A Matemática presente na prática da pesca artesanal:

Explorando o conceito de função

Madson Sanches Brabo[1]

Renata Lourinho da Silva[2]

IEMCI
Instituto de Educação Matemática e Científica

PPGDOC
Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas

Universidade Federal do Pará
Instituto de Educação Matemática e Científica
Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em
Ciências e Matemática

A Matemática presente na prática da pesca artesanal

Explorando o conceito de função

Madson Sanches Brabo[1]

Renata Lourinho da Silva[2]

Belém – PA
2024

FICHA TÉCNICA DO PRODUTO

Título do produto:	A Matemática presente na prática da pesca artesanal: explorando o conceito de função
Tipo de produto:	Guia didático
Título da dissertação:	PERCURSO ETNOMATEMÁTICO: das narrativas dos pescadores para o ensino e aprendizagem de função na Educação de Jovens e Adultos.
Público-alvo:	Professores e alunos da 1ª etapa da EJA-Ensino Médio
Finalidade do produto:	Contribuir com as abordagens do conceito de função em turmas da Educação de Jovens e Adultos do contexto Marajoara a partir do entrelaçamento de saberes a respeito da pesca artesanal e os saberes academicamente constituídos sobre o conceito de função.
Disponível em:	https://www.repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011 /3775 https://educapes.capes.gov.br
Diagramação e ilustração:	Vanessa Rodrigues

AUTORES

Madson Sanches Brabo

Mestrando do programa de Pós-Graduação em Docência em Ciências e Matemáticas (PPGDOC-IEMCI-UFPA). Professor de Matemática (Ensino Médio) da Rede Estadual de Ensino do Estado do Pará. Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Pará. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará - Campus Breves. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas das Práticas Etnomatematicas na Amazônia, Membro do Grupo de Estudos das Práticas de Linguagem e Comunicação no ensino e aprendizagem da Matemática; Tutor da disciplina de Cálculo 1 no curso de licenciatura em química (turma 2024.2) pela Universidade Federal do Pará por meio da Universidade Aberta do Brasil.

Renata Lourinho da Silva

Doutoranda em Educação Matemática pelo PPGECM/IEMCI /UFPA. Possui pós-doutoramento em educação matemática - PUC-SP. Graduação licenciatura plena em Matemática pela UFPA\campus Cametá; licenciatura em Pedagogia; especialista em Matemática do Ensino Básico e em Educação Matemática e Ciências para os anos Iniciais do ensino fundamental. Mestrado em docência em Educação Matemática pelo PPGDOC-IEMCI-UFPA. Professora adjunta I no Instituto de Engenharia do Araguaia-IEA/UNIFESSPA\Faculdade de ciências exatas. É Vice coordenadora do Grupo de estudos e pesquisas das práticas etnomatemáticas na Amazônia-GETNOMA\UFPA\Campus Abaetetuba. Atua na linha de pesquisa ensino e aprendizagem de matemática.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 7

1 - Objeto de conhecimento função: Concepções, níveis de compreensão e abordagem no Documento Curricular do Estado do Pará e na Base Nacional Comum Curricular 9

2 - Uma proposta para explorar o conceito de função: Entrelaçando saberes da prática da pesca em turmas da EJA..............................26

2.1 - Noção de Variável.................................26

2.2 - Noção de regularidade..........................32

2.3 - Representação de função 35

3 - Considerações......................................39

4 - Referências..42

APRESENTAÇÃO

Caro (a) professor (a), este produto educacional é fruto de uma pesquisa de mestrado profissional em docência em educação matemática, a qual contou com uma abordagem Etnomatemática como ferramenta para explorar e entrelaçar saberes constituídos pela matemática acadêmica e saberes advindos da prática da pesca artesanal, em especial na construção e manipulação da rede de malhas.

Nesse sentido, este produto educacional surge como possibilidade para explorar o conceito de função com alunos da 1ª etapa do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos, levando em consideração as atividades inerentes a pesca artesanal, a qual é realizada e/ou reconhecida por grande parte dos alunos dessa modalidade de ensino, em especial, das escolas que fazem parte da região marajoara, no estado do Pará.

Assim, por meio deste produto educacional, é possível promover um ambiente propício para o ensino e aprendizagem do objeto de conhecimento função, de modo a articular discussões acerca de uma atividade sociocultural que faz parte de grande maioria dos alunos da EJA, perfazendo um material necessário devido a ausência de materiais didáticos específicos para o púbico da EJA.

Desse modo, este produto educacional apresenta dois capítulos principais: o primeiro capítulo em que apresenta uma abordagem a respeito do conceito de função, bem como um apanhado histórico a respeito das concepções de função ao longo da história. Esse capítulo também apresenta aspectos relacionados aos níveis de compreensão de função, o que é essência para o professor promover ações para identificar e progredir com esses níveis. Também é apresentado um entrelaçamento entre as habilidades propostas pela BNCC e os princípios curriculares propostos pelo DCEPA para serem implementados ao público da EJA.

Com isso, esse primeiro capítulo interessa a você, professor (a), para que possa se situar diante deste objeto de conhecimento que é essencial para a caminhada na Matemática escolar e extraescolar.

No segundo capítulo são feitas proposições de tarefas com intuito de explorar conceitos que fazem parte do conceito de função, como a noção de variável, noção de regularidade e as distintas formas de representar as relações funcionais.

Assim, esse segundo capítulo aponta diretamente para o trabalho em sala de aula, evidenciando as potencialidades em cada uma das tarefas, bem como os níveis de compreensão que elas podem desenvolver, bem como as habilidades da BNCC alinhadas aos princípios curriculares do DCEPA.

Assim, esperamos que este produto educacional possa ser um pontapé inicial para explorar o objeto matemático proposto, bem como para mostrar a você, professor(a), o potencial do entrelaçamento de saberes acadêmicos e saberes advindos das práticas socioculturais que envolvem os alunos da Educação de Jovens e Adultos.

01

Objeto de conhecimento função: Concepções, níveis de compreensão e abordagem no Documento Curricular do Estado do Pará e na Base Nacional Comum Curricular

Este primeiro capítulo tem como objetivo apresentar alguns elementos pertencentes ao conceito de função que são importantes para que o professor possa melhor se preparar para a abordagem desse objeto de conhecimento em sala de aula, pois é realizado um apanhado da história desse conceito, além de ser apresentado quatro níveis de compreensão do objeto de conhecimento função, o que é interessante para o fazer docente alcançar os objetivos de aprendizagem estipulados.

Além disso, é realizado uma espécie de ensaio para a construção de um currículo (ou uma orientação de ensino) específico para a Educação de Jovens e Adultos no que concerne ao ensino do conceito de função. Para esse ensaio, entrelaçou-se habilidades orientadas pela Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental e as orientações para a Educação de Jovens e Adultos destacados no Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA).

Enfatiza-se que o esforço em delinear um currículo para o ensino do conceito de função para o público da EJA se dá pelo fato de que, até a escrita deste produto educacional, os professores que trabalham com esse público não dispõem de materiais específicos e adaptados, o que torna ainda mais dificultoso alcançar bons rendimentos.

❖ Do conceito de função

Pelo menos desde o início do século XX o conceito do objeto matemático função é considerado um dos mais importantes e fundamentais conceitos dentro e fora da Matemática (Sierpinska, 1992), de modo que essa definição se estabelece de diferentes formas na história da Matemática.

Rossini (2006) apresenta um quadro com as principais concepções de função ao longo da história da matemática. O quadro apresenta uma linha do tempo de importantes contribuições matemáticas, começando em 1637 com René Descartes, que introduziu a equação em x e y, mostrando a dependência entre variáveis.

Em 1670, Isaac Newton abordou quantidades relacionadas e expressou fluições analiticamente. Três anos depois, em 1673, Gottfried Wilhelm Leibniz explorou a relação entre quantidades geométricas dependentes de um ponto na curva.

Jean Bernoulli, em 1718, também tratou da relação entre grandezas variáveis, enquanto Leonhard Euler, em 1748 e 1755, desenvolveu expressões analíticas e discutiu a dependência arbitrária. Em 1778, Condorcet e, em 1797, Lacroix e Lagrange, continuaram a explorar a dependência arbitrária e expressões de cálculo. Em 1821, Augustin-Louis Cauchy apresentou resultados de operações com quantidades constantes e variáveis.

Em 1822, Joseph Fourier introduziu séries trigonométricas e sequências de valores. Nikolai Lobatchevsky, em 1834, e Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, em 1837, discutiram expressões analíticas e correspondências entre valores de x e y. Em 1870, Hermann Hankel afirmou que para cada valor de x em um intervalo, poderia haver um valor bem definido de y, sem a necessidade de uma mesma lei para todo o intervalo.

Em 1888, Georg Cantor tratou de subconjuntos de produtos cartesianos, e em 1939, Nicolas Bourbaki abordou a correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo a condições específicas. Essa linha do tempo destaca a evolução do pensamento matemático sobre dependência e relações entre variáveis ao longo dos séculos.

Nessa mesma perspectiva, Silva, Miranda e Cabral (2018) apresentam um quadro histórico evolutivo da concepção de função pautando-se na construção dessa concepção a partir de acréscimos de novos elementos aos que existiam até então, ou seja, uma construção coletiva em que os personagens da história da construção da concepção de função foram aperfeiçoando seus argumentos e superando obstáculos.

Vislumbramos o percurso histórico pelo qual se compreendeu a concepção de função em cada contexto histórico para atender alguma necessidade da época, seja uma necessidade para a resolução de problemas do contexto da vida real, ou mesmo necessidades emergidas na própria realidade da Matemática, visando a elaboração de estudos mais avançados.

