UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

CENTRO DE GEOCIÊNCIAS

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE MESTRADO

# ANÁLISE DE RESOLUÇÃO EM TOMOGRAFIA SÍSMICA 3-D INTERPOÇOS

SYME REGINA DE DEUS SOUZA

BELÉM - PARÁ
2000

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**
**CENTRO DE GEOCIÊNCIAS**
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**
**GEOFÍSICA**

# ANÁLISE DE RESOLUÇÃO EM TOMOGRAFIA INTERPOÇOS EM 3-D

**TESE APRESENTADA POR**
**SYME REGINA DE DEUS SOUZA**

**COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA**

**Data de Aprovação:** 15 / 12 /2000
**Nota: 8.57 (EXCELENTE)**
**COMITÊ DE TESE:**

Dr. Jesse Carvalho Costa (Orientador)

Dr. João Carlos R. Cruz

Dr. Marco A. B. Botelho

**BELÉM**
**2000**

**À meus queridos pais Bianor e Maria e meu noivo Cesar.**

# AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus pela minha existência e por iluminar minha vida. Ao Curso de pós Graduação em Geofísica (CPGf) da Universidade Federal do Pará (UFPa.) pela oportunidade de aprimorar meus conhecimentos. Ao CNPq, pelo apoio através da concessão de bolsa, sem a qual seria mais difícil a execução deste trabalho. Ao PRONEX/UNICAMP em engenharia de Reservatórios pela infra-estrutura computacional. À coordenação do (CPGf) na pessoa do professor João Carlos Ribeiro Cruz. Ao professor Jessé Carvalho Costa (orientador) pela orientação e paciência durante o desenvolvimento desta tese. Aos colegas de curso e professores pelo esclarecimento de dúvidas encontradas e discussões salutares. À secretária do (CPGf) Benildes Lopes Rodrigues Souza pela sincera amizade. A meu pai Bianor Rodrigues de Souza pelo apoio e incentivo. À minha adorada mãe Maria José Balieiro de Deus pela paciência e compreensão que teve com minha ausência. Ao meu noivo Nilton Cesar Almeida Queiroz pelo carinho e dedicação nos momentos mais difíceis e finalmente a todas as pessoas que colaboraram de uma forma ou de outra para a elaboração deste trabalho.

# SUMÁRIO


**DEDICATÓRIA** ..... i

**AGRADECIMENTOS** ..... ii

**LISTA DE ILUSTRAÇÕES** ..... iv

**RESUMO** ..... 1

**ABSTRACT** ..... 2

1- **INTRODUÇÃO** ..... 3

2- **ANÁLISE DE RESOLUÇÃO EM TOMOGRAFIA 3-D** ..... 5

2.1- PROBLEMAS TOMOGRÁFICOS ..... 5

2.2- PARAMETRIZAÇÃO DO MODELO ..... 6

2.3- ANÁLISE DE SISTEMA LINEAR ATRAVÉS DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES ..... 8

2.4- MODELOS-ALVOS ..... 9

3- **APLICAÇÕES A DADOS SINTÉTICOS** ..... 11

3.1- ANÁLISE DE MODELOS 2-D ..... 11

3.1.1- **Modelo contendo camadas horizontais** ..... 13

3.1.2- **Modelos contendo faixas verticais** ..... 15

3.1.3- **Modelo contendo camadas mergulhando** ..... 17

3.2- ANÁLISE DE MODELOS 3-D ..... 19

3.2.1- **Modelo I** ..... 20

3.2.2- **Modelo II** ..... 22

3.2.3- **Modelo III e Modelo IV** ..... 25

3.3- VALIDAÇÃO DO MÉTODO EM TOMOGRAMAS ..... 29

4- **CONCLUSÕES** ..... 33

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** ..... 34

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

## FIGURAS


Figura 2.1 Parametrização do modelo em células prismáticas. Em detalhe está especificada uma célula e o esquema de interpolação empregado, interpolação baricêntrica nas faces triangulares seguida de interpolação linear na direção $z$..... 7

Figura 2.2 Ilustração das projeções do modelo-alvo, **m**, no subespaço $\mathbf{V}^+$ e no espaço nulo efetivo $\mathbf{V}^-$..... 10

Figura 3.1 Discretização do modelo e geometria de aquisição utilizada na análise 2-D. A vagarosidade é constante em cada célula retangular e o número de fontes e receptores utilizados foi igual a 15. 11

Figura 3.2 Logaritmo dos valores singulares do sistema tomográfico para análise 2-D. Os valores singulares nulos não estão representados..... 12

Figura 3.3 Modelo-alvo de um meio estratificado. A escala de cores indica a vagarosidade em uma escala arbitrária..... 13

Figura 3.4 Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.3 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,9898 correspondente a um ângulo de 1,04 graus. A escala de cores indica a vagarosidade..... 14

Figura 3.5 Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.3 no subespaço $\mathbf{V}^-$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 14

Figura 3.6 Modelo-alvo contendo faixas verticais. A escala de cores indica a vagarosidade..... 15

Figura 3.7 Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.6 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,7524 correspondente a um ângulo de 41,20 graus. A escala de cores indica a vagarosidade..... 16

Figura 3.8 Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.6 no subespaço $\mathbf{V}^-$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 16

Figura 3.9 Modelo-alvo contendo camadas mergulhando. A escala de cores

indica a vagarosidade..... 17

Figura 3.10 Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.9 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,9925 correspondente a um ângulo de 7 graus. A escala de cores indica a vagarosidade..... 18

Figura 3.11 Projeção do modelo indicado na Figura 3.9 no subespaço $\mathbf{V}^-$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 18

Figura 3.12 Projeção da malha de discretização para o modelo indicado na Figura 3.13 no plano x-y. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 41 malhas idênticas a mostrada acima em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. As posições dos três poços verticais estão indicadas por asteriscos..... 20

Figura 3.13 Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha de discretização encontra-se na Figura 3.12. A escala de cores indica a vagarosidade..... 21

Figura 3.14 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.13 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção é de 0,9970 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 4,40 graus, indicando que este modelo está bem representado neste subespaço. A escala de cores indica a vagarosidade..... 22

Figura 3.15 Projeção da malha de discretização para o modelo-alvo indicado na Figura 3.16 no plano x-y. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 55 malhas idênticas a mostrada na Figura em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. As posições dos três poços verticais estão indicadas por asteriscos..... 23

Figura 3.16 Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha de discretização do modelo encontra-se na Figura 3.15. A escala de cores indica a vagarosidade..... 24

Figura 3.17 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.16 no

subespaço $V^+$. O cosseno da projeção é de 0,5544 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 56,33 graus, indicando que o modelo não pode ser adequadamente representado dentro deste subespaço. A escala de cores indica a vagarosidade..... 24

Figura 3.18 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.16 no subespaço $V^-$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 25

Figura 3.19 Projeção da malha de discretização para o modelo-alvo indicado na Figura 3.20 no plano x-y. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 51 malhas idênticas à mostrada na Figura em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. As posições dos seis poços verticais estão indicadas por asteriscos..... 26

Figura 3.20 Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha encontra-se na Figura 3.19. A escala de cores indica a vagarosidade..... 27

Figura 3.21 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.20 no subespaço $V^+$. O cosseno da projeção é de 0,9966 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 4,72 graus. A escala de cores indica a vagarosidade..... 27

Figura 3.22 Seções do modelo-alvo simulando uma lente. A geometria da malha de discretização do modelo encontra-se na Figura 3.19. A escala de cores indica a vagarosidade..... 28

Figura 3.23 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.22 no subespaço $V^+$. O cosseno da projeção é de 0,9876 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 9 graus. A escala de cores indica a vagarosidade..... 28

Figura 3.24 Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.22 no subespaço $V^-$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 29

Figura 3.25 Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.13. Apenas vínculo de homogeneidade foi adicionado com parâmetro de

amortecimento, $\lambda_2$, igual a $10^{-8}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. A boa qualidade da reconstrução coincide com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 31

Figura 3.26 Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.16. Apenas vínculo de homogeneidade foi adicionado com parâmetro de amortecimento, $\lambda_2$, igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. Este modelo coincide praticamente com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 31

Figura 3.27 Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.16. Vínculo de suavidade lateral foi adicionado com parâmetro de amortecimento igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. Apesar do vínculo de suavidade lateral a resolução do modelo é menor na região central da malha o que concorda com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A escala de cores indica a vagarosidade..... 32

# RESUMO

A aplicação de métodos de inversão aos dados de múltiplos levantamentos sísmicos interpoços permite a reconstrução de modelos de vagarosidade em 3-D de alta resolução adequados para monitoramento de processos de recuperação avançada de petróleo e caracterização de reservatórios. Entretanto, a falta de cobertura volumétrica uniforme de raios de levantamentos interpoços exige informação adicional ao sistema tomográfico para obtenção de soluções estáveis. A discretização do modelo em uma malha 3-D com células prismáticas triangulares e a decomposição em valores singulares são utilizadas para avaliar a reconstrução tomográfica em 3-D. O ângulo da projeção de modelos-alvo no subespaço ortogonal ao espaço nulo efetivo da matriz tomográfica é um critério adequado para se otimizar a malha de discretização do modelo interpretativo e a geometria de aquisição dos dados de modo a melhorar o condicionamento da reconstrução tomográfica. Esta abordagem pode ser utilizada durante as iterações lineares para redifinir a malha ou avaliar a necessidade de informação a priori adicional ao sistema tomográfico.

# ABSTRACT

The joint inversion of multiple crosswell surveys traveltime data allows the reconstruction of high resolution 3-D slowness models suitable for monitoring enhanced oil recovery processes and detailed reservoir characterization. However, the non-uniform volumetric ray coverage unavoidable in crosswell surveys requires additional information to the tomographic system in order to obtain stable solutions. The 3-D tomographic problem is analyzed discretizing the models in 3-D prismatic meshes and using the singular value decomposition. The projection angle of target models in the subspace orthogonal to the effective null space of the tomographic matrix is an useful criteria for designing mesh and data acquisition geometry in order to better conditioning the tomographic reconstruction. The approach can also be used during the linear iterations to redefine the mesh or evaluate the requirement of additional prior information to the tomographic system.

