



Belém (Pa), 2004

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
NÚCLEO PEDAGÓGICO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO
NPADC

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Matemática e Cartografia:

Como a Cartografia pode Contribuir no Processo de Ensino –
Aprendizagem da Matemática?

Autor: Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha

Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 07 de maio de 2004

Assinatura: _____

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Renato Borges Guerra

Prof. Dr. Walter da Silva Junior

Prof. Dr. Francisco Hermes

Belém, 2004

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R672m

Rocha, Maria Lúcia Pessoa Chaves

Matemática e Cartografia: Como a Cartografia pode Contribuir no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática?/ Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha; Orientação Adilson Oliveira do Espírito Santo. – Belém: [s.n.], 2004.

128 f

Monografia (Mestrado) – Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, 2004.

1. MODELAGEM MATEMÁTICA. 2. MATEMÁTICA. 3. CARTOGRAFIA.

I. Título.

Dissertação apresentada à Comissão Julgadora do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, sob orientação do Professor Doutor Adilson Oliveira do Espírito Santo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS, na Área de concentração em Educação Matemática.

Ao
Gilberto,

pelo seu incentivo, apoio, carinho e
companheirismo
ao longo de nossas vidas em comum.

Ao
Emílio e Luciano,

por tudo que representam em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação foi resultado de uma longa caminhada, na qual foram importantes os mais diversos tipos de ajuda e apoio, tanto na área profissional como na pessoal. Gostaria de manifestar os meus sentimentos de profundo agradecimento a todos que participaram desta minha caminhada, tornando-a menos espinhosa e árdua e que me possibilitou a conclusão deste trabalho. Entre estes quisera render especial homenagem:

A Deus, que me faz a cada dia acreditar mais na sua existência.

Aos meus pais, João e Emília, que apesar de não terem tido a oportunidade que deram a seus filhos, não pouparam seus esforços para que todos proporcionassem uma vida melhor a seus netos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo que, com toda sua paciência e sabedoria, sempre respeitou minha opinião e orientou de maneira clara para a conclusão desse trabalho.

Aos professores do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico (NPADC) que me conduziram nesta caminhada e, em especial atenção, ao Prof. Dr. Renato Guerra e ao Prof. Dr. Francisco Hermes que colaboraram efetivamente na elaboração deste trabalho bem como ao Prof. Dr. Walter Silva Junior, sendo professor de geografia, não se intimidou em participar de uma banca em que a matemática estava presente.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica do Pará (CEFET/PA), base da profissão que abarqueei e que me apoiou nesta jornada com a liberação da carga horária para o mestrado.

Aos meus colegas de Matemática do CEFET/PA, Rita Gil, Joaquim Clemente, Edilson Silva, Henrique Costa, Fernando Emmi, José Carlos Guedes, João Carlos Silva, Marco Antônio Freitas, Otoni Figueredo, a Vera Figueredo, de Geografia, e a Rosa Coroa (nos momentos das nossas aulas de Inglês) pelo apoio durante este período.

Às professoras Leila Sodré, Sandra Helena Ataíde e Eliane Marinho que revisaram com paciência esta dissertação. De igual forma, agradeço a Adib da Pureza que teve a paciência em ajudar-me com o inglês.

Aos meus colegas do mestrado, parceiros em vários momentos importantes desses dois anos, e em especial a Maria José e a Patrícia parceiras de trabalhos então apresentados. Espero que continuemos juntas em outras empreitadas.

Aos professores e cartógrafos entrevistados que com suas respostas abriram-me um leque de indagações.

Ao Luiz Sadeck, aluno da Geografia, e ao Professor de Cartografia da UFPA, Danny Silvério, que digitalizaram e revizaram os mapas que constam nesta dissertação.

SUMÁRIO

RESUMO.....	08
ABSTRACT.....	09
INTRODUÇÃO.....	10
CAPÍTULO I - A Educação Matemática: problemática e tendências atuais.	
1.1 A problemática no ensino da matemática.....	22
1.2 As tendências atuais do ensino da matemática: novas metodologias para o ensino da matemática.....	30
1.3 A matemática nos PCN'S: novas exigências no processo de ensino-aprendizagem.....	42
CAPÍTULO II - As relações entre a matemática e a cartografia.....	48
2.1 A cartografia, o que é?.....	48
2.2 A cartografia na História: especificidade e evolução da cartografia ao longo do tempo.....	52
2.3 A cartografia e as novas tecnologias de informação e representação	57
2.4 A cartografia e o ensino	60
2.5 Linguagem cartográfica: comunicação e representação espacial.....	63
2.6 Os fundamentos Matemáticos da Cartografia.....	66

CAPÍTULO III – A cartografia como Modelo Matemático: como a Cartografia pode Contribuir no Processo de Ensino Aprendizagem da Matemática?.....	71
3.1 A modelagem matemática	71
3.2 O mapa: um modelo matemático.....	83
3.3 Desconstruindo matematicamente o produto cartográfico: o mapa.....	87
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	108
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	110

RESUMO

O Ensino da Matemática vem sofrendo transformações, ao longo dos últimos anos, com o intuito de tornar-se mais prazeroso e menos desgastante para o aluno, contribuindo dessa forma para a melhoria do seu aprendizado. A busca do aperfeiçoamento do ensino da Matemática, através de metodologias, alternativas é a tônica no momento. A modelagem matemática representa uma dessas metodologias. Utilizando seus preceitos e orientações, o presente trabalho objetiva associar a cartografia como modelo matemático, as ferramentas contemporâneas que alicerçam o processo de ensino-aprendizagem da Matemática. A cartografia, entendida como um conjunto de tecnologias de interpretação e de representação gráfica da superfície terrestre, cujos fundamentos são essencialmente matemáticos, tem-se constituído uma grande ferramenta de representação de dados e informações da superfície por diversos profissionais. Neste trabalho, advoga-se a favor da sua aplicação através da modelagem matemática para o processo de fortalecimento do ensino-aprendizagem da Matemática.

ABSTRACT

Mathematics Teaching is being under changes trough the previous years in order to make learning more profitabe and less disgusting to students, contributing thus, to the improvement of their learning. Search for.the improvement of mathematics through alternative methodologies is being the major approach of the moment. Mathematics modeling represents one of those methodolieges. Through the use their creeds and instructions, the present paper aims to associate cartographys a math model, the contenporâneous tools which are the basis of teaching learning process of math. Cartography termed as a set of comprehensive technologies and graphic representation of the earth surface which basis are assentially mathematic, have constituted a great tool of date representation and information of the surface by several professionals, this paper is for its application through mathematics modeling to the process of enforcenent of teaching-learning process of math.

1 INTRODUÇÃO

1.1 A questão: definição clara do objeto de estudo e sua justificativa

Uma discussão que tem despertado grande interesse no contexto da pesquisa e do ensino da Matemática diz respeito, especificamente, à crítica às metodologias tradicionais de ensino e igualmente à adoção de novas tecnologias no processo de ensino–aprendizagem da ciência Matemática. Autores como Nilson José Machado (1994, 1995, 1999), Ubiratan D´Ambrósio (1986, 1990, 1996); Elon Lage Lima (2000), Marcelo Borba (1987, 1991, 2001), Maria Salett Biembengut (1999, 2002), Rodney Bassanezi (1990, 2002), Dionísio Burak (1987), Maria Vigiani Bicudo (1999, 2001) e outros têm sido, no Brasil, protagonistas de novas práticas sócio-educativas no âmbito do ensino–aprendizagem da Matemática. Universidades como UNESP de Rio Claro, UNICAMP (SP), UNICENTRO (PR) e atualmente no NPADC (Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico) da UFPA, têm sido instituições inovadoras nesta temática. A ação institucional no concernente à reforma educacional, a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação (L.D.B.) têm sido, por um lado, um reflexo dos avanços sofridos na educação matemática acima focalizada e, por outro lado, uma maneira de exigir a reformulação das metodologias e práticas de ensino em geral¹ e em especial da Matemática e do ensino de ciências.

Nesse contexto, tem sido, portanto, profícuo o debate em vista à superação dos entraves que fundamentam o ensino tradicional da Matemática assim como a busca de novas tecnologias que venham a aproximar, no processo de ensino–aprendizagem, a Matemática da realidade que se vivencia cotidianamente. No *Ensino Fundamental, Médio, Técnico e Superior*, tal caminho permitiria possibilitar o entendimento da Matemática, ainda mais, com o seu valor *formativo e instrumental*. A Matemática tem *um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas* (PCN’S).(Grifo nosso).

No caso específico, como professora do Centro Federal de Educação Tecnológica do Pará (CEFET-PA), instituição hoje voltada para o ensino de natureza

¹ PCN do Ensino Médio, MEC: 1999.

técnica e tecnológica, médio e superior, esse caráter *formativo e instrumental* da Matemática torna-se relevante e indispensável para a formação de profissionais afeitos a tecnologias, uma vez que possibilita a formação do raciocínio e inigualáveis recursos instrumentais.

No âmbito do processo histórico de formação e desenvolvimento da educação brasileira, houve, deverasmente, a dissociação entre o ensino *propedêutico e técnico*. No ensino médio, por exemplo, isso se estabeleceu com a emergência de escolas voltadas especificamente para a formação de profissionais demandados pelo mercado de base técnica e industrial. A emergência das escolas de artífices (1910 – 1930) e posteriormente as escolas técnicas (Lei Gustavo Capanema, 1942), de formação específica para o trabalho – *escolas profissionalizantes* - indicavam caminhos diferenciados em relação à educação para a vida - *escolas propedêuticas* -, presentes no Ensino Fundamental e Médio. As escolas técnicas tinham a função de proporcionar a formação técnica da força de trabalho em vistas ao atendimento da crescente demanda do setor industrial, em plena ascensão no âmbito do desenvolvimento econômico da sociedade brasileira. Nas universidades brasileiras, também se nota essa dissociação: disciplinas básicas voltadas para a formação propedêutica e disciplinas voltadas para a formação mais aplicada. Conforme Lettieri (1980)

A Educação para o trabalho tem como tarefa essencial restituir ao Homem a possibilidade de realizar suas capacidades e desenvolver-se através do trabalho, isto é, a possibilidade de reconhecer, de apropriar-se, de transformar o processo de produção aproveitando as potencialidades do desenvolvimento técnico. (Lettieri, 1980, p. 101)

A educação para o trabalho tem sido compreendida como uma característica da modernidade. Entretanto, como conteúdo dos processos sociais e a modernização entendida enquanto processo de assimilação progressiva da técnica na vida social, tem determinação histórica, apresentando-se desde o final do século XVIII, de forma diferenciada, envolvendo pluralidade de induções e necessidades ditadas pelo modo capitalista de produzir, no seu processo incomensurável de expansão e reprodução no tempo e no espaço. Igualmente, as necessidades de mão-de-obra, suas especificidades, qualificações, foram determinadas por esse ritmo de crescimento do capitalismo.

O Ensino Técnico e Tecnológico, no Brasil, guarda essas determinações, tendo, portanto, conhecido transformações ao longo do tempo, em função das necessidades de

formação de mão-de-obra para atuar junto aos setores básicos da economia, notadamente o secundário. Modernização econômica, necessidade de mão-de-obra e suas relações com o Ensino Técnico já há algum tempo tem permeado a história brasileira. Não se constitui um tema novo, mas recorrente, uma vez que desde praticamente o início do século passado, cursos dessa natureza foram implantados como parte de programas e políticas de atendimentos, sobretudo das classes despossuídas².

Por outro lado, embora semelhantes em seus objetivos maiores, eles guardam especificidades que se inserem em contextos sociais, políticos e econômicos distintos, o que pressupõe mudanças de concepções, conteúdos e formações técnicas específicas. Tenta-se, nesse sentido, valorizar dois períodos distintos: o primeiro que se iniciou no final dos anos sessenta do século passado até nossos dias, momento de crise e de reestruturação econômica, social, política no Brasil e no mundo. O segundo, que ora se inicia, apesar de ainda um tanto fluído, já aponta em algumas direções, tornando possíveis alguns delineamentos.

O período entre 1964 e 1985 é caracterizado por um extremo conservadorismo e autoritarismo por parte do Estado brasileiro na condução das políticas públicas de natureza múltipla. Em todos os setores da vida social fez-se presente, conduzindo a economia e suprimindo, sobretudo, as liberdades de expressões e ação, principalmente com relação à classe trabalhadora. Esse período é igualmente marcado pela existência de *“fundo público como articulação essencial na reprodução do capital e ausência de fundo público na regulação do mercado de trabalho e na reprodução da força de trabalho”* (Oliveira, F. 1985, p.5), definindo claramente o sentido do desenvolvimento que se propunha: modernizar o país pela via dolorosa, dado o seu caráter socialmente excludente.

Além das Escolas Técnicas existentes no país, remanescentes de períodos anteriores, a Lei 5.692/71 transformou as escolas Públicas em escolas que passaram a oferecer opções profissionalizantes aos alunos egressos do 1º grau. Criou-se então um conjunto de áreas: magistério, saúde, construção civil, contabilidade, administração,

² As primeiras Escolas profissionalizantes no Brasil surgiram em 1909 com o objetivo de que “Os filhos dos desfavorecidos de fortuna” adquirissem o hábito do trabalho, assim os afastando da “ociosidade, da escola do vício e do crime”. É bem sabido que essa justificativa só reforça a tese da dualidade escolar, onde existia a escola para os filhos dos menos favorecidos e a escola para os filhos dos abastados, a escola propedêutica.

etc., que visavam a inserir, através do Ensino Médio, profissional para atuar no mercado de trabalho.

O dualismo no sistema educacional brasileiro, onde existiam as escolas profissionais e propedêuticas, foi um dos motivos expostos para que a Lei 5.692/71 vigorasse para romper com essa dicotomia. Sabe-se também que, por volta de 1967, estudantes que concluíram a escola média e aprovados nos vestibulares, não eram admitidos por falta de vagas, foi outro fator para que se transformasse o Ensino Médio em 2º grau profissionalizante, dando dessa forma o caráter de terminalidade ao curso. Mas, o que se pode notar é que esta Lei trouxe mais distorções para o ensino brasileiro, uma vez que muitas escolas procuravam artifícios para poder driblar a lei, assim acentua Kuenzer:

As escolas que preparavam os filhos da burguesia e da pequena burguesia para o vestibular continuam a fazê-lo, usando artifício para esconder o seu caráter propedêutico sobre uma falsa proposta profissionalizante. Quanto às escolas públicas de 2º grau, de modo geral, em face de suas precárias condições de funcionamento não conseguiram desempenhar funções nem propedêuticas, nem profissionalizantes, caracterizando-se por uma progressiva perda de qualidade” (Kuenzer,1992, p.62)

Todas essas questões foram analisadas ao longo dos últimos anos, com muitas críticas advindas de vários setores sociais, contra a obrigatoriedade da profissionalização no nível de 2º grau. Estas manifestações acabaram por levar o Estado a propor a extinção do ensino profissionalizante com a Lei 7.044/82, onde na realidade não chegou a existir concretamente. As próprias pessoas envolvidas na elaboração da Lei, mais tarde reconheceram que a profissionalização não passou de uma utopia.

A revolução científica e tecnológica (RC & T) tem posto em causa essa dicotomia *escola para vida versus escola para o trabalho*. O advento da sociedade pós-industrial tem proporcionado, cada vez mais, a disseminação das tecnologias da informação nos produtos e nos serviços, uma complexidade dos equipamentos individuais e coletivos e imposto a necessidade de conhecimentos cada vez mais elaborados para a vida social e produtiva (PCN's). A reestruturação produtiva e da vida social em geral têm exigido a produção de um homem novo que seja capaz de inserir-se no mercado de trabalho de forma ativa, tanto técnica e produtivamente como política e socialmente. Conforme Kuenzer (1992): *A sociedade exige um homem novo, não mais o*

homem culto, o político, mas o dirigente, síntese entre o político e o especialista. Homem capaz de atuar praticamente, trabalhar tecnicamente e, ao mesmo tempo, trabalhar intelectualmente.

As tecnologias, nesse novo contexto histórico, “precisam encontrar espaço próprio no aprendizado escolar regular, de forma semelhante ao que aconteceu com as ciências, muitas décadas antes, devendo ser vistas também como processo, e não simplesmente como produto” (PCN’s).

A Cartografia³, entendida como um conjunto de tecnologias de interpretação e de representação gráfica da superfície terrestre, tem-se constituído uma grande ferramenta para profissionais de Ensino Fundamental, Médio e Superior: agrimensura, topografia, geologia, geografia, agronomia, etc., de todos aqueles profissionais ligados à dimensão espacial e representação de fenômenos da superfície terrestre.

O REENCONTRO DA MATEMÁTICA COM A CARTOGRAFIA

FUNDAMENTO BÁSICO	TECNOLOGIA	APLICAÇÃO
Trigonometria e geometria (Matemática)	Representação gráfica de objetos naturais e humanos existentes na superfície da terra (Cartografia)	Ensino da matemática (representação e comunicação)

Fonte: elaboração da autora, 2002.

Na Ciência Geográfica, a Cartografia tornou-se recurso de importância cabal para o ensino e a pesquisa, a ponto de constituir-se uma linguagem própria da Geografia. Ela possibilita representações dos diferentes fenômenos naturais e humanos, divisões e recortes do espaço geográfico e na escala que interessa e se deseja. Nesse sentido, *para a Geografia, além das informações e análises textuais, torna-se necessário informações especializadas com localizações e extensões precisas e que*

³ A Cartografia fornece instrumentos de explicação e compreensão do espaço geográfico, como forma de linguagem visual. Trabalhar com a Cartografia aproxima o aluno dos lugares e pode-se ler as informações sobre os mais diversos lugares. Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: geografia / Secretaria de Educação Fundamental.*- Brasília: MEC / SEF, 1998, pp. 76 a 88.

*possam ser feitas por meio da linguagem gráfica/cartográfica, estabelecendo relações entre os fenômenos, sejam eles naturais ou sociais, com sua espacialidade definida*⁴.

É indiscutível a importância para o trabalho científico o uso das diferentes escalas de representações cartográficas, com a linguagem gráfica por meio da produção e leitura de mapas, dados que podem oferecer diversidade de representações para o estudo dos lugares, regiões e países e o próprio mundo. A diversidade de fenômenos humanos e naturais pode ser estudada de forma analítica e sintética.

A Cartografia, no ensino da Ciência Geográfica, tem-se renovado nas últimas décadas frente aos avanços científicos e tecnológicos, próprios da Revolução Científica e Tecnológica.

No atual contexto histórico, a

Cartografia está comprometida com as novas correntes do pensamento de uma Geografia da percepção e fenomenológica, desenvolvendo uma consciência crítica em relação ao mapeamento. Isso significa dizer que existe sempre uma perspectiva subjetiva na escolha do fato a ser cartografado (atributos). O aluno deixou de ser visto como um mapeador mecânico para ser um mapeador consciente, de um leitor passivo para um leitor crítico dos mapas⁵.

Nesse caso:

A alfabetização cartográfica compreende uma série de aprendizagens necessárias para a formação nos elementos da representação gráfica. O interesse pelas imagens, isto é, tudo o que representa a linguagem visual continua sendo o recurso que deve ser examinado e os alunos devem encontrar significados, estimulando a busca de informações que as imagens contêm. O objetivo do trabalho é desenvolver a capacidade de leitura, do que está impresso nas imagens. O aluno precisa apreender os elementos básicos da representação gráfica/cartográfica para que possa, efetivamente, ler o mapa, pois o objetivo das representações dos mapas é transmitir informações.

O uso dos mapas não pode ser uma atividade mecânica tendo em vista somente a localização dos fenômenos na superfície terrestre, mas, sobretudo, um trabalho prático que requer a leitura crítica e mapeamento temático. *A utilização dos mapas deve ser um recurso cujos objetivos devam ser: questionar, analisar, comparar, organizar,*

⁴ Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: geografia* / Secretaria de Educação Fundamental.- Brasília: MEC / SEF, 1998, pp. 76 a 88.

⁵ Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: geografia* / Secretaria de Educação Fundamental.- Brasília: MEC / SEF, 1998, pp. 76 a 88

correlacionar dados que permitam compreender e explicar as diferentes paisagens e lugares. Isto permite algumas aquisições metodológicas ⁶.

Um dado importante a ser considerado é justamente o fato de que tanto a Geografia quanto a Matemática participam ativamente da construção cartográfica. O conteúdo representado é geográfico, seus fundamentos de representação são, porém, matemáticos. Isto vem demonstrar a importância da Matemática na base instrumental da Geografia que é a cartografia. Contudo, se por um lado, toda a base de raciocínio e de fundamentação da cartografia encontra-se na matemática, em um conjunto de fórmulas, equações, códigos e regras de representação trigonométrica e geométrica de superfície; por outro lado, o aparato tecnológico, as tecnologias de representação cartográfica e de comunicação visual através de imagens, gráficos, plantas, cartas, etc., não têm sido aplicadas em vistas a inovar e fortalecer o ensino da Matemática.

No Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET-PA)⁷, ainda é nítida, a dissociação entre o Ensino Técnico e o ensino da Matemática. Isto tem contribuído muito pouco para o desenvolvimento das habilidades que a Matemática pode proporcionar e para a formação instrumental, técnica e profissional do educando. A superação da ausência de comunicação entre o ensino da Matemática e o ensino da Cartografia ao proporcionar a interação, integração entre os professores voltados para as disciplinas técnicas (topografia sensoriamento remoto, sistema de informação geográfica, geoprocessamento e cartografia) e os professores de Matemática, poderia proporcionar melhorias e inovações no ensino técnico e no ensino da Matemática.

No Centro Federal de Educação Tecnológica do Pará (CEFET/PA), o ensino de cartografia faz parte da matriz curricular dos Cursos Técnicos e da Licenciatura em Geografia. As áreas das quais fazem parte os cursos técnicos curricular são:

- Área de Geomática: Agrimensura, Geoprocessamento e Sensoreamento Remoto.
- Área de Mineração: Produção Mineral e Pesquisa Mineral.
- Área de Construção Civil: Agrimensura, Edificações e Estradas.

⁶ Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: geografia* / Secretaria de Educação Fundamental.- Brasília: MEC / SEF, 1998, pp. 76 a 88

⁷ A ETFPA / CEFET-PA, ao longo de sua história, vivenciou momentos diferenciados no ensino da Matemática, das ciências e no ensino técnico. Inicialmente criada como escola de artífices em 1910, posteriormente se constituiu em escola técnica. Atualmente, por força dos dispositivos constitucionais da L.D.B. foi introduzido o ensino médio e o ensino superior: licenciatura em Matemática, Biologia, Física, Química e Geografia. Apesar dessas mudanças, ainda não foi superada a dicotomia entre o ensino de disciplinas básicas e as disciplinas técnicas.

Os cursos são ofertados conforme a necessidade e a demanda de mercado. Com o avanço tecnológico, o CEFET/PA introduziu novos cursos demandados na região. As exigências da sociedade levaram a aumentar a oferta desses novos cursos em detrimento de outros, já não tão procurados no mercado. Tem-se percebido que cursos em que a informação e geração de dados estatísticos e espaciais assim como o seu tratamento através dos sistemas computacionais como os sistemas de informação geográfica (SIG) têm sido valorizados, como é o caso da área de Geomática, cuja proposta para a implantação do curso salienta:

O crescimento da área de Geomática tem ocorrido sobretudo em função dos grandes avanços tecnológicos em hardware, software e serviços ocorridos nos últimos anos. O aumento de poder e velocidade de processamento de dados obtidos com o desenvolvimento de novos processadores, aliado às novas técnicas de armazenagem e arquitetura de software, tem como consequência imediata a diminuição nos custos de aquisição e conversão de dados, que se traduz diretamente na diminuição de custos para a implantação de sistemas gerenciadores de informações espaciais e a penetração cada vez maior da Geomática em novos mercados. (PLANO DE CURSOS DA ÀREA PROFISSIONAL DE GEOMÁTICA, CEFET/PA, 2000, p. 2).

Na Licenciatura Plena em Geografia, implantada no ano de 2000, amparada pelo Decreto Federal nº 2 406, de 27 de Novembro de 1997, a cartografia também se faz presente e necessária para a formação instrumental do licenciado em Geografia que será utilizada na sua vida profissional.

Os novos cursos do CEFET/PA, nesse sentido, demonstram a necessidade do conhecimento cartográfico de forma ampla. Dado o vínculo entre a Cartografia e a Matemática, o ensino da Matemática voltado para os cursos técnicos representa um campo de aprimoramento. Ampliar o aperfeiçoamento desse processo de busca da aplicabilidade da matemática para outros cursos e disciplinas além da cartografia, certamente constitui ganho para o desempenho profissional nas áreas em que a instituição atua. Este trabalho, em grande parte procura contribuir nesse sentido associando a Matemática à Cartografia,

O presente trabalho, que nasceu da inquietação e da vivência como professora de Matemática de uma Escola Técnica, tem assim a *intenção geral* de investigar sobre o conjunto dos fundamentos matemáticos voltados e aplicados na Cartografia, ao mesmo

tempo pretende investigar as possibilidades inerentes da cartografia no ensino da matemática. Especificamente pretende-se:

- Analisar a relação entre o ensino da Matemática e o ensino da técnica da Cartografia no concernente aos fundamentos da Matemática e suas aplicações (habilidades e competências).
- Analisar a relação entre o ensino da Cartografia e o ensino da Matemática no concernente às aplicações da cartografia para o ensino da matemática.
- Propor, no processo de ensino-aprendizagem, metodologias de uso da Cartografia para inovar e fortalecer o ensino da Matemática.

1.2 Metodologia:

1.2.1 Referencial teórico

A educação matemática tem ocupado diversos profissionais e professores universitários nas últimas duas décadas. Um destaque especial é dado aqui a Ubiratam D'Ambrósio cujos trabalhos representam marcos teóricos acerca da tomada de posição e renovação do ensino da Matemática.