Atualmente, o conceito de função mais recorrente e aceito nos estudos matemáticos, bem como, disseminados em livros didáticos utilizados em instituições de ensino se refere ao estabelecido pelo grupo Bourbaki. Esse conceito é descrito do seguinte modo:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma função entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento de y de F e um só, que esteja na relação considerada por x. Dá-se o nome de função a operação que associa, assim, a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (Bourbaki, 1970 apud Ribeiro e Cury, 2015, p. 44).

Evidentemente que alguns livros didáticos apresentam versões simplificadas da definição do conceito de função, mas de todo modo são embasados, principalmente, nas ideias boubarkianas.

Em “Conceitos fundamentais da Matemática”, Bento de Jesus Caraça (1986) apresenta o conceito de função a partir de contextualizações históricas de estudos científicos e filosóficos. A priori, o autor destaca a questão da interdependência como sendo uma característica fundamental da realidade. De acordo com o autor “todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o mundo [...] é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (Caraça, 1986, p. 109).

Dessa forma, Caraça (1986) destaca a noção de lei de correspondência, o que remete as regularidades existentes dentro das relações de interdependência dos objetos e fenômenos. De acordo com essa teoria, “a existência de regularidades é extremamente importante porque permite a repetição e previsão, desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, repetir e prever é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a natureza (Caraça, 1986, p. 119 – grifos do autor)”.

É importante mencionar que Caraça (1986) destaca o conceito de variável: "Seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionemos representar quaisquer dos seus elementos por símbolos, por ex.: x. A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamamos variável" (Caraça, 1986, p. 128 – grifos do autor).

A partir dessas discussões, Caraça (1986) define função da seguinte maneira:

> Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. Para indicar que y é função de x, usaremos também escrever $y(x)$; para representar aquele valor b de y que corresponde a um valor particular a de x, escreve-se $b = f(a)$ ou $b = y(a)$, conforme se usou a representação $y = f(x)$ ou $y(x)$ (Caraça, 1986, p. 129).

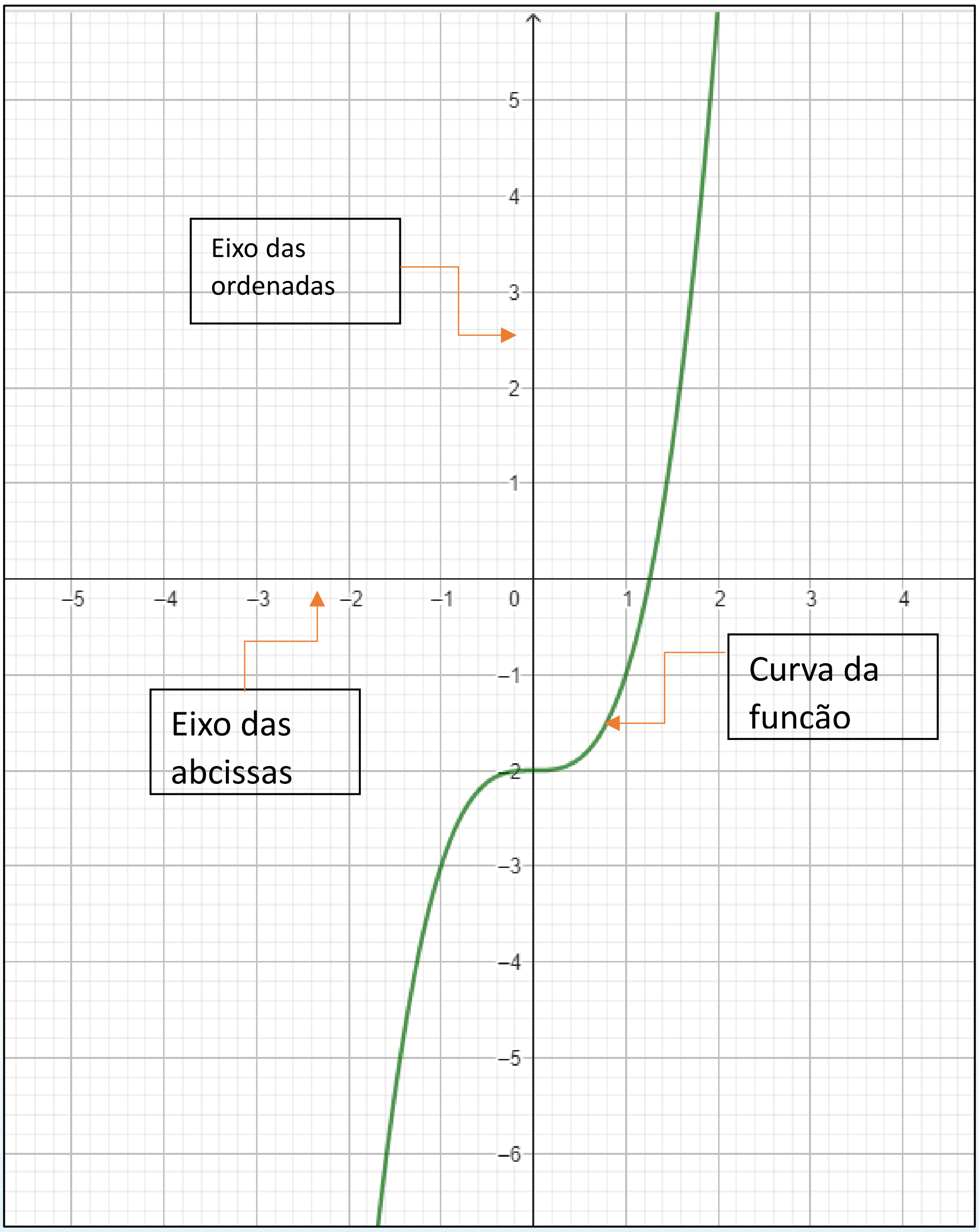
Nesse sentido, Caraça (1986) discute os modos de definição de uma função, apresentando o modo analítico e o modo geométrico. De acordo com o autor, o modo analítico de definição de função consiste em "dar um conjunto de operações de modo tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de x um valor b de y" (Caraça, 1986, p. 130).

Essa definição se trata das expressões algébricas que representam a lei de correspondência entre os elementos de dois conjuntos o que facilita a previsão e generalização das associações estabelecidas entre esses elementos. Vale ressaltar que esse modo de representação não único, tampouco não se trata do conceito geral de função, mas de uma forma de representá-la, pois "o conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis" (Caraça, 1986, p. 131).

O modo geométrico da definição de função abordado por Caraça (1986) diz respeito às curvas que podem ser construídas no plano cartesiano, de modo que essas curvas não sejam cortadas por mais de um ponto por uma paralela ao eixo das ordenadas (eixo $0y$). O autor novamente destaca a importância de não confundir o modo geométrico de definição de função com o próprio conceito de função, assim como no modo analítico, uma vez que "em cada um dos casos, a função não se confunde com o instrumento que serviu para a definir" (Caraça, 1986, p. 134).

Nesse sentido, a uma mesma relação funcional podemos utilizar o modo analítico e geométrico (dentre outros modos) para sua representação, alcançando uma unificação desses dois campos. Por exemplo, para a função representada de forma analítica por $f(x) = x^3 - 2$, podemos também a representar graficamente como descrito na figura 1 a seguir:

Figura 1: Representação gráfica de uma função



Fonte: Elaborado pelos autores

Assim é possível abordar representações de uma mesma função a partir de diferentes instrumentos, fortalecendo sempre que cada instrumento por si só não é o conceito de uma relação funcional, mas uma representação de relações onde se evidencia a dependência unívoca e, em muitos casos, biunívoca entre variáveis.

Nessa perspectiva, existem outros instrumentos que auxiliam na representação do conceito de função, o que pode melhorar a abordagem desse conceito no contexto escolar potencializando a compreensão dos alunos. Sobre esse aspecto, Santos e Barbosa (2017) destacam:

> [...] nas aulas de matemática, nos livros didáticos e em trabalhos com professores, podemos identificar uma diversidade de configurações comunicativas, que dizem respeito a comunicar o conceito de função, tais como: tabela, máquina de transformação (metáfora), diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico e definição (Santos e Barbosa, 2017, p. 28).

Consideramos importante que o professor disponibilize de diversos instrumentos representativos de esquemas funcionais para potencializar a compreensão por parte dos alunos de modo a considerar uma mesma relação funcional sendo representada em diversos modos, seja em tabela, gráfico, expressões analíticas ou em metáforas que mostrem relações entre elementos de dois conjuntos.

Utilizando o exemplo de função representado graficamente na figura 1, podemos representá-lo, também, utilizando uma tabela com alguns valores de x relacionados a valores de y, como descrito no quadro 2 a seguir:

Quadro 2 – Representação tabular de uma função definida analiticamente por $f(x) = x^3 - 2$

Valores de x	Valores de y relacionados a valores de x
-2	-10
$-1{,}5$	$-5{,}375$
-1	-3
$-0{,}5$	$-2{,}125$
1	-1
2	6

Fonte: Elaborado pelos autores

Evidentemente, o quadro com a representação tabular da função apresenta alguns valores, não sendo possível exibir todos os valores por se tratar de uma função cujo domínio é composto por todos os números reais. Nesse sentido, vale mencionar que em situações contextuais é importante tratar a respeito dos recortes possíveis e convenientes para interpretar as situações conforme as possibilidades condicionadas.