# 1-INTRODUÇÃO

O objetivo principal da caracterização de reservatórios é obter informações sobre a permo-porosidade do reservatório em 3-D. Potencialmente estas propriedades podem ser inferidas a partir das propriedades acústicas das rochas. Com esta finalidade, métodos de imageamento sísmico devem auxiliar na caracterização de reservatórios. Especificamente, a tomografia de tempo de trânsito entre poços produz somente uma seção do campo de vagarosidade. Até mesmo quando dados de levantamentos entre múltiplos poços estão disponíveis, tomogramas são tipicamente calculados entre pares de poços. Entretanto, experimentos sísmicos interpoços são dados sísmicos de alta freqüência avaliados na escala da distância entre poços. Deste modo a caracterização de reservatórios utilizando métodos sísmicos de alta resolução, nesta escala, deve prover um caminho consistente na utilização de dados poço-a-poço de múltiplos levantamentos para obter informações 3-D.

Diferentes abordagens têm sido empregadas na interpretação conjunta de múltiplos levantamentos poço-a-poço. MATHISEN ET AL. (1995) constróem tomogramas para cada levantamento entre pares de poços para monitorar a injeção de vapor em um reservatório e posteriormente realizam uma interpretação 3-D. A abordagem bidimensonal utilizada produz imagens que não se ajustam próximo ao poço injetor que é comum a todos os levantamentos. HYNDMAN & HARRIS (1996) também obtêm tomogramas entre pares de poços para monitorar aqüíferos e sugerem métodos geoestatísticos para gerar múltiplas imagens 3-D com a restrição de reproduzir o mesmo variograma que os tomogramas reconstruídos. COSTA ET AL. (1997) utilizam como parametrização um modelo em malha prismática e estimam um campo de vagarosidade 3-D através da inversão conjunta dos tempos de trânsito de múltiplos levantamentos poço-a-poço. Para regularizar o problema inverso duas restrições fracas são adicionadas: a minimização da distância a um modelo inicial e a minimização da variação lateral do modelo. EPPSTEIN & DOUGHERTY (1998) invertem tempos de trânsito de múltiplos levantamentos sísmicos poço-a-poço para estimar modelos de vagarosidade 3-D partindo de tomogramas 2-D e análise de agrupamentos para vincular a inversão uma malha retangular e utilizando filtros de Kalman para reduzir a dimensão do sistema tomográfico. SOUPIOS ET AL. (2000) invertem tempos de trânsito para reconstruir a distribuição da vagarosidade em meios 3-D a partir de

levantamentos de VSP (Vertical Seismic Profile), o modelo é discretizado em uma malha retangular. O volume de Fresnel é utilizado para estender a região de influência do raio e a minimização da distância a um modelo inicial é utilizada como regularização. Embora todos os trabalhos acima tratem de problemas tomográficos de tempo de trânsito 3-D poço-a-poço, nenhum deles discute a resolução dos dados tomográficos.

O objetivo deste trabalho é a investigação dos limites da reconstrução tomográfica de modelos 3-D a partir de dados poço-a-poço. Esta investigação consiste em analisar a projeção de modelos-alvo no espaço nulo efetivo do sistema tomográfico e no seu complemento ortogonal. A decomposição em valores singulares foi utilizada para caracterizar o espaço nulo associado a cada geometria de aquisição. A projeção de vários modelos geologicamente relevantes no espaço nulo foi utilizada para quantificar os limites de resolução de cada geometria conforme a parametrização dos modelos-alvo adotados. O cosseno da projeção do modelo no subespaço ortogonal ao espaço nulo efetivo foi utilizado como indicador da possibilidade de reconstrução do modelo a partir dos dados. Esta seqüência foi validada em dados gerados sinteticamente, primeiramente na análise tomográfica de modelos 2-D e posteriormente em diferentes geometrias de aquisição e diferentes modelos-alvo tridimensionais.

# 2 – ANÁLISE DE RESOLUÇÃO EM TOMOGRAFIA 3-D

## 2.1 – PROBLEMAS TOMOGRÁFICOS

Dentro das premissas da teoria do raio , o tempo de trânsito, $\tau$, entre dois pontos $\mathbf{x}_s$ e $\mathbf{x}_r$ em um campo de vagarosidade $s(\mathbf{x})$ é

$$\tau(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = \int_R s(\mathbf{x}) dl \tag{2.1}$$

em que $\mathbf{x}_r$ é o vetor-posição do receptor, $\mathbf{x}_s$ é o vetor-posição da fonte, e a integral é avaliada ao longo da trajetória do raio, $R$, de comprimento $l$, que obedece ao princípio do tempo estacionário de Fermat (ČERVENY, 1987). Considerando perturbações $\delta s(\mathbf{x})$ no campo de vagarosidade, as correspondentes perturbações de primeira ordem no tempo de trânsito (SNIEDER & SAMBRIDGE,1993) são dadas por

$$\delta\tau(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = \int_{R_0} \delta s(\mathbf{x}) dl \tag{2.2}$$

em que $R_o$ indica a trajetória do raio em um meio de referência arbitrário $s_0(\mathbf{x})$. Considerando que o modelo de vagarosidade pode ser especificado por um número finito de parâmetros, $s_j$, na forma

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{M} s_j B_j(\mathbf{x}) \tag{2.3}$$

em que $B_j(\mathbf{x})$ indica o peso da interpolação, é possível discretizar a equação (2.2) na forma

$$\delta\tau_i = \delta\tau(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = \sum_{j=1}^{M} A_{ij}\delta s_j \qquad i = 1,\ldots,N, \tag{2.4}$$

em que os elementos da matriz $A_{ij}$ são dados por

$$A_{ij} = \int_{R_i} B_j(\mathbf{x})dl \tag{2.5}$$

em que $R_i$ indica a trajetória do i-ésimo raio no meio de referência. Portanto a discretização de (2.2) resulta no sistema linear

$$\delta\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}\delta\mathbf{s} \tag{2.6}$$

em que a matriz **A** depende da discretização do modelo de vagarosidade e da trajetória do raio no meio de referência.

A solução do sistema linear expresso pela equação (2.6) permite a reconstrução do modelo de vagarosidades, iterativamente, a partir das observações do tempo de trânsito. Em cada iteração, após a solução de (2.6), o modelo de referência é atualizado, os raios e o tempo de trânsito são calculados e um novo sistema linear é obtido. Estas iterações continuam até se obter a convergência da norma $\|\delta\boldsymbol{\tau}\|$ e $\|\delta\mathbf{s}\|$. Em geral o sistema (2.6) é sobredeterminado e sua solução é obtida pelo critério dos mínimos quadrados (VAN DER SLUIS & VAN DER VORST, 1987).

## 2.2 – PARAMETRIZAÇÃO DO MODELO 3-D

A parametrização dos modelos neste trabalho está indicada na Figura 2.1 (COSTA ET AL., 1997). O valor da vagarosidade é especificado nos vértices de cada célula prismática. A vagarosidade em um ponto qualquer dentro da célula, $\mathbf{s}(x,y,z)$ é interpolada usando os seis valores de vagarosidade dos vértices. A interpolação baricêntrica no topo e na base do prisma é seguida pela interpolação linear na direção *z*, ou seja,

$$\mathbf{s}(x,y,z)=\sum_{i=1}^{3}W_i(\mathbf{x})\left[\frac{(z-z_t)}{(z_b-z_t)}s(\mathbf{x}_i,z_t)+\frac{(z_b-z)}{(z_b-z_t)}s(\mathbf{x}_i,z_b)\right],$$
$$W_i(\mathbf{x})=\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j)\times(\mathbf{x}-\mathbf{x}_k)}{(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j)\times(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_k)} \quad \text{com} \quad i\neq j\neq k \therefore i,j,k=1,2,3 \tag{2.7}$$

em que $x$, $y$ e $z$ são as coordenadas Cartesianas. Em cada plano contendo as faces topo e base, $\mathbf{x}\equiv(x,y)$ é o vetor com as coordenadas Cartesianas da projeção de um ponto na face, $\mathbf{x}_i$ especifica cada vértice nas faces triangulares e $W_i(\mathbf{x})$ representa o peso da vagarosidade no vértice $\mathbf{x}_i$ o qual coincide com a coordenada baricêntrica deste vértice (SAMBRIDGE ET AL, 1995). Os subscritos $t$ e $b$ denotam o topo e a base da célula respectivamente. O elemento $A_{ij}$ da matriz do sistema tomográfico (2.6) é obtido integrando o peso da interpolação associado ao $j$-ésimo parâmetro ao longo do $i$-ésimo raio.

A parametrização através de nós tem duas características. Primeiro, permite controlar a escala de heterogeneidades através da distância entre nós adjacentes. Em segundo lugar, o número de parâmetros definindo o modelo pode ser consideravelmente menor em relação à parametrização utilizando células cúbicas permitindo especificar modelos de geometria complexa.

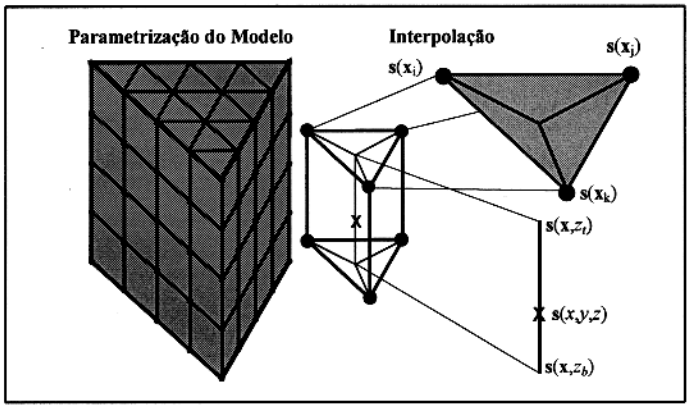


Figura 2.1. Parametrização do modelo em células prismáticas. Em detalhe está especificada uma célula e o esquema de interpolação empregado, interpolação baricêntrica nas faces triangulares seguida de interpolação linear na direção $z$.

