## UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

# ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DE CABOS OPGW UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICO E ANALÍTICO

LUCIANA PEREIRA GONZALEZ

BELÉM – PARÁ – BRASIL 2008

## UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LUCIANA PEREIRA GONZALEZ

#### ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DE CABOS OPGW UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICO E ANALÍTICO

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Telecomunicações.

BELÉM – PARÁ – BRASIL 2008

G643a Gonzalez, Luciana Pereira

Análise eletromagnética de cabos OPGW utilizando métodos numérico e analítico /

Luciana Pereira Gonzalez; orientador, Victor Dmitriev.-2008

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia,

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2008.

1. Cabos de telecomunicação. 2. Campos eletromagnéticos – modelos matemáticos.

3. Método dos elementos finitos. I. Título.

CDD - 22. ed. 621.3981

## UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

#### ANÁLISE ELETROMAGNÉTICA DE CABOS OPGW UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICO E ANALÍTICO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM: //

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Victor Dmitriev Alexandrovic (PPGEE/UFPA) Orientador

Prof. Dr. João Tavares Pinho (PPGEE/UFPA) Membro

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias (PPGEE/UFPA) Membro

Prof. Dr. Danilo Teixeira Alves (PPGF/UFPA) Membro

Ao meu filho Lucas Renam, pelo seu constante companheirismo e dedicação.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à família que me foi dada, já que sem ela eu não teria os valores que me fizeram chegar até aqui. Agradeço aos amigos que se mantiveram perto materialmente ou em pensamento, estimulando-me a superar as dificuldades.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Victor Dmitriev, pelos ensinamentos que me repassou desde a graduação, ao prof. Dr. Karlo, que desenvolveu o método analítico utilizado neste trabalho e ao Prof. Dr. João Pinho coordenador do GEDAE onde foi desenvolvida esta pesquisa.

Agradecimentos também a empresa Prysmian Telecomunicações Cabos e Sistemas do Brasil S.A., responsável pelo financiamento do projeto que deu origem a minha dissertação de mestrado.

Gostaria de agradecer aos companheiros do GEDAE que em algum momento contribuíram para que eu conseguisse realizar este trabalho, Eng. Kellen Gomes, Arq. MSc. Heliana Ceballos, Eng. Dr. Marcos Galhardo e aos futuros engenheiros, Natália Modesto, Alex Arrifano, Fillipe Matos, Aimé Pinto, Marcelo Almeida, Rodolfo Casiro e Gilberto Pinto.

#### Resumo

Este trabalho apresenta o estudo eletromagnético de cabos OPGW (Optical Ground Wire) os quais têm dupla função: de pára-raios para linhas de transmissão de alta tensão e de canal de comunicação através de fibras ópticas embutidas na estrutura do cabo.

Descargas atmosféricas ou curtos-circuitos podem comprometer a integridade do cabo, devido ao aquecimento nas regiões onde há maior concentração de corrente. Para a análise deste problema foram feitos cálculos eletromagnéticos relacionando-os aos efeitos térmicos no cabo. Nesta análise foram consideradas três diferentes geometrias: o modelo de cabo real, o modelo de cabo com camadas homogêneas e o modelo de cabo com uma camada modificada; esta modificação está relacionada à forma geométrica dos fios da armação do cabo.

As ferramentas utilizadas em tal estudo foram o *software* comercial FEMLAB Multiphysics, baseado no método dos elementos finitos, e um método analítico desenvolvido a partir das equações de Maxwell no domínio da freqüência, que foi implementado utilizando o *software* MATLAB. Os principais resultados deste trabalho são gráficos de distribuição de densidade de corrente na seção reta do cabo para diferentes freqüências, estudo do efeito pelicular e do efeito de proximidade entre os condutores do cabo.

**Palavras chaves:** cabo OPGW, densidade de corrente, efeito pelicular, efeito de proximidade.

## Abstract

This work presents an electromagnetic study of OPGW cables (Optical Ground Wire), which have the dual function of lightning protection for high voltage transmission lines and communications channel through the optical fibers embedded in the cable structure.

Lightning or short-circuit could compromise the cable's integrity due to heating in the regions where there is greater concentration of current. For the analysis of this problem electromagnetic calculations were made relating them to thermal effects on the cable. In this analysis three different geometries were considered, a model of the real cable, a model of the cable with homogeneous layers, and a model of the cable with modified layer, where the modification is related the geometric shape of the armor wires of the cable.

The tools used in this study here the commercial software FEMLAB Multiphysics, based on the finite element method, and an analytical model developed from Maxwell's equations in the frequency domain, which was implemented using the software MATLAB. The main results of this work are current density distribution plots on the cross section considering different frequencies and the analysis of the skin and proximity effects.

Keywords: OPGW cable, current density, skin effect, proximity effect.

# **SUMÁRIO**

Agradecimentosv
Resumovi
Abstractvii
Sumárioviii
Lista de Figurasx
Lista de Tabelasxii
Lista de Símbolosxiii
Introdução14
Capítulo 1 – CABOS OPGW – CARACTERÍSTICAS GERAIS E MODELOS GEOMÉTRICOS UTILIZADOS
1.1 – Características gerais do cabo OPGW
1.2 – Modelos geometricos dulizados para o cabo OPGW
1.2.2 – Modelo de cabo com camadas homogêneas20
1.2.3 – Modelo de cabo modificado20
Capítulo 2 – MÉTODOS UTILIZADOS – ANALÍTICO E NUMÉRICO23
<ul> <li>2.1 – Método analítico para o modelo de cabo com camadas homogêneos</li></ul>
2.2.1 – Método de Elementos Finitos
2.2.2 – Características gerais do FEMLAB Multiphysics (TM)
2.2.3 – Parâmetros e construção do modelo geométrico
Capítulo 3 – INFLUÊNCIA DO EFEITO PELICULAR E DO EFEITO DE PROXIMIDADE NA DISTRIBUIÇÃO DA DENSIDADE DE CORRENTE
3.1 – Efeito Pelicular ( <i>Skin effect</i> )44

Capítu	ılo 4 –	RES	SULTAD	OS NL	JMÉRIC	OS							.49
FEML	4.1 AB	-	Compar	ração	entre	os	result	ados	do	método	ar	nalítico	е .49
	4.2 –	Cor	nparação	o entre	os três	mode	los pa	ra amb	os os	métodos	S		52
	4.3	– C	omparaç	ção er	ntre os	resu	ltados	para	três	diferente	es v	alores	de
perme	abilida	ade o	do aço ei	m um i	nesmo	model	0						59
	4.4 -	- Vis	ualização	o da d	istribuiçã	ão de	corren	ite em	FEMI	_AB por	uma	escala	de
cores.													.61
	4.5 –	Der	nsidade o	de poté	ència dis	sipad	a						.64
Capítu	ılo 5 –	COI	NSIDER	AÇÕE	S FINAI	S							.67
REFEI	RÊNC	IAS	BIBLIOG	GRÁFI	CAS								.69

## LISTA DE FIGURAS

## CAPÍTULO 1

Figura 1.1 – Estrutura física de um cabo OPGW	17
Figura 1.2 – Seção reta do modelo de cabo real	19
Figura 1.3 – Seção reta do modelo de cabo com camadas homogêneas	20
Figura 1.4 – Seção reta do modelo modificado	21

## **CAPÍTULO 2**

Figura 2.1 – seção reta de um guia de onda circular homogêneo24
Figura 2.2 - Exemplos de discretização utilizando (a) malha uniforme e (b) malha
adaptativa32
Figura 2.3 – Tela inicial do FEMLAB
Figura 2.4 – Tela do FEMLAB para inserir as constantes
Figura 2.5 - Combinação de formas geométricas representando a seção transversal
de um cabo (modelo modificado)37
Figura 2.6 – Parâmetros elétricos e magnéticos para os subdomínios
Figura 2.7 – Condições de contorno do modelo de cabo com camada homogênea39
Figura 2.8 – Tela para inserir as condições de contorno40
Figura 2.9 - Condição de contorno do modelo de cabo real - (a) continuidade (b)
isolação elétrica, (c) corrente de superfície40
Figura 2.10 - Condição de contorno do modelo de cabo modificado - (a) continuidade
(b) corrente de superfície42
Figura 2.11 - Detalhes de discretização para o (a) modelo de cabo real e (b)
modificado42

## CAPÍTULO 3

Figura 3.2	2 – P	rofund	idade d	e penetração					46
Figura 3.	3 – (	a) Cor	ndutores	s próximos c	om co	rrentes de	mesma ampl	itude	e mesma
direção	е	(b)	com	correntes	de	mesma	amplitude	е	direções
opostas									48

## CAPÍTULO 4

Figura 4.1 – $J_Z$ normalizado versus raio do cabo OPGW-SM-12.4 36FO50
Figura 4.2 – $J_z$ normalizado versus raio do cabo OPGW-SM-13.4 06FO51
Figura 4.3 – $J_Z$ normalizado versus raio do cabo OPGW-SM-14.4 36FO51
Figura 4.4 – $J_Z$ normalizado versus raio do cabo para f = 50 Hz, método analítico e
FEMLAB (homogêneo, modificado e real)53
Figura 4.5 – $J_Z$ normalizado versus raio do cabo para f =100 Hz, método analítico e
FEMLAB (homogêneo, modificado e real)54
Figura 4.6 – (a) $J_Z$ normalizado versus o raio total do cabo para freqüência de f = 500
Hz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real), (b) Parte da figura
4.6 (a) referente a região da camada de alumínio, em escala menor para facilitar a
visualização55
Figura 4.7 – (a) $J_Z$ normalizado versus o raio total do cabo para freqüência de f = 1
kHz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real), (b) Parte da figura
4.7 (a) referente a região da camada de alumínio, em escala menor para facilitar a
visualização57
Figura 4.8 – Modelo de cabo com camada homogênea para as três diferentes
permeabilidades relativas do aço para f = 50 Hz60
Figura 4.9 – Modelo de cabo real para as três diferentes permeabilidades relativas do
aço para f = 50 Hz61
Figura 4.10 - Seção transversal do modelo de cabo real mostrando a distribuição de
corrente na freqüência de (a) 50 Hz e (b) 100 Hz62
Figura 4.11 - Seção transversal do (a) modelo de cabo real e (b) modificado na
freqüência de 1kHz63
Figura 4.12 - Seção transversal do (a) modelo de camadas homogêneas e (b)
modificado na freqüência de 1kHz64
Figura 4.13 – W <sub>p</sub> normalizada para os três modelos na freqüência de 50
Hz65
Figura 4.14 – $W_p$ normalizada para os três modelos na freqüência de 100
Hz66

# LISTA DE TABELAS

## **CAPÍTULO 2**

Tabela 2.1 – Solução geral dos campos eletromagnéticos $H_{\phi}$ e $E_z$ para as regiões 1	-
4	.26

#### CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 – Profundidade de penetração para o alumínio e aço em diferentes	
freqüências	46
Tabela 3.2 – Profundidade de penetração do aço para diferentes $\mu_r$	47

### **CAPÍTULO 4**

Tabela 4.1 – Parâmetros geométricos para diferentes cabos OPGW	50
Tabela 4.2 – Parâmetros físicos de cabos OPGW	52

# LISTA DE SÍMBOLOS

Ē.	Intensidade de campo elétrico
<b>Ĥ</b>	Intensidade de campo magnético
Ā.	Potencial magnético
μ <sub>r</sub>	
ε <sub>r</sub>	
σ.	
Ĵ₂.	Densidade de corrente na direção z
δs	Profundidade de penetração
Wp	Densidade de potência dissipada

## INTRODUÇÃO

A partir do momento em que foram estabelecidos os contratos para o compartilhamento de infra-estrutura entre os setores de energia elétrica e telecomunicações, houve uma significativa melhoria para ambos, já que o uso em parceria da estrutura física permitiu a economia na instalação e manutenção da infra-estrutura, diminuindo custos e tempo de implementação. Dessa forma, os sistemas aéreos tornaram-se de grande importância na rede de telecomunicações, devido à sua confiabilidade e às facilidades de execução.