Ainda na perspectiva de utilizar diferentes instrumentos para representar (ou comunicar) uma relação funcional podemos representar a função descrita no quadro 8, a partir de um viés metafórico, como destaca Santos e Barbosa (2017). Uma possibilidade para representar metaforicamente a função, cuja representação analítica é descrita por $f(x) = x^3 - 2$ é imaginar uma montanha-russa. O termo x^3 pode ser visto como as subidas e descidas dramáticas da montanha-russa. No começo, quando o valor de x é negativo, a montanha-russa está descendo. Quando o valor de $x = 0$, está em um ponto de inflexão, e depois começa a subir novamente quando x se torna positivo. O termo -2 representa um deslocamento vertical para baixo, como se a base da montanha-russa estivesse construída em um nível mais baixo do solo. Visualmente, a montanha-russa começa abaixo do solo, desce e sobe, e à medida que a altura aumenta (ou x aumenta), a subida se torna mais íngreme. Metaforicamente, essa função pode representar uma jornada com altos e baixos, começando em um ponto baixo, atingindo um ponto de equilíbrio e depois subindo cada vez mais, mas sempre começando a partir de uma base que está deslocada para baixo do zero (por causa do -2).

Assim, ao tratar do conceito de função em sala de aula consideramos imprescindível que se faça o esforço necessário para desenvolver ações que possam explorar os diferentes instrumentos que representam o conceito de função, estabelecendo suas principais características e esclarecendo que cada instrumento é uma forma de representar relações funcionais, as quais também precisam ser conceituadas desde o contexto histórico da Matemática.

Nesse sentido, nos ocorreu que se faz necessário o conhecimento docente a respeito dos níveis de compreensão do conceito de função demostrados pelos alunos, afim de encaminhar estratégias de ensino para melhor avançar na compreensão desse objeto de ensino. Assim, o tópico a seguir destaca alguns de níveis de compreensão do conceito de função.

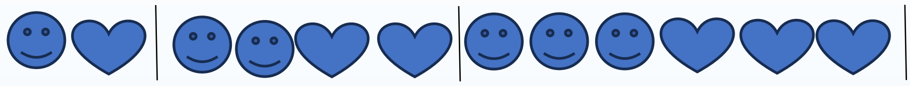
❖ NÍVEIS DE COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

No contexto escolar é importante dispor de recursos que possam evidenciar os níveis de aprendizagem ou de compreensão de um certo objeto de conhecimento matemático que se tenha explorado em sala de aula. Nessa perspectiva, Bergeron e Herscovics (1982) consideram que a compreensão do conceito do objeto de conhecimento função se dá em quatro níveis de compreensão. Esses autores denominam esses níveis de compreensão como compreensão intuitiva; matematização inicial; abstração; e formalização.

O nível denominado compreensão intuitiva tem como características o conhecimento informal da vida cotidiana; pensamento com base na percepção visual; e ações espontâneas. Desse modo, ao relacionar esse nível de compreensão ao conceito de função, Bergeron e Herscovics (1982) consideram como características o reconhecimento de dependências (não quantificadas); o estabelecimento de leis de formação simples e visuais; construção e interpretação de tabelas e gráficos de coluna e setor.

Um exemplo do nível da compreensão intuitiva pode ser visualizado em uma situação em que os alunos consigam continuar uma determinada sequência de desenhos, como descrito no quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Exemplo de tarefa que evidencia o nível compreensão intuitiva

	Qual seria a próxima sequência de desenhos?

Fonte: Elaborado pelos autores

Esse nível de compreensão de função está associado às ideias iniciais, bem como àquelas habilidades orientadas pela BNCC para serem desenvolvidas nos anos iniciais do ensino fundamental.

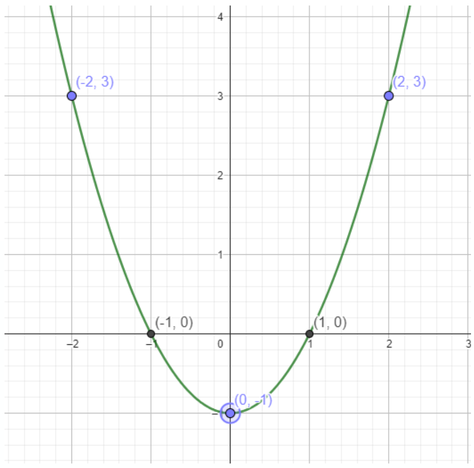
O nível de compreensão do conceito de função denominado por Bergeron e Herscovics (1982) como matematização inicial se refere a quantificação das leis, bem como do reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. Nesse nível, ainda é esperado que o sujeito seja capaz de fazer construção e interpretação de gráfico cartesiano simples, de modo a reconhecer o domínio analisado no contexto.

Para exemplificar esse nível de compreensão podemos considerar uma tarefa caracterizada pela identificação dos pares ordenados expressos em um gráfico para completar uma tabela, como descrito no quadro 5 a seguir:

Quadro 5 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível matematização inicial

Complete os valores da tabela de acordo com os pares ordenados evidenciados no gráfico:

x	y
-2	3
	0
0	
1	
	3



Fonte: Elaborado pelos autores

Consideramos que o nível de compreensão da matematização inicial e o nível compreensão intuitiva inserem-se nos estudos iniciais do conceito de função, de modo que possibilitam a visualização das várias formas como esse conceito pode estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar dos alunos, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

Já no nível de compreensão da noção de função denominado de abstração (Bergeron e Herscovics, 1982) considera-se a escrita de expressões analíticas e a distinção entre equações e funções. Considera-se também a construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais e a caracterização de relações funcionais.

De modo parecido, o nível de compreensão do conceito de função denominado formalização (Bergeron e Herscovics, 1982) diz respeito a notação científica usada para determinar relações funcionais, como $f\colon A \to B$, ou $y = f(x)$, e ainda, a capacidade de determinar o domínio e imagem de relações funcionais, as classificações de função como polinomiais, racionais, reais, além de realizar operações com funções.

Para vislumbrar esses níveis de compreensão, consideremos a tarefa descrita no quadro 6 a seguir:

Quadro 6 - Exemplo de tarefa que evidencia o nível abstração e formalização

Na comunidade ribeirinha, as canoas são essenciais para a locomoção e a pesca. Para construir uma canoa, é necessário calcular a quantidade de madeira que será usada, que depende do comprimento da canoa. Observando a relação entre o comprimento da canoa e a quantidade de madeira utilizada, é possível criar um modelo matemático que descreva essa relação. Miguel, um ribeirinho experiente, notou que conforme o comprimento da canoa aumenta, a quantidade de madeira utilizada também aumenta de forma previsível. Ele registrou a quantidade de madeira utilizada para canoas de diferentes comprimentos: • Para uma canoa de 4 metros de comprimento, Miguel utilizou 3 metros cúbicos de madeira. • Para uma canoa de 6 metros de comprimento, ele utilizou 4 metros cúbicos de madeira. • Para uma canoa de 8 metros de comprimento, ele utilizou 5 metros cúbicos de madeira. Com base nesses dados, Miguel pediu ajuda para construir um modelo matemático que ele pudesse usar para prever a quantidade de madeira necessária para canoas de outros comprimentos. Com base nesses dados, construa um modelo matemático que relacione o comprimento da canoa e a quantidade de madeira necessária para sua construção. Expresse esse modelo em termos de função.

Fonte: Elaborado pelos autores

Consideramos que esses dois últimos níveis de compreensão do conceito de função, elaborados por Bergeron e Herscovics (1982), destacam uma natureza mais profunda e mais completa de compreensão desse conceito. Isso reverbera na capacidade dos alunos em identificar as variadas formas de representação e comunicação das relações funcionais, bem como, os elementos que constituem as variáveis e sua dependência genérica que pode ser descrita por uma expressão analítica.

De modo geral, é válido que o professor disponha de conhecimento acerca de níveis de compreensão de um determinado objeto de conhecimento matemático, pois, como outrora mencionamos, trata-se de uma ferramenta que possibilita articular as tarefas e a maneira de explorar aquele objeto de conhecimento, resultando na melhor compreensão e no desenvolvimento de habilidades relativas à sua abordagem.

Nesse sentido, também é importante, caro professor (a), identificarmos se a forma como exploramos o objeto de conhecimento função em sala de aula resulta em ganhos para a compreensão do conceito desse objeto de conhecimento, de modo a fortalecer as estratégias que utilizamos didaticamente em nossas aulas.

É importante que vislumbremos as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – documento norteador dos currículos das escolas de educação básica aprovado em 2018 – para desenvolver estratégias que possam atender a essas habilidades. Assim, o tópico a seguir evidencia habilidades propostas pela BNCC inerentes ao conceito de função desde o 1º no do ensino fundamental até o ensino médio.

- Organização curricular para o ensino do conceito de função da EJA-Ensino Médio

Realizar ações didáticas e metodológicas no ambiente da sala de aula para promover a compreensão dos objetos de conhecimento, se mostra como uma tarefa desafiadora para o professor, uma vez que a grande diversidade de demandas educacionais presentes nas salas de aulas são cada vez mais marcantes, implicando diretamente na forma da ação docente.

Enquadram-se nesse desafio, os professores de Matemática da educação básica, pois precisam promover estratégias para que desenvolva no aluno habilidades, como, por exemplo, “identificar oportunidades para usar a matemática em situações-problema e depois providenciar a estrutura matemática necessária para formular esse problema contextualizado matematicamente” (Brasil, 2016, p. 158).