No que se refere à educação matemática e às novas metodologias de ensino da matemática, duas instituições têm-se destacado no Brasil, formando cursos de pós-graduação e grupos de pesquisa: Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Estadual Paulista (UNESP – Campus de Rio Claro) e autores como Ubiratan D'Ambrósio (1986;1992;1993) sobre as novas metodologias da matemática no novo contexto histórico, a etnomatemática; Schnetler e Aragão (1998) sobre ensino de ciências; Borba (1991), Borba e Penteado (1996) sobre informática e educação matemática, Machado (1994), sobre matemática e educação, alegorias, tecnologias e temas afins; Gustinelli (1990), Burak (1987, 1992) sobre modelagem matemática, Eliane Gazire (1988), Miriam Godoy Penteado da Silva (1989) sobre resolução de problemas, Ferret et al (1993) sobre tecnologias, trabalho e educação, entre outros, têm apontado caminhos alternativos para a busca do aprimoramento de metodologias que fortaleçam o aprendizado da matemática .

Contudo, deve-se considerar como relevante para o estudo da relação entre a Matemática e a Cartografia, a *modelagem matemática*, utilizando trabalhos dos autores

como: Biembengut (1990), Burak (1987, 1992), Barbosa (2001), Bassanezzi (2002). Busca-se nesses autores o referencial teórico para a realização da investigação em pauta: considerações de ordem teórica e metodológica, procedimentos operacionais para a realização da pesquisa, experimentações e o ajustamento entre os dados coletados e a teoria.

1.2.2 Procedimentos Metodológicos

A pesquisa em proposição foi realizada em cerca de quatro etapas, a saber:

a) a primeira fase tem a preocupação com o ajustamento teórico–metodológico necessário à interpretação do problema acima descrito. A partir da indicação do marco teórico anteriormente exposto, estabeleceu-se um amplo levantamento bibliográfico capaz de dar suporte ao ajuste teórico. Igualmente, realizou-se levantamento bibliográfico sobre o ensino da Matemática e o uso de novas tecnologias em vistas à construção do referencial teórico.

b) Numa segunda etapa, a pesquisa tomou corpo a partir da realização do levantamento documental voltado especificamente para o uso da matemática na cartografia. Neste momento, trabalhou-se com todo o acervo documental disponível na Universidade Federal do Pará, no Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET/PA) e na Primeira Comissão Brasileira Demarcadora de Limites (PCDL/MRE). Como parte do levantamento documental analisou-se os registros de trabalhos realizados junto à disciplina Cartografia do CEFET – PA e do Departamento de Geografia da Universidade Federal do Pará, de forma a determinar a cronologia, a seqüência de uso dos fundamentos da Matemática na realização dos trabalhos técnicos e no ensino da disciplina Cartografia em ambas as instituições.

c) Numa terceira etapa, realizou-se entrevistas com 05 (cinco) profissionais de cartografia, sendo: um professor do CEFET-PA, um professor da UNESP de Presidente Prudente que é engenheiro cartógrafo, um professor da UFPA, uma pesquisadora do Museu Paraense Emílio Goeldi (MPEG/ MCT) e um Engenheiro Cartógrafo da Primeira Comissão demarcadora de Limites (PCDL/ MRE). As entrevistas, tiveram como objetivo identificar os principais fundamentos matemáticos utilizados pela Cartografia bem como a diversidade de tecnologias de informação – comunicação e representação –

existentes e também identificar os problemas encontrados na compatibilização das habilidades da Matemática e suas aplicações junto à Cartografia.

d) Numa quarta etapa, realizou-se a interpretação do material levantado. Posteriormente, foi feita a sistematização das informações e adequá-los a redação final da dissertação de mestrado.

Capítulo I - A Educação Matemática: problemática e tendências atuais.

1.1 A Problemática no Ensino da Matemática

A literatura científica existente hoje que trata da Educação Matemática⁸ - através de textos encontrados em livros sobre o ensino da Matemática e de algumas tendências como Didática da Matemática⁹, Filosofia da Educação Matemática¹⁰ - busca atingir basicamente dois desafios: como trabalhar a Matemática em sala de aula e/ou como preparar o professor para tornar o ensino da Matemática prazeroso e menos desgastante para o público alvo que é a comunidade estudantil.

O que se busca na literatura, afinal de contas, é a construção de mecanismos e metodologias de ensino que dêem um tratamento à Matemática de tal maneira que não se comprometa o aprendizado e que não haja desgaste do ensino da matéria. MACHADO (1999, p. 9) comenta sobre o assunto, assegurando que:

Ensinar Matemática tem sido, freqüentemente, uma tarefa difícil. Às dificuldades intrínsecas, somam-se as decorrentes de uma visão distorcida da matéria, estabelecida, muitas vezes, desde os primeiros contatos. Uma das componentes mais fundamentais de tal visão é a concepção muito difundida, entre leigos e especialistas, de que o conhecimento matemático possui características gerais de objetividade, de precisão, de rigor, de neutralidade do ponto de vista ideológico, que o universalizam.

A preocupação excessiva com abstrações, a separação da teoria da prática, o grande emprego de símbolos e, segundo Giardineto (1999, p. 3): *a ênfase numa memorização aleatória de resultados conceituais, apresentados sem nexos, como se fossem pré-determinados*, assumem-se como parcela de contribuição para que o ensino da Matemática seja causa da retenção dos alunos. Repassa-se um amontoado de conteúdos, de forma que o aluno torna-se uma verdadeira enciclopédia, deixando-o

⁸ Educação Matemática entendida, segundo Pais, como uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática.

⁹ Didática da Matemática de influência francesa e aqui definida, segundo Pais, relativa ao contexto brasileiro, como uma tendência da grande área de Educação Matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no nível teórico da pesquisa acadêmica.

¹⁰ Filosofia da Educação Matemática focalizada de acordo com BICUDO & GARNICA (2001) como quase sinônimo de Educação Matemática se for concebida sob uma perspectiva teórico-prática que, em princípio, deve ser, por excelência, a forma de caracterizar a própria Educação Matemática. A Filosofia da Educação Matemática visa a esclarecer os elementos constitutivos da Educação Matemática, objetivando a imersão dessa teia teórica no fazer cotidiano, em momentos e instâncias nos quais ocorrem o ensino e a aprendizagem da Matemática.

ainda mais confuso, e esquecendo o lado mais importante que é o de cultivar o espírito matemático e potencializá-lo. A identificação com a Matemática constitui passo importante para gostar da matéria e apreendê-la. Bicudo e Garnica (2001) relatam diálogos mantidos com alunos de cursos de licenciatura e de bacharelado em Matemática e comentam:

É muito comum descreverem dificuldades que enfrentam ao deparar-se com uma Matemática formalizadora; os tropeços para a demonstração de resultados – por vezes tão claros no enunciado que parecem prescindir de uma prova formalizada – ou para a elaboração de sentenças, ou mesmo para a verificação – informal – da validade de proposições. Tão comum quanto isso parecem ser dificuldades de negociação quanto ao modo – tido como correto – de argumentação matemática: os momentos em que um determinado tipo de prova “funciona” e outros em que a nada levam; as vezes em que o exemplo particular – na verdade o contra-exemplo – é aceito como prova; o modo de expressar simbolicamente determinada situação e a utilização específica de alguma ferramenta de apoio; a impossibilidade da tese demonstrando a própria tese – à exceção do que parece ocorrer nas provas por indução finita – etc. (BICUDO & GARNICA, 2001, p. 41, 42).

Muito se tem contribuído para o avanço do ensino da Matemática, através de trabalhos científicos, projetos inovadores, dissertações de mestrado, teses de doutorado, mas pouco se tem aplicado. Parece existir ainda um certo fosso entre o que se produz e o que se discute na academia, e a realidade do ensino da Matemática. Há por assim dizer, uma espécie de ausência de articulação entre os saberes científicos e os profissionais que trabalham diretamente na sala de aula.

Porém, há uma produção científica significativa, as pesquisas na área têm dado passos importantes, todavia, é preciso que essas pesquisas sejam divulgadas para que os professores, ao deter esses conhecimentos, possam, na prática, verificar sua aplicabilidade. Por desconhecimento e por não estar institucionalmente envolvido academicamente, o professor pode facilmente divorciar-se do que vem sendo reformulado e atualizado no âmbito do ensino da Matemática. Num ato contínuo pode, pois, julgar equivocadamente que o aluno seja incapaz de apreender determinados conteúdos.

E o que se nota ainda hoje nas escolas é o professor com a mesma postura de antes, reproduzindo suas aulas com poucas modificações, enchendo o “quadro negro” com o conteúdo retirado do livro e listando exercícios repetidos fazendo apenas algumas alterações para que o aluno sozinho resolva problemas, ou que ele mesmo resolva para que o aluno copie. A resistência às mudanças e o reforço do ensino tradicional têm sido práticas comuns. Micotti (1999, p.154), em seu texto “O Ensino e as Propostas Pedagógicas”, mostra que alguns profissionais elogiam o bom nível do trabalho escolar feito no passado e até rejeitam as mudanças; duvidam da validade da atuação escolar, além do que consideram que os professores hoje são pouco exigentes. Para eles, a escola tradicional era mais exigente.

A atuação da escola, no contexto atual do ensino da Matemática, é preocupante. O mundo hoje exige novas atuações da escola, para que se possa acompanhar o desenvolvimento técnico e científico. Todavia, conforme aponta a maioria dos estudiosos sobre o assunto, o que se tem observado é buscar culpados para o “fracasso” do ensino da Matemática nas escolas em vez de superá-lo. Nesse sentido, do “fracasso” advém fatos como: *o aluno, que não tem capacidade; o professor, que é mal preparado; as secretarias de educação, que não remuneraram seus professores; as universidades, que não formam bem o professor; o estudante universitário, que não aprendeu no Ensino Médio o que deveria ter aprendido e agora não consegue aprender o que os professores universitários lhe ensinam* (CARRAHER, 1995, p.20). Enfim, se está diante de vários problemas que não só são referentes ao ensino da Matemática, mas que se acentuam com ela, quando ainda hoje se encontra o maior índice de retenção nessa disciplina.

Diante da problemática aqui levantada, convém introduzir o que pensam alguns autores sobre como melhorar o ensino de Matemática na sala de aula. Destacam-se, pelo menos, duas maneiras de abordagem do ensino dessa disciplina: *matemática escolar e a matemática do cotidiano*.

Entre os matemáticos e os educadores matemáticos têm havido discordâncias quando se trata da pesquisa no ensino da Matemática. Os matemáticos têm uma visão de que só se aprende Matemática quando se consegue fazer abstrações e generalizações. Já o educador matemático não tem essa preocupação ou pelo menos não se reduz a essas

realizações. Eles se preocupam em melhorar a maneira de como aplicar os conhecimentos matemáticos. Apesar dessas vertentes, o escopo deste trabalho volta-se para o grupo de educadores matemáticos, uma vez que esta linha de pesquisa adotada está inserida nesse contexto, mas é preciso deixar clara a importância das pesquisas em Matemática Pura.

D'Ambrósio, um dos pioneiros e grande incentivador da Educação Matemática no Brasil, hoje é porta-voz de um movimento da cultura da paz, sempre preocupado com os problemas sociais que envolvem o Brasil e o mundo. Ele chama a atenção para as mudanças que ocorrem na sociedade e afetam diretamente o sistema escolar. A oportunidade dada hoje à população para a escolarização leva à esperança de empregos e de melhores condições de vida, afirmando que: *“tudo isso reflete de maneira natural e profunda no ensino das ciências e da matemática, ocasionando a reformulação de teorias que regem esse ensino e provocando tendências até certo ponto radicais com relação a orientações anteriores”* (D'Ambrósio, 1986, p. 43)

Dentro dessa linha de pensamento, Bicudo (1999) evidencia, quando trata da Filosofia da Educação Matemática, trabalhando com os assuntos tratados pela Filosofia da Matemática, olhando-os sob o enfoque da educação, a questão da posição dessa ciência no currículo escolar. Bicudo & Garnica (2001) dizem que a prática científica matemática é tendencialmente conservadora e que a prática pedagógica da Matemática - objeto central da Educação Matemática - busca o contrário de alguns conservadores. A prática pedagógica da matemática para os autores tem como característica um pensar reflexivo, sistemático e crítico sobre o contexto sócio-cultural onde ocorrem situações de ensino-aprendizagem da Matemática.

Para Carvalho (1994), a visão da Matemática que geralmente norteia o ensino, refere-se à Matemática como uma área de conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente ao mundo das idéias e que serve de modelo para outras ciências. Dessa forma, essa concepção gera uma visão distorcida da realidade da sala de aula, em que o professor, no seu papel de dono absoluto do conhecimento, impõe sua autoridade para o aluno passivo, a ser moldado segundo uma “perfeição científica”. Outra consequência apontada é que o sucesso em Matemática representa um critério avaliador de

inteligência dos alunos. Uma ciência tão nobre e perfeita, só pode ser acessível a mentes privilegiadas.

Tentando desmistificar o ensino da Matemática, encontrou-se vários autores que comungam da mesma atitude diante do quadro gritante de “fracasso” no ensino de Matemática. O objetivo principal para esses autores é mostrar pistas transformadoras para que o trabalho nas aulas de Matemática ofereça aos alunos igual oportunidade de conhecimento. Na Educação Matemática, há pesquisas que buscam facilitar o aprendizado, justificando a utilização de várias metodologias alternativas. Posteriormente essas metodologias serão focalizadas para a melhor compreensão do que este trabalho pretende propor em nível de pesquisa. Por ora, há aqui a necessidade de enfatizar a dissociação entre o que se ensina de Matemática na escola e a Matemática aprendida na vida, no cotidiano.

Dos temas abordados nas pesquisas matemáticas o que mais tem preocupado os educadores matemáticos é a falta de articulação entre a Matemática escolar e a Matemática da vida cotidiana. Este é um fator que tem contribuído para as dificuldades encontradas pelos alunos, no sentido de entender com que finalidade está estudando determinados conteúdos, e para que estes servem.

O ensino de Matemática na sala de aula não toma conhecimento do que os alunos aprendem no seu dia-a-dia. Carraher et alli (1995) já mencionavam em seus estudos esse grau de dissociação, quando comentam que o ensino da Matemática se faz sem referência ao que os alunos já sabem, como se estes nada soubessem. Os pesquisadores defendem que:

A Matemática que um sujeito produz não é independente de seu pensamento enquanto a produz, mas pode vir a ser cristalizada e tornar-se parte de uma ciência a Matemática, ensinada na escola e aprendida dentro e fora da escola. (CARRAHER, 1995, p.11).

Do ponto de vista da comunidade científica sobre a Educação Matemática, no que diz respeito à Matemática organizada por esta comunidade e a Matemática como atividade humana, os estudiosos sempre apontam para uma interação entre as duas. Na

sala de aula, a Matemática praticada é uma atividade humana, não há como seja concebida antagonicamente, é a fusão das duas que leva à aprendizagem do aluno, e precisa ser superada a partir de uma reflexão sobre o processo de produção do conhecimento matemático cotidiano.

Adriano Rodrigues Ruiz (2001) vai mais além quando trata a Matemática, a matemática escolar e o nosso cotidiano. Ao abordar o tema, preocupou-se em mostrar a diferenciação entre elas da seguinte maneira: “*Matemática, sob os “olhos” dos matemáticos, sempre foi percebida e enaltecida pela sua beleza e por constituir-se em espaço de liberdade para ousadas criações do espírito humano*” (RUIZ, 2001, p.129). A Matemática vista pelo autor mostra a grande distância com a realidade atual. A Matemática escolar apontada pelo autor mostra, hoje, fortes laços com idéias de fracasso, de sacrifício, de punição. Para POLYA (1995):

A Matemática tem a duvidosa honra de ser a matéria menos apreciada do curso [...] Os futuros professores passam pelas escolas elementares a aprender a detestar a matemática[...]. Depois, voltam à escola elementar para ensinar uma nova geração a detestá-la. (POLYA, 1995, prefácio).

A Matemática escolar, segundo Ruiz (2001), direciona seus esforços para a formação do leitor da palavra da escola. A matematização do cotidiano, ainda segundo esse mesmo autor, não pertence ao território escolar. E finaliza comentando que, no cotidiano, Matemática e incerteza são palavras que juntas soam de forma muito estranha, haja vista que, quando alguém aponta tabelas, gráficos e fala de números parece estar falando de coisas que não podem ser discutidas. O que pode camuflar a Matemática com intenções duvidosas, como são os casos dos “0800”, as ditas “correntes” ou “pirâmides”¹¹ que vendem esperança à maioria da população. Hoje, o domínio da Matemática é necessário, dado o grau de envolvimento dessa área de conhecimento na vida das pessoas, e a matemática escolar deve estar preparada para essa nova missão de servir de mediadora para casos como os já citados acima e que

¹¹ Para Ruiz, as ligações para o 0800 não permite uma avaliação de possibilidades por parte do jogador: conhece-se o prêmio e o quanto deve ser pago, mas desconhece-se o número de participantes e assim fica no ar quanto custou o prêmio sorteado. As pirâmides, segundo o mesmo autor, vendem esperança oferecendo ganhos seguros e fáceis, que crescem em uma progressão geométrica e não acompanham o crescimento populacional.

servam de alerta aos alunos, tornando-se multiplicadores dos saberes matemáticos em seus lares. O matemático John Allen Paulos (1994) coloca bem a sua angústia quando comenta: *Estou angustiado com uma sociedade que depende tão completamente da matemática e da ciência e, no entanto, parece tão indiferente ao alfabetismo em matemática e ao analfabetismo científico de tantos de seus cidadãos.* (PAULOS, 1994, p. 140)

Embora a temática levantada sobre o conhecimento escolar e o conhecimento cotidiano seja algo a ser superado, Giardenetto (1999) considera que essa superação não se dá pela supervalorização da vida cotidiana como parâmetro para o desenvolvimento da prática escolar. Ele acrescenta:

É preciso promover uma reflexão sobre as especificidades do processo de produção do conhecimento matemático no cotidiano, assim questionar os condicionantes históricos e sociais que determinam que a vida cotidiana hoje constituída seja dessa forma e não de outra. No interior dessa reflexão, evidencia-se, dentre outras coisas, que na vida cotidiana o indivíduo se apropria de fragmentos, germens de um conhecimento sistematizado que é desenvolvido no contexto histórico-social do qual ele faz parte. Trata-se de uma apropriação parcial do conhecimento sistematizado que se revela em função da necessidade de conhecimento que ele tem de utilizar no cumprimento de determinada atividade que ele é obrigado a desenvolver nas relações sociais de exploração, para garantir o mínimo da força de trabalho necessário para essa atividade” (GIARDINETTO, 1999, p. 5-6).

E coloca que o conhecimento da vida cotidiana é fragmentado, que só responde aos interesses de uma sociedade baseada nas relações de subordinação e domínio, levando a uma forma alienada de condição de injustiça social.

Ao estudar as pesquisas em Educação Matemática, a qual, para o autor, supervalorizavam o saber matemático contido no dia-a-dia das pessoas Giardenetto (1999) conclui que:

No bojo das idéias de supervalorização do cotidiano dessas pesquisas, a promoção não-intencional de um processo de alienação: ao defenderem o conhecimento que o indivíduo já produziu na forma prático-utilitário inerente

às necessidades da vida cotidiana como parâmetro para o desenvolvimento da prática pedagógica, essas pesquisas acabam promovendo o fenômeno da expansão da estrutura do pensamento cotidiano alienado para atividades não-cotidianas. Com isso, proclamam superar a alienação que se faz presente na escola, mas, sem perceberem, legitimam ainda mais essa alienação, pois reiteram, entre outras coisas, o não-acesso do indivíduo ao saber escolar pela ênfase ao saber assistemático que o indivíduo já possui. (GIARDINETTO, 1999, p. 124)

Procura-se mostrar a problemática que envolve o ensino da Matemática na visão da comunidade científica, muito preocupada em mostrar caminhos e alternativas que proporcionem ao professor compreender a Matemática como fruto da construção humana e, portanto, deve estar sempre interagindo com o contexto natural, social e cultural.

Apresentar-se-á no próximo item as várias formas identificadas de se tentar trabalhar com o ensino da Matemática de forma contextual dentro da atualidade e sociabilidade dos alunos.

1.2 As Tendências Atuais do Ensino da Matemática: Novas Metodologias Para o Ensino da Matemática.

Conforme já fora apontado, o ensino da Matemática tem-se constituído em si mesmo como um problema para os educadores. Em grande parte, a preocupação com a forma de ensinar retrata os acontecimentos que têm surgido no contexto global da educação no Brasil e no mundo.

É sintomático o fato de que a compreensão do ensino no Brasil demanda, na atualidade, profundas mudanças, face aos mecanismos de reestruturação da sociedade, estimulada pela globalização da economia tornada possível pelos avanços tecnológicos. Mudanças de concepção e adequabilidade às novas tecnologias estariam na raiz do processo que deveria coadunar o ensino às novas exigências impostas pelo mercado de trabalho.

Na amplitude dessas mudanças que permeiam e demandam para uma redefinição de praticamente todos os campos do trabalho humano sob o comando dos avanços tecnológicos, estabelecem-se novas formas de relação entre ciência e trabalho, entre técnica e sociedade.

Essas novas formas de relação levaram os educadores matemáticos a procurar caminhos alternativos. A busca de alternativas de ensino provém do fato de que o professor já não consegue trabalhar com o aluno utilizando apenas o quadro de giz, o lápis e o papel. O aluno já questiona esses recursos didáticos, e o professor também o faz.

Na maioria dos casos, este sente-se dominado por pressões externas e internas: externas por parte dos alunos, das instituições, das exigências do mundo globalizado; internas, pois o professor sente por ele mesmo necessidade de mudança, a qual se expressa de dentro para fora, através da angústia de um dia de trabalho que não satisfaz a atitude do professor que tenta ser atuante. Esses tipos de pressão são percebidos por educadores das mais diversas áreas. Na verdade, é o mundo contemporâneo com suas idiosincrasias que está a exigir de todos, mudanças ininterruptamente.

A Educação Matemática mostra caminhos alternativos para que o professor possa encontrar saídas possíveis para atenuar as pressões que sofre diuturnamente.

O caminho a seguir depende da situação vivenciada pelo profissional. Mas, o que o professor não pode esquecer é que se faz necessário levar em consideração questões centrais que estão no bojo das interações sociais e que, atualmente, devem permear a prática educativa, relacionando-se com a ética, o meio ambiente, a saúde, a pluralidade cultural, a sexualidade, o trabalho, o consumo, as questões formalmente instituídas como temas transversais previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

Em conformidade com essa linha paradigmática da atual legislação educacional brasileira, Campos (1994) acentua que:

O ensino da Matemática não interessa apenas aos matemáticos ou aos futuros matemáticos, mas a todos. A interpretação de gráficos, a análise de relações, a mensuração, a modelagem de fenômenos são técnicas comuns da Matemática utilizadas nos mais diversos contextos (...). (CAMPOS, 1994, p. 3).

Ressalta ainda a importância da Matemática como instrumento de análise e previsão, instrumento necessário nas atividades cotidianas dos alunos, como exemplo a utilização de porcentagem, de proporções e de frações em várias situações vividas por eles.

Para Bassanezi (2002), trabalhar a Matemática, comprometida com as realidades do homem na sociedade, seria menos alienante, levaria relacionar instrumentos matemáticos com outras áreas do conhecimento. Assim enfatiza que:

É também nessa capacidade de estabelecer relações entre os campos da Matemática e os outros, evitando reproduzir modos de pensar estanques, fracionados, que, a nosso ver, está o futuro da formação de novos quadros de professor e pesquisadores prontos a enfrentar o desafio de pensar a unidade na multiplicidade. (BASSANEZI, 2002, p. 15).

O uso de recursos computacionais e da calculadora pode ser realçado, dentro dessas tendências, uma vez que estes são considerados como ferramentas usuais e indispensáveis para o enriquecimento das atividades desenvolvidas na sala de aula. A calculadora, tida como “objeto proibido” dentro da sala de aula pelo professor, é hoje indicada nos PCNs como instrumento de auto-avaliação.

Para melhor conduzir o leitor, é conveniente tecer alguns comentários sobre as tendências vigentes no ensino da Matemática e o que pensam os estudiosos das abordagens. Posteriormente, far-se-á importante abordar a modelagem matemática como parte da linha de pesquisa deste trabalho.

1.2.1 - Resolução de Problemas

Falar sobre Resolução de Problemas sem amparo de POLYA (1978, 1995)¹², é negar-lhe o mérito. Nos trabalhos sobre resolução de problemas, em sua bibliografia,

¹² Polya escreveu vários livros e artigos em revistas científicas, dedicou grande parte de sua vida à “arte de resolver problemas”.

este autor é citado e colocado em evidência, devido à significativa atuação na divulgação desta metodologia de ensino para a Matemática. Polya, um dos primeiros estudiosos que começou a investigar o tema no campo da pesquisa sobre Educação Matemática, tinha a convicção de que “*A principal tarefa do ensino da Matemática, em nível secundário é a de ensinar jovens a pensar*” (POLYA, 1978). Ao resolver um problema, é necessário compreender o problema. Segundo Andrade (1998)

Em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares têm início na década de 1970. Embora grande parte da literatura hoje conhecida em resolução de problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de George Polya datam de 1944. A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para uma qualitativa.

De um modo geral, os estudos em resolução de problemas preocuparam-se inicialmente, período anterior a 60, com o desempenho bem-sucedido da obtenção da solução de problemas. Não houve preocupação com o processo. Para desenvolver sua capacidade em resolução de problemas, a criança deveria exercitar-se exaustivamente na solução de uma grande quantidade de problemas do mesmo tipo. O ensino de resolução de problemas limitava-se ao ensino de solução, tipo treino, num esquema cognitivo estímulo-resposta. Posteriormente, período 60-80, a preocupação voltou-se para o processo envolvido na resolução de problema e, assim, centrando o ensino no uso de diferentes estratégias. (ANDRADE, apud ONUCHIC, 1998, p. 203)

Polya propõe quatro etapas necessárias para se resolver um problema:

- 1) compreensão do problema;
- 2) estabelecimento de um plano;
- 3) execução do plano;
- 4) retrospecto.