Um exemplo de cabo multicamadas atualmente bastante utilizado em linhas aéreas é o Optical ground wire (OPGW), cabo este que apresenta significativa importância, devido sua dupla função de pára-raio para as linhas de transmissão e canal de comunicação através de fibras ópticas existentes no núcleo do cabo.

O OPGW quando sujeito as condições de curto-circuito ou descarga atmosférica, pode sofrer desde simples deformações na sua armação, até sérios danos em sua estrutura, como o comprometimento das camadas mais internas. Devido a isto, o objetivo deste trabalho é realizar um estudo eletromagnético do cabo OPGW, buscando formas de amenizar tais danos, que comprometem o funcionamento tanto da rede de energia elétrica quanto da rede de telecomunicações.

Nesse estudo, foram feitas simulações da distribuição de densidade de corrente e potência dissipada em três diferentes modelos geométricos do cabo OPGW. Por meio da análise elétrica realizada, pode-se, por analogia, ter um entendimento da variação térmica que ocorre no cabo.

Para realizar tais análises foi utilizado o *software* comercial FEMLAB Multiphysics <sup>(TM)</sup>, versão 3.2, e um método analítico, o qual foi implementado computacionalmente através do *software* MATLAB versão 7.0.

O trabalho está dividido da seguinte forma. O capítulo 1 descreve as características gerais do cabo OPGW e dos três modelos geométricos para os quais o estudo é desenvolvido: o modelo do cabo real, o do cabo com camadas homogêneas e o do cabo modificado. Dentre estes três modelos, o de cabo real é

tratado no presente trabalho apenas via método numérico computacional, pois sua implementação analítica envolve equações de difícil solução. Como uma aproximação da estrutura real foi criado o modelo homogêneo, o qual, devido à simplicidade de sua estrutura, pôde ser tratado por ambos os métodos. Finalmente o modelo de cabo modificado, que foi criado com o objetivo de melhorar o contato elétrico e térmico entre as partes condutoras do cabo. Para este modelo, também será realizada apenas uma análise por método numérico computacional já que a complexidade de sua estrutura e ainda maior que a do modelo real.

No capítulo 2 são apresentados os métodos utilizados neste trabalho: o método analítico, desenvolvido a partir das equações de Maxwell no domínio da freqüência, e o método de elementos finitos – MEF, utilizado pelo *software* FEMLAB Multiphysics <sup>(TM)</sup>. É abordado no capítulo 3 o estudo sobre a distribuição não uniforme da densidade de corrente devido ao efeito pelicular (*skin effect*) e ao efeito de proximidade para condutores sob corrente alternada, e os resultados numéricos obtidos com o FEMLAB e pelo modelo analítico são comparados e comentados no capítulo 4. Ao final do trabalho, o capítulo 5 expõe as considerações finais, onde são feitos comentários sobre os resultados obtidos e trabalho futuro a ser desenvolvido.

## CABOS OPGW – CARACTERÍSTICAS GERAIS E MODELOS GEOMÉTRICOS UTILIZADOS

#### 1.1 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DO CABO OPGW

O cabo OPGW - *Optical Ground Wire* (cabo pára-raio com fibras ópticas) tem sido usado extensivamente desde a década de 80 [1] e apresenta significativa importância por ter função dupla de pára-raio para linhas de transmissão de alta potência e de meio de transmissão de dados através das fibras ópticas abrigadas em seu interior [2-6].

Como principais características dos cabos OPGW se podem destacar [1]:

- Projetado especialmente para instalação em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica;
- Alta capacidade de condução de corrente elétrica;
- Tecnologia *loose tube* (fibra não aderente), que garante tensão axial zero nas fibras ópticas na operação, devido a estas não estarem fisicamente unidas ao elemento de tração do cabo.

Mesmo apresentando elevada capacidade de condução de energia elétrica, os cabos OPGW podem sofrer danos em sua estrutura devido a um grande aquecimento produzido nos casos de curto-circuito e descargas atmosféricas. A temperatura máxima de operação, por exemplo, é de 70°C para alguns cabos OPGW como SM -14,5 24 FO [7], SM -14,4 36 FO [8], SM -12,4 36 FO [9].

Para determinar esse maior ou menor efeito prejudicial, devem ser levados em consideração os parâmetros físicos de cada camada que compõe o cabo e ainda características geométricas como dimensões das camadas, a forma e o número de condutores que constituem a armação.

Na figura 1.1 é apresentado um cabo OPGW desenvolvido pela empresa Prysmian Telecomunicações e sistemas do Brasil. Este cabo traz 24 fibras ópticas monomodos em seu núcleo, 14 fios metálicos em sua armação e raio total de 13 mm. Tal cabo é designado como no modelo: OPGW - x - y z FO, onde x é o tipo de fibra óptica (MM -multimodo, SM – monomodo ou DS – dispersão deslocada); y é o diâmetro externo e z o número de fibras ópticas, ou seja, para o exemplo da figura 1.1 tem-se o OPGW - SM - 13 24 FO [1].

Um cabo OPGW típico pode ser representado por seis diferentes camadas como se pode observar ainda analisando a figura 1.1 que mostra a estrutura física do cabo com os elementos constituintes, enumerados a partir da camada mais interna.



Figura 1.1 – Estrutura física de um cabo OPGW.

O núcleo do cabo OPGW é constituído por fibras ópticas revestidas em acrilato, posicionadas em tubos termoplásticos preenchidos com gel, material este não condutor que tem a função de proporcionar proteção contra a penetração de umidade que possa atingir as fibras ópticas. O número de fibras por grupo dependerá do acordo feito entre o comprador e o fabricante.

Os tubos termoplásticos encontram-se reunidos ao redor de um elemento central dielétrico que tem como função principal fornecer condições para a conformação geométrica do cabo. O elemento central por sua vez é protegido por um enfaixamento [1] destinado a proteção térmica das fibras.

Após as fitas de enfaixamento encontra-se um tubo de alumínio que protege o pacote de fibras ópticas. Este tubo é revestido pela armação do cabo. Os fios metálicos que constituem a armação podem ser do tipo aço aluminizado, alumínio liga ou aço galvanizado [7,8,9].

Em alguns tipos de cabos OPGW, a armação não é constituída por um único material e sim por fios de diferentes materiais alternados. Um exemplo disso é o OPGW - SM - 14,5 24 FO com armação formada alternadamente por sete cilindros de aço e sete de alumínio [7].

A armação do cabo pode ter diferentes números de fios condutores. Esta variação é importante para se obter diferentes graus de flexibilidade do cabo. Quanto maior o número de fios, maior será a flexibilidade, a qual depende da relação entre o diâmetro do fio e a seção total do condutor [10].

As partes metálicas do cabo devem fazer a proteção mecânica da sua unidade óptica de tal forma que as fibras não sofram uma queda de desempenho quando submetida a solicitações mecânicas e elétricas.

#### 1.2 – MODELOS GEOMÉTRICOS UTILIZADOS PARA O CABO OPGW

Foram criados três diferentes modelos geométricos representando a seção transversal de um cabo OPGW; são estes: O modelo de cabo real, o qual tem a armação formada por fios condutores como mostrado na figura 1.1, o modelo do cabo com camadas homogêneas, nome este dado como referência a armação que é considerada homogênea neste modelo, e o modelo do cabo modificado onde foram substituídos os fios da armação do cabo real por estruturas com formato próximo a trapézios.

Nestes modelos geométricos, em vez das seis camadas apresentadas no item 1.1, tem-se apenas três, já que as camadas 1, 2, 3 e 4 são consideradas como uma única camada e denominada agora simplesmente como núcleo dielétrico. As demais camadas são o tubo de alumínio e a armação de aço.

Nas seções seguintes deste capítulo, será feita a explanação das características e objetivos de cada modelo.

18

#### 1.2.1 – Modelo de cabo real

Este modelo é formado por três camadas concêntricas sendo duas camadas homogêneas (núcleo dielétrico e tubo de alumínio), e a camada mais externa formada por um conjunto de condutores cilíndricos como mostra a figura 1.2.

No núcleo do cabo considera-se um material dielétrico sem perdas. A camada intermediária é constituída de alumínio, material este normalmente utilizado como condutor elétrico no setor de transmissão e distribuição aérea de energia devido à sua menor massa e custo, e grande resistência à tração [10]. No caso da camada mais externa optou-se por utilizar 14 cilindros de aço.

A seção transversal para o modelo do cabo real com as considerações citadas acima, é mostrada a seguir na figura 1.2.



Figura 1.2 - Seção reta do modelo de cabo real.

Na figura acima está representado na camada 1 o núcleo dielétrico de raio r = a, na camada 2 o tubo de alumínio localizado em a < r < b e em 3 os cilindros de aço que constituem a armação. O raio total do cabo é representado por r = c.

Devido à complexidade dessa estrutura, esse modelo foi implementado apenas no *software* comercial que é baseado em um método numérico. Sua implementação através de um método analítico iria envolver um equacionamento de difícil solução.

#### 1.2.2 – Modelo de cabo com camadas homogêneas

Como foi dito na seção anterior, o modelo de cabo real é uma estrutura complexa pelo fato da última camada não ser homogênea e sim formada por diversos cilindros condutores.

Devido a isto foi criado um modelo aproximado da estrutura real nomeada aqui como modelo de cabo com camadas homogêneas. A partir deste foi possível desenvolver um método analítico.