Para a organização curricular das escolas paraenses, em especial as escolas do ensino médio, em 2021 foi proposto pela Secretaria de Estado de Educação do Pará, em conformidade com o Conselho Estadual de Educação, o Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA) – Etapa Ensino Médio. A priori este documento busca “caminhos possíveis para se propor um ensino médio compatível com a realidade do Estado do Pará, sobretudo, dos seus sujeitos que fazem e se refazem todos dos dias no cotidiano das escolas paraenses, nas múltiplas Amazônias que formam nosso território” (Pará, 2021, p. 21).

Entre os principais objetivos do DCEPA encontram-se: “a) necessidade de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC); b) necessidade de flexibilização curricular, por meio de Itinerários Formativos; e c) a ampliação da carga-horária mínima do ensino médio para 3.000 horas” (Pará, 2021, p. 20).

Nessa perspectiva, o DCEPA-Etapa Ensino Médio se embasa nos princípios curriculares norteadores da educação paraense: “respeito às diversas culturas amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo, a educação para a sustentabilidade ambiental, social e econômica, e a interdisciplinaridade e a contextualização no processo de ensino-aprendizagem” (Pará, 2021, p. 22).

No que se refere a Educação de Jovens e Adultos, o DCEPA-Ensino Médio destaca que:

> A Educação de Jovens e Adultos se propõe a apresentar um currículo que congregue os conhecimentos socialmente construídos incorporados aos saberes advindos da dinâmica social. Dessa forma, orienta-se um currículo dinâmico/dialógico, tomando por base os princípios da Educação Popular, que proporcione ao educando assumir sua condição de sujeito social, histórico e político (Pará, 2021, p. 508).

Com isso, as orientações descritas no DCEPA para a EJA destacam as trajetórias socioculturais dos alunos que fazem parte dessa modalidade de ensino, carecendo a adaptação das ações didáticas para pautarem no diálogo, respeito e reconhecimento da diversidade cultural e de saberes trazidas pelos alunos, reverberando que “a organização metodológica parte do conhecimento que os estudantes trazem de suas experiências e incorporando a este o saber sistematizado” (Pará, 2021, p. 511).

Levando em consideração as ideias Freirianas da pedagogia libertadora, o DCEPA-Ensino Médio para a EJA tem como princípios orientadores de suas proposições os elementos descritos no quadro a seguir:

Quadro 7 - Princípios norteadores das proposições do DCEPA-EJA-Ensino Médio

Princípios	Descrição
Politicidade do Ato Educativo	a educação não é neutra. Nos processos educativos, homens e mulheres aprendem a ler e a escrever a sua história, desvelam a sua realidade.
Dialogicidade do Ato Educativo	o diálogo é a base da relação pedagógica, da interação triádica; educador - educando - conhecimento. A atitude dialógica se constitui num ato de amor, de humildade.
Transversalidade	a transversalidade dos conhecimentos se torna real no currículo por meio da inclusão de processos culturais identitários e da acolhida da diversidade dos/as sujeitos/as da EJA em seus múltiplos aspectos: econômico, político, social, cultural, de gênero, geração e etnia.
Contextualização	os temas geradores, eixos temáticos e atividades curriculares do processo formativo devem pautar-se pela contextualização a partir de múltiplas perspectivas: histórica, sociológica, cultural, filosófica de problematização e compreensão da realidade.

Transformação social	o ato educativo permite que homens e mulheres percebam-se como construtores de suas histórias e compreendam seu papel na possibilidade de transformação social.
Interculturalidade	A interculturalidade fortalece a construção de identidades dinâmicas, abertas e plurais, assim como questiona uma visão essencializada de sua constituição. Potencializa os processos de empoderamento, principalmente de sujeitos e atores inferiorizados e subalternizados, e a construção da autoestima, assim como estimula os processos de construção da autonomia num horizonte de emancipação social, de construção de sociedades onde sejam possíveis relações igualitárias entre diferentes sujeitos e atores socioculturais (CANDAU. 2012).

Fonte: Organizado pelos autores com base em Pará (2021, p. 512)

Nesse sentido, essas proposições colocam o aluno como sujeito principal a ser levado em consideração para o desenvolvimento das ações em sala de aula, buscando integrá-lo no processo de ensino e aprendizagem, evidenciando seus saberes constituídos ao longo de suas experiências de vida, a fim de aproveitá-los para entrelaçar aos saberes escolares.

Esses princípios norteadores das proposições do DCEPA para os encaminhamentos dos trabalhos na EJA do ensino médio inserem-se no âmbito das metodologias adotadas para explorar os objetos de conhecimento junto a esses alunos, buscando maneiras para melhor atender as demandas dos alunos.

Ao que se refere os princípios curriculares a serem elaborados para o público da EJA, o DCEPA destaca os elementos apontados no quadro a seguir:

Princípio	Descrição
Flexibilidade	A dinamicidade da produção do conhecimento, o que exige transformações permanentes nos processos educativos e estruturas curriculares. Conceber a flexibilidade do currículo é condição *sine.qua.non* para a constituição de itinerários formativos dinâmicos e abertos às mudanças pedagógicas e socioculturais da diversidade de tais realidades.
Interdisciplinaridade	O modelo linear e disciplinar de currículo impôs uma visão restrita, circunscrevendo-o como lista de disciplinas e conteúdos justapostos. A ruptura paradigmática proposta pela interdisciplinaridade transcende essa concepção tradicional a que os currículos estavam confinados. A opção por assumir a interdisciplinaridade como princípio curricular, não significa um exercício de retórica, mas um sentido de direção ao processo de formação de estudantes e como eixo articulador da práxis do cotidiano. Assim, esse princípio é assumido como articulador de conteúdos escolares e saberes locais, contextualizados no plano regional e global, possibilitando a inter-relação entre os múltiplos aspectos que configuram a diversidade da EJA no Estado do Pará.
Pluralidade de Saberes e Linguagens	Os saberes constitutivos ultrapassam o domínio de conhecimentos científicos, pedagógicos e tecnológicos, contemplando os elementos culturais, as experiências e vivências de homens e mulheres educandos/as, a inserção social desses sujeitos em suas comunidades, suas lutas e história.

	Valorizar a pluralidade de saberes requer incorporar a multiplicidade de linguagens, não se restringindo apenas à forma escrita, oral e dos números, mas potencializando a linguagem corporal, artística, estética, cartográfica, etc.
Trabalho como princípio educativo	O trabalho é atividade constitutiva do processo de hominização de homens e mulheres, é o instrumento por meio do qual se exerce ação transformadora consciente, é elemento constitutivo da cultura, é práxis humana. Assumir o trabalho como princípio educativo no contexto da EJA significa incorporar as práticas sociais na matriz pedagógica de sua formação. É pertinente recorrer a Kuenzer (1998), que ao discutir os desafios teóricometodológicos da relação trabalho, educação e o papel social da escola, afirma que o contexto atual está a exigir "o desenvolvimento da capacidade de educar-se permanentemente e das habilidades de trabalhar independentemente, de criar métodos para enfrentar situações não previstas, de contribuir originalmente para resolver problemas complexos". (KUENZER,1998, p. 37).
Movimentos Sociais como princípio educativo	O processo histórico de lutas de homens e mulheres da Amazônia: das comunidades do campo, quilombolas, dos povos indígenas, deverá ser incorporado. A partir de um determinado modo de produção da formação humana que encontra no movimento social um princípio educativo, em que se educam nas lutas sociais que protagonizam e que os constituem como sujeitos sociais, políticos e culturais.
A dialogicidade como princípio educativo	O diálogo não pode ser concluso, acabado, determinante e definitivo, pois ele representa o embate das múltiplas vozes que se manifestam e, do mesmo modo, as múltiplas consciências e mundos que se articulam.
Práxis	A indissociabilidade teoria e prática leva à compreensão da prática como lugar constitutivo de aprendizagens, de (re)construção teórica de saberes e conhecimentos; ao movimento de ir e vir, de refletir sobre a ação e gerar nova ação – a práxis. O compromisso com a transformação da realidade requer uma dinâmica de ensino-aprendizagem que valorize e estimule a compreensão crítica dos/as educandos/as a partir do aprofundamento teórico, entendido como um processo educativo que possibilita a apreensão e compreensão da realidade e os diferentes modos de encontrar explicações para um mundo complexo.

Fonte: Organizado pelos autores com base em Pará (2021, p. 513-514)

Dessa maneira, os princípios orientados para a construção de currículos das escolas paraenses para a educação de jovens e adultos levam em consideração o modo holístico do conhecimento. Também se consideram, as relações entre esses conhecimentos tratados na escola e as múltiplas identidades demonstradas nos sujeitos alunos dessa modalidade de ensino, carecendo um olhar pedagógico que inclua essa variedade de realidades que chegam na escola.

Assim, com intuito de organizar orientações para explorar o conceito de função na educação de jovens e adultos no ensino médio, buscamos realizar uma conexão entre esses elementos que estruturam o DCEPA e as habilidades apontadas pela BNCC para o desenvolvimento do objeto de conhecimento função. Esse intuito se embasa na constante necessidade dos professores alinharem suas práticas em sala de aula aos documentos oficiais.

Mesmo que este material de apoio didático seja direcionado às atividades realizadas no ensino médio, é importante que você, professor, vislumbre as habilidades relacionadas com os estudos de função desde o ensino fundamental menor, analisando como essas habilidades vão se constituindo e mantendo relações umas com as outras e com outras áreas dentro da Matemática e com outras áreas de conhecimento.