Conclui-se aqui que levar os alunos a pensar deveria ser o papel mais importante do educador, pois à medida que o aluno pensa, ele torna-se crítico, uma vez que este começa a questionar-se sobre o que está fazendo.

Rodrigues (1992) revela que em sua experiência profissional, trabalhando com resolução de problemas, o grau de comprometimento do professor exige muito mais desse profissional do que se ele trabalhasse, tradicionalmente, com matéria-exercício-teste, e diz:

Este trabalho requer do professor uma preparação cuidadosa, mais flexível, das atividades que serão propostas e uma disponibilidade para ultrapassar dificuldades que vão desde a administração do tempo até a avaliação de atividades não - rotineiras. (RODRIGUES, 1992, p.29)

Para o professor, ultrapassar estas barreiras levará a uma maior integração com seus alunos, mesmo que, no início, sinta alguma dificuldade propiciada pela mudança de metodologia na sala de aula.

Não há dúvida de que Resolução de Problemas assume *“uma grande importância dentro do ensino da Matemática, pois busca desenvolver o raciocínio, a criatividade, motiva os estudantes para aprender Matemática”* (NASSER, apud RODRIGUES, 1988, p. 29-30).

A importância da resolução de problemas está também no fato de que ela leva o estudante a trabalhar em grupo, ocasionando troca de experiências, questionamentos e uma maior interação na sala de aula, além do que evita que os alunos fiquem dispersos.

Vários tipos de problemas matemáticos foram classificados por Lester e D’Ambrósio, B. (1988, p. 33-40) os quais, normalmente, são enquadrados no trabalho na sala de aula. O objetivo é sempre buscar adequá-los à experiência dos alunos da melhor forma possível:

- 1) problemas simples ou de tradução simples - são os que fazem a tradução da linguagem usual para uma expressão matemática;
- 2) problemas tipo exercícios ou de treinamento – são os que reforçam o que já foi aprendido;

- 3) problemas heurísticos ou problemas - processos – são os que usam estratégias para se chegar à solução: usa-se o raciocínio sem utilizar algoritmo;
- 4) problemas tipo composto ou de tradução complexa – são os que requerem mais de uma operação matemática para solucioná-los;
- 5) problemas de quebra-cabeça – são os problemas colocados em recreações que podem ser resolvidos pela Matemática;
- 6) problemas de aplicação – são problemas tirados do cotidiano do aluno.

Gazire (1988) propõe o uso de resolução de problemas em vários momentos na sala de aula, como: apresentação de um novo conteúdo, aplicação desses conteúdos, ou como um meio de ensinar Matemática. Cada uma dessas possibilidades traz maneiras novas de se trabalhar os conteúdos matemáticos, buscando dessa forma o interesse do aluno pela disciplina.

A pesquisa no Brasil com resolução de problemas, conta com vários pesquisadores. Na UNESP de Rio Claro (SP) foi criado um grupo de estudo com o intuito de divulgar essa linha de pesquisa, dando suas contribuições em conferências, cursos, mini cursos, mas ainda muito restrito ao Estado de São Paulo.

A contribuição para o desenvolvimento dessa linha de pesquisa obtém-se com trabalhos publicados por Luiz Roberto Dante, em sua tese de doutorado em 1980, sua tese de livre docência em 1988, seu livro: Didática da Resolução de Problemas e artigos publicados em revistas. As dissertações de mestrado de Eliane Scheid Gazire (1988), Miriam Godoy Penteadó da Silva (1989), Valdir Rodrigues (1992), Ruth Ribas Itacarambi (1992), Luciene Souto Botta (1997), Silvano de Andrade (1998), Livia Lopes Azevedo (1998), Odisnei Gustineli (1990), A.M. Figueiredo (1995).

1.2.2 Modelagem Matemática

Aplicações e modelagem foram os termos utilizados por Blum e Niss (1991, p.40) para designar as várias formas de conectar a realidade com a Matemática. Assim, seu objetivo, segundo Across & Moscardini (1985), é reduzir um fenômeno em termos idealizados da situação real para termos matemáticos. A modelagem é aplicada em várias áreas do conhecimento humano, como para estudar os problemas econômicos, biológicos, geográficos, cartográficos, de engenharia e tantos outros possíveis.

Diversos autores referem-se à modelagem como meio de dinamizar a relação professor-aluno. Alguns deles podem ser citados como forma de facilitar a compreensão do texto. Segundo Gustineli (1990):

A Modelagem Matemática é um processo que acontece a partir de situações-problemas e de aspectos da realidade vivida por aqueles que participam do processo de ensino-aprendizagem da Matemática”. (GUSTINELLI,1990, p. 51)

A Modelagem Matemática prevê a construção de modelos. O professor, usando a intuição e a criatividade, contextualiza os conceitos trabalhados¹³ a partir de situações problemas. O ensino através de modelagem matemática encaminha o aluno para que, a partir da compreensão concreta de conceitos iniciais, assimile outros conceitos.

Bassanezi (1990) ressalta a função motivadora da modelagem em situações que envolvem a realidade dos alunos no processo ensino/aprendizagem, estabelecendo a relação da Matemática com as outras ciências e também com os temas transversais apontados pelos PCNs, sendo esta uma questão de urgência social vivida dentro da escola.

Biembengut (1999)¹⁴ enfatiza que para a elaboração de um modelo é necessário considerar alguns procedimentos, a saber:

- 1) interação: procedimento que consiste no reconhecimento da situação-problema e na familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa);

¹³ Os conceitos trabalhados aqui citados tanto podem ser conceitos matemáticos como de qualquer outra área do conhecimento.

¹⁴ Para Biembengut: “(...) Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos, e a modelagem é um meio de fazê-las interagir.”

- 2) matematização: procedimento que sugere o levantamento de hipótese, que traduz a situação-problema para a linguagem matemática e a resolução do problema em termos do modelo;
- 3) modelo matemático: procedimento que conduz à interpretação da solução e validade do modelo para a situação problema.

Segundo Gazzeta (1989): “O processo de Modelagem Matemática tem início a partir de uma situação real que apresenta um “problema”, para o qual uma resposta é procurada”, e comenta, que, primeiramente, deve-se identificar qual é o real “problema”, pois situações reais raramente aparecem bem definidas, e, ao mesmo tempo, separar os aspectos essenciais ou significativos da situação estudada. Após a identificação dos aspectos significativos, o próximo passo é traduzi-los em entidades matemáticas, isto é, o modelo é montado, substituindo a linguagem natural pela linguagem matemática. Obtida a solução, através da resolução do modelo matemático, esta é comparada com os dados reais. Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não sejam aceitos, modificam-se as variáveis ou a lei de formação, reiniciando-se o processo.

1.2.3 História da Matemática

O professor, ao utilizar a História da Matemática como recurso em sala de aula, estará proporcionando aos alunos a ligação entre o conteúdo e o contexto histórico, em que o mesmo foi construído. Fato este que constitui veículo de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo (PCNs, 1996).

A História da Matemática permite a compreensão no espaço e no tempo dos teoremas postulados e dos axiomas construídos tanto pelos clássicos como pelos autores contemporâneos. Ela permite levar ao contexto a possibilidade de abstrações e formulações teóricas das ciências. Brolezzi (1989), afirma que:

A ordem lógica mais adequada para o ensino da Matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a

Matemática enquanto Ciência em construção. O recurso de História da Matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando, por assim dizer, como um modo de raciocinar próprio de um conhecimento que se quer construir.(BROLEZZI, 1989, p. 93)

Dispor da História da Matemática não significa valorizar procedimentos de memorização de datas e nomes de matemáticos, mas sim, usar os dados históricos como recurso didático para o enriquecimento das aulas.

Baroni e Nobre (1999) enfatizam a necessidade de o professor de Matemática conhecer a história da disciplina, para escapar a estes procedimentos de memorização e assim considerar que está recorrendo à história no contexto da sala de aula. Estes autores consideram ainda que o campo de pesquisa ainda tem muito a ser explorado.

Rosa L. S. Baroni e Sérgio Nobre são coordenadores de um grupo de pesquisa em História da Matemática e/ou suas relações com a Educação Matemática da UNESP de Rio Claro (SP). A produção na área da História da Matemática tem-se constituído em dissertações e publicações em revistas especializadas.

Ao refletir sobre a formação de professores e as alternativas do ensino da Matemática, pretende-se mostrar como é necessário e urgente, que a prática educativa “ganhe” uma nova dimensão, dada a necessidade de implementação de atividades condizentes com a sociedade contemporânea.

1.2.4 Etnomatemática

A expressão “etnomatemática”, assim difundida mundialmente, parte de um brasileiro reconhecido por seus trabalhos publicados internacionalmente, o professor Ubiratan D’Ambrósio. D’Ambrósio fez referência ao termo desde a década de 70, quando se tentava minimizar os efeitos causados pela Matemática Moderna. FERREIRA (1997), quando escreve sobre o nascimento da etnomatemática, assim problematiza:

Depois do fracasso da Matemática Moderna, na década de 70, apareceram, entre os educadores, matemáticos de várias correntes que tinham um

componente comum – a forte reação contra a existência de um currículo único e contra a maneira imposta de apresentar a Matemática em todos os países. Além de perceberem que não havia espaço na Matemática Moderna para a valorização do conhecimento que a criança traz para a escola, esses matemáticos inovadores voltaram seus olhares para outro tipo de conhecimento, também ignorado pela escola: o conhecimento do vendedor de rua – muito bem desenvolvido por Nunes e Carraher – o dos índios – (...) – o conhecimento do pedreiro, do pescador, da criança brincando, da dona de casa cozinhando, etc. (FERREIRA, 1997, p. 13).

O prefixo *etno*, anteposto à palavra matemática, segundo D’Ambrósio, tem sentido mais amplo do que o restrito à *etnia*. A etimologia da palavra é explicitada da seguinte forma:

etno é hoje aceito como algo muito amplo, referente ao contexto cultural e, portanto, inclui considerações como linguagem, jargão, códigos de comportamento, mitos e símbolos; *matema* é uma raiz difícil, que vai na direção de explicar, de conhecer, de entender; e *tica* vem, sem dúvida, de *techne*, que é a mesma raiz de arte e de técnica. Assim, poderíamos dizer que etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais. (D’AMBRÓSIO, 1990, p.5-6).

A expressão “etnomatemática”, ao longo do tempo, vem sofrendo transformações por parte dos educadores matemáticos. Knijnik (1996) analisa sua evolução e comenta:

Ao analisar a gênese do conceito de etnomatemática e examinar historicamente sua evolução, Paulus Gerdes (1991b) afirma que, em uma primeira fase, a expressão foi utilizada no sentido de englobar um movimento de questionamento da Matemática escolar e sua vinculação com a Matemática acadêmica. O movimento, surgido em países periféricos e, posteriormente, aceito e difundido também em países centrais, aponta para uma visão da Matemática como um produto cultural, abrangendo idéias tais como as de Sociomatemática de Zaslavsky (1973), Matemática não-estandardizada de Gerdes (1985) e Harris (1987, Matemática congelada de Gerdes (1985,

1991a) e Matemática Popular do povo de Mellin-Olsen (1987). (KNIJNK,1996, p. 72).

Outros termos também foram usados como matemática codificada no saber-fazer por Sebastiani em 1986; matemática espontânea, usada em 1982 por D'Ambrósio para mostrar os métodos matemáticos desenvolvidos por povos na sua luta de sobrevivência (GERDES, 1992, 1997).

Vários pesquisadores trabalham dentro dessa linha de pesquisa no Brasil, e o primeiro a desenvolver pesquisas junto às comunidades indígenas do extremo norte e noroeste do país foi Eduardo Sebastiani Ferreira. Desde os anos 80, ele vem realizando pesquisa e orientando trabalhos junto a estas comunidades o que tem contribuído muito com a educação indígena no que se refere à Matemática. É possível encontrar ainda nesta linha de pesquisa, os trabalhos desenvolvidos por Marcelo Borba (1987) em uma favela de Campinas (SP), o de Sérgio Nobre (1989) sobre o “jogo do Bicho”, o de Nelson Luis Carvalho (1991) com os índios e as índias que vivem no centro-oeste do país, o de Gelsa Knijnik (1995) dentro do movimento dos trabalhadores rurais sem-terra (MST). Estes trabalhos e outros deram subsídios para que a pesquisa em etnomatemática tivesse um papel de destaque na Educação Matemática.

Muitas críticas surgiram em torno da etnomatemática, como as críticas feitas ao trabalho de Paulus Gerdes sobre *o despertar do pensamento geométrico*, em que Dowling diz que Gerdes projeta o modelo europeu de Matemática sobre a cultura moçambicana e, com isto, coloca a cultura moçambicana como inferior à européia (FERREIRA, 1997, p.25).

Ajustar a prática do professor pressupõe igualmente a busca de alternativa no âmbito do processo ensino-aprendizagem, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas e a História da Matemática, Etnomatemática são, dentre outras, tendências que se apresentam hoje com importância para o desenvolvimento do aprendiz.

Com o intuito de provocar leitores para uma reflexão sobre o que já foi exposto, no próximo item tecer-se-á alguns comentários sobre os PCN's que, ao que parece

surgiram das necessidades expostas da comunidade científica, que já há muito tempo vem sendo questionada sobre o ensino da Matemática.

1.3 A Matemática nos PCN'S: Novas Exigências no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática.

Os parâmetros curriculares nacionais (PCN'S) foram elaborados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) em 1998, com o objetivo, segundo o governo federal, de orientar o professor a conduzir seus alunos a serem capazes de compreender o seu papel dentro da sociedade em que vivem, posicionando-se de maneira crítica às diversas situações que são colocadas no dia-a-dia. Saber utilizar as diferentes linguagens do cotidiano, verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal, é concebido como um meio para atender às diferentes situações inseridas dentro e fora do ambiente escolar.

As transformações pelas quais o mundo passa, a utilização de tecnologias e o uso de computadores cada vez mais presentes no mundo do trabalho, deixaram o ensino tradicional defasado e precisando de um redirecionamento, uma vez que a escola é o melhor caminho para que o aluno se torne um cidadão preparado para o mercado de trabalho e a Matemática desempenha um papel fundamental dentro de todas as áreas do conhecimento, o que requer competência matemática para atuar dentro da sociedade. Dentro dessa abordagem, os parâmetros curriculares nacionais dizem:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (PCNEM, 1999, p.251)

Os PCN'S estão estruturados para atender às necessidades do Ensino Fundamental e Médio. A sua utilização - segundo o governo federal - não é obrigatória, e só funciona quando o professor consegue pegar as sugestões contidas nos PCN'S e adaptar à realidade dos alunos¹⁵. Para Onuchic (1997), são essenciais os parâmetros curriculares nacionais de Matemática e assegura que:

De acordo com os PCN'S a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. (ONUCHIC apud LA TAILLE, 1997, p.209).

Nos parâmetros curriculares nacionais de Matemática, o Ensino Fundamental está dividido em quatro ciclos, que são:

CICLOS	SÉRIES
1º ciclo	1º e 2º séries
2º ciclo	3º e 4º séries
3º ciclo	5º e 6º séries
4º ciclo	7º e 8º séries

Quatro grandes temas norteiam o currículo de Matemática do Ensino Fundamental, são eles:

- 1) o estudo dos números e das operações;
- 2) o estudo do espaço e das formas;

¹⁵ Não há um consenso dentro da comunidade científica sobre os PCN's, para Corinta Geraldi, Elizabeth de Macedo, Antônio Flávio Moreira, Vera Candau e outros, um dos pontos de discordância é quando se refere a obrigatoriedades, como comenta Geraldi (1996, p. 134) : “ ...parâmetros configuram uma relação (selecionada e arbitrária) de conteúdos escolares considerados como válidos e necessários bem como sua operacionalização na programação escolar que será considerada válida (embora não obrigatória) [sic!], cujo cumprimento e efetivo aprendizado dos alunos será controlada pela avaliação nacional”.

- 3) o estudo das grandezas e das medidas;
- 4) o tratamento da informação;

Os quatro grandes temas abordados nos PCN's provocam a discussão de como estão sendo trabalhados esses temas. Será que as novas metodologias estão sendo utilizadas na sala de aula pelo professor? Diante do questionamento exposto, a matemática não deve ser colocada como um filtro social dentro do Ensino Fundamental, mas sim:

A matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (PCN, 1998, p. 27)

Para que estes temas sejam bem articulados, requer-se do professor habilidades de identificar quais os conteúdos que realmente sejam de importância para que os objetivos apontados dentro dos PCN'S sejam alcançados.

Objetivos Para o Ensino Fundamental

O aprendizado da Matemática, no Ensino Fundamental, deve levar o aluno a:

1	Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta;
2	Perceber que a disciplina estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas
3	Fazer observações de sua realidade em relação aos aspectos quantitativos e qualitativos, com o uso dos conteúdos matemáticos;
4	Resolver situações-problema adotando estratégias, desenvolvendo formas de raciocínio e processos como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa;
5	Utilizar conceitos e procedimentos matemáticos, bem como recursos tecnológicos disponíveis, diante de uma situação-problema;

6	Apresentar resultados e sustentar argumentos por meio de linguagem oral e escrita;
7	Desenvolver a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
8	Interagir com os colegas de modo cooperativo, aprendendo a trabalhar em conjunto na busca de soluções.

Fonte: Revista Nova Escola, edição especial, PCN fáceis de entender.

Para o Ensino Médio, os parâmetros fazem considerações sobre a importância da disciplina Matemática:

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (PCNEM, 1999, p.251)

Seguem-se os objetivos para que o ensino da disciplina resulte em uma aprendizagem real e significativa. Esses objetivos são:

1	Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
2	Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
3	Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, e outras áreas do conhecimento e da atualidade;
4	Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
5	Utilizar, com confiança, procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;

6	Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
7	Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
8	Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
9	Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Fonte: PCNEM

O Parâmetro Curricular Nacional de Matemática procura enquadrar-se dentro das novas tendências em Educação Matemática. Assim ressalta-se:

Visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovens brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (PCN,1998, p. 15)

ONUCHIC (1999), comenta sobre a importância dos PCN`S na matemática e como estão bem delineados com o que hoje busca a Educação Matemática:

Os objetivos gerais da área de Matemática, nos PCN`S, buscam contemplar todas as linhas que devem ser trabalhadas no ensino de matemática. Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar idéias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e outras áreas, poder construir conhecimentos matemáticos e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC, 1999, p. 209/210).

Essas orientações postas tanto no âmbito das tendências do ensino da matemática que se viu no item anterior, quanto às orientações definidas nos parâmetros curriculares nacionais, descortinam as possibilidades de renovação do ensino da Matemática.

Capítulo II: As relações entre a Matemática e a Cartografia

Cartas, para quem não aprendeu a lê-las e utilizá-las, sem dúvida não tem qualquer sentido, como não teria uma página escrita para quem não aprendeu a lê..

(Yves Lacoste, 1985:38)

2.1 A Cartografia, o que é?

Desde a sua origem, a cartografia teve uma ligação muito íntima com a ciência geográfica e ao mesmo tempo com a Matemática. A cartografia sempre constituiu uma forma de representação de dados da superfície da terra, dos objetos geográficos físicos e humanos, além de constituir um grande instrumento de comunicação. Uma forma mesma de linguagem comum à Geografia e a todos os profissionais que se atêm da dimensão espacial. E, nesse contexto, os produtos cartográficos: a carta¹⁶, o mapa¹⁷ sempre foram expressões de um conjunto de procedimentos matemáticos. A representação dos objetos geográficos é, sobretudo, uma consequência de estudos de formas e medidas por conseguir-se utilizar as ferramentas disponíveis para a Matemática. Em sua essência, a Cartografia é uma expressão da ciência Matemática.

Campo do conhecimento geográfico, expressão de procedimentos matemáticos, afinal, o que é Cartografia? Ciência ou arte, método científico ou técnica de representação e análise de dados geográficos? Trata-se de uma indagação instigante e que desperta o interesse de diferentes profissionais que se nutrem desse campo do conhecimento na atualidade. Eis algumas definições de cartografia. Bakker (1965), entende que:

A cartografia pode ser definida como a ciência e a arte de expressar graficamente, por meio de mapas e cartas, o conhecimento humano da superfície da terra. É ciência porque essa expressão gráfica, para alcançar exatidão satisfatória, procura um apoio científico que se obtém pela coordenação de determinações astronômicas, e matemáticas assim como topográficas e geodésias¹⁸. É arte quando se subordina às leis estéticas da simplicidade, clareza e harmonia, procurando atingir o ideal artístico. (BAKKER, 1965, p. 06)

¹⁶ Carta: é a representação no plano, em escala média dos aspectos naturais e artificiais de uma área tomada de uma superfície planetária, subdividida em folhas delimitadas por linhas convencionais – paralelos e meridianos – com a finalidade de possibilitar a avaliação de pormenores, com grau de precisão compatível com as escala (IBGE).

¹⁷ Mapa: é a representação no plano, normalmente em escala pequena, dos seus aspectos geográficos, naturais, culturais e artificiais de uma área tomada na superfície de uma figura planetária, delimitada por elementos físicos, político-administrativos, destinado aos mais variados usos temáticos, culturais e ilustrativos (IBGE).

¹⁸ Geodésia é a ciência que se encarrega da determinação da forma e das dimensões da Terra. A palavra geodésia apareceu a primeira vez na *Metaphisica* de Aristóteles.

O geógrafo francês Fernand Joly (1990) entende que a Cartografia “é a arte de conceber, de levantar, de reduzir e de divulgar os mapas”. Trata-se de procedimentos técnicos e científicos que:

Exige do cartógrafo um aprofundamento do assunto a ser cartografado e dos seus métodos de estudo que lhe concerne, uma prática comprovada da expressão gráfica com suas possibilidades e seus limites, enfim, uma familiaridade com os modernos procedimentos de criação e de divulgação dos mapas, desde o sensoriamento remoto até a cartografia computadorizada, passando pelo desenho manual e pela impressão.(JOLY, 1990, p. 71)

Oliveira (1987) discorda de Bakker (1965) e de Fernand Joly (1990) no que respeita à condição de ciência e arte da cartografia: “a cartografia não pode constituir uma ciência e tampouco uma arte”, acentua. Com suas feições e técnicas próprias e inconfundíveis, “a cartografia é um método científico, que se destina à expressão de fatos e fenômenos observados sobre a superfície a ser mapeada”.

A Associação Cartográfica Internacional (ACI), órgão mundial responsável pela normatização de regras e difusão de convenções cartográficas, em 1966, estabeleceu e posteriormente foi ratificado pela União das Nações Unidas para a Educação Ciência e Cultura (UNESCO), o conceito que hoje é aceito pela comunidade científica sobre a cartografia:

A cartografia como um conjunto de estudos e operações científicas, artísticas e técnicas, que tendo por base os resultados das observações obtidas pelos métodos e processos diretos, indiretos ou subsidiários de levantamento ou exploração de documentos existentes, destina-se à elaboração e à preparação de mapas e outras formas de expressão, assim como a sua utilização.

Em 1991, Taylor, como presidente desta associação, expõe o seu entendimento a respeito da cartografia: “é a organização, apresentação, comunicação e utilização da geo-

informação¹⁹ nas formas gráfica, digital e tátil”. Pode, segundo o autor, incluir todas as etapas, desde a apresentação dos dados, até o uso final, na criação de mapas e produtos relacionados com a informação espacial.

O entendimento de Salichtchev (1978, apud Martinelli, 1991), sobre o que é a cartografia é muito mais amplo que os autores anteriormente citados. Advoga que a Cartografia é uma ciência cuja função não é somente a representação dos fenômenos passíveis de espacialização. A cartografia:

É a ciência da representação e do estudo da distribuição espacial dos fenômenos naturais e sociais, suas relações e suas transformações ao longo do tempo, por meio de representações cartográficas - modelos icônicos – que reproduzem este ou aquele aspecto da realidade de forma gráfica e generalizada.

Desta forma, Salichtchev (1978) demonstra que o valor da cartografia não é limitado apenas a expressões técnicas de objetos. A Cartografia não é simplesmente uma técnica, indiferente ao conteúdo que está sendo transmitido. Se ela pretende representar e investigar conteúdos espaciais, por meio desses modelos, não poderá fazê-lo sem o conhecimento da essência dos fenômenos que estão sendo representados, nem sem o suporte das ciências que os estudam (Salichtchev, 1980; Martinelli, 1991).

Conforme Yves Lacoste (1988), a construção e elaboração de uma carta ou um mapa representa um esforço que extrapola a dimensão da técnica exigindo do cartógrafo conhecimentos amplos de ciências afins como Geografia e Matemática:

A confecção da carta de um território não é um pequeno empreendimento; é preciso dar-se conta da massa de esforços envolvidos nos levantamentos, nas medições e cálculos, na aplicação de métodos geodésicos, topográficos, astronômicos, fotogramétricos, gráficos, até se chegar no estabelecimento da carta. (LACOSTE, 1988, p. 58)

¹⁹ Geo-informação são as tecnologias utilizadas na produção do conhecimento espacial da superfície como: sensoriamento remoto, sistemas de informação geográfica (SIG), Sistema de posicionamento global (gps), etc.

É chamado "processo cartográfico", o processo de construção e elaboração da carta ou do mapa que envolve necessariamente uma seqüência de procedimentos que vão desde a coleta de dados, estudo, análise, composição e representação de observações a medidas, de fatos, fenômenos e dados pertinentes a diversos campos científicos, associados à superfície terrestre.

Conforme o autor, é sobre a análise e explicação dos fenômenos da superfície terrestre que se baseia a Geografia. E a cartografia é a sua expressão gráfica. Hoje, ela recebe uma grande ajuda dos meios modernos de que o cartógrafo dispõe como a aerofotogrametria²⁰ e fotorinterpretação²¹, o sensoriamento remoto²² e a cartografia computadorizada²³.