Neste cabo idealizado, o conjunto de condutores que formam a armação do cabo real foi substituído por uma única seção homogênea. Na figura 1.3 está representado a geometria proposta para este modelo.



Figura 1.3 - Seção reta do modelo de cabo com camadas homogêneas.

As camadas 1,2 e 3 são respectivamente o núcleo dielétrico (r = a), camada de alumínio (a < r < b) e armação de aço (b < r < c).

#### 1.2.3 – Modelo de cabo modificado

O modelo modificado foi criado com o objetivo de se obter uma estrutura que apresentasse um melhor contato elétrico e térmico entre as partes condutoras do cabo. Para isto foi proposta uma nova geometria para os fios da armação, de tal forma que possibilitasse uma maior área de contato entre eles e entre a armação e o tubo de alumínio.

Isto implicaria na diminuição da densidade de corrente próximo a esses pontos de contato já que este modelo tem uma maior área para a corrente ser distribuída.

Diminuindo a concentração de corrente nestes pontos, consequentemente o aquecimento também será menor, o que equivale a menores riscos de danificação do cabo se comparado com o modelo real.

A figura 1.4 traz a seção transversal para um cabo criado a partir do modelo modificado onde agora se pode ver que em vez de círculos na camada da armação foram inseridas estruturas trapezoidais. Estas estruturas apresentam a distância b < r < c igual ao diâmetro dos cilindros no modelo de cabo real. Observando a figura abaixo se pode facilmente verificar o aumento nas áreas de contato comentadas anteriormente.



Figura 1.4 - Seção reta do modelo de cabo modificado.

Neste modelo foram inseridos pequenos espaçamentos entre os condutores da armação com o intuito de simular as imperfeições que não permitiriam uma perfeita aderência entre as paredes destas estruturas trapezoidais.

Na figura acima está representado em vermelho esta fina camada de ar de perímetro igual a 0,1 mm separando 14 estruturas trapezoidais.

A dimensão desta camada de separação é apenas um valor estimado já que este valor depende de vários fatores como a rugosidade do material, ou possíveis falhas que podem ocorrer no momento da construção do cabo.

#### MÉTODOS UTILIZADOS – ANALÍTICO E NUMÉRICO

Para a resolução de problemas físicos podem ser utilizados diferentes métodos analíticos e/ou não analíticos que compreendem os métodos gráficos, experimentais, analógicos e numéricos [11].

Através do método analítico é possível visualizar com maior facilidade a variação dos resultados em relação aos parâmetros do problema, porém o inconveniente deste é que na maioria das vezes só é possível resolver problemas idealizados já que a complexidade de equações que representem uma situação real faz com que sua utilização seja algumas vezes impraticável.

Dentre os métodos não analíticos, os métodos numéricos são os que dão solução a um maior número de problemas e tornarem-se bastante utilizados com os avanços tecnológicos ocorridos nos equipamentos computacionais [12].

Um dos métodos numéricos mais comuns hoje na solução de problemas eletromagnéticos é o método dos elementos finitos - MEF que apresenta soluções aproximadas, porém suficientemente precisas para a resolução de problemas eletromagnéticos [11].

Neste trabalho, foi utilizado os resultados obtidos por um método analítico a partir das equações de Maxwell [3-6], comparando com os resultados obtidos pelo *software* comercial FEMLAB que se baseia no MEF.

#### 2.1 – Método analítico para o modelo de cabo com camadas homogêneas

O método analítico foi desenvolvido utilizando um modelo com quatro camadas homogêneas (figura 2.1): dielétrico ( $\rho$  < a), alumínio (a <  $\rho$  < b), aço (b <  $\rho$  < c), e ar ( $\rho$  > c). Este modelo representa um guia de onda homogêneo.



Figura 2.1 – Seção reta de um guia de onda circular homogêneo.

Na camada 1 mostrada na figura acima tem-se um dielétrico sem perdas. As camadas 2 e 3 representam a parte condutora do cabo onde ambas têm condutividade finita. A camada 4 é a representação do meio externo ao cabo.

Utilizando as equações de Maxwell no domínio da freqüência e condições de contorno apropriadas a cada camada, serão obtidos os modos de propagação, que são tratados como um problema de autovalores.

Os modos eletromagnéticos analisados são os  $TM_{0n}^{z}$ , onde os campos eletromagnéticos não possuem variação com a coordenada  $\phi$ , ou seja,  $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ .

Partindo das equações de Maxwell obtém-se o seguinte conjunto de equações em coordenadas cilíndricas para os modos TM<sup>z</sup>

$$\frac{\partial E_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z}}{\partial \rho} = -j\omega\mu H_{\phi}, \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} = -j\omega\varepsilon E_{\rho}, \qquad (2.2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_{\phi})}{\partial \rho} = j\omega \epsilon E_z.$$
(2.3)

Onde  $E_{\rho} e E_{z}$  são as componentes de campo do vetor intensidade de campo elétrico  $\vec{E}(\varpi/m)$ ,  $H_{\phi}$  é a componente do vetor intensidade de campo magnético

 $\vec{H}$ (A/m),  $\varpi = 2\pi f$  é a freqüência angular, f é a freqüência em Hz e µ e  $\varepsilon$  são, respectivamente, a permeabilidade magnética e permissividade elétrica das camadas.

Considerando-se a variação em z dada por  $e^{-jk_z z}$ , as componentes dos campos podem ser escritas como a seguir

$$\mathsf{E}_{\rho}(\rho, z) = \mathsf{E}_{\rho}(\rho) \mathsf{e}^{-j\mathsf{k}_{z}z}, \qquad (2.4)$$

$$E_{z}(\rho, z) = E_{z}(\rho)e^{-jk_{z}z}$$
, (2.5)

$$\mathsf{H}_{\phi}(\rho, \mathbf{Z}) = \mathsf{H}_{\phi}(\rho) \mathbf{e}^{-j\mathbf{k}_{\mathbf{Z}}\mathbf{Z}} \,. \tag{2.6}$$

Usando as expressões (2.1)-(2.3), as seguintes equações são obtidas

$$-jk_{z}E_{\rho} - \frac{\partial E_{z}}{\partial \rho} = -j\omega\mu H_{\phi}, \qquad (2.7)$$

$$\mathsf{E}_{\rho} = \frac{\mathsf{k}_{z}}{\omega\varepsilon}\mathsf{H}_{\phi}\,,\tag{2.8}$$

$$\mathsf{E}_{z} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho \mathsf{H}_{\phi})}{\partial\rho}. \tag{2.9}$$

Substituindo (2.8) e (2.9) em (2.7) obtém-se a seguinte equação diferencial para a componente  $H_{\phi}$ 

$$\frac{d}{d\rho} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{d(\rho H_{\phi})}{d\rho} \right] + \lambda^2 H_{\phi} = 0, \qquad (2.10)$$

onde  $\lambda^2 = k^2 - k_z^2 = \omega^2 \mu \epsilon - k_z^2$ . Fazendo *x*= $\lambda \rho$ , esta equação resulta na equação de Bessel

$$\frac{d^{2}H_{\phi}}{dx^{2}} + \frac{1}{x}\frac{dH_{\phi}}{dx} + \left(1 - \frac{1}{x^{2}}\right)H_{\phi} = 0, \qquad (2.11)$$

A equação (2.11) é a equação de Bessel de ordem 1 e as possíveis soluções são  $J_1(x)$ ,  $Y_1(x)$ ,  $H_1^{(1)}(x) \in H_1^{(2)}(x)$ , as quais são respectivamente a função de Bessel de primeira ordem de primeira espécie, segunda espécie, modificada primeira espécie e modificada segunda espécie.

A solução geral dos campos  $H_{\phi}$  e  $E_z$  para as regiões 1 - 4 são sumarizadas na Tabela 2.1.

Campos (autovetores)	Autovalores e constante de propagação
$\begin{cases} H_{\phi 1} = C_1 J_1(\lambda_1 \rho) \\ E_{z1} = \frac{C_1 \lambda_1}{j \omega \epsilon_1} J_0(\lambda_1 \rho) \end{cases}$	$\lambda_1^2 = k_1^2 - k_z^2$ $k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}}$
$\begin{cases} H_{_{\phi2}} = C_2 J_1(\lambda_2 \rho) + C_3 Y_1(\lambda_2 \rho) \\ E_{_{Z2}} = \frac{\lambda_2}{j\omega\epsilon_2} [C_2 J_0(\lambda_2 \rho) + C_3 Y_0(\lambda_2 \rho)] \end{cases}$	$\lambda_2^2 = k_2^2 - k_z^2$ $k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \left(\epsilon_0 \epsilon_{r2} + \frac{\sigma_2}{j\omega}\right)}$
$\begin{cases} H_{_{\phi3}} = C_{_{4}}J_{_{1}}(\lambda_{_{3}}\rho) + C_{_{5}}Y_{_{1}}(\lambda_{_{3}}\rho) \\ E_{_{z3}} = \frac{\lambda_{_{3}}}{j\omega\epsilon_{_{3}}}[C_{_{4}}J_{_{0}}(\lambda_{_{3}}\rho) + C_{_{5}}Y_{_{0}}(\lambda_{_{3}}\rho)] \end{cases}$	$\begin{split} \lambda_3^2 &= k_3^2 - k_z^2 \\ k_3 &= \omega \sqrt{\mu_{r3} \mu_0 \epsilon_3} = \omega \sqrt{\mu_{r3} \mu_0 \left(\epsilon_0 \epsilon_{r3} + \frac{\sigma_3}{j\omega}\right)} \end{split}$
$\begin{cases} H_{_{\phi 4}} = C_{_{6}}H_{_{1}}^{(2)}(\lambda_{_{4}}\rho) \\ E_{_{z 4}} = \frac{C_{_{6}}\lambda_{_{4}}}{j\omega\epsilon_{_{4}}}H_{_{0}}^{(2)}(\lambda_{_{4}}\rho) \end{cases}$	$\begin{split} \lambda_4^2 &= k_4^2 - k_z^2 \\ k_4 &= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_1} \end{split}$

Tabela 2.1 - Solução geral dos campos eletromagnéticos  $H_{\phi}$  e  $E_z$  para as regiões 1 - 4. Os índices de cada termo se referem a camada correspondente.