Dessa maneira, o quadro a seguir destaca as habilidades inerentes ao conceito de função vislumbradas na BNCC da educação básica atreladas aos princípios norteadores curriculares presentes no DCEPA para a EJA do ensino médio:

Quadro 81 - Emparelhamento entre as habilidades da BNCC e os princípios curriculares do DCEPA para EJA ensino médio

Objeto do conhecimento (BNCC)	Descrição da habilidade (BNCC)	Princípio curricular (DCEPA)
Grandezas diretamente proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.	Pluralidade de Saberes e Linguagens; Trabalho como princípio educativo
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.	Interdisciplinaridade
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	Práxis
Competência específica 1	(EM13MAT101): Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	Interdisciplinaridade
Competência específica 4	(EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás	Práxis

	etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	

Fonte: Organizado pelos autores com base em Brasil (2018) e Pará (2021)

Vale dimensionar que, ao analisarmos as habilidades da BNCC que se relacionam com o desenvolvimento do conceito de função, foram explicitadas 9 habilidades do ensino fundamental I, 18 habilidades do ensino fundamental II e 10 habilidades do ensino médio, totalizando 37 habilidades que apresentam potencial para o desenvolvimento do conceito de função.

Entretanto, aproximando essas habilidades com os princípios curriculares orientados pelo DCEPA para a organização do ensino da modalidade EJA do ensino médio, vislumbramos apenas 5 habilidades da BNCC que contemplam alguns desses princípios curriculares, ficando de fora a flexibilidade e os movimentos sociais como princípio educativo.

Esse fato reverbera a necessidade de políticas educacionais mais efetivas voltadas para o público da EJA-Ensino Médio para garantir maior segurança na escolha dos objetos de conhecimentos e objetivos educacionais de aprendizagens que serão escolhidos pelos professores atuantes nessa modalidade de ensino, uma vez que, em um cenário como este, os professores se sentem sem elementos que norteiem a sua prática em sala de aula das turmas da EJA.

Assim, essas habilidades necessitam de ações no contexto escolar para que seja vislumbrada a Matemática, de maneira particular o conceito de função, presente em diferentes contextos, seja da realidade vivenciada pelos alunos ou em outras situações do contexto das outras áreas do conhecimento, seja na Biologia, Química, Geografia, entre outras áreas.

Nessa perspectiva, o estudo de funções na EJA precisa aproximar o contexto cultural dos alunos em tarefas a serem exploradas em sala de aula, orientando aos professores para a importância de que os "saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais" (Brasil, 2018, p. 542).

Assim, o capítulo a seguir apresenta uma proposta para explorar o conceito do objeto matemático função de modo a entrelaçar conhecimentos dos alunos acerca da prática da pesca artesanal com redes de malha. Essa proposta originou-se a partir de uma pesquisa de mestrado, como outrora mencionado, em que se embasou teórica e metodologicamente nos estudos da Etnomatemática.

02

Entrelaçando saberes da prática da pesca em turmas da EJA: uma proposta para explorar o conceito de função:

Para esta proposta consideramos conveniente que seja explorado em sala de aula alguns tópicos relacionados ao conceito de função, como variáveis, dependência de variáveis, noção de regularidade e algumas representações de função: metafórica, expressão analítica, gráfica e por meio de tabela. Também abordamos questões relacionadas ao domínio, contra domínio e imagem de relações funcionais.

2.1 - Noção de Variável

Muitos alunos apresentam uma concepção equivocada sobre o conceito de variável, limitando-a à ideia de uma letra que substitui números desconhecidos. Essa compreensão leva os estudantes a cometerem erros, como tentar resolver qualquer expressão algébrica buscando um valor específico para as variáveis, mesmo quando isso não é necessário. Essa visão simplista dificulta o aprendizado da álgebra, já que impede uma compreensão mais ampla e flexível do papel das variáveis em diferentes contextos matemáticos.

Um ponto relevante nessa abordagem diz respeito à necessidade em diferenciar (esclarecer) o conceito de variável e o conceito de incógnita. Enquanto um está relacionado à ideia de variação, em que um determinado valor varia de acordo com a variação de outros valores; o outro está relacionado a valores desconhecidos de uma equação, podendo ser obtidos realizando um conjunto de operações que o determinam.

No quadro a seguir apontamos alguns papéis da utilização de letras em expressões matemáticas:

Quadro – Papéis das letras nas expressões matemáticas

Denominação	Descrição	Exemplo
Incógnita	Representa um número que não varia. Representa um número desconhecido que	$2x + 8 = x - 1$

	pode ser determinado a partir de um conjunto de operações matemáticas.	
Padrão aritmético	Nesse caso, as letras podem representar quaisquer valores numéricos. A expressão representa uma propriedade, uma generalização.	$a.(b+c) = a.b + a.c$
Modelo Matemático (Fórmula)	A letra não se caracteriza como uma incógnita, mas como uma fórmula matemática para determinar valores dependendo das condições e restrições.	$A = b.h$
Conjunto de valores	Nesse caso, a letra representa um conjunto de valores que, ao ser substituído, dará uma sequência de números.	$2n + 1$ (ao substituir n por números naturais teremos uma sequência de números ímpares)
Variável	As letras representam valores que variam em dependência, ou seja, ao atribuirmos valores para uma letra, obteremos valores correspondentes à outra. É possível construir um gráfico que represente essa variação.	$y = 2x^2$

Fonte: Organizado pelos autores

Vale salientar, professor (a), as diferentes formas e significados assumidos pelas letras nas expressões matemáticas, de maneira a enfatizar as equações, nas quais são consideradas como incógnitas e valores dados; e nas funções, onde impera a ideia de variáveis.

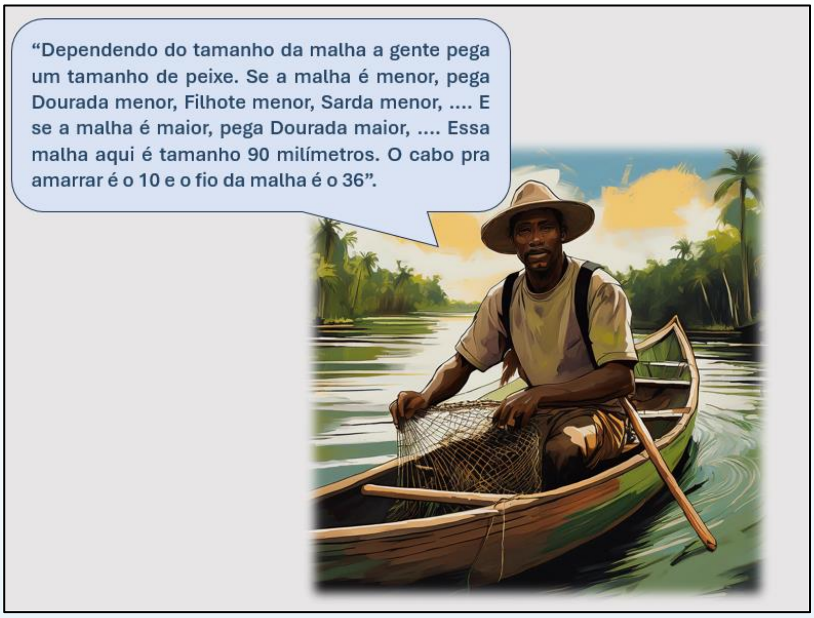
A variável é um símbolo que pode representar qualquer número dentro de um grupo de números, seja esse grupo limitado ou ilimitado. Ou seja, a variável funciona como um "substituto" para qualquer número desse conjunto, podendo ser usada tanto em situações com poucos números (finito) quanto com infinitos números. Por exemplo, se você tem um conjunto de números que vai de 1 a 10, a variável pode representar qualquer um desses números.

Ao utilizarmos o símbolo x como símbolo usual para representar uma variável, então consideramos que o símbolo "x" não corresponde a um único número, mas pode representar todos os números de um intervalo. É como se o "x" fosse uma espécie de representante de todos esses números. Um exemplo prático seria o seguinte: se você diz que "x" está entre 1 e 5, o "x" pode ser qualquer número entre 1 e 5, como 2, 3.5, ou 4.2. Assim como uma turma de alunos é composta por várias pessoas, o "x" representa todo o grupo de números, sem se limitar a apenas um deles.

A partir dessa abordagem sobre variável, apresentamos tarefas relacionadas à prática artesanal da pesca realizada na cidade de Gurupá-Pá, para continuar a abordagem dessa noção essencial para a compreensão do conceito de função. Vale mencionar que essas tarefas podem ser ajustadas para melhor atender as demandas apresentadas pelos alunos.

- Tarefas para explorar a noção de variável

Vamos analisar o trecho de uma narrativa de um pescador da cidade de Gurupá-Pá. Nesse trecho, o pescador Antônio relata a respeito da malha da rede para a captura do peixe *Dourada* (peixe muito conhecido na região marajoara). Em seguida, responda aos itens e discuta com os colegas e o professor a respeito dessa prática, evidenciando se você conhece, se faz do mesmo jeito ou de modo diferente, e suas peculiaridades:



1ª) Quais as variáveis você consegue identificar nesse trecho da narrativa?

2ª) Dentre as variáveis que você identificou quais possuem relações entre si?

3ª) Quais outras variáveis você conhece em práticas semelhantes a descrita pelo pescador Antônio?

4ª) Escreva um conjunto de elementos relacionados à prática descrita pelo pescador Antônio. Depois escolha um símbolo para representar qualquer um desses elementos. Esse símbolo que você escolheu é uma variável? Justifique sua resposta.

- ✓ Comentário sobre as tarefas

Consideramos que por meio dessas tarefas é possibilitado discussões que envolvam a prática da pesca artesanal e a noção de variável, atribuindo ao aluno um lugar de participação ativa da aula, concomitantemente a compreensão da ideia de variável, a qual será relevante para compreender o conceito de função.

