



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO - PPGESA

SIMULAÇÃO DO USO DE BOMBAS COM VELOCIDADE VARIÁVEL EM PROCESSOS DE SANEAMENTO

DISCENTE: ENG(A).RAFAEL PINHEIRO TRINDADE

ORIENTADOR(A): PROF.DR. MANOEL JOSE DOS SANTOS SENA

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL**

BELÉM (2025)





RAFAEL PINHEIRO TRINDADE

PTT (PRODUTO BIBLIOGRÁFICO) APRESENTADO AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL – MESTRADO PROFISSIONAL (PPGESA/ITEC) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL.

Data da avaliação: 07/02/2025

Examinada por:

Prof. Dr. Manoel Jose dos S. Sena - UFPA
(PPGESA/ITEC/UFPA - Orientador)

Prof. Dra. Katiucia Nascimento Adan
(PPGESA/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Giovanni Chaves Penner - UFPA
(PPGESA/ITEC/UFPA)

Prof. M.Sc. Leonardo Araújo Neves
(membro externo)

BELÉM
2025



Agradecimentos

A Deus, minha eterna gratidão por me conceder a vida, a saúde e a oportunidade de chegar até este momento decisivo em minha trajetória acadêmica e profissional. A Ele, minha devoção e reconhecimento por cada conquista alcançada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Manoel Sena, expresso minha sincera gratidão por ter acreditado em meu potencial e me acolhido como seu orientando. Agradeço por sua paciência, orientação firme e apoio contínuo ao longo de todo o curso. Sua confiança e dedicação foram fundamentais para a realização deste trabalho.

A banca examinadora pelas valiosas contribuições na ocasião da defesa de qualificação.

À minha esposa, Cinthia Trindade, meu amor e meu porto seguro, agradeço profundamente pelo companheirismo constante, pelo apoio incondicional, pelas palavras de encorajamento e pelas orações nos momentos de incerteza. Sua presença foi essencial para que eu nunca desistisse. Amo você.

Ao Governo Federal, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sanitária e Ambiental (PPGESA), ao Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará e a todo o corpo docente envolvido na formação acadêmica e profissional, deixo meu agradecimento pelo conhecimento transmitido, pela estrutura oferecida e pela preparação sólida para os desafios profissionais que se impõem nos complexos cenários amazônicos.

Minha sincera gratidão.

Resumo

A busca por eficiência energética e sustentabilidade em sistemas de saneamento motivou este estudo, que investigou o uso de bombas centrífugas de velocidade variável (BVV) em processos de abastecimento de água, esgotamento sanitário e drenagem urbana. O objetivo principal foi desenvolver uma ferramenta computacional para simular o comportamento dessas bombas em diferentes condições operacionais, comparando seu desempenho com o de bombas de velocidade constante (VC). A metodologia incluiu a modelagem matemática baseada nas leis de similaridade hidrodinâmica e a implementação de um algoritmo em C++, validado por comparação com dados de referência. Foram analisados 21 cenários, variando a vazão inicial (Q_m) de 200 a 800 m³/h e a amplitude de variação (A_q) de 20 a 60 m³/h, em períodos de 24 horas. Os resultados demonstraram que as BVV são significativamente mais eficientes em baixas vazões ($Q_m \leq 400$ m³/h), com economias de energia entre 19% e 43%. Porém, em vazões mais elevadas ($Q_m \geq 500$ m³/h), a operação em velocidade variável tornou-se menos vantajosa, resultando em aumento do consumo energético (até 154% em casos extremos). A redução da potência consumida em regimes de baixa rotação, aliada à flexibilidade de ajuste da vazão sem perdas por estrangulamento, justifica a adoção de BVV em sistemas com demandas flutuantes. Concluiu-se que a tecnologia de velocidade variável é viável para otimização energética em contextos específicos, especialmente em aplicações de saneamento com variação moderada de demanda. A ferramenta desenvolvida permite a análise de cenários reais, auxiliando na tomada de decisão técnica e no ensino de engenharia sanitária e ambiental.

Palavras-chave: bombas hidráulicas; velocidade variável; saneamento; simulação computacional; eficiência energética; laboratório virtual.

Abstract

The pursuit of energy efficiency and sustainability in sanitation systems motivated this study, which investigated the use of variable-speed centrifugal pumps (VSCPs) in water supply, sewage systems, and urban drainage processes. The main objective was to develop a computational tool to simulate the behavior of these pumps under different operational conditions, comparing their performance with constant-speed pumps (CSPs). The methodology included mathematical modeling based on hydrodynamic similarity laws and the implementation of a C++ algorithm, validated through comparison with reference data. Twenty-one scenarios were analyzed, varying the initial flow rate (Q_m) from 200 to 800 m³/h and the flow variation amplitude (A_q) from 20 to 60 m³/h, over 24-hour periods. Results demonstrated that VSCPs are significantly more efficient at low flow rates ($Q_m \leq 400$ m³/h), achieving energy savings between 19% and 43%. However, at higher flow rates ($Q_m \geq 500$ m³/h), variable-speed operation became less advantageous, resulting in increased energy consumption (up to 154% in extreme cases). The reduction in power consumption at low-speed regimes, combined with the flexibility to adjust flow rates without throttling losses, justifies the adoption of VSCPs in systems with fluctuating demands. It was concluded that variable-speed technology is feasible for energy optimization in specific contexts, particularly in sanitation applications with moderate demand variations. The developed tool enables the analysis of real-world scenarios, supporting technical decision-making and education in sanitary and environmental engineering.

Keywords: hydraulic pumps; variable speed; sanitation; computational simulation; energy efficiency; virtual laboratory.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Fluxograma ilustrando a metodologia das etapas de execução do estudo.	18
Figura 2 - Esquema do sistema de controle para uma bomba acionada por um inversor.	24
Figura 3 - Representação do sistema de bombeamento em rotações diferentes. Fonte: (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).....	24
Figura 4 – Fluxograma de processamento do algoritmo	27
Figura 5 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.....	30
Figura 6 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.	31
Figura 7 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	32
Figura 8 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 300 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.	33
Figura 9 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário Q_m 300 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.	34
Figura 10 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 300 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	35
Figura 11 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.....	36
Figura 12 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.....	37
Figura 13 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a) , Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	38
Figura 14 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m ³ /h e A_q 20 m ³	39
Figura 15 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.....	40
Figura 16 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	41
Figura 17 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.	42

Figura 18 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.....	43
Figura 19 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	44
Figura 20 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.....	45
Figura 21 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.	46
Figura 22 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	47
Figura 23 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 800 m ³ /h e A_q 20 m ³ /h.....	48
Figura 24 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 800 m ³ /h e A_q 40 m ³ /h.	49
Figura 25 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário Q_m 800 m ³ /h e A_q 60 m ³ /h.	50
Figura 26 – Eficiência Energética por cenário (Economia de Energia).	52

Lista de abreviaturas e siglas

AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem
Aq - Amplitude de variação da vazão
BVV - Bomba em Velocidade Variável
CFD - Dinâmica de Fluidos computacionais
EF - Elementos Finitos
IoT - Intert of Things (Internet das coisas)
IGU - Interface Gráfica para o Usuário
HTML5 - HyperText Markup Language
VC - Velocidade Constante
VV - Velocidade Variável
ECVC - Energia Consumida com Velocidade Constante
ECVV - Energia Consumida com Velocidade Variável
EEVV - Economia de Energia com Velocidade Variável
kWh - Quilowatt-hora
Nreq - Número de rotações requeridas para cada período
Qm - Vazão inicial em m^3
Qreq - Vazão requerida da bomba em m^3/H
T - Período de funcionamento da Bomba em horas
W - Unidade de potencia
.txt - Extensão de arquivo de texto

Sumário

Resumo	5
Abstract.....	6
1 INTRODUÇÃO.....	11
2 OBJETIVOS.....	12
2.1 Geral	12
2.2 Específicos.....	12
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
4 MATERIAL E MÉTODOS.....	18
4.1 – Fluxograma metodológico	18
4.2 Desenvolvimento do algoritmo	19
4.2.1 Bombas de velocidade fixa (constante).....	19
4.2.2 Bombas de velocidade variável	22
4.3 Codificação e validação do algoritmo	27
5 RESULTADOS	29
5.1 Descrição dos procedimentos adotados para a análise de cenários	29
5.1.1 Casos de Q_m 200 m ³ /h	30
5.1.2 Caso de Q_m 300 m ³ /h.....	33
5.1.3 Caso de Q_m 400 m ³ /h.....	36
5.1.4 Caso de Q_m 500 m ³ /H.....	39
5.1.5 Caso de Q_m 600 m ³ /h.....	42
5.1.6 Caso de Q_m 700 m ³ /h.....	45
5.1.7 Caso de Q_m 800 m ³ /h.....	48
5.2 Resumo de casos selecionados	51
5.3 Discussões	52
6 CONCLUSÃO.....	54
7 BIBLIOGRAFIA	55
APENDICE A – Código fonte.....	58

1 INTRODUÇÃO

A busca incessante por eficiência e sustentabilidade nos processos de saneamento impulsiona o desenvolvimento de novas tecnologias e abordagens na engenharia hidráulica. Neste contexto, o estudo em questão teve como foco a simulação do uso de bombas hidráulicas centrífugas de velocidade variável em sistemas de abastecimento de água, esgotamento sanitário e drenagem urbana. A capacidade de ajustar a velocidade das bombas de acordo com a demanda de carga representa um avanço em termos de eficiência energética e redução de ruídos, contribuindo para a otimização dos processos e a minimização de desperdícios (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

Este trabalho envolveu o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que permite a realização de atividades de simulação do comportamento de bombas centrífugas de velocidade variável, proporcionando aos estudantes e profissionais da área a oportunidade de explorar e compreender, de forma prática, o funcionamento e as características deste tipo de equipamento. A ferramenta computacional desenvolvida utiliza técnicas de simulação computacional e modelagem matemática, com base nos princípios da mecânica dos fluidos. A ferramenta permite a simulação do comportamento das bombas em diferentes condições de operação, incluindo variações de vazão, pressão e velocidade (LIMA et al., 2012).

Este trabalho teve como objetivo desenvolver uma ferramenta computacional para simular o comportamento de bombas centrífugas de velocidade variável em sistemas de saneamento, com foco na análise de eficiência energética. A ferramenta, implementada em C++, utiliza modelagem matemática baseada nas leis de similaridade hidrodinâmica e permite a comparação entre o desempenho de bombas operando em velocidade constante e variável.

21 cenários foram avaliados, variando vazões iniciais e amplitudes de variação, para identificar condições em que a tecnologia de velocidade variável se mostra mais vantajosa. Além de auxiliar na tomada de decisão técnica, a ferramenta serve como recurso educacional, possibilitando a exploração prática de conceitos teóricos em engenharia sanitária e ambiental. Os resultados demonstram que a adoção de bombas de velocidade variável é particularmente eficaz em sistemas com demandas flutuantes e baixas vazões, contribuindo para a sustentabilidade e a redução de custos operacionais.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

O objetivo geral deste estudo é o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a análise do comportamento de bombas hidráulicas centrífugas de velocidade variável.

2.2 Específicos

Analisar o efeito da variação de velocidade no consumo de energia.

Identificar cenários nos quais o uso de velocidade variável é vantajoso.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os sistemas hidráulicos convencionais empregando bombas de velocidade fixa operam continuamente na mesma vazão, independentemente da necessidade de maior ou menor vazão, ao menos que tenham a sua perda de carga alterada pelo meio de válvulas. Essa característica resulta em consumo energético desnecessário e geração de ruído excessivo, principalmente em situações de baixa exigência de potência, quando o fechamento das válvulas implica em aumento da perda de carga (YAN; GE; LONG, 2022).

Diante da crescente necessidade por sistemas de abastecimento de água, esgotamento sanitário e drenagem urbana mais eficientes, a implementação de soluções hidráulicas e energeticamente eficazes se configura como uma alternativa promissora (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

O campo da tecnologia associado às bombas centrífugas vem experimentando avanços significativos ao longo do tempo. Atualmente, muitas bombas centrífugas são fabricadas com mecanismos internos de variação de rotação. Ademais, diversos equipamentos hidráulicos possibilitam programação e operação remotas via conexão wireless (JAYANTO; KUSTIJA, 2020).

As bombas de velocidade variável (BVV) apresentam vantagens significativas em termos de ruído e vida útil em comparação com outros tipos de bombas. Essa vantagem se deve à operação em velocidades mais baixas, quando possível, que reduzem o desgaste das peças do sistema (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

No entanto, é importante salientar que a operação em velocidades mais elevadas, embora possa aumentar a vazão da bomba, também leva a um maior desgaste das peças, tornando a operação, reparos e manutenção dos equipamentos mais onerosos (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006)

Diversos autores concordam sobre a utilizações das BVV's, entre elas podemos listar as principais e mais comuns aplicações:

- Sistemas de abastecimento de água: Variam a vazão conforme a demanda, podendo reduzir o consumo de energia elétrica (COUTINHO; SOARES, 2017).

- Estações de tratamento de água e esgoto: Ajuste da vazão de acordo com as etapas do processo (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006) .

- Sistemas de drenagem urbana: Bombeamento de águas pluviais considerando a intensidade das chuvas (COUTINHO; SOARES, 2017).

- Sistemas de irrigação: Adequação da vazão à necessidade específica de diferentes culturas (ARMINDO, 2019).

- Controle de pressão em redes hidráulicas: Mantém a pressão constante independentemente da variação de demanda (ARAÚJO et al., 2023)

- Transporte de fluidos em processos industriais: Ajuste da vazão de acordo com as necessidades do processo (ALMEIDA, 2009).

- Dimensionamento de sistemas hidráulicos: Bombas de rotação variável permitem projetar sistemas mais flexíveis, que se adaptam a variações de demanda futuras (COUTINHO; SOARES, 2017).

- Redução de custos com energia elétrica: A vazão ajustada de acordo com a demanda leva a economia de energia em projetos de saneamento e drenagem urbana (COSTA et al., 2020) .

- Otimização do uso de recursos hídricos: O planejamento de sistemas com bombas de rotação variável contribui para o uso mais racional da água (CASTRO; SOUZA, 2002).

Outros autores apresentam os benefícios sobre a utilização das BVV's quanto suas aplicações principalmente quanto a planejamento e projetos hidráulicos.

- A melhoria na vida útil de equipamentos: A operação em vazões variáveis reduz o desgaste das bombas, aumentando sua durabilidade (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006) .

- O atendimento a demandas futuras: Sistemas planejados com bombas de rotação variável podem ser facilmente adaptados a aumentos gradativos de consumo (NARAE KANG et al., 2016)

- O controle de inundações: Drenagem urbana com bombas de rotação variável permite maior eficiência no bombeamento de águas pluviais em situações de fortes chuvas, alagamentos e inundações (DE OLIVEIRA et al., 2020) (NARAE KANG et al., 2016).

- O Sistemas de combate a incêndio: Ajuste da vazão de água de acordo com a intensidade do fogo (ALMEIDA, 2009).

Os acionamentos de velocidade variável desempenham um papel crucial no aumento da eficiência energética nas bombas, ajustando a velocidade do motor com base nos requisitos de carga, levando a economias de energia significativas e à redução das emissões de gases com efeito de estufa no caso de alimentação por combustíveis fósseis (SADEK; EL-MAGHRABY; FATHY, 2023).

Estudos demonstraram que diminuir a velocidade do rotor das bombas pode diminuir sua eficiência, enfatizando a importância da avaliação da bomba em diferentes velocidades para uma previsão precisa dos custos de energia (BAYKOVA; A V NOVICHKOV; N S KARAGANOV, 2022).

Comparando bombas de velocidade fixa e bombas de velocidade variável em sistemas de irrigação pressurizados demonstraram que as bombas de velocidade variável podem aumentar a eficiência da bomba em 18,7% e reduzir o consumo elétrico em 57,6%, destacando os benefícios da utilização da tecnologia de velocidade variável para um uso ideal da água e economias substanciais de energia (SADEK; EL-MAGHRABY; FATHY, 2023) (AZARI, 2021).

Conforme os autores citados anteriormente, podemos observar que a integração da simulação computacional como ferramenta em cursos de engenharia, particularmente na área de bombas hidráulicas, vem demonstrando resultados positivos no processo de aprendizagem. Estudos indicam que o uso de softwares de simulação computacional, como elementos finitos (EF) e dinâmica dos fluidos computacionais (CFD), contribui para a otimização do aprendizado em disciplinas relacionadas a bombas (OLANREWAJU M. OYEWOLA et al., 2021).

O desenvolvimento de sistemas hidráulicos e simulação de equipamentos como bombas em ambientes virtuais tem se tornado cada vez mais essenciais e para a demonstração do potencial, condições de operação, eficiência energética e proposição de melhorias. A modelagem e simulação computacional de sistemas hidráulicos, incluindo bombas, em ambientes virtuais vem se tornando uma ferramenta fundamental para o projeto e desenvolvimento desses sistemas. Essa técnica permite avaliar o potencial, as condições de operação e a eficiência energética dos sistemas sob projeto, possibilitando a proposição de melhorias para os mesmos (DALING YUE et al., 2023).

Estudos apontam que abordagens educacionais centradas em atividades práticas, como projetar, testar e integrar sistemas hidráulicos, podem aprimorar o desenvolvimento de habilidades e a compreensão dos alunos em disciplinas relacionadas a máquinas hidráulicas. Essa metodologia de aprendizagem ativa favorece a imersão no tema, potencialmente contribuindo para um melhor entendimento dos conceitos teóricos (DJORDJE S. CANTRAK, 2018).

A adoção de metodologias de ensino baseadas em simulação computacional tem se tornado uma estratégia promissora para o desenvolvimento de habilidades requeridas pela Indústria 4.0. Essa abordagem pode não apenas aumentar o engajamento dos alunos, como, mas

também prepará-los para lidar com as demandas por inovação tecnológica e utilização de ferramentas computacionais para solucionar problemas de engenharia. (SILVA et al., 2019).

Estudos afirmam que a incorporação de simulações de computador no ensino de engenharia se alinha às práticas baseadas em evidências que promovem projetos de aprendizagem e pedagogias eficazes para modelagem e implementação de simulações (MAGANA; JONG, 2018).

Após o surgimento da pandemia de COVID-19 em 2020, os laboratórios virtuais se tornaram uma ferramenta pedagógica essencial no ensino de engenharia. Essa ampla adoção ultrapassou sua função como recurso didático alternativo, possibilitando a continuidade das experiências práticas de forma remota. Esses ambientes virtuais replicam cenários do mundo real, permitindo que os alunos interajam com os componentes, conduzam experimentos e analisem o desempenho dos sistemas (SANTOS, 2024).

Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) voltados para a engenharia simulam cenários do mundo real, permitindo que os alunos interajam com objetos virtuais, conduzam experimentos e analisem o comportamento de sistemas em um ambiente seguro e controlado, superando limitações como danos ao equipamento, restrições de tempo, necessidade de presença física no laboratório (DOMENICA MIRAUDA; NICOLA CAPECE; UGO ERRA, 2019).

Ao explorar plataformas de Internet das Coisas (IoT) e softwares de código aberto, os alunos podem interagir com simuladores virtuais de sistemas de bombeamento. Essa experimentação permite o controle remoto dos parâmetros de operação e a coleta de dados para posterior análise comparativa do desempenho de diferentes tipos de bombas. Esse enfoque promove o aprimoramento da compreensão dos alunos sobre o comportamento das bombas e o projeto de sistemas hidráulicos (GEANETTE POLANCO; LILIBETH A. ZAMBRANO, 2020).

Essas configurações virtuais podem incluir simulações computacionais de escoamento em máquinas rotativas, como bombas centrífugas. Esse tipo de modelagem computacional permite a representação precisa do comportamento dinâmico do fluido e o desempenho da

bomba, fornecendo um ambiente realista para o estudo e a análise (GEVORKOV; DOMÍNGUEZ-GARCÍA, 2023).

Simulações computacionais de sistemas hidráulicos possibilitam a avaliação de diferentes arranjos de componentes e estratégias de controle, como o dimensionamento de válvulas e bombas. Essas simulações permitem prever o comportamento do sistema e identificar oportunidades para otimizar sua eficiência energética e reduzir perdas hidráulicas. Como resultado, a prototipagem física dispendiosa pode ser minimizada tornando-se uma ferramenta valiosa para o projeto e aprimoramento de sistemas hidráulicos (HUJO et al., 2021)

Laboratórios virtuais de bombas hidráulicas combinam elementos de ensino remoto, modelos matemáticos e atividades interativas. Essa abordagem inovadora permite a simulação de experimentos e a representação teórica do comportamento das bombas por meio de modelos matemáticos. Os recursos de acesso remoto possibilitam a flexibilização do aprendizado, tornando-o acessível a um público mais amplo (JAYANTO; KUSTIJA, 2020).