Usando as soluções gerais apresentadas na tabela 2.1 e aplicando a condição de contorno de continuidade nos campos  $E_z e H_{\phi}$  nas superfícies  $\rho = a$ , b e c, as seguintes equações são obtidas:

$$C_1 J_1(\lambda_1 a) = C_2 J_1(\lambda_2 a) + C_3 Y_1(\lambda_2 a),$$
 (2.12)

$$C_{2}J_{1}(\lambda_{2}b) + C_{3}Y_{1}(\lambda_{2}b) = C_{4}J_{1}(\lambda_{3}b) + C_{5}Y_{1}(\lambda_{3}b), \qquad (2.13)$$

$$C_4 J_1(\lambda_3 c) + C_5 Y_1(\lambda_3 c) = C_6 H_1^{(2)}(\lambda_4 c),$$
 (2.14)

$$\frac{C_1\lambda_1}{j\omega\varepsilon_1}J_0(\lambda_1 a) = \frac{\lambda_2}{j\omega\varepsilon_2}[C_2J_0(\lambda_2 a) + C_3Y_0(\lambda_2 a)], \qquad (2.15)$$

$$\frac{\lambda_2}{j\omega\varepsilon_2} [C_2 J_0(\lambda_2 b) + C_3 Y_0(\lambda_2 b)] = \frac{\lambda_3}{j\omega\varepsilon_3} [C_4 J_0(\lambda_3 b) + C_5 Y_0(\lambda_3 b)], \quad (2.16)$$

$$\frac{\lambda_3}{j\omega\varepsilon_3} [C_4 J_0(\lambda_3 c) + C_5 Y_0(\lambda_3 c)] = \frac{C_6 \lambda_4}{j\omega\varepsilon_4} H_0^{(2)}(\lambda_4 c).$$
(2.17)

Para facilitar o desenvolvimento, são definidas as seguintes variáveis

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{1} &= J_{1}(\lambda_{1}\mathbf{a}), \ \mathbf{x}_{2} = J_{1}(\lambda_{2}\mathbf{a}), \ \mathbf{x}_{3} = \mathbf{Y}_{1}(\lambda_{2}\mathbf{a}), \ \mathbf{x}_{4} = J_{1}(\lambda_{2}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{5} = \mathbf{Y}_{1}(\lambda_{2}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{6} = J_{1}(\lambda_{3}\mathbf{b}), \\ \mathbf{x}_{7} &= \mathbf{Y}_{1}(\lambda_{3}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{8} = J_{1}(\lambda_{3}\mathbf{c}), \ \mathbf{x}_{9} = \mathbf{Y}_{1}(\lambda_{3}\mathbf{c}), \ \mathbf{x}_{10} = \mathbf{H}_{1}^{(2)}(\lambda_{4}\mathbf{c}), \ \mathbf{x}_{11} = \frac{\lambda_{1}}{j\omega\epsilon_{1}} J_{0}(\lambda_{1}\mathbf{a}), \\ \mathbf{x}_{12} &= \frac{\lambda_{2}}{j\omega\epsilon_{2}} J_{0}(\lambda_{2}\mathbf{a}), \ \mathbf{x}_{13} = \frac{\lambda_{2}}{j\omega\epsilon_{2}} \mathbf{Y}_{0}(\lambda_{2}\mathbf{a}), \ \mathbf{x}_{14} = \frac{\lambda_{2}}{j\omega\epsilon_{2}} J_{0}(\lambda_{2}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{15} = \frac{\lambda_{2}}{j\omega\epsilon_{2}} \mathbf{Y}_{0}(\lambda_{2}\mathbf{b}), \\ \mathbf{x}_{16} &= \frac{\lambda_{3}}{j\omega\epsilon_{3}} J_{0}(\lambda_{3}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{17} = \frac{\lambda_{3}}{j\omega\epsilon_{3}} \mathbf{Y}_{0}(\lambda_{3}\mathbf{b}), \ \mathbf{x}_{18} = \frac{\lambda_{3}}{j\omega\epsilon_{3}} J_{0}(\lambda_{3}\mathbf{c}), \ \mathbf{x}_{19} = \frac{\lambda_{3}}{j\omega\epsilon_{3}} \mathbf{Y}_{0}(\lambda_{3}\mathbf{c}), \\ \mathbf{x}_{20} &= \frac{\lambda_{4}}{j\omega\epsilon_{4}} \mathbf{H}_{0}^{(2)}(\lambda_{4}\mathbf{c}). \end{aligned}$$

$$(2.18)$$

Assim, o sistema definido por (2.12)-(2.17) é dado por:

$$\begin{bmatrix} x_{1} & -x_{2} & -x_{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{4} & x_{5} & -x_{6} & -x_{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{8} & x_{9} & -x_{10} \\ x_{11} & -x_{12} & -x_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{14} & x_{15} & -x_{16} & -x_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{18} & x_{19} & -x_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1} \\ C_{2} \\ C_{3} \\ C_{4} \\ C_{5} \\ C_{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$(2.19)$$

 $C_1$ - $C_6$  podem ser expressas todas em função de apenas uma constante. Realizando sucessivas substituições com as equações do sistema (2.19), obtêmse as seguintes relações entre os coeficientes  $C_2$ - $C_6$  em função de  $C_1$ :

$$C_{2} = C_{1} \frac{(x_{1}x_{13} - x_{3}x_{11})}{x_{2}x_{13} - x_{12}x_{3}},$$
 (2.20)

$$C_{3} = C_{1} \frac{(X_{2}X_{11} - X_{1}X_{12})}{X_{2}X_{13} - X_{12}X_{3}},$$
 (2.21)

$$C_{4} = \frac{d_{1}x_{17} - d_{2}x_{17}}{x_{6}x_{17} - x_{16}x_{7}},$$
(2.22)

onde  $d_1 = C_2 x_4 - C_3 x_5 e d_2 = C_2 x_{14} - C_3 x_{15}$ 

$$C_{5} = \frac{d_{2}x_{6} - d_{1}x_{16}}{x_{6}x_{17} - x_{16}x_{7}},$$
(2.23)

$$C_{6} = \frac{C_{4} X_{8} - C_{5} X_{9}}{X_{10}}.$$
 (2.24)

O sistema (2.19) só possui solução diferente de zero se o determinante de [x] for nulo:

A solução de (2.25) fornece os autovalores  $\lambda$ s quando os parâmetros elétrico e geométrico do guia e a freqüência de operação são dados.

28

Existem quatro autovalores conforme mostrado na Tabela 2.1, mas é suficiente o cálculo de apenas um, pois os outros três restantes podem ser calculados a partir deste. Por exemplo, os autovalores  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  e  $\lambda_4$  podem ser expressos em função de  $\lambda_1$ :

$$\lambda_{2}^{2} = \lambda_{1}^{2} + \omega^{2} \mu_{0} (\varepsilon_{2} - \varepsilon_{1}), \qquad (2.26)$$

$$\lambda_{3}^{2} = \lambda_{1}^{2} + \omega^{2} \mu_{0} (\varepsilon_{3} - \varepsilon_{1}), \qquad (2.27)$$

$$\lambda_4^2 = \lambda_1^2 + \omega^2 \mu_0 (\varepsilon_4 - \varepsilon_1). \tag{2.28}$$

As seguintes normalizações de (2.27)-(2.29) foram feitas para a solução de (2.26):

$$\lambda_1 \mathbf{a} = \xi \,, \tag{2.29}$$

$$\lambda_2 \mathbf{a} = \sqrt{\xi^2 + (\mathbf{k}_0 \mathbf{a})^2 (\varepsilon_{R2} - \varepsilon_{r1})},$$
 (2.30)

$$\lambda_2 \mathbf{b} = \left(\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right) \sqrt{\xi^2 + (\mathbf{k}_0 \mathbf{a})^2 (\varepsilon_{R2} - \varepsilon_{r1})}, \qquad (2.31)$$

$$\lambda_{3} \mathbf{b} = \left(\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right) \sqrt{\xi^{2} + (\mathbf{k}_{0} \mathbf{a})^{2} (\varepsilon_{R3} - \varepsilon_{r1})}, \qquad (2.32)$$

$$\lambda_{3} \mathbf{c} = \left(\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a}}\right) \sqrt{\xi^{2} + (\mathbf{k}_{0} \mathbf{a})^{2} (\varepsilon_{R3} - \varepsilon_{r1})}, \qquad (2.33)$$

$$\lambda_4 \mathbf{c} = \left(\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a}}\right) \sqrt{\xi^2 + (\mathbf{k}_0 \mathbf{a})^2 (\varepsilon_{R4} - \varepsilon_{r1})}, \qquad (2.34)$$

onde 
$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$
,  $\epsilon_{R2} = \epsilon_{r2} + \frac{\sigma_2}{j\omega \epsilon_0}$ ,  $\epsilon_{R3} = \epsilon_{r3} + \frac{\sigma_3}{j\omega \epsilon_0}$  e  $\epsilon_{R4}$ =1. Substituindo (2.29)-

(34) em (2.18), a equação (2.26) será função apenas de  $\xi$ .

Como os elementos da matriz [*x*] são números complexos,  $\xi$  será considerado complexo com parte real  $\xi_r$  e parte imaginária  $\xi_i$ .

Desta forma (25) torna-se o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} F_{1}(\xi_{r},\xi_{i}) = \text{Re}(\text{det}[x]) = 0\\ F_{2}(\xi_{r},\xi_{i}) = \text{Im}(\text{det}[x]) = 0 \end{cases}$$
(2.35)

As soluções de (2.36) são os pontos onde as curvas  $F_1$  e  $F_2$  se cruzam. Para resolver este sistema foi desenvolvido um programa no software Matlab. Através deste é possível calcular os autovalores dos modos  $TM^z$ , os campos eletromagnéticos e a distribuição da densidade de corrente. Os dados de entrada deste programa computacional são os parâmetros eletromagnéticos e geométricos do guia de onda e a freqüência de operação.

#### 2.2 – Método numérico – FEMLAB MULTIPHYSICS (TM)

Dois métodos numéricos são amplamente utilizados em problemas de eletromagnetismo envolvendo equações diferencias parciais, e são estes o método das diferenças finitas e o método dos elementos finitos.

Entre eles, o que nos dá melhores resultados para problemas com geometria complexa é o método dos elementos finitos – MEF [12,14,15] por razões que serão comentadas no item a seguir.

Devido ao presente estudo realizar pesquisa em estruturas com geometrias complexas, como é o caso do modelo de cabo real e modelo modificado, foi escolhido o *software* FEMLAB MULTIPHYSICS que se baseia no MEF e se mostrou compatível às necessidades deste trabalho.

Foram realizadas simulações primeiramente para o modelo de cabo com camadas homogêneas, o do cabo real e o do cabo modificado utilizando o software FEMLAB MULTIPHYSICS <sup>(TM)</sup> versão 3.2.

As configurações de *hardware* foram as seguintes: PC Pentium, memória RAM de 4 GB/3 GHz, sistema operacional Windows XP.

Serão apresentados na próxima seção, aspectos gerais sobre método dos elementos finitos para que se tenha melhor entendimento do funcionamento do FEMLAB.