## 2.3 – ANÁLISE DO SISTEMA LINEAR ATRAVÉS DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES

A análise de problemas de mínimos quadrados lineares através da decomposição em valores singulares (GOLUB & VAN LOAN, 1989), tem sido aplicada a sistemas lineares tomográficos para analisar os efeitos da cobertura angular limitada de raios na solução de (2.6) (PRATT & CHAPMAN, 1992; MICHELENA, 1993). Através da decomposição em valores singulares, a matriz $\mathbf{A}_{M\times N}$ é fatorada na forma:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \tag{2.8}$$

em que $\mathbf{U}_{M\times M}$ é uma matriz ortogonal cujos vetores geram o espaço de dados, $\mathbf{V}_{N\times N}$ é uma matriz ortogonal cujos vetores geram o espaço de modelos, $\mathbf{S}_{MxN}$ é uma matriz diagonal cujos elementos são os valores singulares de **A** e o superscrito $T$ indica transposição. As colunas de **U** são autovetores de $\mathbf{A}\,\mathbf{A}^T$, e as colunas de **V** são autovetores de $\mathbf{A}^T\,\mathbf{A}$ (GOLUB & VAN LOAN, 1989).

A decomposição de **A** permite definir o seu inverso generalizado (LINES E TREITEL, 1993) :

$$\mathbf{A}^+ \equiv \mathbf{V}_r\mathbf{S}_r^{-1}\mathbf{U}_r^T \tag{2.9}$$

em que $r = Min(M,N)$ e $\mathbf{S}_r^{-1} \equiv \begin{cases} \dfrac{1}{S_i}; & S_i \geq S_{min} \\ 0; & S_i < S_{min} \end{cases}$, i = 1,...,r.

A partir de (2.9) se obtém a estimativa do inverso generalizado para a solução de (2.6),

$$\delta\mathbf{s}^+ \equiv \mathbf{V}_r\mathbf{S}_r^{-1}\mathbf{U}_r^T\delta\mathbf{t}\,. \tag{2.10}$$

O número de valores singulares maiores que $S_{min}$ define o posto efetivo de **A**. Se o posto efetivo de **A** é igual a $N$ a solução $\delta\mathbf{s}^+$ coincide com a solução de mínimos quadrados. Se o posto efetivo de **S** é menor que $N$, $\delta\mathbf{s}^+$ é uma estimativa estável para solução de (2.6).

A definição do inverso generalizado especifica dois subespaços vetoriais no espaço-coluna de **V**. O subespaço $\mathbf{V}^+$ gerado pelas colunas de **V** associados aos valores singulares maiores de $S_{min}$ e o subespaço $\mathbf{V}^-$ gerado pelas colunas associadas a valores singulares menores que $S_{min}$.

## 2.4 – MODELOS-ALVOS

Em processos de caracterização e monitoramento de reservatórios alguns alvos comuns são camadas com diferentes mergulhos, falhas e plumas que se formam durante a injeção de fluidos em processos de recuperação estimulada. A análise do sistema tomográfico (2.6) através da decomposição em valores singulares fornece critérios para se avaliarem os limites de resolução da tomografia na reconstrução destes alvos. Desta forma podemos avaliar o efeito da geometria de aquisição e da parametrização do modelo na reconstrução tomográfica.

Em problemas 2-D, a visualização das colunas da matriz **V** permite identificar modelos que podem ser reconstruídos a partir dos dados (MICHELENA,1993). Esta abordagem, além de limitada, pois não é possível verificar se o modelo-alvo pode ser gerado pelas combinações lineares de colunas de **V**, não é viável em 3-D. BÖHM & VESNAVER(1999) utilizam a decomposição em valores singulares para regularizar (2.6) em cada iteração através da redefinição da malha de discretização do modelo e para isso definem a energia no espaço nulo associada ao j-ésimo parâmetro. Diferentemente desta abordagem, neste trabalho a decomposição em valores singulares é utilizada para determinar propriedades globais do sistema tomográfico para resolução de um modelo-alvo.

Neste trabalho utilizamos a projeção do modelo-alvo no subespaço $\mathbf{V}^+$ para determinar a possibilidade de reconstrução do modelo. O meio de referência é homogêneo e isotrópico e, portanto, a trajetória dos raios é retilínea. A projeção do modelo-alvo **m** no subespaço $\mathbf{V}^+$ é definida por

$$\mathbf{m}^{+} = \sum_{i=1}^{P} \langle \mathbf{m}, \mathbf{v}_i \rangle \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^{P} C_i^{+} \mathbf{v}_i \tag{2.11}$$

em que os vetores $\mathbf{v}_i$ ($i$=1,...,$P$) geram o subespaço $\mathbf{V}^{+}$ e $< *, * >$ indica o produto interno. De forma semelhante a projeção do modelo-alvo no espaço nulo efetivo $\mathbf{V}^{-}$, gerado pelos vetores $\mathbf{v}_i$ ($i$=$P$+1,...,$N$) é definida

$$\mathbf{m}^{-} = \sum_{i=P+1}^{N} \langle \mathbf{m}, \mathbf{v}_i \rangle \mathbf{v}_i = \sum_{i=P+1}^{N} C_i^{-} \mathbf{v}_i . \tag{2.12}$$

O cosseno da projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^{+}$ é utilizado para avaliar a possibilidade de reconstrução do modelo para cada parametrização e para cada geometria de aquisição. Este cosseno é dado por

$$cos\theta^{+} = \sqrt{\sum_{i=1}^{P} \left(C_i^{+}\right)^2 \Big/ \left[ \sum_{i=1}^{P} \left(C_i^{+}\right)^2 + \sum_{i=P+1}^{N} \left(C_i^{-}\right)^2 \right]} . \tag{2.13}$$

A Figura 2.2 ilustra a interpretação geométrica da metodologia empregada para avaliar a possibilidade de reconstrução do modelo-alvo a partir do sistema tomográfico (2.6).

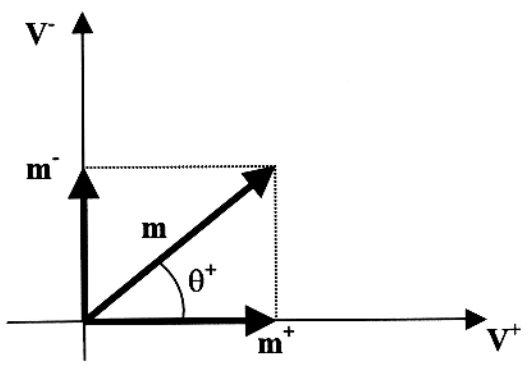


Figura 2.2– Ilustração das projeções do modelo-alvo, **m**, no subespaço $\mathbf{V}^{+}$ e no espaço nulo efetivo $\mathbf{V}^{-}$.

# 3 – APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

## 3.1 – ANÁLISE DE MODELOS 2-D

A metodologia proposta na seção anterior foi inicialmente aplicada a modelos bidimensionais. Os modelos-alvos estão especificados em uma malha de células retangulares contendo dez células ao longo da horizontal e quinze células ao longo da vertical . A geometria de aquisição utilizada consiste de quinze fontes e quinze receptores posicionados na lateral da malha ao longo da direção vertical, no centro de cada célula conforme Figura 3.1. O meio de referência é homogêneo e isotrópico. Três modelos-alvos foram utilizados: camadas horizontais, faixas verticais e camadas com mergulho.

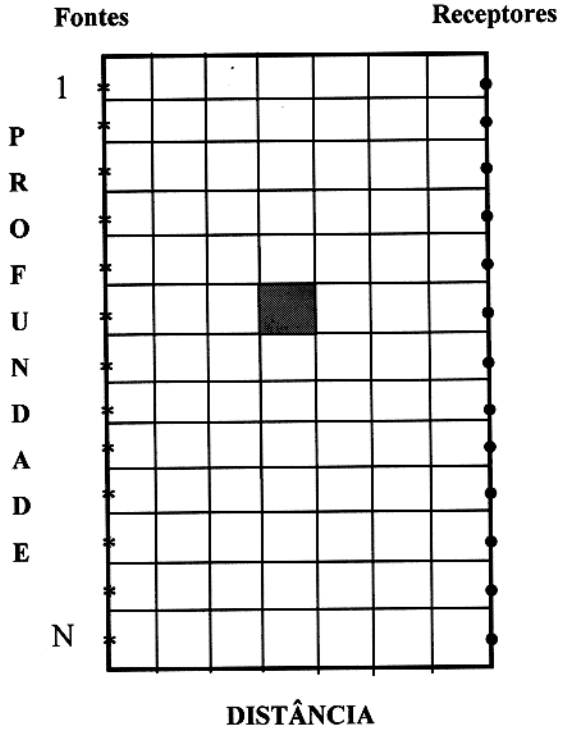


Figura 3.1 – Discretização do modelo e geometria de aquisição utilizada na análise 2-D. A vagarosidade é constante em cada célula retangular e o número de fontes e receptores utilizados foi igual a 15.

A determinação dos subespaços $\mathbf{V}^+$ e $\mathbf{V}^-$ requer que se arbitre um limite para o menor valor singular admissível na solução. Nos testes descritos a seguir a razão $S_{max}/S_{min}$ foi tomada igual a 5000. A Figura 3.2 mostra os valores singulares associados ao sistema tomográfico.

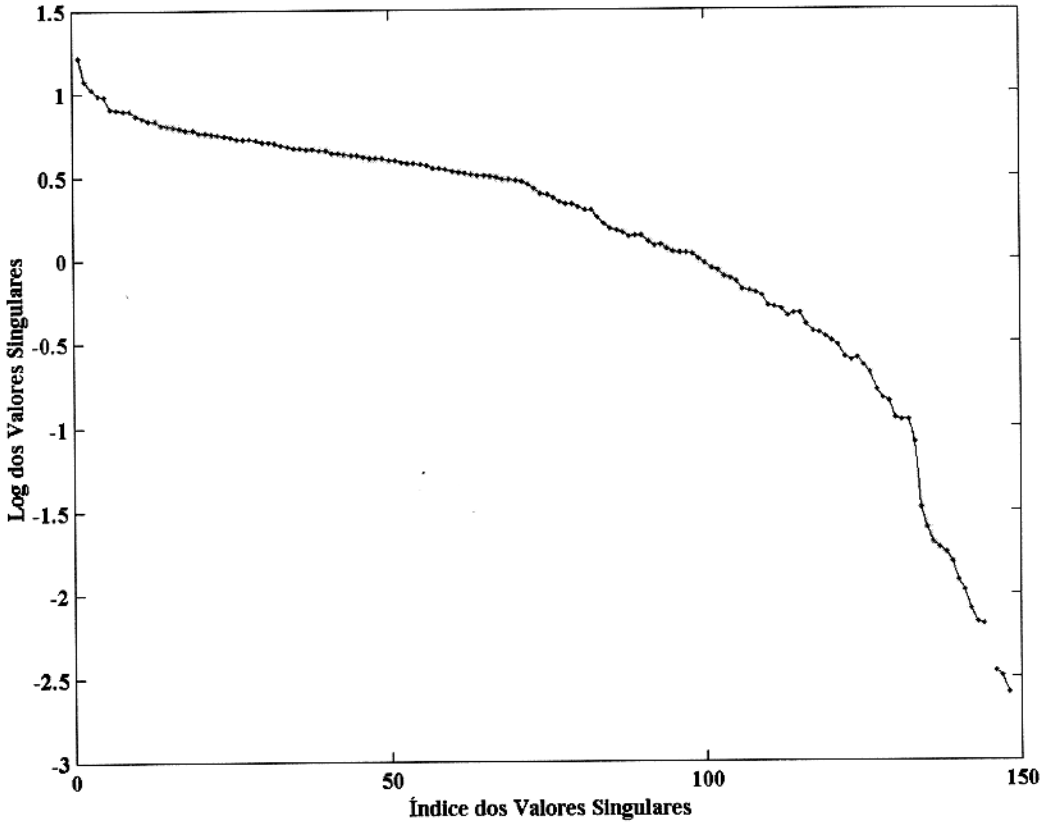


Figura 3.2 – Logaritmo dos valores singulares do sistema tomográfico para análise 2-D. Os valores singulares nulos não estão representados.