Durante a pesquisa bibliográfica pode se destacar o desenvolvimento de laboratórios virtuais para sistemas hidráulicos, como bombas centrífugas (OLANREWAJU M. OYEWOLA et al., 2021), circuitos hidráulicos (OLANREWAJU M. OYEWOLA et al., 2021) e braços hidráulicos (HASSAN ASSAF; ANDREA VACCA, 2023). Desta forma, observa-se que é imprescindível avançar no desenvolvimento desses ambientes virtuais.

O uso da simulação computacional no ensino de engenharia relacionado a bombas hidráulicas pode impactar significativamente a eficiência e a relação custo-benefício em várias aplicações. Pesquisas sobre otimização da programação de bombas usando um método ramificado e limitado demonstram a eficácia das funções lineares e de custo fixo na busca de cronogramas que se alinham às lacunas de otimização do solucionador e às incertezas de demanda (MENKE et al., 2016)

Desta forma, este trabalho visa o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a realização de atividades de laboratório virtual no aprendizado do comportamento de bombas hidráulicas centrífugas de velocidade variável. Tendo em vista a simulação de multicenários para o aprendizado e avaliação de sistemas BVV por alunos e profissionais.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 – Fluxograma metodológico

O fluxograma da Figura 1 ilustra as etapas do trabalho. Inicialmente, foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre o funcionamento de bombas com velocidade variável. Essa pesquisa incluiu também a aplicação desta tecnologia na área de saneamento.

O desenvolvimento do algoritmo de simulação do comportamento dos sistemas de bombeamento em velocidade variável começou então a ser desenvolvido. Este código fonte passou por uma fase de testes e de validação.

Os seus resultados foram validados através da comparação com os dados fornecidos por uma outra aplicação usada como referência. A partir de então, foram estudados cenários para uma melhor compreensão da utilidade das bombas com velocidade variável.

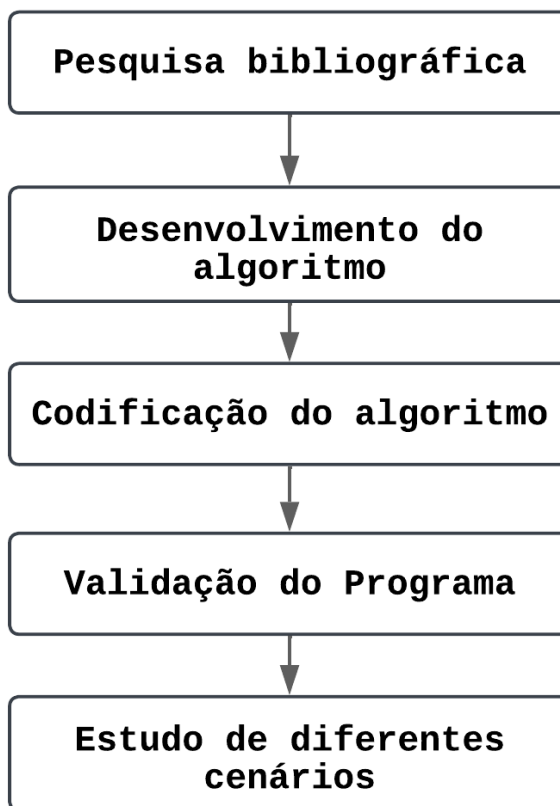


Figura 1 – Fluxograma ilustrando a metodologia das etapas de execução do estudo.

4.2 Desenvolvimento do algoritmo

4.2.1 Bombas de velocidade fixa (constante)

A modelagem adotada neste trabalho é baseada no trabalho de Mesquita et al. (2006) e Santos (2024) garantindo sua reprodutibilidade. No ponto de operação do sistema, a altura manométrica fornecida pela bomba, H_{bomba} , deve ser igual à altura manométrica solicitada pelo sistema, $H_{sistema}$, para transportar o fluido. Na altura $H_{sistema}$, são consideradas as perdas nas tubulações, bem como a energia que o fluido terá ao final do transporte. Esta condição é estabelecida na Equação (1).

$$H_{Bomba} = H_{sistema} \quad (1)$$

Conforme o modelo de referência adotado por Mesquita et al. (2006) e Santos (2024) há uma tubulação que sai do tanque de sucção, passa pela bomba e vai para o tanque superior. Considerando-se o regime permanente, as vazões na tubulação de sucção, Q_s , na tubulação de recalque, Q_r , e na tubulação do tanque superior, Q_t , são iguais à vazão Q . Isto é traduzido pela Equação (2).

$$Q_r = Q_s = Q_t = Q \quad (2)$$

A altura manométrica é uma característica da bomba e é obtida através da curva da bomba, fornecida pelo fabricante. No laboratório virtual, a Equação (3) da curva da bomba a ser utilizada nas simulações é calculada a partir dos dados do fabricante, por um processo de interpolação, pelo método dos mínimos quadrados, para obtenção dos coeficientes a , b e c .

Assim, qualquer bomba pode ser utilizada no laboratório virtual, desde que sua curva de desempenho esteja disponível.

$$H_{Bomba} = a + bQ + cQ^2 \quad (3)$$

A altura manométrica da bomba é a energia que deve ser fornecida ao fluido para que este seja transferido do reservatório inferior para o reservatório superior. Esta energia corresponde à diferença de altura entre os tanques, somada à energia que se perde no transporte devido às perdas de carga na tubulação.

A Equação (4) é utilizada para quantificar a altura manométrica do sistema. Nesta equação, H_0 é a diferença de altura entre os tanques inferior e superior, H_s é a altura manométrica perdida pelo fluido ao percorrer a tubulação de aspiração, H_r é a altura manométrica perdida pelo fluido ao percorrer a tubulação de recalque e H_t é a altura manométrica perdida pelo fluido ao percorrer a tubulação do tanque superior.

$$H_{Sistema} = H_0 + H_s + H_r + H_t \quad (4)$$

As alturas manométricas referentes a cada secção da tubulação são calculadas pelas Equações de (5) a (7), chamadas equações de Darcy-Weisbach:

$$H_s = \frac{8m}{\pi^2 g} \left(\frac{f_s L_s Q_s^2}{D_s^5} \right) \quad (5)$$

$$H_r = \frac{8m}{\pi^2 g} \left(\frac{f_r L_r Q_r^2}{D_r^5} \right) \quad (6)$$

$$H_t = \frac{8m}{\pi^2 g} \left(\frac{f_t L_t Q_t^2}{D_t^5} \right) \quad (7)$$

Nestas equações:

- m é o coeficiente de amplificação para perdas por atrito;
- g é a aceleração devida à gravidade;
- f_s , f_r , e f_t são, respectivamente, os fatores de atrito para os tubos de sucção, de recalque e do tanque superior;
- L_s , L_r , e L_t são, respectivamente, os comprimentos das tubagens de aspiração, de recalque e do tanque;
- Q_s , Q_r , e Q_t são, respectivamente, os caudais nos tubos de sucção, de recalque e do tanque;
- D_s , D_r , e D_t são, respectivamente, os diâmetros dos tubos de sucção, de recalque e do tanque.

Os coeficientes de atrito são calculados explicitamente através das Equações de (8) a (10), que são as equações de Colebrook-Branco. Nestas equações, ϵ é a rugosidade do material.

$$f_s = \left(\frac{1}{-2 \left(3,7 D_s - \frac{5,16}{D_s} \left(\frac{\varepsilon}{3,17 D_s} + \frac{5,09}{Re_s^{0,87}} \right) \right)} \right)^2 \quad (8)$$

$$f_r = \left(\frac{1}{-2 \left(3,7 D_r - \frac{5,16}{D_r} \left(\frac{\varepsilon}{3,17 D_r} + \frac{5,09}{Re_r^{0,87}} \right) \right)} \right)^2 \quad (9)$$

$$f_t = \left(\frac{1}{-2 \left(3,7 D_t - \frac{5,16}{D_t} \left(\frac{\varepsilon}{3,17 D_t} + \frac{5,09}{Re_t^{0,87}} \right) \right)} \right)^2 \quad (10)$$

Nas equações de (8) a (10), os números de Reynolds Re_s , Re_r , e Re_t são calculados através das equações de (11) a (13).

$$Re_s = \frac{v_s D_s}{\nu} \quad (11)$$

$$Re_r = \frac{v_r D_r}{\nu} \quad (12)$$

$$Re_t = \frac{v_t D_t}{\nu} \quad (13)$$

Nestas equações:

v_s , v_r , e v_t são, respectivamente, as velocidades nos tubos de sucção, de recalque e do tanque. ν é a viscosidade cinemática do fluido.

O ponto de funcionamento é calculado de forma iterativa, definindo o zero da Equação (14), utilizando o método da bissecção. Esta equação é uma função da vazão Q .

$$f(Q) = H_{Bomba} - H_{Sistema} \quad (14)$$

A potência necessária para acionar a bomba é dada pela Equação (15). A eficiência da bomba, η , é considerada nesta equação.

$$P = \frac{\rho g Q H}{\eta} \quad (15)$$

4.2.2 Bombas de velocidade variável

As leis de similaridade relacionam grandezas adimensionais como a razão entre a vazão (Q) e a vazão nominal, a razão entre a altura manométrica (H) e a altura manométrica nominal, e a razão entre a rotação da bomba (N) e a rotação nominal, possibilitando a previsão do desempenho da bomba em diferentes condições de operação. Elas podem ser expressas pelas Equações de (16) a (19).

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (16)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad (17)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3 \quad (18)$$

Os subscritos 1 e 2 referem-se às condições inicial e final.

Para determinar corretamente o ponto de operação de uma bomba centrífuga, é imprescindível a utilização conjunta das leis de similitude e da curva do sistema. A curva do sistema representa a variação da perda de carga na tubulação e componentes em função da vazão. Desconsiderar a curva do sistema leva a estimativas imprecisas do ponto de operação, especialmente em regimes de vazão diferentes (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

A Figura 2 ilustra a redução de consumo de energia em um sistema de bombeamento com velocidade variável. No ponto de operação 1, a bomba funciona com a válvula de controle totalmente aberta, operando em sua velocidade nominal para atender a uma determinada vazão. Quando há necessidade de reduzir a vazão, a válvula de controle se fecha parcialmente (ponto 2).

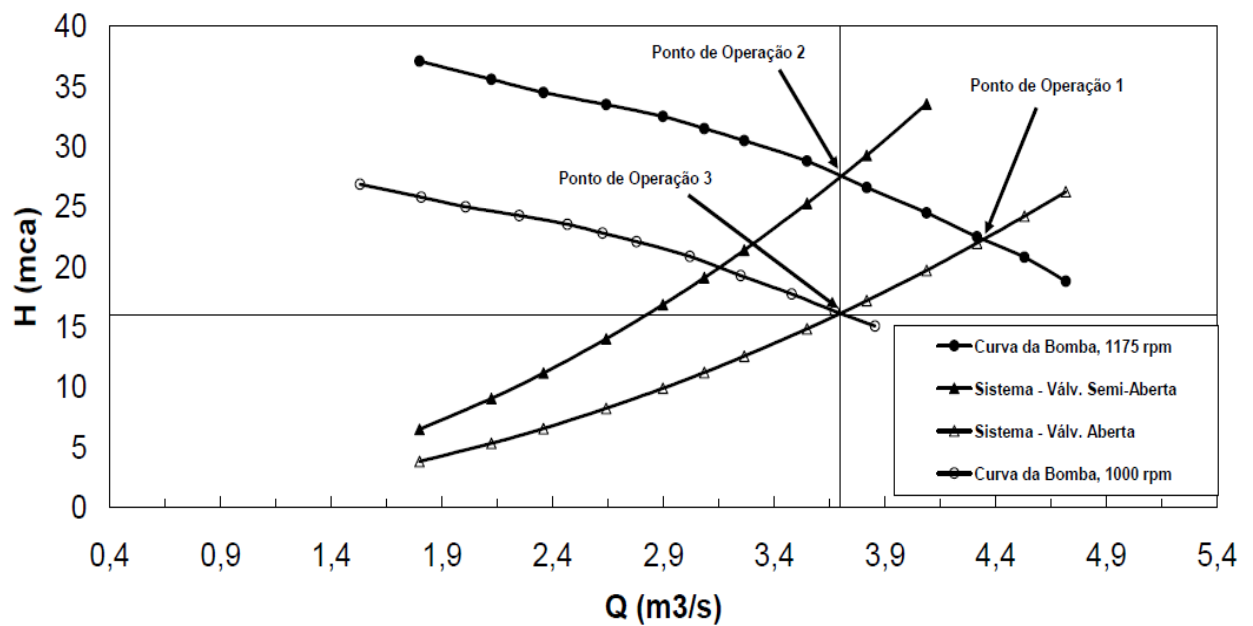


Figura 2 – Controle de ponto de operação – válvula de controle versus velocidade da bomba.

Fonte: (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

Porém, há outra forma de se alcançar a vazão desejada: reduzindo a velocidade da bomba e mantendo a válvula aberta (ponto 3). Diminuir a velocidade leva a uma menor potência hidráulica. É importante ressaltar que a altura manométrica também diminui, mas o sistema ainda consegue suprir a vazão demandada (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

A Figura 3 apresenta o esquema básico da configuração de um sistema utilizando um inversor de frequência dedicado ao acionamento de bombas, com o respectivo diagrama de interligação elétrica de força e controle. Ela mostra um sensor de pressão na linha de recalque, que também poderia um sensor de vazão, ou mesmo um sensor de nível de um reservatório de montante, que envia um sinal de controle para o inversor.

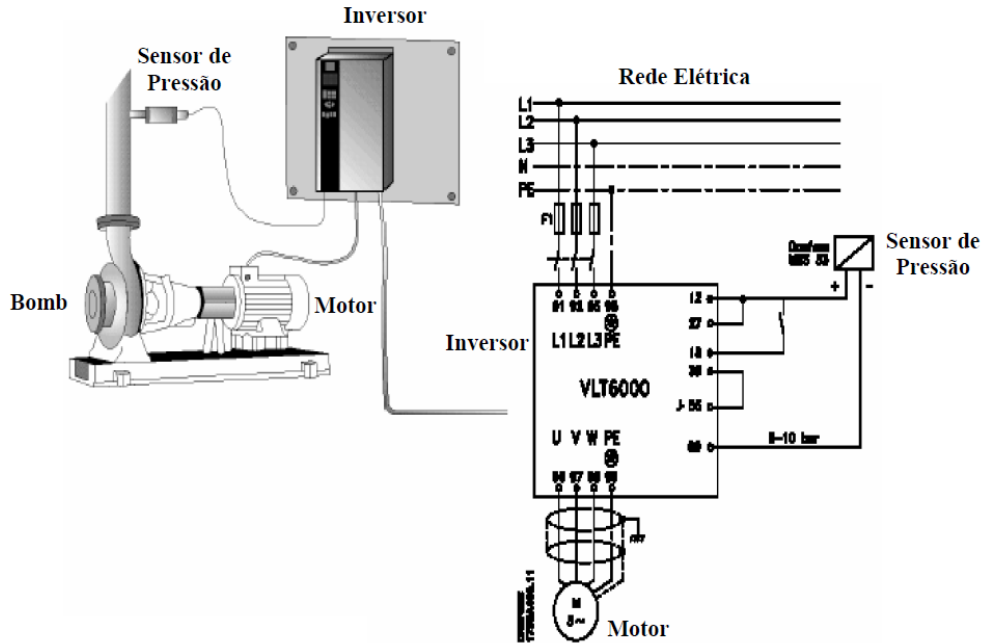


Figura 2 - Esquema do sistema de controle para uma bomba acionada por um inversor.

Fonte: (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

Em sistemas com operação em velocidade variável, a determinação precisa da velocidade de operação é um fator crítico para a análise de viabilidade econômica. Essa determinação é frequentemente realizada utilizando técnicas de similitude ou análise dimensional. A Figura 4 demonstra-se um sistema em rotação variável.

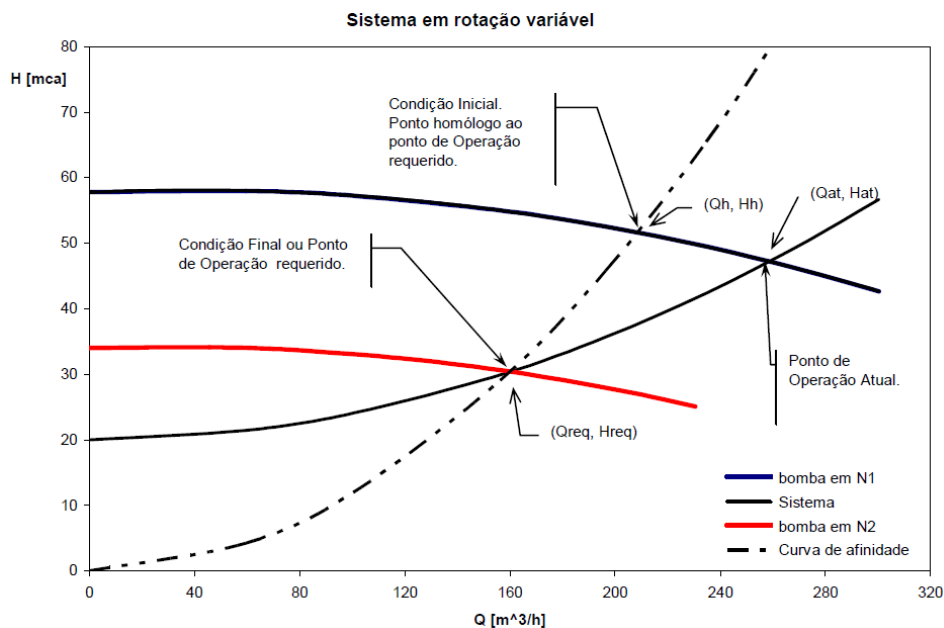


Figura 3 - Representação do sistema de bombeamento em rotações diferentes. Fonte: (MESQUITA; DA SILVA; OTÁVIO, 2006).

Para a resolução de problemas utilizando BVV's, Mesquita (2006) orienta quatro passos que serão dados a seguir.

O primeiro passo consiste em identificar e escrever a equação da bomba na forma polinomial, lembrando a Equação (3).

$$H_{Bomba} = a + bQ + cQ^2 \quad (3)$$

O segundo passo deve ser modelar o sistema da seguinte forma de acordo com a Equação (19).

$$H_s = d + eQ^2 \quad (19)$$

d e e são coeficientes que podem ser determinados com base nas informações das condições de operação do sistema. O valor do coeficiente d corresponde ao desnível geométrico entre os pontos de sucção e recalque, H_o , e o valor de e , pode ser obtido verificando-se o ponto atual de acoplamento entre as curvas do sistema e a curva da bomba. Assim a Equação (20) pode ser expressa a seguir.

$$H_s = H_0 + \frac{H_{at} - H_0}{Q_{at}^2} Q^2 \quad (20)$$

O terceiro passo orientado por Mesquita (2006) é referente a a energia específica demandada pelo sistema na vazão requerida é calculada diretamente pela Equação (20). Os pontos de mesmo rendimento, também denominados de pontos homólogos, (Q_h, H_h) e (Q_{req}, H_{req}) , onde o primeiro ainda é desconhecido, se relacionam pelas equações (21) e (22).

$$Q_h = Q_{req} + \frac{N_1}{N_2} \quad (21)$$

$$H_h = H_{req} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (22)$$

O quarto passo é referente ao ponto (Q_h, H_h) está sobre a curva da bomba e, portanto, a Equação (3) pode ser usada. Isso resulta na Equação (23):

$$H_{req} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = a + bQ_{req} \left(\frac{N_1}{N_2} \right) + cQ_{req}^2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (23)$$

Nesta equação, apenas N_2 é desconhecido, pois H_{req} é dado pela Equação (19). Portanto temos a Equação (24):

$$\left(H_0 + \frac{H_{at}-H_0}{Q_{at}^2} Q^2 \right) \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = a + bQ_{req} \left(\frac{N_1}{N_2} \right) + cQ_{req}^2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (24)$$

Rearranjando a Equação (25), temos:

$$\frac{a}{N_1^2} N_2^2 + \frac{bQ_{req}}{N_1} N_2 + \left(c - \frac{H_{at}-H_0}{Q_{at}^2} \right) Q_{req}^2 - H_0 = 0 \quad (25)$$

A Equação (24) é uma equação do 2º grau em N_2 com coeficientes

$$a_1 = \frac{a}{N_1^2} \quad (26)$$

$$b_1 = \frac{bQ_{req}}{N_1} \quad (27)$$

$$c_1 = \left(c - \frac{H_{at}-H_0}{Q_{at}^2} \right) Q_{req}^2 - H_0 \quad (28)$$

Uma vez determinado N_2 através da resolução da Equação (26), pode-se expressar a curva da bomba na rotação N_2 usando as seguintes Equações (29) e (30).

$$Q_{N_2} = Q \frac{N_2}{N_1} \quad (29)$$

$$H_{N_2} = H \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \quad (30)$$

Onde (Q, H) são pontos da curva do fabricante na rotação N_1 .