#### 2.2.1 – Método dos Elementos Finitos - MEF

O Método dos Elementos Finitos - MEF teve sua origem nos anos 40, porém sua popularização ocorreu nas últimas duas ou três décadas graças aos avanços tecnológicos ocorridos nos equipamentos computacionais [14].

Este método matemático consiste na discretização da região de interesse por um número finito de pequenos elementos geométricos que mantém as mesmas propriedades do meio original. Tais elementos formam uma malha conectada por nós e são descritos por equações diferenciais [12,14,15].

De uma forma geral, o processo de discretização de um meio pode-se ser realizado a partir de malha uniforme ou malha adaptativa.

A malha uniforme é uma grade retangular com nós de intersecção de linhas retas ortogonais como mostrado na figura 2.2 (a). Este tipo de malha não é adequado para interfaces e condições de contorno curvas, por causa de suas linhas de grade que interceptam obliquamente em outros pontos que não são os nós. Além disso, a grade regular não é adequada para problemas com muitas variações íngremes de campos [1].

No método dos elementos finitos, a malha utilizada é a adaptativa apresentada na figura 2.2 (b). Nesta os elementos podem ter várias formas, como triângulos e retângulos, permitindo o uso de grades irregulares.

Uma malha adaptativa é, portanto, uma malha que se adapta às condições requeridas pelo problema em questão [17], podendo refinar-se, ou seja, aumentar o número de elementos da discretização em certos pontos que apresentem grandes variações de campo.

Através do aumento do número de elementos da discretização é possível aumentar a exatidão das soluções obtidas. Por exemplo, em pontos onde há mudanças bruscas da geometria, o MEF utilizará um maior número de elementos diminuindo consideravelmente o erro que haveria com as malhas uniformes.

Conseqüentemente o MEF é adequado para problemas não homogêneos e anisotrópicos.

A Figura 2.2 mostra os dois tipos de malhas [12] mencionadas acima.



Figura 2.2 – Exemplos de discretização utilizando (a) malha uniforme e (b) e malha adaptativa.

No MEF é feita uma aproximação discreta de um problema contínuo, ou seja, um número finito de incógnitas para a resolução de um problema com um número infinito de incógnitas.

#### 2.2.2 – Características gerais do FEMLAB Multiphysics (TM)

Nos dias de hoje, há grande solicitação por parte das empresas para que sejam obtidos resultados através de simulações computacionais, das inovações ou melhorias em dispositivos.

Este trabalho computacional desempenha papel de grande importância já que a partir do resultado apresentado, será realizado a construção real do dispositivo o qual apresenta elevado custo de implementação.

Para isto foi escolhido o *software* comercial FEMLAB que é especializado em vários campos da engenharia. Através deste é possível fazer a modelagem e simulação em sistemas mecânicos, escoamento de fluidos, sistemas térmicos, ópticos, acústicos e eletromagnéticos [15,16].

O FEMLAB contém ferramentas CAD (*computer aided design* ou projeto assistido por computador), para cada área de atuação que são chamadas de módulos.

Espaços uni, bi ou tridimensional são permitidos e este implementa sistemas mesmo com geometrias complexas [17].

A discretização da estrutura e a escolha das condições de contorno podem ser feitas de forma automática ou manual.

Os resultados obtidos neste software podem ser convertidos para linguagem de programação em MATLAB ou salvos em formato ASC (American Standard Code), para ser utilizado em outro software.

Os modelos geométricos deste trabalho criados em FEMLAB passaram pelas seguintes etapas:

- Descrição geométrica da região de interesse;
- Definição dos parâmetros físicos da estrutura e condições de contorno que regem o problema;
- Geração de uma malha de elementos (discretização);
- E pós-processamento de resultados para visualização.

#### 2.2.3 – Parâmetros e construção do modelo geométrico

Ao se iniciar a utilização do *software,* é necessário definir no FEMLAB o tipo de problema que será trabalhado, para que seja escolhido o módulo correto.

Neste caso foi considerado o módulo *Electromagnetics / AC Power Electromagnetics*, este módulo é descrito na tela inicial do FEMLAB como uma análise quase-estática de materiais condutores, magnéticos e dielétricos que apresentam fluxo de corrente perpendicular ao plano com uma análise harmônica no tempo.

Usando o modo *AC Power Electromagnetics* a equação resolvida pelo FEMLAB é uma equação de Helmholtz para a amplitude do potencial magnético [16] mostrada a seguir:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu}\nabla \vec{A}_{z}\right) + \vec{k}^{2}\vec{A}_{z} = 0.$$
 (2.36)

33

Onde  $\vec{A}_z$  é o potencial magnético no eixo z e  $\vec{k}$  o vetor onda dado por  $\vec{k} = \sqrt{j\varpi\sigma - \varpi^2 \epsilon}$ , com a aproximação  $\vec{k} = \sqrt{j\varpi\sigma}$  para bons condutores.

Em FEMLAB as condições de Neumann no campo A<sub>z</sub> são implementadas especificando uma corrente de superfície igual ao campo magnético tangencial ao contorno com sinal negativo [16].

Esta corrente não é fisicamente real, porém aplicando esta condição ao contorno entre a última camada do cabo e meio externo, garante-se que não existe campo magnético fora do domínio do cabo. Portanto diferente do modelo analítico, aqui o meio externo ao cabo não é considerado.

Para a simetria do problema a densidade de corrente virtual é dada por:

$$\vec{J}_{s} = -\frac{I_{0}}{2\pi R}$$
(2.37)

Onde  $\vec{J}_s$  é a densidade de corrente superficial "virtual",  $I_0$  é a corrente total através do cabo e R é o raio do cabo.

Como será trabalhado unicamente com a seção transversal do cabo, foi escolhido uma estrutura tipo 2D.

A figura a seguir mostra a tela inicial do FEMLAB com os itens escolhidos mencionados acima

## 随 Model Navigator

pace dimension:	2D	
Application Modes COMSOL Multiph COMSOL Multiph Convection Convection Conduct Electromagn Conduct Electros Magnet Conduct Cond	iysics and Diffusion netics tive Media DC statics ostatics er Electromagnetics ics	Electromagnetics
Heat Transf     Finite Construction     Heat Transf     Structural M     Finite Construction     Chemical Engine     Earth Science M     Dependent variables:	er lechanics ering Module odule Az	Quasi-statics of conducting, magnetic, and dielectric materials with electric currents flowing perpendicular to the plane. Time-harmonic analysis.
pplication mode name: lement:	ga Lagrange - Quadratic	Multiphysics

Figura 2.3 – Tela inicial do FEMLAB.

Antes de iniciar a construção da estrutura deve-se inserir, caso necessário, as constantes a serem utilizadas com seus devidos valores.

Como mostra a figura a seguir, as constantes declaradas foram as condutividades para o dielétrico (SigQ) considerado no caso o quartzo, condutividade do alumínio (SigAI), condutividade do aço (SlgAc) e a corrente total que atravessa o cabo ( $I_0$ ).
Name	Expression	Value	Description	
sigQ	0	0	1	
sigAl	3.96e7	3.96e7	8	-
sigAc	0.2e7	2e6		
Io	1000	1000		

Figura 2.4 – Tela do FEMLAB para inserir as constantes (options/constants)

Após a declaração das constantes inicia-se a construção geométrica da estrutura que irá representar a seção transversal do cabo.

O FEMLAB tem uma interface gráfica de fácil manuseio e apresenta algumas opções de ferramentas CAD para a construção de objetos. Uma das formas mais simples é utilizar o ícone Draw/objects, a partir deste são inseridas as formas geométricas ou uma combinação de formas, que resultem na geometria que se busca, esta combinação é feita utilizando teoria de conjunto.

A seguir é mostrada como exemplo, a geometria para modelo modificado.



Figura 2.5 – Combinação de formas geométricas representando a seção transversal de um cabo (modelo modificado).

Finalizado o processo de construção geométrica, podem ser inseridos os parâmetros físicos que dizem respeito ao modelo através do ícone Physics onde serão descritos as características de cada subdomínio (Physics /subdomain settings) e condições de contorno (Physics /boundary settings).

O subdomínio é como é chamada cada seção geométrica que forma a estrutura total, no caso, por exemplo, do modelo real, este apresenta 16 subdomínios que são os 14 condutores da armação mais a camada de alumínio e a dielétrica. Para o modelo modificado há 17 subdomínios formados por 14 condutores da armação, camada de alumínio, núcleo dielétrico e as camadas de separação dos condutores da armação que foram criadas como um único subdomínio.

Para cada subdomínio foram declarados manualmente os parâmetros elétricos e magnéticos como mostrado a seguir na figura 2.6.

Subdomain Settings - AC Power Electromagnetics (qa) X   Equation (j\overline{magnetics}, \overline{magnetics}, \overlics}, \overline{magnetics}, \overline{magnetics}, \ov						
Subdomains Groups	Magnetic Parameters	Electric Parameters Init Element Color				
Subdomain selection	Subdomain selection Magnetic material properties and velocity					
	Library material:	Load				
3	ion					
4	<b>Θ B</b> = μ <sub>0</sub> μ <sub>r</sub> <b>H</b>	$\bigcirc \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \qquad \bigcirc \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} + \mathbf{B}_r$				
6	Quantity	Value/Expression Description				
7	⊙ μ <sub>r</sub> (isotropic)	1000 Relative permeability				
9	$\bigcirc \mu_r$ (anisotropic)	1001 Relative permeability				
	м	0 0 Magnetization				
Group:	B <sub>r</sub>	0 0 Remanent flux density				
Select by group	v	0 0 Velocity				
Active in this domain						
OK Cancel Apply Help						

Figura 2.6 – Parâmetros elétricos e magnéticos para os subdomínios.

Em todos os modelos foram assumidos os seguintes valores para cada camada:

- Dielétrico (camada 1) : permeabilidade relativa  $\mu_r = 1$ ; permissividade relativa  $\epsilon_r = 3.8$ ; condutividade  $\sigma = 0$  S/m
- Alumínio (camada 2) : permeabilidade relativa  $\mu_r = 1$ ; permissividade relativa  $\epsilon_r = 1$ ; condutividade  $\sigma = 3.96 * 10^7$  S/m
- Aço (camada 3): permeabilidade relativa  $\mu_r = 1000$ ,  $\mu_r = 500$  ou  $\mu_r = 280$ ; permissividade relativa  $\epsilon_r = 1$ ; condutividade  $\sigma = 0.2 * 10^7$  S/m

Da mesma forma que ocorrido na declaração dos subdomínios, nem sempre as opções existentes para as condições de contorno se adequavam ao

problema, portanto foram colocadas manualmente respeitando a forma de linguagem a ser entendida pelo *software*.