### 3.1.1– **Modelo contendo camadas horizontais**

Este modelo consiste de quinze camadas horizontais como mostra a Figura 3.3. A Figura 3.4 mostra a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$ e a projeção do modelo no subespaço nulo efetivo encontra-se na Figura 3.4. Verifica-se que este modelo está quase completamente imerso no subespaço $\mathbf{V}^+$ o que concorda com as observações de MICHELENA (1993) e outros autores, como DEVANEY (1984), que mostram que a tomografia interpoços tem alta resolução vertical.

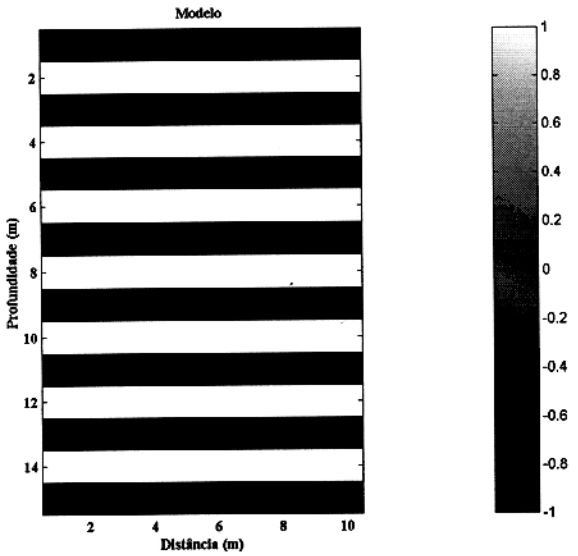


Figura 3.3 – Modelo-alvo de um meio estratificado. A escala de cores indica a vagarosidade em uma escala arbitrária.

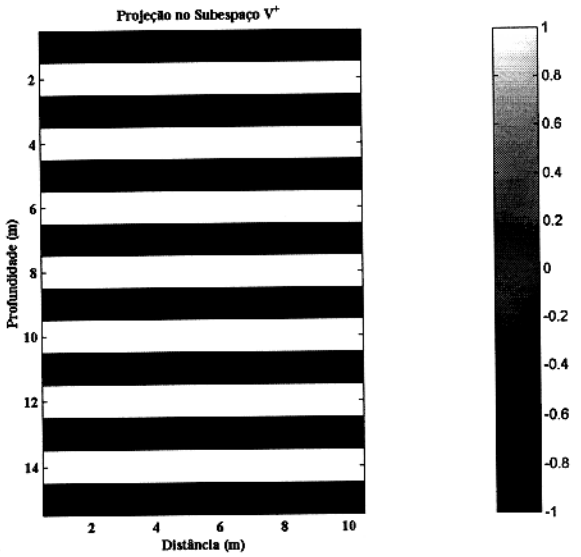


Figura 3.4 – Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.3 no subespaço $\mathbf{V}^{+}$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,9898 correspondente a um ângulo de 1,04 graus. A escala de cores indica a vagarosidade.

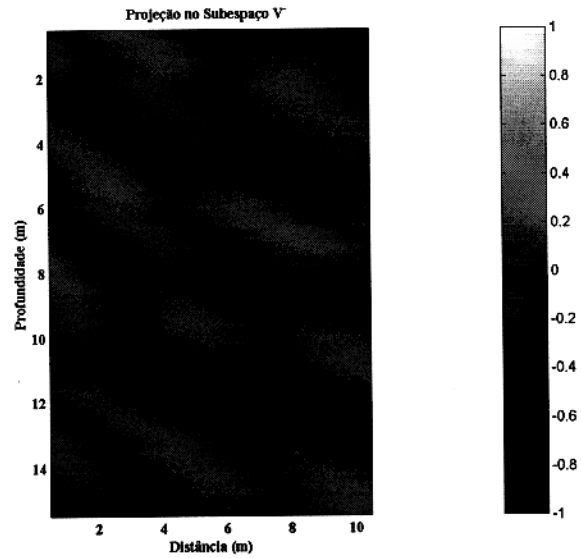


Figura 3.5 – Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.3 no subespaço $\mathbf{V}^{-}$. A escala de cores indica a vagarosidade.

### 3.1.2 – **Modelo contendo faixas verticais**

Este modelo consiste de dez faixas verticais como mostra a Figura 3.6. A Figura 3.7 mostra a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$ e a projeção do modelo no subespaço nulo efetivo encontra-se na Figura 3.8. Ao contrário do modelo anterior a projeção deste modelo no espaço nulo efetivo é da mesma ordem que a projeção no subespaço $\mathbf{V}^+$, como indica o ângulo da projeção de 41 graus. Este resultado está de acordo com a conhecida baixa resolução lateral da tomografia interpoços (DEVANEY, 1984 e MICHELENA, 1993).

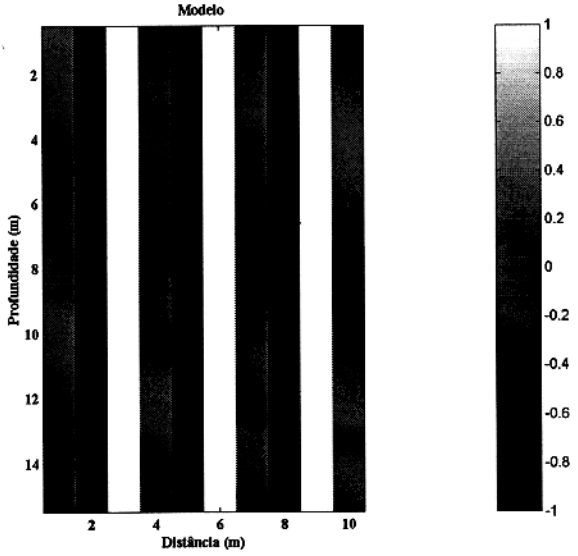


Figura 3.6 – Modelo-alvo contendo faixas verticais. A escala de cores indica a vagarosidade.

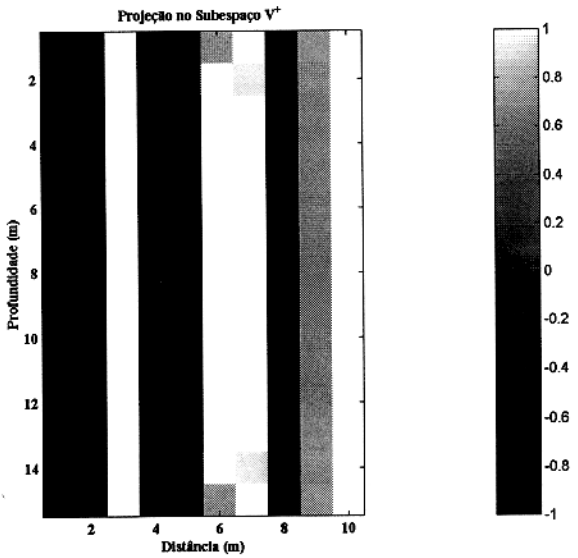


Figura 3.7 – Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.6 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,7524 correspondente a um ângulo de 41,20 graus. A escala de cores indica a vagarosidade.

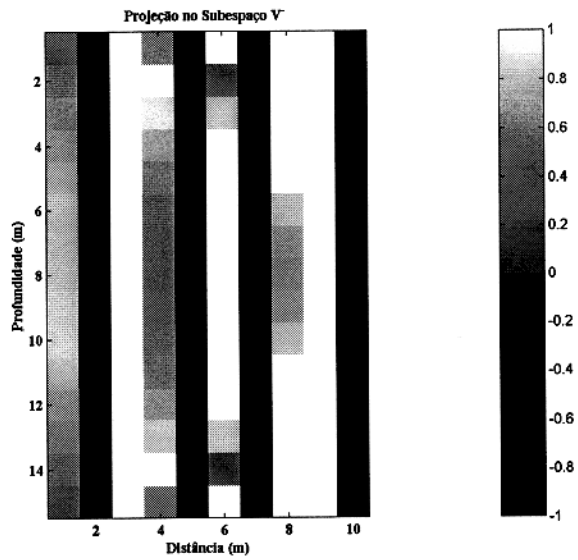


Figura 3.8 – Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.6 no subespaço $V^-$. A escala de cores indica a vagarosidade.

### 3.1.3 – **Modelo contendo camadas mergulhando**

Este modelo consiste de oito camadas com mergulho conforme mostra a Figura 3.9. A Figura 3.10 mostra a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^{+}$ e a projeção do modelo no subespaço nulo efetivo encontra-se na Figura 3.11. Este é um caso intermediário em que o modelo apresenta variações lateral e vertical. Verifica-se que a imagem $\mathbf{m}^{+}$ praticamente coincide com o modelo. A projeção $\mathbf{m}^{-}$ tem menor energia e novamente mostra a limitação da resolução horizontal da tomografia interpoços, como se pode verificar pela estrutura de faixas verticais da imagem $\mathbf{m}^{-}$.