4.3 Codificação e validação do algoritmo

O algoritmo foi codificado na linguagem C++. A escolha desta linguagem foi devida à portabilidade que a linguagem oferece. Além disso, linguagens para internet possuem similaridade com o C++. Assim sendo, o sistema pode futuramente ser portado para linguagens como Python ou Javascript, a fim de que seja executado através da internet (OLANREWAJU M. OYEWOLA et al., 2021).

O algoritmo é representado pelo fluxograma da Figura 5.

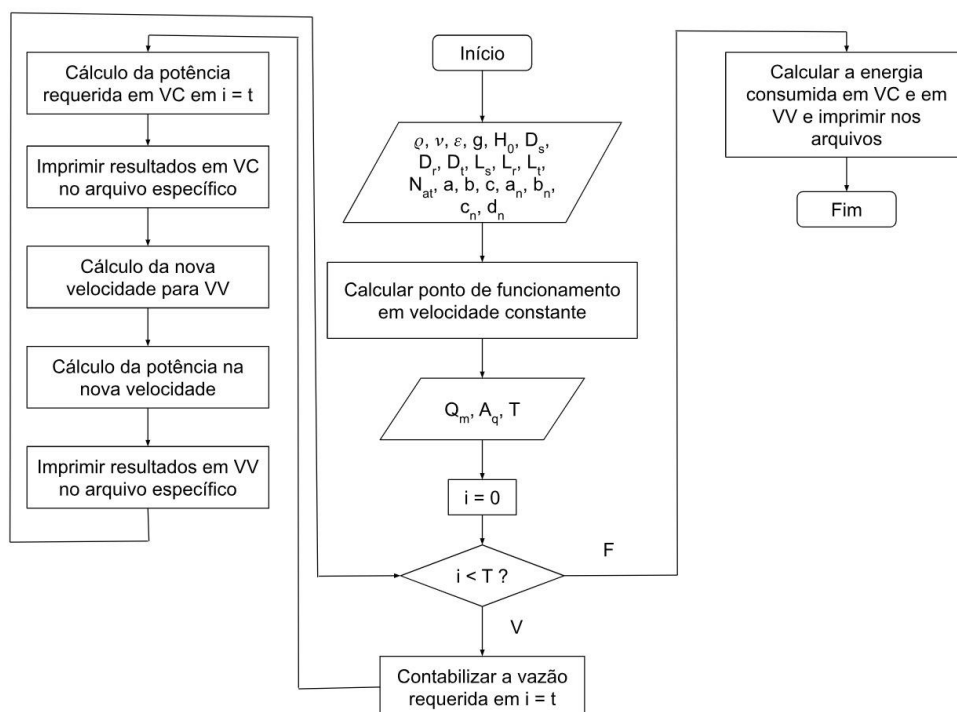


Figura 4 – Fluxograma de processamento do algoritmo

Neste fluxograma, nota-se que há uma parte inicial que envolve a leitura dos dados que caracterizam a bomba e o sistema. Os coeficientes da curva da bomba, são aqueles apresentados na Equação (3). Já a perda de carga do sistema é definida a partir dos diâmetros, comprimentos e materiais das tubulações de sucção e de recalque, bem como da viscosidade do fluido bombeado.

A validação do programa foi feita através da comparação dos resultados obtidos para velocidade constante através do trabalho de SANTOS (2024).

A determinação dos resultados em velocidade variável consiste em recalcular os pontos de operação como se os mesmos fossem definidos com uma nova curva da bomba, mas desta vez recalculada com as relações de similaridade (29) e (30). Assim sendo, deduz-se que os resultados obtidos pelo programa representarão o comportamento do sistema de forma adequada.

Para a validação do algoritmo da ferramenta computacional foi utilizada a linguagem C++, inserindo-se o código fonte em forma de algoritmo (Apêndice - A) ao console.

Conforme o fluxograma apresentado na Figura 5, a execução do algoritmo se inicia com a definição de constantes, parâmetros e índices relevantes para o cálculo do funcionamento do sistema hidráulico em regime de velocidade constante.

Posteriormente, o algoritmo, implementado através do código fonte, gera um aplicativo que solicita como entrada três parâmetros: vazão inicial (Q_m), amplitude da vazão (A_q) e período de funcionamento da bomba (T).

O algoritmo segue para a etapa de determinação da potência demandada pela bomba operando em regime de velocidade constante (VC) durante o período T . Posteriormente, com base no funcionamento em VC, é gerado um arquivo de texto (.txt) contendo os valores de T , vazão requerida (Q_{req}) em m^3/h e potência requerida (W) para a VC (Velocidade constante).

O algoritmo avança para a etapa de cálculo da nova velocidade operacional da bomba em regime variável (VV). A partir dessa nova velocidade, é determinada a potência demandada pela bomba para o período T . Por fim, o algoritmo gera um arquivo de texto (formato .txt) contendo os resultados da vazão requerida, potência requerida e número de rotações (N_{req}) para cada período analisado. Nesse arquivo são gerados os valores para Energia consumida com velocidade constante [kW h] (ECVC), Energia consumida com velocidade variável [kW h] (ECVV) e a Economia de energia com velocidade variável (%) (EEVV).

5 RESULTADOS

5.1 Descrição dos procedimentos adotados para a análise de cenários

Para a análise dos cenários, foram variados alguns valores das variáveis que estão associadas com o comportamento das bombas. Desta forma, pode-se ter uma ideia de em que tipos de situação o uso de bombas com velocidade variável é mais vantajoso do ponto de vista econômico.

Assim sendo, foram arbitrados os valores para a vazão inicial Q_m , A_q e T. Para Q_m os valores foram 200, 300, 400, 500, 600, 700 e 800 m³/h. Para T o valor arbitrado foi o período de 24 horas. Para a Amplitude de variação da vazão requerida na bomba, A_q , foram arbitrados três valores, respectivamente, 20, 40 e 60 m³/h. Desta maneira, foram definidos 21 cenários de variação de vazão. Estas situações são mostradas no Quadro 1.

Quadro 1 – Casos teste para a verificação de teste de validação. A unidade é m³/h.

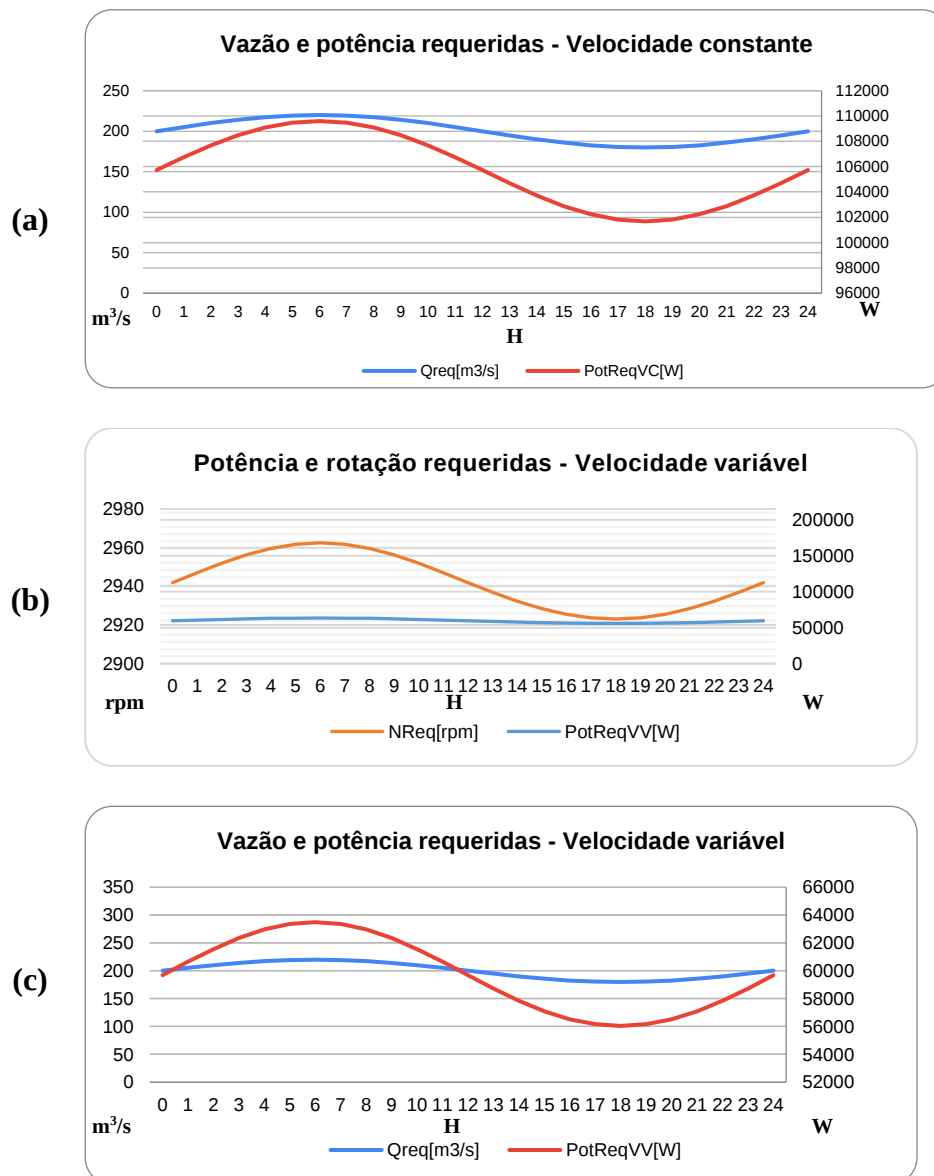
Q_m	A_q	Q_m	A_q	Q_m	A_q	Q_m	A_q	Q_m	A_q	Q_m	A_q	Q_m	A_q
200	20	300	20	400	20	500	20	600	20	700	20	800	20
200	40	300	40	400	40	500	40	600	40	700	40	800	40
200	60	300	60	400	60	500	60	600	60	700	60	800	60

5.1.1 Casos de Q_m 200 m³/h

5.1.1.1 – Cenário de variação com Q_m 200 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 200 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 9.

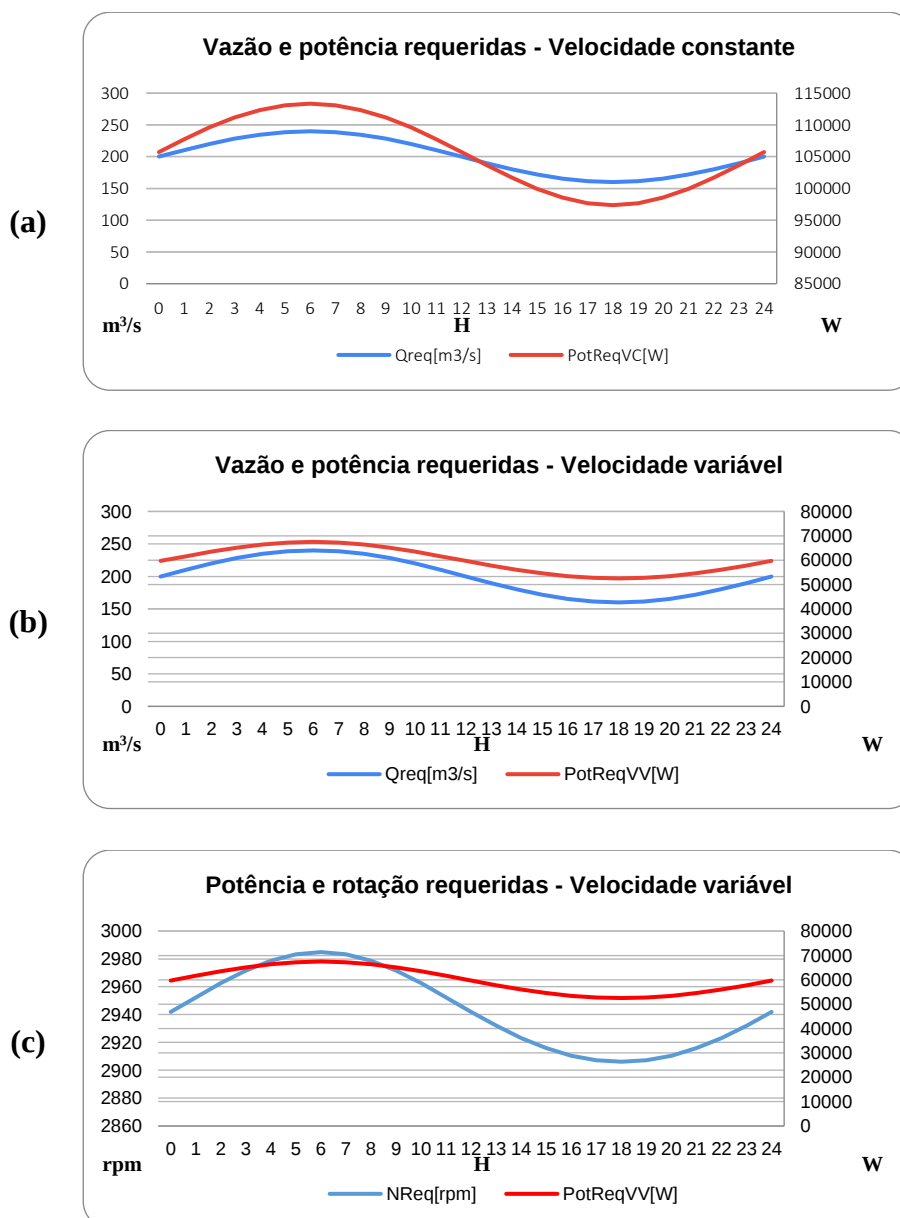
Figura 5 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.1.2 – Cenário Q_m 200 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 200 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 10.

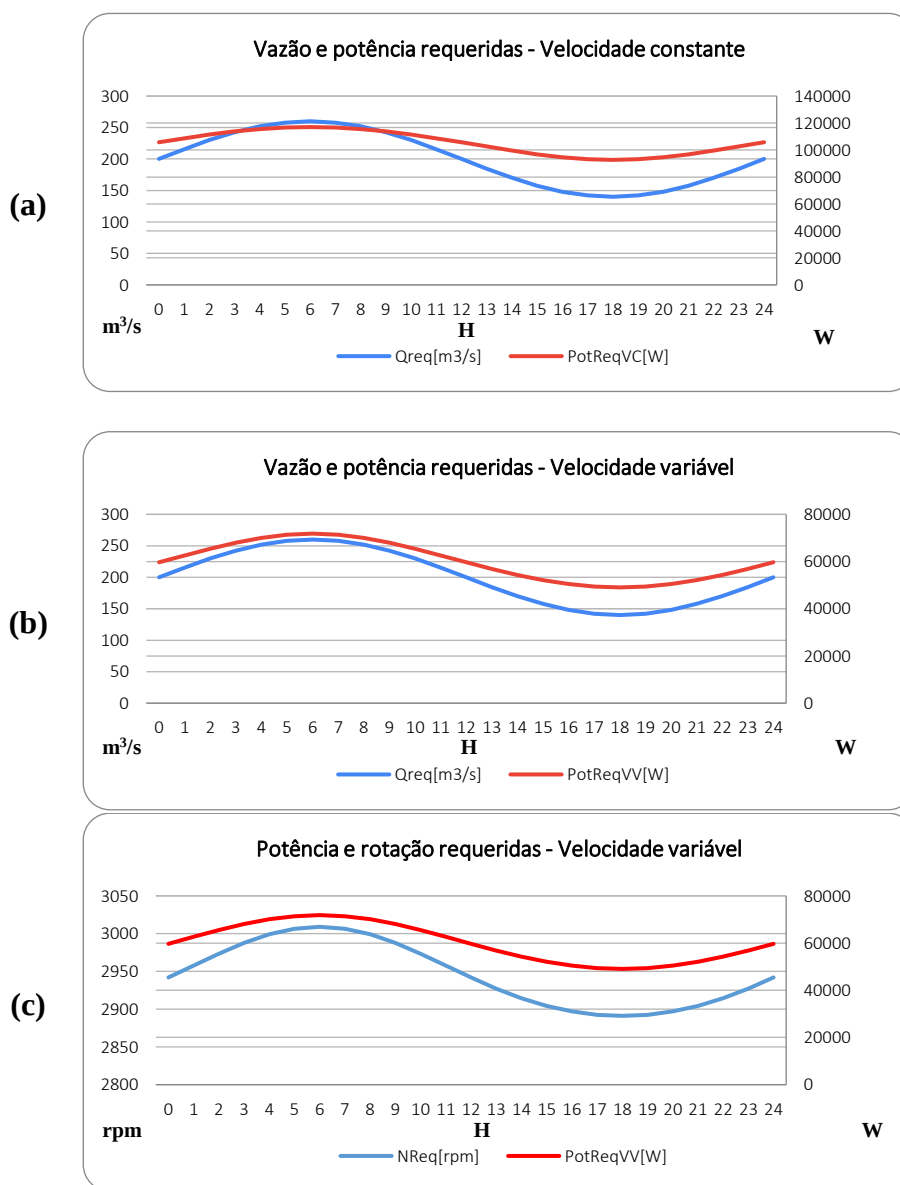
Figura 6 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.1.3 – Cenário de Q_m 200 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 200 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 11.

Figura 7 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 200 m³/h e A_q 60 m³/h.

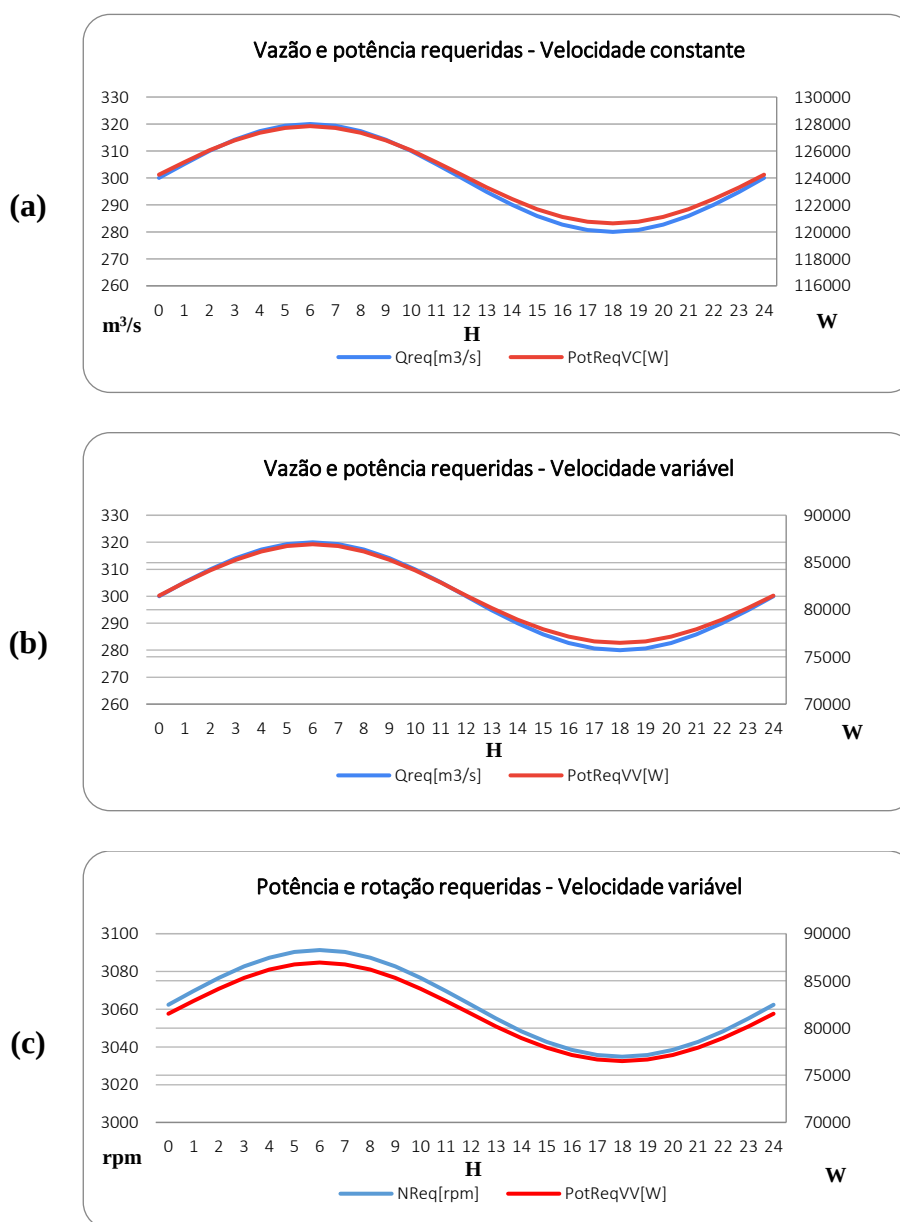


5.1.2 Caso de Q_m 300 m³/h

5.1.2.1 – Cenário de Q_m 300 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 300 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 12.