2.2 A cartografia na História: especificidade e evolução da cartografia ao longo do tempo.

Pode-se dizer que o desenvolvimento da Cartografia desde épocas remotas até os dias atuais acompanhou o próprio progresso da civilização. Cêurio Oliveira (1988, p.17) baseia-se na afirmação de que o mapa é uma das mais antigas formas de comunicação gráfica. É insofismável. Todos os povos primitivos traçaram e continuam a riscar mapas sem que tenha havido, ou haja, em tais povos, o menor conhecimento da escrita. Raisz (1948)²⁴ afirma que: “A arte de desenhar mapas é mais antiga do que a arte de

²⁰ Aerofotogrametria é a ciência que permite executar medições precisas utilizando-se de fotografias métricas. Tem por objetivo determinar a forma, dimensões e posições dos objetos contidos numa fotografia, através de medidas efetuadas sobre a mesma (IBGE).

²¹ Fotorinterpretação é a técnica de analisar imagens fotográficas com a finalidade de identificar e classificar os elementos naturais e artificiais (IBGE).

²² Técnica que utiliza sensores, regenera e passa adiante um sinal, procurando impedir que o sinal se torne demasiadamente fraco no seu percurso ao longo de um cabo (TEIXEIRA, Amandio L.; CRISTOFOLETTI, Antônio, 1997, p.197).

²³ Cartografia computadorizada é o processo em que a construção de um mapa tem suas etapas executadas por computador, reduzindo a necessidade de intervenção humana (ibid).

²⁴ Raisz, Erwin Josephus. Citou a frase em seu livro Cartografia Geral editada em New York no ano de 1948.

escrever”. Mas, como começou a se falar em cartografia? Foi Visconde de Santarém²⁵ quem usou, pela primeira vez, a palavra cartografia.

As transformações que ocorreram na cartografia devem-se ao fato de mudanças no contexto histórico que levaram à reformulação do pensamento do homem e ao uso de mecanismos que propiciassem melhores condições no manuseio de representações da superfície da terra e de seus recursos, populações e atividades econômicas. Por outro lado, a necessidade dos Estados Nacionais de organizar seus territórios, o planejamento e a gestão contribuíram para esse feito. Para Oliveira (1988), a evolução da cartografia deu-se impulsionada por interesses de melhor conhecer para dominar e explorar economicamente territórios:

Diríamos que a partir da Revolução Industrial, as noções de divisão do trabalho representam o primeiro impulso. Mas foram, sobretudo, as guerras que, pela necessidade urgente de cartas nos campos de batalha, apressaram a produção, surgindo de tudo isso, uma racionalização do produto. (Oliveira, 1988, p.14).

E ainda, Almeida enfatiza:

A elaboração dos mapas não é determinada apenas pela técnica; os mapas expressam idéias sobre o mundo, criadas por diversas culturas em épocas diferentes. A produção cartográfica sempre esteve ligada a interesses políticos e militares, influências religiosas e mesmo à questões práticas, como, por exemplo, a navegação. Os mapas, portanto, só podem ser devidamente compreendidos se vistos no contexto histórico e cultural em que foram produzidos, o que significa entender também os limites técnicos de cada época, evitando o equívoco de confundir essas limitações com intenções políticas. (ALMEIDA, 2001, p.13)²⁶

Os primeiros mapas que se tem conhecimento, foram produzidos pelos povos da Mesopotâmia, região situada entre o rio Tigre e Eufrates, onde hoje se encontra o Iraque. Da mesma forma que escreviam em plaquetas de barro cozido, assim

²⁵ Visconde de Santarém era português, segundo conta Armando Cortesão (*op. Cit.*) apud Oliveira (1988) o seguinte: “...numa carta, em 8 de dezembro de 1939, escrita de Paris ao célebre historiador brasileiro Francisco Adolfo Varnhagem, na qual diz: “invento esta palavra já que aí se tem inventado tantas.”

confeccionavam os mapas. Moura Filho (1993), em seus estudos sobre a cartografia, relata, em seu livro “Elementos de cartografia”, o interesse de Arqueólogos, Geógrafos, Etnólogos e Historiadores, por uma plaqueta descoberta em escavações das ruínas de Ga-Sur,²⁷ cidade que ficava a aproximadamente 300 km da Babilônia. O que mais chamou a atenção dos pesquisadores foi o tamanho da peça, com dimensões de aproximadamente 7 por 8 cm, a qual cabia na palma da mão.

Na plaqueta está desenhado o vale de um rio, provavelmente o Eufrates, com montanhas de cada lado, representadas à semelhança de escamas de peixe, simbolizando a maneira precária com que aqueles povos representavam o relevo terrestre. Círculos trazendo os pontos cardeais em caracteres cuneiformes, completam o mapa, o mais antigo mapa conhecido, que remonta de aproximadamente 4500 antes da era cristã. (MOURA FILHO, 1993, p. 25).

Mapa nº 01 - Mapa de GA-SUR



Fonte: Moura Filho, 1993.

A contribuição dos Egípcios para o desenvolvimento da cartografia foi de grande importância, mas devido à confecção dos mapas ser feita no “PAPIRO”, ficou prejudicada devido à vulnerabilidade do material em função do tempo.

Os Chineses desenvolveram uma cartografia de excelente qualidade e sem sofrer influência do mundo ocidental. Essa influência só começou com a chegada dos Jesuítas no

²⁶ Na interpretação do Prof. Dr. Francisco Hermes do NPADC, este conjunto de elementos que participam da elaboração de um mapa sugere uma definição de Etnocartografia.

²⁷ Na Universidade de Harvard, em Cambridge, nos EUA, conserva-se esta plaqueta em forma de mapa, juntamente com outro desenho feito sobre o papiro representando uma mina de ouro.

século XVI. Os mapas Chineses mais antigos que se tem conhecimento datam de 227 a.C. Foi encarregado da coordenação desses mapas, Pei Hsiu²⁸. Os Chineses admitiam a Terra como uma superfície plana, tendo, no centro, a China como império central, ocupando quase todo o mundo, e sendo os demais países, ao seu redor, representados como pequenas ilhas sem expressão²⁹. Segundo Moura Filho (1993), no que se refere à cartografia chinesa:

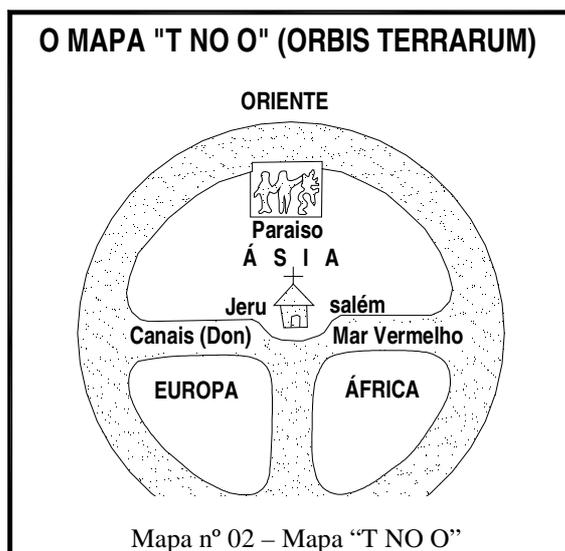
“Existem referências de que, independentemente do outro lado do mundo, a China teria sido mapeada antes da chegada de europeus ao seu território e que a ciência cartográfica florescia no celeste império na idade Média, enquanto pestanejava no ocidente”.(MOURA FILHO, 1993, p. 27)

A utilização dos mapas, pelos chineses, teve um caráter de poder sobre o espaço geográfico, o que se percebe ainda nos dias atuais, e assim comenta FRANCISCHETT (1997, p.11): *os mapas Chineses serviam como orientação e como ferramenta para que os administradores pudessem demarcar fronteiras e estipular o valor dos impostos, e para os militares, como arma no domínio pela força e mesmo como estratégia para a conquista do poder.*

Os gregos tiveram grande participação dentro da cartografia. Influenciados pelos egípcios, contribuíram, de modo decisivo, às grandes invenções da época, tanto no campo da astronomia como da cosmografia³⁰. Dentre os grandes filósofos, Aristóteles (384-322 a.C.) foi considerado como o fundador da ciência geográfica, no momento que evidencia os elementos geográficos: Equador, pólos, trópicos. A superfície da terra foi dividida em zonas: tórridas, temperadas e glaciais.

O desenvolvimento da cartografia entra numa fase de declínio durante a Idade Média, “Todas as conquistas científicas, no campo da astronomia e da matemática,

²⁸ Pei Hsiu foi considerado o p:
²⁹ As ilhas recebiam denominaç
 Fogo, Montanha Branca, Gran
 FILHO,1994, p.27)
³⁰ cosmografia: nome utilizado



ha do Espírito do
 lia, etc. (MOURA
 tes.

foram postas de lado, em prol de conceitos puramente religiosos” (OLIVEIRA, 1988, p. 19). Dentro do contexto histórico, todos os acontecimentos passaram a ser ligados dentro dos preceitos religiosos, inclusive os mapas da época, como ficou os mapas de roda, denominados “T no O” (Orbis Terrarum) em que O representa o mundo, a circunferência, o T, a cruz. Jerusalém aparece no centro do mapa, mostrando a supremacia da igreja, de acordo com o que diz a Bíblia **“Esta é Jerusalém: no meio das nações eu a coloquei, e suas terras ao redor delas”**.

O estudo da cartografia só começou a despontar, novamente, durante as grandes navegações e com o desenvolvimento da imprensa. Antes da imprensa, os mapas eram todos confeccionados a mão um a um, ficando bastante restrito a poucos por tal motivo que encarecia cada mapa produzido. Somente as *companhias de navegações, os soberanos, a nobreza, a alta burguesia e as universidades adquiriam mapas* (MOURA FILHO, 1993 p. 44). A cartografia desenvolvida na escola portuguesa no período das grandes navegações deu seu grande impulso com o aperfeiçoamento das caravelas, do astrolábio e das cartas de marear³¹.

Levantamentos realizados pelos franceses, ingleses, já no século XVII, e depois pelos alemães com a utilização da geodesia³² e a cartografia, contribuíram para o desenvolvimento da cartografia e para as inovações que despontavam durante este período. O teodolito³³, instrumento usado para medição simultânea dos ângulos horizontais e verticais, teve grande influência no desenvolvimento deste campo de estudo sendo bastante utilizado para trabalhos de triangulação. No século XVIII outros instrumentos foram utilizados além do teodolito, como: a bússola portátil com alidade³⁴; a prancheta equipada com bússola de alidade; o hodômetro para medição de linhas irregulares, como as de um rio e um semi-círculo para medição de ângulos” (OLIVEIRA, 1988, p. 24).

³¹ As cartas de marear surgiram a partir do aperfeiçoamento dos mapas de portulanos, assim chamados porque servem especialmente à navegação e aos portos.

³² Ciência que se ocupa da determinação do tamanho e da figura da terra (geóide), por meio de medições como triangulação, nivelamento e observações gravimétricas, e que determina o campo gravitacional externo da terra, e, até um certo limite, a estrutura interna.

³³ Teodolito é também conhecido como goniômetro. A etimologia do termo é duvidosa, autores consideram ser de origem grega: de *thealstai*, ver, e *dolichos*, longe; e outros do artigo inglês *thr* com a palavra árabe *alidade*. Foi no ano de 1571 a primeira menção sobre o termo *theodelitus*, na obra *Geometrical Practice – pantometria*, de Leonard Digges.

³⁴ Alidade é a parte de um instrumento topográfico que dispõe de um dispositivo de visada, com índice e acessórios de leitura e de registro.

Ao longo do tempo, a cartografia vem ganhando novos instrumentos, novas tecnologias são implementadas para que cada vez mais se chegue a desenvolver trabalhos de alta precisão.

2.3 A cartografia e as novas tecnologias de informação e representação

A sociedade contemporânea caracteriza-se por um elevado ritmo de transformação estimulada pela Revolução Científica e Tecnológica. Um dos aspectos que tem permanecido como uma preocupação central, tem sido a valorização do conhecimento e da informação. Segundo Julião (1999), ao longo do desenvolvimento da sociedade um dos seus aspectos estruturantes tem sido o do desenvolvimento e aperfeiçoamento das tecnologias de informação e comunicação. A expressão *sociedade de informação*³⁵ passa a ser difundida como forma de caracterizar as peculiaridades do tratamento informacional no atual período baseado em tecnologias da informática.

Segundo a Missão para a Sociedade de Informação (MSI), o recurso à expressão *Sociedade de informação* procura caracterizar:

Um modo de desenvolvimento social e econômico em que a aquisição, armazenamento, processamento, valorização, transmissão, distribuição e disseminação de informação conducente à criação de conhecimento e à

³⁵ A Sociedade da informação é um conjunto de interações, cujos *inputs* são as imagens, os sons, as atitudes e a informação, que fluem num espaço; a realidade a sociedade é constituída por fluxos. Estes não representam apenas um elemento da organização social. Eles determinam e dominam os processos económicos, políticos e simbólicos da vida. À medida que fatores como a demografia, a tecnologia ou a educação, vão sofrendo alterações, novos "upgrades" vão sendo feitos aos conceitos de cultura e sociedade, ou seja, atualizações com o objetivo de valorizar os aspectos mais positivos e contrariar os mais negativos. Assim, a rapidez na transição de conceitos é enorme. Da "revolução da microeletrónica" para a "sociedade da informação" e desta para a do "conhecimento", passando pela "sociedade da aprendizagem". A estes conceitos, muitos são os autores que têm dedicado parte da sua investigação e muitas das palavras hoje comuns como "rede", "informação", "conhecimento" e "inovação", evoluíram a partir dos seus estudos; Entre muitos outros podem destacar-se Touraine (1969), Bell (1976), Lyon (1988), Castells (1996), Coyle (1997), Kelly (1998), Lindley (2000) e Wilson (2000). O conceito de sociedade da informação (S.I.) tem raízes na literatura do "pós-industrialismo" - uma noção muito popular nas décadas de 60 e 70, que apregoava o fim do capitalismo industrial e a chegada de uma "sociedade de serviços" ou de "tempos livres" Ferreira, J.R.C. As Tecnologias de Informação Geográfica na Sociedade da informação do e-Gov ao e-Citizen. VII Encontro de Utilizadores de Informação Geográfica. Centro de Estudos de Geografia e Planeamento Regional Departamento de Geografia e Planeamento Regional. Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, ESIG 2002.

satisfação das necessidades dos cidadãos e das empresas, desempenham um papel central na atividade econômica, na criação de riqueza, na definição da qualidade de vida dos cidadãos e das suas práticas culturais.(MSI, 1997: p. 8).

Rui Pedro Julião (1999) acentua a importância da informação geográfica e cartográfica no âmbito da sociedade de informação. Em suas palavras:

O conceito de informação Geográfica não se limita à informação cartográfica; ele deverá ser entendido num sentido lato que engloba todo o tipo de dados diretamente materializáveis sobre a representação cartográfica e susceptível de análise espacial. Ou seja, engloba todo o tipo de informação cartográfica, mais a informação de índole quantitativa e/ou qualitativa georeferenciável, representando cerca de 80 a 90% do universo da informação existente. Poder-se-á assim dizer que a Sociedade de informação é, na realidade, uma Sociedade de informação Geográfica ou Georeferenciável. (JULIÃO, 1999, p.5)

O uso de tecnologias computadorizadas na construção e elaboração de cartas e mapas e no aprimoramento do tratamento da informação geográfica e sua adequada representação cartográfica são recentes. Não obstante o caráter recente de uso de computadores na cartografia, em que ocasionou uma verdadeira revolução, os cartógrafos de acordo com Burroughs (1989):

Passaram a adotar as técnicas computacionais no final da década de 60, mas essas eram até recentemente limitadas a serem auxílios para o traçado automático e a preparação das matrizes para os mapas impressos; para a cartografia tradicional a nova tecnologia computacional não mudou as atitudes fundamentais da produção de mapas, ou seja, o mapa impresso em papel de alta qualidade permanecia sendo o meio de armazenamento e de apresentação da informação cartográfica. (BURROUGHS, 1989, p.07)

Ainda acrescenta Burroughs (1989):

Houve duas principais tendências na aplicação de métodos computacionais ao mapeamento - uma delas era a automação de tarefas existentes, com ênfase em exatidão cartográfica e qualidade visual, e a outra dava ênfase à análise espacial às custas de bons resultados gráficos. Isso, até certa extensão, refletiu as possibilidades técnicas daquela época e os desenvolvimentos posteriores foram grandemente assistidos pelos novos desenvolvimentos em tecnologia computacional ocorridos nos últimos anos. (Ibdem)

Hoje as geotecnologias (sensoriamento remoto, sistemas de informações geográficas, sistema de posicionamento global³⁶, etc.) constituem-se em ferramentas indispensáveis à representação cartográfica, não somente aplicáveis nos trabalhos de campo, levantamentos de dados e informações da superfície da terra cujo fim último é o mapeamento (mapeamento cadastral e topográfico, cartografia temática, engenharia civil, geografia, estudos matemáticos da variação espacial, ciências do solo, geodésia e fotogrametria, planejamento rural e urbano, redes de serviços de utilidades públicas, sensoriamento remoto e análise de imagens) mas também para o ensino da cartografia.

2.4 A Cartografia e o ensino

A cartografia hoje é considerada essencial no ensino não só da Geografia, mas também na História, na Geologia e por que não dizer também na Matemática. Elementos Matemáticos utilizados na cartografia tornam-se importantes aliados do professor para trabalhar a interdisciplinaridade na escola. É importante este elo de ligação das disciplinas para que o aluno possa atender às necessidades que aparecerão no seu cotidiano.

³⁶ GPS, bússola moderna, determina o posicionamento de objetos, pessoas a partir de satélites.

Aprendendo sobre suas características físicas, econômicas, sociais e humanas, o aluno pode atender as transformações causadas pela ação do homem e dos fenômenos naturais ao longo do tempo (Nova Escola, março, 2002, p. 26).

Segundo os parâmetros curriculares nacionais de História e de Geografia, todo aluno precisa terminar o Ensino Fundamental sabendo interpretar cartas geográficas e ser capaz de produzir representações próprias do espaço.

A cartografia fornece instrumentos de explicação e compreensão do espaço geográfico, como forma de linguagem visual. Trabalhar com a cartografia aproxima o aluno dos lugares e pode-se ler as informações sobre os mais diversos lugares. (PCN: geografia, 1988, p. 88).

Os PCN'S do ensino da Matemática expõem como um dos princípios norteadores do processo de ensino–aprendizagem relacionar observações do mundo real com representações através de tabelas, figuras, gráficos. As cartas geográficas poderiam ser úteis nesse processo de ensino da Matemática para posterior análise de dados?

Passini (1994), considera de grande importância as representações na atual era da comunicação. Contudo, sabe-se que, no ensino, o mapa tem sido utilizado apenas como recurso didático para ilustrar aulas expositivas e especialmente, localizar lugares. Esta postura neutraliza o potencial de aprendizagem geográfica do mapa, que poderia ser utilizado como um instrumento científico de construção do conhecimento acerca do espaço. Para Le Sann (1985), considerando o papel fundamental da cartografia, ou seja, localizar, representar, evidenciar relações lógicas e possibilitar explicações, os mapas são mal utilizados nas escolas e os educadores necessitam encontrar caminhos que facilitem e incentivem a sua plena utilização. Existe a necessidade, portanto, de haver, por parte dos professores, um certo domínio cartográfico a partir do domínio da linguagem da representação gráfica que auxiliem na leitura e entendimento imediato da representação cartográfica, através de técnicas de percepção visual.

Conforme citado em Passini (1994), e por vários autores, a linguagem gráfica deve *formar imagem, ser monossêmica, permitir a leitura da informação em um instante de percepção e mostrar a essência da informação por ser sintética.*

No ensino, tanto o professor como o aluno possuem uma necessidade em localizar-se, orientar-se, para que o funcionamento dentro do espaço escolar venha a ser ampliado, tais como o limite como forma de defesa, segurança e movimentação dos envolvidos no processo ensino-aprendizagem. A escola, como formadora de cidadãos, deveria preocupar-se com estas questões (defesa, segurança e movimentação). Passini (1994) cita Lacoste (1988) quando questiona o descompromisso da escola em relação à alfabetização cartográfica³⁷. *Vai-se à escola para aprender a ler, a escrever e a contar. Por que não para aprender a ler uma carta?* (LACOSTE apud PASSINI, 1994, p. 27).

Os mapas atuais são produtos de um mundo que têm na tecnologia um de seus traços essenciais. Esses mapas constroem e, ao mesmo tempo, revelam a atual imagem do mundo dominante (ALMEIDA, 2001, p.16). Ao trabalhar com mapas nas escolas, o professor busca ao mesmo tempo levar o aluno a produzir o seu próprio conhecimento e a buscar o entendimento que este conhecimento traz dentro do mundo em que vive.

Para Almeida (2001, p.16), ensinar por intermédio de mapas na escola, necessita considerar que:

a) os mapas são produzidos a partir da definição de uma malha de coordenadas que garantem a localização precisa de qualquer ponto sobre a Terra.

b) os mapas resultam da redução da área representada, a qual é definida por uma proporção expressa na escala de redução, geralmente de forma linear (há mapas que trazem indicação de escala de área).

c) os mapas são obtidos com a projeção das dimensões do espaço sobre o plano do papel, o que pressupõe a planificação da esfera terrestre, a partir das relações matemáticas que dependem do tipo de projeção cartográfica usada. A variação das altitudes e formas de relevo são projetadas por meio de curvas de nível.

d) sobre o mapa-base são feitos mapas temáticos, utilizando-se um sistema de signos que representam a informação espacial.

³⁷ Alfabetização cartográfica entendida segundo Passini, é o ato de ensinar a ler mapas ou alfabetizar para a leitura cartográfica.

Passini (1994), discorre sobre a necessidade e a importância de professores de Matemática, Desenho Geométrico e Geografia discutirem o conceito de latitude e longitude e de ângulos, para que a partir desse entendimento consigam elaborar atividades orientadas para auxiliar os alunos na construção de significados para essas noções. Esse entendimento, a integração desses professores, vai além desses conceitos, podendo explorar outros tão significativos quanto estes e que orientem os alunos para que a aprendizagem seja, de certa forma, autônoma.

2.5 Linguagem cartográfica: comunicação e representação espacial

A linguagem cartográfica que traz o mapa revela as diferentes concepções de mundo e, através de seu simbolismo, pode estar associado ao conteúdo neles representado. Os mapas integram o sistema semiológico monossêmico (significado único), que é uma linguagem gráfica, bidimensional. Para Almeida e Passini (2002), a linguagem dos mapas não significa apenas localizar um fenômeno em seu interior, mas:

O mapa é uma representação codificada de um determinado espaço real. Podemos até chamá-lo de um modelo de comunicação, que se vale de um sistema semiótico complexo. A informação é transmitida por meio de uma linguagem cartográfica que utilizam-se de três elementos: sistema de signos, redução e projeção. (ALMEIDA e PASSINI, 2002, p. 15)

Os três elementos apontados por Almeida e Passini: sistema de signos, redução e projeção são de fundamental importância para a construção e leitura de um mapa. O primeiro elemento, o sistema de signos, símbolos utilizados nos mapas, é indispensável em qualquer tipo de representação cartográfica. O símbolo tem dois componentes: significante (desenho, a representação gráfica) e o significado (conteúdo do desenho) e também “*os símbolos podem evoluir dos icônicos para símbolos mais abstratos e nesta*

passagem haverá a compreensão da função e necessidade da legenda” (Passini, 1994, p. 70). Neste caso, a legenda é importante, pois sem ela seria praticamente impossível a compreensão da leitura do mapa. A quantidade e a variedade de símbolos estão sempre em função da escala do mapa. Raisz (1948) comenta que: *“um bom símbolo é o que pode ser reconhecido sem legenda”*.

Recorrendo à *evolução histórica do uso dos signos com função social de registro*, segundo Almeida (2001):

O mapa foi um instrumento que surgiu quando o homem precisou de um registro espacial fora da memória, que lhe permitisse trabalhar com maior número de informações e, portanto, manipular maior gama de conhecimento para interferir sobre a natureza e agir sobre o espaço ausente. (ALMEIDA, 2001, p. 21)

O segundo elemento a que se refere Almeida e Passini, a redução, está intimamente ligada à escala. É a escala que estabelece quantas vezes o espaço real sofreu redução, em que podem ser grandes, médias e pequenas, dependendo da necessidade ou da exigência dos detalhes que se quer conseguir. Passini (1994) comenta que *“o espaço geográfico é um espaço dinâmico, mutável, tridimensional. Representar este espaço, por meio de mapas, significa torná-lo estático, bidimensional e reduzido”*.

E o terceiro elemento apontado por Almeida e Passini, projeção, refere-se à tridimensionalidade do mundo e à necessidade de se fazer uma leitura bidimensional. O ponto fundamental é trabalhar o globo terrestre que é uma esfera com superfícies planas. À medida que se desenvolvem essas projeções, busca-se uma ligação direta com a Matemática.

Passini (1994) em seu livro *“Alfabetização Cartográfica”*, atenta para a necessidade de preparar o aluno para saber ler um mapa assim como o professor prepara para ler, escrever, contar e fazer cálculos matemáticos. É uma necessidade social, haja vista que mapas são utilizados por pessoas que necessitam de informações em suas viagens, para localizar um imóvel, consultar determinados lugares numa lista telefônica, procurar caminhos alternativos para sua melhor circulação e para os profissionais que se

utilizam de mapas como os geógrafos, cartógrafos, geólogos, biólogos. Portanto, o mapa exerce um papel fundamental dentro de um determinado contexto, pois leva tanto o cientista como o leigo a ter uma compreensão espacial de sua localização. Pode-se ainda acrescentar a explanação feita por Martinelli (2003), quanto à utilização dos mapas.