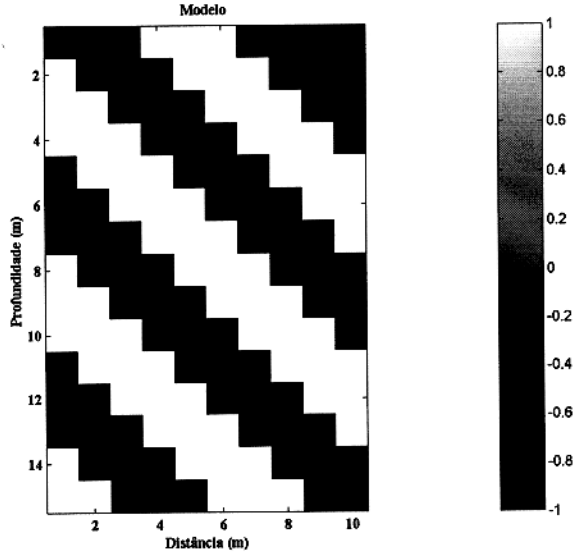


Figura 3.9 – Modelo-alvo contendo camadas mergulhando. A escala de cores indica a vagarosidade.

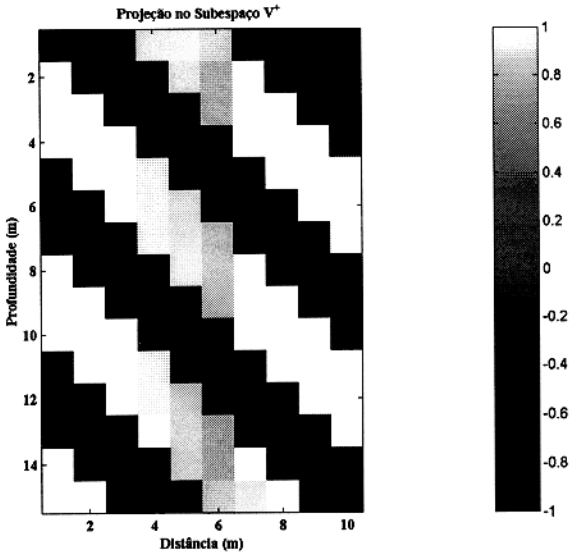


Figura 3.10 – Projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.9 no subespaço $\mathbf{V}^{+}$. O cosseno da projeção deste modelo é de 0,9925, correspondente a um ângulo de 7 graus. A escala de cores indica a vagarosidade.

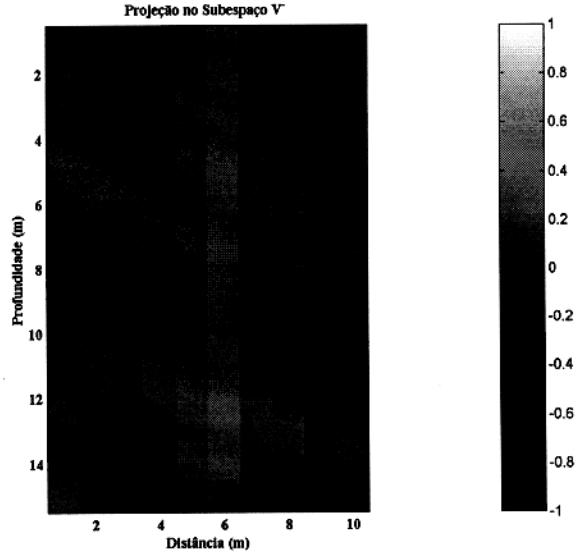


Figura 3.11 – Projeção do modelo indicado na Figura 3.9 no subespaço $\mathbf{V}^{-}$. A escala de cores indica a vagarosidade.

Os três exemplos acima validam a abordagem proposta em modelos 2-D. O menor ângulo do modelo de camadas horizontais em relação ao subespaço $\mathbf{V}^+$ comparado ao ângulo de projeção do modelo com camadas com mergulho indicam a maior resolução vertical da tomografia interpoços comparada a sua resolução horizontal. Estes resultados coincidem com a análise de MICHELENA (1993) utilizando as imagens dos vetores-colunas de **V**. Diferentemente dessa abordagem a projeção de modelos-alvos pode ser imediatamente estendida para problemas em 3-D em que aquela abordagem é impraticável.

## 3.2 – ANÁLISE DE MODELOS 3-D

A metodologia proposta foi aplicada na análise da reconstrução tomográfica de modelos tridimensionais a partir de tempos de trânsito de múltiplos levantamentos interpoços. O objetivo é verificar se esta abordagem permite avaliar a adequação da geometria do levantamento para reconstruir modelos-alvo ou por outro lado para projetar a geometria de aquisição de levantamentos interpoços a partir de modelos-alvo esperados. Todos os modelos são especificados em malhas prismáticas como está indicado na Figura 2.1. Quatro testes numéricos são descritos a seguir. O primeiro teste mostra a influência da malha para regularizar o problema inverso. O segundo teste mostra o efeito da sobre-parametrização do modelo. O terceiro teste indica como a geometria de aquisição pode ser redefinida para regularizar a reconstrução tomográfica. Finalmente, o quarto exemplo mostra como experimentos interpoços podem ser utilizados para monitorar processos de injeção de fluidos em reservatórios. Em situações reais na exploração de petróleo, experimentos interpoços são realizados em etapas avançadas em que em geral há informação a priori sobre os possíveis modelos-alvo.

### 3.2.1 – **Modelo I**

Neste primeiro exemplo o modelo-alvo consiste de camadas que apresentam mergulho. A malha em que o modelo é especificado encontra-se na Figura 3.12, onde também estão indicadas as posições dos três poços verticais onde estão dispostos as fontes e receptores. Três levantamentos foram efetuados entre cada par de poços. Em cada poço 100 fontes e receptores estão distribuídos regularmente e espaçados de 2,5m.

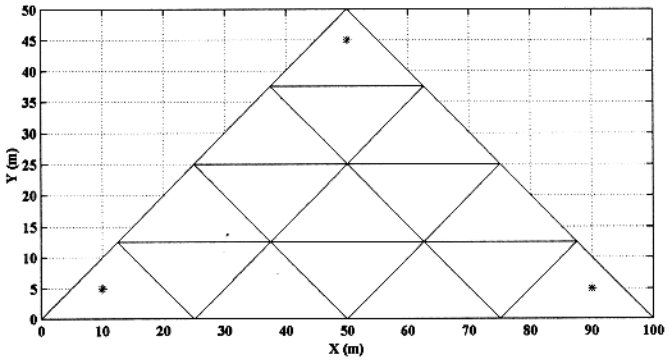


Figura 3.12. Projeção da malha de discretização para o modelo-alvo indicado na Figura 3.13 no plano x-y. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 41 malhas idênticas à mostrada acima em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. A posição dos três poços verticais está indicada por asteriscos.

A Figura 3.13 mostra seções do modelo alvo onde podemos ver as camadas com mergulho na direção x. Considerando um meio de referência homogêneo e isotrópico, a matriz do sistema tomográfico foi determinada integrando-se os pesos da interpolação de cada nó da malha ao longo das trajetórias retilíneas ligando fonte e receptor utilizando o método dos trapézios (MOSER ET AL, 1992). Devido a limitações de memória computacional a decomposição em valores singulares foi aplicada a matriz $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$. O subespaço $\mathbf{V}^+$ foi definido de modo que a razão $S_{max}/S_{min} \leq 10^4$ em todos os exemplos descritos a seguir. A Figura 3.14 mostra seções da projeção do modelo-alvo no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno do ângulo desta projeção é de 0,9970 o que

corresponde a um ângulo de 4,40 graus, indicando que o modelo está bem representado neste subespaço. Dentro das simplificações pressupostas nesta abordagem, este resultado mostra que o modelo pode ser reconstruído de forma estável a partir dos dados sem a necessidade de informação a priori adicional.

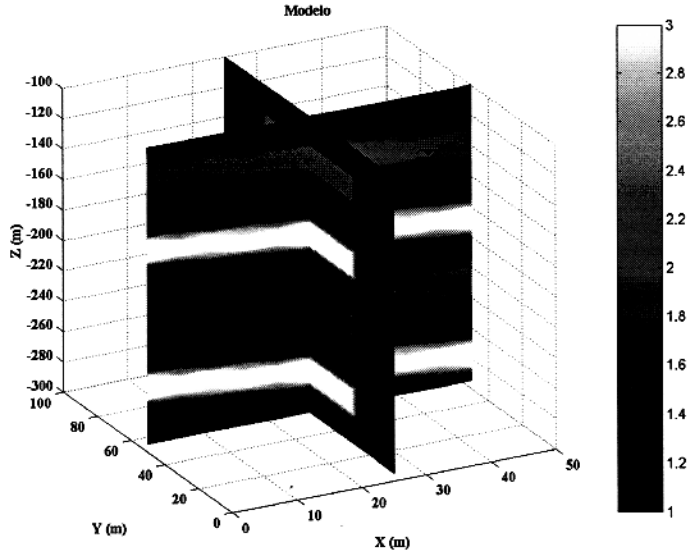


Figura 3.13. Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha de discretização encontra-se na Figura 3.12. A escala de cores indica a vagarosidade.

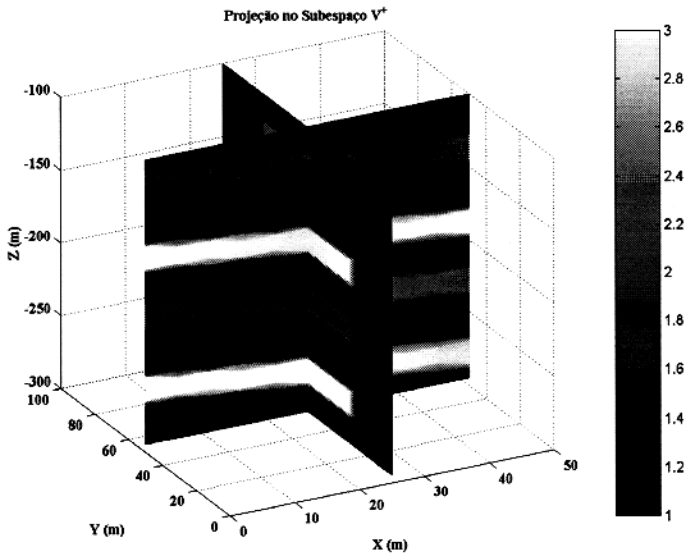


Figura 3.14. Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.13 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção é de 0,9970 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 4,40 graus, indicando que este modelo está bem representado neste subespaço. A escala de cores indica a vagarosidade.