As condições de contorno utilizadas para o modelo de cabo com camadas homogêneas estão apresentadas na figura 2.7



Figura 2.7 – Condições de contorno do modelo de cabo com camada homogênea. Os contornos entre (a) a camada dielétrica e alumínio e alumínio e aço e entre (b) aço e o meio externo estão representadas em linhas vermelhas.

Em ambos foi admitido condição de contorno de continuidade, ou seja,  $\overline{n} X (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0$  onde  $\overline{n}$  é um vetor normal a seção do cabo e  $\vec{H}_1 - \vec{H}_2$  a diferença entre os campos magnéticos existentes no contorno.

A figura 2.7 (b) representa o contorno entre a 3° camada e a parte externa ao cabo (aço e ar, respectivamente). Neste se considera corrente de superfície, ou seja,  $\vec{J}_s = -\frac{I_0}{2\pi R}$ , sendo I<sub>0</sub> a corrente inserida no início da modelagem e R o raio total do cabo.

Ao se escolher a condição de contorno, O FEMLAB informa a equação referente a esta, como mostrado na figura 2.8

Boundary Setting	s - AC Power	Electromagn	ietics (qa) 🛛 🔀
Equation			
$-\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{sz}$			
Boundaries Groups	Conditions Color/Style		
Boundary selection	Boundary sources an	d constraints	
	Boundary condition:	Surface current	- I
3	Quantity	Value/Expression	Description
4	H <sub>0</sub>	0 0	Magnetic field
5	J <sub>sz</sub>	-I0/(2*pi*0.007)	Surface current density
7	A <sub>0z</sub>	0	Magnetic potential
Group:			
Select by group			
✓ Interior boundaries			
			/
	0	K Cancel	Apply Help

Figura 2.8 – Tela para inserir as condições de contorno.

As condições de contorno utilizadas para o modelo de cabo real estão mostradas na figura a seguir





Figura 2.9 - Condições de contorno para o modelo do cabo real - (a) continuidade (b) isolação elétrica, (c) corrente de superfície.

A figura 2.9 (a) representa a interface entre o núcleo dielétrico e a camada de alumínio, os pontos de contato entre alumínio e a armação do cabo e entre os condutores da armação. Nestes foi declarado continuidade como condição de contorno.

Nas regiões apresentadas na figura 2.9 (b), foi considerado isolação elétrica  $(\overline{n} X (\vec{H}) = 0)$  como condição de contorno e em (c) corrente de superfície (J<sub>s</sub> = -

$$\frac{I_0}{2\pi R}$$
).

Finalmente as condições de contorno utilizadas para o modelo de cabo modificado foram as seguintes: corrente de superfície entre os contatos dos condutores da armação e entre a armação e o meio externo e continuidade nos demais contornos. Tais condições estão demonstradas a seguir.



Figura 2.10 – Condição de contorno modelo de cabo modificado - (a) continuidade (b) corrente de superfície.

Definido os domínios e condições de contorno, o próximo passo será escolher os parâmetros para a discretização da estrutura. Esta é uma etapa de grande importância já que a exatidão das soluções do MEF depende de como o domínio foi dividido [18], portanto deve-se escolher um nível de discretização que representem erros aceitáveis.

A seguir são mostrados detalhes da discretização nos modelos de cabo real e modificado



Figura 2.11 – Detalhes de discretização para o (a) modelo de cabo real e (b) modificado.

O nível de discretização utilizado apresenta 45.074 elementos para o modelo de cabo real, 42.444 elementos para o modelo modificado e 13.792 para o de camadas homogêneas.

É possível observar que como a malha é adaptativa, o modelo de camada homogênea tem um menor número de elementos devido sua estrutura ser mais simples, ou seja, apresenta menor número de contornos já que é formada por apenas três subdomínios enquanto os demais modelos por 16 subdomínios para o modelo real e 17 para o modificado.

O modelo modificado tem geometria com variações menos bruscas do que o real, consequentemente o número de elementos de sua malha também será menor.

Foi utilizada a função automática de malhagem do programa, no entanto caso houvesse necessidade seria possível aumentar a discretização em pontos específicos ou na estrutura como um todo de forma manual.

O nível de discretização está diretamente relacionado com o tempo de simulação, por exemplo, dividindo o meio em 3448 elementos no modelo homogêneo, o tempo de simulação foi de 0.969 s para as características do computador anteriormente mencionadas, já com o valor considerado (13792 elementos) foi requerido 3.812 s. Não foi possível, no entanto utilizar um nível de discretização menor do que o escolhido, pois neste caso o erro apresentado para freqüências na ordem de kHz já seria grande.

Escolhido um bom nível de discretização pode-se finalmente realizar a última etapa, ou seja, o processamento e visualização dos resultados.

Para cada módulo do FEMLAB, são apresentadas opções para simulação como densidade de corrente  $(\vec{J}_z)$ , Intensidade de campo elétrico  $(\vec{E})$ , Intensidade de campo magnético  $(\vec{H})$  entre outros no módulo eletromagnético. Pode-se ainda inserir a equação com a descrição do que se quer simular caso não apareça diretamente nas opções.

Possíveis erros no momento de visualização dos resultados podem estar associados não só a má qualidade da malha, mas também a escolhas equivocadas das condições de contorno.

43

### INFLUÊNCIA DO EFEITO PELICULAR E DO EFEITO DE PROXIMIDADE NA DISTRIBUIÇÃO DA DENSIDADE DE CORRENTE

Ao se analisar a seção reta de um condutor, é possível observar que a distribuição da densidade de corrente contínua ( $I_{cc}$ ) apresenta característica uniforme. O mesmo não ocorre se o condutor estiver sendo percorrido por corrente alternada ( $I_{ca}$ ) devido a alguns efeitos físicos como o efeito pelicular e o efeito de proximidade que fazem com que a distribuição da densidade de corrente se torne não homogênea.

### 3.1 – Efeito Pelicular (Skin effect)

Durante o fluxo de uma corrente alternada, elétrons tendem a passar mais pela superfície do condutor e menos no centro [19,20]. A mudança na amplitude e direção da corrente induz um campo magnético que faz com que os elétrons tendam à periferia deste condutor [21,22].

Este efeito conhecido como efeito pelicular ou efeito *Skin* (Skin *effect*) tem esta denominação já que os campos e correntes associadas a estes, são confinados em uma fina camada da superfície condutora à medida que se aumenta a freqüência ou o tamanho do condutor [11].

Por causa desse comportamento, a resistência aparente do condutor será maior uma vez que há um espaço físico menor para a circulação da corrente [18], portanto no centro do condutor só passará uma corrente considerável se esta for contínua ou o diâmetro do condutor for pequeno o suficiente [22].

É importante que se tenha grande intimidade com o comportamento do efeito pelicular já que este comumente surge em problemas de engenharia como blindagem eletromagnética, atenuação de ondas guiadas, utilização de guias-deonda nos radares em vez de cabos [11], entre outros.

A partir do conceito de efeito pelicular se consegue, por exemplo, manter a eficiência requerida pro um projeto com um custo sensivelmente menor já que é possível utilizar o material de custo mais elevado apenas como uma película

depositada sobre outro material de menor custo, sem comprometer a qualidade do dispositivo como um todo se neste os campos estejam confinados em uma espessura menor ou igual a espessura desta película.

O efeito Pelicular, portanto é responsável por uma distribuição irregular da densidade de corrente no material condutor, provocando aquecimento também de forma irregular, já que haverá uma maior geração de calor nos pontos onde houver uma maior densidade de corrente.

A intensidade deste acúmulo de corrente irá reger a proporção do dano na estrutura que no caso do cabo OPGW pode ir desde a ruptura da camada externa o que compromete a sustentação mecânica, até danos mais extensos, atingindo a fibra ótica e, assim, comprometendo a transmissão de dados [2].

O aquecimento devido a concentração de corrente se deve as perdas causadas pela resistência AC do condutor, esta resistência faz com que a energia elétrica seja convertida em energia térmica, conhecido como efeito Joule, geralmente denotado por  $W_c$  (em joules) [22] dado pela equação a seguir

$$W_{c} = I^{2} R$$
 (3.1)

onde I é a corrente no condutor e R é a resistência ac do condutor

Pela teoria de circuitos elétricos sabe-se que  $R = \frac{P}{I^2}$ , onde P é a potência dissipada por metro do cabo [16] dada por

$$P = \int \vec{E} \cdot \vec{J} dv$$
 (3.2)

logo a densidade de potência denominada  $W_p$ será

$$W_{p} = \frac{dP}{dv} = \vec{E} \cdot \vec{J} = \sigma \left| \vec{E} \right|^{2}$$
(3.3)

onde  $\vec{E}$  é a Intensidade de campo elétrico,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente elétrica e  $\sigma$  a condutividade.

O deslocamento da corrente para a periferia do condutor implica numa diminuição de sua área efetiva. Para um fio de raio R, por exemplo, em altas freqüências é possível assumir que toda corrente flui em uma anel película de espessura  $\delta_s$ [11] como mostrado na figura 3.1.

Esta espessura  $\delta_s$  é chamada de profundidade de penetração pelicular, e mede o amortecimento exponencial da onda conforme ela se propaga pelo condutor [11]. Essa é a profundidade abaixo da superfície do condutor por onde circula uma corrente 0.37 vezes o valor da corrente na superfície.



Figura 3.1 – Profundidade de penetração -  $\delta_s$ .

Para bons condutores a profundidade de penetração  $\delta_{\rm s}$  pode ser dada por

$$\delta_{\rm s} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \,. \tag{3.4}$$

Onde f é a freqüência em Hz e  $\mu$  e  $\sigma$  são respectivamente, a permeabilidade magnética e condutividade da camada condutora.

A seguir são apresentadas duas tabelas com os valores de profundidade de penetração para alumínio e aço que são os materiais condutores utilizados neste trabalho. A tabela 3.1 mostra valores para quatro diferentes freqüências considerando permeabilidade relativa do aço igual a  $\mu_r$  = 1000 [23].

Freqüé	ência (Hz)	50	100	500	1000
	Alumínio	4.0095e-7	2.8352e-7	1.2679e-7	8.9656e-8
$\delta_{\text{s}}(\text{m})$	Aço	1.7841e-6	1.2616e-6	5.6419e-7	3.9894e-7

Tabela 3.1 - Profundidade de penetração para alumínio e aço em diferentes freqüências.

A tabela 3.2 apresenta valores de  $\delta_s$  para três diferentes  $\mu_r$  de aço com valor máximo de  $\mu_r$  = 1000 e mínimo igual a  $\mu_r$  = 280 [24] na freqüência de f = 50 Hz.

μ <sub>r</sub> Aço	µ <sub>r</sub> Aço 280		1000	
δ <sub>s</sub> Aço (m)	3.3717e-6	2.5231e-6	1.7841e-6	

Tabela 3.2 - Profundidade de penetração do aço para diferentes  $\mu_r$ .