Na utilização dos mapas estimula-se uma operação mental; há uma interação entre o mapa, como mero produto concreto e os processos mentais do usuário. Esse processo não se limita somente à percepção imediata dos estímulos, envolve também a memória, a reflexão, a motivação e a atenção. (MARTINELLI, 2003, p.38)

Historicamente, a linguagem dos mapas já vem constituindo-se ao longo do tempo como ferramenta importante para o deslocamento do homem desde os tempos primitivos e se perpetuará com toda a tecnologia de informação a sua disposição. Pode-se dizer que *o mapa já era utilizado desde o homem das cavernas para expressar seus deslocamentos e registrar as informações quanto às possibilidades de caça, problemas de terreno, matas, rios, et.* (PASSINI 2002, p.16). Os mapas como linguagem para Martinelli (2003):

Conjugam-se com a prática histórica, podendo revelar diferentes visões de mundo. Carregam, outrossim, um simbolismo que pode estar associado ao conteúdo neles trabalhados. Constituem um saber que é produto social, ficando atrelado ao processo de poder, vinculados ao exercício da propaganda, da vigilância, detendo influência política sobre a sociedade (HARLEY, 1988, GOULD e BAILLY, 1995 apud MARTINELLI, 2003, p. 8).

A representação cartográfica tem importância cabal no que se refere à redução (escala), rotação (projeção) e abstração (sistema simbólico). As abstrações vistas como um código, uma convenção. A linguagem cartográfica, sua comunicação e sua representação, torna-se um *instrumento estratégico de pensar e fazer-se cidadão*, Passini (1994).

2.6 – Os fundamentos matemáticos da Cartografia

Desde a origem da Cartografia, a Matemática sempre constituiu a base para a formulação e construção do conteúdo desse campo do conhecimento científico e de representação gráfica da superfície terrestre e dos objetos geográficos construídos pelo homem ao longo de sua história. O cartógrafo para elaborar um mapa ou uma carta, seus produtos mais significativos, precisa dos conhecimentos matemáticos já que a representação gráfica constitui uma operação de transposição de dados esféricos existentes no mundo real para o plano. Razão e proporção estão assim presentes, desde o início na produção cartográfica. Na aprendizagem do mapa, colocada por Francischett (1997), *depende tanto da experiência física como da experiência matemática. Na prática, é impossível, em relação ao mapa, separar o objeto (mapa) da ação exercida pelo sujeito sobre o objeto (representação espacial)* (FRANCISCHETT apud SANTOS, 1991, p.8).

A utilização da matemática ao longo do estudo da cartografia, torna-se fundamental para a compreensão da elaboração de uma carta ou de um mapa. Os conteúdos expressos e trabalhados nos livros de cartografia permitem compreender melhor a relação entre a matemática e a cartografia. É claro que ao longo do tempo, esses conteúdos redefinem-se ao sabor da evolução dos conhecimentos e técnicas cartográficas. Entretanto, alguns desses conteúdos permanecem como os principais fundamentos matemáticos da cartografia. Em pesquisa realizada junto a cartógrafos e geógrafos, constatou-se a existência de alguns livros de cartografia que são verdadeiras referências: Moura Filho (1993); Oliveira (1988); Libault (1975), Raisz (1948), Joly (1990), Bekker (1965). Produzidos em épocas diferentes guardam uma especificidade e semelhança: são manuais de uso obrigatório para todos que almejam aventurar nas formas de representação gráfica da superfície da terra.

Quais são esses conteúdos? Uma breve leitura nos livros permite perceber que todos pontuam partes essenciais para o conhecimento dessa “ciência”. Já na evolução histórica em que se encontra a influência dos filósofos e matemáticos para o desenvolvimento da cartografia, os grandes descobrimentos como a teoria da cartografia, a teoria da esfericidade da terra, por

Aristóteles, que argumentou e demonstrou em 350 a.C. Além da história, encontram-se pontos essenciais nos livros que são: a utilização das escalas, o estudo dos fusos horários, a utilização das coordenadas geográficas, a utilização das projeções cartográficas e o estudo das áreas de contorno existentes nos mapas. Outros pontos foram encontrados com a mesma relevância dos citados, mas, para efeito desta dissertação, limitar-se-á abordar cada ponto citado acima de forma detalhada, e outros trabalhos poderão surgir a partir da curiosidade do leitor e da própria autora no que se refere a outros pontos.

Buscando o contexto histórico, percebe-se que as escalas só aparecem nos mapas a partir do século XVII, quando se inicia a medição geodésica, o que facilitou muito os estudos posteriores de leitura dos mapas. Segundo Moura Filho:

A escala é um dos componentes mais importantes do mapa. É inadmissível a apresentação de um instrumento repleto de informações as mais diversificadas, extremamente úteis às atividades didáticas e de pesquisa, como é o mapa ou a carta, sem fazer dele constar, a escala na qual foi elaborado. (MOURA FILHO, 1993, p. 91)

A escala torna-se uma grande ferramenta para o professor de Matemática quando quer trabalhar vários conteúdos, como: razão, proporção, fração, transformação de unidades de medidas, números decimais, dízimas periódicas, retas paralelas, movimento de rotação e de translação, regra de três, funções, etc.

O estudo dos fusos horários, área da superfície terrestre limitada por dois meridianos³⁸, dentro da geografia e da cartografia teve como objetivo, segundo Moura Filho (1993, p.157): *facilitar o mapeamento do mundo e eliminar dúvidas e solucionar inúmeros problemas, relacionados com o cálculo das horas de cada lugar do nosso planeta, o que se verifica em face da alternância dos dias e das noites*. Dentre os fundamentos matemáticos empregados, pode-se ressaltar a utilização de operações matemáticas utilizando graus, minutos e segundos, ângulos complementares³⁹, no caso da latitude e a colatitude fazendo com que amplie o conceito dos alunos em relação às diferenças horárias existentes de um lugar para o outro.

³⁸ Meridianos vem do latim “meridianu”: são semicircunferências de círculo máximo, resultantes da interseção do globo terrestre por planos que contêm o eixo de rotação ou eixo polar.

³⁹ Ângulos complementares: dois ângulos são complementares se, e somente se, a soma de suas medidas for 90°.

Coordenadas geográficas, determinação de um ponto da carta, mediante a sua latitude e longitude⁴⁰, têm suas bases centradas no plano cartesiano utilizado na Matemática para a localização de pontos formados a partir de pares ordenados (x,y). Neste sentido, situar um detalhe cartográfico no plano, significa fazer o cruzamento de pontos que podem ser a identificação de uma estrada, a foz de um rio, a torre de uma igreja, a escola, etc. A noção de sentido (norte, sul, leste, oeste), as operações matemáticas utilizando graus, minutos e segundos, utilização de instrumentos de medidas (como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, compasso, trena, etc.), são algumas ferramentas que podem ser implementadas para o aprendizado da matemática que envolve a cartografia.

O estudo das projeções geográficas torna-se elemento importante para se trabalhar a Matemática, uma vez que é consenso entre os cartógrafos que o maior drama por eles vivido é transferir tudo o que existe numa superfície curva, que é a Terra, para uma superfície plana que é o mapa. Segundo Oliveira (1988), essa transferência só é possível:

de maneira imperfeita, infiel, isto é, com algumas alterações ou imperfeições. Por isso é que o problema das projeções cartográficas exige, não só de nós, para sua compreensão, como dos matemáticos, astrônomos, cartógrafos, enfim todos os que criam projeções, uma grande dose de imaginação. (OLIVEIRA, 1988, p. 57)

Oliveira dá exemplo de uma bola de futebol, de borracha e com um corte de 180° (de um pólo a outro) e esticando-a no plano, acontecerá que esta bola ficará distorcida, assim acontece com o problema das projeções, e diz que no mapa mundi a superfície terrestre fica totalmente distorcida. Os fundamentos da geometria espacial darão condições que possibilitem ao cartógrafo não eliminar todos os tipos de deformações advindas da transformação da esfera num plano, mas ajudará para o estudo de formas de equivalências para tal fato. Utilizando-se da história para fundamentar-se matematicamente, pode-se destacar as projeções cartográficas de G. Mercator que, em

⁴⁰ Latitude: ângulo formado pelas linhas que une um ponto qualquer ao centro da terra e a projeção da linha sobre o plano do equador TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997, p. 152); Longitude; distância angular em graus que, por convenção, é a medida sobre a linha do equador, para indicar localizações a leste ou a oeste de um determinado ponto com relação ao meridiano de Greenwich (TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997, p. 156)

1569, publicou o primeiro mapa geral do mundo, conhecido como projeção de Mercator, utilizada até hoje para fins náuticos.

Manfredo Perdigão do Carmo, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), publicou um artigo sobre a projeção de Mercator, com o título: *Cartografia e Geometria Diferencial*, que aborda os fundamentos que envolvem a geometria diferencial e a trigonometria esférica. Destaca ainda a grande variedade de transformações da esfera no plano, cada uma delas dando origem a um tipo de mapa, o que levou os matemáticos a estudar uma superfície espacial, segundo o autor, que é a superfície esférica. Gauss, um dos que contribuíram para tal estudo, marca o nascimento da geometria diferencial. Gauss foi encarregado, em 1821, de fazer um levantamento geodésico de Hanover e assim:

A esta altura já se sabia que a Terra não era exatamente esférica e que, portanto, as fórmulas da Trigonometria esférica não eram suficientes para os trabalhos da geodésia. Estas, e outras não eram suficientes para os trabalhos de geodésia.(...) A idéia fundamental de Gauss é comparar uma superfície qualquer com a superfície de uma esfera, que era conhecida (...).(CARMO, 1982, p. 11-12)

Atualmente, segundo Oliveira (1988), com o emprego da automatização, fórmulas matemáticas mais complexas podem ser manuseadas tão rotineiramente quanto as fórmulas simples do passado.

E finalmente, destacar-se-á as áreas de contornos existentes nos mapas, buscando assim os fundamentos matemáticos, questão de destaque neste item. Ao produzir-se um mapa, ter-se-á, à frente, áreas limitadas por figuras planas, regulares e irregulares. Segundo Moura Filho ocorre que:

Tais áreas podem estar delimitadas pela interseção de meridianos e paralelos da carta (quadrados ou retângulos), por traçados urbanos (figuras geométricas), como também por limites agrícolas ou contornos de latifúndios, bacias hidrográficas, áreas de devastação florestal (estas últimas de forma totalmente irregular). (MOURA FILHO, 1993, p. 107)

Conforme o mapa ou a carta, as figuras geométricas aparecem dependendo do corte da área que pode ser um simples quadrado, em que se aplica sua fórmula direta, ou uma área de contorno irregular. O método de equivalência gráfica é uma maneira

bastante prática para transformar áreas de contorno irregulares como: quadriláteros, pentágonos, hexágonos irregulares e outras figuras com maior número de lados em triângulo de área equivalente. No capítulo III desta dissertação, mostrar-se-á como proceder matematicamente para melhor ilustrar o proposto apresentado.

Para melhor esclarecer a relação proposta, os PCN's revelam uma clareza nas idéias apresentadas em que diz:

Como as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a interpretação deste, as possibilidades de integração da Matemática com outras áreas do Ensino Fundamental ficam evidentes, como Ciências Naturais (densidade, velocidade, energia elétrica) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias). (PCN, 1998, p. 85).

Neste trabalho, vê-se que não só no Ensino Fundamental a ligação de duplo sentido ocorre (cartografia e matemática ou matemática e cartografia), mas perpassa por todos os anos escolares, desde o Ensino Fundamental, Médio, Técnico e o Ensino Superior.

Tomando como base a cartografia, pode-se colocar a matemática como pano de fundo, de onde se pode extrair vários conceitos e adequá-los ao ensino da matemática, tornando a relação cartografia e matemática cúmplices de um aprendizado significativo.

Capítulo III A cartografia como modelo matemático: como pode a cartografia servir no processo de ensino-aprendizagem da Matemática?

O tratamento gráfico se aprende!
Como acreditar nisso se na escola ninguém nos falou dele?

(Jacques Bertin)

3.1 A modelagem matemática

Neste capítulo, pretende-se mostrar a importância da modelagem matemática para o ensino e fazer a ligação entre o objeto cartográfico-o mapa-e a modelagem matemática, processo de obtenção de um modelo. A partir desses dois pontos, chegar-se-á a consolidar a pesquisa, em que se propôs mostrar a contribuição da cartografia para o ensino da matemática através da modelagem matemática.

A modelagem matemática, apesar de estar sendo discutida desde 1970 no Brasil⁴¹ e em outros países há mais tempo, ainda se apresenta muito tímida na sua aplicação como estratégia para motivar os alunos na aprendizagem matemática.

Algumas regiões do Brasil já utilizam trabalhos exploratórios com alunos⁴², como os trabalhos de Bassanezi (1990) na área da Biologia e Ecologia, em que deu origem a uma área de pesquisa de Biomatemática, os trabalhos de Biembengut e Hein (2002) com propostas para diversos cursos do ensino fundamental ao superior, trabalhos de Marineuza Gazzetta (1989) com programas de formação de professores, de Dionísio Burak (1987) trabalhando com alunos de 5º série do Ensino Fundamental e que segundo Fiorentini (1994 apud Camilo, 2002, p. 47) *a modelagem matemática só tomou corpo no Brasil a partir de um grupo de pesquisadores do IMECC/ UNICAMP que desde a década de 70 vinham trabalhando com modelos matemáticos*. Mas a maioria dos professores ainda se sentem inseguros e despreparados para a aplicação desta metodologia.

Percebe-se também, em estudos realizados como o de Jônei Barbosa (1999), o que pensam os professores de Matemática sobre modelagem matemática, os quais apontam obstáculos para sua implementação em sala de aula e que na maioria dos cursos de formação de professores⁴³ não trabalham com esta metodologia, pois não constam no currículo disciplinas que falem das tendências em educação matemática já bastante difundidas no meio científico, gerando a falta de conhecimento da sua utilização e as dificuldades que estes profissionais enfrentam ao deparar-se com tal metodologia. Barbosa (1999), ao citar Pagotto (1998), enfatiza:

⁴¹ Neste ano temos o trabalho pioneiro do professor Aristides Barreto, da PUC do Rio de Janeiro.

⁴² A primeira grande experiência realizada pelo grupo IMECC/UNICAMP, sob o enfoque da modelagem matemática, ocorreu em 1983/84 em Guarapuava/PR. No ano de 1983, na faculdade de filosofia, ciências e letras de Guarapuava, atualmente Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO, sob a orientação dos professores: Dr. Rodney Carlos Bassanezi, Dr. Eduardo Sebastiane Ferreira, Ms. Regina Luzia Buriasco Mastine, Marineuza Gazzetta, dentre outros. (CAMILO, A. V., 2002, p.48)

⁴³ Hoje, encontra-se na Universidade Estadual de Campinas IMECC/UNICAMP, no curso de Licenciatura em Matemática a disciplina Modelos Matemáticos, período vespertino.

Há evidências de que as dificuldades dos professores advêm principalmente da formação inicial, e esta assertativa (sig) ganha reforço se tornarmos como referência a organização das Licenciaturas (PAGOTTO apud BARBOSA, 1999, p. 72).

Bassanezi (2002), faz referência à organização dos cursos de licenciatura e diz:

As disciplinas oferecidas nos cursos de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é formar docentes para o Ensino Fundamental e Médio, continuam funcionando no estilo clássico e formalista.

E acrescenta:

O processo atual de formação do professor não leva o educando a estabelecer uma associação relevante entre o que se ensina e o mundo real. Desse modo, esperar que o educando, assim como o professor, mude sua postura, tornando-se um educador voltado para aplicabilidade, colocando a matemática como elemento aglutinador da interdisciplinariedade, é um sonho quase impossível. (BASSANEZI, 2002, p. 179)

As dificuldades encontradas pelos professores geram argumentos desfavoráveis à utilização da modelagem em sala de aula, como dificuldade em cumprir programas pré-estabelecidos, o que leva ao não-cumprimento dos conteúdos a serem estudados o que afetaria a preparação para os exames seletivos das universidades. Buscando argumento para tal fato, baseou-se no que diz Burak (1994):

O grande desafio experimentado ao se propor a Modelagem como método alternativo para o ensino de matemática, em cursos regulares, é encontrar uma ou mais formas alternativas no sentido de compatibilizar os conteúdos previstos para determinada série e o conteúdo possível, trabalhado com a Modelagem Matemática. (BURAK, 1994, p. 52-53)

Uma das grandes dificuldades encontradas para a aceitação da modelagem matemática é a falta de experiência para formulação de questões dadas a uma situação real, o que exige do professor disponibilidade de tempo para buscar novos conhecimentos ou até na preparação de suas aulas, o que certamente envolveria temas diversificados. Argumentando através de Burak (1994), que enfatiza:

Muitas vezes, o professor poderá sentir-se impotente diante das situações que ocorrem com o trabalho envolvendo a Modelagem Matemática. É o momento em que ele deverá buscar auxílio de outras pessoas para superar a dificuldade encontrada. (BURAK, 1994, p.51)

Esses argumentos desfavoráveis e outros que são listados nas várias pesquisas desenvolvidas no País, impossibilitam os professores para que busquem a superação de tais argumentos e percebam o benefício que terão em relação ao ensino da matemática, como afirma Pedroso:

A aplicação do método da modelagem matemática deixa entrever, a primeira vista, a possibilidade da desfragmentação dos currículos matemáticos tradicionais pela introdução do estudo temático aventando a possibilidade do currículo transdisciplinar. (PEDROSO, 1997, p. 12)

Entende-se que a modelagem matemática, no ensino, proporciona tanto ao aluno quanto ao professor, mais vantagens do que desvantagens, uma vez que a modelagem assegura a possibilidade de elevar o nível de aprendizagem, a interação entre a teoria e a prática, os trabalhos em grupos e a melhoria do relacionamento professor-aluno. Neste sentido, Bassanezi (2002) assegura que:

A falta de tempo para “cumprir” um programa, a inércia dos estudantes para desenvolver a modelagem e a inexperiência de professores são dificuldades que podem ser minoradas quando modificamos o processo clássico da modelagem, levando-se em conta o *momento de sistematização do conteúdo* e utilizando uma *analogia* constante com outras situações-problemas. (BASSANEZZI, 2002, p. 38)

Tratar-se-á de mostrar as várias concepções dos autores sobre a Modelagem Matemática. Para Biembengut e Hein (2002)

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se

adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.(BIEMBEGUT e HEIN, 2002, p. 12)

Para Bassanezi (2003)

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2003, p. 24)

Para Gazzetta (1989)

A modelagem é uma alternativa de buscar-se o conhecimento, de modo diferente daquele comum às Ciências Naturais Positivistas, alternativa essa oferecida pela fenomenologia, que, segundo Bicudo, fenomenologia procura abordar o fenômeno, aquilo que se manifesta a si mesmo, de modo que não o parcializa ou o explica a partir de conceitos prévios, de crenças ou de afirmações sobre o mesmo, enfim, de um referencial teórico. Mas ela tem a intenção de abordá-lo diretamente, interrogando-o, tentando descrevê-lo e procurando captar a sua essência. Ela se apresenta como uma postura mantida por aquele que indaga. (GAZZETTA, 1989, p. 36)

D'Ambrósio (1986) afirma que

Através da dinâmica realidade-reflexão sobre a realidade, que resulta numa ação planejada, que ocorre através da construção de modelos sobre os quais o indivíduo opera, aplicando toda a sua experiência, conhecimento acumulado e recursos da natureza. É nesse ciclo realidade-reflexão-ação-realidade que reside o ponto mais importante da questão, que é a busca para desvendar os comportamentos individual, social e cultural (D'AMBRÓSIO, 1986, p.10)

E acrescenta:

Modelagem é um processo muito rico de encarar situações reais, e culmina com a solução efetiva do problema artificial (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 11)

Para Bean (2001)

Modelagem exige habilidades de raciocínio importantes e distintas das mobilizadas nas resoluções de problemas típicos, portanto é recomendável que ela seja incorporada no ensino e na aprendizagem de matemática.

(BEAN, 2001, p. 49)

Para Levy (2003)

A modelagem é atividade imanente aos seres humanos, podendo assumir função essencial quanto à manutenção e ao conforto de seus usuários, a exemplo da proteção da roupa, que faz às vezes de uma pele mais espessa contra as intempéries, ou do auxílio dos óculos, “verdadeiros” olhos para que aqueles cujos olhos contêm imperfeições; ou da defesa das armas, substitutas das garras/presas de que não dispomos- em função da nossa evolução- contra o perigo; dentre outros simuladores de elementos/objetos naturais (LEVY, 2003, p. 95)

Levy (2003), em sua dissertação de mestrado, lamenta a pouca importância que o professor dá ao trabalho formado por duplas, trios, ou quantos professores forem possíveis para estudar um determinado conteúdo, e propõe começar tal estudo pelas duplas de professores, as quais chamou de DHP (duplas heterogêneas de professores), e acrescenta:

Na esfera educacional, onde lamentavelmente (ainda) impera o trabalho docente fragmentado, o aluno estuda, digamos, Química, sem imaginar a riqueza multicultural que subjaz a (ou que pode ser engendrada em torno de) essa disciplina, e tal ignorância cobrará elevados tributos, a exemplo da impossibilidade de construção de liames entre as equações químicas estudadas na escola e a vida extra-classe desse aluno. Frise-se que tais processos (os químicos) estão mais presentes em seu cotidiano do que ele imagina (correndo, ademais, o grave risco de continuar a não imaginá-lo, em consequência da educação compartimentalizada que lhe dispõe). Acrescente-se a isso a equivalência ineficiência (no sentido da busca da transdisciplinaridade) que ora se faz sentir no ministério das demais matérias e/ou disciplinas escolares, e o “aprender a aprender”, tão prezado por nossa pedagogia, talvez ainda não passe, para muitos estudantes, como o nosso hipotético (?) aluno de Química, de uma utopia. Conclui-se então a fragmentação dos conhecimentos, implicando dificuldade de se marchar rumo a uma consciência transdisciplinar, ajuda a potencializar a separação entre escola e vida. (LEVY, 2003, p. 97)

Bean (2001) pondera que o conceito de modelagem matemática ainda não está bem definido pela comunidade científica, falta clareza do modelador para transferir ou adaptar à atividade do modelador (matemático, engenheiro, biólogo, etc.) ao campo de ensino onde atua o professor de matemática. Essa falta de clareza deve-se ao fato de o trabalho com a modelagem ainda estar muito tímido em sala de aula, como foi falado inicialmente, precisa de uma maior divulgação entre os professores que atuam na sala de aula. Deve-se levar também em consideração que foi a partir dos anos 80 que a modelagem começou a despertar o interesse de um grupo de professores pesquisadores da Universidade de Campinas (SP), o que é notado em se tratando de uma tendência no ensino da matemática é bastante recente para que sua utilização esteja em pleno vigor.

Antes mesmo de falar do caminho a seguir para a aplicação da modelagem, tratar-se-á sobre o que é um modelo, à luz da literatura existente.

Gazzetta (1989), em sua dissertação de mestrado, coloca a concepção de vários autores sobre o que vem a ser um modelo, como segue:

- Para Maki e Thompson (1973), a palavra modelo tem sido usada de diferentes maneiras (...) um modelo real é uma coleção de afirmações sobre objetos reais que são obtidas por um processo de observação, identificação e aproximação.

- Davis (1980) considera que a mais importante característica de um modelo é sua capacidade para imitar e predizer fenômenos. A utilidade de um modelo é precisamente seu sucesso em imitar e predizer o comportamento do universo.

- Chapanis (1961) define que modelos são analogias.

Enfim, Gazzetta (1989, p. 20 e 21) expõe as dificuldades encontradas pelos educadores matemáticos em se chegar a um conceito de modelo matemático. Na literatura, encontra-se conceitos voltados para as ciências físicas, sociais, biológicas ou na engenharia, que são modelos mais abstratos que o original. As características básicas do conceito geral de modelo, são:

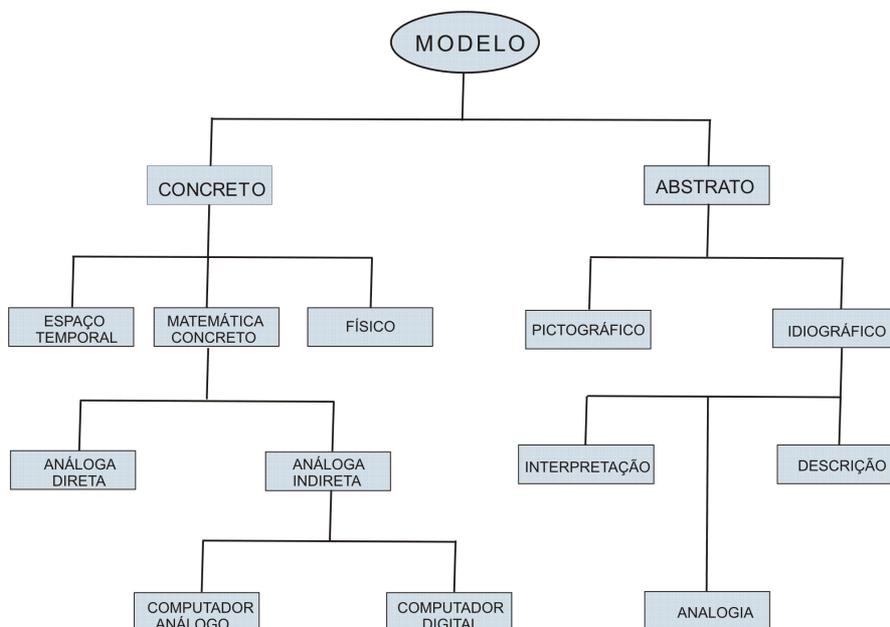
- o modelo é um sistema mentalmente concebível ou fisicamente realizável.
- o modelo é uma imagem claramente definida do original.
- o estudo do modelo produz novo conhecimento que é significativo para o original.

Biembengut e Hein (2002) explicam o que é um modelo através do trabalho que um escultor produz o objeto, o que representa alguma coisa real ou imaginária, e ressalta o que Granger (1969) pensa sobre modelo:

O modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções. Tanto que a noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Literatura, Matemática. Aliás, a história da ciência é testemunha disso! O objetivo de um modelo pode ser explicativo, pedagógico, heurístico, diretivo, de previsão, dentre outros. (BIEMBENGUT e HEIN, 2002, p.11).

