utilizarmos o símbolo x como símbolo usual para representar uma variável, então consideramos que o símbolo "x" não corresponde a um único número, mas pode representar todos os números de um intervalo. É como se o "x" fosse uma espécie de representante de todos esses números. Um exemplo prático seria o seguinte: se você diz que "x" está entre 1 e 5, o "x" pode ser qualquer número entre 1 e 5, como 2; $3{,}5$, ou $4{,}2$. Assim como uma turma de alunos é composta por várias pessoas, o "x" representa todo o grupo de números, sem se limitar a apenas um deles.

A partir dessa abordagem sobre variável, apresentamos tarefas relacionadas à prática artesanal da pesca realizada na cidade de Gurupá-Pa para continuar a abordagem dessa noção essencial para a compreensão do conceito de função. Vale mencionar que essas tarefas podem ser ajustadas para melhor atender as demandas apresentadas pelos alunos.

- Tarefas para explorar a noção de variável

Vamos analisar o trecho de uma narrativa de um pescador da cidade de Gurupá-Pa. Nesse trecho o pescador Antônio relata a respeito da malha da rede para a captura do peixe *Dourada* (peixe muito conhecido na região marajoara). Em seguida, responda aos itens e discuta com os colegas e o professor a respeito dessa prática, evidenciando se você conhece, se faz do mesmo jeito ou de modo diferente, e suas peculiaridades:



1ª) Quais as variáveis você consegue identificar nesse trecho da narrativa?

2ª) Dentre as variáveis que você identificou quais possuem relações entre si?

3ª) Quais outras variáveis você conhece em práticas semelhantes a descrita pelo pescador Antônio?

4ª) Escreva um conjunto de elementos relacionados à prática descrita pelo pescador Antônio. Depois escolha um símbolo para representar qualquer um desses elementos. Esse símbolo que você escolheu é uma variável? Justifique sua resposta.

- ✓ Comentário sobre as tarefas

Consideramos que por meio dessas tarefas é possibilitado discussões que envolvam a prática da pesca artesanal e a noção de variável, atribuindo ao aluno um lugar de participação ativa da aula, concomitantemente a compreensão da ideia de variável, a qual será relevante para compreender o conceito de função.

No que concerne aos princípios curriculares para a EJA do ensino médio descritos pelo DCEPA, consideramos que as tarefas apresentadas estão de acordo com o princípio da ‘pluralidade de saberes e linguagens’, uma vez que contempla elementos da cultura dos alunos, bem como de suas experiências e vivências, inserindo-se no contexto social desses sujeitos em suas comunidades.

Ao aproximar essas tarefas ao estudo dos níveis de compreensão do conceito de função estabelecidos por Bergeron e Herscovics (1982), consideramos que se vislumbra o nível de compreensão *noção intuitiva,* pois os permite aos alunos o reconhecimento de variáveis em uma situação contextual.

2.2. Noção de dependência

A partir do que se estuda sobre as variáveis contidas nas diversas situações, aparece-nos a necessidade de compreender a respeito da dependência entre essas variáveis, ou seja, ao relacionar duas variáveis em uma mesma situação é possível encontrar uma dependência entre essas variáveis, em que uma varia dependendo da variação da outra.

Assim, é possível encontrar em diversas situações a dependência entre variáveis, como o preço a pagar pelas compras no supermercado que depende dos preços de cada item selecionado, ou ainda o tempo que se leva para chegar a um lugar depende da velocidade em que se caminha.

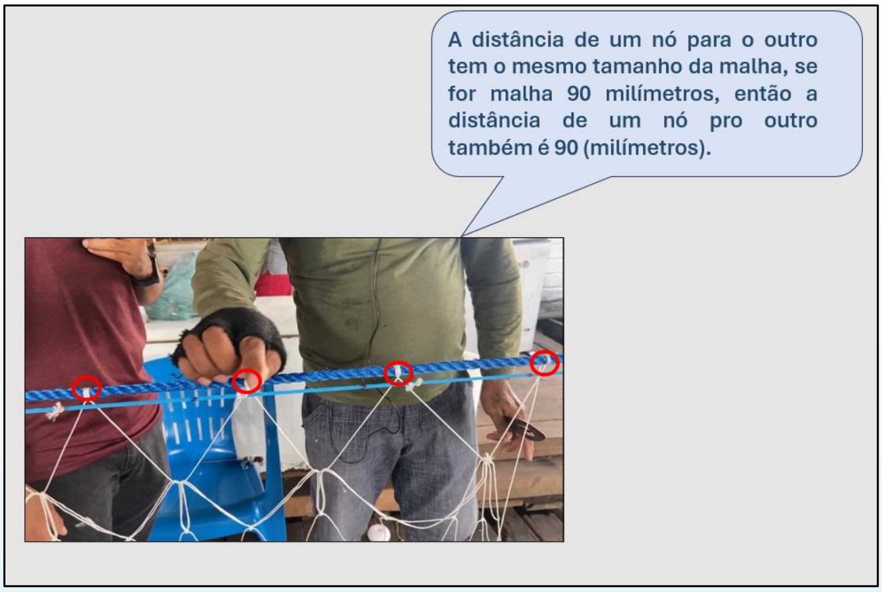
Nesse sentido, Fonseca *et al* (2013, p. 2) destaca “a noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente”.

Essas situações remetem a ideia de dependência entre as variáveis, uma vez que ao modificar uma das variáveis a outra também se modificará, implicando na noção de variável dependente e variável independente.

Assim, as tarefas apresentadas no tópico a seguir possuem o objetivo de explorar a noção de dependência entre variáveis, de modo que se tratam de situações advindas da prática da construção e manipulação da rede de malhas realizadas por pescadores da cidade de Gurupá-PA.

- Tarefas para explorar a noção de relação de dependência de variáveis

Vamos acompanhar a narrativa do senhor Carlos, pescador artesanal há mais de 30 anos. Nessa narrativa o pescador menciona uma técnica para manter o espaçamento entre os nós que amarram a rede de malhas no cabo superior:



Observação: o tamanho da malha, mencionado pelo pescador, diz respeito ao comprimento do lado do quadrado que forma a malha. Assim, se os quadrados que formam as malhas da rede medem 90 milímetros de lado, então os pescadores dizem que a rede é malha 90. Os nós que amarram a rede no cabo superior estão marcados em vermelho na imagem acima.

Após analisar a narrativa do pescador Carlos, responda aos itens a seguir:

1) A partir das informações dadas por seu Carlos, quais seriam as variáveis presentes nessa situação?
2) Dentre essas variáveis, quais seriam as variáveis dependentes e independentes?

3) Nas condições descritas por seu Carlos, quantos nós teriam em uma rede de 130 metros?

4) Considerando as informações dadas por seu Carlos, se a malha possuir tamanho 55 milímetros, então quantos nós, ao máximo, teriam em uma rede de 80 metros?

5) Utilizando uma rede com malha medindo 90 milímetros, e comprimento medindo 100 metros, como calcular a quantidade de nós? Represente a maneira que você chegou nesse resultado.