### 3.2 – Efeito de proximidade

Além do efeito pelicular, outro conhecido como efeito de proximidade pode influenciar na forma da distribuição da densidade de corrente. Este ocorre quando dois condutores carregados por correntes alternadas estão em paralelo e próximo um do outro [21].

Esta corrente alternada tende a se concentrar mais em um dos lados dos condutores por causa da diferença da densidade de fluxo magnético. Como resultado, haverá um aumento na resistência AC dos condutores [23].

Quanto mais próximos os condutores estiverem, maior a resistência; logo, o efeito de proximidade também contribui para aumentar as perdas no condutor, devido ao efeito Joule.

Se ao colocar dois condutores próximos estes são percorridos por correntes de mesma intensidade, porém em direções opostas, apresentará um aumento na densidade da corrente na vizinhança dos condutores [25].

Para correntes de mesma intensidade e mesma direção a densidade de corrente será mínima nas áreas onde os condutores estão mais próximos, e máximos no ponto geometricamente oposto.

Na figura 3.2 temos um exemplo de dois condutores em paralelo sob ação conjunta do efeito pelicular e do efeito de proximidade com correntes de mesma amplitude e igual e diferente direção respectivamente [25].



Figura 3.2 – (a) Condutores próximos com correntes de mesma amplitude e mesma direção, (b) Condutores próximos com correntes de mesma amplitude e direções opostas [25].

### **RESULTADOS NUMÉRICOS**

Neste capítulo serão expostos os resultados numéricos obtidos pelo programa desenvolvido em MATLAB a partir do método analítico e pelo *software* FEMLAB. A seguir temos gráficos com as comparações das densidades de correntes:

- Entre os métodos envolvidos;
- Entre os diferentes modelos;
- E para um mesmo modelo com diferentes valores de permeabilidade relativa da armação do cabo.

Mostra-se ainda a seção transversal do cabo, onde distribuição da densidade de corrente é analisada a partir de uma escala de cores do FEMLAB que representam os valores de máximos e mínimos para cada camada do cabo OPGW.

Após a análise da distribuição de densidade de corrente, foram traçados gráficos da densidade de potência de perda obtidos em FEMLAB, para isto foram consideradas duas diferentes freqüências e para os três modelos.

Através das simulações foi possível analisar o efeito pelicular, efeito de proximidade e profundidade pelicular do cabo e suas perdas de potência.

Para todas as simulações foi aplicada uma corrente alternada com valor de pico igual a  $I_T = 1$  kA e freqüências variando na faixa de 50 Hz à 1 kHz. A distribuição de corrente será representada sempre por valor normalizado dado por  $\vec{J}_z$  normalizado=  $\vec{J}_z$ / máximo  $\vec{J}_z$ .

### 4.1 – Comparação entre os resultados do método analítico e FEMLAB

Nas três primeiras figuras deste capítulo foram plotadas as densidades de corrente para o modelo de cabo com camadas homogêneas comparando os resultados em MATLAB e FEMLAB com o objetivo de validar o modelo analítico e

ao mesmo tempo se familiarizar com o software FEMLAB e confirmar a eficácia dos modelos criados neste.

Nesta seção são considerados os parâmetros geométricos de três diferentes cabos OPGW, SM -12,4 36FO, SM -13,4 06FO e SM -14,4 36FO.

Estes parâmetros estão apresentados na tabela 4.1.

	Raio (mm)		
CABOS OPGW	а	b	С
SM -12,4 36FO	2.45	3.55	6.22
SM -13,4 06FO	2	3.6	6.69
SM -14,4 36FO	2.8	4.1	7.19

Tabela 4.1 – Parâmetros geométricos para diferentes cabos OPGW.

Nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostradas a seguir, tem-se  $\vec{J}_z$  normalizado versus o raio total do cabo OPGW em questão para a freqüência de f = 60Hz.



Figura 4.1 -  $\vec{J}_7$  normalizado versus raio do cabo OPGW – SM - 12.4 36 FO.







Figura 4.3 -  $\vec{J}_z$  normalizado versus raio do cabo OPGW – SM - 14.4 36 FO.

Parâmetros físicos para os três cabos são mostrados na tabela abaixo, lembrando que a camada 4 só foi considerada para o método analítico.

Camada	Material	٤r	μ <sub>r</sub>	Condutividade (S/m)
1	sílica	3.8	1	0
2	alumínio	1	1	3.96×10 <sup>7</sup>
3	aço	1	1000	0.2×10 <sup>7</sup>
4	ar	1	1	0

Tabela 4.2 – Parâmetros físicos de cabos OPGW.

Pode-se notar que para os três casos o modelo analítico obteve valores bastante próximos com os resultados do software comercial.

Nota-se que os cabos demonstrados possuem pequenas variações entre eles em relação ao tamanho das camadas, porém consideram-se mesmos valores para as constantes físicas do material.

Para esta situação foi observado que os comportamentos das correntes na seção transversal são similares, portanto nas demais simulações, não serão utilizados um cabo em específico, mas determinados valores geométricos que possam representar um cabo OPGW típico.

Para isto foram escolhidos os seguintes valores de raios nas demais simulações e modelos: raio a = 2.35 mm, b = 4.35 mm e c = 7 mm. Os parâmetros físicos continuam sendo o mesmo da tabela 4.2 com exceção das figuras 4.8 e 4.9 que utilizam  $\mu_r$  = 1000, 500 e 280.

#### 4.2 – Comparação entre os três modelos para ambos os métodos

Nesta seção são comparados os resultados dos modelos, real, com camadas homogêneas e modificado, obtidos a partir do FEMLAB e do método analítico que, como descrito no capítulo 4, foi obtido considerando o modelo de camadas homogêneas.

As figuras a seguir foram traçadas para 50, 100, 500 Hz e 1 kHz respectivamente.



Figura 4.4 -  $\vec{J}_z$  normalizado versus o raio total do cabo para f = 50 Hz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real).



Figura 4.5 -  $\vec{J}_z$  normalizado versus o raio total do cabo para f = 100 Hz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real).



Raio total do cabo (mm)





Figura 4.6 – (a)  $\vec{J}_z$  normalizado versus o raio total do cabo para freqüência de f = 500 Hz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real), (b) Parte da figura 4.6 (a) referente a região da camada de alumínio, em escala menor para facilitar a visualização.



Raio total do cabo (mm)





Figura 4.7 – (a)  $\vec{J}_z$  normalizado versus o raio total do cabo para freqüência de f =1kHz, método analítico e FEMLAB (homogêneo, modificado e real), (b) Parte da figura 4.7 (a) referente a região da camada de alumínio, em escala menor para facilitar a visualização.

Nas figuras 4.4 – 4.7 observa-se que a densidade de corrente é nula para o raio do cabo de 0 até 2.35 mm, como era de se esperar já que para tal região foi considerado um dielétrico perfeito.

Na região referente a camada de alumínio (2.35 < r < 4.35) a densidade de corrente tende a diminuir com o aumento da freqüência para todos os modelos considerados.

Devido ao efeito pelicular, a maior amplitude da densidade de corrente será detectada na parte mais externa (3ª camada) da parte condutiva do cabo OPGW.

O modelo modificado apresentou sempre uma maior concentração de corrente no alumínio, comparados com os demais modelos, ou seja, o efeito pelicular exerceu uma força menor sobre a sua geometria.

Pode-se ver ainda que, considerando a permeabilidade do aço  $\mu_r$  = 1000, há o aparecimento do efeito pelicular na armação mesmo em baixas freqüências.

Analisando o valor de  $\vec{J}_z$  justamente na fronteira das camadas de alumínio e aço, observa-se que devido o alumínio apresentar maior valor de condutividade a densidade de corrente neste tem maior amplitude do que no aço.

Adentrando, porém na camada de aço, o valor de  $\vec{J}_z$  encontrado na extremidade desta camada e muito maior do que o máximo valor de corrente na camada de alumínio. Tal valor é tão maior quanto maior for a freqüência que esta sendo aplicada.

Nas figuras 4.4 e 4.5, o modelo de cabo real tem uma maior concentração de corrente logo após esta passar da 2º para a 3º camada comparado aos demais modelos, tal fato ocorre devido a menor área de contato existente entre alumínio e aço na estrutura real do que nas demais estruturas. Com o aumenta da freqüência o efeito pelicular torna-se mais expressivo, fazendo com que a concentração de corrente neste ponto diminua como se pode ver nas figuras 4.6 e 4.7.

## 4.3 – Comparação entre os resultados para três diferentes valores de permeabilidade do aço em um mesmo modelo.

Para a análise da dependência de  $\vec{J}_z$  com o valor da permeabilidade relativa do aço, foram consideradas três diferentes valores de permeabilidade na freqüência de f = 50 Hz.

Temos a seguir sob estas considerações, o modelo de camadas homogêneas (fig. 4.8) e o modelo real (fig. 4.9) simulados a partir do *software* FEMLAB. Neste trabalho não consta as simulações nas demais geometrias e nem são feitas comparações entre os métodos haja vista que as duas situações citadas acima já são suficientes para se observar a relação existente entre a distribuição de corrente e o valor da permeabilidade magnética do aço. A relação com a permeabilidade magnética das demais camadas não são consideradas já que por se tratarem de materiais com permeabilidade magnética relativa igual a  $\mu_r = 1$ , não influenciam no efeito pelicular.



Raio total do cabo (mm)

Figura 4.8 - Modelo de cabo com camadas homogêneas para as três diferentes permeabilidades relativas do aço para f = 50 Hz.



Raio total do cabo (mm)

Figura 4.9 - Modelo de cabo real para as três diferentes permeabilidades relativas do aço para f = 50 Hz.

Em ambos os gráficos quanto menor o valor de permeabilidade relativa do aço maior é o valor da densidade de corrente dentro do alumínio já que esta se encontra menos concentrada na última camada.

Num caso limite onde o valor de permeabilidade da armação fosse igual a da camada de alumínio ( $\mu_r$  =1) não se teria o efeito pelicular para esta freqüência de 60 Hz.

# 4.4 – Visualização da distribuição de corrente em FEMLAB por código de cores.

Pode-se obter através do FEMLAB seções transversais do cabo que a partir de um código de cores demonstra a intensidade do que se avalia.

As seções transversais a seguir mostram a distribuição de  $\vec{J}_z$ . Ao lado das seções transversais, um retângulo com uma escala de cores representa os valores de máximo e mínimo de  $\vec{J}_z$ .

A seguir são apresentadas as seções transversais do cabo considerando o modelo real após simulações no FEMLAB considerando as freqüências de 50 e 100 Hz.



Figura 4.10 – Seção transversal do modelo de cabo real mostrando a distribuição de corrente na freqüência de (a) 50 Hz e (b) 100 Hz.