Muitos autores categorizam modelos como se pode citar:

- Maki e Thompson (1973) utilizam três categorias que são: modelo real, modelo matemático e modelo lógico.
- Chapanis (1961) considera duas categorias que são: modelo réplica e modelo simbólico.
- Morozov (1969) considera duas categorias de modelos: modelo concreto e modelo abstrato, e através deles ramificam 12 subcategorias, conforme a figura abaixo:



Fonte: Dissertação de mestrado de Marineusa Gazzetta, 1989, p. 23.

- Bassanezi (2002) considera o termo modelo muito ambíguo, o que levou a fazer sua opção por apenas duas categorias de modelos: modelo objeto e modelo teórico.

Neste texto trabalhar-se-á com modelo matemático, segundo a concepção dos autores que serviram de referencial teórico para este trabalho:

Para Biembengut (1999), denomina-se *modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real*. Biembengut e Hein (2002), quando tratam de modelo matemático, enfatizam para a necessidade do conhecimento matemático que se tem do problema.

Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar limitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém, o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática. (BIEMBENGUT, 2002, p. 12)

Pedroso (1997) refere-se a um modelo matemático como *uma representação, em termos de matemática, de um problema. Tal representação estabelece relações entre as variáveis que interferem no problema*.

Bassanezi (2002) diz que um modelo matemático *é simplesmente um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam, de alguma forma, o objeto estudado*.

Entende-se que o professor para começar a adaptar-se a esta nova metodologia, é necessário que primeiro inicie com trabalhos já desenvolvidos por outros pesquisadores. Trabalhos como os expostos no livro “Modelagem matemática no ensino”, de Biembengut e Hein, que trazem sete propostas que servem como norteadores para trabalhos em sala de aula, como: *embalagens, construção de casas, a arte de construir e analisar ornamentos, razão áurea, abelhas, cubagem de madeira e criação de perus*.

O projeto desenvolvido pelo aluno do curso de matemática da URI campus de Erechim/RS e pela professora orientadora Nilce Scheffer, utilizando a Matemática no meio rural, pode ser utilizado dentro das necessidades de cada região. Também há vários trabalhos propostos por Bassanezi, em seu livro “Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática” como fabricação de pipas, de vinho, dinâmica populacional das tilápias do Nilo, construção de favos, dinâmica populacional de uma colméia, crescimento de uma árvore, orçamento, financiamento, seqüência de Fibonacci e o número áureo e outros ligados à Biologia.

Solange Pedroso, desenvolveu dois trabalhos que foram: preservativos/doença sexualmente transmissíveis e o trabalho com fotografia. Gazzeta propõe vários trabalhos como plantação de batatas, a indústria do papel, a geometria dos favos, construção de chiqueiros e um tema que surgiu através de notícias de jornais, na cidade de Londrina, quando foram colocados carneiros na área verde que circunda os prédios da sede da prefeitura, fato que gerou muita polêmica na cidade, pois teve-se a impressão que a mão-de-obra humana estava sendo substituída pelos carneiros. Acredita-se no que pensa Biembengut e Hein (2002):

A condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino – modelação – é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminhos para descobertas significativas. Um embasamento na literatura disponível sobre modelagem matemática, alguns modelos clássicos e sobre pesquisas e/ou experiências no ensino são essenciais. (BIEMBEGUT e HEIN, 2002, p. 29)

No processo de modelagem matemática, destacar-se-á o de Biembegut e Hein (2002), no livro “Modelagem Matemática no ensino” por ser mais próximo do que se pretende neste trabalho.

No capítulo I deste trabalho, apresentou-se os três procedimentos adotados por Biembengut, tentar-se-á, neste capítulo, detalhá-lo melhor para a compreensão da aplicação da modelagem matemática no ensino regular, o que para Biembengut (1997), Gambá (1996) e Franchi (1993), citados por Bean (2001), chama-se **Modelação Matemática**. A modelação, segundo os autores, *propõe modificações no processo da metodologia de problematização para priorizar o conteúdo do curso e os objetivos profissionais dos alunos. A escolha de temas e/ou problemas é feita especificamente para levantar o conteúdo da disciplina e, ao mesmo tempo, abordar assuntos nos cursos de Engenharia, Contabilidade, etc.* (BEAN, 2001, p. 52)

A Modelação Matemática tem sua aplicabilidade em qualquer nível de escolarização, e seus objetivos todos são voltados para melhorar tanto a prática pedagógica do professor como para despertar o interesse, a compreensão dos conceitos matemáticos, estimular a criatividade do aluno pela Matemática.

Os três procedimentos que se toma ao trabalhar com modelagem matemática (interação, matematização, modelo matemático), segue-se também com a modelação

matemática. Mas Bienbengut e Hein sugerem que para pôr em prática a modelação deve-se seguir cinco passos:

1) Fazer um **diagnóstico** da turma para a qual será aplicada a modelação, como: número de alunos, qual é o tempo disponível de aula na turma, qual o turno da turma, qual é a realidade sócio-econômica dos alunos, grau de conhecimento matemático dos alunos.

2) Para desenvolver o conteúdo matemático é preciso que após o diagnóstico seja proposto um **tema** que será **transformado em modelo matemático**. A escolha desse tema deverá ser único para cada tópico da matemática ou para o bimestre, semestre ou para todo ano letivo, mas quando se faz a opção por um tema único durante todo o período letivo deve-se tomar cuidado para que seja um tema que consiga abraçar todo o conteúdo, tarefa um tanto difícil para o professor. Seria mais prudente para o professor do Ensino Fundamental e Médio, iniciante nesta modalidade de ensino, focalizar um tema que abranja um tópico da matemática. O tema pode ser escolhido pelo professor ou pode-se pedir a ajuda dos alunos. Para Biembengut e Hein, a escolha partindo dos alunos, gera vantagens e desvantagens:

Uma vantagem é que se sentem participantes no processo. Em contrapartida, as desvantagens podem surgir se o tema não for adequado para desenvolver o programa ou, ainda, muito complexo, exigindo do professor um tempo de que não dispõe para aprender e para ensinar. BIEMBENGUT e HEIN, 2002, p. 20)

3) No **desenvolvimento do conteúdo matemático**, as etapas a seguir são as mesmas utilizadas na modelagem matemática - interação, matematização, modelo matemático. Conforme a escolha do tema, a **interação** é feita através de uma exposição dos pontos relevantes que se quer trabalhar, fazendo com que os alunos participem com levantamentos de questões que possibilitem mergulhar dentro do problema levantado. Biembengut (1999) propõe que os alunos façam pesquisas sobre o tema e que convidem pessoas envolvidas com o tema para que possam ministrar palestras dando maior seriedade ao trabalho que eles se propõem pesquisar.

A segunda etapa, que é a **matematização**, segue-se com a seleção das questões levantadas pelos alunos e seleciona aquela que mais se adequar ao desenvolvimento do conteúdo. Propor exemplos novos, análogos ao tema que foi proposto, ajuda no entendimento e na compreensão de dúvidas que ficaram e não foram resolvidas e *amplia*

o leque de aplicações matemáticas, validando, sob certa óptica, a importância da referida teoria matemática. (BIENBENGUT e HEIN, 2002, p. 21). A partir dos exemplos apresentados, retorna-se à questão inicial procurando e apresentando uma solução.

A terceira etapa, **o modelo matemático**, ocorrerá a partir do momento em que o modelo consegue resolver o problema levantado e outros que serão propostos.

4) A **orientação** e o acompanhamento do trabalho com modelagem tem como objetivo criar condições satisfatórias aos alunos e *espera-se que a modelagem leve a incentivar a pesquisa, promover a habilidade em formular e resolver problemas, lidar com temas interessantes, aplicar o conteúdo matemático e desenvolver a criatividade.* (BIENBENGUT e HEIN, 2002, p. 23)

5) E finalizando, a **avaliação do processo**, segundo Biembengut e Hein, *deve ser feito com o intuito de perceber o grau de aprendizagem do aluno e como fator de redirecionamento do papel do professor.*

Utilizar a Modelagem Matemática requer do professor e do aluno audácia, companheirismo e autodeterminação, em virtude das barreiras que serão encontradas no processo de modelação. Mas, a busca pelo novo será o caminho que o professor pode encontrar para superar juntamente com os alunos tais obstáculos. Jônei Barbosa (1999), aponta para o conceito que chamou choque didático, entendido como mudança de abordagem escolar pela qual estão passando os alunos. E acrescenta:

A ocorrência do choque didático está ligada à quebra de uma expectativa dos alunos em relação ao seu próprio comportamento e do professor em relação ao conhecimento. Assim, quando o aluno não se adaptar ao contexto e regras da nova proposta pedagógica, possivelmente permanecerá em apatia. (BARBOSA, 1999, p. 81)

3.2 O mapa: um modelo matemático!

O mapa representa os objetos geográficos e a configuração da superfície da terra, ou parte dela. Autores definem o mapa sempre conservando a palavra representação, como coloca Passini (1994): *O mapa é uma representação codificada de*

um determinado espaço real, e enfatiza que os mapas não devem ser valorizados apenas como um registro do espaço geográfico, mas como instrumento de grande valia para a pesquisa. Almeida (2001), amplia a definição dos mapas fazendo a seguinte colocação: *Mapa é uma representação da terra, conservando com estas relações matematicamente definidas de redução, localização e de projeção plana*. E ainda acrescenta *os mapas expressam idéias sobre o mundo, criadas por diversas culturas em épocas diferentes*.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) define mapa da seguinte maneira: *Representação gráfica, em geral uma superfície plana e numa determinada escala, com a representação de acidentes físicos, culturais e artificiais da Terra, ou de um planeta ou satélite*. Francischett (1997, p. 12) define mapa como uma representação reduzida e plana da superfície terrestre e complementa afirmando que o mapa mostra em vez de uma imagem concreta de cada cidade, apenas um símbolo ou um sinal. O Glossary of Mapping, Charting, and Geodetic terms (op. Cit.), citado por Oliveira (1988, p. 31), define mapa como “Representação gráfica, geralmente numa superfície plana e numa determinada escala, das características naturais e humanas, acima ou abaixo da superfície da Terra, ou de outro planeta”.

Joly (1990) conceitua mapa como *Uma representação geométrica plana, simplificada e convencional, do todo ou de parte da superfície terrestre, numa relação de similitude conveniente denominada escala*.

Almeida e Passini (2002) ao referirem-se aos mapas como uma representação codificada de um determinado espaço real, colocam ainda que se pode dizer que um mapa nada mais é que um **modelo** de comunicação visual. Salichtchev (1988, p. 22), cartógrafo russo, focaliza mapas como um **modelo** de imagem-símbolo que reproduz este ou aquele aspecto da realidade de forma gráfica e generalizada. Pelo exposto por cartógrafos, reitera-se a posição de ter um mapa como um modelo matemático. A representação - colocada pelos autores citados – leva a um modelo, um modelo de comunicação visual, e que não difere dos modelos citados por Gazzetta (1989) no item anterior sobre modelagem matemática apresentando as características básicas desses modelos. O modelo matemático, citado por Bassanessi (2002), enquadra-se dentro do que se propõe mostrar, o mapa como um conjunto de símbolos (**sistema de signos**) e relações matemáticas (a geometria plana, escalas – **redução** e ampliação, geometria

espacial – **projeção**, entre outras) que representam, de alguma forma, o objeto estudado (na escala global, regional e local).

O uso de mapas tem uma utilização específica para cada tipo de informação que se está procurando, o guia de turismo, o publicitário, o cartógrafo, o geógrafo, o advogado, o historiador, colocam seus diferentes olhares para identificar, analisar e explicar o que o mapa pode oferecer. O que se pretende é mostrar a utilização do mapa pelo professor de matemática, ao utilizá-lo como um modelo matemático pode-se extrair dele a matemática que está por trás subjacente, servindo como pano de fundo à cartografia. Souza e Katuta (2001) colocam a necessidade do uso do mapa e acentuam:

É importante esclarecer que, apesar de o mapa ser uma representação altamente abstrata e seleta de parte ou de toda superfície terrestre, é um instrumento que pode nos possibilitar, por exemplo, a visão de todos os Estados nacionais ou outros fenômenos que ocorrem em âmbito mundial concomitantemente (por exemplo, países que estão envolvidos em algum tipo de mercado comum), o que é impossível sem o uso desse artifício, dadas as características geométricas da Terra. (Souza e Katuta, 2001, p. 119)

Acredita-se que o uso de mapas em aulas de matemática torna-se importante por que não dizer, imprescindível. Contudo, esse procedimento requer do professor, preparo para a utilização dos mapas como modelos matemáticos. É preciso que o professor saiba utilizar um mapa, ou seja, saiba lê-lo. A modelagem matemática leva o professor para esse caminho, pois no processo de modelação há uma maior interação entre professor e aluno.

O mapa representa um recurso de valor para as aulas de Geografia, de História, e de outras disciplinas que utilizam a ordenação do espaço geográfico como meio de demonstração de sua viabilidade de caminhos que se pode tomar ou seguir. A Matemática, como disciplina básica para a formação do homem, não pode ficar à parte dessa discussão. O que se propõe aqui é que a utilização da cartografia, mais, especificamente o mapa, poderá contribuir para o aprendizado do aluno, sua formação como cidadão, inserido no contexto em que vive. Ao colocar o mapa como modelo matemático, tem-se como objetivo, modificar o processo metodológico da problematização dos conteúdos a serem ministrados em uma sala de aula e ultrapassar os limites da matemática pela matemática.

O que sugere Bienbengut e Hein (2002), para pôr em prática a modelação matemática e já citado neste trabalho no item sobre modelagem matemática, é o que se propõe fazer ao se trabalhar com cartografia e matemática. Como sugerem os autores, primeiro faz-se um diagnóstico sobre a turma, neste contato pode-se identificar quantos mapas pode extrair-se de uma turma, cada um terá sua gama de informação, começando pelo local, indo para a região e depois localizando dentro do global. O segundo ponto levantado é o conteúdo a ser estudado para que seja proposto o tema que se transformará no modelo matemático, o mapa. Almeida e Passini (2002) propõem várias sugestões de temas que chamaram de “possibilidades de integração” entre a matemática e a cartografia, como:

- Mapear o Eu.

Mapear o Eu, conduz representar o real no papel, buscando do mapeador um processo mental de reconhecimento de si próprio, assim:

O “Mapa do Eu” exige do mapeador uma retrospectiva intelectual, possibilitando ao autor “olhar-se intrinsecamente”, codificar estas informações e traduzir em imagens os significados (FRANCISCHETT, 1997, p. 50)

Ao codificar as informações, o conhecimento vai fluir naturalmente através da geometria plana, utilizando retas, pontos, planos, círculos e figuras geométricas.

- Da maquete à planta.

Vários trabalhos já foram publicados, tanto na matemática como na cartografia utilizando maquetes, plantas de casas. A ênfase e a interligação das duas disciplinas dá-se através da construção das noções espaciais em que perpassa a matemática utilizando a geometria plana e espacial; os sistemas de medidas (linear, superfície, volume, capacidade e massa); produtos notáveis; relações métricas no triângulo retângulo; porcentagem e a idéia de números. Pode-se explorar as operações lógicas de classificação e seriação. Em qualquer etapa de ensino na utilização de maquetes e plantas podem ser introduzidas tanto a Matemática como a Cartografia.

Outras sugestões foram abordadas por Almeida e Passini para integrar a matemática, a cartografia e outras ciências. Partindo do mapeamento do Eu até o mapeamento global fazendo que auxilie o aluno na construção dos conceitos espaciais e interligando conceitos matemáticos implícitos na cartografia. Desconstruindo

matematicamente o mapa, busca-se integrar a matemática com a cartografia e é o que está proposto no próximo item.

3.3 Desconstruindo matematicamente o produto cartográfico: o mapa

Desconstruir matematicamente o mapa só foi possível após fazer-se o levantamento da matemática que está por trás do mapa. Foi utilizado para este item o que pensam os profissionais de cartografia sobre os assuntos relatados nas entrevistas e depois analisados e que servisse de base para propor ao professor de matemática trabalhar na sala de aula esta “tendência” em Educação Matemática.

3.3.1 Os conteúdos matemáticos que fundamentam a cartografia: uma visão a partir dos entrevistados.

Para a construção deste item da dissertação, foram entrevistados profissionais da área de cartografia em número de cinco: 2 engenheiros cartógrafos; 2 professores de cartografia e uma profissional de cartografia do Museu Paraense Emílio Goeldi do Ministério da Ciência e tecnologia (MPEG/ MCT). Em relação aos engenheiros cartógrafos, um trabalha na primeira Comissão Demarcadora de Limites do Ministério das Relações Exteriores (MRE/PCDL) e o outro é professor da UNESP/PP. Com relação aos professores, um trabalha na UFPA no departamento de Geografia, e o outro trabalha no CEFET/PA, atuando na área técnica e no curso de licenciatura em geografia.

As perguntas tentam esclarecer o envolvimento da matemática com a cartografia. Todos foram unânimes em afirmar a necessidade do conhecimento matemático para a construção do conhecimento cartográfico. Percebe-se que o conhecimento matemático que estes profissionais precisam como instrumento de trabalho são diferenciados. O professor de cartografia, que é geógrafo, sente a necessidade da matemática básica para que o aluno da disciplina Cartografia do curso de geografia e dos cursos pós-médios do

CEFET/PA⁴⁴ possam facilitar o andamento dessa disciplina. O engenheiro cartógrafo, além da matemática básica, exige que outros conhecimentos mais aprofundados façam parte da formação do cartógrafo. Um dos entrevistados afirma que:

(...) Como os cursos em graduação em cartografia estão inseridos na área de engenharia, o requisito básico para o entendimento das disciplinas afins é matemático. Portanto, sem esse conhecimento as dificuldades podem ser diversas (Engenheiro Cartógrafo do MRE/PCDL).

O depoimento de outro entrevistado, no que se refere à exigência do profissional quanto ao conhecimento matemático, dá-se pela necessidade de cada um quando manuseia a cartografia.

(...) Para o engenheiro cartógrafo, obviamente a exigência de um conhecimento matemático é bem maior que para o geógrafo, levando em consideração que o primeiro é responsável pela elaboração da cartografia básica, onde são muitos os cálculos a realizar, em especial os dos levantamentos geodésicos, tanto no campo, como no gabinete. Quanto aos geógrafos e outros profissionais que lidam mais com mapas temáticos e especiais, feitos a partir das cartas base, estes devem ter um conhecimento suficiente, que possam utilizar na cartografia, incluindo o instrumental adequado: curvímetros, planímetros, pantógrafos e hoje o computador (Professora da UFPA).

A contribuição da matemática para o ensino da cartografia é considerada entre os entrevistados de imprescindível, dado o grau de envolvimento em que estão envolvidas.

(...) A matemática está historicamente ligada à cartografia, com as diversas contribuições e estudos desde a antiguidade, buscando cada vez mais o conhecimento pormenorizado do espaço geográfico, na utilização das projeções, facilitando e agilizando a confecção dos mapas, a localização exata dos elementos físicos e geográficos, determinação das distâncias, áreas e toda

⁴⁴ No CEFET/PA, atualmente, os cursos que são ofertados e que em seu currículo são ofertados a disciplina Cartografia ou similar, são os cursos: Sensoriamento Remoto, Agrimensura, Geoprocessamento, Produção Mineral, Pesquisa Mineral.

a informação que necessite de precisão cartográfica, geodésica ou topográfica (Professora da UFPA).

(...) No ensino da cartografia, a contribuição da matemática é imprescindível, considerando que todos os conteúdos, notadamente os da cartografia básica, envolvem cálculos, sejam de aritmética, geometria, trigonometria, álgebra, etc (ibdem).

E ainda:

(...) A cartografia tem por finalidade representar a superfície terrestre através de informações espaciais, para isso utiliza recursos matemáticos nas projeções cartográficas, transformação de coordenadas, cálculo de área (método de Gauss), e através de figuras geométricas (Professor do CEFET/PA).

As dificuldades encontradas na cartografia pela ausência de conhecimentos matemáticos, é consenso entre os entrevistados. A limitação que gera no aluno ou de pessoas que querem trabalhar com cartografia leva ao desestímulo por falta desses conhecimentos matemáticos. Na fala dos entrevistados eles colocam suas preocupações com o assunto (...) *impossível tratar da cartografia na sua amplitude se não há os conhecimentos matemáticos específicos para cada aplicação* (Engenheiro Cartógrafo do MRE/PCDL)

Outro entrevistado coloca sua preocupação no Ensino Médio e no Ensino Superior ao responder:

(...) As dificuldades são muitas. Isso ocorre caso o aluno não disponha pelo menos do conhecimento matemático aprendido no curso médio, especialmente no 2º grau, além de, pelo menos, um semestre de introdução à matemática (no Ensino Superior) (Professora da UFPA).

(...) No Ensino Superior a falta de conhecimento matemático limita bastante o aluno que utilizar a cartografia, mas isso vai depender do curso que faz, essencialmente do currículo do curso que prioriza as noções de matemática, com as quais ele vai lidar (Professora da UFPA)

Refletindo sobre o exposto pelos entrevistados quanto às dificuldades encontradas pela cartografia com a ausência de conhecimentos matemáticos, vai-se mais além, com a proposta de se trabalhar a cartografia nas aulas de matemática, desde

as séries iniciais e não somente a partir do Ensino Médio. Integrar matemática e cartografia desde as séries iniciais, traria benefícios futuros para os professores que trabalham com as duas disciplinas, assim como para os engenheiros cartógrafos e geógrafos.

Os quadros a seguir fazem uma síntese do que relataram os profissionais da área de cartografia, considerando os seguintes aspectos:

Quadro 01: conteúdos indispensáveis nos livros de cartografia, autores de referência e principais obras, conteúdos matemáticos nos livros de cartografia e operações matemáticas mais correntes;

Quadro 02: contribuição da matemática para a cartografia, as dificuldades que os profissionais encontram ao trabalharem a cartografia com os alunos e quais suas opiniões em relação à criação de um curso específico de matemática para os alunos que utilizam cartografia.

Os quadros podem ser visualizados a seguir.

Quadro 01 síntese das entrevistas realizadas com os profissionais de cartografia

	Conteúdos indispensáveis existentes nos livros de cartografia	Autores de referência e principais obras de cartografia	Conteúdos matemáticos nos livros de cartografia	Na representação cartografia, quais as operações matemáticas mais correntes.
Engenheiro Cartógrafo MRE/PCDL	História da cartografia. Cartografia Moderna. Leitura e classificação dos mapas, cartas e plantas. Representação Cartográfica Projeções Cartográfica. Noções de sensoriamento remoto, fotogrametria, topografia e geodesia. Geoprocessamento.	BAKKER, Múcio P. Ribeiro de. Cartografia: Noções Básicas, 1965. CORTESÃO, Jaime. Curso de história da cartografia., 1944. LIBAULT, André. La Cartographie, 1962. MOURA FILHO, J. Elementos de cartografia Técnica e Histórica, 1993 e 1997. RAISZ, Erwin J. General Cartography, 1948.	Cálculo diferencial e integral Geometria Analítica e descritiva. Álgebra Trigonometria.	Relações trigonométricas
Engenheiro Cartógrafo UNESP/PP	Depende do nível que está sendo considerado: básico/intermediário e avançado.	BAKKER, M.P.R.; Cartografia: Noções básicas, 1965. BARTOLAMEI, G. B.; Sistema de projeção UTM para grandes Escalas, 1981. MALING, D. H.; Coordinate Systems and map Projections, 1993.	Geometria. Trigonometria plana. Trigonometria esférica. Geometria diferencial. Diferenciação. Integração.	Matemática elemntar. As trigonometrias. Logaritmos.

Professor de Cartografia da UFPa	Resumo histórico. Escalas. Projeções. Classificação de mapas e cartas. Noções de sensoriamento remoto. Elementos representativos Planejamento cartográfico. Aplicações.	Cartografia Geral. Geografia. Curso de Cartografia Moderna.	Geometria. Trigonometria. Equações. Áreas.	Cálculos. Razão. Proporção.
Professor de cartografia do CEFET/Pa	Escalas. Mapas. Projeção Cartográfica. Sistema de coordenadas geográfica. Sistema de coordenadas planas – UTM. Fusos horários.	FITZ, PAULO ROBERTO: Cartografia Básica. DUARTE, PAULO ARAÚJO: Fundamentos de cartografia. CONCEIÇÃO, CÁSSIO L.: Noções Básicas.	Geometria Plana. Geometria Analítica. Trigonometria..	Geometria. Trigonometria.
Geógrafa do MPEG/MCT	Mapas	MOURA FILHO, J.: Elementos de Cartografia, 1993. OLIVEIRA, C. de. Dicionário cartográfico, 1993. BEKKER, M. P. R.: Cartografia – Noções Básicas, 1965. JOLY, F. A cartografia, 1990. LIBAULT, ANDRÉ, Geocartografia, 1975. Raisz, Erwin. Cartografia Geral, 1969.	Cálculos de áreas. Subtração e adição de graus, minutos e segundos. Utilização de metragens. Divisão e multiplicação de graus, minutos e segundos.	Áreas. Sistemas de medidas. Regra de três simples e composta.

Fonte: Pesquisa de campo realizada pela autora, 2003

Quadro 02 síntese das entrevistas realizadas com os profissionais de cartografia

	Contribuição da matemática para o ensino da cartografia	Dificuldades encontradas pela ausência do conhecimento matemático	A existência de um curso de matemática para cartografia.
Engenheiro Cartógrafo MRE/PCDL	Através da história	Sem a matemática torna-se impossível sua compreensão.	Sim, deve desenvolver maiores conhecimentos matemáticos.
Engenheiro Cartógrafo UNESP/PP	Fornecendo ferramentas básicas	Dificuldade de desenvolver os sistemas de projeção e se posicionar no espaço 3D.	Antes achava que não, hoje pensa que deveria ter curso específico devido a falta de base dos alunos.
Professor de Cartografia da UFPa	A matemática é imprescindível	Pela falta da matemática estudada no	Depende de qual está se preparando, se

	no ensino da cartografia	2º grau (médio)	é engenheiro cartógrafo, já tem base matemática, mas se for Geógrafo, precisa do curso específico de matemática.
Professor de cartografia do CEFET/Pa	A cartografia utiliza-se de recursos matemáticos nas projeções cartográficas, transformações de coordenadas e outros.	Dificuldades em medição e cálculos de valores numéricos sobre cartas. Cálculo de distância, da direção e de áreas	Não, mas no entanto deveria constar no conteúdo matemático assuntos como: geometria plana, analítica e trigonometria.
Geógrafa do MPEG/MCT	No ensino específico de alguns cálculos matemáticos.	A dificuldade está na forma de ensinar. Muitas vezes assuntos não são abordados pela falta de entendimento dos alunos.	Dentro do curso de geografia deveria ter matemática que atendessem as disciplinas que se utilizam dela.