### 3.2.2 – **Modelo II**

O segundo exemplo numérico consiste novamente de um modelo com camadas mergulhando, agora definido na malha com a projeção no plano x-y indicada na Figura 3.15. A geometria de aquisição é semelhante a do exemplo anterior em que 100 fontes e receptores espaçados de 2.5m são utilizados em cada levantamento entre os pares de poços. Seções ortogonais do modelo alvo estão indicadas na Figura 3.16. A projeção do modelo alvo no subespaço $\mathbf{V}^+$ após efetuada a decomposição em valores singulares do sistema tomográfico está indicada na Figura 3.17. Neste caso o cosseno desta projeção é de 0,5544 o que corresponde a um ângulo de 56,33 graus. A Figura 3.17 indica a falta de informação na parte central da malha resultado da sobre-parametrização do modelo em relação à cobertura de raios proporcionada pela geometria de aquisição, ou seja, onde não há densidade de raios suficiente, o sistema tomográfico não consegue resolver o campo de vagarosidade. Esta afirmação é reforçada observando-se a projeção do modelo no espaço nulo efetivo na Figura 3.18. Neste caso apenas com informação a

priori adicional ao sistema tomográfico é possível uma reconstrução estável de modelos especificados nesta malha. Outra observação a partir deste exemplo e do anterior é que a especificação da malha pode ser utilizada para regularizar a reconstrução tomográfica como observado por BÖHM & VESNAVER (1999), que utilizam a decomposição em valores singulares para regularizar o problema tomográfico localmente adicionando ou eliminando nós durante as sucessivas iterações lineares necessárias para solução da equação (2.1).

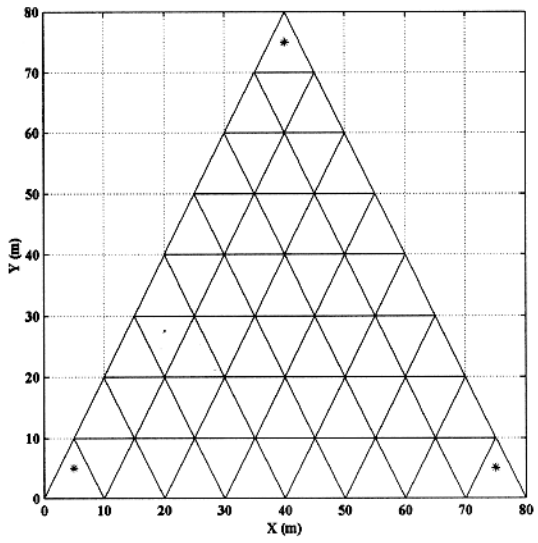


Figura 3.15 – Projeção da malha de discretização para o modelo indicado na Figura 3.16 no plano XY. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 55 malhas idênticas a mostrada na Figura em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. As posições dos três poços verticais estão indicadas por asteriscos.

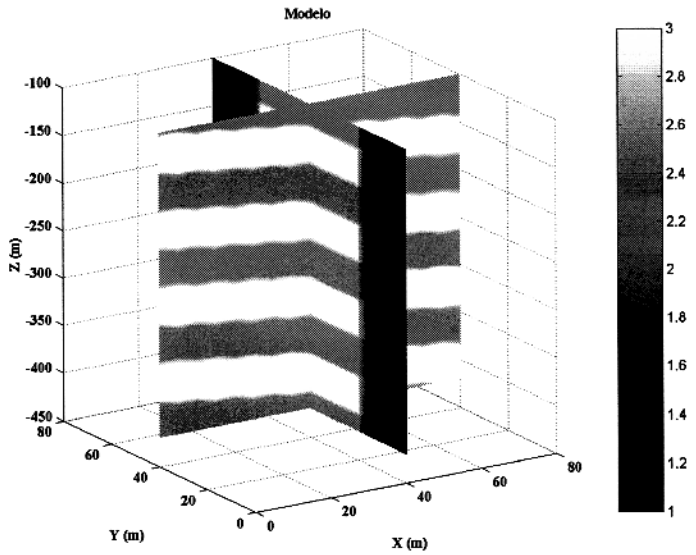


Figura 3.16 – Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha de discretização do modelo encontra-se na Figura 3.15. A escala de cores indica a vagarosidade.

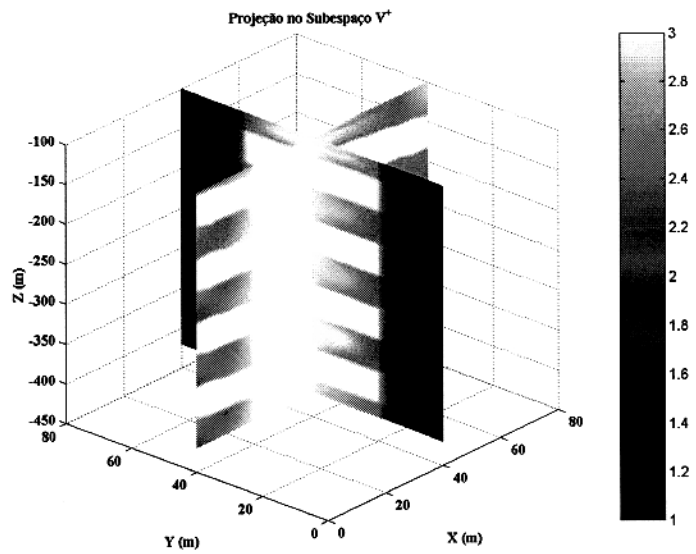


Figura 3.17 – Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.16 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção é de 0,5544 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 56,33 graus, indicando que o modelo não pode ser adequadamente representado dentro deste subespaço. A escala de cores indica a vagarosidade.

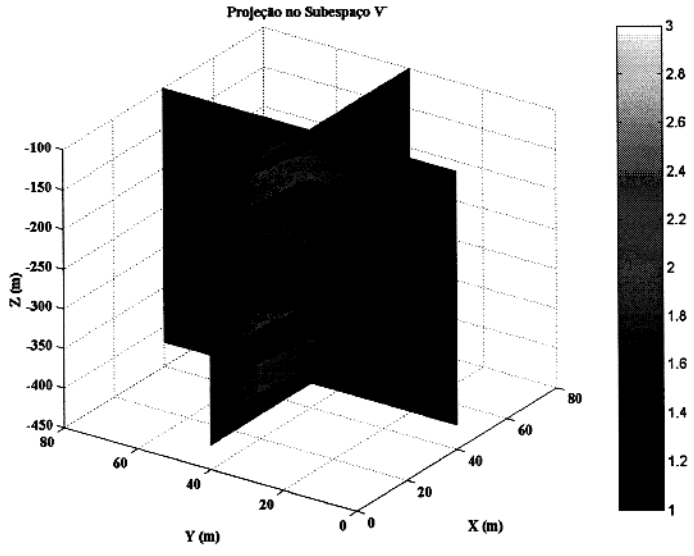


Figura 3.18 – Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.16 no subespaço $\mathbf{V}^-$. A escala de cores indica a vagarosidade.

## 3.2.3 – **Modelo III e Modelo IV**

Os dois exemplos a seguir avaliam a projeção de modelos alvos em levantamentos com grande densidade de raios através da malha. A Figura 3.19 mostra a projeção da malha de discretização do modelo no plano x-y e a posição dos poços verticais utilizados no levantamento. A geometria de aquisição consiste de nove levantamentos tomográficos entre todos os pares de poços que podem ser conectados por segmentos de reta dentro da malha. 100 fontes e receptores estão distribuídos regularmente a cada 2.5m na região da malha. Após efetuada a decomposição em valores singulares do sistema tomográfico dois modelos-alvos foram avaliados. O modelo de camadas com mergulho mostrado na Figura 3.20 e o modelo de uma lente indicado na Figura 3.22. A projeção do modelo de camadas com mergulho no subespaço $\mathbf{V}^+$ está na Figura 3.21. O pequeno ângulo da projeção, 4,72 graus, mostra que neste caso o modelo pode ser bem estimado a partir do sistema tomográfico como conseqüência da maior densidade de raios através do modelo, o que não acontecia no modelo descrito anteriormente. A projeção do modelo de lente no espaço $\mathbf{V}^+$ também apresenta um pequeno ângulo, 9 graus. As projeções deste modelo nos

subespaços $\mathbf{V}^+$ e $\mathbf{V}^-$, Figuras 3.23 e 3.24 respectivamente, mostram que lentes desta dimensão podem ser reconstruídas a partir do sistema tomográfico para esta malha.

Este conjunto de testes mostra que a abordagem proposta pode ser empregada para avaliar a geometria de aquisição e a malha de especificação do modelo no projeto de múltiplos experimentos interpoços para reconstrução de modelos 3-D. Limitações desta abordagem tais como a não invariância por escala e a necessidade da especificação de modelos alvo são atenuadas pelo fato de que experimentos sísmicos interpoços são realizados em etapas avançadas da exploração quando experimentos sísmicos de superfície e dados de poços podem ser utilizados para definir as dimensões e tipo de modelos alvo que se deseja delinear ou monitorar no caso de levantamentos em diferentes etapas da explotação.

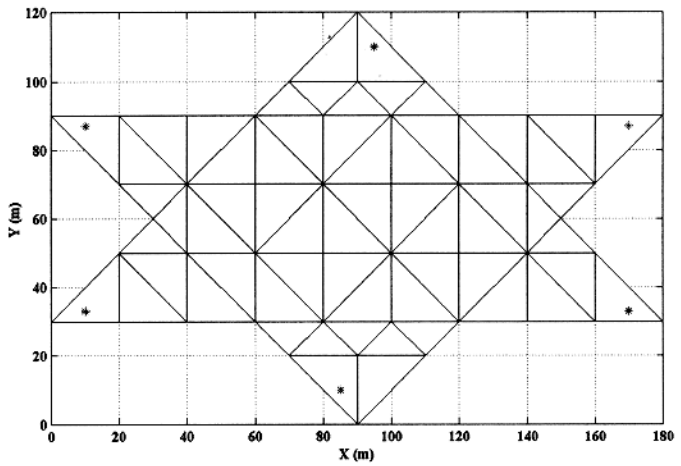


Figura 3.19 – Projeção da malha de discretização para o modelo-alvo indicado na Figura 3.20 no plano x-y. A malha prismática tridimensional é formada pelo empilhamento de 51 malhas idênticas à mostrada na Figura em planos horizontais eqüidistantes separados de 5m. As posições dos três poços verticais estão indicadas por asteriscos.