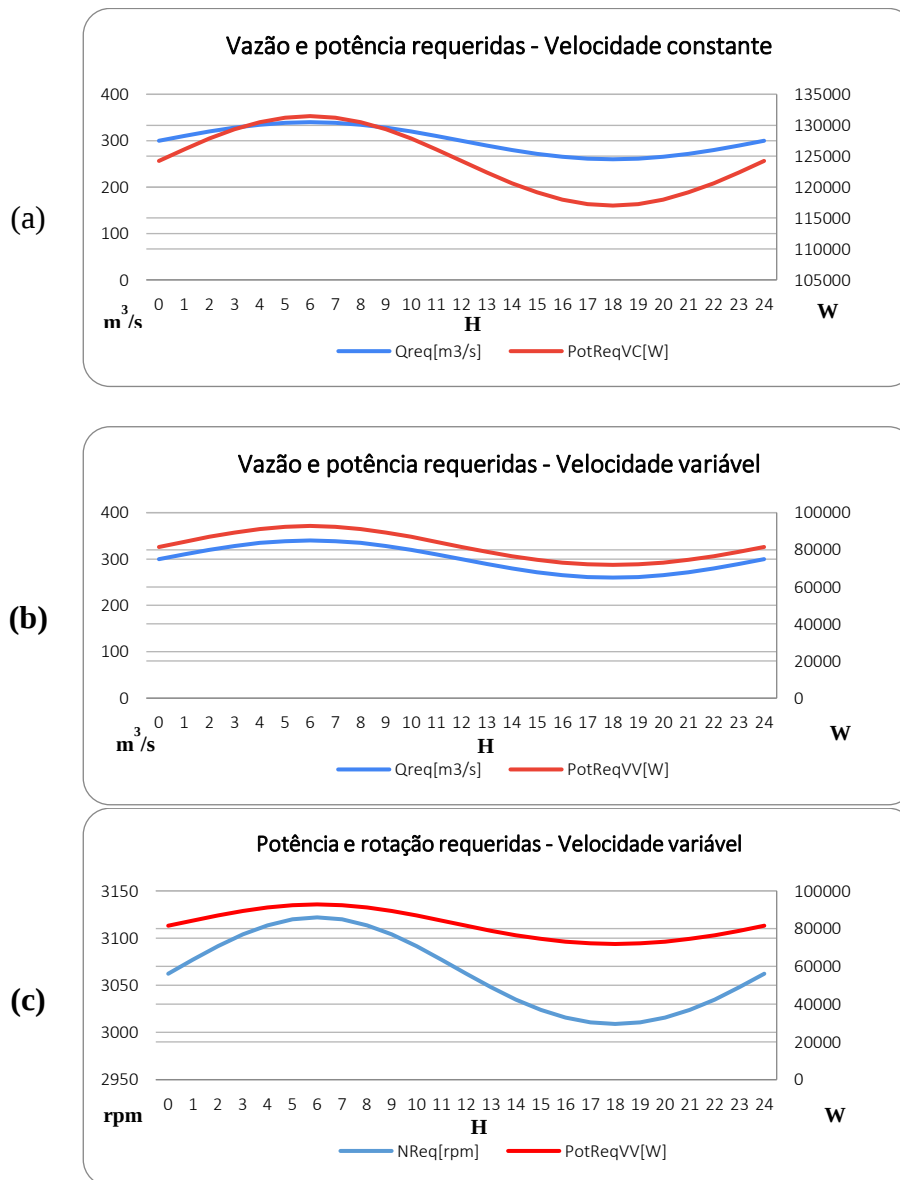
Figura 8 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 300 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.2.2 – Cenário de Q_m 300 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 300 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 13.

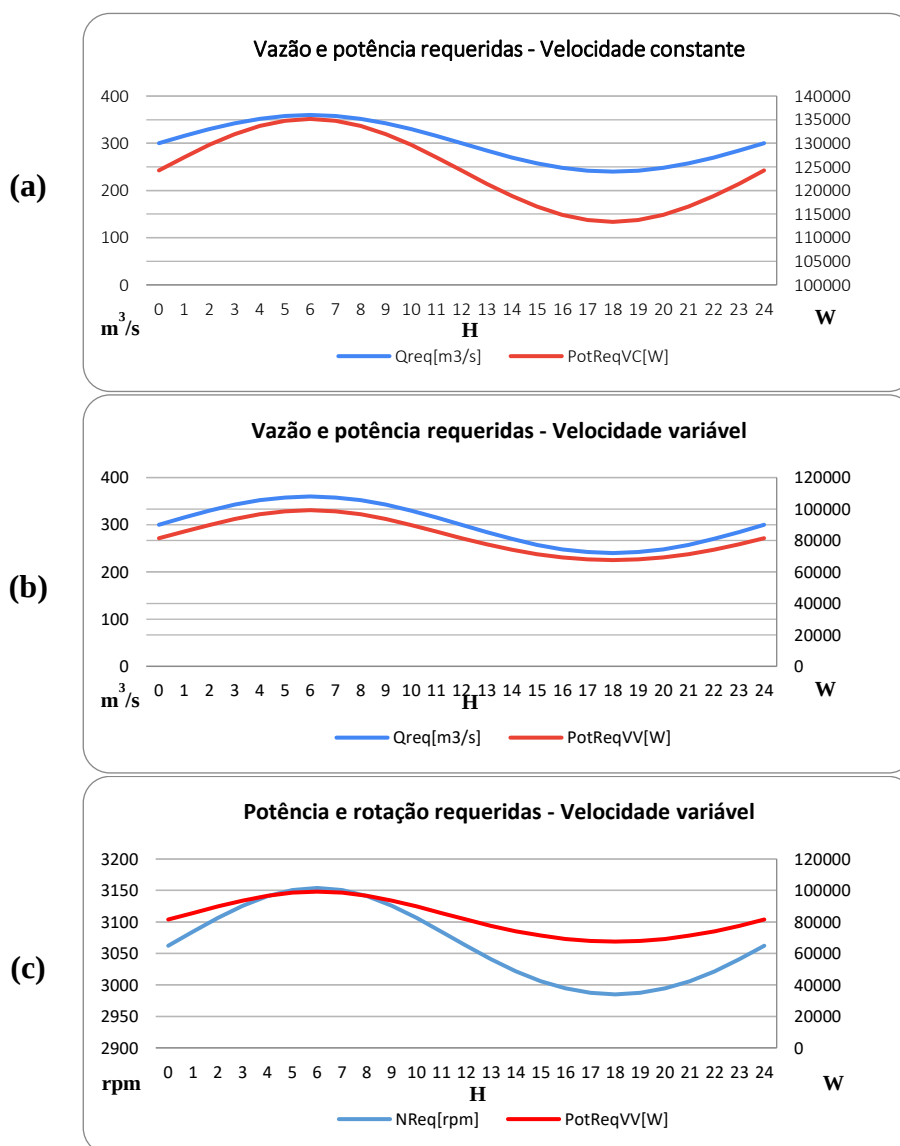
Figura 9 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário Q_m 300 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.2.3 – Cenário de Q_m 300 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 300 m³/h e A_q 60 m³/h, comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 14.

Figura 10 - Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 300 m³/h e A_q 60 m³/h.

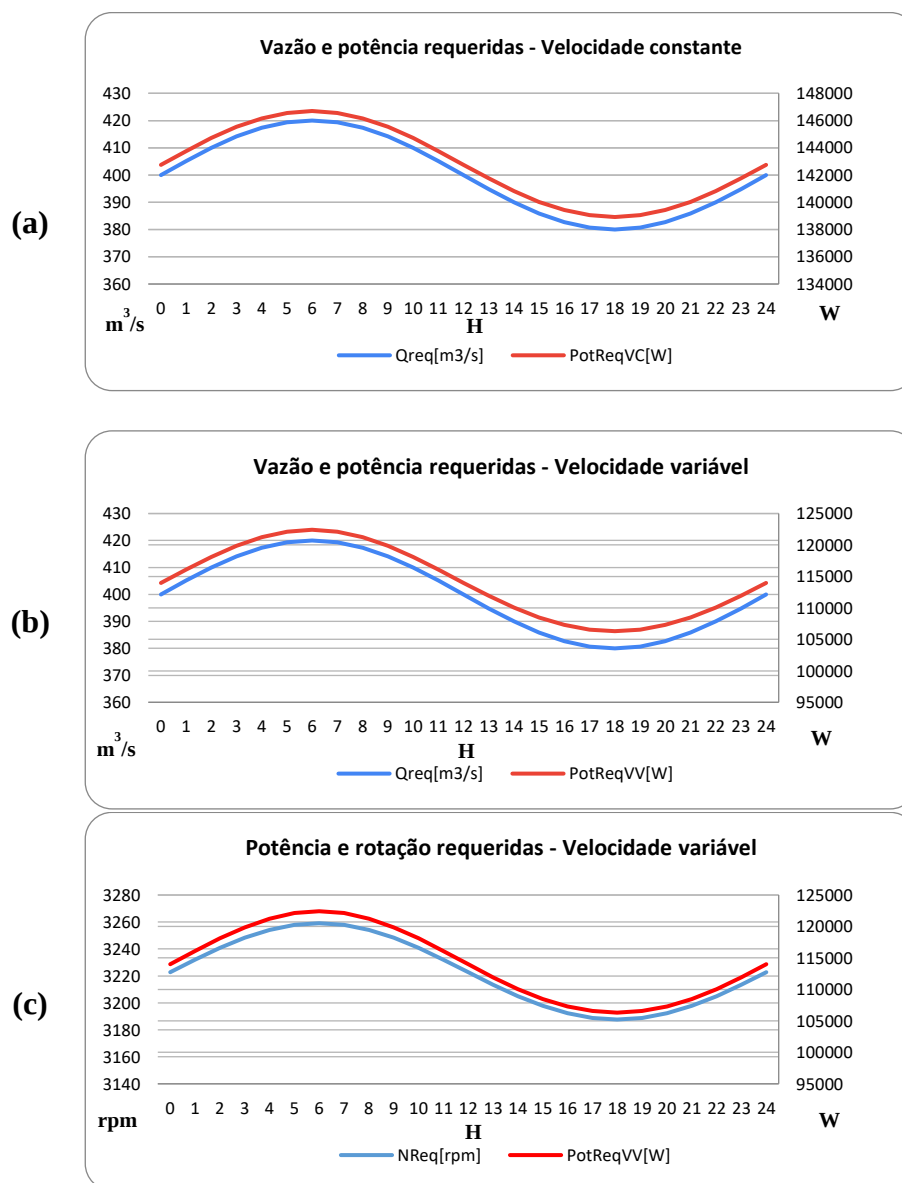


5.1.3 Caso de Q_m 400 m³/h

5.1.3.1 – Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 400 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 15.

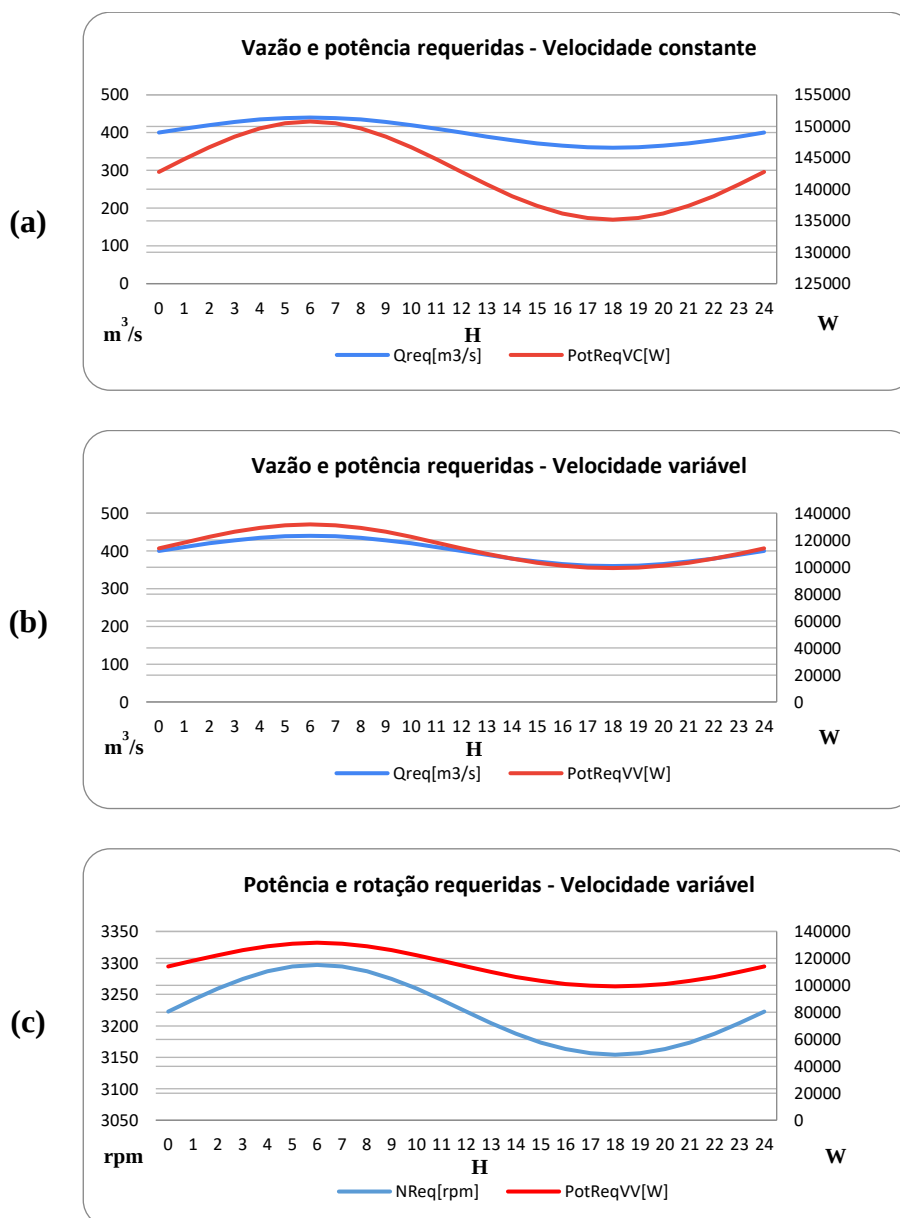
Figura 11 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.3.2 – Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 400 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 16.

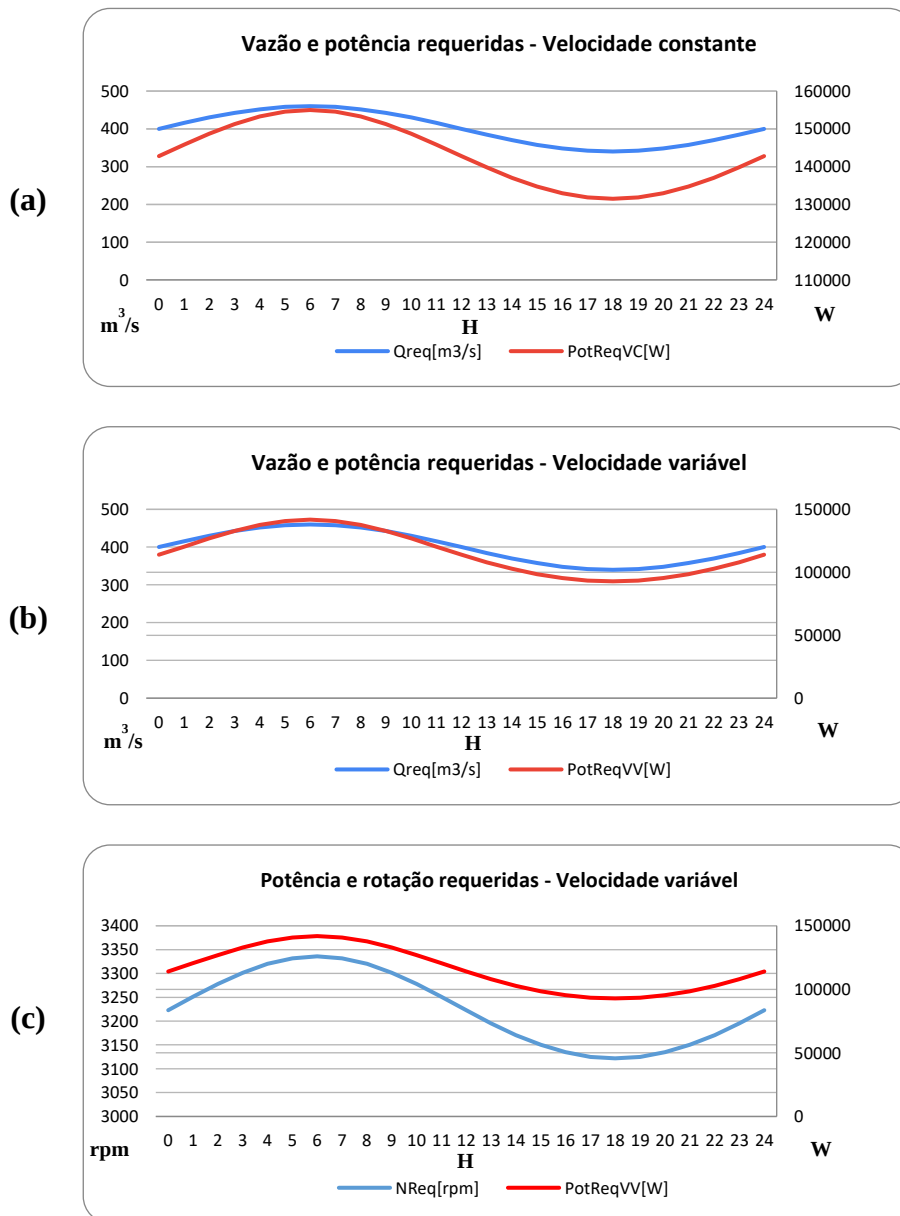
Figura 12 - Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.3.2 – Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 400 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 17.

Figura 13 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a) , Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 400 m³/h e A_q 60 m³/h.