Fonte: Pesquisa de campo realizada pela autora, 2003

3.3.2 Desconstruindo matematicamente o mapa: alguns exemplos.

O uso da cartografia no ensino da Matemática pode ser utilizado desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, exemplificando com o uso das escalas que perpassam os níveis de conhecimento do saber escolar. No Ensino Fundamental pode ser explorado a matemática básica como a utilização dos conceitos de razão, proporção, fração, transformação de unidades, potências. A geometria plana, espacial e analítica também podem ser exploradas quando se trabalha os conceitos de retas paralelas, movimento de rotação, translação e reflexão (isometria), cálculo de áreas, distâncias entre dois pontos e a utilização das figuras espaciais, como as cônicas, as figuras cilíndricas no estudo das projeções cartográficas. Pode-se exemplificar a utilização de medir distâncias, usada na cartografia, para melhor esclarecer a importância da relação entre cartografia e matemática, e fazer uso de algumas ferramentas matemáticas dependendo da distância que se quer conhecer.

Pode-se usar o duplo-decímetro e efetuar o cálculo pela escala numérica ou mediante a ponta-seca⁴⁵, por comparação com a escala gráfica da carta ou do mapa. Se a carta ou o mapa estiver apoiada numa quadrícula métrica ou quilométrica, pode-se utilizar a geometria analítica obtendo as coordenadas dos pontos extremos e aplicando a fórmula da distância entre dois pontos. Esses encaminhamentos são válidos para pequenas distâncias nos mapas, mas se a distância for grande, deve-se levar em conta a esfericidade da terra. Neste caso, lançar-se-á mão da matemática mais avançada que é

⁴⁵ Instrumento semelhante a um compasso, mas sem dispositivo de adaptação de lápis

utilizada em cursos específicos, como por exemplo nos cursos da Escola Naval, que é a trigonometria esférica.

A trigonometria faz-se presente em vários momentos da cartografia, e em uma delas seria quando se trabalha o sistema geocêntrico terrestre que é um sistema tridimensional com origem no centro da terra. Um eixo coincide com o eixo de rotação da terra, outros dois eixos jacentes no plano do equador e eixo primário amarrado ao meridiano de Greenwich⁴⁶.

Nos cursos técnicos (hoje Pós-Médio), em cursos específicos, que utilizam a cartografia como os cursos de geoprocessamento, agrimensura, sensoriamento remoto da área de geomática, a utilização da matemática é de fundamental importância para que os alunos busquem pré-requisitos na cartografia e outras disciplinas afins. Nos cursos superiores, como geografia, engenharia cartográfica, geologia, em que a cartografia está direta ou indiretamente incluída no seu currículo e faz-se presente a matemática, tanto a básica (que se trabalha no Ensino Fundamental e Médio) quanto a Superior. Cálculo diferencial pode ser visto quando se trabalha as relações entre ângulos e áreas, como exemplo tem-se o cálculo da área da zona equatorial (porção da superfície esférica compreendida entre dois paralelos, ou entre um paralelo e o equador).

Para sistematizar a relação da cartografia com a matemática, o quadro, exposto a seguir, dá as informações de como se trabalha a matemática utilizando recursos cartográficos e em que série escolar pode ser desenvolvido o conteúdo.

Quadro nº 03: Conteúdos Cartográficos e Matemáticos segundo os níveis de ensino: Fundamental, Médio e Superior.

CARTOGRAFIA	MATEMÁTICA	SITUANDO NOS DE ENSINO
	Razão	
	Proporção	
	Semelhança	

⁴⁶ meridiano de Greenwich segundo o dicionário cartográfico de Cêurio de Oliveira é o meridiano astronômico que passa por Greenwich, o qual serve como referência para a definição do tempo universal. É aceito quase mundialmente como primeiro meridiano, ou origem das medidas de longitude.

Escala	<p>Notação Científica</p> <p>Fração</p> <p>Transformação de Unidades</p> <p>Potência</p> <p>Números decimais</p> <p>Dízimas periódicas</p> <p>Retas</p> <p>Movimento de rotação, translação e reflexão (isometria)</p> <p>Regra de três</p> <p>Homotetia</p> <p>Porcentagem</p> <p>Função</p>	Ensino Fundamental
Áreas de contorno existentes no mapa	<p>Geometria plana</p> <p>Transformações de unidades</p> <p>Segmentos proporcionais</p> <p>Teorema de Pitágoras</p> <p>Figuras semelhantes</p>	Ensino Fundamental
Coordenadas cartográficas	<p>Plano cartesiano</p> <p>Transformações de graus, minutos e segundos</p> <p>Operações sexagesimais ou</p>	Ensino Fundamental

	sistema de base	
Fusos horários	Regra de três Transformação em graus, minutos e segundos.	Ensino Fundamental
Projeções cartográficas	Funções Logaritmo Geometria espacial Cálculo diferencial e Integral Cálculo de variações	Ensino Médio e Superior

Fonte: Elaboração da autora, 2004.

A aplicação desses conhecimentos ocorre em diversas operações de base cartográfica. Exemplo singular é o trabalho com a Escala na construção de um mapa e o cálculo de área tomando como referência a delimitação de extensões de terra em uma dada porção do espaço geográfico.

Aplicando os conhecimentos sobre Escalas

A noção de semelhança que corresponde à *idéia de mudança de escala, isto é, ampliação ou redução de uma figura alterando seu tamanho sem modificar suas proporções* (LIMA, 1991, p. 31), confunde-se com a própria noção de escala. Pode-se ressaltar além da redução e da ampliação citadas a reprodução de um objeto ou de uma determinada situação do cotidiano. No entanto, *na cartografia, a escala é apenas utilizada para reduzir o tamanho real dos objetos, visto que o mapa representa uma miniatura de uma área da Superfície Terrestre, que pode atingir grandes proporções, ou até cobrir a superfície total do globo terrestre* (MOURA FILHO, 1993, p. 94).

A escala é uma relação matemática que utiliza os conhecimentos da razão, da proporção e da semelhança como eixo principal de sua definição. Assegura-se que a escala é a razão entre as dimensões (tamanho) de um objeto colocado no papel (ou em

monitor de vídeo) e o objeto real. A relação assim descrita deve ser proporcional a um valor estabelecido.

Pode-se trabalhar com dois tipos de escala, a numérica e a gráfica.

Escala Numérica

Normalmente, a escala numérica é escrita em forma de fração, cujo numerador é a medida do objeto no papel e o denominador a medida correspondente ao objeto, com a mesma unidade.

$$\frac{\text{dimensão no papel do objeto}}{\text{dimensão real do objeto}} = \text{Escala} \qquad \frac{d}{D} = E$$

A relação entre essas duas grandezas geram três condições, a saber:

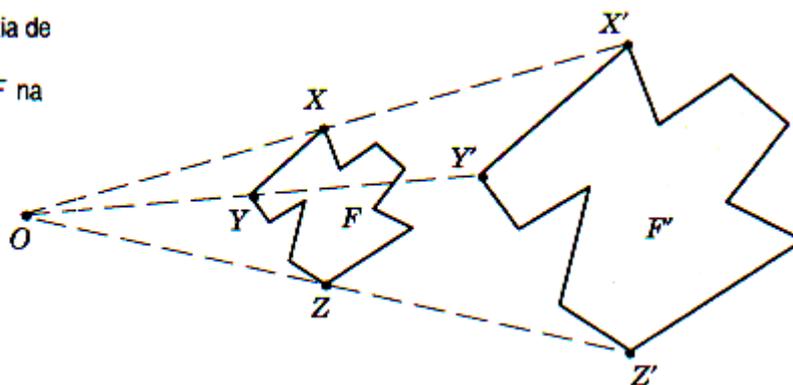
1) se a razão entre as grandezas (escala) for maior que a unidade,

$$\frac{d}{D} > 1$$

neste caso está ocorrendo uma ampliação. A dimensão do objeto no papel é maior que a dimensão do objeto real. Um caso que se pode considerar é a homotetia⁴⁷ (de razão >1) quando se obtém considerando o centro O como foco de um projetor de slides; F' é a imagem ampliada do slide F , que se vê sobre a tela. Numa homotetia, os pontos O, X, X' são sempre colineares, nesta ordem se $r > 1$ ou na ordem O, X', X se $0 < r < 1$. Já numa semelhança, as figuras F e F' podem ocupar posições quaisquer, como numa foto e sua ampliação, que podem ser colocados em vários lugares mas continuam semelhantes. (LIMA, 1991, p. 38)

⁴⁷ O teorema fundamental da homotetia diz que: Sejam O um ponto do plano Π (ou do espaço E) e r um número real positivo. A homotetia de centro O razão r é a função $\sigma : \Pi \rightarrow \Pi$ (ou $\sigma: E \rightarrow E$) definida do seguinte modo: $\sigma(O) = O$ e, para todo ponto $X \neq O$, $\sigma(X) = X'$ é o ponto da semi-reta OX tal que $OX' = r \cdot OX$.

Uma homotetia de centro O e razão 2 transforma a figura F na figura F' .



Fonte: Lima, Elon L. Medidas e formas em geometria, 1991

Na propaganda e no marketing comercial, usados nos outdoors, para promover seus anunciantes, é comum trabalhar com ampliações de imagens (homotetias) para chamar a atenção dos clientes, dependendo do tamanho da escala, isto é, quando a relação $d > D$, maior será o custo para o cliente. A introdução de conceitos como porcentagem leva o aluno a perceber o percentual de aumento do objeto, qual a proporção entre os objetos desenhados e o real.

O trabalho com quadrículas (papel quadriculado ou milimetrado) favorece a compreensão do aluno tanto para a ampliação, como se verá, como para redução de um objeto que se quer desenhar.

2) se a razão entre as grandezas (escala) for igual à unidade,

$$\frac{d}{D} = 1$$

a escala será igual a 1 ($E=1$). Matematicamente falando, a dimensão no papel corresponde à dimensão real do objeto, reproduzindo-se o objeto real no papel, neste caso a homotetia é de razão 1 que é simplesmente uma identidade. Uma homotetia de centro O transforma toda reta que passa por O em si mesma. (LIMA, 1991, p. 37). Muito usado ainda nos tempos de hoje por pessoas que fazem curso de pinturas com reprodução de desenhos, geralmente em cursos para pessoas de terceira idade, o que já se fazia no passado. Biembegut e Hein (2002) vão buscar nessas atividades para trabalhar com os ornamentos e que consideram na matemática três tipos: faixa, roseta e

mosaico, que podem ser reproduzidos moldes em cartolinas de figuras ou elemento gerador para trabalhar a isometria⁴⁸ e a geometria plana, segundo os autores citados:

Os ornamentos, sinônimos de beleza e harmonia, têm desempenhado um papel especial em nossas vidas desde a antiguidade. Testemunho disso são obras arquitetônicas, os ornamentos indígenas, os revestimentos (pisos e azulejos), os vitrais de igreja, a composição de tecidos, o artesanato, os adornos entre outros. Nesta proposta, apresentamos conceitos de isometria e a arte de construir e analisar ornamentos. A proposta permite desenvolver geometria plana e isometria com um precedente, estimulando a criatividade. (BIEMBEGUT e HEIN, 2002, p. 70)

3) se a razão entre as grandezas (escala) for menor que a unidade,

$$\frac{d}{D} < 1$$

neste caso está ocorrendo uma redução do objeto em questão, ou seja, as dimensões naturais sempre se apresentam de forma reduzida. Com o intuito de fortalecer o ensino da matemática com o auxílio da cartografia, abordar-se-á este item sempre utilizando o mapa como ferramenta para este estudo.

A relação $\frac{d}{D} < 1$ também pode ser escrita da seguinte forma: $\frac{d}{D} = \frac{1}{L}$, sendo que

L será sempre um número natural maior que um ($L \in \mathbb{N} \mid L > 1$). Fazendo por exemplo, $L = 1000$, tem-se $\frac{d}{D} = \frac{1}{1000}$, em que $\frac{1}{1000} < 1$.

Desta forma, a escala pode ser escrita de três formas:

$$\frac{1}{L} \quad \text{ou} \quad 1/L \quad \text{ou} \quad 1: L$$

fazendo $L = 100\,000$, obtém-se: $\frac{1}{100000}$ ou $1/100\,000$ ou $1: 100\,000$, em que se lê da seguinte forma: um por cem mil, significando que a distância real sofreu uma redução de $100\,000$ vezes, para que coubesse no mapa. Ainda se pode ressaltar que tanto o

⁴⁸ Isometria são transformações que mudam de posição o desenho do objeto, mantendo a forma e o

numerador (medida do mapa) como o denominador (medida real) são expressos em centímetros, assim tem-se:

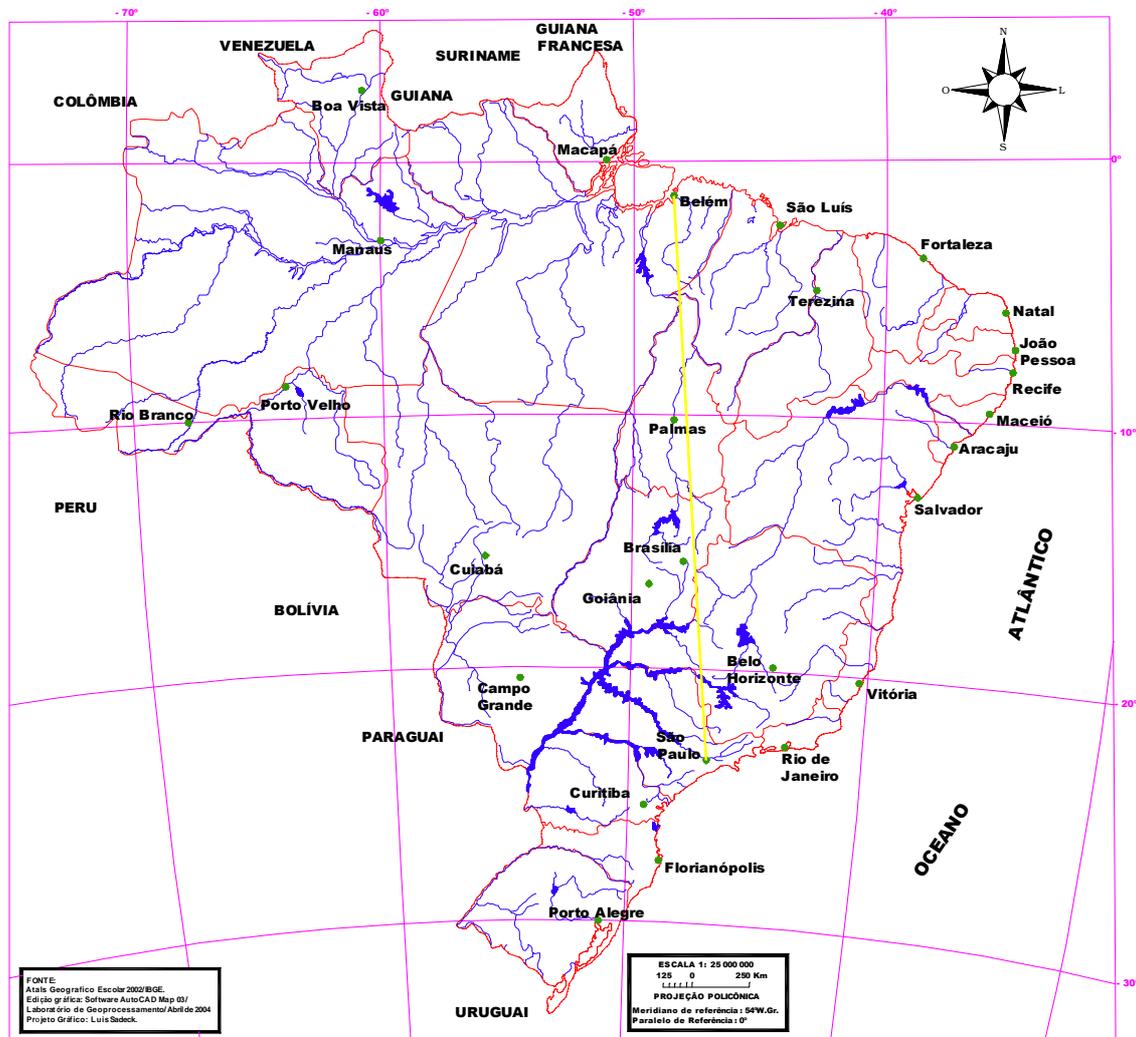
$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \frac{1\text{cm}}{100000\text{cm}}$$

fazendo a leitura da fração, tem-se: para cada 1 cm medido no mapa, corresponde a uma medida real (no caso 100 000 cm). Cabe ao professor de matemática introduzir ou relembrar ao aluno as transformações de medidas, utilizando os múltiplos e submúltiplos do metro e assim fazer uso de sua criatividade para que o aluno perceba o conteúdo matemático até agora envolvido. Na escala exemplificada tem-se:

1:100 000 para cada 1 cm no mapa corresponde 100 000 cm na realidade, ou seja, fazendo as transformações 1 km.

Da expressão $\frac{d}{D} = \frac{1}{L}$ pode-se calcular o valor de:

1) D (tamanho natural) $\Rightarrow D = d.L$. Dessa forma pode-se obter o tamanho natural, conhecendo a medida no mapa (d) e o denominador da escala (L). A distância entre duas



2) d (tamanho no mapa) $\Rightarrow d = \frac{D}{L}$, conhecendo o tamanho natural e o denominador da

escala, pode-se conhecer o tamanho que está expresso no mapa. Relacionou-se a Moura Filho (1993, p. 95) que exemplifica, utilizando a extensão Baía de Marajó, mais ou menos em frente a Soure, Estado do Pará, que é de 40 Km, e pergunta qual seria o comprimento gráfico correspondente a marcar em um escala de 1: 2 000 000.

$$\text{Utilizando a relação } d = \frac{D}{L}, \text{ obtém-se } d = \frac{40km}{2000000} = \frac{4000000cm}{2000000} = 2 \text{ cm. O}$$

comprimento gráfico d que deve ser marcado no mapa em uma escala de 1/2000 000, correspondente ao comprimento natural de 40 km e de 2 cm, isto é., $d = 2$ cm.

3) L (denominador da escala) $\Rightarrow L = \frac{D}{d}$, conhecendo-se o tamanho natural e dividindo

pelo tamanho no mapa, ter-se-á a escala que foi utilizada na construção deste mapa, o denominador da escala. Utilizando um exemplo exposto por Moura Filho (1993), tem-se: o Rio Tocantins em frente à cidade de Cametá, Estado do Pará, tem de largura 12,5 km e o comprimento gráfico correspondente medido sobre o mapa é de 1,25. Qual será a escala desse mapa?

$$\text{Utilizando a relação } L = \frac{D}{d} = \frac{12,5 km}{1,25 cm} = \frac{1250000 cm}{1,25 cm} = 1000000$$

$L = 1\ 000\ 000$, A escala do mapa é 1: 1 000 000 ou 1/ 1 000 000

Escala Gráfica

A escala gráfica é a representação gráfica da escala numérica, ou seja, é o desenho da escala. Sua representação é feita por uma reta graduada e na própria escala já demonstra quantos quilômetros corresponde cada centímetros, o que facilita a sua utilização.

0 10 20 30 40 50 60



(Km)

cada intervalo da reta graduada no mapa corresponde a 1 cm, que na realidade, representa 10 Km do tamanho real.

Libault (1975) ressalta a importância do uso da escala gráfica no estudo da Cartometria (medições lineares em carta topográfica) quando afirma:

Na escala topográfica não há nenhuma dificuldade em medir distâncias, pelo fato de que as deformações da projeção são menos acentuadas do que os erros referentes à confecção e reprodução da carta. A incerteza sobre as condições do papel, no momento da medição, requer precauções elementares: não se deve depositar nenhuma confiança na escala numérica. A escala gráfica, acompanhando as variações do papel, oferece uma base melhor. (LIBAULT, 1997, p. 196)

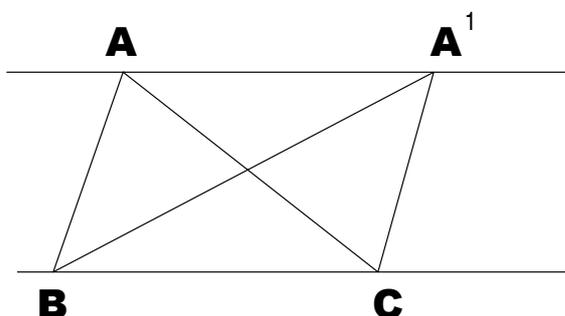
Vários tipos de escalas gráficas e numéricas podem ser construídas a partir de situações problemas propostas pelo professor com a participação dos alunos, para que os conteúdos de matemática que foram elencados anteriormente possam ser trabalhados de forma contextual.

Aplicando os conhecimentos sobre o Método de Equivalência Gráfica

Usando a metodologia da modelagem matemática e, especificamente, da triangulação pode-se equacionar a dimensão da área geográfica considerada.

Método de Equivalência Gráfica: empregado para áreas de contornos irregulares.

Segundo Eduardo Wagner (1993), em seu livro “Construções Geométricas”, *para transformar um polígono qualquer em um quadrado equivalente, primeiro deve-se transformar esse polígono em um triângulo equivalente. Para isso, devemos lembrar que a área de um triângulo não muda quando mantemos sua base fixa e deslocamos o*



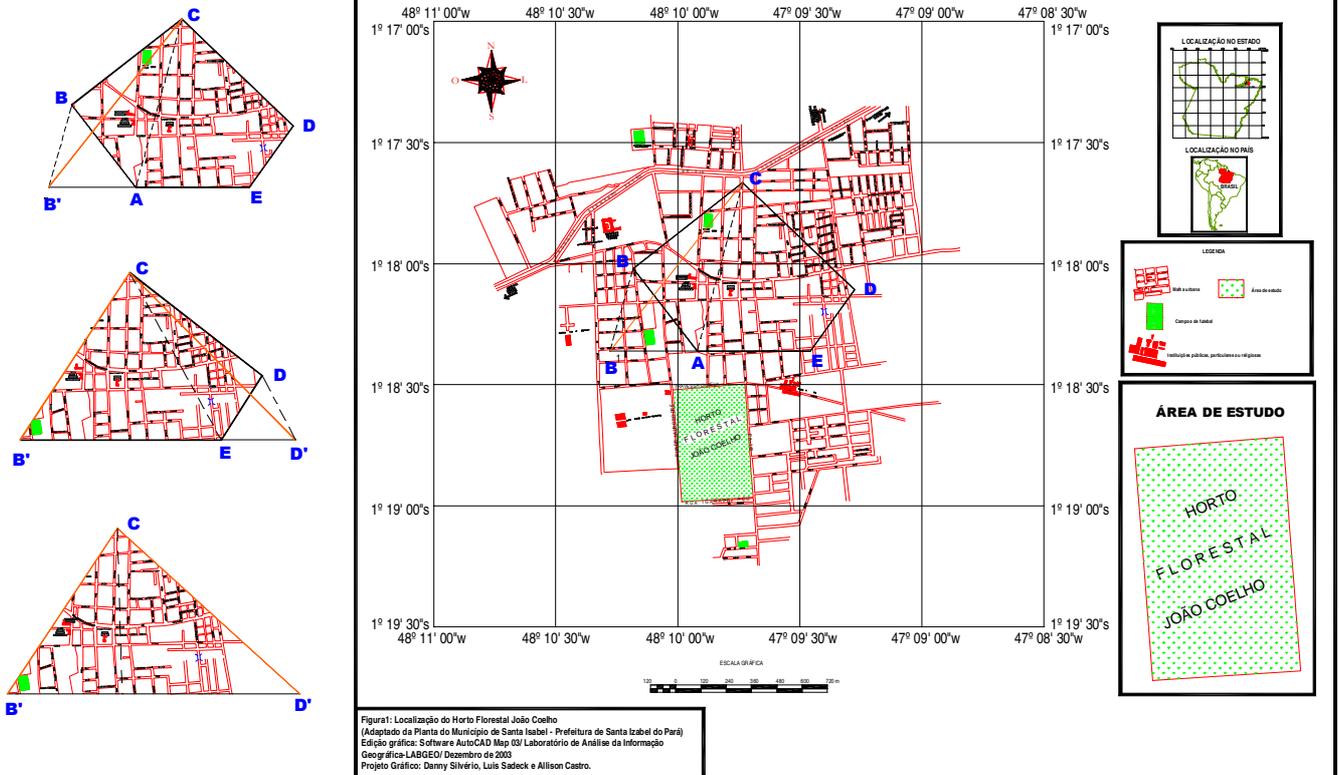
vértice oposto sobre uma paralela a essa base. (Wagner, 1993, p. 50)

O triângulo ABC é equivalente ao triângulo A¹BC

EXEMPLO 1

Passo 1) Conduz-se por B a reta BB' paralela à diagonal AC do pentágono e traça-se o lado B'C, formando o quadrilátero B'CDE.

Passo 2) Conduz-se por D a reta DD' paralela à diagonal CE do quadrilátero $B'CDE$ e traça-se o lado CD' , formando o triângulo $B'CD'$ que tem a área equivalente a $ABCDE$.