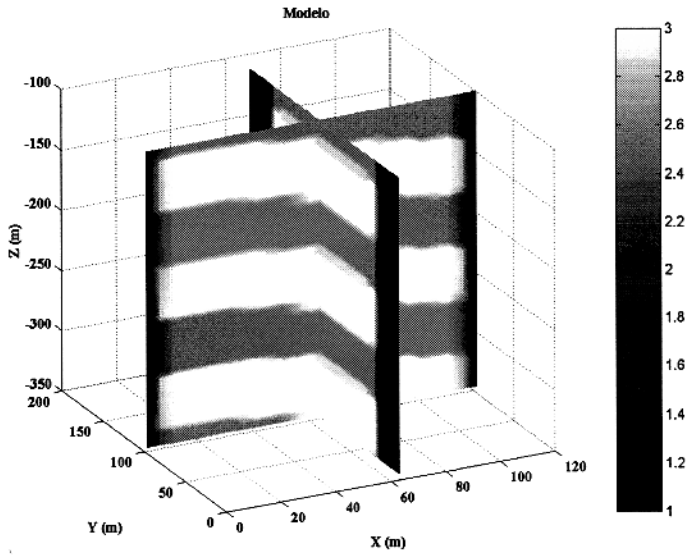


Figura 3.20 – Seções do modelo-alvo simulando camadas com mergulho. A geometria da malha encontra-se na Figura 3.19. A escala de cores indica a vagarosidade.

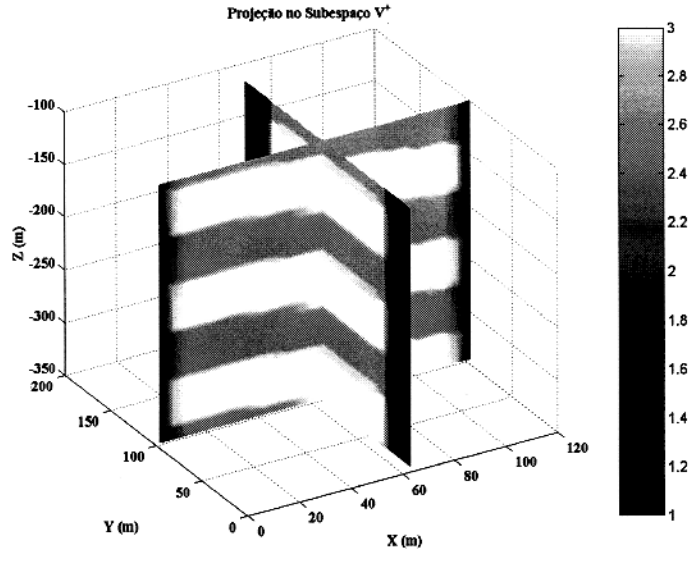


Figura 3.21 – Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.20 no subespaço $\mathbf{V}^{+}$. O cosseno da projeção é de 0,9966 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 4,72 graus. A escala de cores indica a vagarosidade.

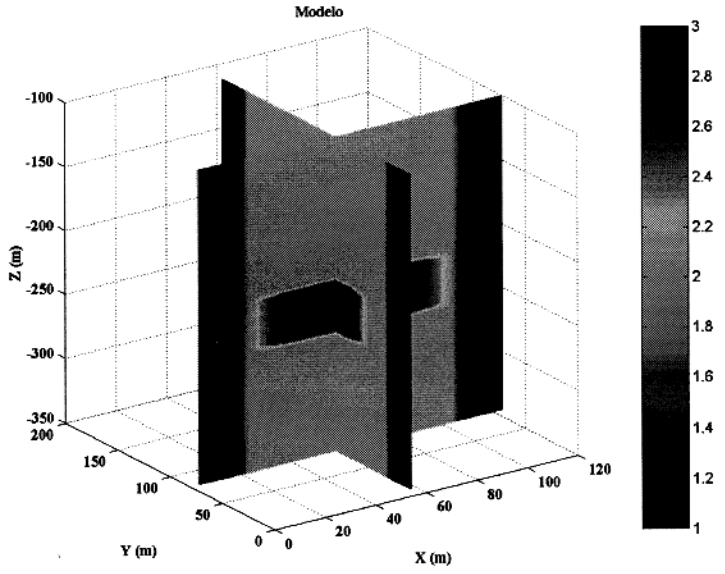


Figura 3.22 – Seções do modelo-alvo simulando uma lente. A geometria da malha de discretização do modelo encontra-se na Figura 3.19. A escala de cores indica a vagarosidade.

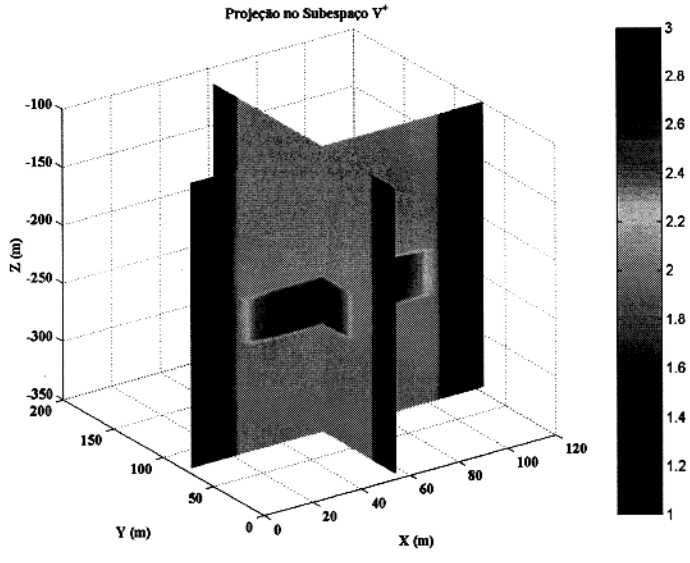


Figura 3.23 – Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.22 no subespaço $\mathbf{V}^+$. O cosseno da projeção é de 0,9876 e o ângulo que o modelo faz com este subespaço de 9 graus. A escala de cores indica a vagarosidade

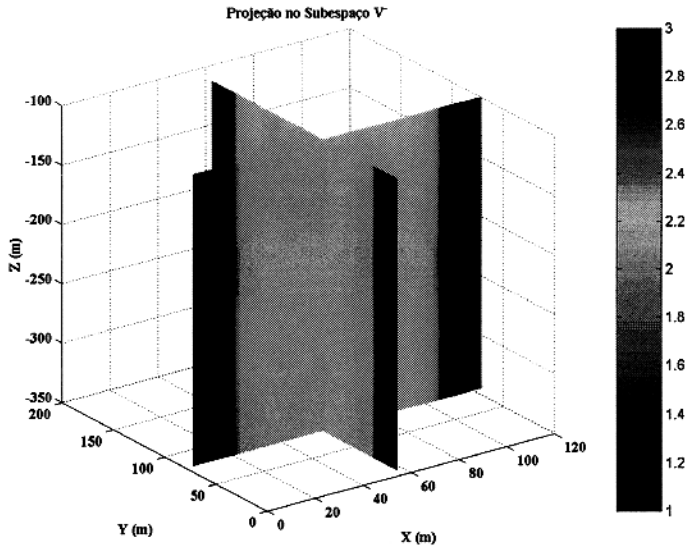


Figura 3.24 – Seções da projeção do modelo-alvo indicado na Figura 3.22 no subespaço $\mathbf{V}^-$. A escala de cores indica a vagarosidade.

## 3.3 - VALIDAÇÃO DO MÉTODO EM TOMOGRAMAS

Para ilustrar que as projeções de modelos-alvo no subespaço $\mathbf{V}^+$ indicam os limites de reconstrução do sistema tomográfico os tempos de trânsito entre fontes e receptores foram calculados sinteticamente considerando a trajetória retilínea dos raios. A seguir os sistemas tomográficos associados aos modelos I e II foram solucionados utilizando a rotina de gradiente conjugado para mínimos quadrados (SPAKMAN & NOLET, 1988). Como esta rotina soluciona o sistema de equações normais o número de condição é da ordem de $(S_{max}/S_{min})^2$ e informação a priori foi utilizada para melhorar o condicionamento do problema. Dois tipos de restrições fracas foram adicionadas: 1) O primeiro vínculo exige que os desvios da solução em relação a um meio homogêneo de referência sejam mínimos; 2) A segunda restrição exige que as variações laterais de vagarosidade em cada célula prismática sejam mínimas. O sistema linear resultante a ser resolvido é

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\delta\mathbf{s} &= \delta\mathbf{t} \\ \lambda_1\mathbf{D}\delta\mathbf{s} &= \mathbf{0} \\ \lambda_2\delta\mathbf{s} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad , \qquad (3.1)$$

em que a matriz **D** é o operador de diferenças entre as vagarosidades de cada célula da malha.

A Figura 3.25 mostra a reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.13. Apenas o vínculo de homogeneidade foi utilizado em (3.1) com $\lambda_2$ igual a $10^{-8}$ vezes a norma de Frobenius (GOLUB & VAN LOAN, 1989) da matriz **A,** o meio de referência homogêneo tem valor de vagarosidade igual a 1,5 s/km. O pequeno valor do parâmetro $\lambda_2$ e a boa qualidade da reconstrução do modelo concordam com a boa representação deste modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A Figura 3.26 contém o tomograma do modelo indicado na Figura 3.16 utilizando apenas o vínculo de homogeneidade com $\lambda_2$ igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius da matriz **A,** o meio de referência homogêneo tem valor de vagarosidade igual a 1,5 s/km. A porção central do tomograma, onde a cobertura de raios é deficiente, é homogênea devido ao vínculo. Esta imagem coincide com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A Figura 3.27 contém o tomograma do modelo indicado na Figura 3.16 utilizando apenas o vínculo de suavidade lateral com o valor de $\lambda_1$ igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius de **A**. Apesar do vínculo de suavidade lateral a resolução do modelo é menor na região central da malha, onde não há cobertura de raios, o que concorda com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. Estes dois últimos tomogramas mostram que o método proposto caracteriza a completeza dos dados para reconstruir o modelo-alvo, indicando ainda a região onde informação a priori deve ser introduzida ou reparametrização da malha deve ser efetuada para melhorar o condicionamento do sistema tomográfico.