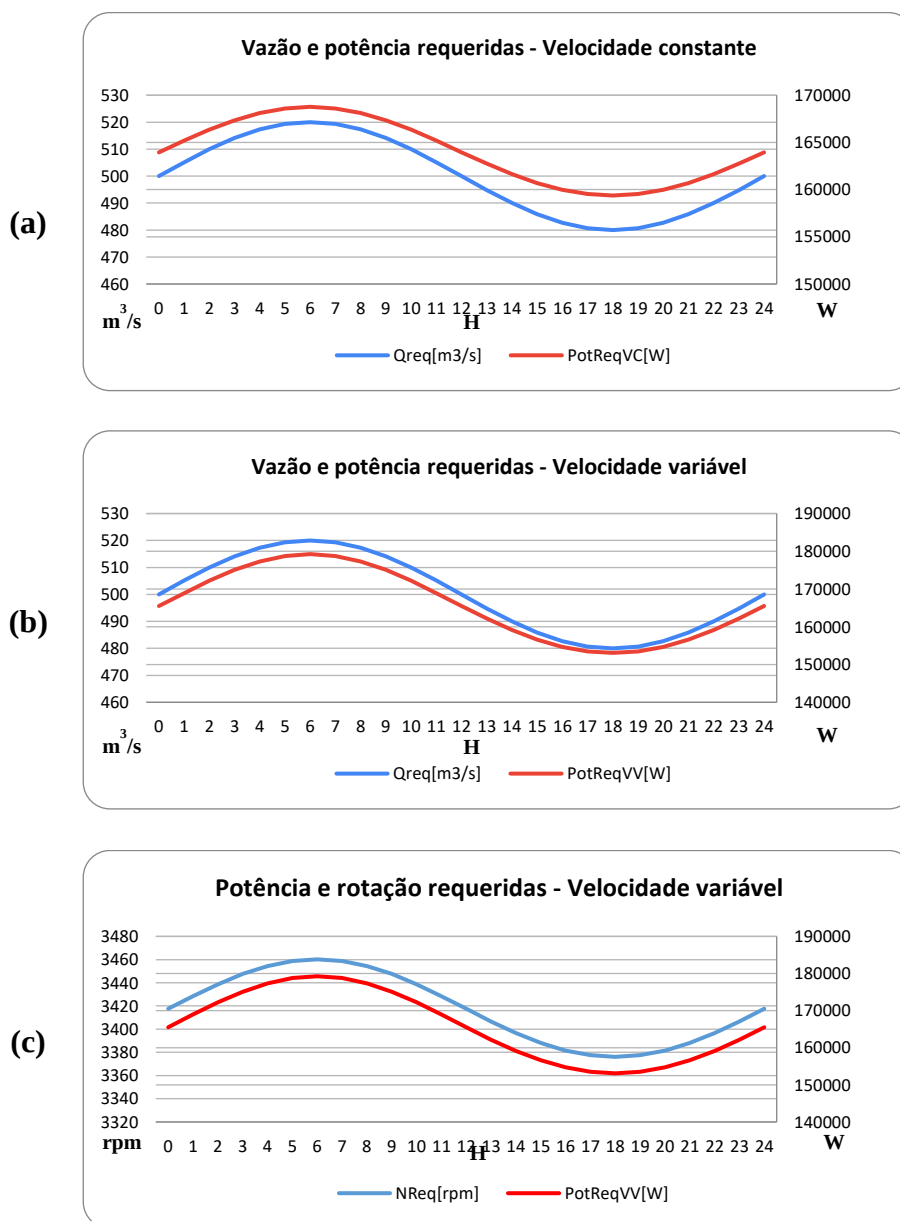


5.1.4 Caso de Q_m 500 m³/H

5.1.4.1 – Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 20 m³

Conforme as informações iniciais de Q_m 500 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 18.

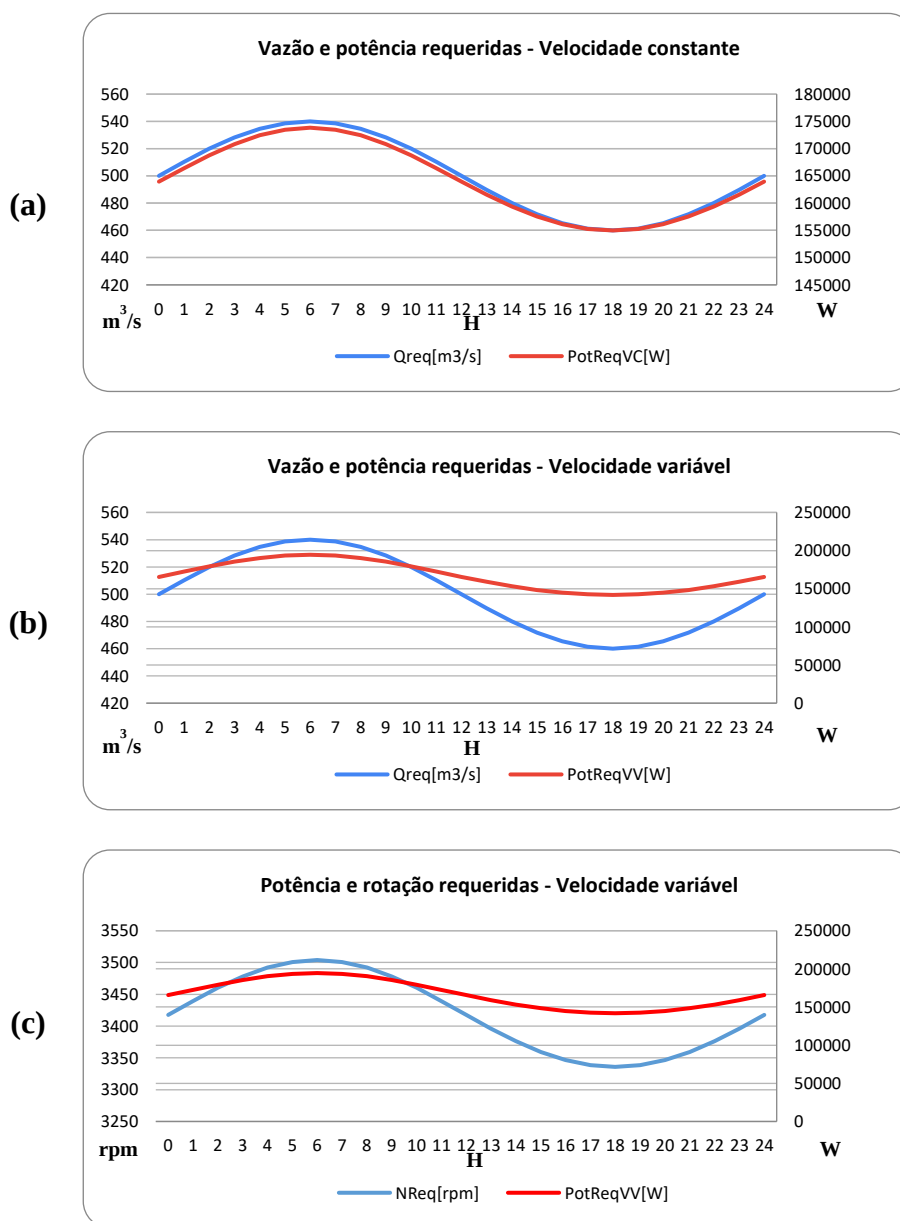
Figura 14 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 20 m³.



5.1.4.2 – Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 500 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 19.

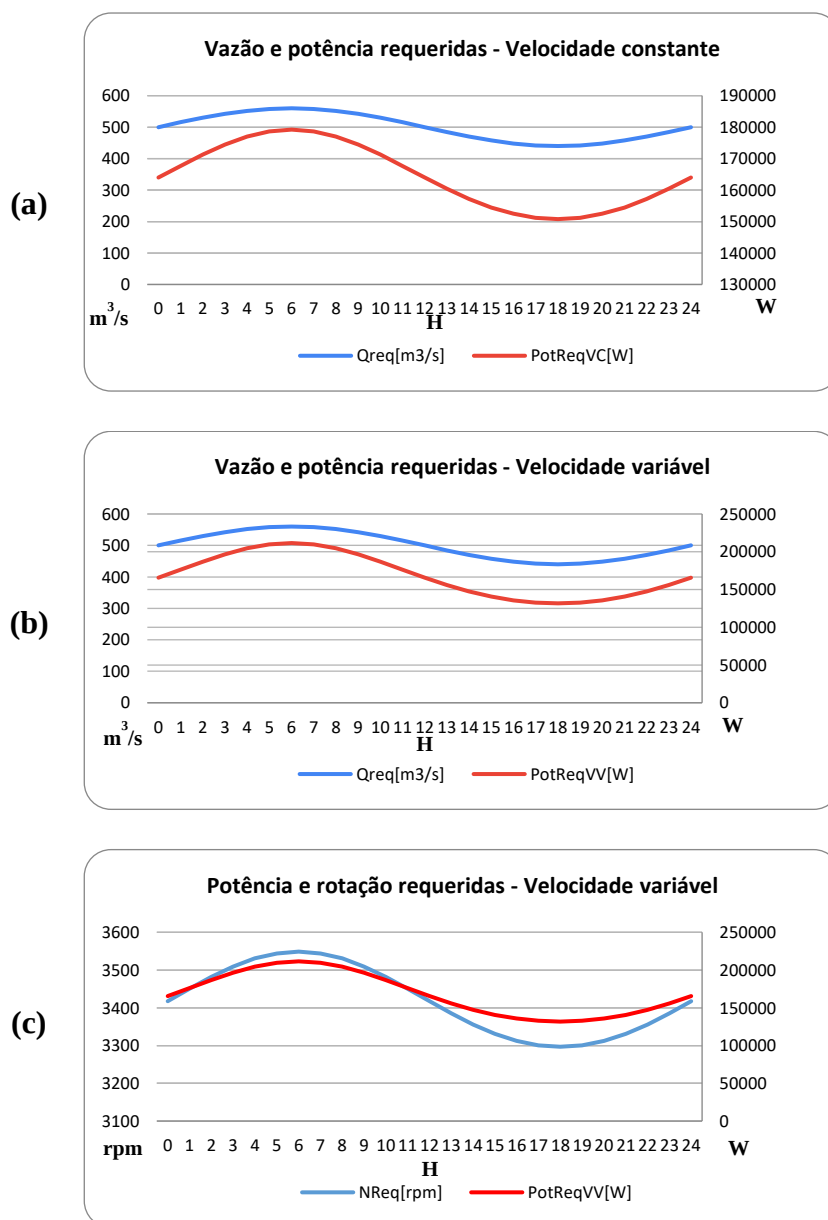
Figura 15 - Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.4.3 – Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 500 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 20.

Figura 16 - Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 500 m³/h e A_q 60 m³/h.

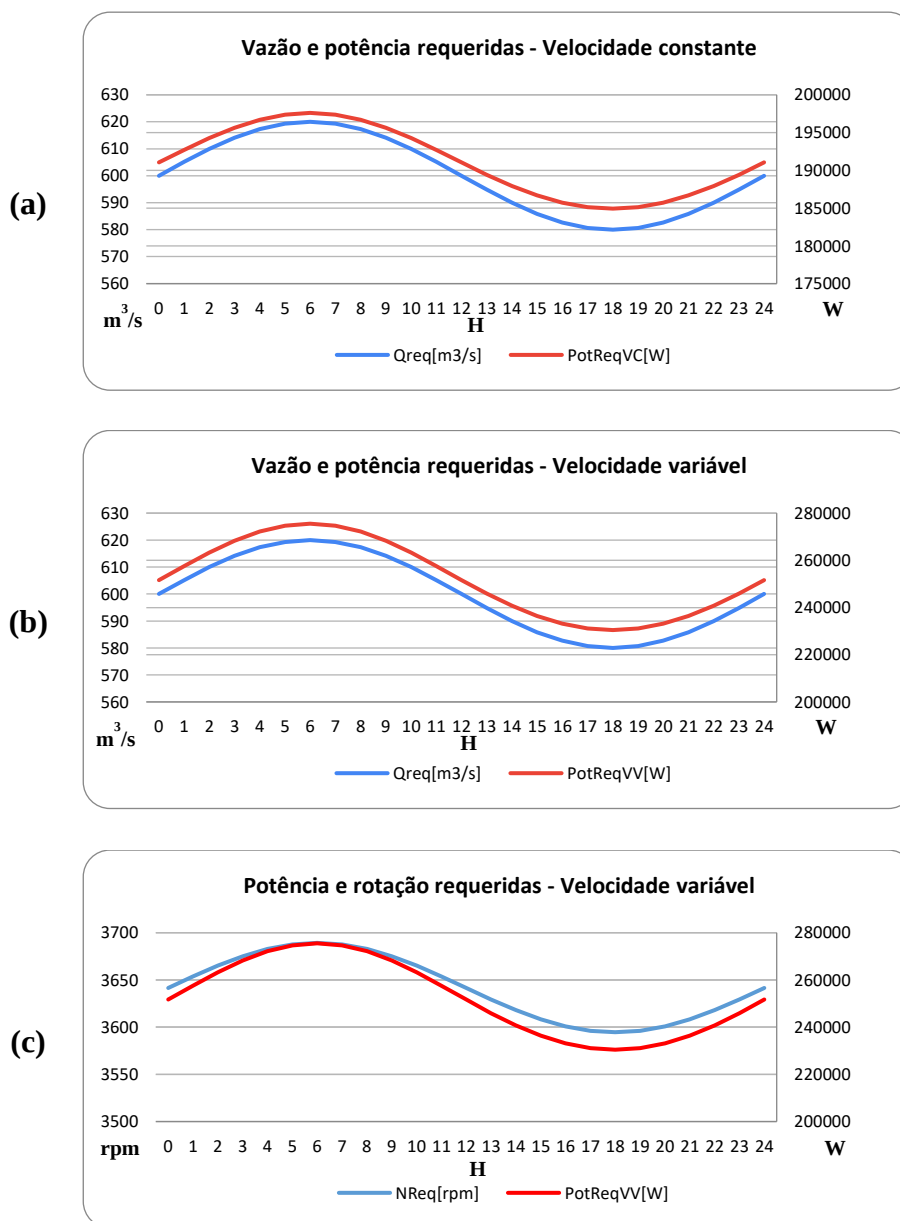


5.1.5 Caso de Q_m 600 m³/h

5.1.5.1 – Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 600 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 21.

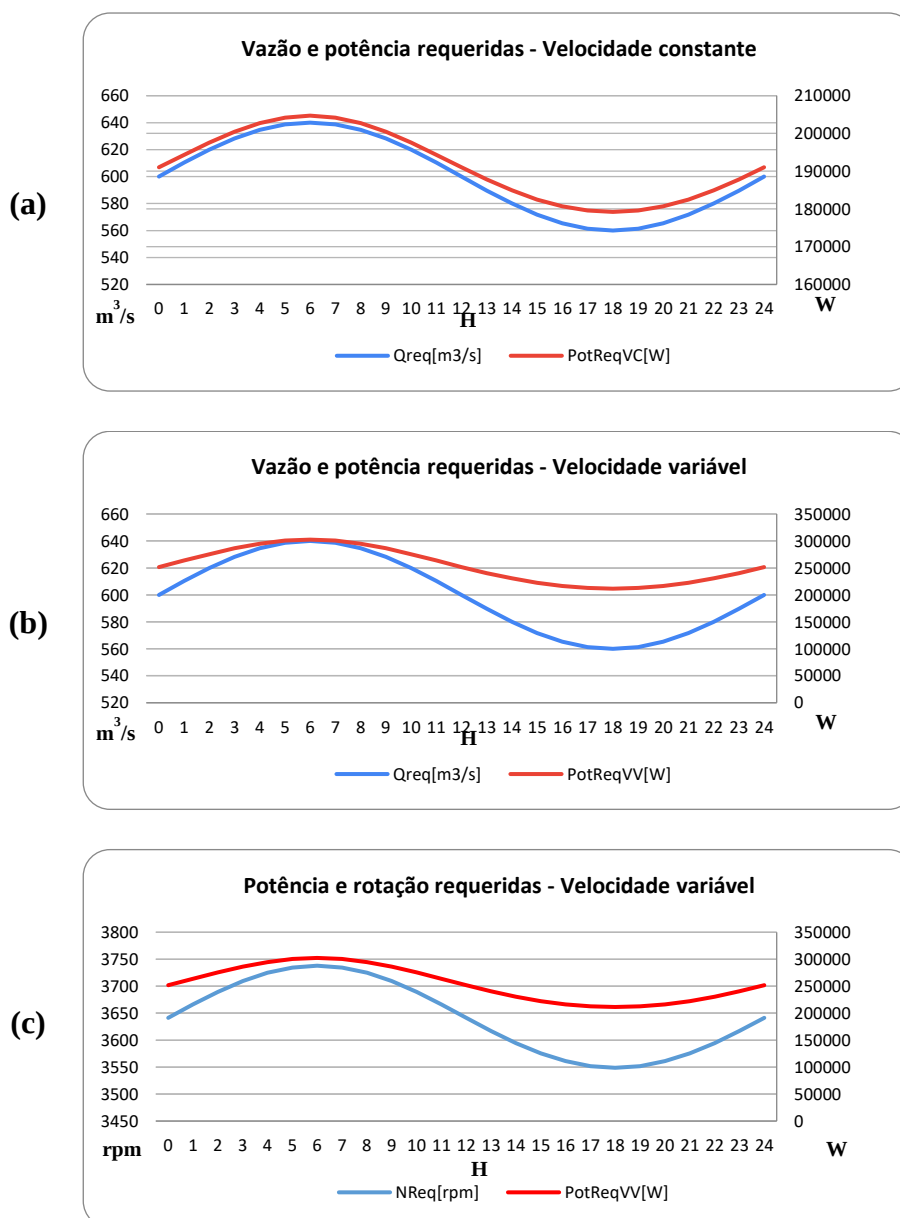
Figura 17 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.5.2 – Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 40 m³

Conforme as informações iniciais de Q_m 600 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 22.

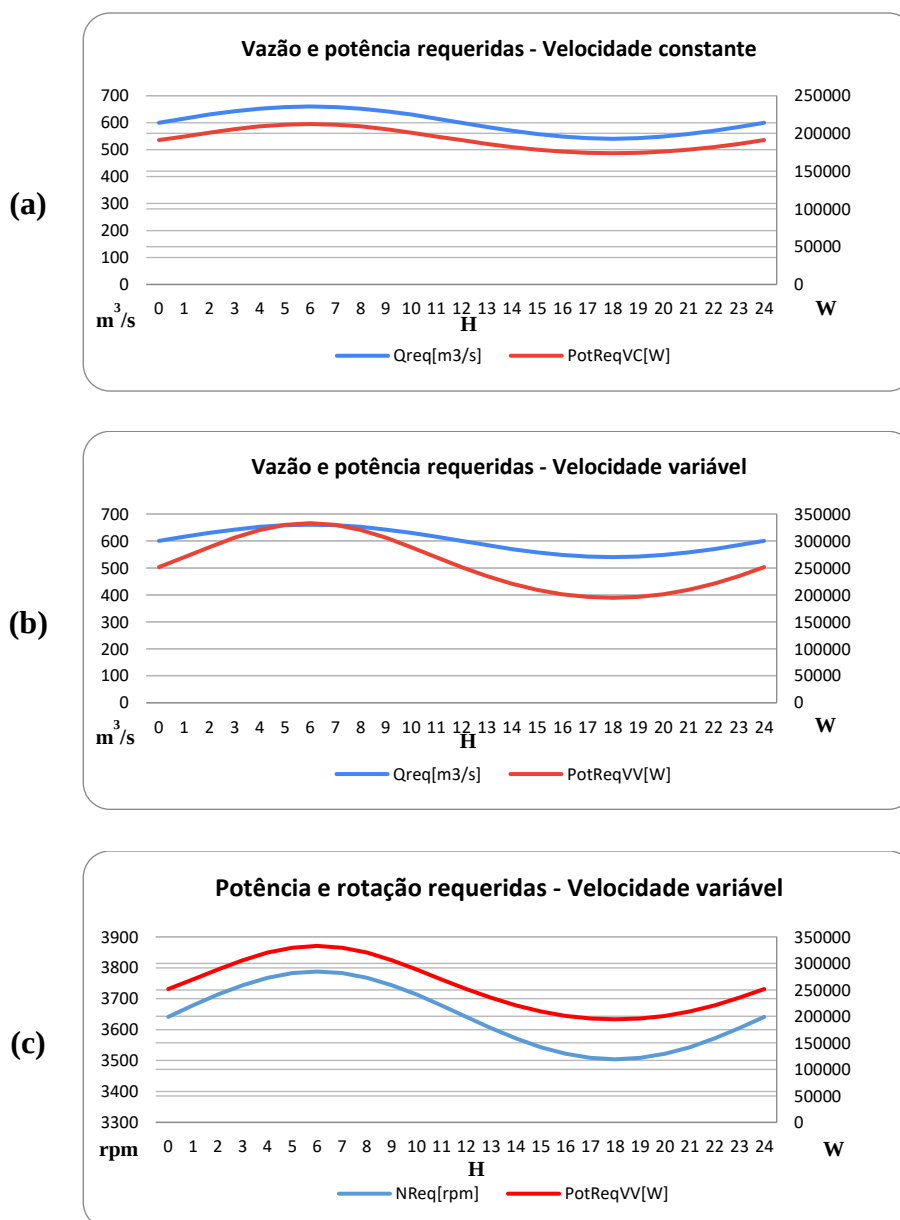
Figura 18 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.5.3 – Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 600 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 23.