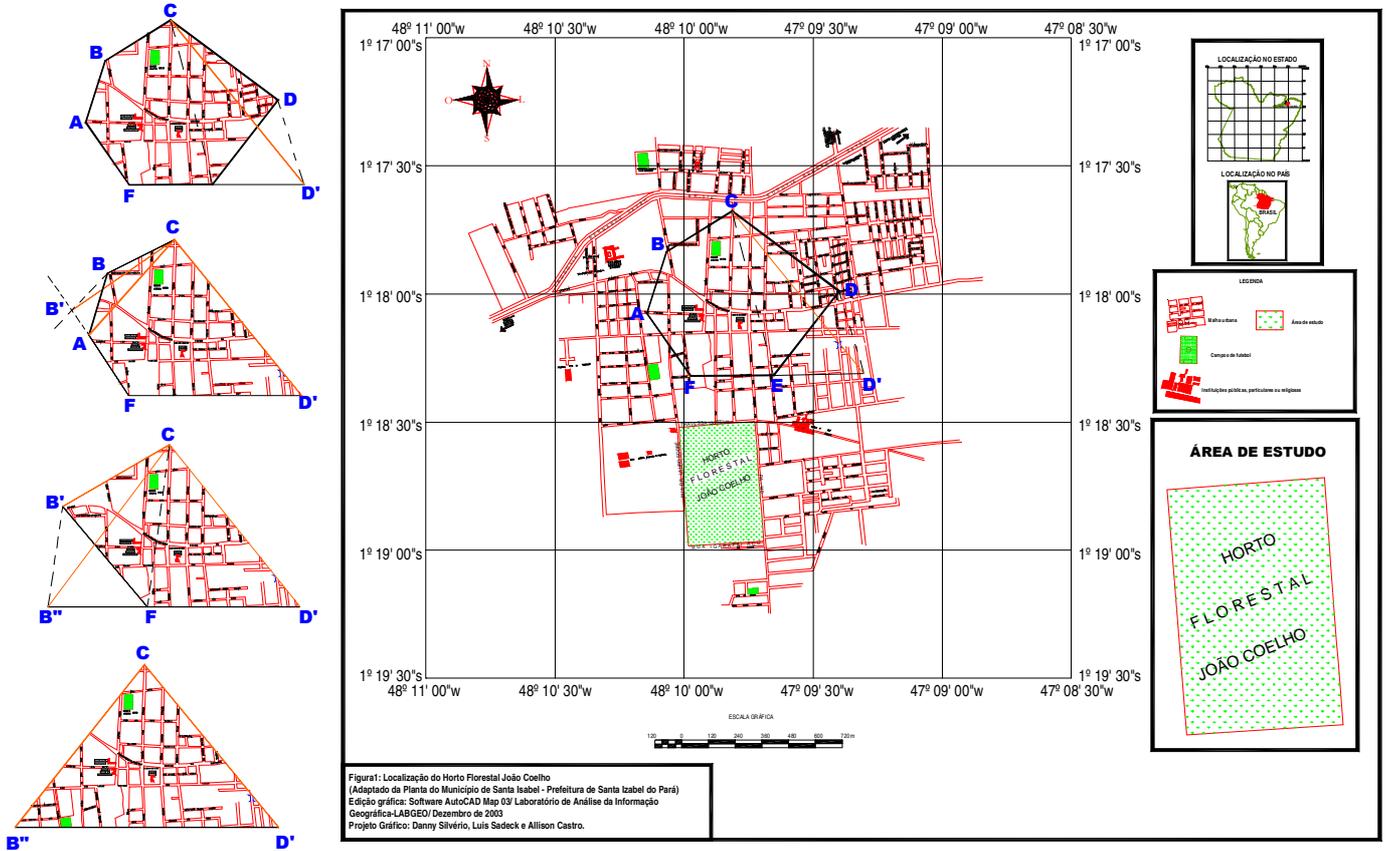


EXEMPLO 2

Passo 1) Conduz-se por D a reta DD' paralela à diagonal CE do hexágono e traça-se o lado CD' , formando o pentágono $ABCD'F$

Passo 2) Conduz-se por B a reta BB' paralela à diagonal AC, traça-se o lado CB' formado pelo prolongamento de A, formando um quadrilátero $B'CD'F$

Passo 3) Conduz-se por B' a reta B'B'' paralela à diagonal CF, traça-se o lado CB'' formando um triângulo B''CD' que tem a área equivalente a ABCDEF.



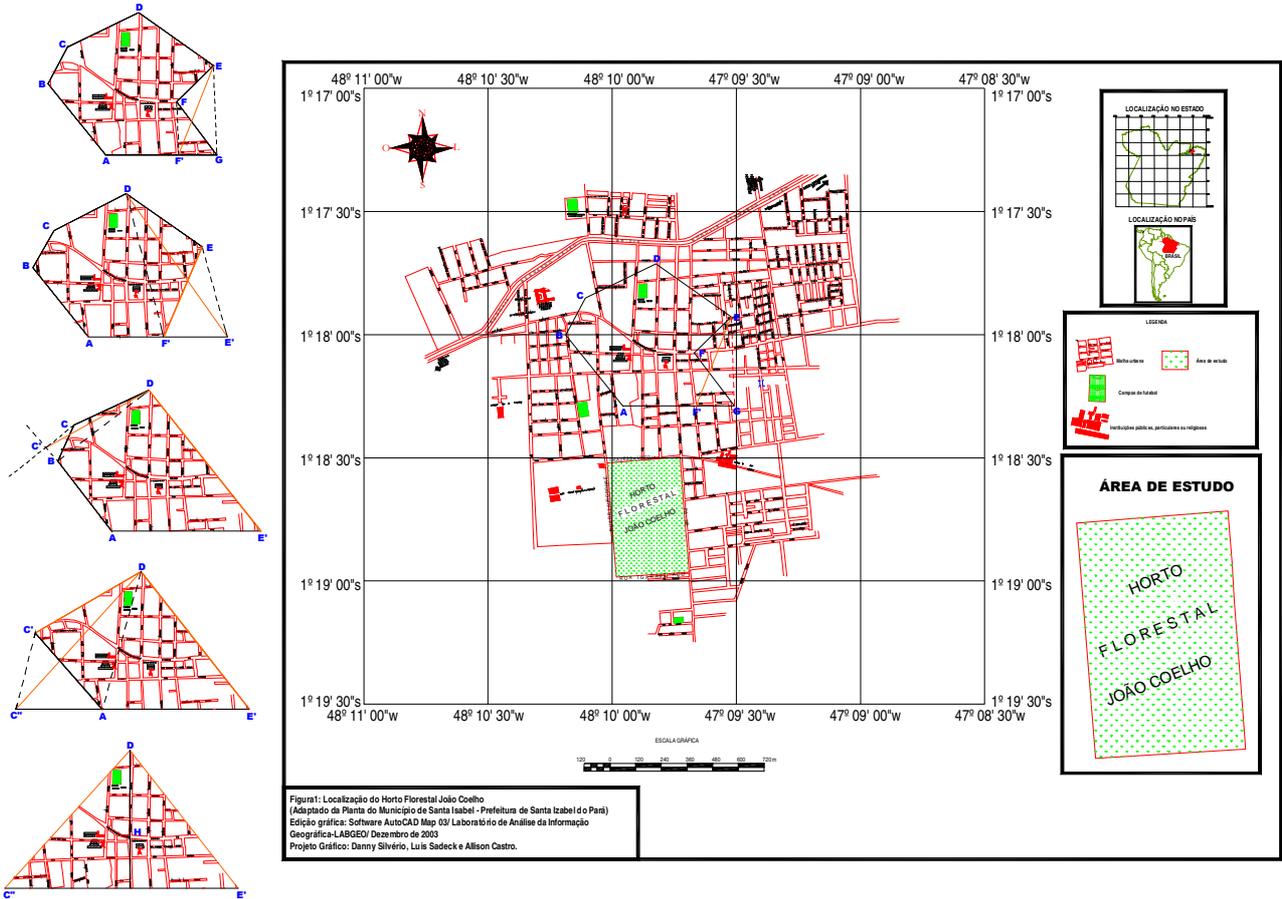
EXEMPLO 3

Passo 1) Conduz-se por F a reta FF' paralela a EG e traça-se a reta EF' formando um hexágono ABCDEF'

Passo 2) Conduz-se por E a reta EE' paralela a DF' e traça-se a reta DE' formando um pentágono ABCDE'

Passo 3) Conduz-se por C a reta CC' paralela a BD e traça-se a reta $C'D$ formando um quadrilátero $AC'DE'$

Passo 4) Conduz-se por C' a reta $C'C''$ paralela a AD e traça-se a reta DC'' formando um triângulo $C''DE'$ de área equivalente a $ABCDEFG$.

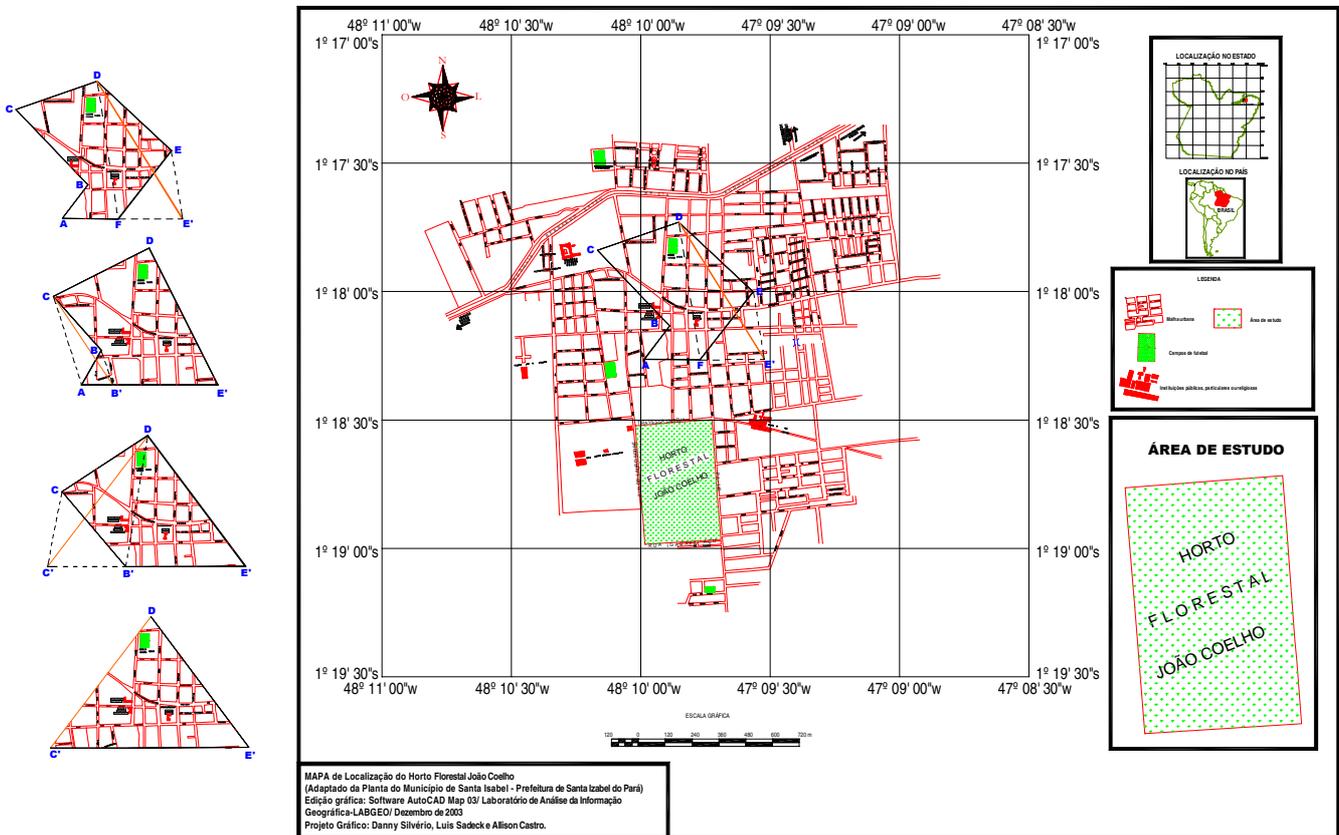


EXEMPLO 4

Passo 1) Conduz-se por E a reta EE' paralela a DF e traça-se a reta DE' formando um pentágono $ABCDE'$

Passo 2) Conduz-se por B a reta BB' paralela a CA e traça-se a reta CB' formando um quadrilátero $CDE'B'$

Passo 3) Conduz-se por C a reta CC' paralela a DB' e traça-se a reta DC' formando um triângulo C'DE' de área equivalente a ABCDEF.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os fundamentos da Matemática na cartografia estão de certa forma tão imbricados, que se reveste de especial importância o seu estudo. Em todos os momentos da pesquisa (levantamento bibliográfico, ajustamento teórico, entrevistas com os profissionais da cartografia, conversas informais com professores que trabalham com a cartografia e a redação da dissertação) percebe-se tal envolvimento. Quando reporta-se

aos autores considerados de grande importância dentro da cartografia: André Libault, Fernando Joly, Moura Filho, observa-se ainda mais, e de forma íntima, essa relação. Esses autores, em seus livros considerados verdadeiras Bíblias da cartografia, procuram rever a matemática e a consideram de grande importância para que os leitores possam compreender a construção da cartografia. A conversão de unidades, a geometria plana, a geometria espacial e a trigonometria sempre estão nos manuais para estudantes e profissionais da cartografia. Nas entrevistas realizadas, quando se pergunta sobre quais conteúdos matemáticos indispensáveis de matemática nos livros de cartografia, a geometria aparece em todas as respostas.

Em virtude do que foi relatado, procurou-se apresentar uma proposta em que os fundamentos da cartografia servissem como instrumento para o ensino da Matemática, o que não é de praxe acontecer. A Matemática na sua essência sempre é colocada como um instrumento em outras disciplinas, servindo sempre como apoio, como pré-requisito. Fez-se o processo inverso e ao trabalhar Cartografia e Matemática, tornou-se um processo interdisciplinar. Lembrando Dario Fiorentini, na sua estada em Belém, os professores de outras áreas sempre comentam que fazer a interdisciplinariedade fica mais fácil com outras disciplinas, mas, como encaixar a Matemática? E quando fazem, basta colocar uma tabela, um gráfico para satisfazer a integração. A questão está não no fato de se colocar apenas uma tabela ou um gráfico, mas sim em buscar a interação das disciplinas com a matemática. Isto pode ser trabalhado para além dos gráficos e tabelas.

A modelagem matemática foi a tendência em matemática eleita para a pesquisa por entender que trabalhando com mapas, a modelagem se enquadraria melhor, tendo o mapa como um modelo matemático e que, a partir do modelo, se pode desconstruir matematicamente o mapa. Todos esses procedimentos metodológicos são importantes quando se considera a prática de ensino da matemática, dada a possibilidade de aprofundamento das discussões das metodologias do ensino da matemática.

A cartografia, cujos fundamentos são essencialmente matemáticos, deve não só na sua essência, mas na sua forma de representar, contribuir para criar novas possibilidades de estudos que possam envolver problemas matemáticos.

Neste sentido é que, através deste trabalho, procurou-se despertar sobre um campo do conhecimento científico, aparentemente distante da matemática, porém mais afeito da ciência geográfica. Procurou-se demonstrar a sua importância no âmbito do processo ensino- aprendizagem da Matemática, resgatando não só o que é próprio a sua

essência, mas também a um conjunto de campos de aplicação a ela intrinsicamente ligados.

Espera-se que esta proposta contribua para futuros trabalhos na área, tanto em sala de aula como em pesquisa com trabalhos de especialização e em dissertações de mestrado com possibilidades para teses de doutorado e que outros caminhos, a partir desse, sejam apontados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem via Resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas**. Rio Claro, 1998. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. IGCE-UNESP.

ALMEIDA, Rosângela Doin de; PASSINI, Elza Yasuko. **O espaço geográfico: ensino e representação**. São Paulo: Contexto, 2002.

ALMEIDA, Rosângela Doin **Do desenho ao mapa: iniciação cartográfica na escola**. São Paulo. Contexto, 2001.

ALVES, Nilda. Uma posição sobre os parâmetros curriculares nacionais. In: **Revista de Educação-AEC**- nº109/1998.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática – concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro: IGCE/UNESP, 2001. Tese de doutorado.

_____. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? **Revista Zetetiké**: ano 2, v. 7, nº 11, 1999.

_____. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. Rio Claro (SP). **Bolema**, ano 14, nº 15 pp.5 a 23, 2001

BARONE, Rosa L. S; NOBRE, Sérgio. A pesquisa em História da matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: **BICUDO, M. A. V. (org.) Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

BAKKER, Múcio P. Ribeiro de. **Cartografia: Noções básicas**. Rio de Janeiro. DHN, 1965.

BASSANEZI, Rodnei C. **Modelagem como Metodologia de Ensino da Matemática**. Rio Claro, 1990. Dissertação de Mestrado de Mestrado em Educação Matemática. IGCE-UNESP.

_____. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASTOS, Péricles Antônio B. **A escola Técnica Federal do Pará e o desenvolvimento do Ensino Industrial.: um estudo histórico, 1909/1987**. Belém. Gráfica Santo Antônio, 1988.

BORBA, Marcelo. **Etnomatemática e Educação**. Rio de Janeiro. Boletim GEPEM, ano XVI, 1991.

_____. **Um estudo de Etnomatemática: Sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o Núcleo Escola da favela da Vila Nogueira/São Quirino**. Rio Claro (SP) Dissertação de mestrado, Instituto de geociências e Ciências exatas da UNESP, 1987.

BORBA, M; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. Coleção tendência em Educação Matemática.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: uma proposta alternativa para o ensino de Matemática na 5º série**. Rio Claro, 1987. 186 p. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP.

_____. **Modelagem matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem.** Campinas, 1992. 329 p., anexo 130 p. Tese de doutorado. UNICAMP/SP.

_____. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. **Revista Zetetiké:** ano 2, nº 2, 1994.

BURROUGH, P. e Mc DONNELL, R. **Principles of Geographical information Systems.** Oxford University Press, New York, 1988.

BRASIL, Ministério de Educação e do Desporto, Secretaria de educação Fundamental. **“Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Matemática – Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental”** Brasília, 1998.

BRASIL, Ministério de Educação, Secretaria de educação Média e tecnológica. **“Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio”** – Brasília, 1999.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. V. **Filosofia da Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: editora UNESP, 1999.

BIEMBENGUT, M. Salett. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática.** Blumenau: Ed. da FURB, 1999.

_____ e HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2002.

BORBA, M ; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica. Coleção Tendência em Educação Matemática, 1996.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A Arte de Contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática.** São Paulo, 1989. Dissertação de Mestrado. USP.

CAMPOS, Tânia M. M; NUNES, Terezinha. **Tendências atuais no ensino e aprendizagem da matemática.** INEP. Brasília, Em Aberto, ano 14, n.º 62, abr/jun 1994.

CAMILO, Antonio Vamir. **Modelagem Matemática: Uma perspectiva para o ensino de matemática no ensino médio.** Caçador (SC).Dissertação de Mestrado. Universidade de Contestado (UnC), 2002.

CARMO, Manfredo P. do. **Cartografia e Geometria Diferencial.** Artigo. IMPA, 1982.

CARVALHO, Dione Luchesi. **Metodologia do Ensino da Matemática.** 9º edição. São Paulo: Cortez, 1994.

CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W., SCHLIEMANN. A. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Formação de professores de matemática para o Século XXI: O grande desafio. SP: ed. Cortez. **Pró-Posições n.º 1** (10).março de 1993.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática.** Campinas, SP:Papirus .Coleção Perspectivas em Educação Matemática, 1996.

_____ **da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática.** São Paulo: Summus, Campinas: ed. Da UNICAMP, 1986.

_____. **Etnomatemática.** São Paulo: Ática, 1990.

_____. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Etnomatemática: uma proposta metodológica.** Rio de Janeiro: MEM/USU, 1997.

FERRET, C. J. et. all. **Novas Tecnologias, Trabalho e educação: um debate multidisciplinar.** Petrópolis. Editora Vozes. 1994.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké,** Campinas, nº 4, 1-37, ago/dez.1996.

GAZZETTA, Marineusa. **A modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores.** Rio Claro, 1989. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. IGCE-UNESP.

GAZIRE, Eliana. **Perspectivas de resolução de problemas em educação matemática.** Rio Claro, 1989. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. IGCE-UNESP.

GUSTINELI, O. A. P. **Modelagem matemática e resolução de problemas: uma visão global em educação matemática.** Rio Claro. Dissertação de Mestrado. UNESP, 1990.

GERDES, Paulus. **Sobre o despertar do pensamento geométrico.** Curitiba: ed. Da UFPR, 1992.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana.** Campinas, SP: autores associados, 1999.

GUSTINELI, O. A. P. – **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática.** Rio Claro, 1989. Dissertação (Mestrado em educação Matemática)-IGCE-UNESP.

JOLY, Fernand. 1917. **A Cartografia.** Tradução Tânia Pellegrini. Campinas, SP. Papyrus,1990.

JULIÃO, Rui Pedro. Geografia, Informação e Sociedade. Lisboa. **GEOINOVA; Revista do Departamento de geografia e planejamento Regional**, nº 0, 1999.

KNIJNIK, Gelsa. **Exclusão e resistência: Educação Matemática e Legitimidade Cultural.** Porto Alegre: Artes Médicas,1996.

KUENZER, A. **Ensino de 2º grau: O trabalho como princípio educativo.** São Paulo. Editora Cortez,1992.

LACOSTE, Yves. **A Geografia, isso serve em primeiro lugar para fazer a Guerra.** Campinas. Papyrus, 1988.

LETTIERI, Antônio. **A Fábrica e a Escola.** In. GORZ, André. **Crítica da Divisão do Trabalho.** São Paulo. Ed. Martins Fontes, 1980.

LEVY, Lênio F. **Os professores, uma proposta visando à transdisciplinariedade e os atuais alunos de matemática da educação pública municipal de jovens e adultos de Belém, Pará.** Belém. Dissertação de Mestrado. NPADC/UFPa., 2003.

LIBAULT, André. **Geocartografia.** São Paulo. Ed. da Universidade de São Paulo, 1975.

LIMA, E. L. et. Alli. **A Matemática do Ensino Médio**, volumes: I, II e III. Coleção do Professor de Matemática Sociedade Brasileira de Matemática, SBM. Rio de Janeiro. reimpressão, março, 2000.

_____, **Medidas e Formas em Geometria.** Coleção do Professor de Matemática Sociedade Brasileira de Matemática, SBM. Rio de Janeiro. reimpressão, março, 1991.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da Matemática.** São Paulo: Cortez, 1994.

_____, **Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins.** São Paulo: Cortez, 1995.

_____. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.** Campinas, SP: Autores associados, 1999.

MARTINELLI, Marcello. **Curso de Cartografia Temática.** São Paulo. Contexto.1991.

_____. **Mapas da Geografia e Cartografia Temática.** São Paulo. Contexto. 2003.

MONTEIRO, Alexandrina; JUNIOR, Geraldo Pompeu. **A matemática e os temas transversais.** São Paulo: Moderna, 2001.

MICOTTI, Maria Cecília de oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Cortez, 1999.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MISSÃO PARA A SOCIEDADE DE INFORMAÇÃO **Livro Verde para a Sociedade de Informação**, MSI-MCT. Lisboa, 1997.

MOURA FILHO, J. **Elementos de cartografia: técnica e histórica**. Volume 1. Belém. Falangola, 1993.

_____. **J. Elementos de cartografia: técnica e histórica**. Volume 2. Belém. Falangola, 1997.

NASSER, L. Resolução de problemas: uma análise dos fatores envolvidos. In: **Boletim-GEPEM**. RJ, n.º 22, pg. 7-14, 1988.

OLIVEIRA, Cêurio de. **Curso de cartografia moderna**. Rio de Janeiro: IBGR, 1988.

_____. **Dicionário cartográfico**. 4º edição. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

OLIVEIRA, F. **Além da transição, além da imaginação**. São Paulo. Novos Estudos Cebrap. n.º 12, 1985.

OUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: ed. UNESP, 1999.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PASSINI, Elza Yasuko. **Alfabetização cartográfica e o livro didático: uma análise crítica**. Belo Horizonte: Editora Lê, 1994.

PAULOS, John. **Analfabetismo em matemática e suas conseqüências**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo- 2 reimpressão. RJ: Ed. Interciência, 1995.

PEDROSO, Solange R. **A Modelagem Matemática como método de aprendizagem e ensino.** Campinas (SP). Monografia de Especialização, 1997.

RODRIGUES, Valdir. **Resolução de problemas como estratégia para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos na prática educativa matemática.** Rio Claro(SP). Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. IGCE-UNESP, 1992.

RUIZ, Adriano Rodrigues. Matemática escolar e o nosso cotidiano. In **teoria e prática da educação.** nº 4. março, 2001.

SALICHTCHEV, K. A. **A Cartografia.** La habana, Editorial Pueblo y Educación, 1979.

_____. **Cartographis Communication: its place in the theory of science.** The Canadian Cartographer, 15 (2): 93-1000, 1978.

Schnetzler, R. P. E Aragão, R. M. de. **Ensino de Ciências: fundamentos e abordagens.** Campinas. R. Vieira gráfica e editora Ltda., 2000.

SANTOS, Milton, SOUZA, Maria Adélia, SCARLATO, Francisco, ARROYO, Mônica (Org). **O Novo Mapa do Mundo: Problemas Geográficos de um Mundo Novo.** Hucitec Ltda. São Paulo, 1995.

SILVA, M. G. Penteado da. **Resolução de problemas: Uma perspectiva de trabalho em sala de aula.** Rio Claro (SP). Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.IGCE-UNESP. 1898.

SOUZA, José Gilberto de; Katuta, Ângela Massumi. **Geografia e conhecimentos cartográficos.** São Paulo: Editora UNESP, 2001.

TEIXEIRA, Amandio L. de Almeida; CHRISTOFOLETTI, Antonio. **Sistema geográfico de informação - dicionário ilustrado.** São Paulo: editora Hucitec, 1997.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas.** Coleção do Professor de Matemática. SBM, 1993.