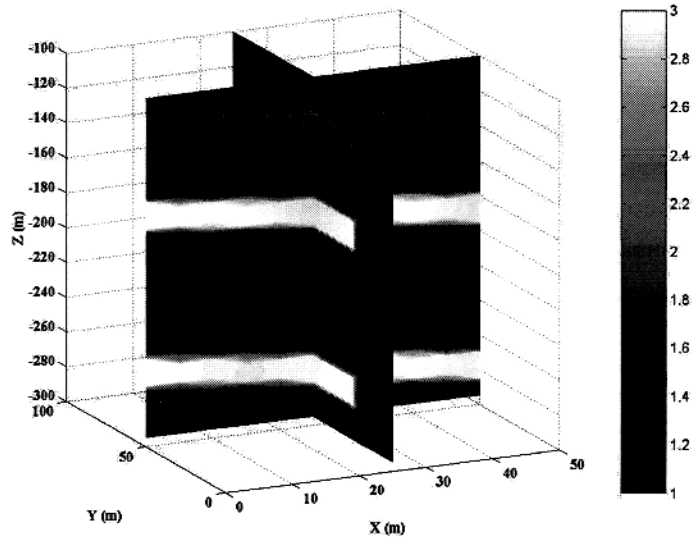


Figura 3.25 – Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.13. Apenas vínculo de homogeneidade foi adicionado com parâmetro de amortecimento, $\lambda_2$, igual a $10^{-8}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. A boa qualidade da reconstrução coincide com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A escala de cores indica a vagarosidade.

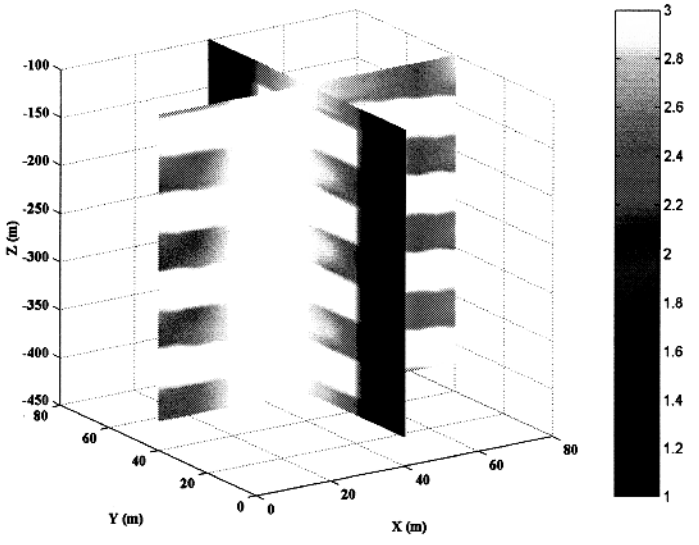


Figura 3.26 - Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.16. Apenas vínculo de homogeneidade foi adicionado com parâmetro de amortecimento, $\lambda_2$, igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. Este modelo coincide praticamente com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^+$. A escala de cores indica a vagarosidade.

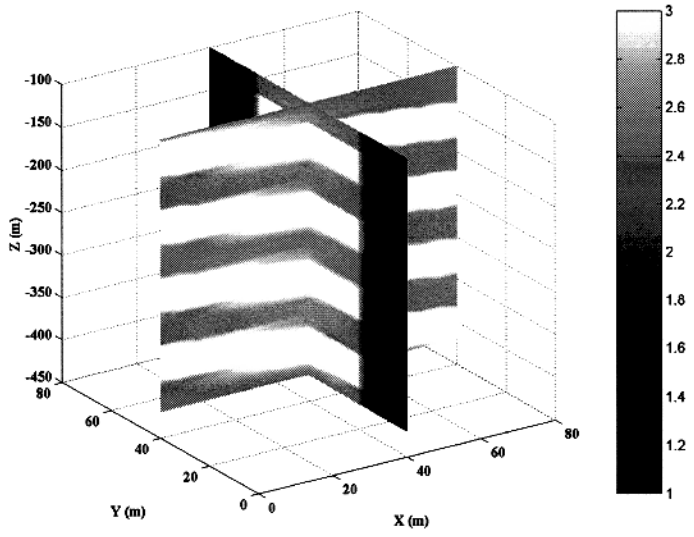


Figura 3.27- Reconstrução tomográfica do modelo indicado na Figura 3.16. Vínculo de suavidade lateral foi adicionado com parâmetro de amortecimento igual a $10^{-6}$ vezes a norma de Frobenius da matriz tomográfica para estabilizar as iterações da rotina de gradiente conjugado. Apesar do vínculo de suavidade lateral a resolução do modelo é menor na região central da malha o que concorda com a projeção do modelo no subespaço $\mathbf{V}^{+}$. A escala de cores indica a vagarosidade.

# 4 -CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um método para se estimar a resolução de um sistema tomográfico na reconstrução de modelos tridimensionais. O método permite avaliar a completeza dos dados e identificar a necessidade ou não de informação a priori adicional ao sistema tomográfico.

A especificação da malha de discretização do modelo e da geometria de aquisição são critérios importantes no projeto de levantamentos tomográficos para caracterização de reservatórios e para monitoramento da injeção de fluidos em processos de recuperação avançada de petróleo. Os testes com dados gerados sinteticamente mostraram que o cosseno da projeção de modelos-alvo no subespaço $\mathbf{V}^+$ fornece um critério para se avaliar o efeito da malha de discretização do modelo interpretativo e da geometria de aquisição na reconstrução tomográfica. Os modelos estudados sugerem ainda a importância de múltiplos levantamentos interpoços na solução de problemas de imageamento de alta resolução.

O método proposto estende o trabalho de outros autores para modelos tridimensionais. Este método de análise do sistema tomográfico permite estimar uma malha inicial de discretização do modelo que esteja dentro dos limites de resolução esperados para o modelo alvo. Durante as iterações lineares necessárias para solução do problema de tomografia sísmica a malha de discretização pode ser posteriormente redefinida, mas uma malha inicial que esteja próximo ao limite de reconstrução do sistema tomográfico certamente reduz o custo da reespecificação de malhas durante as iterações.

Trabalho adicional é necessário para avaliar como este método se comporta em problemas com fortes contrastes de velocidade em que a aproximação de um meio de referência homogêneo não é adequada. Uma implementação mais eficiente da metodologia proposta é a utilização de algoritmos que permitem avaliar a matriz $\mathbf{V}$ de matrizes esparsas de grande porte, que pode permitir empregar o método para redefinir a malha várias vezes durante as iterações lineares necessárias para solucionar o problema de tomografia sísmica interpoços.

# REFERÊNCIAS

BÖHM, G. & VESNAVER, A., 1999. In quest of grid. **Geophysics**, 64(4), 1116-1125.

ČERVENY, V. 1987. Ray Methods for Three - Dimensional Seismic Modelling. **The Norwegian Institut of Technology**, University of Trondheim - Mobil Exploration of Technology Inc., Monography.

COSTA, J.C., HARRIS, J.M., VAN SCHAACK, M., 1997. 2.9-D crosswell traveltime tomography. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 5., São Paulo. **Resumos expandidos**, 287-290.

DEVANEY, A. J., 1984, Geophysical diffraction tomography: **IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing**, GE-22, 3-13.

EPPSTEIN, M.J. & DOUGHERTY, D.E., 1998. Optimal 3-D traveltime tomography. **Geophysics**, 63(3), 1053-1061.

GOLUB, G. & VAN LOAN, C.F., 1989. Matrix Computations. **Jonhs Hopkins Univ**. Press.

HARRIS, J. M., NOLEN-HOEKSEMA, R.C., LAGAN, R.T., VAN SCHAACK, M., LAZARATOS, S.K., RECTOR III, J.W., 1995. High-resolution crosswell imaging of a west Texas carbonate reservoir: Part 1-Project summary and interpretation. **Geophysics**, 60(3),667-681.

HYNDMAN, D.W. & HARRIS, J. M, 1996. Traveltime inversion for the geometry of aquifer lithologies. **Geophysics**, 61(6), 1728-1737.

LINES, L.R. & TREITEL, S., 1993. A review of least squares inversion and its application to geophysical problems. **Geophysical Prospecting** 32. 159-186.

MATHISEN, M.E., CUNNINGHAM, P., SHAW, J., VASILIOU, A. A., JUSTICE, J.H., GUINZY, N.J., 1995. Crosswell seismic radial survey tomograms and the 3-D interpretation of a heavy oil steamflood. **Geophysics**, 60(3), 651-659.

MICHELENA, R.J.,1993. Singular value decomposition for cross-well tomography: **Geophysics**, 58(11) ,1655-1661.

MOSER, T. J., NOLET, G., SNEIDER, R., 1992, Ray Bending Reviseted: **Bulletin of the Seismological Society of America**, 82(1), 259-288.

PRATT, R.G. & CHAPMAN, C.H., 1992. Traveltime tomography in anisotropic media: Application: **Geophysical Journal International.**, 109,20-37.

SAMBRIDGE, M., BRAUN, J., McQUEEN, H., 1995, Geophysical parameterization and interpolation of irregular data using natural neighbours. **Geophysical Journal International,** 122,837-857.

SNEIDER, R. & SAMBRIDGE, M., 1993. The ambiguity in ray pertubation theory. J. **Geophysics**. Res., 98(B12), 22021-22034.

SOUPIOS, R. M., PAPAZACHOS, C. B., JUHLIN, C., TSOKAS, G. N., 2000. Nonlinear Three-Dimensional Traveltime Inversion of Crosshole Data With na Application in the Area of Middle urals: **Geophysics**, 65(10). Eletronic Document. Site: www.seg.org

SPAKMAN, W. AND NOLET, G., 1988, Imaging algorithms, accuracy and resolution in delay time tomography. In: VLAAR, N. J., NOLET, G., WORTEL, M. J. R. AND CLOETINGH, S.A.P.L. DORDRETCHT. D. **Mathematical Geophysics**. Eds. Reidel Publishing Company. 407p.

VAN DER SLUIS, A. & VAN DER VORST, H.A., 1987. Numerical solution of large, sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems. In: NOLET, G. D. **Seismic Tomography.** Ed. Reidel Publishing Company. 49-83.