Na figura 4.10 (a) e (b) observa-se a corrente se deslocando para a extremidade do cabo devido ao aumento da freqüência. Há uma maior concentração de  $\vec{J}_z$  próxima aos contatos, estes pontos são onde potencialmente podem apresentar algum tipo de dano ao cabo.

Analisa-se agora o modelo de cabo real e modificado ambos na freqüência de 1 kHz mostrados na figura 4.11 (a) e (b).



Figura 4.11 – Seção transversal do (a) modelo de cabo real (b) e modelo de cabo modificado, ambos na freqüência de 1 kHz.

O modelo de cabo modificado atingirá um valor de  $\vec{J}_z$  máximo menor do que o do modelo real. Isto pode ser facilmente observado através da intensidade das cores na extremidade dos condutores da armação.

A seguir tem-se a figura 4.12 (a) e (b) com a seção transversal do modelo de camadas homogêneas e modificado respectivamente na freqüência de 1 kHz



Figura 4.12 – Seção transversal do (a) modelo de camadas homogêneas e (b) modificado na freqüência de 1 kHz.

Os modelos da fig. 4.12 (a) e (b) tem geometrias bem próximas, porém observa-se que o comportamento entre eles na distribuição de corrente se diferencia devido a camada de ar inserida no modelo de cabo modificado para representar imperfeições nos contato. Devido a isto, a densidade de corrente no modelo modificado não apresenta uma distribuição homogênea.

Outro fator que faz com que tenhamos diferente distribuição de corrente entre estes modelos é o efeito de proximidade que age apenas sobre a armação do modelo modificado (e do real) já que esta camada é formada por condutores próximos.

### 4.5 – Densidade de Potência Dissipada

Nas figuras 4.13 e 4.14 mostradas a seguir, verifica-se os resultados fornecidos pelo FEMLAB para a densidade de perda de potência (W<sub>p</sub>). Foram realizadas simulações para os três modelos nas freqüências 50 e 100 Hz.



Raio total do cabo (mm)

Figura 4.13 –  $W_{\text{p}}$  normalizada para os três modelos na freqüência de 50 Hz.





Figura 4.14 –  $W_p$  normalizada para os três modelos na freqüência de 100 Hz.

Na figura 4.13, observa-se que a perda de potência no modelo de camadas homogêneas é maior na seção do alumínio do que na armação do cabo na freqüência de 50 Hz e o inverso ocorre no modelo de cabo real.

Na figura 4.14 observa-se um aumento do valor de W<sub>p</sub> na região de contorno entre alumínio e aço no modelo real, essa maior perda esta relacionada ao maior aquecimento neste ponto devido à concentração de corrente como foi visto em simulações anteriores.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou o estudo eletromagnético em cabos OPGW considerando um modelo representando sua configuração real e dois outros modelos, a saber, um com camadas homogêneas e outro com a estrutura original modificada, com o objetivo de se tentar minimizar danos que ocorrem neste cabo devido a curto-circuito ou descargas atmosféricas.

Para o modelo com camadas homogêneas foi desenvolvido um método analítico baseado nas equações de Maxwell no domínio da freqüência, com a finalidade de se obterem resultados que pudessem ser comparados com simulações feitas com o *software* comercial FEMLAB.

Em todas as simulações para o modelo com camadas homogêneas pôdese observar que os resultados obtidos pelo método analítico apresentaram excelente concordância com aqueles obtidos pelo FEMLAB.

Com a segurança obtida através dessa comparação, utilizou-se o FEMLAB para realizar simulações para as duas outras diferentes geometrias consideradas.

A concentração de corrente nos fios da armação é maior no cabo real do que no modificado já que, devido à sua geometria, o modificado apresenta maior área de contato entre os arames e entre estes e o tubo de alumínio.

Portanto, no cabo real é onde se pode observar maiores riscos de ruptura da armação.

Foi visto que a densidade de corrente na camada de alumínio apresenta um valor constante, já na camada de aço pode ser observada uma maior concentração de corrente na sua extremidade.

Isto ocorre já que devido ao aço ser um material ferromagnético, este apresenta valores muito altos de permeabilidade relativa fazendo com que o efeito pelicular aja sobre esta camada mesmo em baixas freqüências como 50 Hz.

Em todas as situações aqui descritas observou-se que, seja pelo aumento da freqüência ou da permeabilidade relativa do aço, o efeito pelicular ou a somatória dos efeitos pelicular e de proximidade, agiu sobre a estrutura diminuindo sua área efetiva, isto ocorre já que a profundidade de penetração de campos eletromagnéticos no material depende tanta da freqüência quanto de  $\mu_r$  como se pode ver analisando a equação 3.4.

Através deste estudo foi possível ver que modificando a estrutura geométrica do cabo, parâmetro físico ou ambos, é possível diminuir a concentração da densidade de corrente e consequentemente o aquecimento em determinados pontos do cabo que levam a perdas totais ou parciais de sua estrutura.

Como trabalho futuro, espera-se desenvolver um estudo relacionando domínio da freqüência com o domínio do tempo utilizando transformada de Fourier. Conhecendo-se o pulso de corrente a ser aplicado no cabo, pode-se calcular o espectro do pulso e consequentemente a faixa de freqüência onde a maior parte de potência elétrica está concentrada.

O trabalho realizado durante o período de mestrado resultou nas publicações que pode ser encontradas na referência deste nos itens [3-6].

### **Referências Bibliográficas**

- [1] J. T. Pinho, V. Dmitriev, A. Vanderson, A.P.J Orlando, relatório técnico referente ao projeto "Desenvolvimento e Validação Experimental de um Software para Simulação do Transiente Térmico de Cabos OPGW submetidos a Curto-Circuito", 2006, Pará, Brasil.
- [2] Campos, Leandro Zanella de S., relatório final de projeto de iniciação científica intitulado "Estudo da corrente contínua de relâmpagos naturais através de uma câmera rápida", PIBIC/ CNPq/INPE, 2005, São José dos Campos.
- [3] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, J. T. Pinho, S. Colle, L. Gonzalez, M. A. Andrade, J. C. V. da Silva, and M. Bedia, "Analytical model for calculation of current density distributions over cross-section of a multi-conductor cable", 2006 IWCS/ International wire & cable symposium, Providence, USA.
- [4] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, J. T. Pinho, S. Colle, L. Gonzalez, M. A. Andrade, J. C. V. da Silva, and M. Bedia, "Numerical calculation of current density distributions over the cross-section of an OPGW cable", Compumag 2007, Aachen, Germany.
- [5] J. T. Pinho, K. Q. da Costa, V. Dmitriev, L. Gonzalez, S. Colle, M. A. Andrade, J. C. V. da Silva, and M. Bedia, "Analysis of Current Density Distributions over the Cross-Section of OPGW Cables Using an Analytical Model and the FEM Numerical Method", IMOC 2007, Bahia, Brasil.
- [6] J. T. Pinho, K. Q. da Costa, V. Dmitriev, L. Gonzalez, S. Colle, M. A. Andrade, J. C. V. da Silva, and M. Bedia, "Theoretical Analysis of Current Density Distributions over the Cross-Section of a Modified OPGW Cable to Reduce the Skin Effect Area", 2007 IWCS/International wire & cable symposium, USA.
- [7] Centro de Pesquisas de Energia Elétrica CEPEL, Relatório de ensaio de curto-circuito em cabo óptico pára-raios 31990/05-C, 2004.
- [8] Centro de Pesquisas de Energia Elétrica CEPEL, Relatório de ensaio de curto-circuito em cabo óptico pára-raios 43970/04-C, 2004.
- [9] Centro de Pesquisas de Energia Elétrica CEPEL, Relatório de ensaio de curto-circuito em cabo óptico pára-raios 45688/05-C, 2004.
- [10] Teixeira Júnior, Mario Daniel da R., "Cabos de Energia", 2.ed., São Paulo, Artiliber editora,2004.
- [11] Sadiku, Matthew N.O., "Elementos de Eletromagnetismo", 3.ed., ed. Bookman, 2004.

- [12] Ribeiro, Fernando L.B., "Introdução ao método dos elementos finitos", notas de aula, Programa de Engenharia Civil, COPPE/ UFRJ, Website: http://wwwp.coc.ufrj.br/~fernando/downloads/Curso\_MEF1.pdf, acessada em outubro de 2007.
- [13] K. Q. da Costa, Método analítico para o modelo de cabo com camadas homogêneas. UFPA, 2007.
- [14] Pereira, Luís A., "Aspectos Fundamentais do Método dos Elementos Finitos", Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS/PPGEE, Website: http://diana.ee.pucrs.br/~lpereira/fem2000/FEM\_introdução.pdf, acessada em setembro de 2007.
- [15] Femlab software, website: http://www.comsol.com/ acessada em março de 2007.
- [16] Femlab user's guide by COMSOL, versão 3.1, outubro de 2004.
- [17] Filho, Manoel R., "Geração automática e adaptativa de malhas para elementos finitos 2D com aplicações em eletromagnetismo", tese (doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal do Pará, UFPA/PPGEE, 2002.
- [18] J. Franc, Z. Miro, T. Igor, and U. Ivo, "Distribution of current density in layers of overhead bare conductors", Power System and Communications Infrastructures for the Future, 2002.
- [19] Z. Miro, J. Franc and T. Igor, "Skin Effect Impact on Current Density Distribution in OPGW Cables", *Electrotechnical Review, Vol. 70, pp. 17 21, 2003.*
- [20] Costa, Paulo Moisés Almeida, "O efeito Pelicular ou efeito Skin", Website: http://www.estv.ipv.pt/PaginasPessoais/paulomoises/Artigos\_M%C3%A1quin as%5CEfeito%20pelicular%5Cskin.PDF, acessado em março de 2007.
- [21] Camardella, Carlos Alberto, "Skin Effect", Webite: http://www.audiodicas.com.br/textos\_didaticos/textos\_didaticos\_2.htm, acessado em março de 2007.
- [22] Anders, George J., "Rating of Eletric Power Cables: ampacity computations for transmission, distribution, and industrial aplications", IEEE presss power engineering series, 1997.

- [23] Z. Miro, T. Igor, "Determination of Current and Temperature Distribution in Overhead Conductors by Using Electromagnetic-Field Analysis Tools", *IEEE transac. Power Del., Vol. 21, no.3,Jul. 2006.*
- [24] N. Bawler, "Frequency Dependence of Relative Permeability in Steel", Review of Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol. 25, 2006, American Institute of Physics, USA.
- [25] Z. Miro, J. Franc and T. Igor, "Skin Effect Impact on Current Density Distribution in OPGW Cables", *Electrotechnical Review, Vol. 70, pp. 17 21, 2003.*