Figura 19 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 600 m³/h e A_q 60 m³/h.

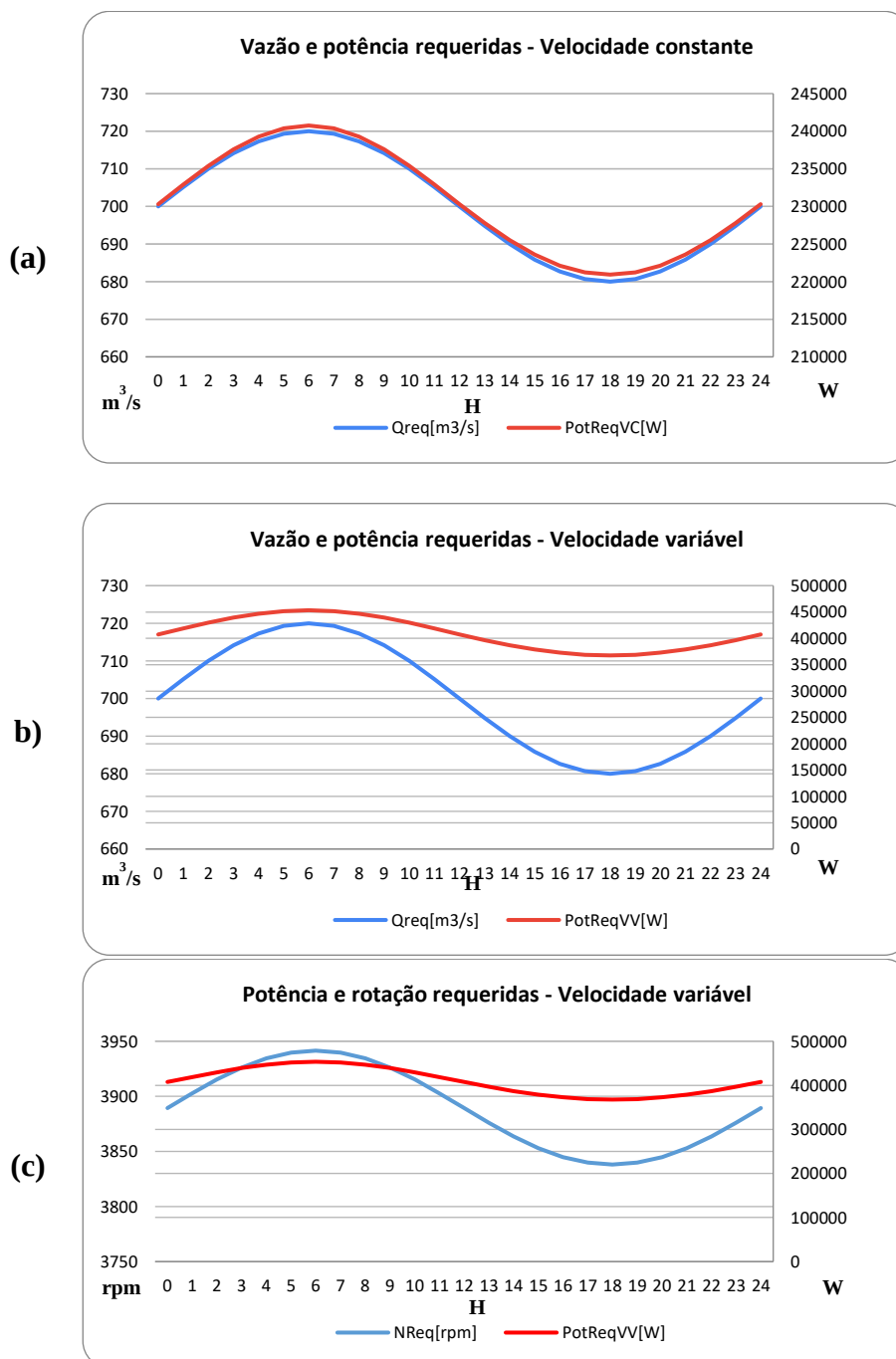


5.1.6 Caso de Q_m 700 m³/h

5.1.6.1 – Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 700 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 24.

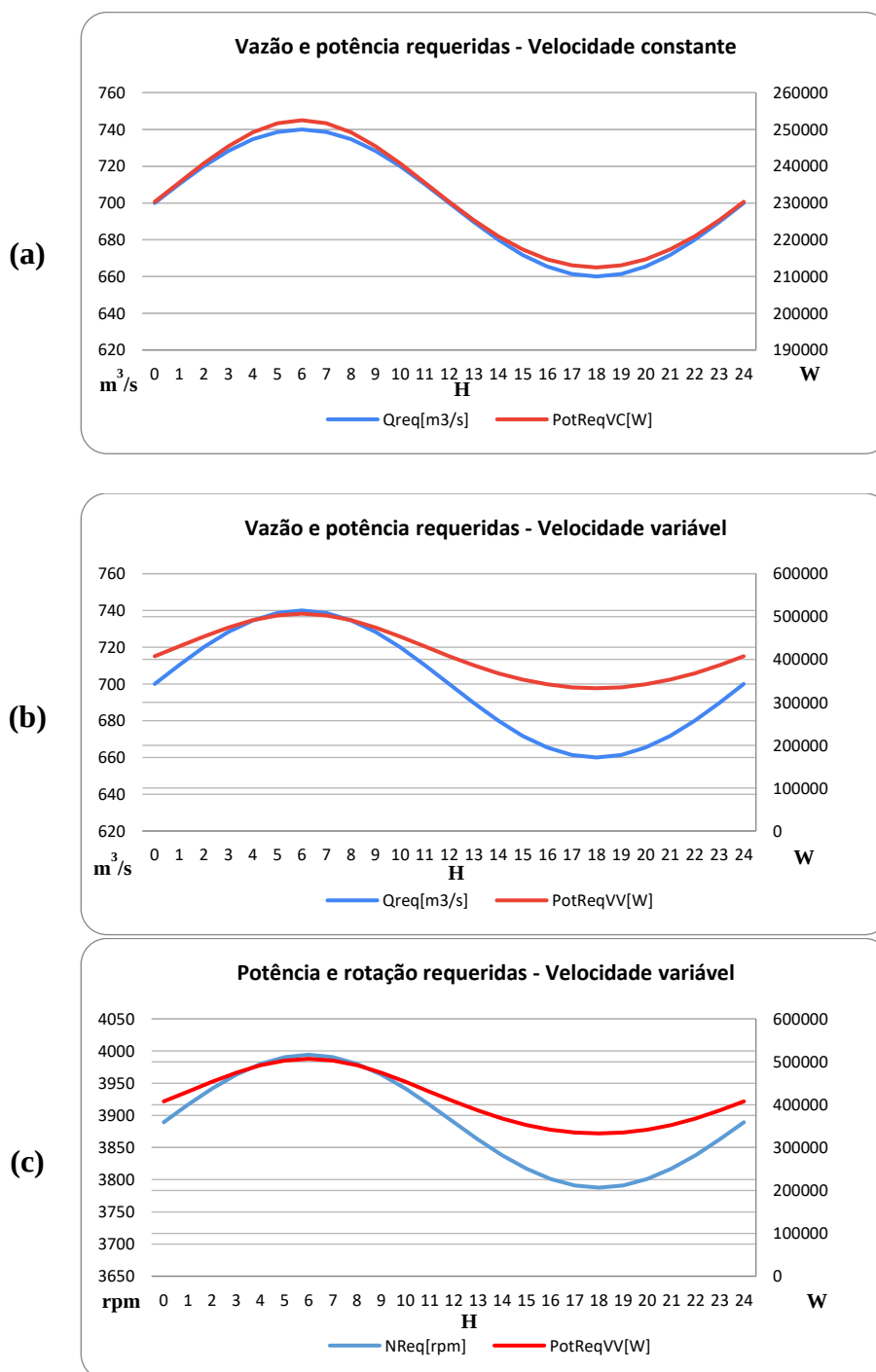
Figura 20 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.6.2 – Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 700 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 25.

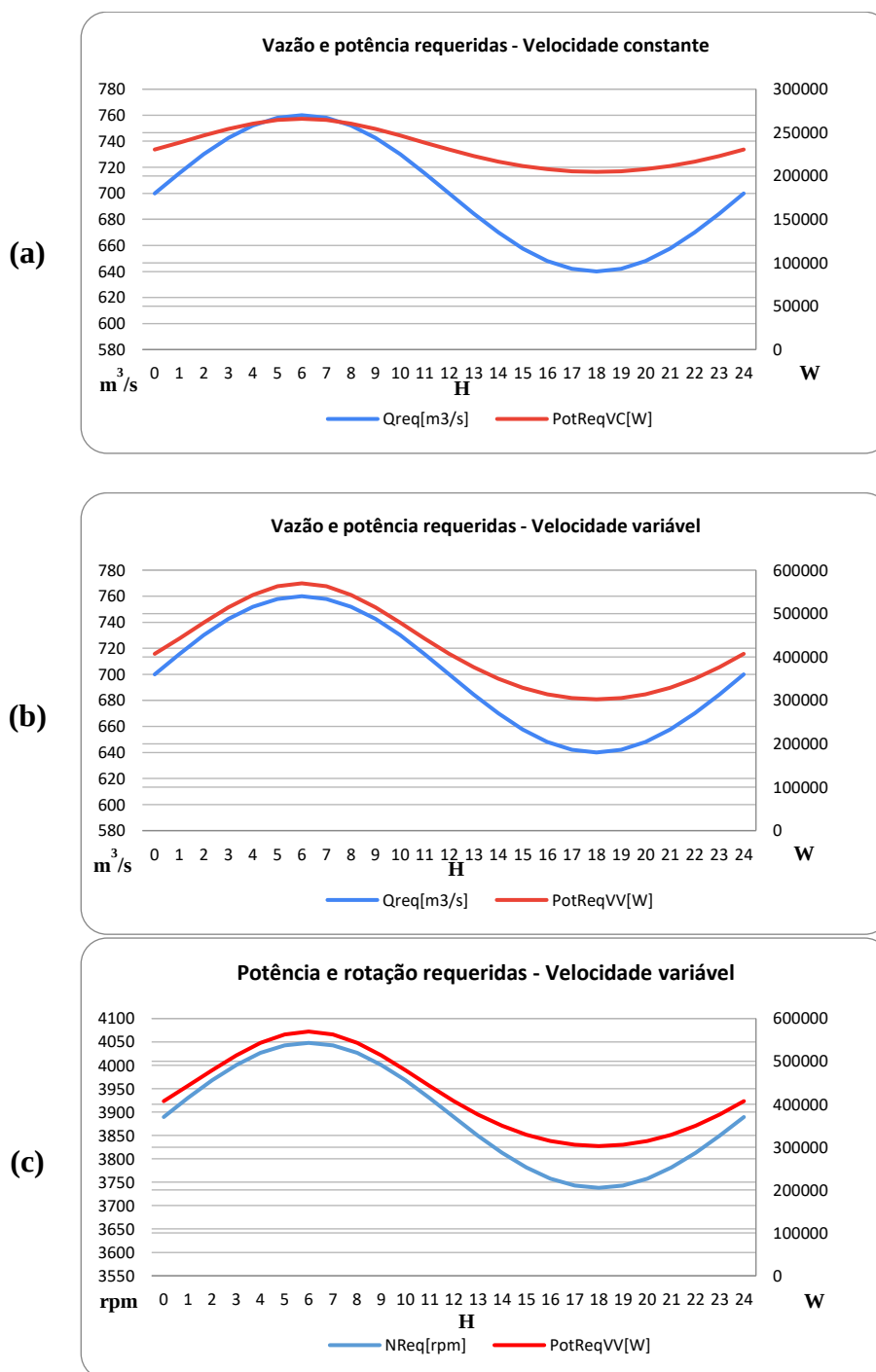
Figura 21 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.6.3 – Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 700 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 26.

Figura 22 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 700 m³/h e A_q 60 m³/h.

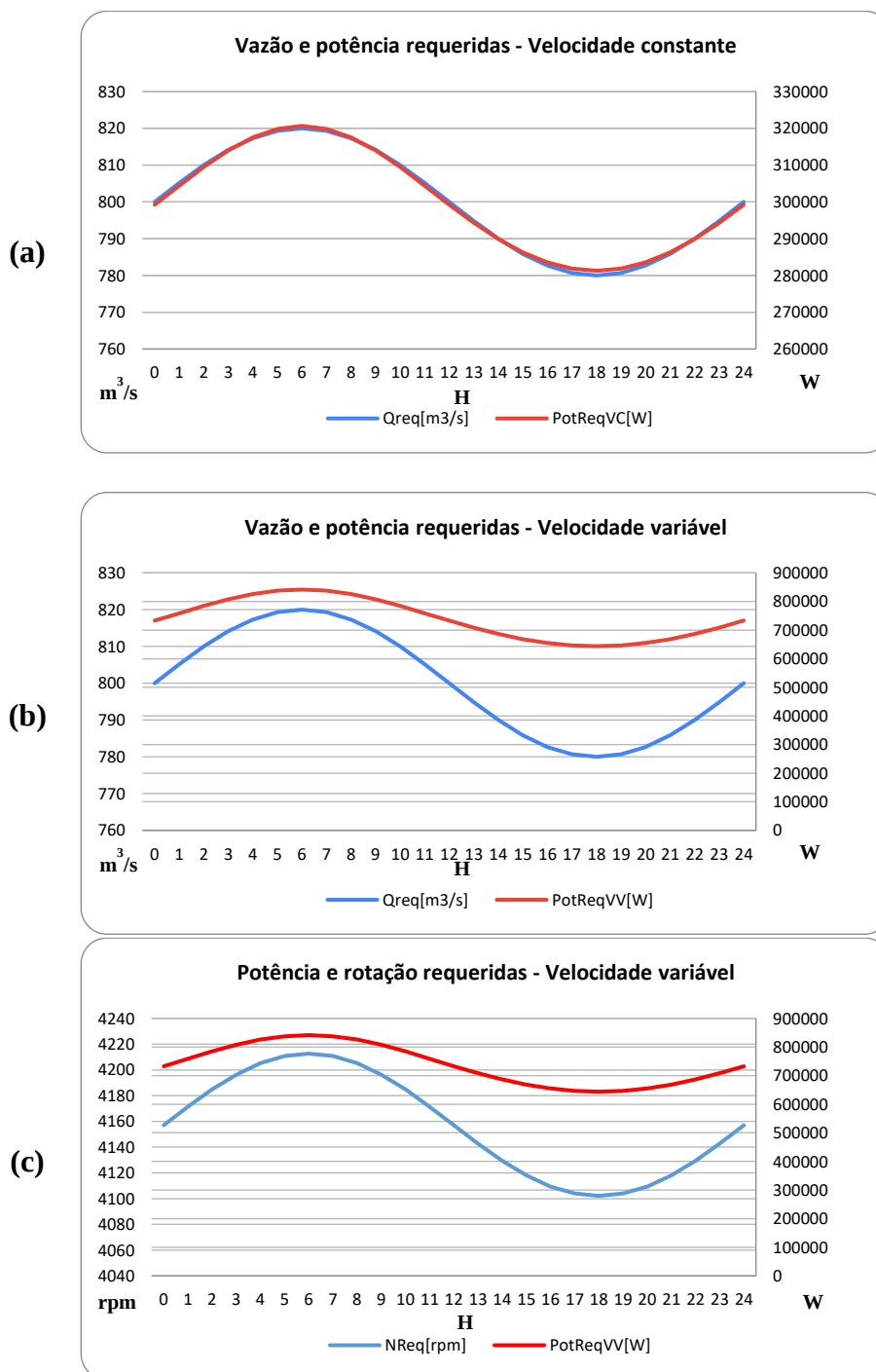


5.1.7 Caso de Q_m 800 m³/h

5.1.7.1 – Cenário de Q_m 800 m³/h e A_q 20 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 800 m³/h e A_q 20 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 27.

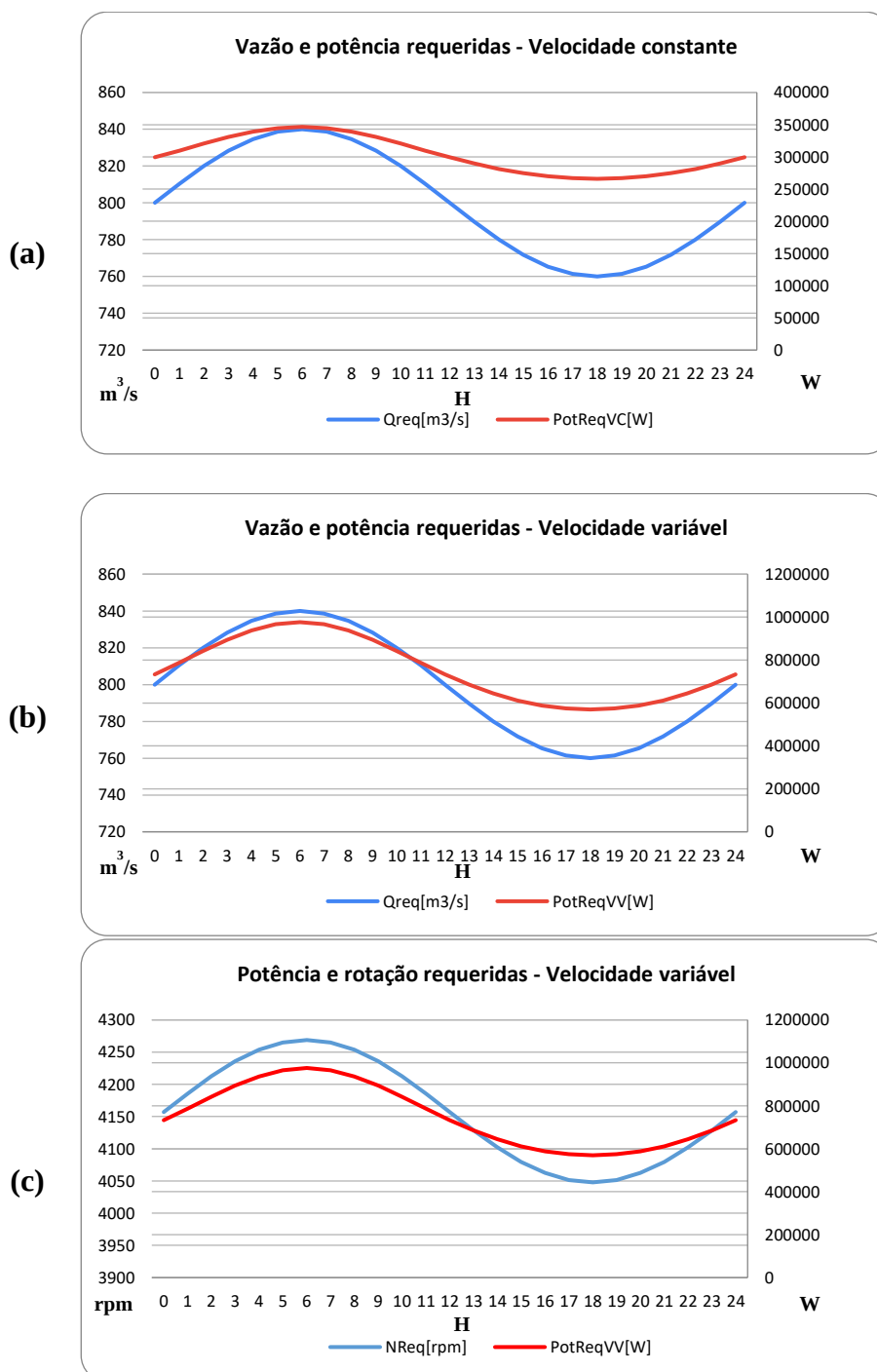
Figura 23 – Vazão e Potencia requeridas para velocidade constante (a), Potencia e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potencia requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 800 m³/h e A_q 20 m³/h.



5.1.7.2 – Cenário de Q_m 800 m³/h e A_q 40 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 800 m³/h e A_q 40 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 28.