No que concerne aos princípios curriculares para a EJA do ensino médio descritos pelo DCEPA, consideramos que as tarefas apresentadas estão de acordo com o princípio da 'pluralidade de saberes e linguagens', uma vez que contempla elementos da cultura dos alunos, bem como de suas experiências e vivências, inserindo-se no contexto social desses sujeitos em suas comunidades.

Ao aproximar essas tarefas ao estudo dos níveis de compreensão do conceito de função estabelecidos por Bergeron e Herscovics (1982), consideramos que se vislumbra o nível de compreensão *noção. intuitiva?* pois os permite aos alunos o reconhecimento de variáveis em uma situação contextual.

A partir do que se estuda sobre as variáveis contidas nas diversas situações, aparece-nos a necessidade de compreender a respeito da dependência entre essas variáveis, ou seja, ao relacionar duas variáveis em uma mesma situação é possível encontrar uma dependência entre essas variáveis, em que uma varia dependendo da variação da outra.

Assim, é possível encontrar em diversas situações a dependência entre variáveis, como o preço a pagar pelas compras no supermercado que depende dos preços de cada item selecionado, ou ainda o tempo que se leva para chegar a um lugar depende da velocidade em que se caminha.

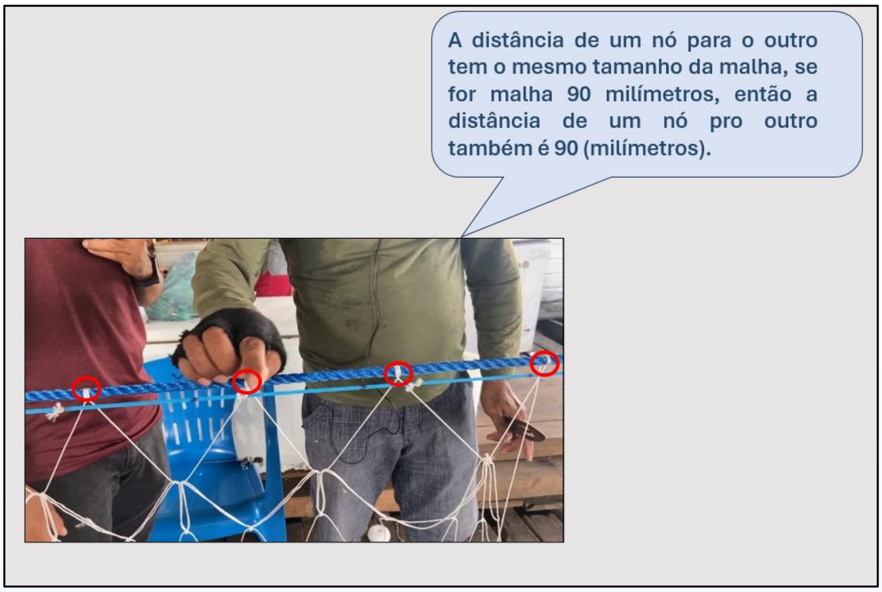
Nesse sentido, Fonseca *et. al.* (2013, p. 2) destaca "a noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente".

Essas situações remetem a ideia de dependência entre as variáveis, uma vez que ao modificar uma das variáveis a outra também se modificará, implicando na noção de variável dependente e variável independente.

Assim, as tarefas apresentadas no tópico a seguir possuem o objetivo de explorar a noção de dependência entre variáveis, de modo que se tratam de situações advindas da prática da construção e manipulação da rede de malhas realizadas por pescadores da cidade de Gurupá-PA.

- Tarefas para explorar a noção de relação de dependência de variáveis

Vamos acompanhar a narrativa do senhor Carlos, pescador artesanal há mais de 30 anos. Nessa narrativa o pescador menciona uma técnica para manter o espaçamento entre os nós que amarram a rede de malhas no cabo superior:



Observação: o tamanho da malha, mencionado pelo pescador, diz respeito ao comprimento do lado do quadrado que forma a malha. Assim, se os quadrados que formam as malhas da rede medem 90 milímetros de lado, então os pescadores dizem que a rede é malha 90. Os nós que amarram a rede no cabo superior estão marcados em vermelho na imagem acima.

Após analisar a narrativa do pescador Carlos, responda aos itens a seguir:

1) A partir das informações dadas por seu Carlos, quais seriam as variáveis presentes nessa situação?
2) Dentre essas variáveis, quais seriam as variáveis dependentes e independentes?
3) Nas condições descritas por seu Carlos, quantos nós teriam em uma rede de 130 metros?
4) Considerando as informações dadas por seu Carlos, se a malha possuir tamanho 55 milímetros, então quantos nós, ao máximo, teriam em uma rede de 80 metros?
5) Utilizando uma rede com malha medindo 90 milímetros, e comprimento medindo 100 metros, como calcular a quantidade de nós? Represente a maneira que você chegou nesse resultado.
6) Como representar graficamente a relação da quantidade de nós dependendo do tamanho da rede?

- ✓ Comentários sobre as tarefas

Essas tarefas possibilitam o debate entre os alunos a respeito das técnicas realizadas por um pescador, de modo que se pode também suscitar outras técnicas semelhantes realizadas pelos alunos ou seus familiares, ou mesmo técnicas diferentes, reverberando a diversidade das práticas culturais existentes entre os alunos de uma mesma turma.

No que se refere a BNCC, essas tarefas estão no âmbito do objeto de conhecimento "grandezas diretamente proporcionais", o que pode ser desenvolvida a habilidade "(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros" (Brasil, 2018, p. 295).

Já no aspecto do DCEPA, essas tarefas estão de acordo com os princípios curriculares denominados de "Pluralidade de Saberes e Linguagens" e "Trabalho como princípio educativo", uma vez que são tarefas que evidenciam a maneira como um determinado grupo cultural desenvolve suas práticas, as quais se referem às suas atividades laborais (Pará, 2021).

Com relação ao nível de compreensão do conceito de função, essas tarefas se inserem no âmbito da 'matematização inicial' (Bergeron e Herscovics, 1982), pois possibilita a visualização das várias formas como esse objeto do conhecimento podem estar inserido no contexto escolar e no contexto extraescolar dos alunos, enfatizando as várias formas de representar relações funcionais.

2.2 - Noção de regularidade

Como já explicitado no capítulo primeiro deste produto educacional, a noção de regularidade perpassa por diversas situações no mundo em que existem relações entre elementos, e a regularidade entre essas relações permite a previsão e a repetição de certos acontecimentos (Caraça, 1986).

A ideia de regularidade entre grandezas perpassa também pela ideia de lei que pode ser estabelecida para prever os próximos acontecimentos, seguindo, é claro, certas condições e restrições que a lei vai estabelecer. Por exemplo, pode se pensar na regularidade do ciclo lunar, do movimento das marés, das estações do ano.

Além disso, a regularidade também está presente em sequências numéricas e geométricas, pois em muitas situações é possível identificar uma regularidade, ou seja, uma lei de formação que rege determinada sequência de números ou uma sequência de formas geométricas presentes em diversas situações, como na arte e na própria natureza.

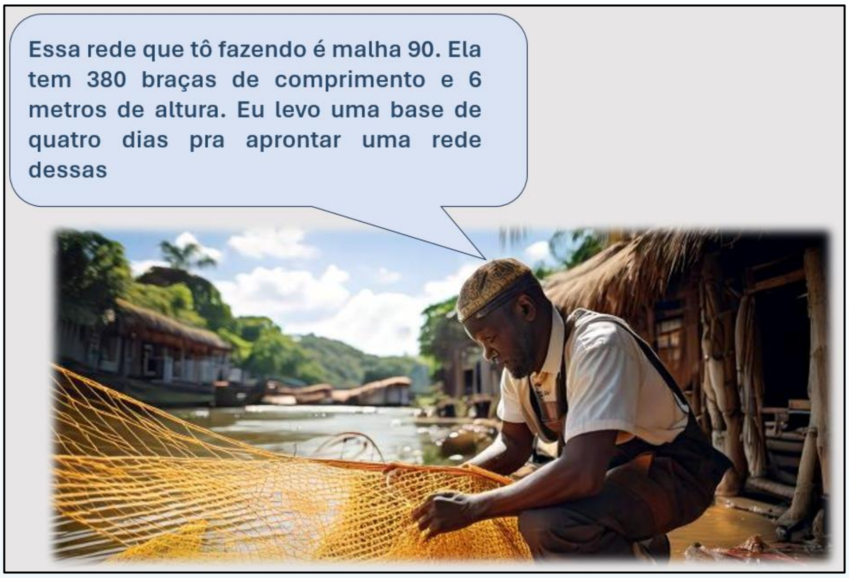
Percebemos, então que "fenômenos que ocorrem com regularidade podem ser generalizados. A capacidade de generalizá-los é importante e envolve, em geral, abstração" (Tinoco, 2002, p. 6). Desse modo, essa regularidade - a qual também remete a lei de formação, ou ainda a generalização - pode ser representada (ou descrita) pela língua natural (em forma de texto ou de forma oral) e também por meio de simbologia utilizada comumente pela Matemática escolar.

Por exemplo, a sequência de números $A = (1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ \ldots)$ apresenta uma regularizada, a qual pode ser representada ou descrita como sendo *a sequência do quadrado dos números naturais*; ou ainda, se usarmos uma simbologia matemática, poderemos descrever em $y = x^2$, sendo $x \in \mathbb{N}$ e $y \in A$, ou seja, o resultado de x^2, que será um número pertencente ao conjunto A.