6) Como representar graficamente a relação da quantidade de nós dependendo do tamanho da rede?

✓ Comentários sobre as tarefas

Essas tarefas possibilitam o debate entre os alunos a respeito das técnicas realizadas por um pescador, de modo que se pode também suscitar outras técnicas semelhantes realizadas pelos alunos ou seus familiares, ou mesmo técnicas diferentes, reverberando a diversidade das práticas culturais existentes entre os alunos de uma mesma turma.

No que se refere a BNCC, essas tarefas estão no âmbito do objeto de conhecimento “grandezas diretamente proporcionais”, o que pode ser desenvolvida a habilidade “(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros” (Brasil, 2018, p. 295).

Já no aspecto do DCEPA, essas tarefas estão de acordo com os princípios curriculares denominados de "Pluralidade de Saberes e Linguagens" e "Trabalho como princípio educativo", uma vez que são tarefas que evidenciam a maneira como um determinado grupo cultural desenvolve suas práticas, as quais se referem às suas atividades laborais (Pará, 2021).

Com relação ao nível de compreensão do conceito de função, essas tarefas se inserem no âmbito da 'matematização inicial' (Bergeron e Herscovics, 1982), pois possibilita a visualização das várias formas como esse objeto do conhecimento podem estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar dos alunos, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

2.3. Noção de regularidade

Como já explicitado no capítulo primeiro deste produto educacional, a noção de regularidade perpassa por diversas situações no mundo em que existem relações entre elementos, e a regularidade entre essas relações permite a previsão e a repetição de certos acontecimentos (Caraça, 1986).

A ideia de regularidade entre grandezas perpassa também pela ideia de lei que pode ser estabelecida para prever os próximos acontecimentos, seguindo, é claro, certas condições e restrições que a lei vai estabelecer. Por exemplo, pode se pensar na regularidade do ciclo lunar, do movimento das marés, das estações do ano.

Além disso, a regularidade também está presente em sequências numéricas e geométricas, pois em muitas situações é possível identificar uma regularidade, ou seja, uma lei de formação que rege determinada sequência de números ou uma sequência de formas geométricas presentes em diversas situações, como na arte e na própria natureza.

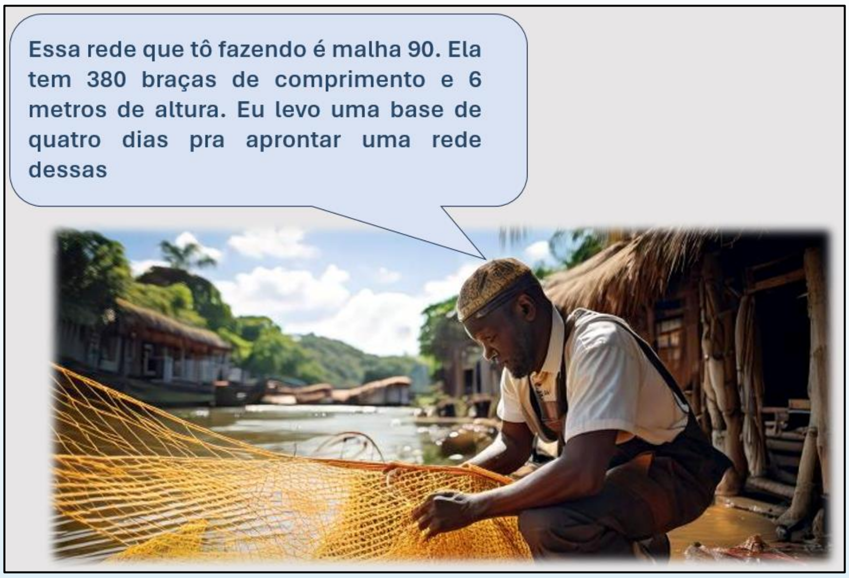
Percebemos, então que "fenômenos que ocorrem com regularidade podem ser generalizados. A capacidade de generaliza-los é importante e envolve, em geral, abstração" (Tinoco, 2002, p. 6). Desse modo, essa regularidade - a qual também remete a lei de formação, ou ainda a generalização - pode ser representada (ou descrita) pela língua natural (em forma de texto ou de forma oral) e também por meio de simbologia utilizada comumente pela Matemática escolar.

Por exemplo, a sequência de números $A = (1, 4, 9, 16, 25, \ldots)$ apresenta uma regularizada, a qual pode ser representada ou descrita como sendo $a\ sequência\ do\ quadrado\ dos\ números\ naturais$; ou ainda, se usarmos uma simbologia matemática, poderemos descrever em $y = x^2$, sendo $x \in \mathbb{N}$ e $y \in A$, ou seja, o resultado de x^2, que será um número pertencente ao conjunto A.

Assim, as tarefas apresentadas no tópico a seguir pretendem explorar a noção de regularidade, a qual é imprescindível para compreender o conceito de função. Vale ressaltar que essas tarefas são advindas de narrativas de pescadores artesanais da cidade de Gurupá-PA sobre a construção e manipulação das redes de malhas.

- Tarefas para explorar a noção de regularidade

Vamos acompanhar a narrativa do senhor Carlos, pescador artesanal da cidade de Gurupá-Pa, sobre a construção de uma rede de malhas:



A partir dessa narrativa, responda aos itens:

1) Você consegue identificar alguma relação de dependência entre variáveis nessa ação realizada pelo senhor Carlos? Se sim, qual(is) seria(m) essa (s) relação(ões)?

2) Como você representaria a relação que você identificou no item anterior?

3) Suponha que alguém encomende uma rede com malha 90 mm e com 6 metros de altura, mas com comprimento medindo 500 braças. Se o senhor Carlos manter o ritmo de trabalho, em quantos dias, no mínimo, ele entregaria essa rede? E se a rede fosse de 150 braças, em quantos dias concluiria o serviço?

4) Você consegue identificar alguma regularidade nessa narrativa? Caso consiga, qual seria?

5) Represente a regularidade que você identificou por meio de uma expressão matemática.

- ✓ Comentários sobre as tarefas

Consideramos que essas tarefas possibilitam explorar situações que vislumbram a noção de regularidade, ou seja, situações em que o aluno poderá compreender a respeito da lei de formação estabelecida para prever a sequência de eventos dependendo da variação entre valores de grandezas relacionadas.

Com relação às habilidades da BNCC que se inserem no âmbito dos princípios curriculares para a EJA-ensino médio abordados no DCEPA, essas tarefas podem desenvolver a habilidade “EF09MA08”, a qual destaca a explicitação da proporcionalidade em situações do contexto socioculturais dos alunos (Brasil, 2018).

Com base nos princípios curriculares do DCEPA, essas tarefas inserem-se no princípio da ‘Práxis’, pois traz questões da realidade dos alunos incorporando-as em situações teóricas da Matemática, que nesse caso se trata do conceito de função, possibilitando aos alunos refletirem sobre os aspectos inerentes às técnicas adotadas pelos pescadores à luz de um saber academicamente constituído.

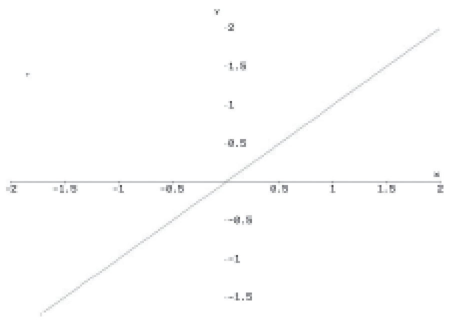
Consideramos também que essas tarefas se inserem no nível de compreensão do conceito de função denominado de abstração (Bergeron e Herscovics, 1982), de modo que é possível perpassar por uma situação real, a qual faz parte das práticas extraescolares de muitos alunos da EJA da região marajoara, para um saber matemático debatido na escola, fazendo com que os alunos percebam suas propriedades inerentes ao conhecimento científico.

2.4. Representação de função

Como já explorado anteriormente, as relações funcionais podem ser representadas de diversas maneiras, seja por meio de tabela, gráficos, expressão analítica, em forma de texto escrito ou falado, enfim, distintas maneiras que podemos explicitar uma relação biunívoca entre, pelo menos, duas variáveis. Para um aprofundamento melhor dessas representações, sugerimos o estudo do capítulo primeiro deste produto educacional.

Para sintetizar as representações de relações funcionais mais recorrentes, destacamos a figura a seguir em que explicita algumas formas de representar função:

Figura 27 - Algumas representações de relações funcionais

<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS</th></tr>
<tr><td>Registro da língua natural
*Uma função $f: A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, chamado de domínio da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B, chamado o contradomínio da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$.
*Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \mapsto f(x)$.</td><td>Registro gráfico
<u>Gráfico cartesiano</u>

<u>Tabela</u></td></tr>
<tr><td>Registro dos sistemas de escrita
<u>Simbólico</u> (línguas formais)
$f: A \to B$, $x \mapsto f(x)$, $f(x) = y$ ou $y = f(x)$
Algébrico
$y = x$
<u>Numérico</u> (natural, inteiro, racional, irracional)
$f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$</td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr><tr><td>$\frac{-1}{4}$</td><td>$\frac{-1}{4}$</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr><tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr></table></td></tr>
</table>

Fonte: Maggio e Nehring (2014, p. 98)

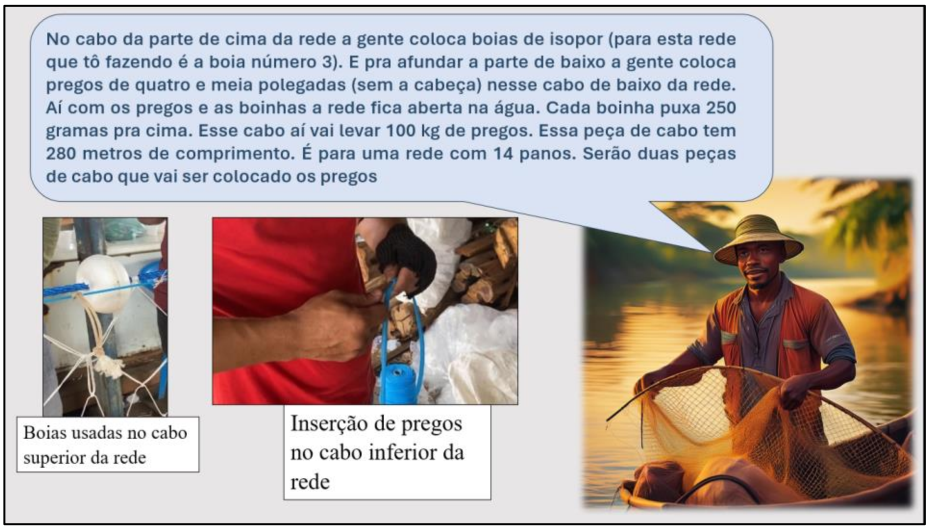
Nesse sentido, é importante que o professor (a) desenvolva ações em sala de aula para enfatizar a compreensão das distintas formas de se representar uma relação funcional, mostrando as características de cada uma delas, bem como a forma que elas estão destacadas nas atividades e tarefas propostas em sala de aula.

Vale ressaltar a necessidade da diversidade de tarefas para explorar as maneiras de se representar a função, mas “o professor deve explorar em todas elas a ideia central do conceito de função: o fato de que uma variável é perfeitamente determinada a partir do conhecimento de outra” (Tinoco, 2002, p. 49).

Dessa maneira, o tópico a seguir apresenta tarefas que podem ser exploradas em sala de aula para abordar a respeito das distintas maneiras de se representar as relações funcionais. Essas tarefas estão no contexto da prática da pesca artesanal, com foco na construção e manipulação das redes de malhas.

- Tarefas para explorar as formas de representação de função

De acordo com o senhor Benedito (pescador artesanal de Gurupá), para a construção da rede de malhas, entre outros itens, é necessário a utilização de dois cabos – um superior e um inferior - com espessuras maior do que o fio que se utiliza para tecer o pano da rede. Para o cabo superior é adicionado boias de isopor para flutuação da rede sobre a água, e no cabo inferior é adicionado algum peso para a submersão parcial da rede, para que ela possa ficar aberta dentro da água. Essa ação é relatada pelo pescador na seguinte narrativa:



Boias usadas no cabo superior da rede

Inserção de pregos no cabo inferior da rede

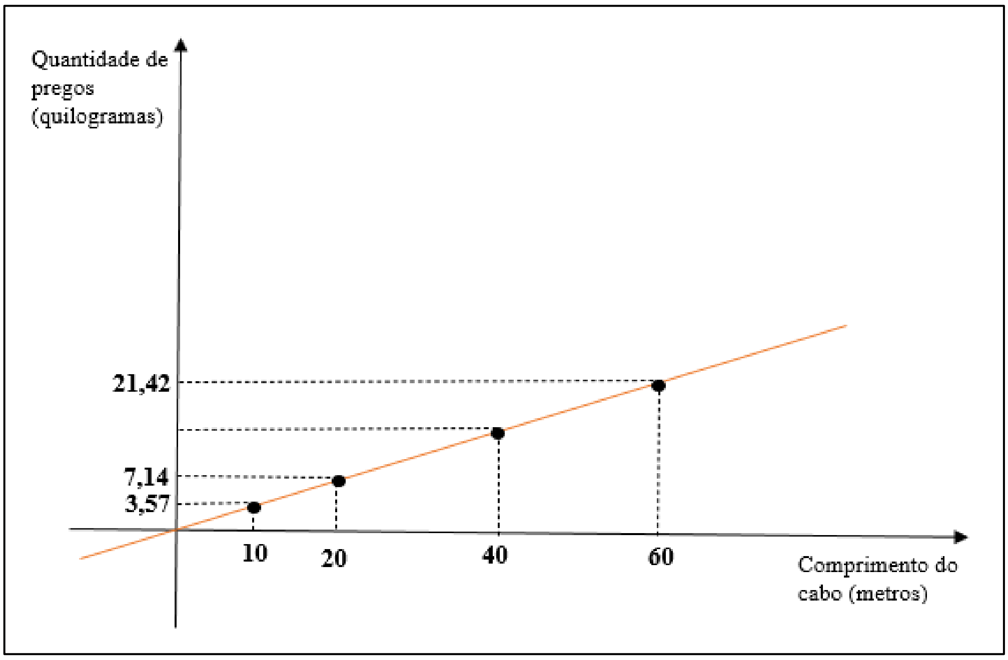
De posse dessas ações, responda:

1) Você consegue identificar variáveis e suas relações nessa situação apresentada no trecho da conversa com o senhor Benedito? Caso consiga descreva-as.

2) Como você representaria as relações identificadas no item anterior?

3) Você consegue representar alguma dessas relações por meio de uma expressão matemática (parecidas com aquelas que geralmente estudamos na escola)? Caso sim, qual seria essa expressão?

4) Analise o gráfico que representa a relação entre o comprimento do cabo (em metros) e a quantidade de pregos (em quilogramas) descrito a seguir e responda:



a) Qual a quantidade de pregos correspondente para 40 metros de cabo?

b) Você consegue identificar qual a expressão matemática que também representa essa relação contida no gráfico? Se sim, qual é essa expressão? Como você determinou essa expressão?

c)Qual seria o conjunto domínio, contradomínio e imagem da função apresentada no gráfico?

✓ Comentários sobre as tarefas

De maneira geral, consideramos que as essas tarefas apresentam um potencial para explorar algumas maneiras para representar situações em que se vislumbram relações funcionais, levando aos alunos a refletirem e compreenderem que uma mesma relação funcional pode ser representada por mais de uma maneira, seja por meio de gráficos, tabelas, expressões analíticas e por um texto escrito.

Levando em consideração as habilidades da BNCC analisadas sob a luz dos princípios curriculares apresentados pelo DCEPA, essas tarefas podem desenvolver a habilidade “EM13MAT404”, a qual, de maneira geral, insere-se na identificação das diferentes formas de representar relações funções, bem como na interpretação de gráficos e na explicitação do domínio e imagem da função (Brasil, 2018).

Com base nos princípios curriculares apontados pelo DCEPA para o desenvolvimento na EJA-ensino médio, essas tarefas estão no âmbito dos princípios da ‘práxis’ e da ‘pluralidade de saberes e linguagens’, pois é possível vislumbrar tanto a aproximação entre a teoria e a prática por meio das ações dos pescadores e as relações funcionais ali presentificadas, como também a valorização da diversidade de saberes que estão inseridos na sala de aula por meio das experiências de vida dos alunos (Pará, 2021).

Em relação aos níveis de compreensão do conceito de função (Bergeron e Herscovics, 1982), essas tarefas apresentam potencial para desenvolver o nível de formalização, pois a partir das representações abordadas e compreendidas pelos alunos, o professor poderá mostrar a maneira formal como a maioria dos livros didáticos (ou acadêmicos) representam as relações funcionais. Essa maneira formal de representação de função pode ser vislumbrada no capítulo 1 deste produto educacional.

03

Considerações

Caro estudante, caro professor (a), ou público em geral que se interessa pela temática das abordagens do objeto de conhecimento função na Educação de Jovens e Adultos, a intenção em organizar um guia didático para explorar o conceito de função, em especial no contexto paraense e marajoara, se dá em face do reconhecimento que muito ainda precisa ser feito por esta modalidade de ensino, pois é visível a falta de material disponível, bem como a falta de formação continuada para professores que atendam especificamente essa clientela.

Para melhor encaminhas as considerações deste guia didático, iremos separar em dois tópicos: o primeiro são considerações que abarcam uma percepção voltada para os alunos da EJA que utilizarem este material, pontuando as distintas maneiras que se pode representar relações funcionais, bem como os destaques destas relações em ambientes contextualizados; o segundo tópico são considerações voltadas para o trabalho docente desenvolvidos nas turmas da EJA, enfatizando as possibilidades da utilização deste guia didático em suas aulas de Matemática, em especial para as abordagens do objeto de conhecimento função.

- Considerações para os alunos

Cara aluna(o), pertencente à modalidade da Educação de Jovens e Adultos do ensino médio, consideramos que este guia didático proporcionou a exploração do conceito de função a partir de uma visão mais ampla acerca deste objeto de conhecimento, mostrando para você as distintas maneiras que podemos vislumbrá-lo tanto no que se refere à Matemática acadêmica como nas técnicas utilizadas pelos pescadores artesanais.

Nesse sentido, você pôde ter percebido que os conhecimentos matemáticos sobre função estruturados pelo currículo de sua escola, os quais são abordados pela disciplina de Matemática, possui diversas manifestações em situações fora do contexto escolar, em especial em situações conhecidas e reconhecidas por você, como é o caso da prática da pesca artesanal.

Dessa maneira, este guia didático pretendeu criar cenários oriundos de narrativas reais de pescadores sobre construção e manipulação de redes de malhas para explorar elementos do conceito de função, manifestando o entrelaçamento dos saberes matemáticos acadêmicos e as técnicas utilizadas pelos pescadores em suas atividades laborais, mostrando que todos os conhecimentos são importantes dentro dos seus grupos culturais, pois todos são técnicas para resolver seus problemas práticos.

Assim, esperamos que este guia didático possa ter contribuído com a sua compreensão acerca do objeto de conhecimento função, bem como as maneiras que esse objeto pode ser representado (seja na forma de expressão analítica, gráfica, tabular e metafórica) e a forma como se entrelaça com práticas diárias em nosso contexto fora do ambiente escolar, possibilitando que você construa seus conhecimentos matemáticos de maneira contextual, percebendo que a Matemática é muito mais do que uma disciplina escolar, mas uma maneira de ser e estar no mundo em que vivemos.

❖ Considerações para os professores da EJA

Caro professor(a), sobre as suas turmas da EJA, é inviável tratá-las da mesma maneira como se é tratadas as turmas da modalidade regular de ensino, pois na EJA os alunos já apresentam toda uma estrutura social, política e cultural formada ao longo da vida, bem como experiências e expectativas que se diferenciam daquelas demonstradas pelos alunos regulares.

Os alunos da EJA são, em sua maioria, adultos que buscam novamente o ambiente escolar depois de serem obrigados a abrir mão por conta de suas demandas particulares. Esses alunos vislumbram na escola uma oportunidade para melhoria de vida, seja para uma empregabilidade ou para uma formação.

Assim, é preciso que a escola entenda e atenda as demandas trazidas por esses alunos, reconhecendo os esforços que esses alunos imprimem para se fazerem presentes no ambiente da sala de aula, pois é visível o cansaço nos rostos dos alunos da EJA, mas também e visível a esperança que eles carregam consigo para manterem-se firmes até a conclusão da educação básica.

Com isso, as tarefas propostas neste produto educacional intencionam aproximar as ações da sala de aula com vivências apresentadas por estes alunos da EJA, fortalecendo os vínculos e potencializando as aprendizagens, mostrando que todos os saberes são válidos dentro dos contextos em que estão sendo utilizados.

De maneira geral, caro professor (a) , é importante explorar em sala de aula questões advindas da própria realidade dos alunos, abordando a natureza dialógica dos saberes, de modo aa vislumbrar semelhanças que potencializam o saber matemático constituído no currículo escolar.

Por fim, consideramos que todas as tarefas aqui propostas podem ser reorganizadas para melhor atender as expectativas e realidades dos alunos de suas turmas, querida professora (o), explicitando as distintas formas de lhe dar com práticas semelhantes, valorizando os saberes em cada contexto sociocultural. Desse modo, a mensagem que de fato fica a partir dessas abordagens é a necessidade de explorar de maneira diferenciadas as ações para o público da EJA.

04

Referências

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Edutira, 1986.

BERGERON, Jacques C.; HERSCOVICS, Nicolas. Levels in the understanding of the function concept. In: Conference on functions, 1. 1982. Anais... Enschede, The Netherlands: National Institute for Curriculum Development, 1982, p. 39-55.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2018. Disponível em https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em outubro de 2024.

MAGGIO, Deise Pedroso; NEHRING, Cátia Maria. Saberes docentes acerca das representações semióticas do conceito de função: Atuais desafios à educação matemática. Boletim GEPEM: Nº61 – jul./dez., 2012. Disponível em https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/258/240. Acesso em outubro de 2024.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação do Pará. Documento Curricular do Estado do Pará – Etapa Ensino Médio. Diário oficial do Estado do Pará: Volume II. Belém: SEDUC-PA, 2021. Disponível em https://www.seduc.pa.gov.br/site/public/upload/arquivo/probncc/ProBNCC_DCEPA-12072021_compressed-3b8b0.pdf. Acesso em outubro de 2024.

RIBEIRO, Alessandro; CURY, Helena. Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (Coleção Tendências em Educação Matemática), 2015.

ROSSINI, Renata. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias. Tese (doutorado em educação matemática). PUC-SP: 2006.

SIERPINSKA, Anna. On understand de notion of funtion. In: The concept of funtion: aspects of epistemology and pedagogy. Guershom Hareland Ed Dubinsky (Eds.) Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/238287243_On_understanding_the_notion_of_function. Acesso em março de 2023.

SILVA, Edna Machado; MIRANDA, Denis do Socorro Pinheiro; CABRAL, Natanael Freitas. FUNÇÃO: Uma reconstrução histórica do conceito. Anais. XIII Seminário Nacional de História da Matemática.. – Fortaleza: SBHMat, 2019.

TINOCO, Lucia. Construindo o conceito de Função no 1º grau. Projeto Função Matemática - Instituto de Matemática-UFRJ.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alice: Quanto tempo é para sempre? Coelho Branco: Às vezes apenas um segundo. (da obra Alice no País das Maravilhas de Lewis Carroll)

Realizar a escrita desse capítulo se mostrou como uma tarefa bastante árdua para mim, pois como poderei selecionar argumentos que remetam a considerações de cunho finalizador deste trabalho dissertativo, uma vez que são tantos acontecimentos perpassados que beiram o impossível ter que selecionar apenas alguns para tratar, já que o espaço para tal escrita precisa ser finito.

Além disso, remetendo à epígrafe que abre este capítulo, as experiências que foram perpassadas ao longo desta investigação se deram em decorrência do ato de parar e comtemplar acontecimentos que se deram em frações de segundos, os quais podem perdurar uma eternidade como ação a ser refletida.

Nesse sentido, para nortear a escrita desse capítulo procurei tecer argumentos que pudessem explicitar as possíveis respostas para a questão norteadora traçada para esta pesquisa, assim como argumentos que evidenciam o objetivo geral desta investigação, o qual considero que fora atingido.

Dessa forma, esse capítulo está subdividido em dois subcapítulos: o primeiro apresenta considerações acerca da questão de pesquisa traçada para esta investigação, elencando elementos que possam ser considerados como respostas para tal indagação; o segundo destaca argumentos para considerar atingido o objetivo geral organizado para o encaminhamento desta investigação.

9.1 – Considerações acerca da questão de pesquisa

Como já mencionado anteriormente, a pergunta elaborada para a condução desta investigação se deu da seguinte maneira: “que potencialidades são evidenciadas da utilização das narrativas de pescadores na perspectiva da Etnomatemática para contribuir com os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função na 1ª etapa do ensino médio da EJA?”. Esse questionamento mobilizou diversas ações que levaram em consideração três palavras-chaves principais: o “ensino de função”, a “educação de jovens e adultos” e a “Etnomatemática”.

Sobre o ensino de função, esta investigação possibilitou a realização de buscas para tratar desse objeto de conhecimento, bem como suas concepções desenvolvidas ao longo da historicidade matemática, seus elementos necessários para uma compreensão mais geral (como é o caso do conceito de variável, regularidade, lei de formação, etc.), e também como o objeto função é tratado no livro de Matemática utilizado na escola onde ocorreu a pesquisa.

Esse movimento de pesquisar sobre um determinado objeto de conhecimento para ser posteriormente ensinado aos alunos é um processo necessário para todos os professores, o que considero ter ficado ainda mais explícito (pelo menos para mim) a partir dessa ação de busca que foi evidenciado ao longo desta investigação. O professor precisa debruçar-se sobre aquele determinado objeto de conhecimento que irá explorar em sala de aula para que compreenda cada vez mais os possíveis erros e obstáculos (sejam de natureza didática ou epistemológica) que tal objeto de conhecimento pode explicitar em sua abordagem.

De modo particular, considero a necessidade do professor reconhecer-se como um eterno aprendiz, pois mesmo que conte com anos na profissão ensinando aquele mesmo objeto de conhecimento, sempre existirá a necessidade da pesquisa para despersonalizar-se do que já tem (ou do que já é) e repersonalizar-se com elementos sempre novos que a arte de ensinar pode evidenciar ou proporcionar.

A respeito da Educação de Jovens e Adultos, esta investigação proporcionou um olhar mais próximo para esse público-alvo, o qual é composto por alunos e alunas que visam o retorno para o ambiente escolar depois de uma idade considerada avançada para aquela série do ensino básico.

Esses alunos ainda possuem a esperança da escola lhes proporcionar uma formação para que possam atuar ainda mais nos seus espaços de convivência social, ou ainda, buscam uma formação escolar mais avançada para conquistar o nível superior de ensino e galgar a empregabilidade de seus sonhos.

Nesse sentido, é dever da escola por meio das ações docentes, sobretudo em sala de aula, criar ambientes favoráveis para alimentar os sonhos ainda existentes e persistentes nos alunos da EJA, proporcionando-lhes acolhimento, reconhecimento, valorização e esperança de alcançar suas expectativas, por mais que os entraves da vida que perpassam dificultem o processo, mas que a desistência não pode ser uma opção.

Com isso, as estratégias didáticas, pedagógicas e metodológicas necessitam de uma adaptação para esse público da EJA, para que atenda as expectativas desses alunos e que eles possam enxergar na escola um potencial que vai além da simples certificação. Assim, essas ações passam pela contextualização com as vivências desses alunos, aproveitando os conhecimentos e saberes que eles já demostram, pois suas interações com o mundo e com os outros lhes proporcionaram saberes ricos que podem ser explorados e aproveitados nas aulas.

Esse fato chama a atenção para a seguinte ocorrência: muitos professores, possuem turmas tanto com alunos da modalidade regular de ensino, quanto alunos da modalidade da EJA, e com isso, realizam a mesma abordagem dos objetos de conhecimento em ambas as modalidades, sem refletir sobre o próprio público-alvo a quem dirigem suas ações docentes.

Essa ocorrência implica em todas as perspectivas dos alunos da EJA, pois como outrora mencionado, são alunos diferenciados pelo fato de que já possuem suas vivências no mundo do trabalho, na constituição da própria família, na atuação efetiva como cidadão dos municípios em que vivem, ou seja, são jovens, adultos e idosos que necessitam de um tratamento didático diferente daqueles realizados com os alunos da faixa etária de 15 a 17 anos que estão na modalidade regular.

Assim, reitero que a modalidade da EJA precisa ser tratada com olhar diferenciado, lançando o convite aos alunos para que sejam construtores de seus próprios conhecimentos a partir daqueles conhecimentos que já possuem, vislumbrando com mais ênfase a Matemática presente nas ações que realizam nas suas mais diversas rotinas.

Sobre a palavra-chave ‘Etnomatemática’ enfatizada na questão norteadora, promoveu vislumbrar a possibilidade de um fazer docente pautado na valorização e reconhecimento dos saberes outros, contidos nas diversas formas de vida que presenciamos ao longo de nossa caminhada no mundo.

A possibilidade da utilização da Etnomatemática como caminho metodológico para pesquisa e ensino (Lara, 2019), mostrou-se como um percurso alcançável para tratar elementos da Matemática estruturada no currículo escolar numa relação de dialogicidade com práticas realizadas por diversos grupos culturais, particularmente com a prática da pesca artesanal aqui explorada.

Esse percurso Etnomatemático implementou discussões em sala de aula sobre a maneira do fazer e do saber fazer a respeito das construções e manipulações das redes de malhas, incluindo fortemente os alunos nesse debate, pois se tratava de algo conhecido e reconhecido por eles. E nesse percurso, as semelhanças entre as técnicas inerentes à pesca e os elementos pertencentes ao conceito de função emergiram, não em uma forma hierarquizada ou numa tentativa de tradução, mas em um entrelaçamento justaposto, mostrando que todos os conhecimentos e saberes são importantes dentro dos seus grupos culturais que o utilizam.

Imbuído nesse percurso Etnomatemático encontram-se as narrativas dos pescadores, as quais formaram um domínio para ser explorado, aproximando-se da fase etnográfica apontada por Lara (2019) para utilização da Etnomatemática como metodologia de pesquisa e de ensino. Essas narrativas, associadas aos vídeos mostrando os pescadores em suas ações, foram basilares para a promoção de um ambiente propício a investigação, interação, implicação e discussão, bem como, para buscar as semelhanças entre as formas de vidas dos pescadores e a matemática explorada na escola.

Nesse sentido, pode-se questionar o leitor: qual deveria ser a resposta para a questão norteadora desta investigação? Considero que a resposta para esse questionamento é bastante ampla e complexa, ao mesmo tempo que dá a impressão que está explícita ao longo de tudo o que já foi posto até aqui.

As potencialidades da utilização das narrativas dos pescadores para o ensino e aprendizagem do conceito de função na EJA, por meio da abordagem da Etnomatemática, inserem-se desde a minha própria formação enquanto professor, pois ficou evidente que conhecer os afazeres dos alunos em suas práticas extraescolares para aproximar e explorar os objetos de conhecimentos da Matemática só trazem ganhos para a prática docente, bem como para a relação entre professor, aluno e o saber em jogo.

Outra potencialidade evidenciada foi o ambiente criado em sala de aula que propiciou as discussões, interações e participações dos alunos nos debates e na construção do conhecimento, reverberando a importância de uma contextualização para promover o ensino e a aprendizagem do objeto de conhecimento.

De modo geral, essas potencialidades ancoram-se na promoção de processos investigativos em sala de aula; na explicitação da importância da intervenção ou mesmo da presença ativa do professor na sala de aula; na valorização dos saberes; e no desenvolvimento dos níveis de compreensão do conceito de função, tópicos explorados no capítulo de resultados.

Assim, concluo este subcapítulo enfatizando a importância de criar momentos e ambientes de aprendizagens junto aos alunos da EJA, fortalecendo os vínculos que os fazem querer retornarem para a escola, valorizando seus saberes, explorando saberes novos com base nas articulações com os antigos, e com isso, oportunizando a participação na vida escolar para transformar a vida extraescolar.

9.1 – Considerações acerca do objetivo geral

Retomemos o objetivo geral para a elaboração desta investigação, o qual se deu em: “Estruturar uma sequência de atividades na perspectiva da Etnomatemática a partir das narrativas de pescadores para contribuir com o ensino e a aprendizagem do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos no ensino médio”.

Foi possível vislumbrar, sobretudo, no quarto dia da aplicação desta investigação junto aos alunos da EJA, a estruturação e exploração de atividades que levaram em consideração as narrativas dos pescadores e o ensino do conceito de função. Vale ressaltar que essas atividades foras elaboras com a contribuição dos alunos, pois foi a partir das reflexões que eles evidenciaram ao longo das narrativas que as tarefas foram elaboradas.

Para além dessas tarefas, foi constituído um guia didático, o qual pode ser utilizado por professores para explorar o conceito de função por meio de tarefas contextualizadas, levando em consideração narrativas de pescadores sobre as práticas de construção e manipulação de redes de malhas.

Esse guia didático, o qual faz parte também das exigências deste programa de mestrado profissional em que esta pesquisa está associada, traz em seu escopo o público-alvo da EJA, o que revela a natureza necessária desse tipo de material específico para esse público, pois a modalidade da EJA não conta, pelo menos até a data da publicação desta pesquisa e no âmbito do estado do Pará, com esse tipo de recurso didático voltado para o público da EJA.

Além disso, a modalidade da EJA não conta também com um currículo escolar estruturado para ser explorado em sala de aula, com isso, o guia em didático aqui destacado buscou um ensaio para a estruturação de um currículo escolar para a EJA, de modo que foi evidenciado habilidades da BNCC e as recomendações do Documento Curricular do Estado do Pará (para as implementações de currículos para a EJA) que mais se aproximam das necessidades do público da Educação de Jovens e Adultos.

Vale ressaltar que a sequência das atividades para explorar o conceito de função descritas no guia didático também explicitam os níveis de compreensão desse objeto de conhecimento, o que pode ser reajustado pelos usuários do guia didático visando atender da melhor forma as demandas emergentes das realidades dos alunos com quem se pretende explorar.

Ao utilizar as narrativas dos pescadores destacados no guia didático elaborado para explorar o conceito de função na EJA, é preciso levar em consideração que cada grupo cultural possui suas formas específicas para tratar situações semelhantes, ou seja, dependendo da região geográfica, essas práticas podem apresentar técnicas diferentes, o que também pode ser reajustado para explorar outros conceitos da Matemática, reverberando a Matemática da sensibilidade, a qual:

> É a convergência entre o pensamento matemático formal do pesquisador e a arte (e/ou técnica) desenvolvida por diferentes grupos ou sujeitos cognitivos nos seus fazeres e saberes tradicionais. Baseia-se na concepção de que estes saberes tradicionais, traduzidos em diferentes formas de artesanato, construção de barcos e de moradias, confecção de tijolos e de adobe, entre outros, são desenvolvidos por meio de uma simbiose entre o pensamento simbólico/matemático não formal e a capacidade sensível e criativa do sujeito [...] (Fernandes, 2016, p. 106).

Nesse sentido, o professor precisa envolver-se com o contexto em que esses alunos desenvolvem suas práticas de construção e manipulação das redes de malhas para a captura dos determinados tipos de pescados para que desenvolva da melhor forma o pensamento matemático formal da criatividade dos sujeitos inseridos nessas práticas, potencializando a exploração dos objetos de conhecimento da matemática e valorizando os saberes inerentes aos grupos culturais.

Assim, de maneira geral, considero que o objetivo traçado para esta investigação foi alcançado, uma vez que foi possível estruturar atividades para serem exploradas junto aos alunos da EJA para o ensino e aprendizagem do conceito de função, tendo como pano de fundo a abordagem Etnomatemática, evidenciando a valorização dos saberes, a sobrevivência e a transcendência de técnicas, entrelaçando aos saberes matemáticos estruturados no currículo escolar.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. Parecer 11/2000. Estabelece as **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos**. Brasília, 2000a.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo Escolar da Educação Básica 2022**: Resumo Técnico. Brasília, 2023. Disponível em https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2022.pdf. Acesso em 17 de fev de 2024

BERGERON, Jacques C.; HERSCOVICS, Nicolas. Levels in the understanding of the function concept. **In:** Conference on functions, 1. 1982. Anais... Enschede, The Netherlands: National Institute for Curriculum Development, 1982, p. 39-55.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Coleção ciência da educação, Porto editora. 1994.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Edutira, 1986.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia Margarida; PONTE, João Pedro. Investigações matemáticas na sala de aula. **Conference**: ProfMat 95 -- Encontro Nacional de Professores de Matemática, 1995. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/242306039_Investigacoes_matematicas_na_sala_de_aula. Acesso em outubro de 2024.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática:** Arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática Editora, 1990.

_______________________. Etnomatemática: um programa. **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau, v. 1, n. 1, p. 5-11, 1993.

_______________________. A educação matemática e Etnomatemática. Teoria e Prática da Educação, Maringá - PR, vol. 4, nº 8, jun. p. 15-33, 2001.

_______________________. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para uma civilização em mudança. In: I CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA-CBEm, 1, 2000b, São Paulo. **Anais...** São Paulo: EDUSP, 2000.

_______________________. **Educação matemática:** da teoria à prática. 17ª ed. São Paulo: Papirus, 2009.

_______________________. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

_______________________. As bases conceituais do programa etnomatemática. **RLE** (Pasto), v. 7, p. 181-188, 2014.

FERNANDES, Alcione Marques. **Louceiras de Arraias:** do olhar Etnomatemático à ecologia de saberes na Universidade Federal do Tocantins. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2016.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Programa de pesquisa científica Etnomatemática. **RBHM**, Especial no 1, p. 273-280, 2007.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia. São Paulo: Paz e Terra, 2011. Disponível em https://nepegeo.paginas.ufsc.br/files/2018/11/Pedagogia-da-Autonomia-Paulo-Freire.pdf

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48,

2001.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetas de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 4. ed., 2002.

_________________. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** São Paulo: Atlas, 6ª ed., 2008.

KNIJNIK, G. – **Exclusão e Resistência**: Educação Matemática e Legitimidade Cultural, Porto Alegre: Artes Médicas Ed., 1996

LAFFIN, Maria Hermínia Lage Fernandes; SANCEVERINO, Adriana Regina. Documentos curriculares, marcos legais e demandas potenciais de matrícula para a educação de jovens e adultos. **Revista Multidisciplinar de ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernado Rodrigues da Silveira,** v. 10, nº 24, maio – agosto de 2021, Rio de Janeiro, 2021.

LARA, Isabel Cristina Machado de. Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.4, n.9, maio-agosto / 2019.

OLIVEIRA, Cristiane Coppe de; PEIXOTO Cinara Ribeiro. Programa Etnomatemática e o Cotidiano: o que Ubiratan D'Ambrosio tem a nos dizer? In: **Ubiratan incomensurável**. Organizado por CONRADO Andréia Lunkes; MIRANDA Gustavo Alexandre de; OLIVEIRA Zaqueu Vieira, São Paulo: FEUSP, 2023.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação do Pará. Documento Curricular do Estado do Pará – Etapa Ensino Médio. Diário oficial do Estado do Pará: Volume II. Belém: SEDUC-PA, 2021. Disponível em https://www.seduc.pa.gov.br/site/public/upload/arquivo/probncc/ProBNCC_DCEPA-12072021_compressed-3b8b0.pdf. Acesso em novembro de 2024.

PONTE, João Pedro Mendes. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat 2003.** Lisboa: APM. Disponível em https://www.ime.usp.br/~dpdias/2012/MAT1500-3-Ponte%28Profmat%29.pdf. Acesso em novembro de 2024.

RIBEIRO, Alessandro; CURY, Helena. Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (Coleção Tendências em Educação Matemática), 2015.

ROSSINI, Renata. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias. Tese (doutorado em educação matemática). PUC-SP: 2006. Disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_rossini.pdf. Acesso em junho de 2023.

ROSA, Milton; OREY, Daniel. Vinho e queijo: Etnomatemática e modelagem. **BOLEMA**, v. 16, n. 20, p. 1-16. Rio Claro – SP, 2003.

_________________. Educação matemática: algumas considerações e desafios na perspectiva Etnomatemática. **Revista Educação Popular**, v. 8, p 55-63, Uberlândia – SP, 2009.

SIERPINSKA, Anna. On understand de notion of funtion. **In:** The concept of funtion: aspects of epistemology and pedagogy. Guershom Hareland Ed Dubinsky (Eds.) Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/238287243_On_understanding_the_notion_of_function. Acesso em março de 2023.

SILVA, Edna Machado; MIRANDA, Denis do Socorro Pinheiro; CABRAL, Natanael Freitas. FUNÇÃO: Uma reconstrução histórica do conceito. **Anais**. XIII Seminário Nacional de História da Matemática.. – Fortaleza: SBHMat, 2019.

VENTURA, Jaqueline Pereira. **Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores no Brasil: revendo alguns marcos históricos**. Disponível em http://ppgo.sites.uff.br/wp-content/uploads/sites/296/2017/12/educacao-jovens-adultos-trabalhadores-revendo-marcos.pdf. Acesso em 19 de fev de 2024.

LINKS ACESSADOS:

AGÊNCIA IBGE NOTÍCIAS. Disponível em https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/37089-em-2022-analfabetismo-cai-mas-continua-mais-alto-entre-idosos-pretos-e-pardos-e-no-nordeste#:~:text=A%20taxa%20de%20analfabetismo%20das,da%20s%C3%A9rie%2C%20iniciada%20em%202016. Acesso em 16 de fev de 2024

BRASIL, Ministério da Integração e do Desenvolvimento Regional. **Pescadores Artesanais**: conheça o trabalho desses profissionais que vivem da pesca e mantêm uma relação de carinho com a natureza. Disponível em https://www.gov.br/dnocs/pt-br/assuntos/noticias/pescadores-artesanais-conheca-o-trabalho-desses-profissionais-que-vivem-da-pesca-e-mantem-uma-relacao-de-carinho-com-a-natureza . Acesso em junho de 2024

GURUPÁ, Câmara de Gurupá Disponível em https://camaragurupa.pa.gov.br/o-municipio/ . Acesso em setembro de 2024.

ANEXOS

Anexo 01 - Termo de consentimento livre e esclarecido e autorização para proceder com a pesquisa. O documento foi assinado pela direção da escola onde ocorreu a segunda etapa da pesquisa de campo.

Serviço Público Federal
Universidade Federal do Pará - UFPA
Instituto de Educação Matemática e Científica - IEMCI
Programa de Pós-Graduação em Docência Em Ciências e Matemáticas – Mestrado Profissional

TERMO DE CONSENTIMENTOLIVRE E ESCLARECIDO

A pesquisa em andamento tem como responsável o professor Madson Sanches Brabo, bem como sua orientadora, Profª. Drª. Renata Lourinho da Silva, do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA). O tema da pesquisa é “Introdução do estudo de função a partir de práticas socioculturais”. Seu objetivo é utilizar as práticas socioculturais oriundas do município de Gurupá para o desenvolvimento e compreensão das ideias de função. Especificamente para esta pesquisa a prática sociocultural utilizada será a pesca artesanal.

Seguindo os preceitos éticos, informamos que o envolvimento desta Instituição, pretenso lócus de pesquisa, será devidamente identificado, o que implica na citação do nome e/ou dados que possam identificá-la no relatório final e em qualquer publicação posterior. Seu envolvimento não acarretará quaisquer danos à sua reputação ou de seus colaboradores diretos e indiretos.

A Instituição tem a total liberdade de recusa, assim como pode solicitar a exclusão dos seus dados, retirando seu consentimento sem qualquer penalidade ou prejuízo, quando assim o desejar.

Agradecemos sua colaboração, enfatizando que a mesma em muito contribui para a formação e para a construção de um conhecimento atual nesta área.

____
Renata Lourinho da Silva
Professora Orientadora

____
Madson Sanches Brabo
Mestrando Pesquisador

Tendo ciência das informações contidas neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, eu ____, portador do RG nº ______________________, no exercício da função de gestora desta unidade de ensino, EEEM Marcílio Dias, autorizo a utilização nesta pesquisa dos dados necessários, tanto no que se refere às informações prestadas por nossos colaboradores e alunos/responsáveis, quanto das imagens captadas ao longo da pesquisa.

____
Assinatura

Gurupá, 04 de agosto de 2023.

Anexo 02 – Carta de apresentação do mestrando utilizada em todas as ocasiões necessárias para o andamento da pesquisa

Serviço Público Federal
Universidade Federal do Pará - UFPA
Instituto de Educação Matemática e Científica - IEMCI
Programa de Pós-Graduação em Docência Em Ciências e Matemáticas – Mestrado Profissional

CARTA DE APRESENTAÇÃO DO MESTRANDO PESQUISADOR

Belém, 10 de junho de 2023.

Prezado (a),

Por meio desta apresentamos o mestrando Madson Sanches Brabo, RG nº 6949880, do Curso de Pós-Graduação em Docência em Ciências e Matemática – turma 2023, devidamente matriculado nesta instituição de ensino, que está realizando a pesquisa intitulada “Introdução ao estudo de função por meio de práticas socioculturais”.

Vimos através deste solicitar sua autorização para execução e coleta de dados em sua instituição e aos seus associados. A coleta de dados se dará por meio de entrevistas que serão filmadas com finalidade de elaboração de documentário que abordará as temáticas explicitadas.

Ainda queremos dizer-lhe que uma das metas para a realização deste estudo é o comprometimento deste pesquisador em possibilitar, aos entrevistados, um retorno dos resultados da pesquisa. Por outro lado, solicitamos-lhes, aqui, permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, em forma de pesquisa preservando sigilo e ética.

Agradecemos vossa compreensão e colaboração no processo de desenvolvimento deste futuro profissional e da pesquisa científica em nossa região. Colocamo-nos à vossa disposição no IEMCI/UFPA ou outros contatos, conforme segue:

Celular do Professor Pesquisador: (91) 98907-3472. E-mail: madson.brabo@gmail.com

Sendo o que tínhamos para o momento, agradecemos antecipadamente.

Renata Lourinho da Silva
Professora Orientadora

Madson Sanches Brabo
Mestrando Pesquisador

Gurupá, 04 de agosto de 2023

Anexo 03 – Termo de livre e esclarecido assinado pelos pescadores e alunos participantes desta investigação

Serviço Público Federal
Universidade Federal do Pará - UFPA
Instituto de Educação Matemática e Científica - IEMCI
Programa de Pós-Graduação em Docência Em Ciências e Matemáticas – Mestrado Profissional

TERMO DE CONSENTIMENTOLIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, RG: ________________, autorizo livre e voluntariamente o pesquisador **Madson Sanches Brabo, RG:**______________ obter fotografias, filmagens e/ou gravações de voz de minha pessoa para fins de pesquisa científico/educacional. Conheço a pesquisa intitulada "introdução ao estudo de funções por meio de práticas socioculturais" e concordo livremente em participar dela. Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a minha pessoa podem ser publicadas em aulas, congressos, eventos científicos, palestras, dissertações, teses e/ou periódicos científicos. Fica ainda autorizada de livre e espontânea vontade para os mesmos fins, a cessão de direitos de veiculação não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração. As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do pesquisador.

Gurupá, ___ de agosto de 2023

____

Assinatura do participante da pesquisa