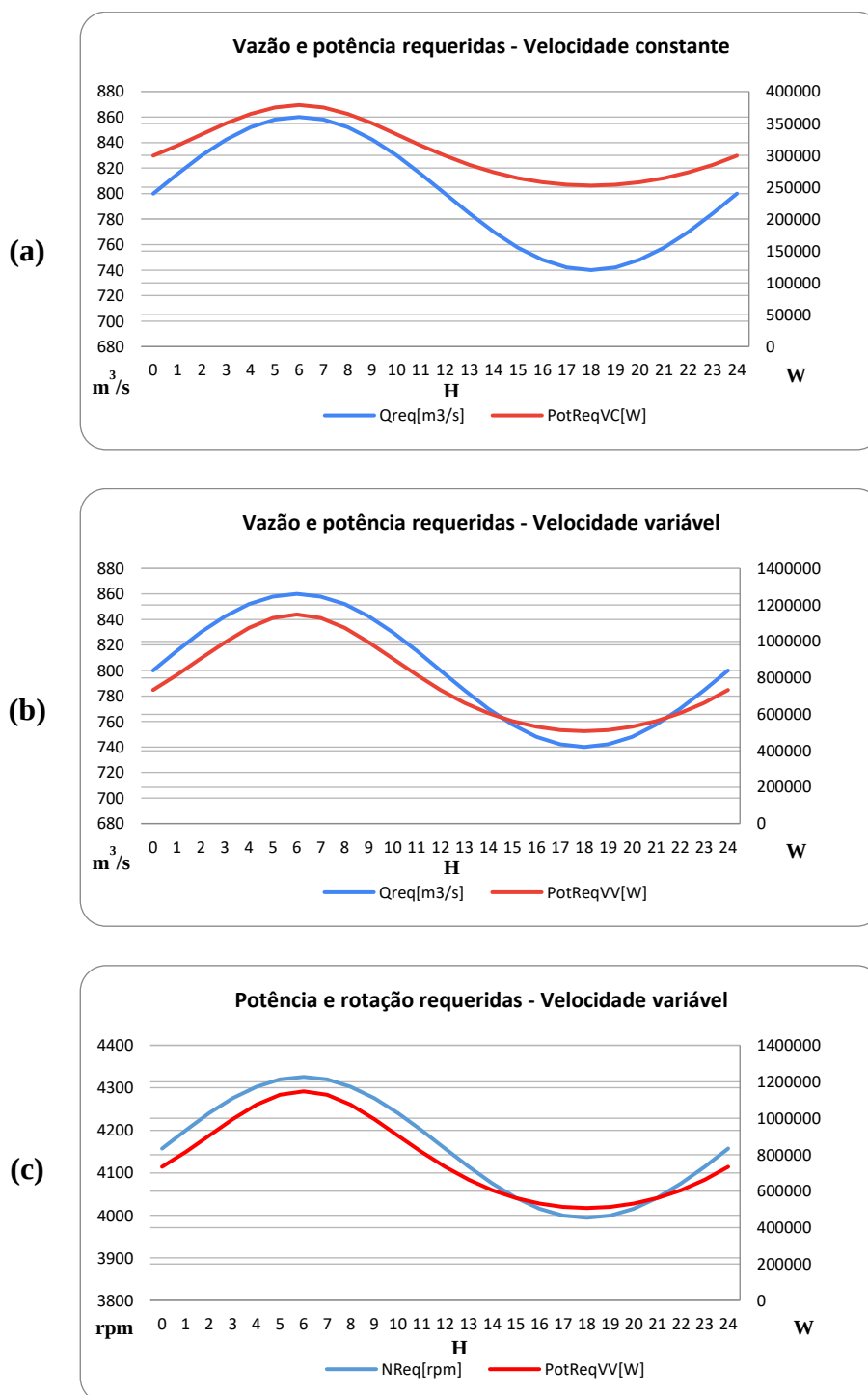
Figura 24 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário de Q_m 800 m³/h e A_q 40 m³/h.



5.1.7.3 – Cenário de Q_m 800 m³/h e A_q 60 m³/h

Conforme as informações iniciais de Q_m 600 m³/h e A_q 60 m³/h comparou-se o consumo de energia em operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV) obtendo-se os gráficos comparativos da Figura 25.

Figura 25 – Vazão e Potência requeridas para velocidade constante (a), Potência e rotação requerida para velocidade variável (b) e vazão e potência requeridas para velocidade variável (c) para o caso do Cenário Q_m 800 m³/h e A_q 60 m³/h.



5.2 Resumo de casos selecionados

Para ilustrar de forma clara e quantitativa as tendências de economia de energia entre os modos de operação com velocidade constante (VC) e velocidade variável (VV), o Quadro 2 a seguir sintetiza dados representativos extraídos dos cenários analisados. Este quadro compara a energia consumida em ambas as estratégias, destacando a relação entre a vazão inicial Q_m , a variação de vazão A_q e o percentual de economia alcançado.

Os casos foram selecionados para abranger diferentes faixas operacionais, desde sistemas de baixa vazão (ex.: 200 m³/h) até cenários de alta demanda (ex.: 800 m³/h), permitindo visualizar como a eficiência da velocidade variável se altera em função das condições de operação.

A análise dos valores evidencia não apenas a viabilidade técnica da tecnologia VV em contextos específicos, mas também os limites práticos de sua aplicação, sobretudo em sistemas com elevadas exigências de vazão.

Quadro 2 – Resumo de resultados dos cenários propostos utilizados na ferramenta.

Caso	Q_m (m ³ /h)	A_q (m ³ /h)	Energia (VC) [kWh]	Energia (VV) [kWh]	Economia (%)
200-20	200	20	2536	1433	43
200-40	200	40	2533	1437	43
200-60	200	60	2527	1442	43
300-20	300	20	2982	1959	34
300-40	300	40	2982	1966	34
300-60	300	60	2982	1979	34
400-20	400	20	3427	2740	20
400-40	400	40	3429	2754	20
400-60	400	60	3432	2776	19
500-20	500	20	3936	3980	-1
500-40	500	40	3941	4004	-2
500-60	500	60	3947	4045	-2
600-20	600	20	4588	6056	-32
600-40	600	40	4596	6103	-33
600-60	600	60	4610	6184	-34
700-20	700	20	5534	9818	-77
700-40	700	40	5553	9929	-79
700-60	700	60	5587	10120	-81
800-20	800	20	7203	17710	-146
800-40	800	40	7265	18068	-149

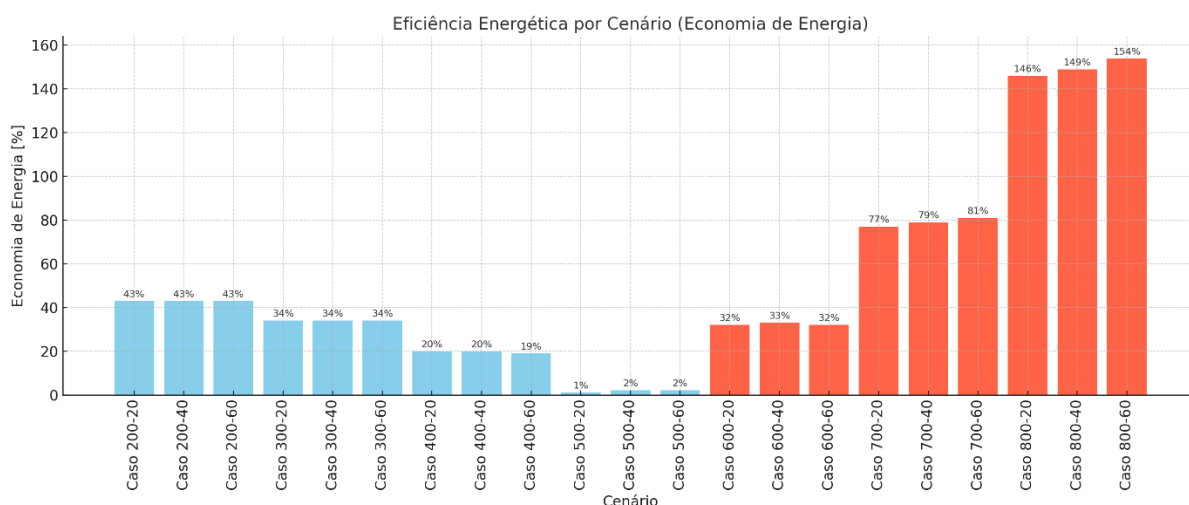
Esta síntese numérica reforça os padrões discutidos anteriormente, como a redução progressiva da economia à medida que Q_m aumenta, e serve como base para orientar decisões técnicas e estratégicas em projetos de eficiência energética.

5.3 Discussões

Como arrolado no Quadro 2, nota-se um padrão de economia positiva para a utilização de bombas em Velocidade Variável afirmando sua eficiência quando executado em baixas vazões como as identificadas com os cenários onde a Q_m varia entre 200 a 400 m³/h. Há economia significativa de energia (19–43%), especialmente com menores valores de A_q . Tem-se como exemplo o caso 200-20 o qual economiza 43% de energia (1433 kWh vs. 2536 kWh). A economia diminui com A_q maior (ex.: Caso 200-60 mantém 43%, mas casos como Caso 400-60 caem para 19%).

A ferramenta permitiu avaliar que o contexto de utilização é menos eficiente em altas vazões identificadas como $Q_m \geq 500$ m³/h, em velocidade variável tornaram-se menos eficientes, com aumento no consumo de energia variando entre 1 e 154%. Tem-se como exemplo o caso 500-20 tem -1% de economia (3980 kWh vs. 3936 kWh). Casos extremos como caso 800-60 registram de -154% de eficiência energética (18.699 kWh vs. 7.375 kWh).

Figura 26 – Eficiência Energética por cenário (Economia de Energia).



Fonte: Autor, 2025.

A análise comparativa entre os resultados obtidos na presente dissertação e os dados técnicos apresentados por Monteiro et al. (2008) revela uma correlação direta quanto ao desempenho energético de sistemas de bombeamento equipados com controle de velocidade variável (Variable Speed Drive – VSD). Ambos os estudos demonstram que a aplicação de VSD permite ganhos significativos de eficiência energética, especialmente em condições de operação com demandas hidráulicas flutuantes.

Monteiro et al. (2008) apresentam gráficos e análises experimentais que evidenciam a redução no consumo específico de energia (kWh/m³) à medida que as bombas operam em rotações inferiores à nominal. Essa tendência também foi identificada nos cenários simulados nesta dissertação, nos quais se observou uma relação diretamente proporcional entre a redução de rotação e a diminuição do consumo energético, em conformidade com a Lei dos Afins ($P \propto n^3$). A operação das bombas em velocidades otimizadas permitiu uma aproximação mais eficiente ao ponto de maior rendimento hidráulico, minimizando perdas energéticas, especialmente em horários de menor consumo.

A coerência entre os dados de Monteiro et al. (2008) e os resultados da dissertação também se manifesta na representação das curvas características das bombas sob variação de velocidade. O comportamento hidráulico registrado nos testes de campo do relatório técnico reforça a validade dos modelos computacionais desenvolvidos neste estudo, o que atesta a consistência metodológica adotada. Além disso, ambos os trabalhos destacam a importância da análise criteriosa do ponto de operação como fator crítico para a obtenção de benefícios energéticos reais.

Outro ponto de convergência relevante refere-se à mitigação das perdas hidráulicas em sistemas operando com VSD. Conforme Monteiro et al. (2008), a operação em velocidades reduzidas está associada à diminuição das perdas por atrito e cavitação, contribuindo para o aumento da vida útil dos equipamentos e redução dos custos operacionais. Essa constatação é corroborada nesta dissertação, cujas simulações indicam, nos cenários com controle de velocidade, reduções expressivas no esforço mecânico e no consumo de energia.

Dessa forma, a integração entre os resultados teóricos e simulados desta dissertação e os dados empíricos apresentados por Monteiro et al. (2008) confirma a eficácia da utilização de

controle de velocidade em sistemas de bombeamento, não apenas como solução técnica viável, mas também como estratégia concreta de eficiência energética e sustentabilidade operacional.

A adoção de bombas em Velocidade Variável para $Q_m \leq 400 \text{ m}^3/\text{h}$ podem ter seu investimento justificado, principalmente em sistemas com baixa amplitude de vazão. Conforme os dados obtidos com a ferramenta, a utilização de bombas em Velocidade Variável para $Q_m \geq 500 \text{ m}^3/\text{h}$ devem ser evitadas do ponto de vista de eficiência energética. Desta maneira, o usuário pode ser levado a considerar a adoção de bombas de velocidade constante ou redesenhar o sistema para melhor compatibilidade com o cenário

6 CONCLUSÃO

Este estudo envolveu a implementação de uma ferramenta computacional para análise do comportamento de bombas hidráulicas centrífugas de velocidade variável. A ferramenta permite que sejam analisados cenários comparativos entre situações de demanda variável com controle através de válvula e com controle através de velocidade de rotação.

O uso de bombas com velocidade variável não é indicado em todas as situações conforme os cenários estudados. Os cenários onde o uso de bombas de velocidade variável é mais vantajoso são os casos em que os valores de vazão pequenos. Quanto maior é a demanda em vazão, menor é a vantagem obtida com o uso de bombas de velocidade variável.

A maior vantagem dos sistemas com demanda baixa de vazão advém do fato de que: i) operando em baixa rotação, as bombas consomem menor energia quando comparada com os sistemas de rotação fixa; ii de acordo com as equações de similaridade hidrodinâmica, a variação de potência consumida varia com o cubo da velocidade de rotação, conforme verificado na equação (18); e iii a perda de carga nos sistemas com velocidade fixa é maior quanto mais fechada está a válvula de controle, o que ocorre em velocidades de rotação baixas.

7 BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, J. **CURSO DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS**. 1. ed. Santo André-SP: Ecid, 2009.

ARMINDO, R. **REGA DAS CULTURAS / USO EFICIENTE DA ÁGUA**. 1. ed. Faro: DRAPA - Direção Região de Agricultura e Pescas do Algarve, 2019.

AZARI, M. D. Hydraulic design and operation of variable-speed pumps as the water–energy saving strategies in pressurized irrigation systems. **Clean Technologies and Environmental Policy**, v. 23, n. 5, p. 1493–1508, 16 fev. 2021.

BAYKOVA, L. R.; A V NOVICHKOV; N S KARAGANOV. **Pump Efficiency Dependence on Variable Rotational Speed**. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. **Anais...** Em: IOP CONFERENCE SERIES: EARTH AND ENVIRONMENT. 1 fev. 2022. Disponível em: <<https://typeset.io/papers/pump-efficiency-dependence-on-variable-rotational-speed-3ub8hrbp>>. Acesso em: 23 maio. 2024

CASTRO, J. B. F. DE; SOUZA, J. C. S. DE. **ÁGUA SUBTERRÂNEA E A AUTOMAÇÃO NO SANEAMENTO**. , 2002.

COSTA, N. DE A. et al. Utilização de bombas de rotação variável como instrumento de melhoria de eficiência energética. **Apesb**, IV.8(2020). 2020.

COUTINHO, R. S.; SOARES, A. K. Simulação de bombas com velocidade de rotação variável no EPANET. **Engenharia Sanitaria e Ambiental**, v. 22, p. 797–808, 8 mar. 2017.

DALING YUE et al. Simulation Analysis of a Novel Digital Pump with Direct Recycling of Hydraulic Energy. **Axioms**, 17 jul. 2023.

DE OLIVEIRA, J. V. et al. Urban climate and environmental perception about climate change in Belém, Pará, Brazil. **Urban Climate**, v. 31, p. 100579, 1 mar. 2020.

DJORDJE S. CANTRAK. Lectures in Rotodynamic Pumps—From Design and Simulations to Testing. p. 394–406, 11 out. 2018.

DOMENICA MIRAUDA; NICOLA CAPECE; UGO ERRA. StreamflowVL: A virtual fieldwork laboratory that supports traditional hydraulics engineering learning. **Applied Sciences**, v. 9, n. 22, p. 4972, 19 nov. 2019.

GEANETTE POLANCO; LILIBETH A. ZAMBRANO. Design of a digital tool for visualizing the movement of a hydraulic arm. 2 nov. 2020.

GEVORKOV, L.; DOMÍNGUEZ-GARCÍA, J. L. Experimental Hardware-in-the-Loop Centrifugal Pump Simulator for Laboratory Purposes. **Processes**, v. 11, n. 4, p. 1163–1163, 10 abr. 2023.

HASSAN ASSAF; ANDREA VACCA. Virtual reality tool to support fluid power curriculum. **Computer Applications in Engineering Education**, 24 mar. 2023.

HUJO, L. et al. Laboratory tests of the hydraulic pump operating load with monitoring of changes in the physical properties. **Measurement & Control**, p. 002029402098338, 2 fev. 2021.

JAYANTO, N. D.; KUSTIJA, J. **Remote desktop system in IoT and HTML 5-based virtual laboratory for HMI (Human Machine Interface) practicum and hydraulic simulation**. . Em: MICROELECTRONICS SYSTEMS EDUCATION. IOP Publishing, 1 abr. 2020. Disponível em: <<https://typeset.io/papers/remote-desktop-system-in-iot-and-html-5-based-virtual-3m4oc0d6bx>>. Acesso em: 23 maio. 2024

LIMA, A. et al. **Desenvolvimento de uma bancada virtual de sistemas de bombeamento**. XLCONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA. **Anais...** Em: COBENGE. Belém - Pa: 2012. Disponível em: <<https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/interna.php?ss=7&ctd=88>>

MAGANA, A. J.; JONG, T. DE. Modeling and simulation practices in engineering education. **Computer Applications in Engineering Education**, v. 26, n. 4, p. 731–738, 1 jul. 2018.

MENKE, R. et al. Exploring optimal pump scheduling in water distribution networks with branch and bound methods. **Water Resources Management**, v. 30, n. 14, p. 5333–5349, 25 out. 2016.

MESQUITA, A.; DA SILVA, L.; OTÁVIO, J. **Aspectos importantes na utilização de bombas centrífugas em velocidade variável para a redução do consumo de energia**. Aspectos importantes na utilização de bombas centrífugas em velocidade variável para a redução do consumo de energia. **Anais...** Em: SEMINÁRIO IBEROAMERICANO SOBRE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO URBANO DE ÁGUA. João Pessoa (Brasil): 7 jun. 2006. Disponível em: <[efaidwww.escoladavida.eng.br/mecfluquimica/planejamento_12009/trabalhoa\(7\).pdf](http://efaidwww.escoladavida.eng.br/mecfluquimica/planejamento_12009/trabalhoa(7).pdf)>. Acesso em: 7 maio. 2024

NARAE KANG et al. Urban Drainage System Improvement for Climate Change Adaptation. **Water**, v. 8, n. 7, p. 268, 28 jun. 2016.

OLANREWAJU M. OYEWOLA et al. Development of Virtual Laboratory for the Study of Centrifugal Pump Cavitation and Performance in a Pipeline Network. **International Journal of Technology**, v. 12, n. 3, p. 518–526, 1 jan. 2021.

SADEK, M.; EL-MAGHRABY, R. M.; FATHY, M. Evaluation of variable speed drives to improve energy efficiency and reduce gas emissions: Case study. **Chemical Industry & Chemical Engineering Quarterly**, v. 29, n. 2, p. 111–118, 1 jan. 2023.

SANTOS, Y. C. F. **Laboratório virtual de bombas hidráulicas aplicado ao aprendizado de Hidráulica Aplicada ao Saneamento**. UFPA, , 2024.

SENA, M. J. **Simulador de bombas hidráulicas de velocidade variável em Flash**. Belém - Pa, 2012.

SILVA, J. et al. **Engineering teaching: simulation, industry 4.0 and big data**. . Em: INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTATIONAL VISION AND BIO INSPIRED COMPUTING. Universidad de la Costa, 25 set. 2019. Disponível em:



<<https://typeset.io/papers/engineering-teaching-simulation-industry-4-0-and-big-data-4x0jmudxz6>>. Acesso em: 24 maio. 2024

SPAHIU, A. Using Variable Speed Control on Pump Application. **ILIRIA International Review**, v. 2, n. 1, p. 251–261, 30 jun. 2012.

YAN, Z.; GE, L.; LONG, Q. Energy-Efficient Electro-Hydraulic Power Source Driven by Variable-Speed Motor. **Energies**, v. 15, n. 13, p. 4804–4804, 30 jun. 2022.