Assim, as tarefas apresentadas no tópico a seguir pretendem explorar a noção de regularidade, a qual é imprescindível para compreender o conceito de função. Vale ressaltar que essas tarefas são advindas de narrativas de pescadores artesanais da cidade de Gurupá-PA sobre a construção e manipulação das redes de malhas.

- Tarefas para explorar a noção de regularidade

Vamos acompanhar a narrativa do senhor Carlos, pescador artesanal da cidade de Gurupá-Pa, sobre a construção de uma rede de malhas:



A partir dessa narrativa, responda aos itens:

1) Você consegue identificar alguma relação de dependência entre variáveis nessa ação realizada pelo senhor Carlos? Se sim, qual(is) seria(m) essa (s) relação(ões)?

2) Como você representaria a relação que você identificou no item anterior?

3) Suponha que alguém encomende uma rede com malha 90 mm e com 6 metros de altura, mas com comprimento medindo 500 braças. Se o senhor Carlos manter o ritmo

de trabalho, em quantos dias, no mínimo, ele entregaria essa rede? E se a rede fosse de 150 braças, em quantos dias concluiria o serviço?

4) Você consegue identificar alguma regularidade nessa narrativa? Caso consiga, qual seria?

5) Represente a regularidade que você identificou por meio de uma expressão matemática.

- ✓ Comentários sobre as tarefas

Consideramos que essas tarefas possibilitam explorar situações que vislumbram a noção de regularidade, ou seja, situações em que o aluno poderá compreender a respeito da lei de formação estabelecida para prever a sequência de eventos dependendo da variação entre valores de grandezas relacionadas.

Com relação às habilidades da BNCC que se inserem no âmbito dos princípios curriculares para a EJA-Ensino Médio abordados no DCEPA, essas tarefas podem desenvolver a habilidade "EF09MA08", a qual destaca a explicitação da proporcionalidade em situações do contexto sociocultural dos alunos (Brasil, 2018).

Com base nos princípios curriculares do DCEPA, essas tarefas inserem-se no princípio da 'Práxis', pois traz questões da realidade dos alunos incorporando-as em situações teóricas da Matemática, que nesse caso, se trata do conceito de função, possibilitando, aos alunos, refletirem sobre os aspectos inerentes às técnicas adotadas pelos pescadores à luz de um saber academicamente constituído.

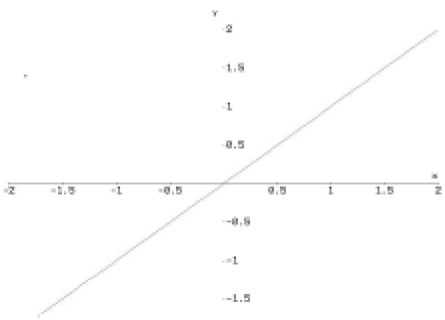
Consideramos, também, que essas tarefas se inserem no nível de compreensão do conceito de função denominado de abstração (Bergeron e Herscovics, 1982), de modo que, é possível, perpassar por uma situação real, a qual faz parte das práticas extraescolares de muitos alunos da EJA da região marajoara, para um saber matemático debatido na escola, fazendo com que os alunos percebam suas propriedades inerentes ao conhecimento científico.

2.3 - Representação de função

Como já explorado anteriormente, as relações funcionais podem ser representadas de diversas maneiras, seja por meio de tabela, gráficos, expressão analítica, em forma de texto escrito ou falado, enfim, distintas maneiras que podemos explicitar uma relação biunívoca entre, pelo menos, duas variáveis. Para um aprofundamento melhor dessas representações, sugerimos o estudo do capítulo primeiro deste produto educacional.

Para sintetizar as representações de relações funcionais mais recorrentes, destacamos a figura a seguir em que explicita algumas formas de representar função:

Figura 1 - Algumas representações de relações funcionais

<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS</th></tr>
<tr><td>Registro da língua natural
*Uma função $f: A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, chamado de domínio da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B, chamado o contradomínio da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$.
*Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \mapsto f(x)$.</td>
<td rowspan="2">Registro gráfico
<u>Gráfico cartesiano</u>

<u>Tabela</u>
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr>
<tr><td>$\frac{-1}{4}$</td><td>$\frac{-1}{4}$</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Registro dos sistemas de escrita
<u>Simbólico</u> (línguas formais)
$f: A \to B, x \mapsto f(x)$, $f(x) = y$ ou $y = f(x)$
Algébrico
$y = x$
<u>Numérico</u> (natural, inteiro, racional, irracional)
$f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$</td></tr>
</table>

Fonte: Maggio e Nehring (2014, p. 98)

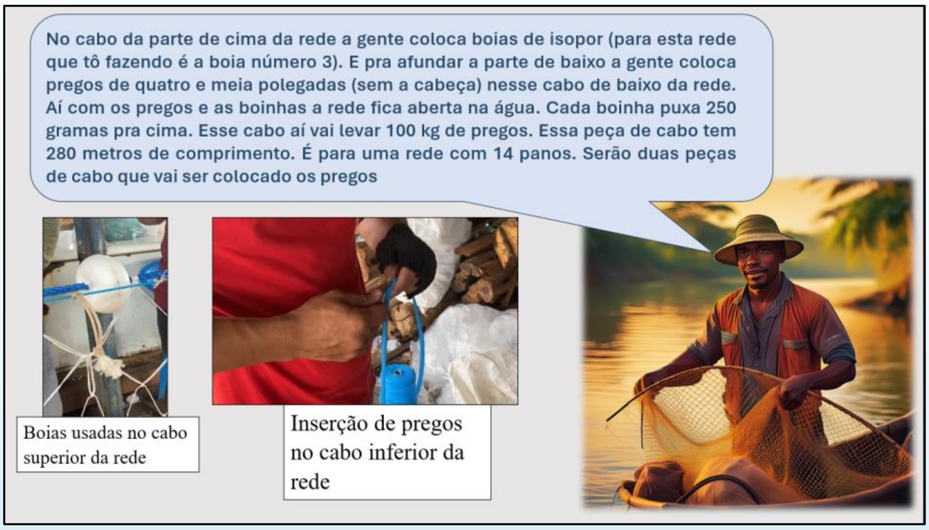
Nesse sentido, é importante que o professor (a) desenvolva ações em sala de aula para enfatizar a compreensão das distintas formas de se representar uma relação funcional, mostrando as características de cada uma delas, bem como, a forma que elas estão destacadas nas atividades e tarefas propostas em sala de aula.

Vale ressaltar a necessidade da diversidade de tarefas para explorar as maneiras de se representar a função, mas "o professor deve explorar em todas elas a ideia central do conceito de função: o fato de que uma variável é perfeitamente determinada a partir do conhecimento de outra" (Tinoco, 2002, p. 49).

Dessa maneira, o tópico a seguir apresenta tarefas que podem ser exploradas em sala de aula para abordar a respeito das distintas maneiras de se representar as relações funcionais. Essas tarefas estão no contexto da prática da pesca artesanal, com foco na construção e manipulação das redes de malhas.

- Tarefas para explorar as formas de representação de função

De acordo com o senhor Benedito (pescador artesanal de Gurupá), para a construção da rede de malhas, entre outros itens, é necessário a utilização de dois cabos – um superior e um inferior - com espessuras maior do que o fio que se utiliza para tecer o pano da rede. Para o cabo superior é adicionado boias de isopor para flutuação da rede sobre a água, e no cabo inferior é adicionado algum peso para a submersão parcial da rede, para que ela possa ficar aberta dentro da água. Essa ação é relatada pelo pescador na seguinte narrativa:



Boias usadas no cabo superior da rede

Inserção de pregos no cabo inferior da rede

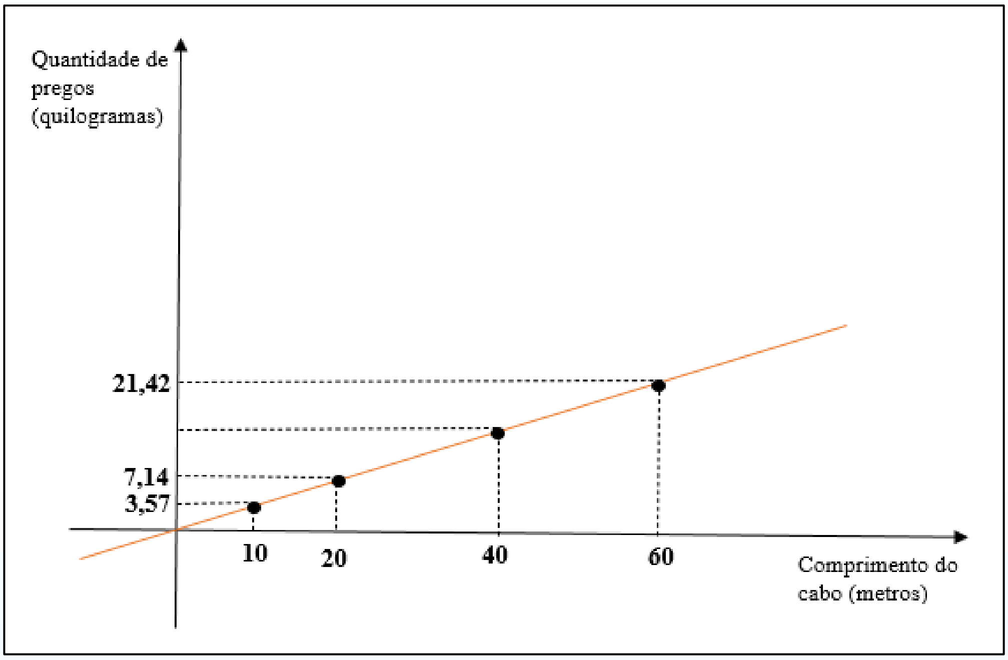
De posse dessas ações, responda:

1) Você consegue identificar variáveis e suas relações nessa situação apresentada no trecho da conversa com o senhor Benedito? Caso consiga descreva-as.