APENDICE A – Código fonte

```
//Mundo Digital Interativo - Solve Engenharia
//Implementacao do Calculo do Ponto de Operacao para a Bancada 4
//Tubulacao de Succao - Bomba - Tubulacao de Recalque - Tubulacao para o Tanque -
//Valvula
//Inicio: Belem, maio de 2012
//Ultima versao: Belem, julho de 2024
```

```
#include<iostream>
#include<cmath>
#include <fstream>
using namespace std;
```

```
//Classe Bomba
```

```
class bomba{
```

```
private:
```

```
double ro, ni, epsilon, g, cmpc, H0, Hs, Hr, Ht, Ds, Dr, Dt, ls, lr, lt, fs,
fr, ft, vs, vr, vt, Qs, Qr, Qt, Qb, Res, Rer, Ret, Pi, Qbl, fsl, frl,
ftl, Dcs, Dcr, Dct, a, b, c, Q, Hbomba, Hsistema, ErroQ, ErroFs,
ErroFr, ErroFt, fval, Hval, Qreq, Hreq, Nreq, Nat, an, bn, cn, dn;
```

```
public:
```

```
bomba(double _ro, double _ni, double _epsilon, double _g, double _cmpc,
double _H0, double _Dcs, double _Dcr, double _Dct, double _ls,
double _lr, double _lt, double _a, double _b, double _c, double _fval,
double _an, double _bn, double _cn, double _dn);
double f(double _Q);
double calcBissecao(double _linf, double _lsup, double _tol);
```

```
//Metodos para obtencao dos valores
```

```
double getHbomba(); //Altura manometrica da bomba [m]
double getHsistema(); //Altura manometrica do sistema [m]
double getHp(); //Perda de carga [m]
double getQ(); //Vazao da bomba [m3/h]
double getQs(); //Vazao da tubulacao de succao [m3/h]
double getQr(); //Vazao da tubulacao de recalque [m3/h]
double getQt(); //Vazao da tubulacao do tanque [m3/h]
double getVs(); //Velocidade na tubulacao de succao [m/s]
double getVr(); //Velocidade na tubulacao de recalque [m/s]
double getVt(); //Velocidade na tubulacao do tanque [m/s]
double getRes(); //Numero de Reynolds na tubulacao de succao [adimensional]
double getRer(); //Numero de Reynolds na tubulacao de recalque [adimensional]
double getRet(); //Numero de Reynolds na tubulacao do tanque [adimensional]
double getFs(); //Coeficiente de atrito da tubulacao de succao [adimensional]
double getFr(); //Coeficiente de atrito da tubulacao de recalque [adimensional]
double getFt(); //Coeficiente de atrito da tubulacao do tanque [adimensional]
double getHs(); //Perda de carga na tubulacao de succao [m]
double getHr(); //Perda de carga na tubulacao de recalque [m]
```

```
double getHt(); //Perda de carga na tubulacao do tanque [m]
double getHval(); //Perda de carga da valvula[m]
double getErroFs(); //Erro no calculo do coeficiente de atrito fs
double getErroFr(); //Erro no calculo do coeficiente de atrito fr
double getErroFt(); //Erro no calculo do coeficiente de atrito ft
double getErroQ(); //Erro no calculo da vazao da bomba
double HbombaxQ(double _Q); //Ponto do grafico Hbomba x Q
double HsistemaxQ(double _Q); //Ponto do grafico Hsistema x Q
double getQreq(); //Vazao no novo ponto de funcionamento
double getHreq(); //Altura no novo ponto de funcionamento
double getNreq(); //Velocidade no novo ponto de funcionamento
void calcNreq(double _Qreq); //Calculo do novo ponto de funcionamento
void especificaBomba(double _ro, double _ni, double _epsilon, double _g, double _cmprc,
    double _H0, double _Dcs, double _Dcr, double _Dct, double _ls,
    double _lr, double _lt, double _a, double _b, double _c, double _fval,
    double _an, double _bn, double _cn, double _dn);
double NxQ(double _Q); //Ponto do grafico Hbomba x Q
double calcPotencia(double _Q); //Calculo da Potencia
double calcPotenciaReq(double _Q); //Calculo da Potencia no novo ponto de operacao, na
nova velocidade
double HbombaReqxQ(double _Q); //Ponto do grafico Hbomba x Q na nova velocidade
double getH0(); //Desnivel manometrico
double NxQReq(double _Q); //Ponto do grafico Nbomba x Q na nova velocidade
};

//Construtor
bomba::bomba(double _ro, double _ni, double _epsilon, double _g, double _cmprc,
    double _H0, double _Dcs, double _Dcr, double _Dct, double _ls,
    double _lr, double _lt, double _a, double _b, double _c, double _fval,
    double _an, double _bn, double _cn, double _dn){
//Dados de Entrada
ro = _ro; //Densidade, kg/m3
ni = _ni; //Viscosidade Cinemática, m2/s
epsilon = _epsilon; //Rugosidade Absoluta, mm
g = _g; //Aceleração da gravidade, m/s2
cmprc = _cmprc; //Coeficiente de majoracao de perdas continuas, adimensional
H0 = _H0; //Desnivel geometrico, m
Dcs = _Dcs; //Diametro comercial de succao, pol
Dcr = _Dcr; //Diametro comercial de recalque, pol
Dct = _Dct; //Diametro comercial do tanque, pol
ls = _ls; //Comprimento da tubulacao de succao, m
lr = _lr; //Comprimento da tubulacao de recalque, m
lt = _lt; //Comprimento da tubulacao do tanque, m
a = _a; //Coeficientes da curva da bomba
b = _b;
c = _c;
fval = _fval; //Coeficiente de perda de carga da valvula, adimensional
Nat = 3500;

Ds = Dcs*25.4; //Diametro interno da tubulacao de succao, mm
```

Dr = Dcr*25.4; //Diametro interno da tubulacao de recalque, mm
Dt = Dct*25.4; //Diametro interno da tubulacao do tanque, mm

an = _an; //Coeficientes da curva de rendimento
bn = _bn;
cn = _cn;
dn = _dn;
}

//Funcao que calcula a diferenca entre a altura manometrica da bomba e a soma
//do desnivel geometrico e as perdas de carga do sistema
double bomba::f(double _Q){

//Calculo das velocidades
vs = 4*_Q/(M_PI*3600*pow(Ds*1E-3,2));
vr = 4*_Q/(M_PI*3600*pow(Dr*1E-3,2));
vt = 4*_Q/(M_PI*3600*pow(Dt*1E-3,2));
//Calculo dos Reynolds
Res = (vs*Ds*1E-3)/ni;
Rer = (vr*Dr*1E-3)/ni;
Ret = (vt*Dt*1E-3)/ni;

//Calculo do ErroQ
ErroQ = fabs(Q - _Q);

//Calculo das vazoes
Qr = Qs = Qt = Q = _Q;

//Formulas Explicitas de Colebrook-White
ErroFs = fabs(
fs - pow(
1/
(
-2*log10(
epsilon/(1000*3.7*Ds/1000)-(5.16/Res)*log10(epsilon/(1000*3.7*Ds/1000)
+ 5.09/pow(Res, 0.87))
)
, 2)
);
ErroFr = fabs(
fr - pow(
1/
(
-2*log10(
epsilon/(1000*3.7*Dr/1000)-(5.16/Rer)*log10(epsilon/(1000*3.7*Dr/1000) +
5.09/pow(Rer, 0.87))
)
, 2)
);

);

```
ErroFt = fabs(  
ft - pow(  
1/  
(  
-2*log10(  
epsilon/(1000*3.7*Dt/1000)-(5.16/Ret)*log10(epsilon/(1000*3.7*Dt/1000) +  
5.09/pow(Ret, 0.87))  
)  
)  
, 2)  
);
```

```
fs = pow(  
1/  
(  
-2*log10(  
epsilon/(1000*3.7*Ds/1000)-(5.16/Res)*log10(epsilon/(1000*3.7*Ds/1000)  
+ 5.09/pow(Res, 0.87))  
)  
)  
, 2);
```

```
fr = pow(  
1/  
(  
-2*log10(  
epsilon/(1000*3.7*Dr/1000)-(5.16/Rer)*log10(epsilon/(1000*3.7*Dr/1000) +  
5.09/pow(Rer, 0.87))  
)  
)  
, 2);
```

```
ft = pow(  
1/  
(  
-2*log10(  
epsilon/(1000*3.7*Dt/1000)-(5.16/Ret)*log10(epsilon/(1000*3.7*Dt/1000) +  
5.09/pow(Ret, 0.87))  
)  
)  
, 2);
```

//Funcao que mede a diferenca entre a altura manometrica da bomba menos a soma desnivel geometrico com todas as perdas

//de carga. Quando esta funcao e' igual a zero, tem-se definida a vazao do ponto de operacao (_Q)

```
Hs = ((cmpc*8)/(pow(M_PI, 2)*g*pow(1E-3, 5)*pow(3600.0, 2.0)))  
*(fs*ls*pow(Qs, 2)/pow(Ds, 5));
```

```
Hr = ((cmpr*8)/(pow(M_PI, 2)*g*pow(1E-3, 5)*pow(3600.0, 2.0)))  
    *(fr*lr*pow(Qr, 2)/pow(Dr, 5));
```

```
Ht = ((cmpr*8)/(pow(M_PI, 2)*g*pow(1E-3, 5)*pow(3600.0, 2.0)))  
    *(ft*lt*pow(Qt, 2)/pow(Dt, 5));
```

```
Hval = (fval*pow(vt, 2))/(2*g);
```

```
Hbomba = a*pow(_Q, 2.0) + b*_Q + c;
```

```
Hsistema = H0 + Hs + Hr + Ht + Hval;
```

```
return Hbomba - Hsistema;  
}
```

```
//Implementacao do Metodo da Bissecao
```

```
double bomba::calcBissecao(double _linf, double _lsup, double _tol){  
    double x = 0, dx = _lsup - _linf;  
    int k = 0;  
    while (fabs(dx) > _tol && k<30 && f(x)!=0 ) {  
        x = ((_linf+_lsup)/2);  
        if ((f(_linf)*f(x)) < 0) {  
            _lsup = x;  
            dx = _lsup-_linf;  
        }  
        else {  
            _linf = x;  
            dx = _lsup-_linf;  
        }  
        k++;  
        //cout << "Numero da iteracao: " << k << " Aproximacao da Raiz: " << x << endl;  
        //cout << "Erro estimado: " << dx << endl;  
        //cout << "Valor estimado da funcao: " << f(x) << endl;  
    }  
    return x;  
}
```

```
double bomba::getHbomba() //Altura manometrica da bomba [m]  
{  
    return Hbomba;  
}
```

```
double bomba::getHsistema() //Altura manometrica do sistema [m]  
{  
    return Hsistema;  
}
```

```
double bomba::getHp() //Perda de carga [m]  
{  
    return Hsistema - H0;  
}
```

```
}  
double bomba::getQ() //Vazao da tubulacao bomba [m3/h]  
{  
    return Q;  
}  
double bomba::getQs() //Vazao da tubulacao de succao [m3/h]  
{  
    return Qs;  
}  
double bomba::getQr() //Vazao da tubulacao de recalque [m3/h]  
{  
    return Qr;  
}  
double bomba::getQt() //Vazao da tubulacao do tanque [m3/h]  
{  
    return Qt;  
}  
double bomba::getVs() //Velocidade na tubulacao de succao [m/s]  
{  
    return vs;  
}  
double bomba::getVr() //Velocidade na tubulacao de recalque [m/s]  
{  
    return vr;  
}  
double bomba::getVt() //Velocidade na tubulacao do tanque [m/s]  
{  
    return vt;  
}  
double bomba::getRes() //Numero de Reynolds na tubulacao de succao [adimensional]  
{  
    return Res;  
}  
double bomba::getRer() //Numero de Reynolds na tubulacao de recalque [adimensional]  
{  
    return Rer;  
}  
double bomba::getRet() //Numero de Reynolds na tubulacao do tanque [adimensional]  
{  
    return Ret;  
}  
double bomba::getFs() //Coeficiente de atrito da tubulacao de succao [adimensional]  
{  
    return fs;  
}  
double bomba::getFr() //Coeficiente de atrito da tubulacao de recalque [adimensional]  
{  
    return fr;  
}  
double bomba::getFt() //Coeficiente de atrito da tubulacao do tanque [adimensional]
```

```
{
    return ft;
}
double bomba::getHs() //Perda de carga na tubulacao de succao [m]
{
    return Hs;
}
double bomba::getHr() //Perda de carga na tubulacao de recalque [m]
{
    return Hr;
}
double bomba::getHt() //Perda de carga na tubulacao do tanque [m]
{
    return Ht;
}
double bomba::getErroFs() //Erro no calculo do coeficiente de atrito fs
{
    return ErroFs;
}
double bomba::getErroFr() //Erro no calculo do coeficiente de atrito fr
{
    return ErroFr;
}

double bomba::getErroFt() //Erro no calculo do coeficiente de atrito ft
{
    return ErroFt;
}
double bomba::getErroQ() //Erro no calculo da vazao da bomba
{
    return ErroQ;
}

double bomba::HbombaxQ(double _Q) //Ponto do grafico Hbomba x Q
{
    return a*pow(_Q, 2.0) + b*_Q + c;
}

double bomba::HsistemaxQ(double _Q) //Ponto do grafico Hsistema x Q
{
    double K = (this->getHs() + this->getHr() + this->getHt())/pow(this->getQ(),2.0);
    return K*pow(_Q, 2.0) + H0;
}

double bomba::getHval()
{
    return Hval;
}
```

```
void bomba::calcNreq(double _Qreq)
{
    double A1, B1, C1;
    Qreq = _Qreq;
    Hreq = H0 + ((Hsistema - H0)/pow(Q, 2))*pow(Qreq, 2.0);
    A1 = c/pow(Nat, 2.0);
    B1 = b*Qreq/Nat;
    C1 = (a - (Hsistema - Hval - H0)/pow(Q, 2))*pow(Qreq, 2.0) - H0;

    Nreq = (-B1 + sqrt(pow(B1, 2.0) - 4*A1*C1))/(2*A1);
}

double bomba::getQreq()
{
    return Qreq;
}

double bomba::getHreq()
{
    return Hreq;
}

double bomba::getNreq()
{
    return Nreq;
}

double bomba::NxQ(double _Q) //Ponto do grafico Hbomba x Q
{
    return an*pow(_Q, 3.0) + bn*pow(_Q,2) + cn*_Q + dn;
}

double bomba::calcPotencia(double _Q)
{
    return ((ro * g) * _Q * getHsistema() / NxQ(_Q)) / 3600;//Retorno em Watt
}

double bomba::calcPotenciaReq(double _Q)
{
    return calcPotencia(_Q)*pow(Nreq/Nat, 3);//Retorno em Watt
}

double bomba::HbombaReqxQ(double _Q) //Ponto do grafico Hbomba x Q na nova velocidade
{
    return (a*pow(_Q, 2.0) + b*_Q + c)*(pow(Nreq, 2)/pow(Nat, 2));
}

double bomba::NxQReq(double _Q) //Ponto do grafico Nbomba x Q na nova velocidade
{
    return an*pow(_Q + (Q - Qreq), 3.0) + bn*pow(_Q + (Q - Qreq),2) + cn*(_Q + (Q - Qreq)) + dn;
}

double bomba::getH0()
{

```

```
    return H0;
}

void bomba::especificaBomba(double _ro, double _ni, double _epsilon, double _g, double
_cmpe,
    double _H0, double _Dcs, double _Dcr, double _Dct, double _ls,
    double _lr, double _lt, double _a, double _b, double _c, double _fval,
    double _an, double _bn, double _cn, double _dn){
//Dados de Entrada
ro = _ro; //Densidade, kg/m3
ni = _ni; //Viscosidade Cinemática, m2/s
epsilon = _epsilon; //Rugosidade Absoluta, mm
g = _g; //Aceleração da gravidade, m/s2
cmpe = _cmpe; //Coeficiente de majoracao de perdas continuas, adimensional
H0 = _H0; //Desnivel geometrico, m
Dcs = _Dcs; //Diametro comercial de succao, pol
Dcr = _Dcr; //Diametro comercial de recalque, pol
Dct = _Dct; //Diametro comercial do tanque, pol
ls = _ls; //Comprimento da tubulacao de succao, m
lr = _lr; //Comprimento da tubulacao de recalque, m
lt = _lt; //Comprimento da tubulacao do tanque, m
a = _a; //Coeficientes da curva da bomba
b = _b;
c = _c;
fval = _fval; //Coeficiente de perda de carga da valvula, adimensional
Nat = 3500;

Ds = Dcs*25.4; //Diametro interno da tubulacao de succao, mm
Dr = Dcr*25.4; //Diametro interno da tubulacao de recalque, mm
Dt = Dct*25.4; //Diametro interno da tubulacao do tanque, mm

an = _an; //Coeficientes da curva de rendimento
bn = _bn;
cn = _cn;
dn = _dn;

}

//Funcao para integracao numerica
double integrarPontos(double a, double b, int h, double f[]) {
    double N = (b - a)/h;
    double soma = 0;
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        soma = soma + (f[i]+f[i+h]);
    }
    return soma * h*0.5;
}

int main(){
```

```
//Declaração de variáveis
bomba *Bomba1 = new bomba(1000, 1.004E-6, 0.28, 9.81, 1.1, 60.1, 9.2, 12.2, 9.9,
78.7, 194.6, 198.6, -0.000051, -0.000924, 91.281029, 90,
3.8850038850532344e-12, -0.0000023205128205127984,
0.0022550893550893694, 0.10083916083915412);

double Qreq, Qm, Aq, T, ro = 1000, g = 9.81, PotReqVC[1000], PotReqVV[1000], ECVC,
ECVV, ECPercVV;
int cont;

//Criação dos arquivos para gráficos no Excel
fstream resultadoVC("resultadoVC.txt", ios::out);
fstream resultadoVV("resultadoVV.txt", ios::out);

//uso do Metodo da Bissecão para calcular a vazão e as perdas de carga
double vazao = Bomba1->calcBissecão(1.0, 1000.0, 1E-5);

//Entrada de dados da função de demanda de vazão
cout << "Entre com a vazão média Qm [m³/h]: "; cin >> Qm;
cout << "Entre com a amplitude da variação de vazão Aq [m³/h]: "; cin >> Aq;
cout << "Entre com o período T [h]: "; cin >> T;

//Gravação do cabeçalho dos arquivos
resultadoVC << "t[h] Qreq[m³/h] PotReqVC[W]" << endl;
resultadoVV << "t[h] Qreq[m³/h] PotReqVV[W] NReq[rpm]" << endl;

//Laco para calcular a potência necessária com a bomba em velocidade variável e com
velocidade variável
cont = 0;
for(double t = 0; t <= 24; t = t + 1){
    //Cálculo da vazão requerida
    Qreq = Qm + Aq*sin((2*M_PI/T)*t);

    //Velocidade constante *****
    //Se a vazão é conhecida, a altura manométrica já está definida, e pode ser calculada
    //pela curva da bomba. O rendimento também já está definido e pode ser calculado
    //pela curva do rendimento. A partir destes dados, calcula-se a potência necessária
    //Cálculo da potência
    PotReqVC[cont] = ((ro * g) * Qreq * Bomba1->HbombaxQ(Qreq) / Bomba1-
>NxQ(Qreq))/3600;
    //Gravação dos dados para um arquivo para gráfico no Excel
    resultadoVC << t << " " << Qreq << " " << PotReqVC[cont] << endl;

    //Velocidade variável *****
    //Cálculo da nova velocidade de rotação
    Bomba1->calcNreq(Qreq);
    //Cálculo da potência na nova velocidade
    PotReqVV[cont] = Bomba1->calcPotenciaReq(Qreq);
```

```
//Impressao dos resultados nos arquivos *****
//Gravacao dos dados para um arquivo para grafico no Excel
resultadoVV << t << " " << Qreq << " " << PotReqVV[cont] << " " << Bomba1->getNreq()
<< endl;
cont++;
}

//Calculo da energia consumida em velocidade constante, por integracao numerica
ECVC = integrarPontos(0, 24, 1, PotReqVC);

//Calculo da energia consumida em velocidade variável, por integracao numerica
ECVV = integrarPontos(0, 24, 1, PotReqVV);

//Calculo da economia com velocidade variavel
ECPercVV = ((ECVC - ECVV)/ECVC)*100;

//Impressão da síntese de energia para o arquivo
resultadoVV <<"Energia consumida com velocidade constante [kW h]: " <<
round(ECVC/1000) << endl;
resultadoVV <<"Energia consumida com velocidade variável [kW h]: " <<
round(ECVV/1000) << endl;
resultadoVV <<"Economia de energia com velocidade variavel: " <<
round(10*ECPercVV/10) << " %" << endl;

//Fechamento dos arquivos
resultadoVC.close();
resultadoVV.close();
//system("pause");
return 0;
}
```