2) Como você representaria as relações identificadas no item anterior?

3) Você consegue representar alguma dessas relações por meio de uma expressão matemática (parecidas com aquelas que geralmente estudamos na escola)? Caso sim, qual seria essa expressão?

4) Analise o gráfico que representa a relação entre o comprimento do cabo (em metros) e a quantidade de pregos (em quilogramas) descrito a seguir e responda:



a) Qual a quantidade de pregos correspondente para 40 metros de cabo?

b) Você consegue identificar qual a expressão matemática que também representa essa relação contida no gráfico? Se sim, qual é essa expressão? Como você determinou essa expressão?

c)Qual seria o conjunto domínio, contradomínio e imagem da função apresentada no gráfico?

✓ Comentários sobre as tarefas

De maneira geral, consideramos que as essas tarefas apresentam um potencial para explorar algumas maneiras para representar situações em que se vislumbram relações funcionais, levando aos alunos a refletirem e compreenderem que uma mesma relação funcional pode ser representada por mais de uma maneira, seja por meio de gráficos, tabelas, expressões analíticas e por um texto escrito.

Levando em consideração as habilidades da BNCC analisadas sob a luz dos princípios curriculares apresentados pelo DCEPA, essas tarefas podem desenvolver a habilidade "EM13MAT404", a qual, de maneira geral, insere-se na identificação das diferentes formas de representar relações funções, bem como na interpretação de gráficos e na explicitação do domínio e imagem da função (Brasil, 2018).

Com base nos princípios curriculares apontados pelo DCEPA para o desenvolvimento na EJA-ensino médio, essas tarefas estão no âmbito dos princípios da 'práxis' e da 'pluralidade de saberes e linguagens', pois é possível vislumbrar tanto a aproximação entre a teoria e a prática por meio das ações dos pescadores e as relações funcionais ali presentificadas, como também a valorização da diversidade de saberes que estão inseridos na sala de aula por meio das experiências de vida dos alunos (Pará, 2021).

Em relação aos níveis de compreensão do conceito de função (Bergeron e Herscovics, 1982), essas tarefas apresentam potencial para desenvolver o nível de formalização, pois a partir das representações abordadas e compreendidas pelos alunos, o professor poderá mostrar a maneira formal como a maioria dos livros didáticos (ou acadêmicos) representam as relações funcionais. Essa maneira formal de representação de função pode ser vislumbrada no capítulo 1 deste produto educacional.

03

Considerações

Caro estudante, caro professor (a), ou público em geral que se interessa pela temática das abordagens do objeto de conhecimento função na Educação de Jovens e Adultos, a intenção em organizar um guia didático para explorar o conceito de função, em especial no contexto paraense e marajoara, se dá em face do reconhecimento que muito ainda precisa ser feito por esta modalidade de ensino, pois é visível a falta de material disponível, bem como a falta de formação continuada para professores que atendam especificamente essa clientela.

Para melhor encaminhar as considerações deste guia didático, iremos separar em dois tópicos: o primeiro são considerações que abarcam uma percepção voltada para os alunos da EJA que utilizarem este material, pontuando as distintas maneiras que se pode representar relações funcionais, bem como os destaques destas relações em ambientes contextualizados; o segundo tópico são considerações voltadas para o trabalho docente desenvolvidos nas turmas da EJA, enfatizando as possibilidades da utilização deste guia didático em suas aulas de Matemática, em especial para as abordagens do objeto de conhecimento função.

❖ Considerações para os alunos da EJA

Cara (o) aluna(o), pertencente à modalidade da Educação de Jovens e Adultos do ensino médio, consideramos que este guia didático proporcionou a exploração do conceito de função a partir de uma visão mais ampla acerca deste objeto de conhecimento, mostrando para você as distintas maneiras que podemos vislumbrá-lo tanto no que se refere à Matemática acadêmica como nas técnicas utilizadas pelos pescadores artesanais.

Nesse sentido, você pode ter percebido que os conhecimentos matemáticos sobre função estruturados pelo currículo de sua escola, os quais são abordados pela disciplina de Matemática, possui diversas manifestações em situações fora do contexto escolar, em especial em situações conhecidas e reconhecidas por você, como é o caso da prática da pesca artesanal.

Dessa maneira, este guia didático pretendeu criar cenários oriundos de narrativas reais de pescadores sobre construção e manipulação de redes de malhas para explorar elementos do conceito de função, manifestando o entrelaçamento dos saberes matemáticos acadêmicos e as técnicas utilizadas pelos pescadores em suas atividades laborais, mostrando que todos os conhecimentos são importantes dentro dos seus grupos culturais, pois todos são técnicas para resolver seus problemas práticos.

Assim, esperamos que este guia didático possa ter contribuído com a sua compreensão acerca do objeto de conhecimento função, bem como as maneiras que esse objeto pode ser representado (seja na forma de expressão analítica, gráfica, tabular e metafórica) e a forma como se entrelaça com práticas diárias em nosso contexto fora do ambiente escolar, possibilitando que você construa seus conhecimentos matemáticos de maneira contextual, percebendo que a Matemática é muito mais do que uma disciplina escolar, mas uma maneira de ser e estar no mundo em que vivemos.

❖ Considerações para os professores da EJA

Caro (a) professor(a), sobre as suas turmas da EJA, é inviável tratá-las da mesma maneira como são tratadas as turmas da modalidade regular de ensino, pois na EJA os alunos já apresentam toda uma estrutura social, política e cultural formada ao longo da vida, bem como experiências e expectativas que se diferenciam daquelas demonstradas pelos alunos regulares.

Os alunos da EJA são, em sua maioria, adultos que buscam novamente o ambiente escolar depois de serem obrigados a abrir mão por conta de suas demandas particulares. Esses alunos vislumbram, na escola, uma oportunidade para melhoria de vida, seja para uma empregabilidade ou para uma formação.

Assim, é preciso que a escola entenda e atenda as demandas trazidas por esses alunos, reconhecendo os esforços que esses alunos imprimem para se fazerem presentes no ambiente da sala de aula, pois é visível o cansaço nos rostos dos alunos da EJA, mas também e visível a esperança que eles carregam consigo para manterem-se firmes até a conclusão da educação básica.

Com isso, as tarefas propostas neste produto educacional intencionam aproximar as ações da sala de aula com vivências apresentadas por estes alunos da EJA, fortalecendo os vínculos e potencializando as aprendizagens, mostrando que todos os saberes são válidos dentro dos contextos em que estão sendo utilizados.

De maneira geral, caro professor (a) , é importante explorar em sala de aula questões advindas da própria realidade dos alunos, abordando a natureza dialógica dos saberes, de modo a vislumbrar semelhanças que potencializam o saber matemático constituído no currículo escolar.

Por fim, consideramos que todas as tarefas aqui propostas podem ser reorganizadas para melhor atender as expectativas e realidades dos alunos de suas turmas, querido (a) professor (a), explicitando as distintas formas de lidar com práticas semelhantes, valorizando os saberes em cada contexto sociocultural. Desse modo, a mensagem que de fato fica a partir dessas abordagens é a necessidade de explorar de maneira diferenciada as ações para o público da EJA.

04

Referências

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa Edutira, 1986.

BERGERON, Jacques C.; HERSCOVICS, Nicolas. Levels in the understanding of the function concept. In: Conference on functions, 1. 1982. Anais... Enschede, The Netherlands: National Institute for Curriculum Development, 1982, p. 39-55.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2018. Disponível em https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em outubro de 2024.

MAGGIO, Deise Pedroso; NEHRING, Cátia Maria. Saberes docentes acerca das representações semióticas do conceito de função: Atuais desafios à educação matemática. Boletim GEPEM: Nº61 – jul./dez., 2012. Disponível em https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/258/240. Acesso em outubro de 2024.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação do Pará. Documento Curricular do Estado do Pará – Etapa Ensino Médio. Diário oficial do Estado do Pará: Volume II. Belém: SEDUC-PA, 2021. Disponível em https://www.seduc.pa.gov.br/site/public/upload/arquivo/probncc/ProBNCC_DCEPA-12072021_compressed-3b8b0.pdf. Acesso em outubro de 2024.

RIBEIRO, Alessandro; CURY, Helena. Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (Coleção Tendências em Educação Matemática), 2015.

ROSSINI, Renata. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias. Tese (doutorado em educação matemática). PUC-SP: 2006.

SIERPINSKA, Anna. On understand de notion of funtion. In: The concept of funtion: aspects of epistemology and pedagogy. Guershom Hareland Ed Dubinsky (Eds.) Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/238287243_On_understanding_the_notion_of_function. Acesso em março de 2023.

SILVA, Edna Machado; MIRANDA, Denis do Socorro Pinheiro; CABRAL, Natanael Freitas. FUNÇÃO: Uma reconstrução histórica do conceito. Anais. XIII Seminário Nacional de História da Matemática.. – Fortaleza: SBHMat, 2019.

TINOCO, Lucia. Construindo o conceito de Função no 1º grau. Projeto Função Matemática - Instituto de Matemática-UFRJ.

Lorem ipsum

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat. Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, cons ectetuer adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat. Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat. Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, cons ectetuer adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat. eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi.